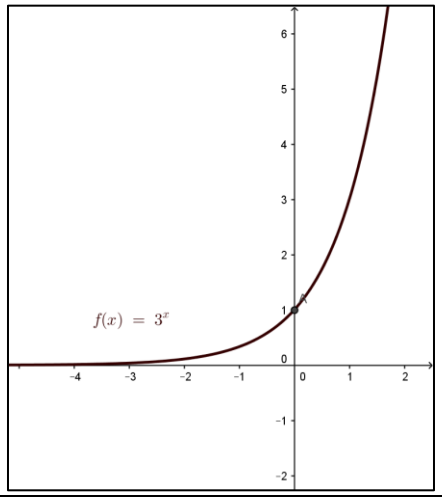
# الوحدة الثانية: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

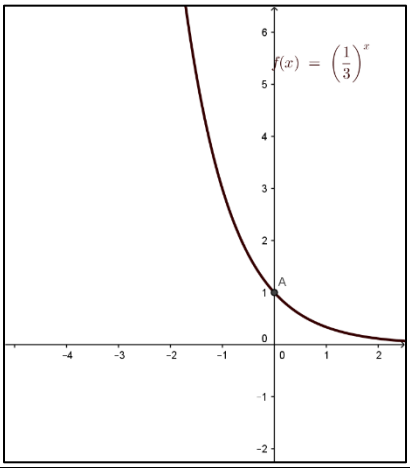
## الدرس الأول: الاقترانات الأسية

| اتحقق من فهمي مثال 1 صفحة 61 |
| --- |
| a)<br>  <br><br>مجال الاقتران هو الاعداد الحقيقية ومداه الفترة $(0,\infty)$<br>وله خط تقارب افقي هو المحور x |
| b)<br>ليس للإقتران مقطع x وله مقطع y هو 1 عند x=0 |
| c)<br>الاقتران متزايد |
| d)<br>الاقتران واحد لواحد |

منهاجي
متعة التعليم الهادف

## اتحقق من فهمي مثال 2 صفحة 63

a)




مجال الاقتران هو الاعداد الحقيقية ومداه الفترة $(0,\infty)$
وله خط تقارب افقي هو المحور x

b)

ليس للإقتران مقطع x وله مقطع y هو 1 عند x=0

c)

الاقتران متناقص

d)

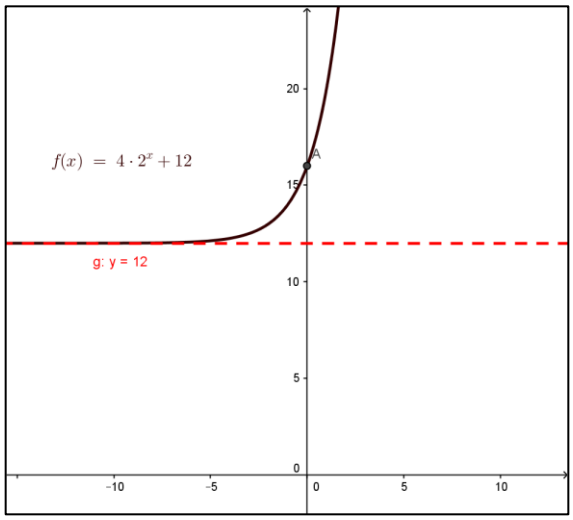
الاقتران واحد لواحد

منهاجي
متعة التعليم الهادف

## اتحقق من فهمي مثال 3 صفحة 65

a)

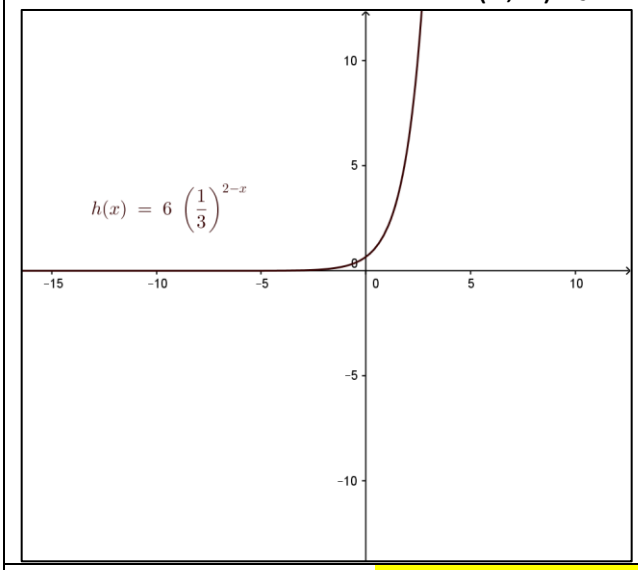
خط التقارب الافقي y=12
مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R
المدى في الفترة $(12,\infty)$



b)

خط التقارب الافقي هو محور x

مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R المدى في الفترة $(0,\infty)$




اتحقق من فهمي مثال 4 صفحة 66

a)

$$N(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{30}} \Rightarrow N(30) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{30}{30}} = \frac{1}{2}$$

كمية السيزيوم 137المتبقية بعد 30 سنة هي $\frac{1}{2}g$

b)

$$N(t) = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{30}}$$

$$\Rightarrow 0.25 = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{30}}$$

$$\Rightarrow (0.5)^2 = (0.5)^{\frac{t}{30}}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{t}{30} \Rightarrow t = 60$$

إذن بعد 60 سنة يتبقى من (السيزيوم 137 ) $0.25g$

اتحقق من فهمي مثال 5 صفحة 67

a)

$$r = 2.4\% \Rightarrow r = 0.024$$

$$\Rightarrow 1 + r = 1.024$$

$$\Rightarrow A(t) = 84370(1.024)^t$$

b)

عام 2015 هو القيمة الابتدائية أي عند t=0 فعند عام 2050 تكون قيمة t=35

$$\Rightarrow A(t) = 84370(1.024)^t$$

$$A(35) = 84370(1.024)^{35} \approx 193502$$

فيكون عدد السكان عام 2050 تقريبا 193502 نسمة

c)

اتحقق من فهمي مثال 6 صفحة 69

a)

$$r = 10\% \Rightarrow r = 0.1$$

$$\Rightarrow 1 - r = 0.9$$

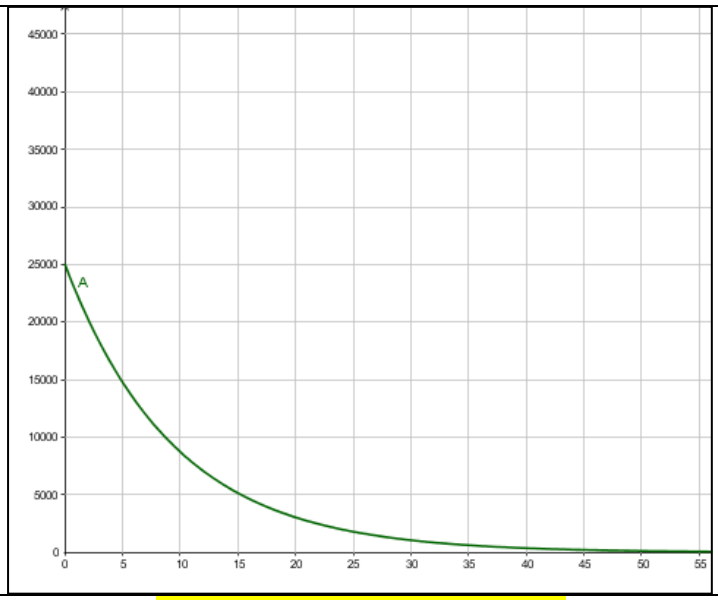
$$\Rightarrow A(t) = 25000(0.9)^t$$

b)

$$A(t) = 25000(0.9)^t$$

$$\Rightarrow A(5) = 25000(0.9)^5 = 14762.25\ JD$$

c)




## اتحقق من فهمي مثال 7 صفحة 70

a)

$$P(t) = 34.706e^{0.0097t}$$

عام 2015 تكون t=0

$$\Rightarrow P(0) = 34.706e^{0} = 34.706$$

b)

عام 2030 تكون t=15

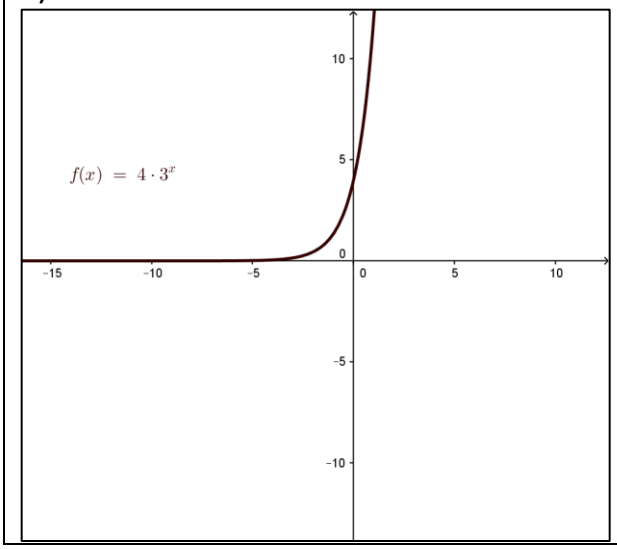
$$\Rightarrow P(15) = 34.706e^{0.0097\times 15}$$

$$= 34.706e^{0.1455}$$

$$\approx 40$$

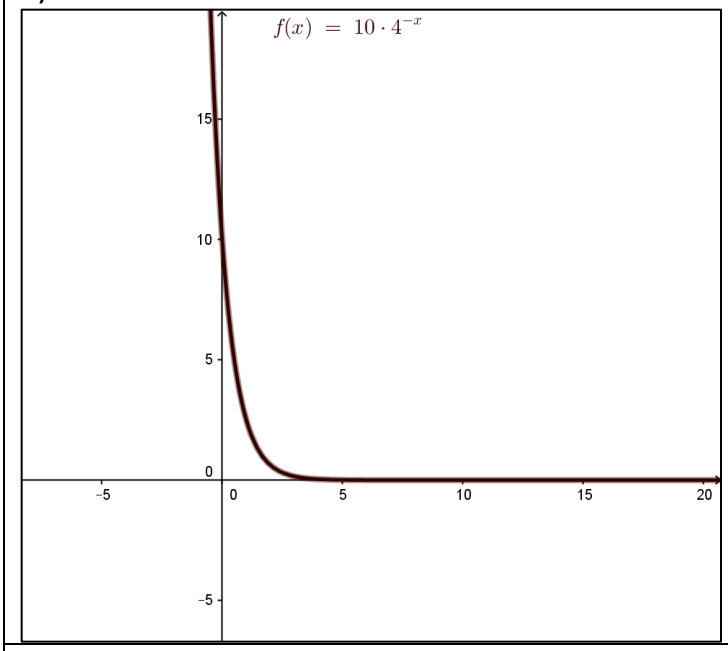
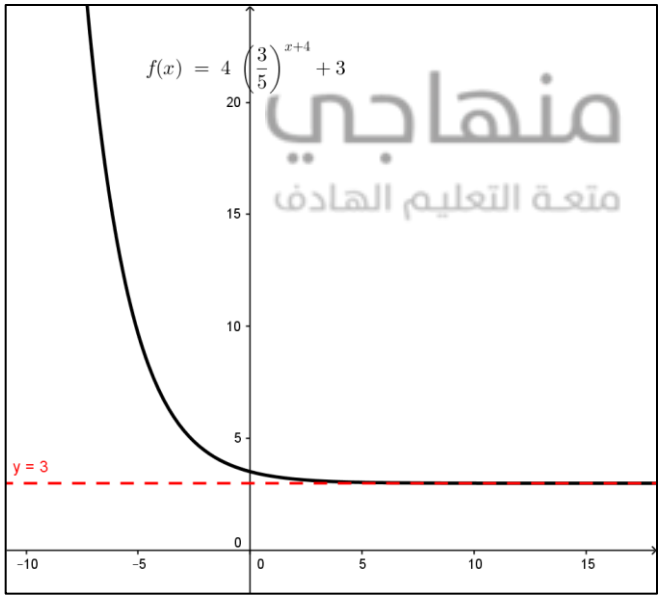
## اتدرب وأحل المسائل صفحة 71

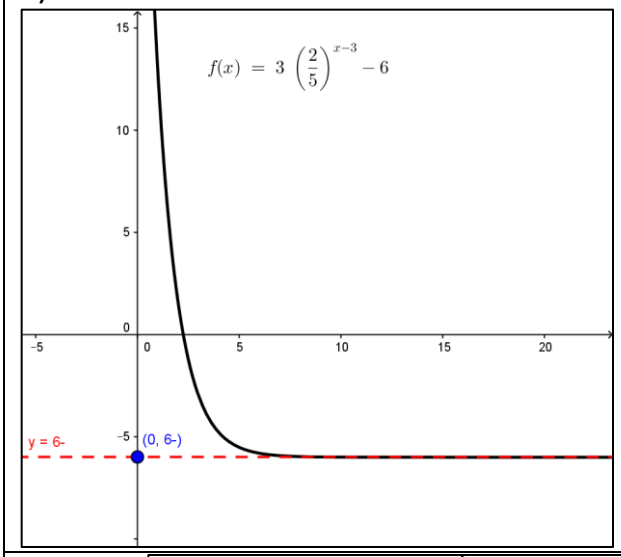
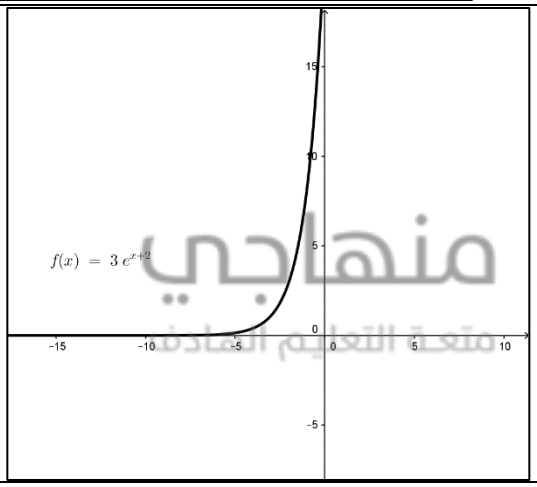
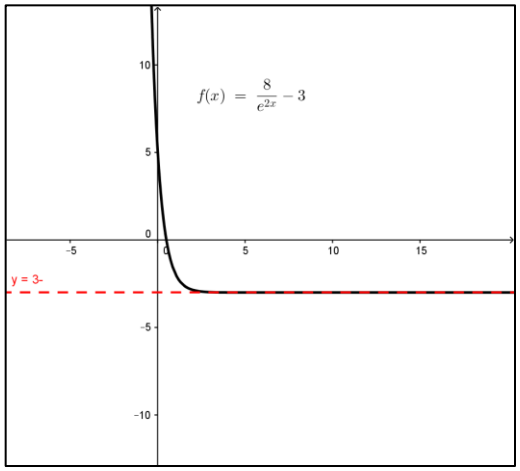
1)




مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R

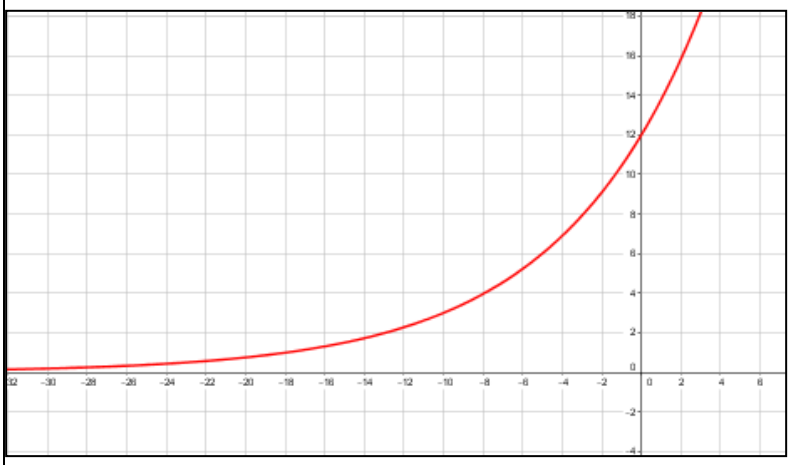
المدى في الفترة $(0,\infty)$

| | |
|---|---|
| 2)<br>  <br> | مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R<br>المدى في الفترة $(0,\infty)$ |
| 3)<br>  <br><br>منهاجي<br>متعة التعليم الهادف | مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R<br>المدى في الفترة $(3,\infty)$ |

| | |
|---|---|
| 4)<br>  <br> | مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R<br>المدى في الفترة (-6,∞) |
| 5)<br>  <br> | مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R<br>المدى في الفترة (0,∞) |
| 6)<br>  <br> | مجال الإقتران الاعداد الحقيقية R<br>المدى في الفترة (-3,∞) |

منهاجي
منصة التعليم الهادف

7)



خط التقارب الافقي هو
محور x

8)

أجد المقطع y

$$f(x) = 12(2)^{\frac{x}{5}}$$
$$\Rightarrow f(0) = 12(2)^{\frac{0}{5}}$$
$$= 12 \Rightarrow y = 12$$

وهذا يعني أن طول الشجرة الحالي هو 12 قدم لأن x=0 تمثل الوقت الحاضر

9)

من الرسم البياني يتضح أن عدد الخلايا في البداية (عند h=0) هو a=200 خلية

10)

من الرسم البياني أجد أن قيمة عدد خلايا البكتيريا A عند h=2 هو 440 خلية وهو إقتران نمو أسي إذن:

$$A(2) = 440$$
$$a = 200$$
$$A(h) = a(1+r)^h$$
$$\Rightarrow 440 = 200(1+r)^2$$

بالقسمة على 200

$$\Rightarrow 2.2 = (1+r)^2$$
$$\Rightarrow 1 + r \approx 1.48$$
$$\Rightarrow r \approx 0.48 = 48\%$$

11)

$$A(h) = a(1.48)^h$$

12)

$$a = 200 \Rightarrow 3a = 600$$

من الرسم نجد قيمة h عند A=600 فيكون تقريبا 2.8 ساعة

منارة العلم
منصة تعليمية
متعة التعليم الهادف

13)

$$y = k(2)^x + c$$
$$(0,10) \Rightarrow 10 = k(2)^0 + c$$
$$\Rightarrow 10 = k + c \Rightarrow k = 10 - c \ldots\ldots 1$$
$$(-1,7) \Rightarrow 7 = k(2)^{-1} + c$$
$$\Rightarrow 7 = \frac{k}{2} + c$$
$$\Rightarrow 14 = k + 2c \ldots\ldots 2$$

بتعويض المعادلة 1 في 2

$$14 = 10 - c + 2c \Rightarrow c = 4$$
$$\Rightarrow k = 10 - 4 = 6$$

14)

$$y = k(2)^x + c$$
$$k = 6\ , c = 4$$
$$\Rightarrow y = 6(2)^x + 4$$

بتعويض x=3

$$\Rightarrow y = 6(2)^3 + 4$$
$$\Rightarrow y = 52$$

15)

ثمن الدراجة عند شرائها أي عند t=0 وهو 1000JD

16)

من الرسم أجد أن ثمن الدراجة عند t=2 هو P(2)=500
وبما أن الثمن عند t=0 هو a=1000 إذن:

$$P(t) = a(1-r)^t$$
$$\Rightarrow 500 = 1000(1-r)^2$$

بالقسمة على 1000

$$\Rightarrow 0.5 = (1-r)^2 \Rightarrow 1 - r \approx 0.7$$
$$\Rightarrow r \approx 0.3 = 30\%$$

17)

$$P(t) = 1000(0.7)^t$$

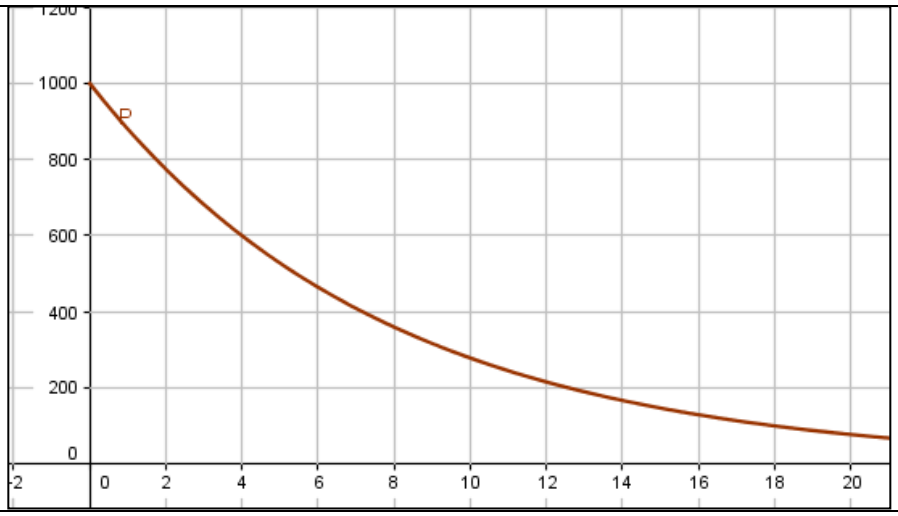
18)

عند سطح البحر تكون h=0 أي أن الضغط عند البداية يكون 1000

$$P(h) = a(1-r)^h$$
$$P(h) = 1000(1-0.12)^h$$
$$P(h) = 1000(0.88)^h$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

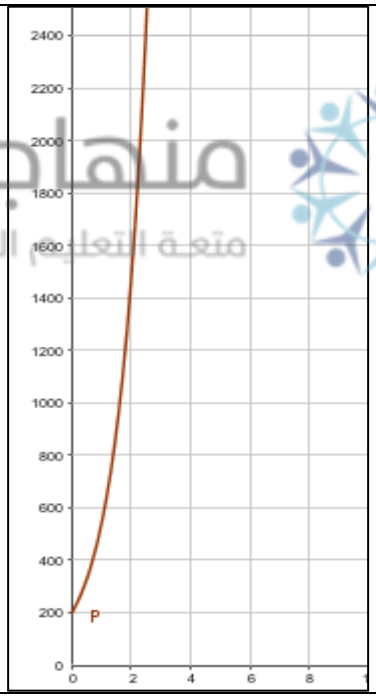
19)




20)

$$P(t) = 200(e)^t$$
$$P(3) = 200(e)^3 \approx 4017$$

21)




منهاجي
متعة التعليم الهادف

22)

$$r = 40\% = 0.4$$
$$\Rightarrow 1 - r = 0.6$$
$$\Rightarrow M(t) = m(0.6)^t$$

23)

خطأ، لأن الرسم البياني ليس على شكل الإقتران الأسي حيث أن الإقتران الأسي المتزايد يكون مقعرا للأعلى وليس للأسفل

24)

$$P = e^{2x}$$
$$\Rightarrow P = (e^{x})^{2}$$
$$\Rightarrow e^{x} = \sqrt{P} = P^{\frac{1}{2}}$$
$$\Rightarrow e^{3x} = P^{\frac{3}{2}}$$
$$\Rightarrow e^{-2x} = P^{-1} = \frac{1}{P}$$
$$\Rightarrow e^{-x} = P^{-\frac{1}{2}}$$
$$\Rightarrow e^{2x+1} = P \times e \approx 2.7P$$
$$\Rightarrow e^{4x} = P^{2}$$

25)

الإقتران الأسي يقطع محور x إذا كان على صورة $f(x) = ab^{x} + c$ حيث $c < 0$ مثل $f(x) = 2^{x} - 2$ حيث يكون تمثيله البياني كما في الشكل المجاور:

منهاجي
منصة التعليم الهادف

26)

$$g(x) = \frac{1}{16}(4)^{x} = \frac{4^{x}}{4^{2}} = 4^{x-2} = fx)$$
$$\Rightarrow g(x) = f(x)$$

# الدرس الثاني: الاقترانات اللوغاريتمية

| |
|---|
| اتحقق من فهمي مثال 1 صفحة 74 |
| a) $\log_3 9 = 2 \Leftrightarrow 3^2 = 9$ |
| b) $\log_5 5 = 1 \Leftrightarrow 5^1 = 5$ |
| c) $\log_4 \frac{1}{256} = -4 \Leftrightarrow 4^{-4} = \frac{1}{256}$ |
| d) $\log_8 1 = 0 \Leftrightarrow 8^0 = 1$ |
| اتحقق من فهمي مثال 2 صفحة 74 |
| a) $25^2 = 625 \Leftrightarrow \log_{25} 625 = 2$ |
| b) $81^{\frac{1}{2}} = 9 \Leftrightarrow \log_{81} 9 = \frac{1}{2}$ |
| c) $10^{-4} = \frac{1}{10000} \Leftrightarrow \log_{10} \frac{1}{10000} = -4$ |
| d) $19^0 = 1 \Leftrightarrow \log_{19} 1 = 0$ |
| اتحقق من فهمي مثال 3 صفحة 75 |
| a) $\log_8 64 = y \Rightarrow 8^y = 64$<br>$\Rightarrow 8^y = 8^2 \Rightarrow y = 2$<br>$\Rightarrow \log_8 64 = 2$ |
| b) $\log_{11} \sqrt{11} = y \Rightarrow 11^y = 11^{\frac{1}{2}} \Rightarrow y = \frac{1}{2}$<br>$\log_{11} \sqrt{11} = \frac{1}{2}$ |
| c) $\log_{25} 5 = y$<br>$\Rightarrow 25^y = 5 \Rightarrow 5^{2y} = 5$<br>$\Rightarrow 2y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ |

منهاجي
منصة التعليم الهادف

d)

$$\log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = y \Rightarrow 2^y = 2^{-3} \Rightarrow y = -3$$

اتحقق من فهمي مثال 4 صفحة 76

a)

$$\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$$

b)

$$\log_{19} \sqrt{19} = \log_{19} 19^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

c)

$$\log_{18} 18 = 1$$

d)

$$4^{\log_4 15} = 15$$

اتحقق من فهمي مثال 5 صفحة 78

a)

$$\log 1200 \approx 3.08$$

b)

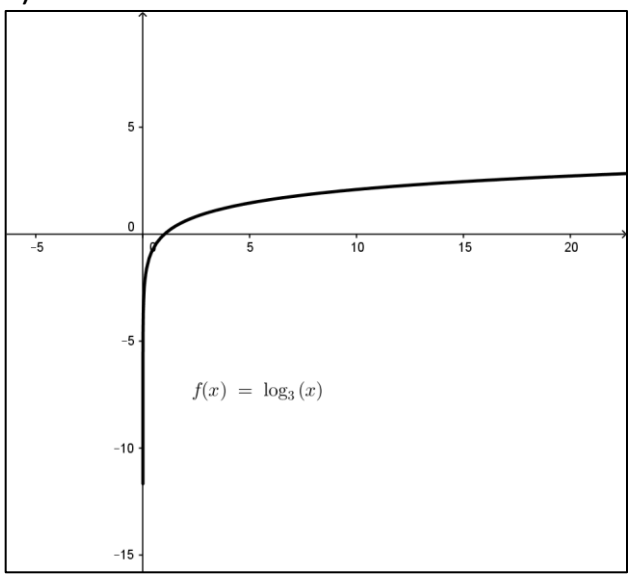
$$\log(6.3 \times 10^5) \approx 5.8$$

c)

$$\ln 0.00025 \approx -8.29$$

اتحقق من فهمي مثال 6 صفحة 80

a)




المجال في الفترة $(0,\infty)$

المدى الاعداد الحقيقية R

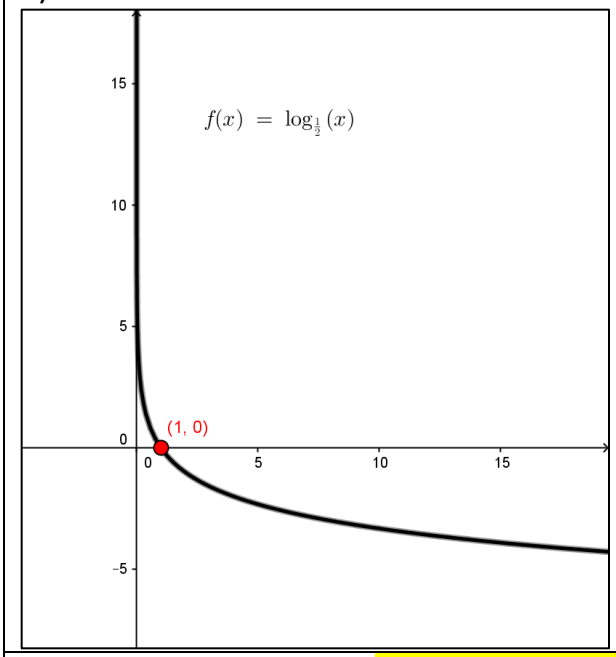
الإقتران متزايد

ليس له مقطع y

مقطع x هو x=1

له خط تقارب رأسي هو محورy

b)




المجال في الفترة $(0,\infty)$

المدى الاعداد الحقيقية R

الإقتران متناقص

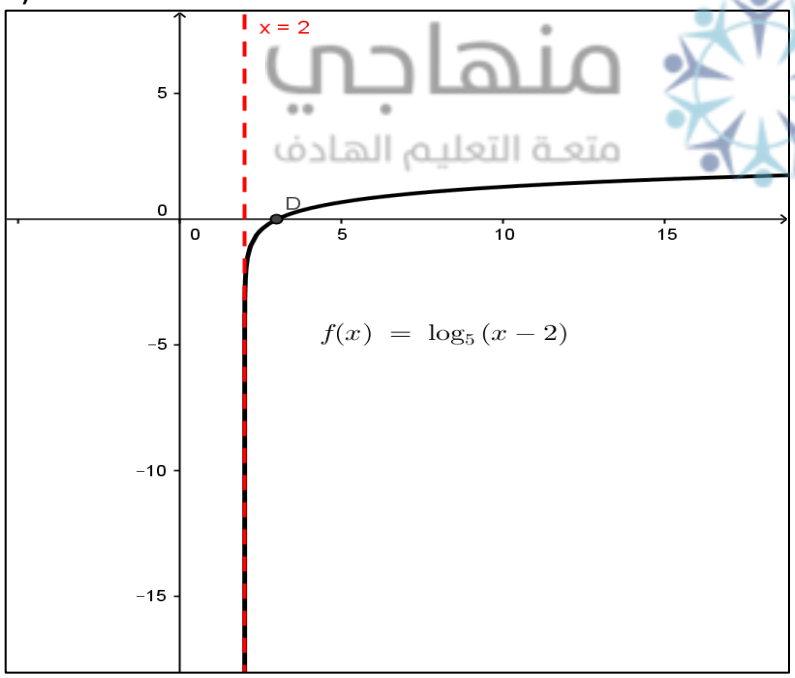
ليس له مقطع y

مقطع x هو x=1

له خط تقارب رأسي هو محور y

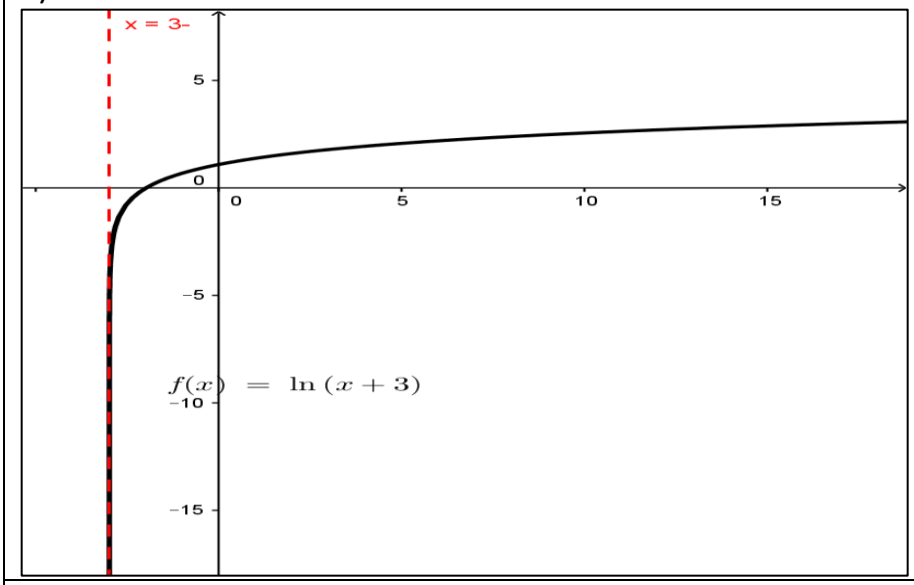
اتحقق من فهمي مثال 7 صفحة 82

a)

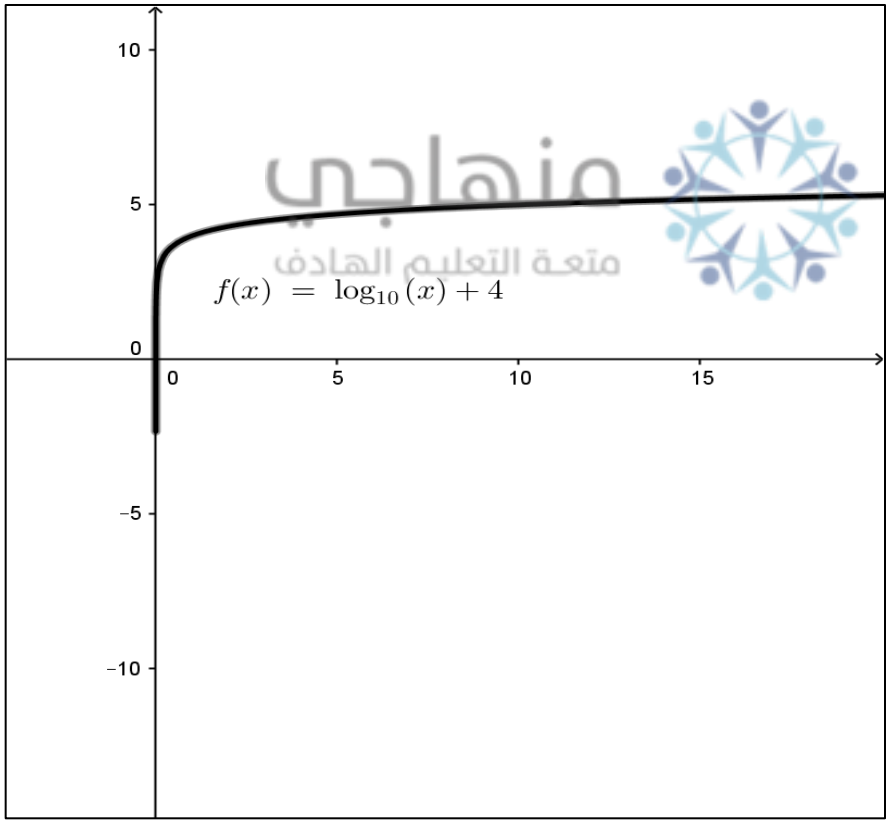



منهاجي
متعة التعليم الهادف

b)

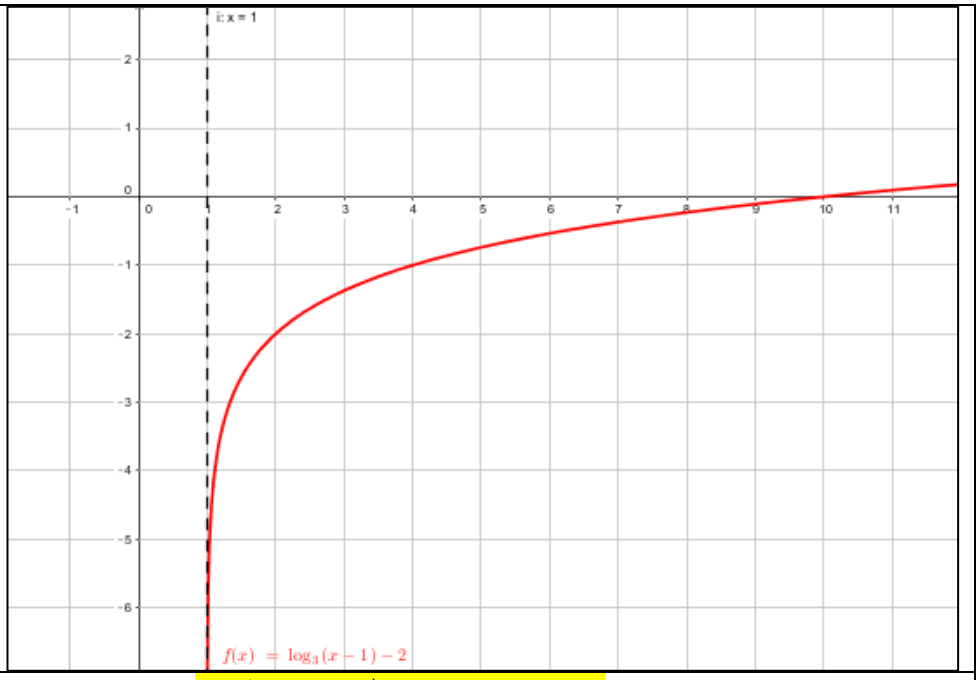



c)




منهاجي
متعة التعليم الهادف

d)




اتحقق من فهمي مثال 8 صفحة 83

$$p^H = -\log[H^+]$$

$$p^H = -\log(5.88 \times 10^{-7}) \approx 6.23$$

إذن الشامبو حمضي

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أتدرب وأحل المسائل صفحة 84

1) $\log_4 1025 = 5 \Leftrightarrow 4^5 = 1025$

2) $\log_3 729 = 6 \Leftrightarrow 3^6 = 729$

3) $\log_8 2 = \frac{1}{3} \Leftrightarrow 8^{\frac{1}{3}} = 2$

4) $\log_{25} 5 = 0.5 \Leftrightarrow 25^{0.5} = 5$

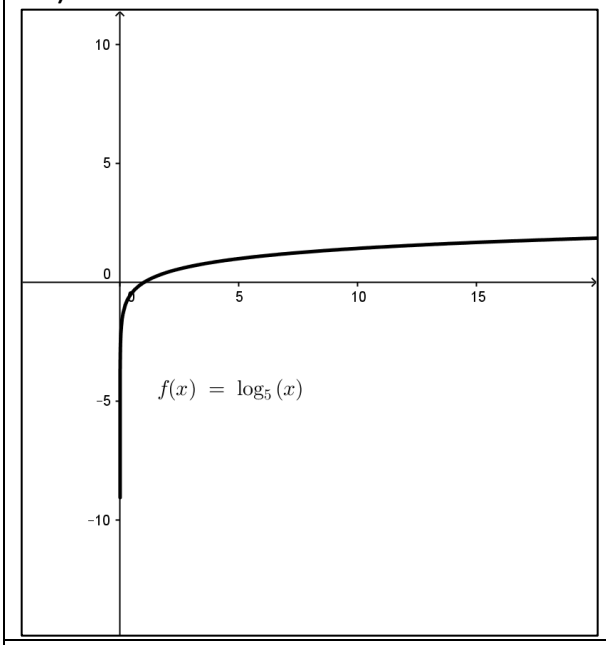
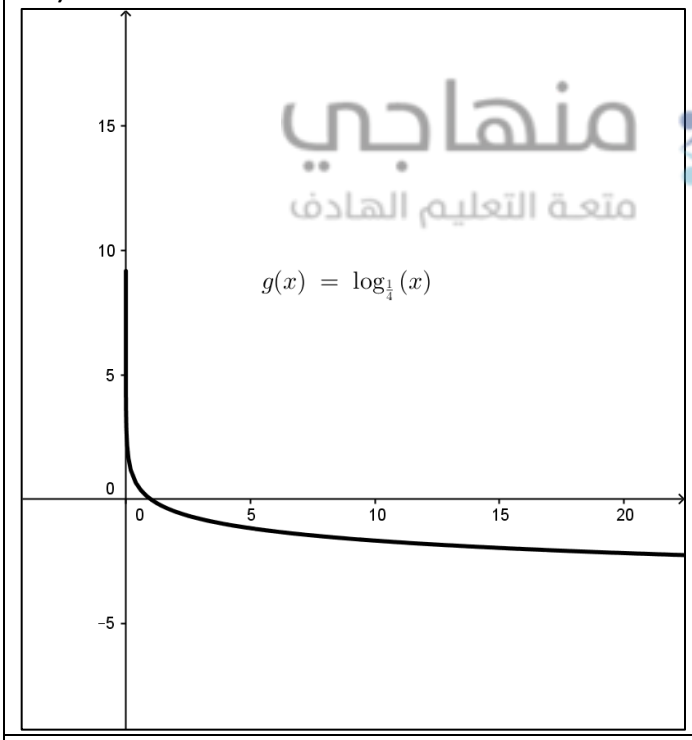
5) $6^3 = 216 \Leftrightarrow \log_6 216 = 3$

6) $3^{-2} = \frac{1}{9} \Leftrightarrow \log_3 \frac{1}{9} = -2$

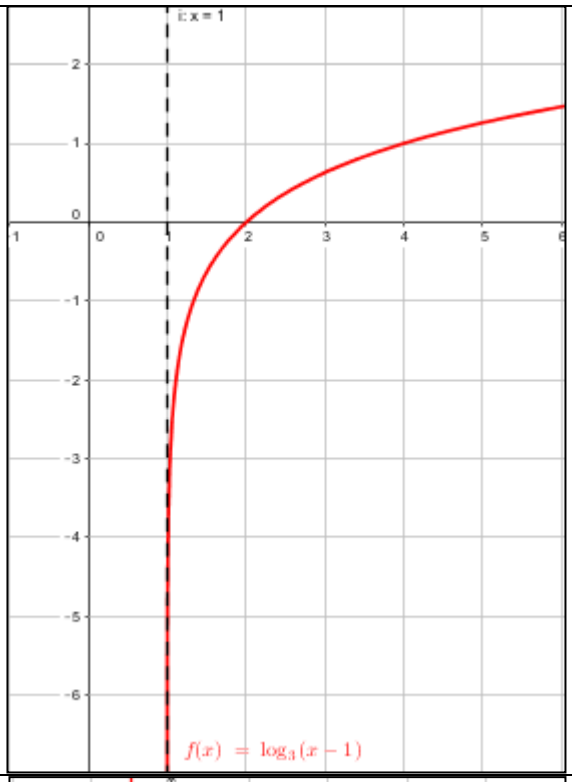
7) $5^4 = 625 \Leftrightarrow \log_5 625 = 4$

8) $2^{-3} = 0.125 \Leftrightarrow \log_2 0.125 = -3$

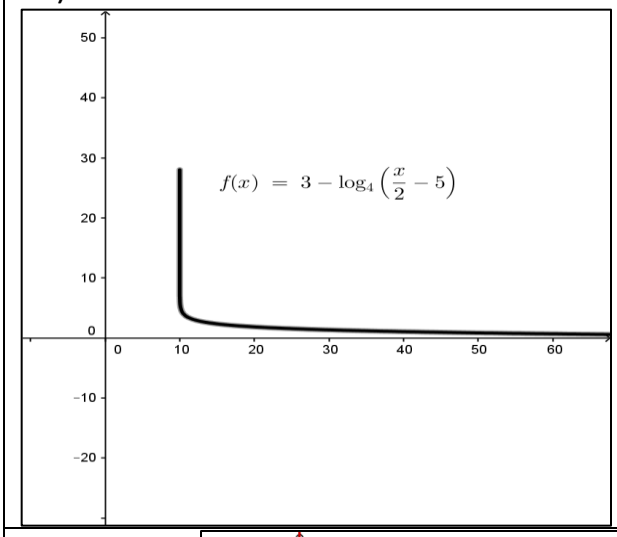
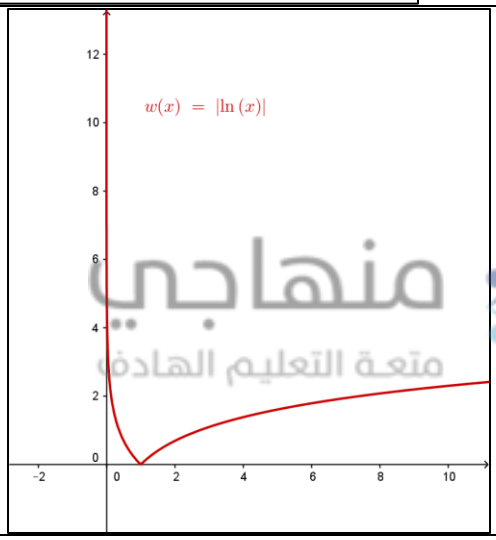
| |
|---|
| 9)<br>$\log_2 256 = \log_2 2^8 = 8$ |
| 10)<br>$\log_9 27 = y \Rightarrow 9^y = 27$<br>$3^{2y} = 3^3 \Rightarrow 2y = 3$<br>$\Rightarrow y = \frac{3}{2}$ |
| 11)<br>$\log 0.1 = \log 10^{-1} = -1$ |
| 12)<br>$\log_{\frac{7}{2}} 1 = 0$ |
| 13)<br>$e^{\ln\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$ |
| 14)<br>$\log_y \sqrt[3]{y} = \log_y y^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$ |
| 15)<br>$\log(0.1 \times 10^{-6}) = \log(10^{-1} \times 10^{-6}) = -7$ |
| 16)<br>$6^{\log_6 2.8} = 2.8$ |
| 17)<br>$\log\frac{1}{32} \approx -1.5$ |
| 18)<br>$\log(2.77 \times 10^{-4}) \approx -3.6$ |
| 19)<br>$\ln 0.000062 \approx -9.7$ |
| 20)<br>$\ln \pi \approx 1.1$ |
| |

| | |
|---|---|
| 21)<br>  <br> | المجال في الفترة $(0,\infty)$<br>المدى الاعداد الحقيقية R<br>الإقتران متزايد<br>ليس له مقطع y<br>مقطع x هو x=1<br>له خط تقارب رأسي هو محور y |
| 22)<br>  <br> | المجال في الفترة $(0,\infty)$<br>المدى الاعداد الحقيقية R<br>الإقتران متناقص<br>ليس له مقطع y<br>مقطع x هو x=1<br>له خط تقارب رأسي هو محور y |
| | |

منهاجي
متعة التعليم الهادف

| | | |
|---|---|---|
| 23) |  | المجال في الفترة (∞,1)<br>المدى الاعداد الحقيقية R<br>الإقتران متزايد<br>ليس له مقطع y<br>مقطع x هو x=2<br>له خط تقارب رأسي هو x=1 |
| 24) | | المجال في الفترة ( ∞,-0.5)المدى<br>الاعداد الحقيقية R<br>الإقتران متزايد<br>له مقطع y هو y=8<br>مقطع x هو x=-0.4<br>له خط تقارب رأسي هو x=-0.5 |

منهاجي
متعة التعليم الهادف

| | |
|---|---|
| 25)<br>  <br> | المجال في الفترة ( ∞,10)المدى<br>الاعداد الحقيقية R<br>الإقتران متناقص<br>ليس له مقطع y<br>ليس له مقطع x<br>له خط تقارب رأسي هو x=10 |
| 26)<br>  <br> | المجال في الفترة (0,∞)<br>المدى الاعداد الحقيقية R<br>الإقتران متناقص في الفترة (0,1)<br>ومتزايد في الفترة (1,∞)<br>ليس له مقطع y<br>مقطع x هو x=1<br>له خط تقارب رأسي هو محور y |
| 27)<br>$S(t) = 78 - 15\log(t+1)$<br>$S(0) = 78 - 15\log 1 = 78$ | |
| 28)<br>$S(t) = 78 - 15\log(t+1)$<br>$S(4) = 78 - 15\log(5) \approx 67.5$ | |
| 29)<br>$f(x) = \log_a x$<br>$2 = \log_a 2$<br>$a^2 = 2 \Rightarrow a = \sqrt{2}$ | |
| 30)<br>$f(x) = \log_c x$<br>$-4 = \log_c \frac{1}{2}$ | |

منهاجي
متعة التعليم الهادف

| |
|---|
| $$\Rightarrow c^{-4} = \frac{1}{2} \Rightarrow c^4 = 2 \Rightarrow c = 2^{\frac{1}{4}}$$ |
| 31)<br>$$A = 2 - \log 100T$$<br>$$A = 2 - \log(100 \times 0.72) \approx 0.143$$ |
| 32)<br>$$A = 2 - \log 100T$$<br>$$0.174 = 2 - \log 100T$$<br>$$\log 100T = 2 - 0.174 = 1.826$$<br>$$\Rightarrow 100T = 10^{1.826} \Rightarrow T = \frac{10^{1.826}}{100} \approx 0.67$$ |
| 33)<br>التمثيل البياني له هو الرسم b لأن مجاله في الفترة $(1,\infty)$ |
| 34)<br>التمثيل البياني له هو الرسم c لأن مقطع x هو x=3 والاقتران متزايد |
| 35)<br>التمثيل البياني له هو الرسم a لأن مقطع x له هو x=3 والاقتران متناقص |
| 36)<br>مقطع x عندما f(x)=0<br>$$f(x) = \log(x - k)$$<br>$$0 = \log(x - k)$$<br>$$x - k = 1 \Rightarrow x = k + 1$$ |
| 37)<br>عبارة صحيحة لأن الاقتران اللوغاريتمي يجب أن يكون ما بداخله قيمة موجبة |
| 38)<br>عبارة صحيحة لأن مدى الاقتران اللوغاريتمي دائما الاعداد الحقيقية |
| 39)<br>عبارة صحيحة لأن مجال الاقتران يكون دائما محدد بنقطة بداية وتشكل خط التقارب الرأسي للاقتران |
| 40)<br>$$\log_5 28 = h \Rightarrow 5^h = 28 \Rightarrow h > 2$$<br>$$\log_6 32 = y \Rightarrow 6^y = 32 \Rightarrow y < 2$$<br>$$\log_7 40 = z \Rightarrow 7^z = 40 \Rightarrow z < 2$$<br>إذن الاقتران الاكبر هو $\log_5 28$ |

منهاجي
التعليم الهادف

# الدرس الثالث: قوانين اللوغاريتمات

| |
|---|
| اتحقق من فهمي مثال 1 صفحة 88 |
| a)<br>$\log_b 12 = \log_b 3 \times 4 = \log_b 3 + \log_b 4$<br>$\approx 0.68 + 0.86 = 1.54$ |
| b)<br>$\log_b 9 = \log_b 3^2$<br>$= 2\log_b 3 \approx 2 \times 0.68 = 1.36$ |
| c)<br>$\log_b 0.75 = \log_b \frac{3}{4}$<br>$\log_b 3 - \log_b 4$<br>$\approx 0.68 - 0.86 = -0.18$ |
| d)<br>$\log_b \frac{1}{3} = \log_b 1 - \log_b 3$<br>$\approx 0 - 0.68 = -0.68$ |
| اتحقق من فهمي مثال 2 صفحة 89 |
| a)<br>$\log_3 a^2bc^3$<br>$= \log_3 a^2 + \log_3 b + \log_3 c^3$<br>$= 2\log_3 a + \log_3 b + 3\log_3 c$ |
| b)<br>$\ln a^2\sqrt{a-1} = \ln a^2 + \ln(a-1)^{\frac{1}{2}}$<br>$= 2\ln a + \frac{1}{2}\ln(a-1)$ |
| c)<br>$\log\left(\frac{x^2-1}{x^3}\right) = \log(x^2-1) - \log x^3$<br>$= \log(x^2-1) - 3\log x$ |
| d)<br>$\log_b\left(\frac{x^2y}{b^3}\right) = \log_b x^2 + \log_b y - \log_b b^3$<br>$= 2\log_b x + \log_b y - 3$ |
| اتحقق من فهمي مثال 3 صفحة 91 |
| a)<br>$\ln 25 + \ln 4 = \ln 25 \times 4 = \ln 100 = 2\ln 10$ |

b)

$$\ln(3x+1) - \ln(3x^2 - 5x - 2)$$
$$= \ln\left(\frac{3x+1}{3x^2 - 5x - 2}\right)$$
$$= \ln\left(\frac{3x+1}{(3x+1)(x-2)}\right)$$
$$= \ln\left(\frac{1}{x-2}\right) = \ln 1 - \ln(x-2)$$
$$= -\ln(x-2)$$

c)

$$\frac{1}{2}(\log_2(a^2+ab) - \log_2 a)$$
$$= \frac{1}{2}(\log_2 a(a+b) - \log_2 a)$$
$$= \frac{1}{2}(\log_2 a + \log_2(a+b) - \log_2 a) = \frac{1}{2}\log_2(a+b)$$

d)

$$\frac{1}{3}(\log_2 x + \log_2(x-4))$$
$$= \frac{1}{3}(\log_2 x(x-4))$$
$$\log_2(x^2-4x)^{\frac{1}{3}}$$
$$= \log_2 \sqrt[x]{x^2-4x}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

اتحقق من فهمي مثال 4 صفحة 92

a)

$$\log_2 89 = \frac{\log 89}{\log 2} \approx 6.48$$

b)

$$\log_5 19 = \frac{\ln 19}{\ln 5} \approx 1.83$$

c)

$$\log_{\frac{1}{2}} 12 = \frac{\ln 12}{\ln \frac{1}{2}} \approx -3.58$$

d)

$$\log_8 e^2 = \frac{\ln e^2}{\ln 8} \approx \frac{2}{2.08} \approx 0.96$$

## اتحقق من فهمي مثال 5 صفحة 96

a)

$$5^x = 8$$

بأخذ اللوغاريتم للطرفين

$$\log 5^x = \log 8 \Rightarrow x \log 5 = \log 8$$
$$\Rightarrow x = \frac{\log 8}{\log 5} \approx 1.2920$$

b)

$$4e^{2x} - 3 = 2$$
$$4e^{2x} = 5$$
$$e^{2x} = \frac{5}{4}$$
$$\ln e^{2x} = \ln 1.25$$
$$2x \approx 0.2231$$
$$x \approx 0.1116$$

c)

$$2^{x-1} = 3^{3x+2}$$
$$2^x \times 2^{-1} = 3^{3x} \times 3^2$$
$$\frac{2^x}{2} = 27^x \times 9$$
$$\left(\frac{2}{27}\right)^x = 18$$
$$x \log\left(\frac{2}{27}\right) = \log 18$$
$$x = \frac{\log 18}{\log\left(\frac{2}{27}\right)} \approx -1.8128$$

d)

$$9^x + 3^x - 20 = 0$$

بفرض $y = 3^x$

$$y^2 + y - 20 = 0$$
$$(y+5)(y-4) = 0$$
$y = -5 \Rightarrow 3^x = -5$ مرفوض

Or

$$y = 4 \Rightarrow 3^x = 4 \Rightarrow \log_3 4 = x$$
$$\Rightarrow x \approx 1.2619$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

## اتحقق من فهمي مثال 6 صفحة 97

a)

$$5 + 2\ln x = 4$$
$$\ln x^2 = -1 \Rightarrow x^2 = e^{-1}$$
$$\Rightarrow x = e^{-\frac{1}{2}}$$

b)

$$\log_5(x+6) + \log_5(x+2) = 1$$
$$\log_5(x+6)(x+2) = 1$$
$$x^2 + 8x + 12 = 5^1$$
$$x^2 + 8x + 7 = 0$$
$$(x+1)(x+7) = 0$$
$$x = -7 \text{ مرفوض}$$
$$or\ x = -1$$

## اتحقق من فهمي مثال 7 صفحة 98

$$A(p) = \frac{\ln p}{-0.000121}$$
$$4000 = \frac{\ln p}{-0.000121}$$
$$\ln p = -0.484$$
$$p = e^{-0.484} \approx 0.62 = 62\%$$

منهاجي
مع التعليم الهادف

## أتدرب وأحل المسائل صفحة 98

1)

$$\log_a \frac{7}{11} = \log_a 7 - \log_a 11 \approx -0.196$$

2)

$$\log_a 77 = \log_a 7 \times 11 = \log_a 7 + \log_a 11 \approx 1.886$$

3)

$$\frac{\log_a 11}{\log_a 7} \approx 1.232$$

4)

$$\log_a \frac{1}{7} = \log_a 1 - \log_a 7 \approx 0 - 0.845 = -0.845$$

5)

$$\log_a 539 = \log_a 7^2 \times 11 = 2\log_a 7 + \log_a 11 \approx 2.731$$

6)

$$\log_7 11 = \frac{\log_a 11}{\log_a 7} \approx 1.232$$

7)

$$\log_a 11a^2 = \log_a 11 + 2\log_a a \approx 3.041$$

8)

$$\log_a \sqrt[3]{121} = \log_a 11^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}\log_a 11 \approx 0.694$$

9)

$$\log_a \left(\frac{xy}{z}\right) = \log_a x + \log_a y - \log_a z$$

10)

$$\log_a (xyz) = \log_a x + \log_a y + \log_a z$$

11)

$$\ln \sqrt[3]{5x^2} = \ln 5^{\frac{1}{3}} + \ln x^{\frac{2}{3}} = \frac{1}{3}\ln 5 + \frac{2}{3}\ln x \approx 0.536 + \frac{2}{3}\ln x$$

12)

$$\log \sqrt{\frac{m^8 n^{12}}{a^3 b^5}} = \log \frac{m^4 n^6}{a^{\frac{3}{2}} b^{\frac{5}{2}}}$$

$$= 4\log m + 6\log n - \frac{3}{2}\log a - \frac{5}{2}\log b$$

13)

$$\ln 75 + \ln 2 = \ln 150$$

14)

$$\log x + \log(x^2 - 1) - \log 7 - \log(x + 1)$$

$$= \log\left(\frac{x(x^2 - 1)}{7(x + 1)}\right) = \log\left(\frac{x(x + 1)(x - 1)}{7(x + 1)}\right)$$

$$= \log\left(\frac{x(x - 1)}{7}\right) = \log\left(\frac{x^2 - x}{7}\right)$$

15)

$$\log_a \frac{a}{\sqrt{x}} - \log_a \sqrt{ax}$$

$$= \log_a a - \log_a x^{\frac{1}{2}} - \log_a a^{\frac{1}{2}} - \log_a x^{\frac{1}{2}}$$

$$= 1 - 2\log_a x^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}$$

$$= 1 - \log_a x - \frac{1}{2} = \frac{1}{2} - \log_a x$$

16)

$$\frac{2}{3}(\ln(x^2-9)-\ln(x+3)+\ln(x+y))$$
$$=\frac{2}{3}(\ln(x-3)+\ln(x+3)-\ln(x+3)+\ln(x+y))$$
$$=\frac{2}{3}(\ln(x-3)+\ln(x+y))$$
$$=\ln\sqrt[3]{(x^2-3x-3y+xy)^2}$$

17)

$$\log_4 17=\frac{\log 17}{\log 4}\approx 2.0437$$

18)

$$\log_4\frac{1}{100}=\frac{\ln 0.01}{\ln 4}\approx -3.3219$$

19)

$$\log_9 0.0006=\frac{\log 0.0006}{\log 9}\approx -3.3763$$

20)

$$\log_8 120=\frac{\log 120}{\log 8}\approx 2.3022$$

هادي
متعة التعليم الهادف

21)

$$H=15500(5-\log p)$$
$$8850=15500(5-\log p)$$
$$0.57=5-\log p$$
$$\log p=5-0.57$$
$$\log p=4.43\Rightarrow p=10^{4.43}\approx 26915.35$$

22)

$$5^{x+2}=4^{1-x}$$
$$\Rightarrow 5^x\times 5^2=\frac{4^1}{4^x}$$
$$\Rightarrow 5^x\times 4^x\times 25=4$$
$$\Rightarrow 20^x=\frac{4}{25}$$
$$\Rightarrow \ln 20^x=\ln 0.16$$
$$\Rightarrow x=\frac{\ln 0.16}{\ln 20}\approx -0.6117$$

23)

$$e^x + e^{-x} - 6 = 0$$

بالضرب في $e^x$

$$e^{2x} + 1 - 6e^x = 0$$

بفرض $y = e^x$

$$y^2 - 6y + 1 = 0$$

$$y = \frac{6 \pm \sqrt{32}}{2}$$

$$y = 3 \pm 2\sqrt{2}$$

$$e^x = 3 + 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \ln\left(3 + 2\sqrt{2}\right) \approx 1.7627$$

$$or$$

$$e^x = 3 - 2\sqrt{2} \Rightarrow x = \ln\left(3 - 2\sqrt{2}\right) \approx -1.7627$$

24)

$$3^{x^2+4x} = \frac{1}{27}$$

$$\Rightarrow 3^{x^2+4x} = 3^{-3}$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x = -3$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$$

$$(x+1)(x+3) = 0$$

$$\Rightarrow x = -1 \ or \ x = -3$$

متعة التعليم الهادف

25)

$$25^x - 3(5^x) + 2 = 0$$

$$\Rightarrow 5^{2x} - 3(5^x) + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (5^x - 2)(5^x - 1) = 0$$

$$5^x = 2 \Rightarrow \log_5 2 = x$$

$$\Rightarrow x = \frac{\log 2}{\log 5} \approx 0.4307$$

$$or$$

$$5^x = 1 \Rightarrow x = 0$$

26)

$$\log(x+5) - \log(x-3) = \log 2$$

$$\log\left(\frac{x+5}{x-3}\right) = \log 2$$

$$\frac{x+5}{x-3} = 2$$

$$x + 5 = 2x - 6 \Rightarrow x = 11$$

27)

$$\ln(x+8)+\ln(x-1)=2\ln x$$
$$\ln(x+8)(x-1)=\ln x^2$$
$$(x+8)(x-1)=x^2$$
$$x^2+7x-8=x^2 \Rightarrow 7x=8 \Rightarrow x=\frac{8}{7}$$

28)

$$\log_3(\log_4 x)=0 \Rightarrow \log_4 x=3^0$$
$$\Rightarrow \log_4 x=1 \Rightarrow x=1$$

29)

$$\ln x^2=(\ln x)^2$$
$$2\ln x-(\ln x)^2=0$$
$$\ln x\,(2-\ln x)=0$$
$$\Rightarrow \ln x=0 \Rightarrow x=1$$
$$or$$
$$\ln x=2 \Rightarrow x=e^2$$

30)

$$2\log 50=3\log 25+\log(x-2)$$
$$2(\log 5+\log 10)=3\log 5^2+\log(x-2)$$
$$2\log 5+2=6\log 5+\log(x-2)$$
$$2=4\log 5+\log(x-2)$$
$$\log(x-2)\,(5^4)=2$$
$$(x-2)(625)=10^2$$
$$625x-1250=100 \Rightarrow x=\frac{1350}{625}=2.16$$

31)

$$T=27+219e^{-0.032t}$$
$$100=27+219e^{-0.032t}$$
$$73=219e^{-0.032t}$$
$$\frac{1}{3}=e^{-0.032t} \Rightarrow \ln\frac{1}{3}=-0.032t \Rightarrow t=\frac{\ln\frac{1}{3}}{-0.032}\approx 34.332$$

32)

$$7e^{3k}-7e^{-3k}-48=0$$

بالضرب في $e^{3k}$

$$7e^{6k}-7-48e^{3k}=0$$

بفرض $y=e^{3k}$

$$7y^2-48y-7=0$$

$$y = \frac{48 \pm \sqrt{2108}}{14}$$

$$e^{3k} = \frac{48 + \sqrt{2108}}{14} \Rightarrow e^{3k} \approx 6.7 \Rightarrow 3k = \ln 6.7 \Rightarrow k \approx 0.634$$

$$or$$

$$e^{3k} = \frac{48 - \sqrt{2108}}{14} \Rightarrow e^{3k} \approx 0.15 \Rightarrow 3k = \ln 0.15 \Rightarrow k \approx -0.634$$

33)

$$\left|2^{x^2} - 8\right| = 3$$

$$2^{x^2} - 8 = 3 \qquad or \qquad 2^{x^2} - 8 = -3$$

$$2^{x^2} - 8 = 3 \Rightarrow 2^{x^2} = 11 \Rightarrow x^2 \log 2 = \log 11 \Rightarrow x^2 \approx 3.459 \Rightarrow x \approx 1.86$$

$$or$$

$$2^{x^2} - 8 = -3 \Rightarrow 2^{x^2} = 5 \Rightarrow x^2 \log 2 = \log 5 \Rightarrow x^2 \approx 2.322 \Rightarrow x \approx 1.52$$

34)

$$\log_3 x = k \log_2 x$$

$$\frac{\log x}{\log 3} = k \frac{\log x}{\log 2}$$

$$\Rightarrow k = \left(\frac{\log x}{\log 3}\right)\left(\frac{\log 2}{\log x}\right) \Rightarrow k = \frac{\log 2}{\log 3} \approx 0.6309$$

35)

$$f(x) = e^x - e^{-x}$$

$$f(x) = y$$

$$\Rightarrow y = e^x - e^{-x}$$

$$e^x(y) = e^{2x} - 1$$

$$\Rightarrow y = \frac{e^{2x} - 1}{e^x}$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln\left(\frac{e^{2x} - 1}{e^x}\right)$$

$$\Rightarrow \ln y = \ln(e^{2x} - 1) - \ln(e^x)$$

$$\Rightarrow \ln y = 2x - 1 - x$$

$$\Rightarrow \ln y = x - 1$$

$$\Rightarrow x = \ln y + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \ln x + 1$$

# اختبار نهاية الوحدة صفحة 100

| 1) a | 2) b | 3) a | 4) b | 5) d | 6) d |
|---|---|---|---|---|---|

7)

$$\log_3 15 = \log_3 5 + \log_3 3 = c + 1$$

8)

$$\log_3 0.2 = \log_3 \frac{1}{5} = \log_3 1 - \log_3 5 = -c$$

9)

$$\log_3 125 = \log_3 5^3 = 3c$$

10)

$$\log_9 5 = \frac{\log_3 5}{\log_3 9} = \frac{c}{2}$$

11)

$$\frac{1}{4}\log_3(x-3) = \log_3 6$$

$$\log_3(x-3)^{\frac{1}{4}} = \log_3 6$$

$$\Rightarrow (x-3)^{\frac{1}{4}} = 6$$

$$\Rightarrow x - 3 = 1296 \Rightarrow x = 1299$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

12)

$$\log_4(x+3) + \log_4(x-3) = 2$$

$$\Rightarrow \log_4(x+3)(x-3) = 2$$

$$\Rightarrow x^2 - 9 = 4^2 \Rightarrow x^2 = 25 \Rightarrow x = 5$$

13)

$$e^x + e^{-x} = 5 \Rightarrow e^{2x} + 1 = 5e^x$$

بفرض $y = e^x$

$$\Rightarrow y^2 - 5y + 1 = 0$$

$$\Rightarrow y = \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}$$

$$\Rightarrow y \approx 4.791 \quad or \quad y \approx 0.209$$

$$\Rightarrow e^x = 4.791 \Rightarrow x = \ln 4.791 \approx 1.57$$

$$or$$

$$\Rightarrow e^x = 0.209 \Rightarrow x = \ln 0.209 \approx -1.57$$

14)

$$27 = 9^{x^2} \times 3^{5x}$$

$$3^3 = 3^{2x^2} \times 3^{5x}$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 5x = 3$$

$$(2x-1)(x+3)=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2} \quad or\ x=-3$$

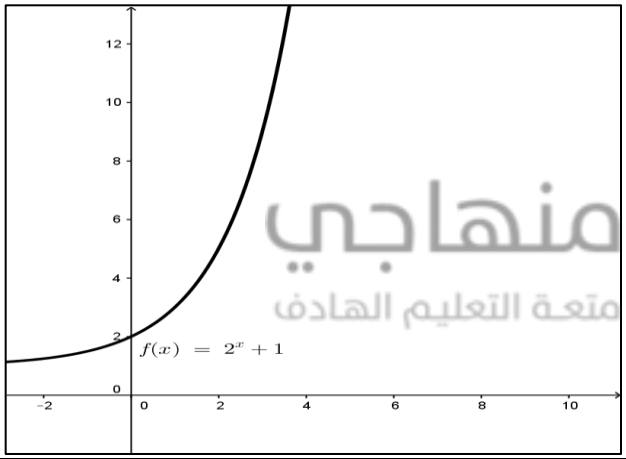
15)

$$T = 18 + 12e^{0.002t}$$
$$T = 18 + 12e^{0.002\times 5}$$
$$T \approx 30.121$$

16)

$$T = 18 + 12e^{0.002t}$$
$$50 = 18 + 12e^{0.002t}$$
$$32 = 12e^{0.002t} \Rightarrow e^{0.002t} \approx 2.7$$
$$\Rightarrow e^{0.002t} = e \Rightarrow t = \frac{1}{0.002} = 500$$

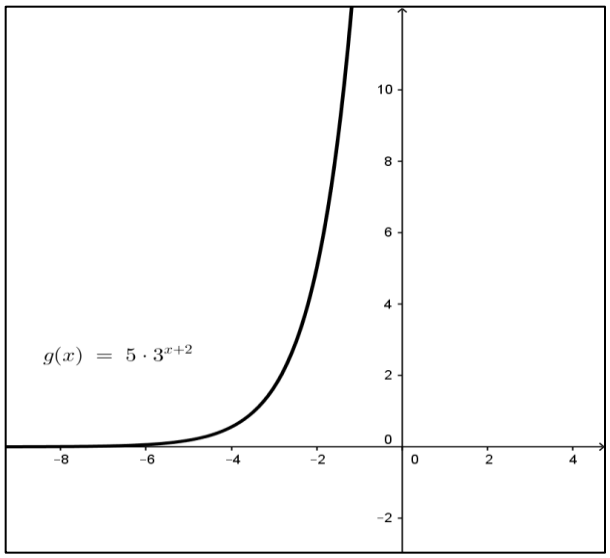
17)




المجال الاعداد الحقيقية R

المدى $(1,\infty)$

18)

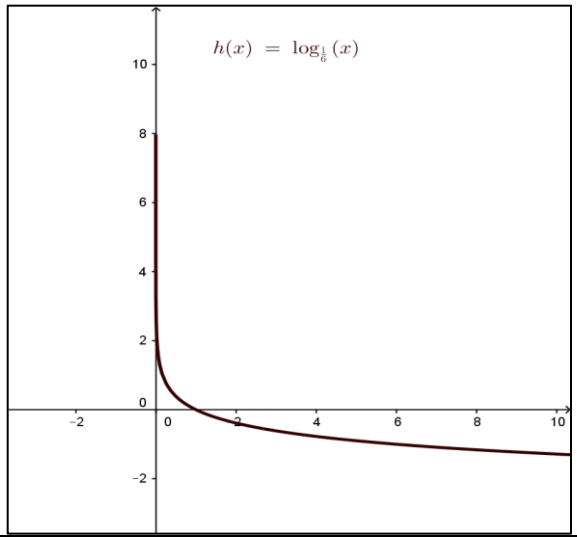



المجالالأعداد الحقيقية R

المدى $(0,\infty)$

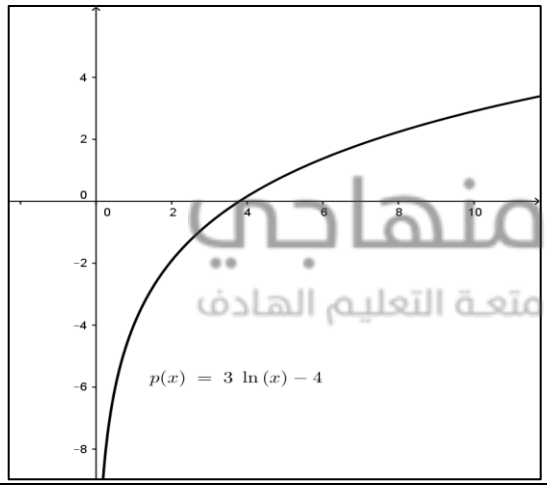
منهاجي
متعة التعليم الهادف

19)




المجال $(0,\infty)$
المدى الأعداد الحقيقية R

20)




المجال $(0,\infty)$
المدى الأعداد الحقيقية R

21)

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$L = 10 \log\left(\frac{5500\, I_0}{I_0}\right)$$

$$L = 10 \log 5500 \approx 37.404$$

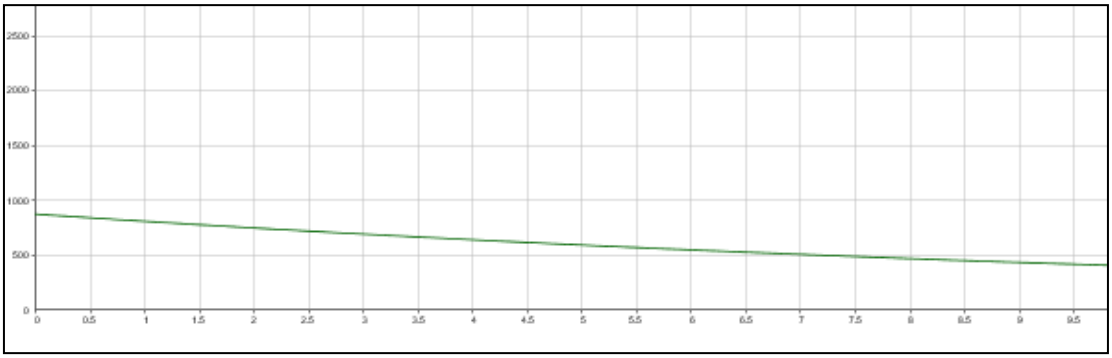
22)

$$L = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$32 = 10 \log\left(\frac{I}{I_0}\right)$$

$$3.2 = \log\left(\frac{I}{I_0}\right) \Rightarrow 10^{3.2} = \frac{I}{I_0} \Rightarrow I = 10^{3.2} I_0$$

23)




24)

$$N = 873e^{-0.078t}$$
$$N = 873e^{-0.078\times 10} \approx 400$$

25)

$$\log_a \sqrt{xyz} = \frac{1}{2}(\log_a x + \log_a y + \log_a z)$$

26)

$$\ln\left(\frac{2}{3x^3y}\right) = \ln 2 - \ln 3 - 3\ln x - \ln y$$

27)

$$\ln\left(\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right) = \ln x - \frac{1}{2}\ln(x^2+1)$$

28)

$$\log_a x\sqrt{y} = \log_a x + \frac{1}{2}\log_a y$$

29)

$$2\log x - \log(x+1) = \log\left(\frac{x^2}{x+1}\right)$$

30)

$$\log(x^2-5x-14) - \log(x^2-4)$$
$$= \log\left(\frac{x^2-5x-14}{x^2-4}\right)$$
$$= \log\left(\frac{(x-7)(x+2)}{(x-2)(x+2)}\right) = \log\left(\frac{x-7}{x-2}\right)$$

| | | |
|---|---|---|
| 31)<br>$$4\log_b x - 2\log_b 6 - \frac{1}{2}\log_b y$$<br>$$= \log_b x^4 - \log_b 36 - \log_b \sqrt{y}$$<br>$$\log_b \left(\frac{x^4}{36\sqrt{y}}\right)$$ | | |
| 32) b | 33) a | 34) c |

منهاجي
متعة التعليم الهادف