

الفصل الأول: البوابات المنطقية

◀ يتكون الحاسوب من الكثير من الدوائر المنطقية التي تستخدم في معالجة البيانات الممثلة بالنظام الثنائي (1,0)، والدوائر المنطقية تتكون من البوابات المنطقية.

ما المقصود بالتعبير العلائقي

هو جملة خبرية يكون ناتجها إما صواباً (1) وإما خطأ (0)، وتكتب هذه التعبيرات باستخدام عمليات المقارنة ($>, <, =, \leq, \geq, \pm$)

ما المقصود بالمعامل المنطقي

هو رابط يُستخدم للربط بين تعبيرين علائقيين أو أكثر؛ لتكوين عبارة منطقية مركبة، ومن أهمها AND, OR، أو نفي تعبير منطقي باستخدام NOT.

ما المقصود بالعبارة المنطقية المركبة

هي جملة خبرية تتكون من تعبيرين علائقيين أو أكثر، يربط بينها معاملات منطقية (AND, OR) وتكون قيمتها إما صواباً (1) وإما خطأ (0).

أولاً: مفهوم البوابات المنطقية

ما المقصود بالبوابة المنطقية:

دائرة إلكترونية بسيطة، تقوم بعملية منطقية على مدخل واحد أو أكثر، وتنتج مخرجاً منطقياً واحداً.

أين تستخدم البوابات المنطقية

في بناء معالجات الأجهزة الإلكترونية والحواسيب

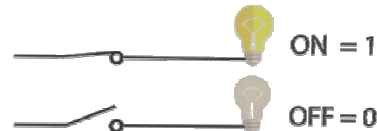
◀ تعتمد البوابات المنطقية في عملها على مبدأ الصواب أو الخطأ، أو ما يسمى رقمياً 1,0 (رموز النظام الثنائي)، وهذا هو المبدأ الأساسي المستخدم في مدخلات هذه البوابات، والذي يتحكم بمخرجات الدوائر المنطقية.

مثال: الدارة الكهربائية البسيطة (مثال على حالات البوابة المنطقية)

تحتوي هذه الدائرة على مصباح كهربائي ومفتاح توصيل

١. عند غلق الدارة بوساطة المفتاح يضيء المصباح، وتمثل الحالة بالرمز (1).

٢. عند فتح الدارة بوساطة المفتاح ينطفئ المصباح، وتمثل الحالة بالرمز (0).



ثانياً : أنواع البوابات المنطقية

عدد أنواع البوابات المنطقية

١. الأساسية (AND, OR, NOT)

٢. المشتقة (NOR, NAND)

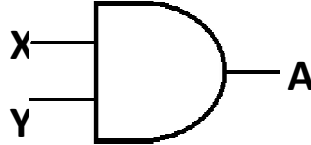
١. البوابة المنطقية AND

◀ تعد من البوابات المنطقية الأساسية. التي تدخل في بناء معظم الدوائر المنطقية.

◀ لها مدخلان ومخرج واحد

◀ تسمى (و) المنطقية.

◀ يرمز لها بالرمز



رمز البوابة المنطقية AND

◀ حيث يشير X, Y إلى مداخل البوابة، و A مخرج البوابة، ويعبر عنها بالعبارة المنطقية $A = X \text{ AND } Y$

آلية عمل البوابة AND

◀ تعطي البوابة مخرجاً قيمته (1) إذا كانت قيمة المداخل جميعها (1) فقط.

◀ وتعطي مخرجاً قيمته (0) إذا كانت قيمة أي من المدخلين أو كلاهما (0) ويمثل الجدول التالي جدول الحقيقة للبوابة

المنطقية AND

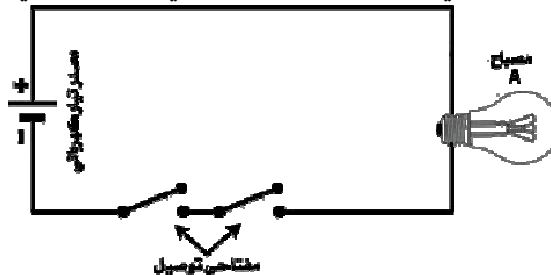
X	Y	A = X AND Y
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

ما المقصود بجدول الحقيقة

جدول الحقيقة تمثل لعبارة منطقية يبين الاحتمالات المختلفة للمتغيرات المكونة للعبارة المنطقية، ونتيجة هذه الاحتمالات.

◀ فعدد الاحتمالات في الجدول يساوي 2^n حيث إن n تمثل عدد المتغيرات في العبارة المنطقية، وكل متغير يأخذ قيمتين إما (0) أو (1). مثلاً، يحتوي جدول الحقيقة للعبارة المنطقية X AND Y على أربعة احتمالات (2^2).

◀ تستطيع تصميم دائرة كهربائية تمثل البوابة المنطقية AND بمفتاحي توصيل في وضعية التوالي، بحيث يضيء المصباح عندما يكون كلا المفتاحين في حالة إغلاق فقط، كما في الشكل التالي



دائرة كهربائية تمثل البوابة المنطقية AND

٢. البوابة المنطقية OR

◀ تعد من البوابات المنطقية الأساسية. التي تدخل في بناء معظم الدوائر المنطقية.

◀ لها مدخلان ومخرج واحد

◀ تسمى (أو) المنطقية.

◀ يرمز لها بالرمز

رمز البوابة المنطقية OR

◀ حيث يشير X, Y إلى مداخل البوابة ، و A مخرج البوابة، ويعبر عنها بالعلاقة المنطقية $A = X \text{ OR } Y$

آلية عمل البوابة OR

◀ تعطي البوابة مخرجاً قيمته (1) إذا كانت قيمة أي من المدخلين أو كلاهما (1) .

◀ وتعطي مخرجاً قيمته (0) إذا كانت قيمة كلا المدخلين (0) ويمثل الجدول التالي جدول الحقيقة للبوابة المنطقية OR

X	Y	A = X OR Y
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

◀ تستطيع تصميم دائرة كهربائية تمثل البوابة المنطقية OR بمفتاحي توصيل في وضعية التوازي، بحيث يضيء

المصباح عندما يكون أي من المفتاحين أو كلاهما في حالة إغلاق فقط، كما في الشكل التالي

٣. البوابة المنطقية NOT

◀ تعد من البوابات المنطقية الأساسية. التي تدخل في بناء معظم الدوائر المنطقية.

◀ لها مدخل واحد فقط ومخرج واحد .

◀ تسمى العاكس. أي أنها تغير القيمة المنطقية للمدخل إلى عكسه.

◀ يرمز لها بالرمز




◀ حيث يشير X إلى مدخل البوابة ، و A مخرج البوابة، ويعبر عنها بالعلاقة المنطقية $A = \text{NOT } X$

آلية عمل البوابة المنطقية NOT

إذا كانت قيمة المدخل (1) فإن قيمة المخرج (0) ، وإذا كانت قيمة المدخل (0) فإن قيمة المخرج (1)

X	A = NOT X
1	0
0	1

مثال: جد ناتج كل من البوابات المنطقية الآتية:

1		1
0		


1		0
---	---	---

1		1
1		


0		1
1		

مثال: حدد قيمة (z) في كل من البوابات الآتية:

0		0	Z=0
Z			

Z		0	Z=1
---	---	---	-----

1		0	Z=0
Z			

1		1	Z= 1
Z			

ثالثاً: إيجاد ناتج العبارات المنطقية المركبة

◀ تضم العبارات المنطقية المركبة أكثر من بوابة منطقية، وفي هذه الحالة يجب تطبيق قواعد الأولوية لإيجاد ناتج العبارات المنطقية المركبة، وتمثلها باستخدام البوابات المنطقية، وحسب التسلسل الآتي:

١. في حالة وجود الأقواس ()، تنفذ العمليات التي بداخلها أولاً.

٢. البوابة المنطقية NOT.

٣. البوابة المنطقية AND.

٤. البوابة المنطقية OR.

٥. في حالة التكافؤ في الأولوية، تنفذ من اليسار لليمين.

ملاحظات

← عدد خطوات الحل مساوية لعدد البوابات المنطقية في العبارة المنطقية.
 ← إذا احتوت العبارة المنطقية على متغيرات فيجب تعويض قيم المتغيرات أولاً ، ثم في الخطوة الثانية نبدأ الحل، وبالتالي فإن عدد الخطوات يزيد عن عدد البوابات خطوة بواحد.

مثال: جد ناتج العبارة المنطقية $1 \text{ OR } 0 \text{ AND } 1$

1 OR 0 AND 1

الأولويات 1 2

- 1) 1 OR 0
- 2) 1

ملاحظة: عدد الخطوات مساوي لعدد البوابات المنطقية.

مثال: جد ناتج العبارة المنطقية $A \text{ AND NOT } B \text{ OR } C$ ، علماً بأن : $A=1, B=0, C=0$
 اتبع الخطوات الآتية، علماً بأن الخطوة الأولى تكون تعويض القيم فقط

A AND NOT B OR C

2 1 3

- 1) 1 AND NOT 0 OR 0
- 2) 1 AND 1 OR 0
- 3) 1 OR 0
- 4) 1

ملاحظة:

← عدد الخطوات 4 بينما عدد البوابات المنطقية 3، والزيادة بالخطوات هو زيادة الخطوة الأولى وهي التعويض.

مثال: جد ناتج العبارة المنطقية $\text{NOT } A \text{ AND } (\text{NOT } B \text{ OR } C)$ علماً بأن: $A=0, B=1, C=0$

NOT A AND (NOT B OR C)

3 4 1 2

- 1) NOT 0 AND (NOT 1 OR 0)
- 2) NOT 0 AND (0 OR 0)
- 3) NOT 0 AND 0
- 4) 1 AND 0
- 5) 0

ملاحظة:

← عدد الخطوات 4 بينما عدد البوابات المنطقية 3، والزيادة بالخطوات هو زيادة الخطوة الأولى وهي التعويض.

نشاط (٢-٣) جد ناتج العبارات المنطقية إذا كانت $A=0, B=1, C=1, D=0$.

A AND B OR NOT C

2 3 1

- 1) 0 AND 1 OR NOT 1
- 2) 0 AND 1 OR 0
- 3) 0 OR 0
- 4) 0

A OR B AND (C AND NOT D)

4 3 2 1

- 1) 0 OR 1 AND (1 AND NOT 0)
- 2) 0 OR 1 AND (1 AND 1)
- 3) 0 OR 1 AND 1
- 4) 0 OR 1
- 5) 1

(A OR NOT B) AND (NOT C AND D)

2 1 5 3 4

- 1) (0 OR NOT 1) AND (NOT 1 AND 0)
- 2) (0 OR 0) AND (NOT 1 AND 0)
- 3) 0 AND (NOT 1 AND 0)
- 4) 0 AND (0 AND 0)
- 5) 0 AND 0
- 6) 0

NOT (NOT (A AND B) OR C AND D)

5 2 1 4 3

- 1) NOT (NOT (0 AND 1) OR 1 AND 0)
- 2) NOT (NOT 0 OR 0 AND 1)
- 3) NOT (1 OR 1 AND 0)
- 4) NOT (1 OR 0)
- 5) NOT 1
- 6) 0

نشاط (٣- ٣) اكتب جدول الحقيقة للعبارات المنطقية الآتية:

1) A OR NOT B

A	B	NOT B	A OR NOT B
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

2) NOT (A AND NOT B)

A	B	NOT B	A AND NOT B	NOT(A AND NOT B)
T	T	F	F	T
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	F	T

رابعاً: تمثيل العبارات المنطقية المركبة باستخدام البوابات المنطقية

ملاحظة

◀ لتمثيل العبارات المنطقية بالبوابات المنطقية يجب تطبيق قواعد الأولوية .

مثال: مثل العبارة المنطقية $X = NOT A AND B$ باستخدام البوابات المنطقية، ثم جد الناتج إذا كانت $B=0, A=0$

NOT A AND B

١. وضع الأولويات في البداية

1 2

٢. رسم خطوط للرموز الموجودة في العبارة المنطقية

A _____


B _____

٣. نبدأ بوضع البوابات المنطقية حسب الأولوية

A 

B _____


أولاً: NOT

A  X

B _____

ثانياً: AND

٤. لإيجاد الناتج ، نضع القيم على الشكل النهائي ثم نجد الحل

A  X

0

0

1

0

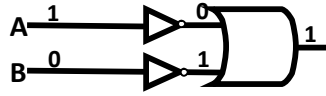
◀ نلاحظ أن قيمة A هي صفر ، ولكن عند تطبيق NOT عليها فإنها تتغير إلى 1

◀ ثم نطبق AND على القيمة الناتجة من تطبيق NOT وقيمة B فيكون الناتج هو 0 وذلك حسب جدول الحقيقة للبوابة المنطقية AND.

مثال: مثل العبارات المنطقية الآتية باستخدام البوابات المنطقية، ثم جد الناتج النهائي، إذا كانت $A=1, B=0, C=1, D=0$

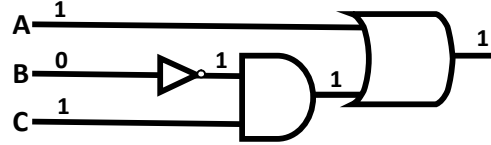
1) NOT A OR NOT B

1 3 2



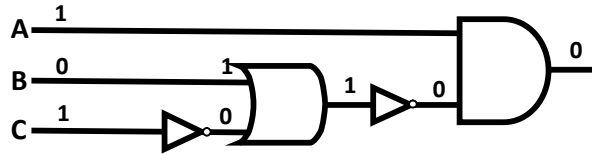
2) A OR NOT B AND C

3 1 2



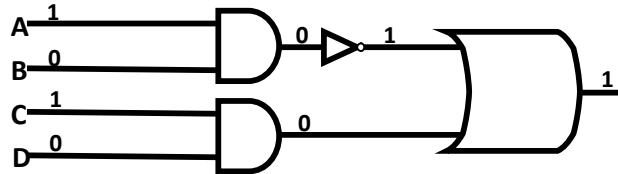
3) A AND NOT (B OR NOT C)

4 3 2 1



4) NOT (A AND B) OR C AND D

2 1 4 3



ملاحظة:

◀ إذا أراد منا كتابة العبارة المنطقية لبوابات منطقية موجودة أصلاً فإننا نبدأ من اليسار لليمين ، مع مراعاة الأولوية، فإذا أردت تنفيذ OR قبل AND فيجب وضعها بين أقواس

مثال: اكتب العبارة المنطقية التي تمثلها البوابات المنطقية الآتية

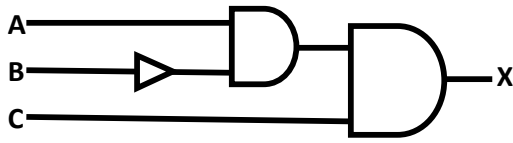


◀ أول بوابة منطقية من اليسار هي A والتي تمثل العبارة المنطقية $B \text{ OR } C$

◀ وبما ان البوابة التي بعدها هي AND وهي بوابة تأتي في الأولويات قبل OR فبالتالي فإن البوابة المنطقية OR يجب أن تكتب بين أقواس كالتالي: $(B \text{ OR } C)$

◀ الآن البوابة المنطقية التي بعدها هي AND والتي تربط نتيجة البوابة المنطقية OR بالخط A ، فتكون العبارة المنطقية هي

$$X = A \text{ AND } (B \text{ OR } C) \quad \text{أو} \quad X = (B \text{ OR } C) \text{ AND } A$$



مثال: اكتب العبارة المنطقية التي تمثلها البوابات المنطقية التالية

الحل:

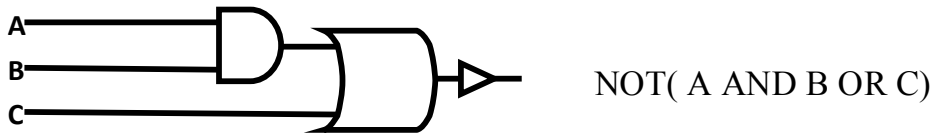
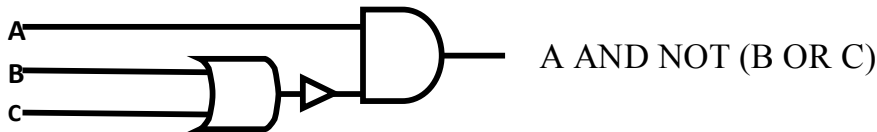
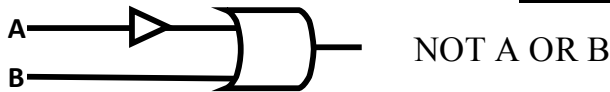
نبدأ من اليسار، فأول بوابة هي NOT الموجودة على الخط B فتصبح NOT B
 ثم البوابة AND التي تربط الخط A بناتج NOT B فتصبح A AND NOT B
 ثم البوابة الثانية AND التي تربط الخط C بناتج البوابة AND وبما أن AND مساوية في الأولوية للبوابة السابقة AND، فيجب وضع البوابة المنطقية AND الأولى بين أقواس كالتالي (A AND NOT B) وتصبح العبارة النهائية هي

وهذه الأفضل لأننا بدأنا في الرسم من أعلى لأسفل A ثم B ثم C أو

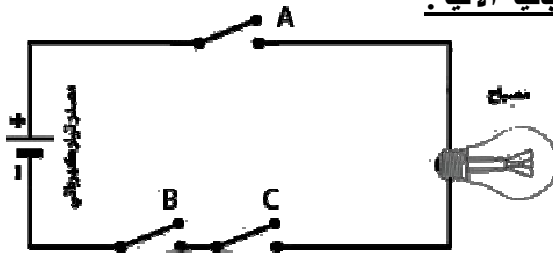
(A AND NOT B) AND C أو C AND (A AND NOT B)

وفي هذه الحالة لم نضع أقواس لأن لوجود حالة تساوي فنبدأ من اليسار لليمين NOT B AND A AND C

مثال: اكتب العبارات المنطقية التي تمثلها البوابات المنطقية الآتية



مثال: اكتب العبارة المنطقية التي تمثلها الدائرة الكهربائية الآتية:



يلاحظ أن مفتاحي التوصيل B وC في حالة توالي (والتي هي AND) كما تم شرحها مسبقاً فتصبح (B AND C)

وبما أن المفتاحين B وC موصولان مع A على التوازي والتي تعني OR فتصبح العبارة كالتالي

(B AND C) OR A

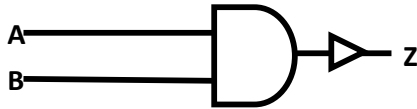
الفصل الثاني: البوابات المنطقية المشتقة

◀ سميت بهذا الاسم لأنها مشتقة من البوابات المنطقية الأساسية AND , OR , NOT .

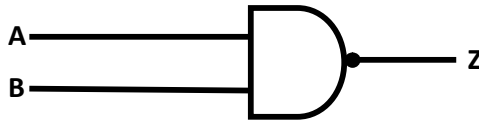
أولاً: بوابة NAND

◀ هي اختصار لـ NOT AND أي نفي AND .

◀ وتتشكل البوابة بتوصيل مخرج AND بمدخل NOT أي أن مخرج AND يعتبر مدخل NOT .



ويتم اختصار الشكل السابق بالشكل التالي، والذي يعبر عن رمز البوابة NAND



رمز البوابة المنطقية المشتقة NAND

◀ تعطي بوابة NAND مخرجاً قيمته (1) إذا كانت قيمة أي من المدخلين أو كلاهما (0)

◀ وتعطي مخرجاً قيمته (0) إذا كانت قيمة المدخل جميعها (1)

بمعنى أنها عكس مخرجات البوابة AND

X	Y	Z= X NAND Y
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	1

جدول الحقيقة للبوابة المنطقية المشتقة NAND

◀ الأولوية دائماً NOT ثم NAND

مثال: جد ناتج العبارة المنطقية A NAND NOT B علماً بأن A=1, B=0

A NAND NOT B

2 1

1) 1 NAND NOT 0

2) 1 NAND 1

3) 0

مثال: جد ناتج العبارة المنطقية $\text{NOT A NAND B NAND C}$ علماً بأن $A=0, B=1, C=0$

NOT A NAND B NAND C


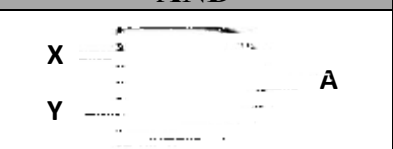
1 2 3

- 1) NOT 0 NAND 1 NAND 0
- 2) 1 NAND 1 NAND 0
- 3) 0 NAND 0
- 4) 1

◀ كما في الأولويات دائماً ، عند وجود أكثر من NAND تنفذ من اليسار لليمين.

نشاط (٣-٦)

أ) قارن بين البوابة المنطقية AND والبوابة المنطقية المشتقة NAND من حيث رمز البوابة ومخرجاتها.

NAND	AND	المقارنة
		رمز البوابة
تعطي المخرجات 1 عندما تكون إحدى المدخلات أو كلاهما 0	تعطي المخرجات 1 عندما تكون المدخلات كلها 1	مخرجاتها (1)
تعطي المخرجات 0 عندما تكون المدخلات كلها 1	تعطي المخرجات 0 عندما تكون إحدى المدخلات أو كلاهما 0	مخرجاتها (0)

ب) جد ناتج العبارات المنطقية الآتية. علماً بأن $A=0, B=0, C=1$

NOT A NAND NOT B

1 3 2

- 1) NOT 0 NAND NOT 0
- 2) 1 NAND NOT 0
- 3) 1 NAND 1
- 4) 0

NOT (A NAND B) NAND C

2 1 3

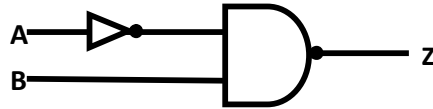
- 1) NOT (0 NAND 0) NAND 1
- 2) NOT 1 NAND 1
- 3) 0 NAND 1
- 4) 1

NOT A NAND NOT (B NAND C)

2 4 3 1

- 1) NOT 0 NAND NOT (0 NAND 1)
- 2) NOT 0 NAND NOT 1
- 3) 1 NAND NOT 1
- 4) 1 NAND 0
- 5) 1

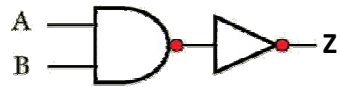
مثال: اكتب العبارة المنطقية، التي تمثلها البوابات المنطقية الآتية:



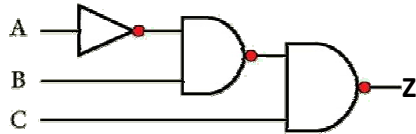
الحل:

◀ نكتب العبارة المنطقية للبوابة NOT كالآتي: NOT A
 ◀ ثم نكتب العبارة المنطقية للبوابة NAND بحيث تعتبر B و مخرج NOT A مدخل للبوابة لتصبح كالآتي:
 $Z = \text{NOT } A \text{ NAND } B$

مثال: اكتب العبارات المنطقية التي تمثلها البوابات المنطقية الآتية، ثم جد قيمة (Z)، علماً بأن: A=1, B=0, C=1



$$Z = \text{NOT } (A \text{ NAND } B)$$



$$Z = (\text{NOT } A \text{ NAND } B) \text{ NAND } C$$

ثانياً: بوابة NOR

◀ هي اختصار لـ NOT OR، أي نفي OR.

◀ تتشكل البوابة NOR بتوصيل مخرج بوابة OR بمدخل بوابة NOT كما في الشكل التالي:



باستخدام البوابات المنطقية الأساسية NOR تمثل البوابة



رمز البوابة المنطقية المشتقة NOR

◀ تعطي البوابة NOR مخرجاً قيمته (0) إذا كانت قيمة أي من المدخلين أو كلاهما (1)
 ▶ وتعطي مخرجاً قيمته (1) إذا كانت قيمة المداخل جميعها (0) (عكس مخرجات البوابة المنطقية OR)

جدول الحقيقة للبوابة المنطقية NOR

X	Y	Z= X NOR Y
1	1	0
1	0	0
0	1	0
0	0	1

مثال: جد ناتج العبارة المنطقية NOT (A NOR B) NOR C علماً بأن: A=1, B=1 , C=0

الحل:

- 1) NOT (A NOR B) NOR C
- 2) NOT (1 NOR 1) NOR 0
- 3) NOT 0 NOR 0
- 4) 1 NOR 0
- 5) 0

مثال: جد ناتج العبارات المنطقية الآتية، علماً بأن A=1, B=0, C=0

- NOT A NOR B

- 1) NOT 1 NOR 0
- 2) 0 NOR 0
- 3) 1

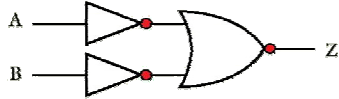
- NOT (A NOR B) NOR NOT C

- 1) NOT (1 NOR 0) NOR NOT 0
- 2) NOT 0 NOR NOT 0
- 3) 1 NOR NOT 0
- 4) 1 NOR 1
- 5) 0

- A NOR NOT (B NOR NOT C)

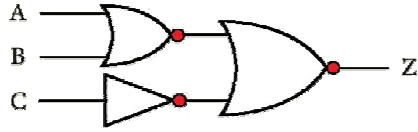
- 1) 1 NOR NOT (0 NOR NOT 0)
- 2) 1 NOR NOT (0 NOR 1)
- 3) 1 NOR NOT 0
- 4) 1 NOR 1
- 5) 0

مثال: اكتب العبارات المنطقية التي تمثلها البوابات المنطقية الآتية، ثم جد قيمة Z ، علماً بأن $A=0, B=0, C=1$



$$Z = \text{NOT } A \text{ NOR NOT } B$$

- 1) $Z = \text{NOT } 0 \text{ NOR NOT } 0$
- 2) $Z = 1 \text{ NOR NOT } 0$
- 3) $Z = 1 \text{ NOR } 1$
- 4) $Z = 0$



$$Z = (A \text{ NOR } B) \text{ NOR NOT } C$$

- 1) $Z = (0 \text{ NOR } 0) \text{ NOR NOT } 1$
- 2) $Z = 1 \text{ NOR NOT } 1$
- 3) $Z = 1 \text{ NOR } 0$
- 4) $Z = 0$

الفصل الثالث: الجبر المنطقي (البولي)

← يتكون جهاز الحاسوب من مكونات مادية مرتبطة معاً لتنفيذ مجموعة من الوظائف

كيف يتم تحديد هذه الوظائف

١. فهم كل جزء من المكونات المادية
٢. وكيفية ارتباطه بالأجزاء الأخرى لتبادل المعلومات

كيف يتم تنفيذ هذه الوظائف وعمليات الربط فيما بينها

من خلال نموذج رياضي يمكن أن يمثل بعلاقات منطقية أو جبرية.

أولاً: مفهوم الجبر البولي (المنطقي)

ما المقصود بالجبر البولي (المنطقي)؟

هو أحد فروع علم الجبر في الرياضيات، وهو الأساس الرياضي اللازم لدراسة التصميم المنطقي للأنظمة الرقمية ومنها الحاسوب.

← تعود تسمية الجبر البولي نسبة للعالم الرياضي الإنجليزي جورج بولي.

اذكر أهم كتابين لجورج بولي

١. التحليل الرياضي المنطقي: الذي قدم فيه لأول مرة الجبر المنطقي.
٢. دراسة في قوانين التفكير: قدم الجبر المنطقي بشكل واسع في كتابة الأشهر، حيث أكد فيه أن استخدام صيغة جبرية في وصف عمل الحاسوب الداخلي أسهل من التعامل مع البوابات المنطقية.

← يعتبر المتغير متغيراً منطقياً إذا عيّن له إحدى الحالتين صواب true أو خطأ false

← يرمز للمتغير المنطقي بأحد الحروف A...Z سواء كبيرة أو صغيرة.

← يعتبر النظام الثنائي هو الأنسب لتمثيل الأعداد والرموز وتخزينها داخل الحاسوب كونه مكون من رقمين هما الرقم 1 لتمثيل الحالة الصحيحة True والرقم 0 لتمثيل الحالة الخاطئة False.

ثانياً: العبارات الجبرية المنطقية والعمليات المنطقية

ما المقصود بالعبارة المنطقية؟

هي ثابت منطقي (0,1) أو متغير منطقي مثل (X,Y) أو مزيج من الثوابت والمتغيرات المنطقية، يجمع بينها عمليات منطقية.

← يمكن للعبارة المنطقية أن تحتوي على أقواس وعلى أكثر من عملية منطقية

١) عملية NOT:

تسمى المتمم، وسميت بهذا الاسم لأن متممة 0 تساوي 1، ومتممة 1 تساوي 0 والعبارة الجبرية المنطقية لعملية NOT هي $A = \overline{X}$

◀ والرمز ($\overline{\quad}$) يعني المتممة

جدول يبين القيم المتممة للمتغير X

X	$A = \overline{X}$
1	0
0	1

ب. عملية AND:

◀ يعبر عن عملية AND في الجبر المنطقي بالرمز (.) والعبارة الجبرية المنطقية لعملية AND هي: $A = X.Y$

جدول ناتج عملية AND المنطقية

X	Y	$A = X.Y$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

ب. عملية OR:

◀ يعبر عن عملية OR في الجبر المنطقي بالرمز (+) والعبارة الجبرية المنطقية لعملية OR هي: $A = X+Y$

جدول ناتج عملية OR المنطقية

X	Y	$A = X+Y$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

ثالثاً: إيجاد ناتج العبارات الجبرية المنطقية المركبة

ما المقصود بالعبرة الجبرية المنطقية؟
هي العبرة المكونة من أكثر من عملية منطقية أساسية

◀ قواعد الأولوية لإيجاد ناتج العبرة الجبرية المنطقية المركبة، حسب التسلسل الآتي:

(١) الأقواس

NOT (٢)

AND (٣)

OR (٤)

(٥) في حالة التكافؤ في الأولوية، تنفذ من اليسار إلى اليمين

مثال : أوجد ناتج العبرة الجبرية المنطقية $A+B.C$ علماً بأن $A=1, B=0, C=1$

$$\overline{A} + B . C$$

1) $\overline{1} + 0 . 1$

2) $0 + 0 . 1$

3) $0 + 0$

4) 0

مثال: أوجد ناتج العبرة الجبرية المنطقية $A.B+C+D$ علماً بأن $A=0, B=1, C=1, D=0$

$$\overline{A} . B+C+D$$

1) $\overline{0} . 1 + 1 + 0$

2) $\overline{0} + 1 + 0$

3) $\overline{1} + 0$

4) $0 + 0$

5) 0

مثال: جد ناتج العبارات المنطقية الآتية ، علماً بأن $A=1, B=0, C=0, D=1$

$$\overline{A+B.C+D}$$

1) $\overline{1 + 0 . 0 + 1}$

2) $\overline{1 + 0 . 0 + 0}$

3) $\overline{1 + 0 . 0}$

4) $\overline{1 + 0 . 1}$

5) $\overline{1 + 0}$

6) $\overline{1}$

$$- (\bar{A} \cdot \bar{B}) + (C \cdot \bar{D})$$

$$1) (\bar{1} \cdot \bar{0}) + (0 \cdot \bar{1})$$

$$2) (0 \cdot \bar{0}) + (0 \cdot \bar{1})$$

$$3) (0 \cdot 1) + (0 \cdot \bar{1})$$

$$4) 0 + (0 \cdot 1)$$

$$5) 0 + (0 \cdot 0)$$

$$6) 0 \cdot 0$$

$$7) 0$$

$$- \overline{A+B} \cdot C + D$$

$$1) \overline{1+0} \cdot 0 + 1$$

$$2) \overline{1} \cdot 0 + 1$$

$$3) 0 \cdot 0 + 1$$

$$4) \overline{0} + 1$$

$$5) \overline{1}$$

$$6) 0$$

مثال: حول العبارات المنطقية الآتية إلى عبارات جبرية منطقية:

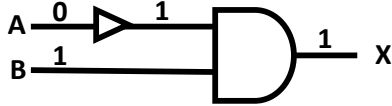
1) A AND NOT B	$A \cdot \bar{B}$
2) NOT A OR B AND C	$\bar{A} + B \cdot C$
3) A AND B AND NOT C	$A \cdot B \cdot \bar{C}$
4) A OR NOT (B AND NOT C)	$A + \overline{B \cdot \bar{C}}$
5) NOT A OR (NOT B OR C AND D)	$\bar{A} + (\bar{B} + C \cdot D)$

رابعاً: تمثيل العبارات الجبرية المنطقية المركبة باستخدام
البوابات المنطقية:

ملاحظة:

يجب تطبيق قواعد الأولوية التي ذكرت سابقاً

مثال: مثل العبارة المنطقية $X = \bar{A} \cdot B$ باستخدام البوابات المنطقية، ثم جد قيمة (X) إذا كانت $A=0, B=1$



1) $X = \bar{0} \cdot 1$

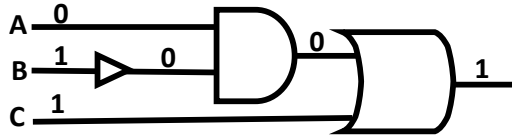
2) $X = 1 \cdot 1$

3) $X = 1$

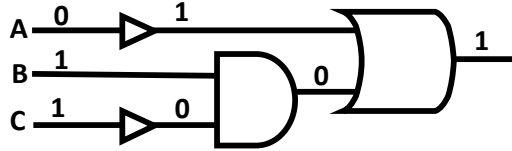
مثال: مثل العبارات المنطقية الجبرية الآتية باستخدام البوابات المنطقية، ثم جد الناتج النهائي إذا كانت

$$A=0, B=1, C=1, D=0$$

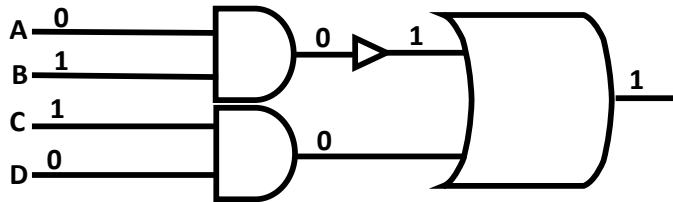
1) $A \cdot \bar{B} + C$



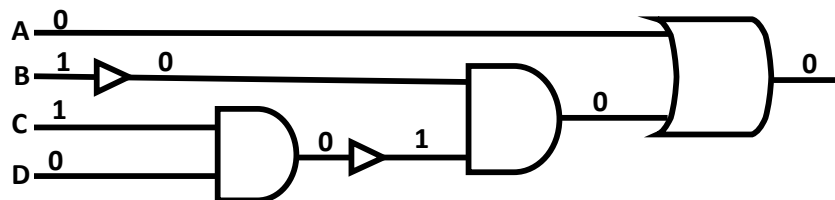
2) $\bar{A} + (B \cdot \bar{C})$



3) $\overline{A \cdot B} + C \cdot D$



4) $A + \bar{B} \cdot (\bar{C} \cdot D)$



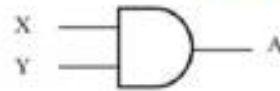
أسئلة الفصل صفحة ١٠٨

1- المقصود بكل معا يلي:

- المعامل المنطقي: هو رابط يستخدم للربط بين تعبيرين علائقيين أو أكثر لتكوين عبارة منطقية مركبة، ومن أمهها AND, OR، أو نقي تعبير منطقي باستخدام NOT.
- العبارة المنطقية: هي جملة خبرية تتكون من تعبيرين علائقيين أو أكثر يربط بينها معاملات منطقية (And, Or) وتكون قيمتها إما صواب (1) وإما خطأ (0).
- البوابة المنطقية: هي دائرة إلكترونية بسيطة تقوم بعملية منطقية على مدخل واحد أو أكثر وتنتج مخرجاً منطقياً واحداً، وتستخدم في بناء معالجات الأجهز الالكترونية والحواسيب، وتعتمد البوابات المنطقية في عملها على مبدأ الصواب أو الخطأ، أو ما يسمى رقمياً 1 أو 0.
- جدول الحقيقة: هو تمثيل لعبارة منطقية بين الاحتمالات المختلفة للمتغيرات المكونة للعبارة المنطقية ونتيجة هذه الاحتمالات، فعدد الاحتمالات في الجدول يساوي 2^n حيث أن n تمثل عدد المتغيرات في العبارة المنطقية وكل متغير يأخذ قيمتين إما 0 أو 1.

2- أنواع البوابات المنطقية الأساسية، ورمز كل منها.

1- البوابة المنطقية AND



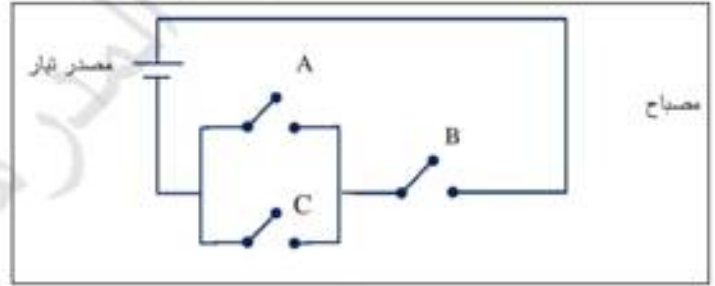
2- البوابة المنطقية or



3- البوابة المنطقية NOT

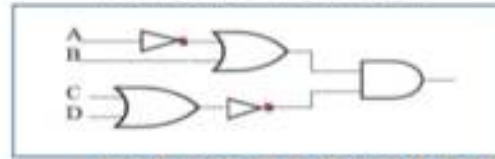


3- كتابة العبارة المنطقية التي تمثلها الدائرة الكهربائية الآتية:



(A OR C) AND B

4- كتابة العبارة المنطقية التي تمثلها البوابات المنطقية الآتية، ثم ايجاد الناتج النهائي إذا كانت $A=1, B=1, C=0, D=1$.



(NOT A OR B) AND NOT(C OR D)

الناتج 0

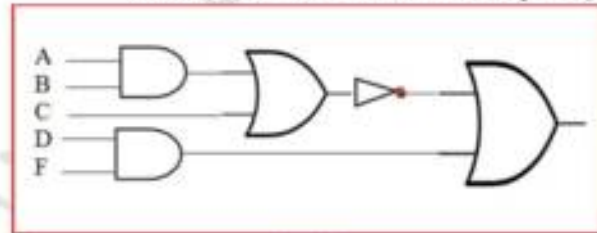
5- حدد البوابة المنطقية التي تحقق الناتج في كل من الجمل الآتية:

- تعطي مخرجا قيمته 1، إذا كانت قيمة أي من المدخلين أو كلاهما 1. (OR)
- تعطي مخرجا قيمته 1 إذا كانت قيمة جميع المدخلات 1 فقط. (AND)

6- مثل العبارة المنطقية الآتية باستخدام البوابات المنطقية:

$NOT(A AND B OR C) OR D AND F$

ثم جد الناتج النهائي إذا كانت $A=0, B=0, C=1, D=1, F=0$



الناتج 0

7- اكتب جدول الحقيقة للعبارة المنطقية الآتية: $A OR NOT B$

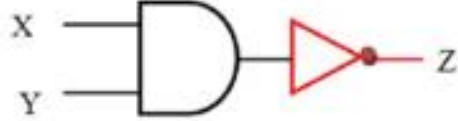
A	B	NOT B	A OR NOT B
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

أسئلة الفصل صفحة ١١٦

1- ما الفرق بين البوابة المنطقية OR والبوابة المنطقية NOR. من حيث مخرجاتها.

تعطي بوابة NOR مخرجا قيمته 0 إذا كانت قيمة أي من المتخلين أو كلاهما 1 أي عكس مخرجات بوابة OR حيث تعطي بوابة OR مخرجا قيمته 1، إذا كانت قيمة أي من المتخلين أو كلاهما 1، وتعطي مخرجا قيمته 0 إذا كانت قيمة كلا المتخلين 0.

2- مثل البوابة المنطقية المشتقة NAND باستخدام البوابات المنطقية الأساسية.



3- اعل ما يلي:

أ- سميت البوابات المنطقية المشتقة بهذا الاسم.

سميت بهذا الاسم لأنها اشتقت من البوابات المنطقية الأساسية AND, OR, NOT.

ب- وجود دائرة صغيرة عند مخرج بوابة NAND.

وجود دائرة صغيرة عند المخرج والتي ترمز إلى بوابة NOT.

4- مثل العبارة المنطقية الآتية باستخدام البوابات المنطقية:

$$\text{NOT} (X \text{ NAND NOT } Y) \text{ NAND } W$$

ثم جد الناتج النهائي إذا كانت $X=0, Y=1, W=1$.



أسئلة الفصل صفحة ١٢٣

1- ما المقصود بكل مما يلي:

- الجبر المنطقي: هو أحد فروع علم الجبر في الرياضيات، وهو الأساس الرياضي اللازم لدراسة التصميم المنطقي للأنظمة الرقمية ومنها الحاسوب.
- العبارة الجبرية المنطقية: هي ثابت منطقي (0,1) أو متغير منطقي (مثل X,Y) أو مزيج من الثوابت والمتغيرات المنطقية بجمع بينها عمليات منطقية.

2- لماذا سمي الجبر المنطقي بهذا الاسم.

تعود تسميته إلى العالم الرياضي الإنجليزي جورج بول (George Boole).

3- جد ناتج العبارة الجبرية المنطقية الآتية إذا كانت

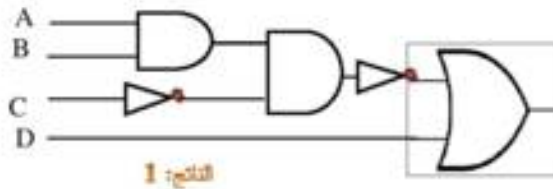
$$A=1, B=0, C=1, D=0$$

- $F = (A \cdot (B + \overline{C})) + \overline{D}$ 1
- $F = (A + B) \cdot (\overline{C} + \overline{D})$ 1
- $F = \overline{A \cdot B} + C \cdot D$ 1

4- مثل العبارة الجبرية المنطقية الآتية باستخدام البواب المنطقية:

$$A \cdot B \cdot C + D$$

ثم جد الناتج النهائي إذا كانت $A=1, B=0, C=0, D=1$





أسئلة نهاية الوحدة

1- اكتب مثالا واحدا لكل مما يأتي:

- بوابة منطقية أساسية **AND**
- بوابة منطقية مشتقة. **NOR**
- رمز لعملية جبرية منطقية. **+**
- متغير منطقي. **A**
- عبارة منطقية. **A OR B**
- عبارة جبرية منطقية. **A . B**

2- اكمل جدول الحقيقة الآتي:

X	Y	Z	X AND Z OR Y
T	F	F	F
F/T	T	T	T
F	F	F	F
T	F	F	F
F	F	F	F

3- ادرس العبارة المنطقية الآتية، ثم أجب عن الاسئلة التي تليها:

$$A \text{ AND NOT } (B \text{ AND } C \text{ OR } D)$$

• استخرج من العبارة المنطقية السابقة مثالين على كل من:

- متغير منطقي: **A , B**

- بوابة منطقية: **AND, NOT**

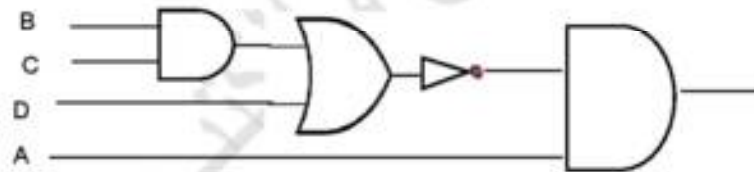
- عبارة منطقية بسيطة: **B AND C, C OR D**

• أوجد الناتج النهائي للعبارة المنطقية السابقة إذا كانت:

$$A=0, B=0, C=1, D=1$$

الناتج **0**

• مثل العبارة المنطقية السابقة باستخدام البوابات المنطقية.



• حول العبارة المنطقية السابقة الى عبارة جبرية منطقية.

$$A \cdot B \cdot C + D$$

4- جد ناتج العبارات المنطقية الآتية، علما بأن $A=0, B=1, C=0, D=1$:

• $A \text{ NOR NOT } (B \text{ NOR NOT } C)$

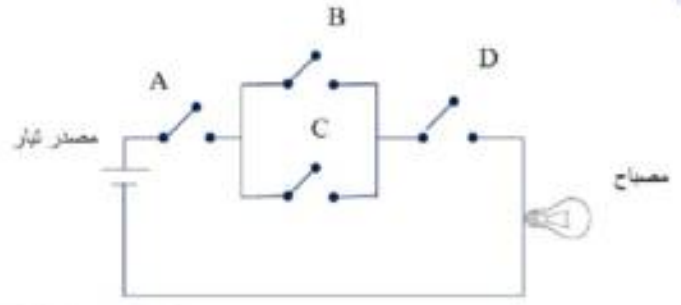
0

• $A \text{ AND } B \text{ OR NOT}(C \text{ AND } D)$

1

1

5- تأمل الدائرة الكهربائية الآتية، ثم أجب عن الاسئلة التي تليها:



- اكتب العبارة المنطقية التي تمثلها الدائرة الكهربائية السابقة.

A AND (B OR C) AND D

- مثل الدائرة الكهربائية باستخدام البوابات المنطقية، ثم أوجد الناتج اذا كانت $A=0, B=1, C=0, D=0$



جميع الحقوق محفوظة لوزارة التربية والتعليم

Page 11