ورقة عمل : حلّ نظام مكون من معادلة خطية ومعادلة تربيعية

✶ تُستخدم طريقة **التعويض** لحل نظام مكون من معادلة خطية ومعادلة تربيعية .

مثال :

حلّ النظام التالي : س + ص = ٢ ، $س^{٢}$ - $ص^{٢}$ = ٤

الحل :

◘ اجعل أحد المتغيرين بدلالة الآخر وليكن ص في المعادلة الخطية .

س + ص = ٢ <== **ص = ٢ - س**

◘ عوض في المعادلة التربيعية بدلا من ص القيمة (٢ – س).

$س^{٢}$ – $ص^{٢}$ = ٣ <== $س^{٢}$ – $(٢ – س)^{٢}$ = ٤

والآن فك القوس ينتج : $س^{٢}$ – ($٤ – ٤س + س^{٢}$) = ٤

$س^{٢}$ – ٤ + ٤س – $س^{٢}$ = ٤

وبجمع الحدود المتشابهة ينتج : ٤س = ٤ + ٤ <== س = ٢

◘ والآن جد قيمة ص بالتعويض في المعادلة الخطية :

س + ص = ٢ <== ٢ + ص = ٢ <== ص = ٠ ∴ حل النظام هو : (٢ ، ٠)

مثال :

حل النظام التالي : س ص = ٣٢ ، ص – ٢س = ٠

الحل :

◘ اجعل ص بدلالة س في المعادلة الخطية : ص – ٢س = ٠ <== ∴ **ص = ٢س**

◘ عوض ما حصلت عليه في الخطوة الأولى في المعادلة التربيعية :

س ص = ٣٢ <== س × (٢ س) = ٣٢ <== $٢س^{٢}$ = ٣٢

<== $س^{٢}$ = ١٦ ∴ س = ± ٤

◘ والآن جد قيم ص من المعادلة ص = ٢س

- عندما س = ٤ ، فإنّ ص = ٢ × ٤ = ٨
- وإذا كانت س = - ٤ ، فإنّ ص = ٢ × - ٤ = - ٨

∴ حل النظام هو : {(٤ ، ٨) ، (- ٤ ، - ٨)}

للحصول على شرح مادة الرياضيات للصف العاشر . فقط ابحث في اليوتيوب "سلسبيل الخطيب" وتجد جميع الدروس

مثال

جد حل نظام المعادلتين :

$(س - ٤)^{٢} + (ص - ٦)^{٢} = ١٠٠$

ص = س

الحل :

◘ عوض مباشرة المعادلة الخطية ص = س ، في المعادلة التربيعية :

$(س - ٤)^{٢} + (س - ٦)^{٢} = ١٠٠$

$س^{٢} - ٨ س + ١٦ + س^{٢} - ١٢س + ٣٦ = ١٠٠$

$٢ س^{٢} - ٢٠ س + ٥٢ = ١٠٠$

$٢س^{٢} - ٢٠ س + ٥٢ - ١٠٠ = ٠$

$٢س^{٢} - ٢٠ س - ٤٨ = ٠$ اقسم المعادلة على ٢

$س^{٢} - ١٠ س - ٢٤ = ٠$ وبتحليل المعادلة ينتج : $(س - ١٢)(س + ٢) = ٠$

إما $س - ١٢ = ٠$ ==> $س = ١٢$ أو $س + ٢ = ٠$ ==> $س = -٢$

إذا كان $س = ١٢$ فإنّ $ص = ١٢$ وإذا كان $س = -٢$ فإنّ $ص = -٢$

∴ حل النظام هو $\{(١٢ ، ١٢) ، (-٢ ، -٢)\}$

مثال :

عددان حقيقيان يزيد أحدهما عن ثلاثة أمثال الآخر بمقدار ٢ ، فإذا كان مجموع مربعيهما = ٦٨ ، فما العددان ؟

الحل :

• افرض العدد الأول = س ، العدد الثاني = ص

◘ **الآن كون المعادلات :**

$س - ٣ص = ٢$ ..... المعادلة (١)

$س^{٢} + ص^{٢} = ٦٨$ ..... المعادلة (٢)

◘ اجعل س موضوع القانون في المعادلة الخطية ، إذا $س = ٣ص + ٢$

عوض المعادلة الخطية $س = ٣ص + ٢$ ، في المعادلة التربيعية :

للحصول على شرح مادة الرياضيات للصف العاشر . فقط ابحث في اليوتيوب "سلسبيل الخطيب" وتجد جميع الدروس

(٣ص + ٢)^{٢} + ص^{٢} = ٦٨

٩ص^{٢} + ١٢ص + ٤ + ص^{٢} = ٦٨ ==> ١٠ص^{٢} + ١٢ص - ٦٤ = ٠

◘ نقسم على ٢ ثم نحلل العبارة التربيعية :

٥ص^{٢} + ٦ص - ٣٢ = ٠ ==> (٥ص + ١٦) (ص - ٢) = ٠

إما ٥ ص + ١٦ = ٠ ==> ص = - ٣,٢

أو ص - ٢ = ٠ ==> ص = ٢

◘ لإيجاد قيم س نستخدم المعادلة الخطية س = ٣ص + ٢

إذا كان ص = - ٣,٢ فإنّ س = ٣ × - ٣,٢ + ٢ ==> س = - ٧,٦

إذا كان ص = ٢ فإنّ س = ٣ × ٢ + ٢ ==> س = ٨

حل النظام هو {(- ٧,٦ ، - ٣,٢) ، (٨ ، ٢)}

مثال :

بركة ماء مستطيلة الشكل مساحتها ٨٠ م^{٢} ، إذا كان محيطها ٣٦م ، فما أبعادها ؟

الحل :

◘ افرض الطول = س ، العرض = ص

• مساحة المستطيل = الطول × العرض ==> ٨٠ = **س × ص** ..... (١)

• محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض) ==> ٣٦ = ٢(س + ص)

١٨ = س + ص ..... (٢)

س × ص = ٨٠ ..... معادلة ١

س + ص = ١٨ ..... معادلة ٢

◘ اجعل ص بدلالة س في المعادلة الخطية (٢) : ∴ **ص = ١٨ - س**

◘ الآن عوض المعادلة التي حصلت عليها في المعادلة (١)

س × (١٨ - س) = ٨٠

١٨ س - س^{٢} = ٨٠ ==> س^{٢} - ١٨س + ٨٠ = ٠

◘ وبتحليل العبارة التربيعية ينتج : (س - ١٠) (س - ٨) = ٠

إما س - ١٠ = ٠ ==> س = ١٠ أو س - ٨ = ٠ ==> س = ٨

للحصول على شرح مادة الرياضيات للصف العاشر . فقط ابحث في اليوتيوب "سلسبيل الخطيب" وتجد جميع الدروس

إذا كان س = ١٠ فإنّ ص = ١٨ - ١٠ ==> ص = ٨

إذا كان س = ٨ فإنّ ص = ١٨ - ٨ ==> ص = ١٠

∴ حل النظام هو : {(١٠ ، ٨) ، (٨ ، ١٠)}

مثال :

حوضان للأزهار مربعا الشكل ، الفرق بين بعديهما ٣م ، ومجموع مساحتيهما ٨٩ م^{٢} فما بعد كل من هذين الحوضين ؟

الحل :

- افرض بعد الأول = س ، بعد الثاني = ص
- الآن كوّن المعادلات :

س – ص = ٣ ..... المعادلة (١)

س^{٢} + ص^{٢} = ٨٩ ..... المعادلة (٢)

- اجعل س بدلالة ص في المعادلة الخطية : س – ص = ٣ ==> ∴ **س = ٣ + ص**
- الآن عوض المعادلة في المعادلة التربيعية (٢)

(٣ + ص)^{٢} + ص^{٢} = ٨٩

٩ + ٦ص + ص^{٢} + ص^{٢} = ٨٩ ==> ٢ص^{٢} + ٦ص – ٨٠ = ٠

- نقسم على ٢ ، وبتحليل العبارة التربيعية ينتج :

ص^{٢} + ٣ص – ٤٠ = ٠

(ص + ٨) (ص - ٥) = ٠

إما ص + ٨ = ٠ ==> ص = - ٨

أو ص - ٥ = ٠ ==> ص = ٥

إذا كان ص = - ٨ فإن س = ٣ + - ٨ ==> س = -٥

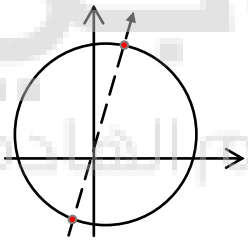
إذا كان ص = ٥ فإنّ س = ٣ + ٥ ==> س = ٨

حل النظام هو : {(- ٥ ، - ٨) (٨ ، ٥)}

وبما أن المطلوب إيجاد أبعاد ، إذا نستثني القيم السالبة ، فيكون الجواب هو فقط (٨ ، ٥) ✓

للحصول على شرح مادة الرياضيات للصف العاشر . فقط ابحث في اليوتيوب "سلسبيل الخطيب" وتجد جميع الدروس

مثال :



يتقاطع طريق دائري مع طريق مستقيم كما في الشكل ، فإذا كانت معادلة الطريق الدائري هي : $س^{٢} + ص^{٢} - ٢س - ٤ص - ٩٥ = ٠$

ومعادلة الطريق المستقيم هي : $ص = ٥س$ ، جد نقاط التقاطع الطريقين .

الحل :

◘ نعوض المعادلة $ص = ٥س$ مباشرة في معادلة الدائرة .

$س^{٢} + (٥س)^{٢} - ٢س - ٤(٥س) - ٩٥ = ٠$

$س^{٢} + ٢٥س^{٢} - ٢س - ٢٠س - ٩٥ = ٠$

$٢٦س^{٢} - ٢٢س - ٩٥ = ٠$ هنا يصعب تحليل العبارة ، لذا نلجأ للمميز .

◘ المميز : $ب^{٢} - ٤ أ جـ = (-٢٢)^{٢} - ٤ \times ٢٦ \times -٩٥ = ١٠٣٦٤$

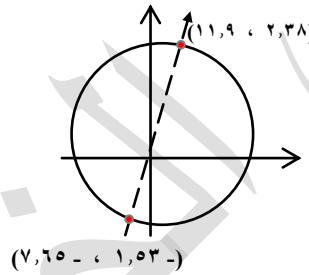
$$==> س = \frac{-ب \pm \sqrt{المميز}}{٢أ} = \frac{٢٢ \pm \sqrt{١٠٣٦٤}}{٥٢} = \frac{٢٢ \pm ١٠١,٨}{٥٢}$$

==> وبحل الكسر نجد قيم س ،، حيثُ $س = ٢,٣٨$ و $س = -١,٥٣$

==> $ص = ٥ س$ ،

عند $س = ٢,٣٨$ فإن $ص = ١١,٩$

وعند $س = -١,٥٣$ فإن $ص = -٧,٦٥$



مثال :

عددان الفرق بينهما ٥ ، ومجموع مقلوبيهما يساوي $\frac{٩}{١٤}$ ، فما العددان ؟

الحل :

◘ افرض العدد الأول س ، العدد الثاني ص

$س - ص = ٥$ ==> $س = ص + ٥$

$\frac{١}{س} + \frac{١}{ص} = \frac{٩}{١٤}$ وبتوحد المقامات ينتج : $\frac{ص + س}{س ص} = \frac{٩}{١٤}$

بالضرب التبادلي ينتج : $٩س ص = ١٤ص + ١٤س$

الآن عوض المعادلة الخطية في المعادلة التربيعية

$٩ (ص + ٥) (ص) = ١٤ص + ١٤(ص + ٥)$

للحصول على شرح مادة الرياضيات للصف العاشر . فقط ابحث في اليوتيوب "سلسبيل الخطيب" وتجد جميع الدروس

$٩ص^{٢} + ٤٥ص = ١٤ص + ٧٠$ (اجمع الحدود المتشابهة)

$٩ص^{٢} + ٤٥ص - ٢٨ص - ٧٠ = ٠$ <== $٩ص^{٢} + ١٧ص - ٧٠ = ٠$

◘ الآن نحلل العبارة ينتج : $(٩ص + ٣٥)(ص - ٢) = ٠$

إمّا $٩ص + ٣٥ = ٠$ <== ص = $-٣,٨٨$ أو $ص - ٢ = ٠$ <== ص = ٢

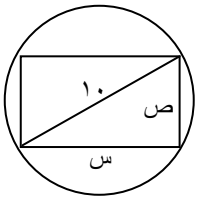
إذا كان ص = $-٣,٨٨$ فإنّ س = $-٣,٨٨ + ٥$ <== س = ١,١٢

أمّا إذا كان ص = ٢ فإنّ س = ٢ + ٥ <== س = ٧

إذا العددان هما (٧ ، ٢) أو (١,١٢ ، $-٣,٨٨$)

مثال :

بركة سباحة سطحها مستطيل ، محيطه ٢٨م موجودة داخل ميدان دائري طول نصف قطره ٥ م كما في الشكل ، فما أبعاد سطحها ؟



الحل :

◘ افرض طول البركة : س ، عرضها : ص

◘ محيط المستطيل = ٢ (الطول + العرض)

٢٨ = ٢ (س + ص)

◘ بالقسمة على ٢ ينتج : $١٤ = س + ص$ <== س = ١٤ - ص ... (١)

◘ قطر المستطيل = قطر الدائرة

الآن (باستخدام نظرية فيثاغورس) ينتج : $س^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠$ .... (٢)

◘ الآن عوض المعادلة الخطية (١) في المعادلة التربيعية (٢) :

$(١٤ - ص)^{٢} + ص^{٢} = ١٠٠$ <== $١٩٦ - ٢٨ص + ص^{٢} + ص^{٢} - ١٠٠ = ٠$

$٢ص^{٢} - ٢٨ص + ٩٦ = ٠$ <== $ص^{٢} - ١٤ص + ٤٨ = ٠$

◘ الآن بتحليل العبارة ينتج : <== $(ص - ٨)(ص - ٦) = ٠$

أما $ص - ٨ = ٠$ <== ص = ٨ أو $ص - ٦ = ٠$ <== ص = ٦

◘ إذا كان ص = ٨ فإنّ س = ١٤ - ٨ <== س = ٦

أما إذا كان ص = ٦ فإن س = ١٤ - ٦ <== س = ٨

إذا الأبعاد هي : ٦ ، ٨