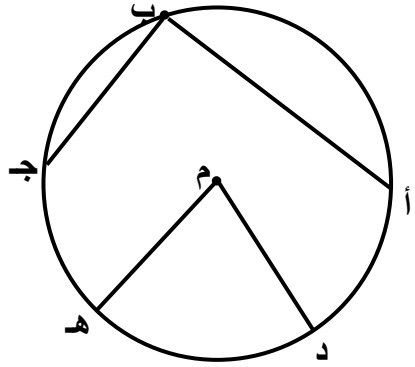
الزاوية المحيطية والزاوية المركزية

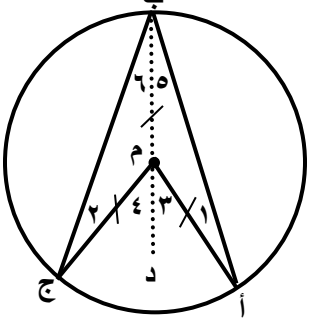


الزاوية (د م هـ)	الزاوية (أ ب جـ)
زاوية مركزية	زاوية محيطية
رأسها مركز الدائرة	رأسها على محيط الدائرة
وضلعاها نصفا قطر	وضلعاها وتران

مبرهنة (٢) :

قياس الزاوية المركزية يساوي مثلى قياس الزاوية المحيطية المرسومة على القوس نفسه

البرهان :



نصل $\overline{ب م}$ ونمده إلى د

$\triangle$ أ م ب متساوي الساقين

$\angle ١ = \angle ٥$

$\angle ٣ = \angle ١ + \angle ٥$

(خارجة عن مثلث)

إذا $\angle ٣ = \angle ٥ + \angle ٥ = ٢ \angle ٥$ ... (١)

بالمثل في $\triangle$ ب م ج

$\angle ٦ = \angle ٢$

$\angle ٤ = \angle ٦ + \angle ٢$

إذا $\angle ٤ = \angle ٦ + \angle ٦ = ٢ \angle ٦$ ...(٢) بالجمع

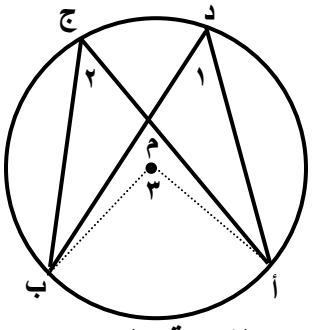
$\angle ٣ + \angle ٤ = ٢ \angle ٥ + ٢ \angle ٦$

$= ٢ (\angle ٥ + \angle ٦)$ عامل مشترك

الزاوية المركزية $= ٢ \times$ الزاوية المحيطية وهو المطلوب

مبرهنة (٣) :

الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على قوس واحد متساويتان فى القياس.



البرهان :

نصل $\overline{م أ}$ ، $\overline{م ب}$

$\angle$ أ م ب مركزية

$\angle ٣ = ٢ \angle ١$ (مبرهنة٢)

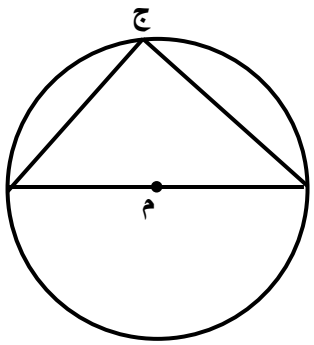
$\angle ٣ = ٢ \angle ٢$ (مبرهنة٢)

$\therefore \quad ٢ \angle ٢ = ٢ \angle ١ \quad \angle ٢$ (بالقسمة على ٢)

$\angle ١ = \angle ٢$ وهو المطلوب

نتيجة :

قياس الزاوية المحيطية المرسومة على قطر يساوي ٩٠°



البرهان :

$\angle$ أ م ب زاوية مركزية قياسها ١٨٠°

$\angle$ أ ج ب محيطية على نفس القوس

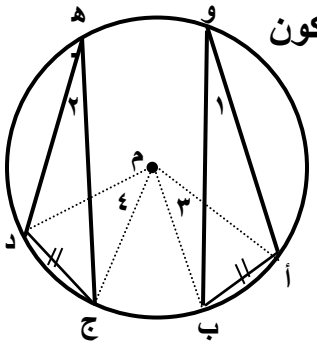
$\therefore$ قياس $\angle$ أ ج ب $= \frac{١}{٢} \times ١٨٠$ (مبرهنة ٢)

$= ٩٠°$ وهو المطلوب

* **بصورة عامّة:**

الزاويتان المحيطيتان المرسومتان على أوتار متطابقة أو أقواس متطابقة لهما نفس القياس.

البرهان :



نرسم م أ ، م ب ، م ج ، م د فيتكون

△ أ م ب ، △ م ج د فيهما

م أ = م ج (أنصاف أقطار)

م ب = م د (أنصاف أقطار)

أ ب = ج د (معطى)

∴ يتطابق المثلثان بِـ ٣ أضلاع

وينتج من التطابق أن ∠٣ = ∠٤

∠٣ = ٢ ∠١ (مبرهنة٢)

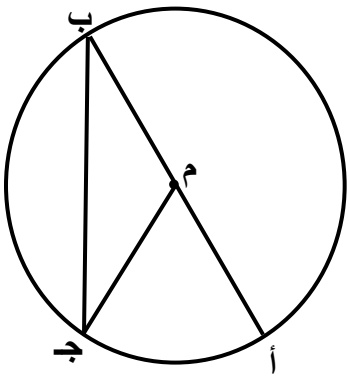
∠٤ = ٢ ∠٢ (مبرهنة٢)

∴ ٢ ∠١ = ٢ ∠٢ (بالقسمة على ٢)

∠١ = ∠٢ وهو المطلوب

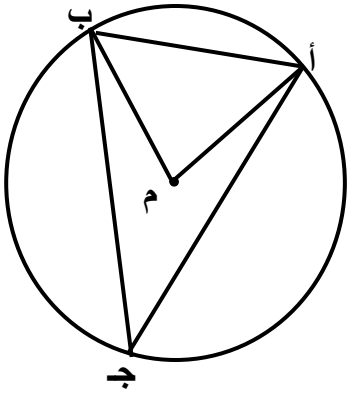
****

س(١) : برهن أن قياس الزاوية المركزية يساوي مثلي الزاوية المحيطية المرسومتان على نفس القوس إذا كان أحد ضلعي الزاوية المحيطية قطرا للدائرة .



س(٢) : في الشكل إذا كان قياس أ جـ ب = ٣٥°

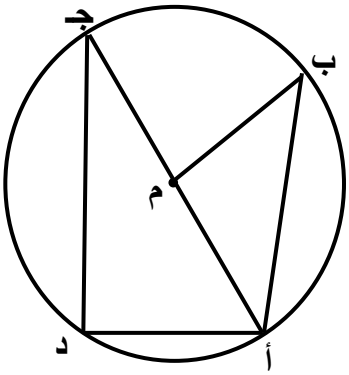
جد قياس كل من ∠ا م ب ، ∠ أ ب م



س(٣) : في الشكل إذا كان قياس ∠ ب م جـ = ٨٠°

وقياس ∠ ب أ د = ١٠٥°

جد قياس كل من ∠ ب أ جـ ، ∠ أ جـ د



س(٤) : جد قياس الزوايا المجهولة فيما يلي :