الرياضيات

الصف السابع - دليل المعلم

الفصل الدراسي الثاني

7

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليـون (رئيـسًا)

إبراهيم أحمد عمايرة | د. عيسى عبد الوهاب الطراونة | خلود عبد الحفيظ لوباني

هبه ماهر التميمي (منسقًا)

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237 | 06-5376266 | P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor | feedback@nccd.gov.jo | www.nccd.gov.jo

قـررت وزارة التربيـة والتعليـم اسـتخدام هـذا الدليـل في مـدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاء على قـرار المجلس الأعـلى للمركز الوطنـي لتطوير المناهـج في جلسـته رقـم (2022/5)، تاريـخ 2022/7/21 م، وقـرار مجلـس التربيـة والتعليـم رقـم (2020/77) تاريـخ 2022/7/21 م بـدءًا مـن العـام الـدراسي 2022 / 2023 م.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 107 - 0

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2020/10/4560)

373.19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

دليل المعلم: الرياضيات: الصف السابع/ المركز الوطني لتطوير المناهج.– عمان: المركز، 2020

ج2 (223) ص.

ر.إ.: 2020/10/4560

الواصفات: / **تدريس الرياضيات** / / **المقررات الدراسية**/ / **التعليم الاعدادي**/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

الطبعة الأولى (التجريبية)

1443 هـ / 2022 م

المقدمة

يســرُّ المركز الوطني لتطوير المناهج أنْ يُقدِّم للمُعلِّمين والمُعلِّمات هذه الطبعة من دليل المُعلِّم للصف السابع، آملًا أنْ تكون لهم مُرشِدًا وداعمًا في تدريس الطلبة وتقويمهم، بما يُحقِّق الأهداف المنشودة من تدريس كتب الرياضيات المُطوَّرة.

يحتوي دليل المُعلِّم على جميع المصادر التي تَلزم المُعلِّم/ المُعلِّمة، بَدْءًا بالنســخ المُصغَّرة من كتابي الطالب والتمارين، وانتهاءً بإجابات ما ورد فيهما من تدريبات ومســائل؛ ما يُغْني عن حمل هذين الكتابيــن إلى الغرفة الصفية. وكذلك يحتوي الدليل على جميع أوراق المصادر المشار إليها في الدروس، ويُمكِن للمُعلِّم/ للمُعلِّمة تصوير نسخ منها للطلبة؛ ما يُوفِّر عليهما جُهْد إعداد هذه الأوراق. اســتُهِلَّ الدليل بالصفحات التي تحمل عنوان (أهلًا بك في مناهج الرياضيات المُطوَّرة)، وتعرض العناصر الرئيســة في كلٍّ من كتابي الطالــب والتمارين ودليل المُعلِّم، وتُبيِّن النهج المُعتمَد في كلٍّ منها بطريقة مُبسَّــطة؛ لذا يجدر بالمُعلِّم/ المُعلِّمة قراءة هذه الصفحات بِتَرَوٍّ وتدبُّرٍ قبل البَدْء باستعمال الدليل.

روعي في إعــداد الدليل تقديم خطة واضحة لســير الدرس، بَدْءًا بمرحلــة التمهيد، ومرورًا بمراحل الاستكشــاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، وانتهاءً بمرحلة الختام، إلى جانب إرشادات تساعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على التخطيط الزمني للمهام في كل مرحلة، وتوظيف مختلف أدوات التدريس والتقويم التي يتضمَّنها المنهاج المُطوَّر.

يُقدِّم الدليل أيضًا مقترحات لتنويع التعليم، تساعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على التعامل مع الطلبة كافةً، على اختلاف مستوياتهم الدراسية وأنماط تعلُّمهم؛ انسجامًا مع الاتجاهات العالمية الحديثة في تعلُّم الرياضيات وتعليمها. ولأنَّ الموضوعات الرياضية بعضها مبني على بعض؛ فقد قدَّم الدليل نتاجات التعلُّم السابق ونتاجات التعلُّم اللاحق في بداية كل وحدة، فضلًا عن أدوات تشخيص ومعالجة مناسبة، تساعد المُعلِّم/ المُعلِّمة على معالجة الضعف لدى الطلبة، وتهيئتهم للتعلُّم الحالي. يضاف إلى ذلك أنَّ تعرُّف المُعلِّم/ المُعلِّمة جميع الموضوعات الرياضية التي ســوف يدرســها الطلبة في صفوف لاحقة (التعلُّم اللاحق) يُوفِّر لهما تصــوُّرًا كافيًا عنها، ويجعل تخطيط الدروس أكثر دِقَّةً.

ونحن إذ نُقدِّم الطبعة الأولى (التجريبية) من هذا الدليل، فإنّا نُؤمِّل أنْ ينال إعجاب زملائنا من المُعلِّمين والمُعلِّمات، ويجعل تعليم الرياضيات أكثر متعةً وسهولةً، ونَعِدُ بأنْ نستمرَّ في تحسين الدليل في ضوء ما يصلنا من ملاحظات.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائمةُ المحتوياتِ

قائمةُ المحتوياتِ

تمهيد

في مناهج الرياضيات المطورة

سأتعرف في هذه المقدمة الأسس العلمية والتربوية التي قامت عليها مناهج الرياضيات المطورة بطريقة مبسطة، وذلك بعرض بعض العناصر من كتاب الطالب، وكتاب التمارين، ودليل المعلِّم، التي تتجلّى فيها تلك الجوانب العلمية والتربوية بوضوح. وآمل أنْ تكون مُعِينًا لي على فهم كيفية اســتعمال المناهج المطورة، وتوظيفها بصورة صحيحة داخل غرفة الصــف، بما يُحقِّق الفائدة المنشودة منها.

تتناول المقدمة الجوانب الآتية:

1. خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات.
2. أنواع التقويم، وأدواته.
3. بعض استراتيجيات التعلُّم:
   - التعلُّم القائم على المشاريع.
   - التعلُّم باستعمال التكنولوجيا.
   - الخطوات الأربع لحلِّ المسألة (خطة حلِّ المسألة).
   - التعلُّم بالاستكشاف.
4. مهارات التفكير العليا.
5. تعزيز لغة الرياضيات وإثراؤها.
6. الوصول إلى الطلبة كافةً.

وسأتعرف في نهاية هذه المقدمة بعض استراتيجيات التدريس الشائعة؛ لتكون مرجعًا، ومُعِينًا لي عند التخطيط لتقديم دروسي.

1 خطة الخطوات الست لتدريس الرياضيات:

يُقدِّم لي دليل المعلِّم خطة واضحة لسير الدرس، تحوي ست خطوات (مراحل)، هي: التهيئة، والاستكشاف، والتدريس، والتدريب، والإثراء، والختام. وتتضمَّن كل خطوة من هذه الخطوات مقترحات وإرشادات تساعدني على تقديم الدرس بنجاح.

1 التهيئة

تهدف هذه المرحلة إلى تهيئة الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون ذكر لأيٍّ من أفكاره، وتوجد مقترحات في دليل المعلِّم تعينني على تقديم التهيئة بنجاح في فقرة (التهيئة). قد تحوي هذه الفقرة نشاطًا مبنيًّا على معرفة الطلبة السابقة؛ لذا قد أرصد في أثناء هذه المرحلة بعض الأخطاء المفاهيمية وأصححها قبل بدء الدرس.

2 الاستكشاف

تهدف هذه المرحلة إلى إثارة فضول الطلبة لموضوع الدرس، ولكن دون تقديم معلومات جاهزة لهم؛ إذ يتعيَّن عليّ في هذه المرحلة أداء دور المُيسِّر / الميسِّرة، وذلك بتوجيه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (أستكشف) في كتاب الطالب، ومنحهم وقتًا كافيًا لدراستها والتفكير فيها، ثم طرح الأسئلة المقترحة عليهم، التي ورد ذكرها في بند (الاستكشاف) من دليل المعلِّم. ليس شرطًا أنْ يتمكَّن الطلبة من الإجابة بصورة صحيحة؛ أقبل اقبل إجاباتهم، ثم أنظر فيها لاحقًا بعد انتهاء الدرس، وأتأكد أنَّهم سيجيبون إجابة صحيحة عنها. علمًا بأنَّ تمارين بعض الدروس تُحِيل الطلبة إلى المسألة في فقرة (أستكشف)؛ لحلِّها في نهاية الدرس.

3 التدريس

من المتوقع أنْ تؤدي مرحلة (الاستكشاف) إلى حدوث حالة من عدم التوازن في المفاهيم لدى الطلبة، فتبدأ مرحلة (التعلُّم) في إعادة التوازن لديهم، بحيث يتمكَّنون من تكوين خبرات مشتركة محددة تساعدهم على إدراك المفاهيم، وإتقان العمليات والمهارات. تستغرق هذه المرحلة كثيرًا من وقت الدرس؛ فهي تشمل تقديم فقرات الشرح، وأمثلة الدرس جميعها؛ لذا أستعين بالإرشادات الواردة في فقرة (التدريس) في دليل المعلِّم، لأتمكن من تنفيذ هذه المرحلة المهمة بنجاح.

4 التدريب

فــي هذه المرحلــة يتدرَّب الطلبــة على أنواع مختلفة من المســائل المجــرَّدة والحياتية في فقرتي (أتدرب و أحل المســائل) و(مهارات التفكيــر العليــا) داخل غرفــة الصف، وذلك لترســيخ المفاهيم الجديدة، وزيــادة الطلاقة الإجرائية لديهم. قد يُكمِل الطلبة هذه المرحلة فــي المنزل. وكذلــك التدريبات والمســائل الواردة في الصفحة المقابلة للدرس في كتاب التمارين.

5 الإثراء

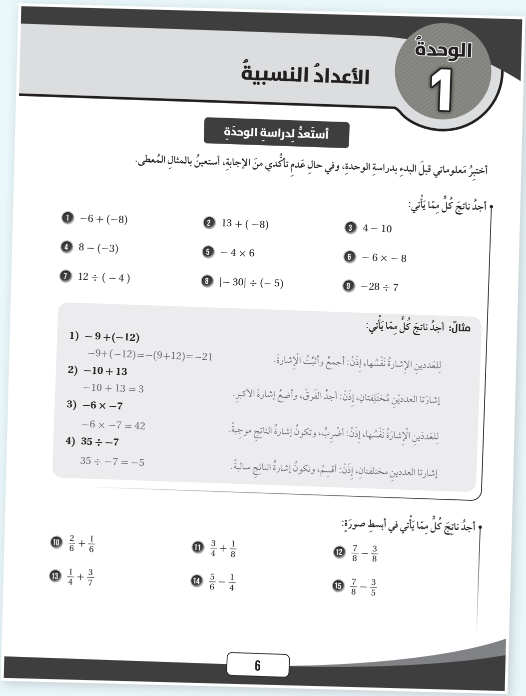
تُعَدُّ توســعة المفاهيم والعمليات والمهارات الهدف الأســاس لهذه المرحلة، ويتمثَّل ذلك في إشــراك الطلبــة في مهام تتضمَّــن مفاهيم وعمليات أوســع وأكثر عمقا. تُوفِّر لي مناهج الرياضيــات المطــورة مصــادر عِــدَّة لإثراء الطلبة ذوي المســتوى فوق المتوســط، منها الفقــرة الخاصة بالإثراء أو التوســعة في دليل المعلِّم التي تحوي مســألةً، أو نشــاطًا صفيًّا، أو حاســوبيًّا، إضافةً إلى مشروع الوحدة الذي يثري معرفة الطلبة بموضوعات الوحدة.

6 الختام

هـي المرحلـة الأخيـرة مـن مراحـل تقديـم الـدرس، التـي تهـدف إلى تجميـع الأفكار المختلفـة التـي تضمَّنهـا الـدرس، ثم عرضهـا بصورة مترابطـة، فضـلًا عـن اشـتمالها علـى مقترحات تسـاعدني علـى تقديم هـذه الفقـرة بنجاح.

2 أنواع التقويم وأدواته:

التقويم جزء لا يتجزأ من عملية التعلُّم؛ فهو يُواكِب جميع خطواتها، ويضمن اســتمرارها وصولًا إلى تحقيق الهدف. يُعرَّف التقويم بأنَّه عملية تُستعمَل فيها معلومات من مصادر مُتعدِّدة للوصول إلى حكم عن تحصيل الطلبة الدراســي. وقد أبرزت مناهج الرياضيات المطورة ثلاثة أنواع مختلفة من التقويم، هي: **التقويم التشخيصي، والتقويم التكويني، والتقويم الختامي**.



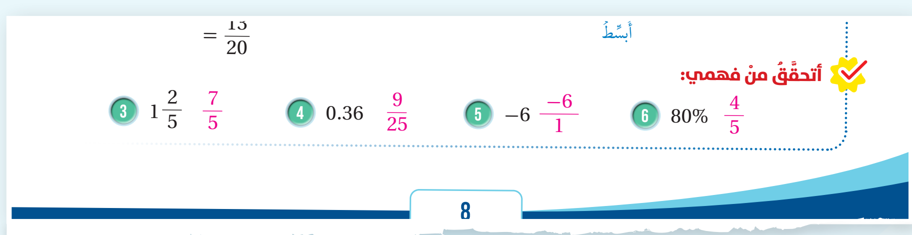
أ التقويم التشخيصي:

يهــدف هذا النوع من التقويم إلى تحديد مدى امتلاك الطلبة المعرفةَ الســابقة اللازمة لدراســة الموضوع الجديد؛ ما يســاعدني على تحديد ما يلزمهم من معالجــات تتمثَّل فــي مصادر التعلُّــم الإضافية. تحتوي مناهــج الرياضيات المطورة على أداة تقويم تشخيصي في بداية كل وحدة، وهي موجودة في كتاب التمارين بعنوان (أستعد لدراسة الوحدة).

ب التقويم التكويني:

يحــدث هــذا النــوع مــن التقويــم فــي أثنــاء عمليــة التدريــس، ويهــدف إلــى متابعــة تعلُّــم الطلبــة أولًا بــأول، والتأكُّــد أنَّ العمليــة التعليميــة التعلُّمية تسير فــي اتجــاه تحقيــق أهدافهــا المنشــودة، وأنَّــه لا يوجــد انحــراف عــن مســارها؛ مــا يســاعدني علــى اتخــاذ القــرارات الصحيحــة، مثــل: الاســتمرار فــي عمليــة التدريــس، أو التعديــل عليهــا، أو النظــر فيهــا مــن جديــد. مــن أدوات التقويــم التكوينــي: الأســئلة الشــفوية، والملاحظــات غيــر الرســمية، والاختبارات القصيرة.

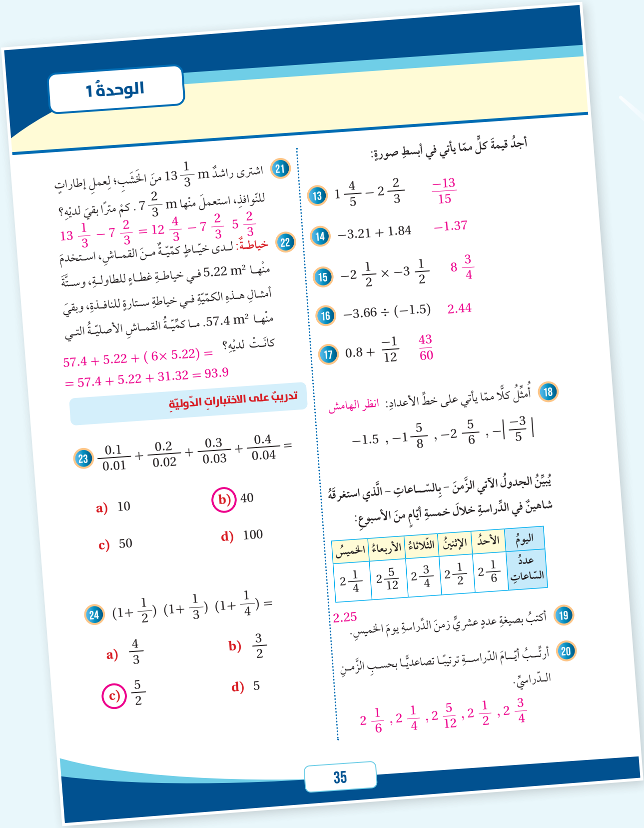
تحتــوي مناهج الرياضيات المطورة على أدوات للتقويم التكويني في كل درس، تتمثَّل في مسائل (أتحقَّق من فهمي) التي تلي كل مثال.



منهاجي
متعة التعليم الهادف

ج التقويم الختامي:

يأتي هذا التقويم في نهاية عملية التدريس، أو في نهاية الوحدة الدراسية. ويساعدني على تحديد الطلبة الذين أتقنوا حدًّا مُعَيَّنًا من المهام المنوطة بهم في أثناء تدريس وحدة دراسية، أو فصل دراسي. تُوفِّر المناهج المطورة لي أداة للتقويم الختامي في كل وحدة، تتمثَّل في (اختبار الوحدة) الذي يحوي مسائل متنوعة تشمل نتاجات الوحدة كلها.



الوحدةُ 1

أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

13 $1\frac{4}{5} - 2\frac{2}{3}$ $\quad \frac{-13}{15}$

14 $-3.21 + 1.84$ $\quad -1.37$

15 $-2\frac{1}{2} \times -3\frac{1}{2}$ $\quad 8\frac{3}{4}$

16 $-3.66 \div (-1.5)$ $\quad 2.44$

17 $0.8 + \frac{-1}{12}$ $\quad \frac{43}{60}$

18 أُمثِّلُ كلًّا ممّا يأتي على خطِّ الأعدادِ: انظر الهامش

$-1.5 \;,\; -1\frac{5}{8} \;,\; -2\frac{5}{6} \;,\; -\left|\frac{-3}{5}\right|$

يُبيِّنُ الجدولُ الآتي الزَّمنَ - بالسّاعاتِ - الَّذي استغرقَهُ شاهينٌ في الدِّراسةِ خلالَ خمسةِ أيّامٍ منَ الأسبوعِ:

اليومُ	الأحدُ	الإثنينُ	الثّلاثاءُ	الأربعاءُ	الخميسُ
عددُ السّاعاتِ	$2\frac{1}{6}$	$2\frac{1}{2}$	$2\frac{3}{4}$	$2\frac{5}{12}$	$2\frac{1}{4}$

19 أكتبُ بصيغةِ عددٍ عشريٍّ زمنَ الدِّراسةِ يومَ الخميسِ. 2.25

20 أرتِّبُ أيّامَ الدّراسةِ ترتيبًا تصاعديًّا بحسبِ الزَّمنِ الدّراسيِّ.

$2\frac{1}{6} \,,\, 2\frac{1}{4} \,,\, 2\frac{5}{12} \,,\, 2\frac{1}{2} \,,\, 2\frac{3}{4}$

21 اشترى راشدٌ $13\frac{1}{3}$ m منَ الخَشَبِ؛ لِعملِ إطاراتٍ للنّوافذِ، استعملَ منْها $7\frac{2}{3}$ m. كمْ مترًا بقيَ لديْهِ؟

$13\frac{1}{3} - 7\frac{2}{3} = 12\frac{4}{3} - 7\frac{2}{3} \quad 5\frac{2}{3}$

22 خياطةٌ: لدى خيّاطٍ كمّيّةٌ منَ القماشِ، استخدمَ منْها $5.22\ m^2$ في خياطةِ غطاءٍ للطاولةِ، وستَّةَ أمثالِ هذهِ الكمّيّةِ في خياطةِ ستارةٍ للنافذةِ، وبقيَ منْها $57.4\ m^2$. ما كمّيّةُ القماشِ الأصليّةُ التي كانَتْ لديْهِ؟

$57.4 + 5.22 + (6 \times 5.22) =$

$= 57.4 + 5.22 + 31.32 = 93.9$

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

23 $\frac{0.1}{0.01} + \frac{0.2}{0.02} + \frac{0.3}{0.03} + \frac{0.4}{0.04} =$

a) 10 b) 40

c) 50 d) 100

24 $(1+\frac{1}{2})\ (1+\frac{1}{3})\ (1+\frac{1}{4}) =$

a) $\frac{4}{3}$ b) $\frac{3}{2}$

c) $\frac{5}{2}$ d) 5

35

3 بعض استراتيجيات التعلُّم:

أ التعلُّم القائم على المشاريع.

يُعَدُّ التعلُّم القائم على المشاريع أحد أساليب التعلُّم الحديثة التي تدمج بين المعرفة والفعل؛ إذ يدرس الطلبة معارف المناهج الدراسية الأساسية، ثم يُطبِّقونها في حلِّ مشكلات حقيقية، وصولًا إلى نتائج قابلة للتطبيق. تساعد هذه الطريقة الطلبة على تنمية قدراتهم ومهاراتهم؛ فهي تراعي الفروق الفردية بينهم، وتُنمّي لديهم الثقة بالنفس، وتُحفِّزهم على الإبداع، والتواصل، والابتكار، وتحمُّل المسؤولية، وتُعِدُّهم للحياة، وتحثُّهم على العمل والإنتاج.

مشروعُ الوحدةِ: الأعدادُ النسبيّةُ في السوقِ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الذي نطبِّقُ فيه ما سنتعلَّمُهُ في هذهِ الوحدةِ لِجمْعِ أعدادٍ مكتوبةٍ على أشياءَ مختلفةٍ حولَنا، ثمَّ إجراءِ بعضِ العمليّاتِ الحِسابيَّةِ عليها.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1 أَبْحَثُ عنْ أعدادٍ نسبيَّةٍ مكتوبةٍ على أشياءَ حولي، مثلِ: المعلَّباتِ، والأجهزةِ، والصُّحفِ، وعُلَبِ الأدويةِ، وغيرِ ذلكَ، مراعيًا أنْ تحتويَ على كلٍّ مِمّا يأتي: ثلاثةِ أعدادٍ نسبيَّةٍ سالبةٍ، وخمسةِ أعدادٍ كليّةٍ، وثلاثةِ كسورٍ، وثلاثةِ أعدادٍ كسريَّةٍ، وخمسةِ كسورٍ عشريَّةٍ. ومنَ المهمِّ التِقاطُ صورٍ تُبيِّنُ موقعَ هذهِ الأعدادِ لِتضمينِها في مشروعي.

2 أنشِئُ جدولًا: أكتبُ في العمودِ الأوَّلِ الأعدادَ الَّتي جمعتُها، وفي الثّاني أكتبُ كلَّ عددٍ على الصورةِ $\frac{a}{b}$، أمّا في الثالثِ فأكتبُ القيمةَ المُطْلَقَةَ لكلِّ عددٍ.

العددُ النِّسبيُّ	العددُ على صورةِ $\frac{a}{b}$	القيمةُ المُطلقةُ

3 أُرتِّبُ الأعدادَ الّتي جمعتُها ترتيبًا تنازليًّا، مُبيِّنًا خُطُواتِ الحلِّ.

عرضُ النتائجِ:

أُصَمِّمُ مَطْوِيّةً أكتُبُ فيها ما يأتي:

- خُطُواتُ عملِ المَشروعِ، والنتائجُ الَّتي توَصَّلْتُ إليها.
- أمثلةٌ أُظْهِرُ فيها لِمُعلِّمي قُدرَتي على جَمعِ الأعدادِ النّسبيَّةِ، وطَرحِها، وضَربِها، وقِسمتِها، وكتابةِ صيغةٍ مُتكافئةٍ لأيِّ عددٍ نِسبيٍّ.
- مَعلومةٌ إضافيَّةٌ عَرَفْتُها عنِ الأعدادِ النّسبيَّةِ في أثناءِ عمَلي في المَشروعِ.
- بَعْضُ الصُّعوباتِ الَّتي واجَهتْني في أثْناءِ عَملي في المَشْروعِ، وكيفَ تغَلَّبْتُ عليْها.

7

ب التعلُّم باستعمال التكنولوجيا.


نشاط التكنولوجيا:

أنشئ مجموعة تواصل باستخدام تطبيق " WhatsApp" وأضف إليه أولياء أمور الطلبة؛ لتتمكن من خلاله إرسال روابط الأنشطة التفاعلية التي تحتوي عليها دروسُ هذا الكتاب.

- شجِّع الطلبة على دخول الرابط https://claritymaths.uk/games/memory/fractions–decimals–percentages.html في المنزل والاستمتاع بألعاب الأعداد النسبية الموجودة؛ لتعزيز مهاراتهم في التحويل بين الصور المختلفة للأعداد النسبية.


معمل برمجية جيو جبرا

الدورانُ

يمكنُ استعمالُ برمجيةِ جيوجبرا (GeoGebra) لإجراءِ دورانٍ لأيِّ شكلٍ على المستوى الإحداثيِّ؛ فهي مجانيَّةٌ وسهلةُ الاستخدامِ. أستعملُ الرابطَ www.geogebra.org/download لتثبيتِ نسخةٍ منْ هذهِ البرمجيةِ في جهازِ الحاسوبِ. يمكنُني أيضًا استعمالُ النسخةِ المتوافرةِ في شبكةِ الإنترنتْ منْ دونِ حاجةٍ إلى تثبيتِها في جهازِ الحاسوبِ عنْ طريقِ الرابطِ الآتي: www.geogebra.org/classic

مثال

أستخدمُ برمجيةَ جيوجبرا؛ لأجِدَ صورةَ المثلثِ الذي إحداثيّاتُ رؤوسِهِ $A(2, 2), B(4, 4), C(8, 1)$ بعدَ إجراءِ دورانٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، وبزاويةِ $90°$ في اتجاهِ دورانِ عقاربِ الساعةِ.

الخطوةُ 1 أرسمُ المثلّثَ ABC:

- أختارُ أيقونةَ منْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقرُ بالمؤشّرِ مواقعَ الأزواجِ المرتّبةِ التي تقعُ عندها رؤوسُ المثلثِ على المستوى الإحداثيِّ. ولإغلاقِ الشكلِ، أنقرُ الرأسَ الأولَ مرةً أخرى.

الخطوةُ 2 أحدِّدُ مركزَ الدورانِ:

- أختارُ أيقونةَ Point منْ شريطِ الأدواتِ.

تُسهِم التكنولوجيا إسهامًا فاعلًا في تعلُّم الرياضيات؛ فهي تُوفِّر تمثيلات بصرية للمفاهيم الرياضية بصورة تفاعلية تزيد من رغبة الطلبة في التعلُّم، وتساعد على استكشاف المفاهيم الجديدة. إنَّ توافر الأدوات التكنولوجية يساعد الطلبة على التأمُّل والتحليل والتفكير بدلًا من إضاعة أوقاتهم في إجراء الحسابات الرتيبة.

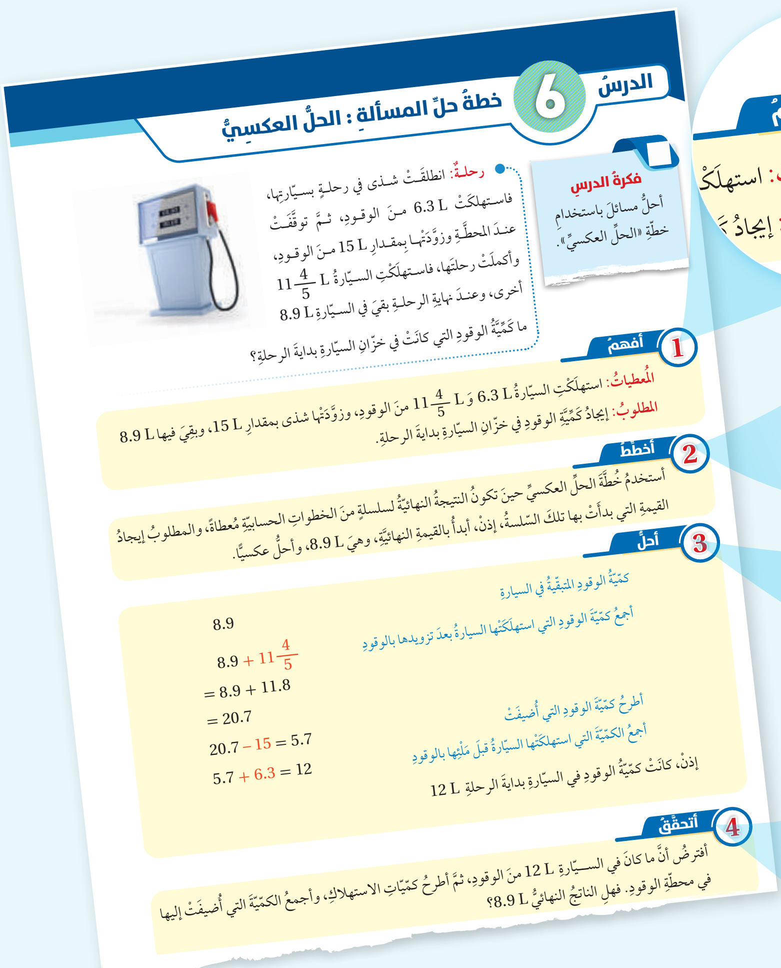
تمنح أدلة المعلمين في مناهج الرياضيات المطورة فرصة توظيف عدد من البرمجيات التعليمية في تدريس الطلبة؛ سواء أكان ذلك في المدرسة، أم في المنزل.

ج الخطوات الأربع لحلِّ المسألة (خطة حلِّ المسألة).

تمنح مناهج الرياضيات المطورة الطلبة فرصة لتطوير مهاراتهم في حلِّ المسألة، عن طريق إفراد دروس خاصة يتدرَّبون فيها على استعمال خطوات ذهنية لحلِّ أيِّ مسألة رياضية، ثم التحقُّق من صحة الحلِّ. وهذه الخطوات الذهنية هي: **أفهم، أُخطِّط، أحُلُّ، أتحقَّق**.

ففي كل درس من هذه الدروس، يكون التركيز على إحدى خطط حل المسألة، مثل:

- خطة الحلِّ العكسي.
- خطة التخمين والتحقُّق.
- خطة البحث عن نمط.
- خطة حلِّ مسألة أسهل.


الدرسُ 6 خطةُ حلِّ المسألةِ : الحلُّ العكسِيُّ

فكرةُ الدرسِ أحلُّ مسائلَ باستخدامِ خطّةِ «الحلِّ العكسيِّ».

رحلةٌ: انطلقَتْ شذى في رحلةٍ بسيّارتِها، فاستهلكَتْ 6.3 L منَ الوقودِ، ثمَّ توقّفَتْ عندَ المحطّةِ وزوّدَتْها بمقدارِ 15 L منَ الوقودِ، وأكملَتْ رحلتَها، فاستهلكَتِ السيّارةُ $11\frac{4}{5}$ L أخرى، وعندَ نهايةِ الرحلةِ بقيَ في السيّارةِ 8.9 L ما كمّيّةُ الوقودِ التي كانَتْ في خزّانِ السيّارةِ بدايةَ الرحلةِ؟

1 أفهمُ

المُعطياتُ: استهلكَتِ السيّارةُ 6.3 L وَ $11\frac{4}{5}$ L منَ الوقودِ، وزوّدَتْها شذى بمقدارِ 15 L، وبقيَ فيها 8.9 L

المطلوبُ: إيجادُ كمّيّةِ الوقودِ في خزّانِ السيّارةِ بدايةَ الرحلةِ.

2 أخطّطُ

أستخدمُ خُطّةَ الحلِّ العكسيِّ حينَ تكونُ النتيجةُ النهائيّةُ لسلسلةٍ منَ الخطواتِ الحسابيّةِ مُعطاةً، والمطلوبُ إيجادُ القيمةِ التي بدأَتْ بها تلكَ السّلسلةُ، إذنْ، أبدأُ بالقيمةِ النهائيّةِ، وهيَ 8.9 L، وأحلُّ عكسيًّا.

3 أحلُّ

كمّيّةُ الوقودِ المتبقّيةُ في السيارةِ	8.9
أجمعُ كمّيّةَ الوقودِ التي استهلكَتْها السيارةُ بعدَ تزويدِها بالوقودِ	$8.9 + 11\frac{4}{5}$
	$= 8.9 + 11.8$
	$= 20.7$
أطرحُ كمّيّةَ الوقودِ التي أُضيفَتْ	$20.7 - 15 = 5.7$
أجمعُ الكمّيّةَ التي استهلكَتْها السيّارةُ قبلَ ملئِها بالوقودِ	$5.7 + 6.3 = 12$

إذنْ، كانَتْ كمّيّةُ الوقودِ في السيّارةِ بدايةَ الرحلةِ 12 L

4 أتحقّقُ

أفترضُ أنَّ ما كانَ في السيّارةِ 12 L منَ الوقودِ، ثمَّ أطرحُ كمّيّاتِ الاستهلاكِ، وأجمعُ الكمّيّةَ التي أُضيفَتْ إليها في محطّةِ الوقودِ. فهلِ الناتجُ النهائيُّ 8.9 L؟

4 مهارات التفكير العليا:

تهدف **مهارات التفكير العليا** إلى تحدّي قدرات الطلبة في مجال التفسير، والتحليل، ومعالجة المعلومات؛ لذا، فهي تُنمّي قدراتهم على التأمُّل، والتفكير، والاستقصاء، واكتشاف العلاقات.

تمنح مناهج الرياضيات المطورة الطلبة فرصة لتطوير مهارات التفكير العليا في كل درس، بطرحها مسائل مرتبطة بنتاجات الدرس؛ إذ تحوي فقرة (مهارات التفكير العليا) عددًا من المسائل ضمن العناوين الآتية:

تبرير: يتطلَّب حلُّ هذه المسائل تبرير خطوات الحلِّ جميعها.

تحدٍّ: تتضمَّن هذه المسائل أفكارًا غير مألوفة تُمثِّل تحدِّيًا للطلبة.

مسألة مفتوحة: يوجد لهذه المسألة عدد من الحلول الصحيحة، وليس حلًّا واحدًا فقط.

أكتشف الخطأ: يتعيَّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحديد الخطأ في إجابة معطاة؛ ما يُحتِّم عليهم إدراك مفاهيم الدرس بصورة عميقة.

أيُّها مختلف: يتعيَّن على الطلبة في هذا النوع من المسائل تحليل عدد من الخيارات المعطاة، ثم تحديد خيار واحد فقط مختلف عن البقية.

ما السؤال: يُعطى الطلبة في هذا النوع من المسائل إجابة لمسألة ما، ثم يُطلَب إليهم كتابة هذه المسألة.

5 تعزيز لغة الرياضيات وإثراؤها:

تُعَدُّ المصطلحات إحدى ركائز تعلُّم الرياضيات؛ فهي الوعاء الذي يحمل المعاني الرياضية، وينقلها بين المسائل والسياقات المختلفة. ولهذا أبرزت مناهج الرياضيات المطورة المصطلحات الرياضية التي يتعرَّفها الطلبة أول مرَّة، وميَّزتها بلون مختلف داخل نصوص الشرح، وأوردت مرادفاتها من اللغة الإنجليزية بهدف إثراء معرفة الطلبة.

6 الوصول إلى الطلبة كافةً:

تراعي مناهج الرياضيات المطورة تكافُؤ الفرص بين الطلبة، وخصوصية كل طالب/ طالبة (التمايز)، وتساعد كلًّا منهم على تجاوز عثراته، وتعزيز مناحي تفوُّقه.

يُمكِن لي تحقيق التمايز عن طريق أربعة عناصر رئيسة، هي:

المحتوى: يُقصَد بذلك ما يحتاج الطلبة إلى تعلُّمه، وكيفية حصولهم على المعلومة، ومن الأمثلة على تحقيق التمايز في المحتوى تقديم الأفكار باستعمال الوسائل السمعية والبصرية والمحسوسة.

الأنشطة: هي الأنشطة التي يشارك فيها الطلبة؛ لكي يفهموا المحتوى، أو يتقنوا المهارة. ومن الأمثلة على تحقيق التمايز في هذا العنصر استعمال الأنشطة المُتدرِّجة التي يشارك فيها جميع الطلبة، ولكنَّهم يتقدمون فيها إلى مستويات مختلفة، أو منح الطلبة ذوي المستوى دون المتوسط وقتًا إضافيًّا لإنجاز المهام.

المنتَجات: المشاريع التي يتعيَّن على الطلبة تنفيذها؛ للتدرُّب على ما تعلموه في الوحدة، وتوظيفه في حياتهم، والتوسُّع فيه. ومن الأمثلة على تحقيق التمايز في المنتجات السماح للطلبة بالعمل وحدهم، أو في مجموعات صغيرة لابتكار منتَجاتهم الخاصة بحسب ميولهم.

بيئة التعلُّم: يُقصَد بها عناصر البيئة الصفية جميعها. ومن الأمثلة على تحقيق التمايز في بيئة التعلُّم التحقُّق من وجود أماكن في غرفة الصف، يُمكِن للطلبة العمل فيها بهدوء، ومن دون إلهاء. وكذلك أماكن أُخرى تُسهِّل العمل التعاوني بين الطلبة.

التكيُّف: إذا واجهَ بعض الطلبة صعوبة في إيجاد الكسور الفعلية والكسور العشرية والنسبة المئوية المتكافئة، أزودهم **بورقة المصادر2: مربعات المئة**، وأوضح لهم بمثال كيفية التحويل بين أشكال الكسور المختلفة من خلال الشكل الموجود فيها، وأوجههم إلى استخدام شبكة مربعات المئة الموجودة في الورقة عند الحاجة.

توسعة: يمكنني تغيير الأعداد في جدول المربعات؛ لأجعل الحسابات أكثر صعوبة.

استراتيجيات تدريس إضافية

تســـاعدني مناهج الرياضيات المطورة على تطبيق أحدث اســـتراتيجيات التدريس، بما تحويه من عناصر منظمة في كتاب الطالب، ومقترحات، وإرشادات مناسبة للتدريس في دليل المعلِّم، علمًا بأنَّ مسألة تطبيقها متروكة لي؛ إذ يمكنني اختيار طريقة التدريس التي أراها مناسبة داخل غرفة الصف؛ لأني أكثر علمًا بأحوال غرفة الصف، والوسائل والتجهيزات المتوافرة في مدرستي.

في ما يأتي بعض استراتيجيات التدريس الإضافية التي قد تساعدني على تقديم دروسي:

التعلُّم المقلوب:

نموذج تربوي يهدف إلى اســـتعمال التقنيات الحديثة وشـــبكة الإنترنت على نحوٍ يسمح لي بإعداد الدرس عن طريق مقاطع الفيديو، أو الملفات الصوتية، أو غير ذلك من الوسائط؛ ليطَّلِع عليها الطلبة في منازلهم (تظلُّ متاحة لهم على مدار الوقت)، باستعمال حواسيبهم، أو هواتفهم الذكية، أو أجهزتهم اللوحية قبل الحضور إلى غرفة الصف. في حين يُخصَّص وقت اللقاء الصفي في اليوم التالي لتطبيق المفاهيم والمحتوى العام الذي شـــاهدوه، وذلك في صورة سلسلة من أنشطة التعلُّم النشط، والأنشطة الاستقصائية، والتجريبية، وحلِّ المسائل الرياضية، والعمل بروح الفريق، وتقييم التقدُّم في سير العمل.

بطاقة الخروج:

أســـلوب يتضمَّن مهمة قصيرة يُنفِّذها الطلبة في مرحلة ختام الدرس. وفيه يجيب الطلبة عن أســـئلة قصيرة مُحدَّدة مكتوبة في بطاقات صغيرة، ثم أجمع البطاقات لأقرأ الإجابات، ثم أعلق عليها في الحصة التالية، في ما يُمثِّل تغذية راجعة أستند إليها في الحصة اللاحقة.

رفع اليد (إشارة الصمت):

أســـلوب يُســـتعمَل لإدارة الصف. وفيه أرفع يدي، فيســـتجيب الطلبة برفع أيديهم، وإنهاء مناقشـــاتهم فورًا. تُعَدُّ هذه الاستراتيجية طريقة فاعلة وسريعة للفت انتباه الطلبة، ويُمكِن استخدامها في بداية الحصة، أو للإعلان عن انتهاء النشاط. ويجب أن يقابَل رفع يدي باستجابات ثلاث: رفع جميع الطلبة أيديهم من دون استثناء، والتزامهم الصمت التام، والإصغاء.

الرؤوس المُرقَّمة:

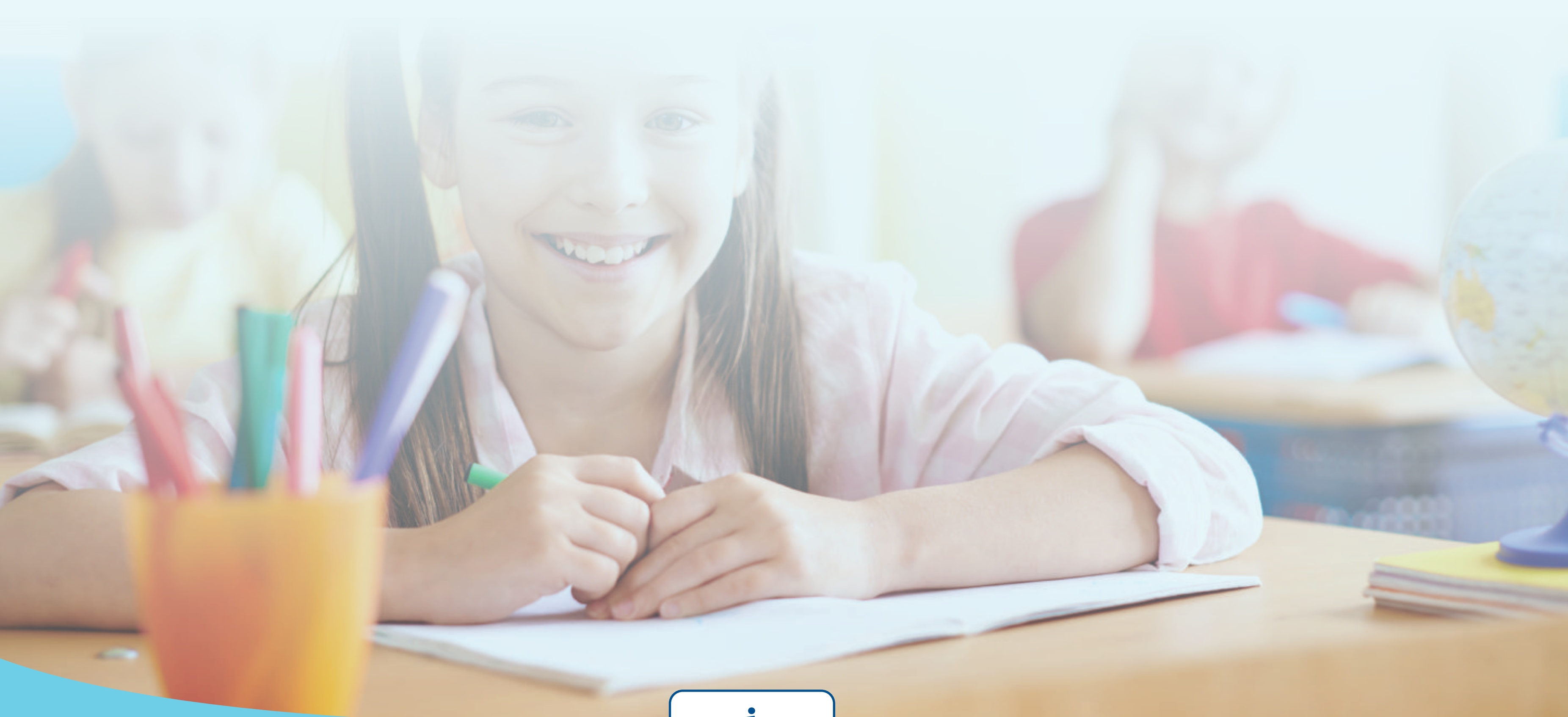
أسـلوب يُسـتعمَل لإدارة الصف، وتوزيع المسـؤوليات. وهو يهدف إلى إبقاء الطلبة في وضع استعداد دائم، عن طريق الاختيار العشـوائي لمشاركاتهم وإجابتهم عن الأسئلة. ففي العمل الجماعي يكون لكل فرد في المجموعة رقم خاص، وعندما أسعى إلى الحصول على إجابة سؤال بصورة عشوائية، فإنني أختار رقمًا من دون أنْ يعرف صاحبه، فيجيب من يحمل الرقم عن السؤال، وقد يساعده على الإجابة أفراد المجموعة.

أنا أُفكِّر، نحن نُفكِّر:

أسلوب يُسـتعمَل لتطوير تفكير الطلبة ضمن مجموعات. وفيه تُعِدُّ كل مجموعة ورقة تتضمَّن جدولًا من عمودين؛ عنوان الأول: (أنا أُفكِّر)، وعنوان الثاني: (نحن نُفكِّر). ثم أوجه سؤالًا يجيب عنه الطلبة بصورة فردية في العمود الأول، ثم يُناقِش الطلبة إجاباتهم للاتفاق على إجابة واحدة تُكتَب في العمود الثاني، ويُمكِن تغيير الورقة عند الحاجة. يساعد هذا الأسلوب الطلبة على التفكير في الموضوع، وتأمُّل التغيُّر في تفكيرهم نتيجة التحدث إلى الآخرين.

الألواح الصغيرة:

أسـلوب يُسـتعمَل للتقويم. وفيه يُمسِـك كل طالب/ طالبة بلوح صغير (يُمكِن أنْ يُصنع من قطعة كرتون مقوًّى، أو قطعة خشب صغيرة يُكتَب عليها بالطبشـور، أو قطعة كرتون عليها لاصق شـفّاف يُكتَب عليها بقلم اللوح الأبيض)، ثم أوجه سؤالًا يجيب عنه كل طالب/ طالبة بالكتابة على اللوح، ثم رفعه إلى أعلى؛ لأتمكن من مشـاهدة الإجابات بسهولة. يُسهِم هذه الأسلوب في زيادة مشـاركة الطلبة؛ لأنَّهم يجيبون جميعًا في الوقت نفسه من دون إحداث فوضى، ويُسهِم أيضًا في التقويم التكويني؛ إذ ألاحظ نسبة إجابات الطلبة الصحيحة.



الوحدةُ
5

التناسُبُ وتطبيقاتُهُ

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة			• اختبار الوحدة من كتاب التمارين. • ورق رسم بياني. • أقلام ملونة.	1
الدرس 1: معدّل الوحدة	• إيجاد معدّل الوحدة من نسب كسرية.	المعدّل، معدّل الوحدة	• ورقة المصادر 1 • ورقة المصادر 2	3
الدرس 2: التناسب	• تعرّف التناسب. • تمييز التناسب من خلال نسبتين معلومتين. • تبرير الحكم على نسبتين أنهما تشكلان تناسبًا. • حلّ تناسب.	التناسب، طرفا التناسب، نسبتان متكافئتان، وسطا التناسب، الضرب التبادلي.، حل التناسب.	• أقلام ملونة. • ورقة المصادر 3 • ورقة المصادر 4	2
الدرس 3: العلاقات التناسبية	• تعرّف علاقة التناسب. • اختبار وجود علاقة تناسب بين كميتين. • إنشاء جدول يمثل علاقة تناسب بين كميتين. • تمثيل علاقة التناسب في المستوى البياني. • حلّ مسائل حياتية تتضمن علاقات التناسب.	علاقة التناسب		3
الدرس 4: التناسب الطردي	• تعرّف التناسب الطردي. • تمييز التناسب الطردي. • كتابة معادلة التناسب الطردي بإيجاد ثابت التناسب، وتمثيلها بيانيًا. • تمثيل التناسب الطردي بيانيًا أو في جدول. • حلّ التناسب الطردي.	التناسب الطردي، ثابت التناسب.		2
معمل برمجية جيوجيبرا: التناسب الطردي	• استخدام برمجية جيوجبرا لتمثيل علاقة تناسب بيانيًا. • تحديد علاقة التناسب الطردي من الرسم.	التناسب الطردي، ثابت التناسب	• مختبر حاسوب مزود بالإنترنت.	1
الدرس 6: التناسب العكسي	• تعرّف التناسب العكسي. • كتابة معادلة التناسب العكسي بإيجاد ثابت التناسب. • تمثيل التناسب العكسي في جدول أو رسم بياني، وتفسيره. • تمييز التناسب الطردي والتناسب العكسي.	التناسب العكسي		2
الدرس 7: التقسيم التناسبي	• تعرّف التقسيم التناسبي. • توظيف التقسيم التناسبي في حل مسائل حياتية.	التقسيم التناسبي	• ورقة المصادر 5	3
الدرس 8: تطبيقات ماليّة	• إعداد تقارير مالية تتضمن البيع والشراء. • توظيف النسبة المئوية في حل مسائل حياتية. • تحديد السعر الأفضل لسلعة معطى ثمنها بعملات مختلفة.	التكلفة، سعر البيع، الربح، الخسارة، التكلفة الكلية، سعر الصرف	• صور عن أوراق نقدية أردنية ودولارات. • نشرات بأسعار صرف العملات مقابل الدينار لأيام مختلفة.	2
المشروع			• ورق مقوى. • أقلام ومقصات.	1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار الوحدة				1
المجموع				21

الوحدة 5

نظرة عامة حول الوحدة:

فــي هذه الوحدة ســيجد الطلبة معدل الوحدة من نســب كســرية، وســيتعلمون حل المســائل باســتخدام مفهوم التناسب، والتمييز بين التناسب الطردي والعكسي، وكتابة معادلة كل منهما، وتوظيف التقسيم التناسبي لحل مسائل حياتية، بالإضافة إلى تحديد السعر الأفضل لسلعة عُرفت أسعارها في دولتين أو أكثر بعملاتها.

الوحدةُ 5

التناسُبُ وتطبيقاتُهُ

ما أَهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

للتناسُبِ تطبيقاتٌ حياتيةٌ كثيرةٌ، فهوَ يُستخدَمُ مثلًا في تحديدِ كمّيةِ الموادِّ الأوليةِ اللازمةِ لصنعِ الموادِّ الغذائيةِ أوِ الطبّيةِ، ويُستخدَمُ أيضًا في تقسيمِ الميراثِ وتوزيعِ الأرباحِ بينَ شركاءَ حصصُهُمْ مختلفةٌ، وفي حلِّ مسائلِ الخصمِ والضريبةِ، وتسهيلِ أعمالِ التجارةِ والسياحةِ الدوليةِ بالتحويلِ بينَ العملاتِ المختلفةِ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

- ✓ كتابةَ النسبةِ بِصُورٍ مختلفةٍ.
- ✓ إيجادَ نِسَبٍ مكافئةٍ لِنسبٍ معطاةٍ.
- ✓ تطبيقَ معدلِ الوحدةِ في مواقفَ حياتيةٍ.
- ✓ حلَّ مسائلَ حياتيةٍ على النسبةِ والنسبةِ المئويةِ.
- ✓ حلَّ مسائلَ في البيعِ والشراءِ تتطلبُ تحويلاتٍ بينَ عملاتٍ محليةٍ وعربيةٍ وأجنبيةٍ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- إيجادَ معدلِ الوحدةِ مِنْ نِسَبٍ كسريةٍ.
- حلَّ مسائلَ باستخدامِ مفهومِ التناسُبِ.
- تمييزَ التناسُبَينِ: الطرديِّ، والعكسيِّ.
- توظيفَ التقسيمِ التناسُبيِّ لحلِّ مسائلَ حياتيةٍ.
- تحديدَ السعرِ الأفضلِ لسلعةٍ عُرِفَتْ أسعارُها في دولتَينِ أوْ أكثرَ بعُملاتِها.

6

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السادس

- تعرّف النسبة.
- كتابة النسبة بصور مختلفة (مثل $\frac{أ}{ب}$ و أ: ب حيث ب $\neq 0$).
- إيجاد قيمة نسبة ما (من عدد أو مبلغ أو كمية).
- إيجاد قيمة نسبة مئوية من عدد.
- إيجاد نسب مكافئة لنسبة معطاة (باستخدام الفهم للكسور المتكافئة والضرب والقسمة).
- تعرّف معدل الوحدة (مثل السرعة).
- تحويل مبالغ من عملات محلية وعربية إلى عملات عالمية رئيسة وفقًا لسعر صرف على لائحة أسعارٍ مُعطاة .
- تحويل مبالغ من عملات عالمية رئيسة إلى عملات محلية وعربية وفقًا لسعر صرف على لائحة أسعارٍ مُعطاة.

الصف السابع

- تبرير الحكم على تشكيل نسبتين تناسبًا.
- حلّ مسائل حياتية تتطلب استخدام مفهوم التناسب والنسب المتكافئة باستخدام قوانين التناسب.
- توظيف التقسيم التناسبي لحل مسائل حياتية.
- حساب معدل الوحدة من نسب كسرية.
- تمييز العلاقات التناسبية الموضحة في جدول أو في رسم بياني.
- تمثيل علاقة التناسب بمعادلة وفي المستوى البياني.
- تمييز التناسب الطردي والتناسب العكسي.
- تمثيل التناسب الطردي والعكسي بيانيًّا أو في جدول.
- حلّ مسائل حياتية تتضمن إيجاد النسب المئوية.
- حلّ مسائل حياتية تتضمن حساب الربح أو الخسارة لمشاريع وأعمال تجارية محدودة.
- حساب جملة المبلغ في حساب الفائدة البسيطة.
- تحديد السعر الأفضل لسلعة عُرفت أسعارها في دولتين أو أكثر بعملاتها باستخدام لائحة بأسعار العملات.

الصف الثامن

- حلّ مسائل تتضمن إيجاد النسبة المئوية التي يشكلها عدد من عدد آخر، وإيجاد عدد عُلمت قيمة نسبة مئوية منه مثل حساب قيمة الخصم، أو الضريبة، أو الربح، أو الخسارة.
- إيجاد نسب مئوية أكبر من 100% وأصغر من 1% وشرح مدلولها.
- حساب النسبة المئوية للتغير (التزايد أو التناقص)، وتبريرها.

مشروعُ الوحدةِ: التناسُبُ في الحياةِ اليوميةِ

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الّذي نطبّقُ فيهِ ما نتعلمُهُ في هذهِ الوَحدةِ والمكوَّنِ مِنْ مَهَمتَينِ.

المَهمةُ (1): التناسُبُ في السوقِ

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أبحثُ عنْ عُبوّاتِ مياهٍ صحّيةٍ تُنتجُها شركةٌ واحدةٌ وَبِسعاتٍ مختلفةٍ، وأقرأُ ما تحويهِ مِنْ أملاحٍ معدنيةٍ، ثمَّ أختارُ أحدَ الأملاحِ المعدنيةِ (صوديومَ، بوتاسيومَ، كالْسيومَ،...) وأملأُ الجدولَ الآتيَ:

سعةُ العُبوّةِ (x)	كتلةُ الملحِ المعدنيِّ (y)	$\frac{y}{x}$
0.25 L		
0.5 L		
1.5 L		

2. أتحققُ منْ أنَّ x وَ y ترتبطانِ بعلاقةٍ تناسبيةٍ، وأمثلُها بيانيًّا.
3. أكتبُ العلاقةَ بينَ x وَ y على الصورةِ $y = kx$، وأحددُ نوعَ التناسبِ.

عرضُ النتائجِ:

تعرضُ المجموعاتُ جداولَها، وتناقشُ كيفيةَ اختيارِ الشركةِ وقراءةِ كتلةِ الملحِ المعدنيِّ والصّورِ الّتي التُقِطَتْ لعبوّاتِ المياهِ، وتناقشُ أيضًا العملياتِ الحسابيةَ والتمثيلَ البيانيَّ.

المَهمةُ (2): تجارةٌ في مقصِفِ المدرسةِ

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أختارُ ومجموعتي منتجاتٍ تُباعُ في مقصِفِ المدرسةِ (عصيرًا، أوْ قطعَ بسكويتٍ، أوْ ساندويشاتٍ) وأكتبُ أسماءَها في الجدولِ الآتي:

المُنتجُ	تكلفةُ المُنتجِ	سعرُ البيعِ	الربحُ

خصمٌ على سعرِ بيعِ المُنتَجِ السابقِ					
المُنتَجُ	سعرُ البيعِ القديمُ	سعرُ البيعِ الجديدُ	الخصمُ	نسبةُ الخصمِ	الربحُ بعدَ الخصمِ

2. أحددُ سعرَ البيعِ لكلِّ مُنتجٍ.
3. أحددُ تكلفةَ المنتجِ.
4. أحددُ نسبةَ الخصمِ لزيادةِ مبيعاتِ المُنتَجِ.
5. أجِدُ السعرَ الجديدَ والربحَ بعدَ الخصمِ.

عرضُ النتائجِ:

تعرضُ المجموعةُ جداولَها، وتناقشُ كيفيةَ اختيارِ المُنتَجِ وتحديدِ نسبةِ الخصمِ عليْهِ، وأيةَ أعمالٍ أُخرى وثّقَتْها المجموعةُ.

7

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	كتابة كتلة المعدن بدقة.			
2	حساب النسبة بين كتلة المعدن وسعة العبوّة.			
3	كتابة العلاقة بين y و x على الصورة $y = kx$.			
4	تمثيل العلاقة بيانيًّا، وتحديد نوع العلاقة من الرسم.			
5	تضمين المشروع المحاولات والخيارات التي استُبعِدت.			
6	التعاون والعمل بروح الفريق.			
7	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
8	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			
9	استخدام التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم نتاج صحيح كامل.

الوحدة 5

مشروع الوحدة: التناسب في الحياة اليومية

هدف المشروع: يهدف المشروع إلى تنمية مهارات الطلبة في البحث عن تناسُب في مواقفَ حياتيةٍ وتمثيلِهِ بيانيًّا وتحديدِ نوعِهِ. ويهدف أيضًا إلى تنمية مهارات الطلبة في إعدادِ تقاريرَ ماليةٍ لمشاريعَ تتضمنُ البيعَ والشراءَ وحسابَ الربحِ والنسبةِ المئويةِ للربحِ والخصمِ.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد المجموعة، وأوزع المهمات في ما بينهم.
- أوضح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع، وعناصر المنتج النهائي المطلوب إليهم إنجازه. وأؤكد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولًا بأول، وأعزز بما أراه مناسبًا للموضوع.
- أذكّر الطلبة بالعودة للمشروع في نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يتطلب إنجازه ضمن المشروع.
- أوضح للطلبة مسبقًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع أبيّن للطلبة ما يأتي:
  - » إمكانية استعمال التكنولوجيا عند عرض نتائج المشروع (publisher, Power Point,...).
  - » اختيار كل مجموعة أحد طلبتها لعرض جداولها أمام الصف، والتحدث عن استخدامات التناسب في المشروع ودور كل واحد من أفراد المجموعة في العمل (تكمن أهمية هذه الخطوة في تنمية مهارات التواصل لدى الطلبة).
  - » أطلب إلى الطلبة ذكر بعض الصعوبات التي واجهتهم في أثناء تنفيذ المشروع، وكيفية حلها؛ لتعزيز مهاراتهم في حل المشكلات.

أستعد لدراسة الوحدة:

أطبّق اختبار التهيئة لأساعد الطلبة على تذكُّر المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذه الوحدة باتباع الآتي:

- أطلب إلى الطلبة حل اختبار التهيئة داخل الصف.
- أتجوّل بين الطلبة، لمتابعتهم في أثناء حل الاختبار، وتحديد نقاط ضعفهم، وأوجههم للرجوع لبند المراجعة الموجود نهاية الاختبار حين يواجهون صعوبة في الحل.
- في حال واجه بعض الطلبة صعوبة في حل المسائل الواردة في الاختبار، أستعين بالمسائل الإضافية الآتية:

» **أجد ناتج كل مما يأتي:**

1) $\frac{3}{4} \div \frac{1}{2}$

2) $\frac{1}{3} \div \frac{1}{9}$

» **أجد نسبة مكافئة لكل نسبة بأبسط صورة:**

3) $\frac{2}{4}$

4) $10 : 5$

5) $2 : 6$

6) أحل المعادلة $2y = 10$.

7) أمثل العلاقة $y = x$ بيانيًّا.

8) أجد قيمة 10% من 90

الوحدةُ 5

التناسُبُ وَتطبيقاتُهُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبِرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمُراجعةِ.

- أجدُ ناتجَ كُلٍّ مِمّا يَأْتي:

1) $\frac{3}{8} \div \frac{9}{16} = \frac{2}{3}$
2) $\frac{11}{10} \div \frac{22}{5} = \frac{1}{4}$
3) $\frac{5}{8} \div \frac{1}{2} = \frac{5}{4}$
4) $\frac{21}{16} \div \frac{9}{4} = \frac{7}{12}$

مثالٌ: أَجِدُ ناتجَ: $\frac{5}{12} \div \frac{10}{3}$

أضربُ في النظيرِ الضَّربيِّ للكسرِ $\frac{10}{3}$: $\frac{5}{12} \div \frac{10}{3} = \frac{5}{12} \times \frac{3}{10}$

أقسمُ على العواملِ المشترَكةِ: $= \frac{\cancel{5}^{1}}{\cancel{12}_{4}} \times \frac{\cancel{3}^{1}}{\cancel{10}_{2}}$

أضربُ البَسطَينِ وَأضربُ المَقامَينِ: $= \frac{1}{8}$

- أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1) $6b - 2 = 40$ 7
2) $64 = 24d$ $\frac{8}{3}$
3) $36 = \frac{9}{2}x + 13$ $\frac{46}{9}$
4) $4n + 3 = 17$ $3\frac{1}{2}$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ $8y + 2 = 30$

$8y + 2 = 30$

أطرحُ 2 مِنْ كلا الطرفَينِ: $-2 \quad -2$

أقسمُ كِلا الطرفَينِ على 8: $\frac{8y}{8} = \frac{28}{8}$

أَجِدُ الناتجَ بِأبسطِ صورةٍ: $= 3\frac{1}{2}$

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

- أمثّلُ بيانيًّا كلًّا ممّا يأتي:

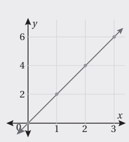
1) $y = 3x - 5$ — انظر إجابات الطلبة: مستقيم يمر بالنقطتين $(2, 1), (4, 7)$.
2) $y = \frac{1}{2}x$ — انظر إجابات الطلبة : مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 0), (2, 1)$.
3) $y = 2x + 1$ — 3) انظر إجابات الطلبة : مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 1), (1, 3)$.

مثالٌ: أمثّلُ المعادلةَ $y = 2x$ بيانيًّا:

الخطوةُ 1: لِتمثيلِ المعادلةِ أَجِدُ حَلَّينِ على الأقلِّ لها؛ لذا، أُنشئُ جدولًا يتضمنُ اختيارَ قِيَمِ المدخَلاتِ x وَحسابَ قِيَمِ المخرَجاتِ y.

x	1	2	3
y	2	4	6

الخطوةُ 2: أمثلُ الأزواجَ المرتبةَ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يمرُّ بها جميعًا.



- أَجِدُ قيمةَ النسبةِ المئويةِ مِنَ العددِ المُعطى:

1) 50% مِنْ 72 — 36
2) 2.5% مِنْ 1400 — 35

مثالٌ: أَجِدُ قيمةَ 20% مِنْ 56

أحوّلُ النسبةَ المئويةَ إلى كسرٍ: $20\% \times 56 = \frac{20}{100} \times 56$

أَجِدُ الناتجَ بِأبسطِ صورةٍ: $= 11.2$

- أَجِدُ نسبةً مكافئةً لِكلِّ نسبةٍ ممّا يأتي بِأبسطِ صورةٍ:

1) $\frac{3}{12}$ $\frac{1}{4}$
2) $24 : 18$ $4 : 3$
3) $21 : 54$ $7 : 18$

مثالٌ: أَجِدُ نسبةً مكافئةً لِلنسبةِ $\frac{6}{15}$

أقسمُ البَسطَ وَالمَقامَ على (ع. م. أ): $\frac{6}{15} = \frac{6 \div 3}{15 \div 3} = \frac{2}{5}$

نشاط الاستعداد للوحدة

نصف ساعة

ملاحظاتي

هدف النشاط:

استكشاف علاقات التناسب من النسبة والنسب المتكافئة.

إجراءات النشاط:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية.
- أطلب إلى كل مجموعة قراءة الفقرة الآتية:

(يتم خلط نوعين من التوابل، جوزة الطيب والزنجبيل بالنسبة 3 :2 لعمل نكهة لطبق طعام، ويبين الجدول الآتي نسبًا متكافئة من جوزة الطيب والزنجبيل، حيث تمثل فيـــه n كتلة جوزة الطيب، وَ g كتلة الزنجبيل)

g	n
3	2
6	4

- أَطلب إلى الطلبة إكمال الجدول، وأذكّرهم بالنسب المتكافئة.
- أَطلب إلى الطلبة البحث عن علاقة تُحسب منها القيم في عمود g من قيم n.

إرشـاد: أوضّح للطلبة أنـه يمكنهم كتابة العلاقة من خلال النســبة $\frac{3}{2} = \frac{g}{n}$ ثم ضرب طرفي النسبة بـ n لتصبح العلاقة $g = \frac{3}{2}n$

- أُوجّه الطلبة إلى تمثيل بيانات الجدول بيانيًّا بجعل n على محور x وَ g على محور y، ثم أسألهم:
  » أين يقطع المستقيم محور x، ومحور y؟

التكيُّف: يمكن للطلبة تمثيل البيانات يدويًّا، أو باستعمال برمجية جيوجيبرا.

توسعة: أَطلب إلى الطلبة البحث عن مواقف حياتية تتضمن نسبًا متكافئة وتكوين جدول، وتمثيل بياناته بيانيًّا، وكتابة العلاقة التي تمثل الرسم البياني.

الدرس 1

نتاجات الدرس:

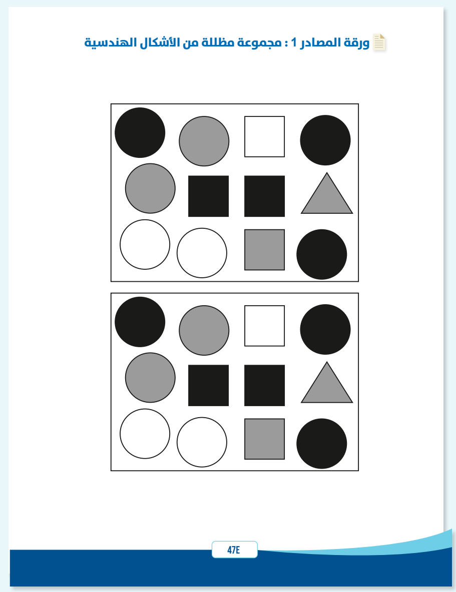
- إيجاد معّدل الوحدة من نسب كسرية.
- توظيف معّدل الوحدة في حل مسائل حياتية .

التعلم القبلي:

- كتابة النسبة بصور مختلفة.
- إيجاد صيغ مكافئة لنسبة معطاة.
- إيجاد ناتج قسمة كسرين.
- إيجاد معدل الوحدة لأعداد صحيحة.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كل مجموعة بورقة المصادر 1: **مجموعة مظللة من الأشكال الهندسية.**



- أسأل المجموعات:
  » ما نسبة عدد الدوائر رمادية اللون إلى عدد الدوائر بيضاء اللون؟ 2:2
  » ما نسبة عدد المربعات إلى عدد المثلثات؟ 4:1
  » ما نسبة عدد المثلثات إلى عدد المربعات؟ 1:4
  » ما نسبة عدد المثلثات إلى العدد الكلي للأشكال الهندسية؟ 1:12
  » ما نسبة عدد الأشكال ذات اللون الأسود إلى العدد الكلي للأشكال الهندسية؟ 5: 12

الدرسُ 1

معدَّلُ الوحدةِ

فكرةُ الدرسِ
أجِدُ معدَّلَ الوحدةِ مِنْ نِسَبٍ كسريةٍ.

المصطلحاتُ
المعدَّلُ، معدَّلُ الوحدةِ.

أستكشفُ
تُعدُّ سمكةُ الزعنفةِ الشراعيةِ أسرعَ أنواعِ أسماكِ القرشِ، إذْ يُمكنُها أنْ تقطعَ مسافةَ 275 km في ساعتينِ ونصفٍ. كَمْ كيلومترًا يُمكنُ لهذهِ السمكةِ أنْ تقطعَ في 8 ساعاتٍ؟

مفهومٌ أساسيٌّ — **المعدلُ ومعدلُ الوحدةِ**

- **بالكلماتِ** **المعدَّلُ** (rate) هو نسبةٌ تقارنُ بينَ كمّيتَيْنِ لهُما وحدتانِ مختلفتانِ.
  عندَ تبسيطِ المعدَّلِ ليُصبحَ مقامُهُ 1 وحدةً، فإنَّهُ يُسمّى **معدَّلَ الوحدةِ** (unit rate).
- **مثالٌ** **المعدلُ**: الوحدتانِ مختلفتانِ $\frac{12\text{ km}}{6\text{ min}}$ **معدلُ الوحدةِ**: المَقامُ يُساوي 1 $\frac{2\text{ km}}{1\text{ min}}$

وَمِنْ معدلاتِ الوحدةِ الشائعةِ في الحياةِ اليوميةِ عددُ الكيلومتراتِ المقطوعةِ لكلِّ ساعةٍ (km/h)، وثمنُ الكيلوغرامِ الواحدِ (JD/kg). إذا كانَ بَسْطُ المعدَّلِ أوْ مقامُهُ أوْ كلاهُما كسرًا، فإنَّهُ يُمكنُ إيجادُ معدَّلِ الوحدةِ برسمِ مخطَّطٍ أوْ قسمةِ البَسْطِ على المقامِ كما في قسمةِ الكسورِ.

مثال 1

يمشي ليثٌ مسافةَ $\frac{3}{2}$ km كلَّ $\frac{1}{4}$ h، فما معدَّلُ المسافةِ التي يقطعُها في الساعةِ الواحدةِ؟

الطريقةُ 1: أرسمُ مخطَّطًا.

بما أنَّ ليثًا يمشي $\frac{3}{2}$ km كلَّ $\frac{1}{4}$ h، أرسمُ مستطيلًا يعبِّرُ عنِ الساعةِ الكاملةِ، وأقسمُهُ إلى أربعةِ أجزاءٍ.

km?			
$\frac{1}{4}$ h	$\frac{1}{4}$ h	$\frac{1}{4}$ h	$\frac{1}{4}$ h

$\frac{3}{2}$ km

معدَّلُ المسافةِ التي يقطعُها ليثٌ في الساعةِ الواحدةِ (معدَّلُ الوحدةِ) يُساوي: $\frac{3}{2}\text{ km} \times 4 = 6\text{ km/h}$

توسعة: أَطلب إلى المجموعات تعديلًا مقترحًا على مجموعة الأشكال الهندسية لديهم، بحيث تصبح نسبة عدد الأشكال البيضاء إلى عدد الأشكال السوداء 1 :1، وأُوضّح لهم أنه بإمكانهم حذف أشكال، أو إضافة أشكال، أو تغيير ألوان أشكال.

إرشاد: أزوّد كل مجموعة بجزء واحد من ورقة المصادر؛ لأن الورقة تحتوي مجموعتين متماثلتين من الأشكال.

ملاحظاتي

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، وأسألهم:
  - » من لديه معلومات عن سمك القرش؟ تختلف الإجابات
  - » كيف نجد سرعة السمكة بالكيلومتر لكل ساعة؟ بقسمة 275 على 2.5
  - » كيف نجد المسافة التي قطعتها السمكة في 8 ساعات؟ بضرب سرعة السمكة في الساعة الواحدة في 8.
- أتقبل الإجابات جميعها.
- المجال العاطفي لا يقل أهمية عن المجال المعرفي، فلا أقول لأحد من الطلبة: (إجابتك خطأ)، بل أقول: (اقتربت من الإجابة الصحيحة، من يستطيع إعطاء إجابة أخرى؟)، أو أقول: (هذه إجابة صحيحة لغير هذا السؤال).

المفاهيم العابرة للمواد

- أُؤكّد المفاهيمَ العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في سؤال (**أستكشف**). أُعزّز وعي الطلبة بدور أسماك القرش في المحيطات، فهي تأتي على قمة السلسلة الغذائية في كلِّ جزء تقريبًا من المحيطات جميعها؛ إذ تتغذى بكفاءة عالية، فتلتهم الأسماك المسنة أو المريضة أو الأبطأ بين الجماعات التي تتغذى عليها؛ وهذا يحافظ على صحة تلك الجماعات. ولكنها الآن تواجه خطر الانقراض بسبب الصيد الجائر.
- أَطلب إلى الطلبة البحث في الانترنت وتدوين معلومات أخرى عن سمك القرش.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- أراجع الطلبة في مفهوم النسبة وطرائق التعبير عنها بالصورتين $\frac{a}{b}$ وَ $a:b$، وأطلب إلى الطلبة إعطاء أمثلة على النسبة بالصيغتين، ثم أُقدّم للطلبة مفهوم المعدّل ومعدّل الوحدة وأبيّن الفرق بينهما. يمكنني الاستعانة بصندوق المفهوم الأساسي في ذلك.
- أناقش حل مثال 1 مع الطلبة على اللوح، بالطريقتين (المخطط وقسمة الكسور)، وأحرص على توجيه الطلبة إلى العبارات الشارحة في أثناء الحل، وأؤكد استخدام طريقة القسمة في الأمثلة القادمة.

إرشـاد: في المثال 1 يمكنني تقديم طريقة المخطط للطلبة على شـكل نشـاط بسيط، يقومون فيه بقص ورقة على شكل مستطيل وتقسيمها إلى 4 أقسام متساوية.

التقويم التكويني:

أطلب إلــى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعــض الإجابات التي تحتــوي على أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على اللوح من دون ذكر اسم صاحب الحل؛ تجنبًا لإحراجه.

تنبيهات:

- يظن بعض الطلبة أن النسبة 5 :1هي نفسها النسبة 1 :5. ولعلاج ذلك أعطي مثالًا على تقسيم حلوى بين صديقين حسن وسالم؛ ففي الحالة الأولى سالم يأخذ 5 أمثال ما يأخذه حسن، وفي الحالة الثانية تنعكس الصورة، فيأخذ حسن 5 أمثال ما يأخذه سالم.
- عند تبسيط النسبة قد يقسم الطلبة على عددين مختلفين، كأن يقولوا إن النسبة 12:3 هي نفسها النسبة 6:1. أستخدم شريطًا كنموذج لتوضيح الخطأ.

مثال 2: من الحياة

- أوضّح للطلبة أهمية استخدام معدلات الوحدة في الحياة اليومية، ثم أناقش معهم حل مثال 1 على اللوح، وأوضّح لهم سبب إيجاد عدد نبضات القلب في الدقيقة الواحدة أولًا، ثم إيجاد عدد دقات قلب المريض في نصف ساعة.

إرشاد:

- في المثال 2 ، أوضّح للطلبة أن سبب تحويل نصف الساعة إلى 30 دقيقة هو أن عدد النبضات في المسألة أعطيت بالنسبة لعدد الدقائق، وليس الساعات.

الطريقةُ 2: أستخدمُ قسمةَ الكسورِ.

أكتبُ المعدَّلَ على شكلِ مسألةِ قسمةٍ

$$\frac{\frac{3}{2}\text{ km}}{\frac{1}{4}\text{ h}} = \frac{3}{2} \div \frac{1}{4}$$

أضرِبُ في النظيرِ الضربيِّ للعددِ $\frac{1}{4}$

ثمَّ أقسمُ على العواملِ المشترَكةِ

$$= \frac{3}{\cancel{2}_1} \times \frac{\cancel{4}^2}{1}$$

أضرِبُ البَسْطَينِ والمَقامَينِ

$$= \frac{6\text{ km}}{1\text{ h}}$$

إذنْ، معدَّلُ الوحدةِ يُساوي $\frac{6\text{ km}}{1\text{ h}}$

أتحققُ من فهمي:

عمـــلٌ منزليٌّ: يُمكنُ لمنذرٍ طِلاءُ $7\frac{1}{2}\text{ m}^2$ مِنْ مســـاحاتِ الأوجُهِ الداخليةِ لبيتِهِ فـــي $\frac{3}{4}\text{ h}$. أَجِدُ معدَّلَ ما يَطليهِ منذرٌ مِنَ الجُدرانِ في الساعةِ الواحدةِ. 10

يُمكنُنا استخدامُ معدَّلِ الوحدةِ في تطبيقاتٍ حياتيةٍ متعددةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ

صحةٌ: قاسَ ممرضٌ عددَ دقّاتِ قلبِ مريضٍ فوجدَها 52 دقةً في $\frac{2}{3}$ min .
أستعملُ هذا القياسَ في إيجادِ عددِ دقّاتِ قلبِ المريضِ في نصفِ ساعةٍ.

الخُطْـوَةُ 1 أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ:

أكتبُ المعدَّلَ على شكلِ مسألةِ قسمةٍ

$$\frac{52\text{ beat}}{\frac{2}{3}\text{ min}} = 52 \div \frac{2}{3}$$

أضرِبُ في النظيرِ الضربيِّ للكسرِ $\frac{2}{3}$

ثمَّ أقسمُ على العواملِ المشترَكةِ

$$= \frac{\cancel{52}^{26}}{1} \times \frac{3}{\cancel{2}_1}$$

أُبسّطُ

$$= \frac{78\text{ beat}}{1\text{ min}}$$

أتعلم
beat تعني دقّةً

إذنْ، معدَّلُ الوحدةِ لدقاتِ قلبِ المريضِ $\frac{78\text{ beat}}{1\text{ min}}$

الخُطْـوَةُ 2 أستخدمُ معدَّلَ الوحدةِ في إيجادِ عددِ دقاتِ قلبِ المريضِ في نصفِ ساعةٍ:

أضرِبُ معدَّلَ الوحدةِ في عددِ دقائقِ نصفِ الساعةِ، ثمَّ أَجِدُ الناتجَ:

$$78 \times 30 = 2340$$

إذنْ، عددُ دقاتِ قلبِ المريضِ في نصفِ ساعةٍ 2340 دقةً.

أتحققُ من فهمي:

حيواناتٌ: إذا كانَ الأرنبُ قُطْنِيُّ الذَّيلِ يقطعُ مسافةَ 8 km في $\frac{1}{6}$ h ، فَكَمْ كيلومترًا يقطعُ هذا النوعُ مِنَ الأرانبِ في 3 ساعاتٍ؟ 144 km/ h

يُمكنُنا استعمالُ معدَّلِ الوحدةِ لإجراءِ المقارناتِ بسهولةٍ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ.

مثال 3: منَ الحياةِ

يحتوي 50 g مِنَ الجوّافةِ على 114 mg مِنْ فيتامينِ C، ويحتوي 12.5 g مِنَ الفُلفُلِ الأصفرِ على 30 mg مِنْ هذا الفيتامينِ. أيُّ الصّنفَينِ يُعَدُّ مصدرًا أفضلَ لفيتامينِ C؟

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكمّيةِ فيتامينِ C في الغرامِ الواحدِ مِنَ الجوّافةِ:

$\frac{114\ mg}{50\ g}$ أكتبُ المعدَّلَ على صورةِ كسرٍ

$= \frac{114\ mg \div 50}{50\ g \div 50}$ أقسمُ البَسْطَ والمَقامَ على 50

$= \frac{2.28\ mg}{1\ g}$ أَجِدُ الناتجَ

إذنْ، معدَّلُ الوحدةِ لكمّيةِ فيتامينِ C في الغرامِ الواحدِ مِنَ الجوّافةِ هُوَ $\frac{2.28\ mg}{1\ g}$

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكمّيةِ فيتامينِ C في الغرامِ الواحدِ مِنَ الفُلفُلِ الأصفرِ:

$\frac{30\ mg}{12.5\ g}$ أكتبُ المعدَّلَ على صورةِ كسرٍ

$= 30 \div 12.5$ أكتبُ المعدَّلَ على شكلِ مسألةِ قسمةٍ

$= 30 \div \frac{25}{2}$ أكتبُ الكسرَ العشريَّ على صورةِ كسرٍ غيرِ فِعليٍّ

$= \frac{30}{1} \times \frac{2}{25}$ أضرِبُ في النظيرِ الضربيِّ للعددِ $\frac{25}{2}$

$= \frac{2.4\ mg}{1\ g}$ أَجِدُ الناتجَ في أبسطِ صورةٍ

إذنْ، معدَّلُ الوحدةِ لكمّيةِ فيتامينِ C في الغرامِ الواحدِ مِنَ الفُلفُلِ الأصفرِ هُوَ $\frac{2.4\ mg}{1\ g}$

تنبيه:

يظن بعض الطلبة أن 30 min تساوي 0.3 h أو 15 min تساوي 0.15 h.
أُؤكّد للطلبة أهمية القسمة على 60 عند التحويل من دقيقة إلى ساعة.

مثال 3: من الحياة

- أوضّح للطلبة أهمية إيجاد معدل الوحدة لنسبتين مختلفتين، لإجراء المقارنات في المسائل الحياتية، ثم أناقش معهم تطبيقًا على ذلك حل مثال 3 على اللوح، وأؤكد هنا أن السؤال يتضمن مقارنة بين كمية فيتامين c في كل من الجوافة والفلفل الأصفر، وهذا يتطلب إيجاد كمية فيتامين c في الوحدة الواحدة من قياس الكتلة بين الجوافة والفلفل الأصفر أولًا، ثم المقارنة بين معدلي الوحدة.
- يمكنني توجيه الطلبة لتنفيذ النشاط الآتي، للتحقق من امتلاكهم مهارة المقارنة بين نسبتين مختلفتين باستخدام معدل الوحدة.

النشاط: توظيف معدّل الوحدة في المقارنة.

الإجراءات:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّدهم بورقة **المصادر 2: توظيف معدّل الوحدة في المقارنة.**
- أَطلب إلى المجموعات البدء بحل الأسئلة في الورقة بعد إشارة مني لهم.
- الفائز هو الأسرع في المجموعة ومن يكون حلُّه صحيحًا .

ملاحظة: يفضل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية، ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي، يمكنني تكليف المجموعات بحلّه واجبًا منزليًّا.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل فيها.
- إذا واجَهَ الطلبة صعوبة في حلّ أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.

توسعة: أُوجّه الطلبة للبحث على شبكة الإنترنت عن نبات الكودزو وسبب تسميته بالوحش الكلوروفيلي.

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حلّ مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًا، ولكنْ أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يتمّ تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة مسائل من كتاب الطالب لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (22 – 15).

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

رياضة القرفصاء

- أطلب إلى 3 طلبة لعب رياضة القرفصاء، وأطلب إلى طلبة الصف إحصاء عدد مرات قرفصة كل طالب/ طالبة من الطلبة الثلاثة (n)، مقابل الزمن بأجزاء من الدقيقة (s) وكتابة النسبة بين عدد المرات والزمن بالصورة $n:s$.
- أطلب إلى الطلبة إيجاد معدل الوحدة (عدد المرات في الدقيقة الواحدة) وتقريب الإجابة لأقرب عدد صحيح.
- أسأل الطلبة: أي الطلبة عمل أكثر عدد من مرات القرفصاء في الدقيقة الواحدة؟

ملاحظة: أُوجّه الطلبة إلى تنفيذ النشاط واجبًا منزليًا، ثم أناقش النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

الخُطْوَةُ 3 أقارنُ معدَّلَي الوحدةِ:

بما أنَّ معدَّلَي الوحدةِ كسرانِ لهُما المَقامُ نفسُهُ، أقارنُ البَسْطَينِ فقط. 2.28 mg < 2.4 mg

وبما أنَّ البسطَ في معدَّلِ الوحدةِ لفيتامينِ C في الفُلفُلِ الأصفرِ أكبرُ مِنَ البسطِ في معدَّلِ الوحدةِ لفيتامينِ C في الجوّافةِ، يكونُ الفُلفُلُ الأصفرُ مصدرًا أفضلَ لفيتامينِ C.

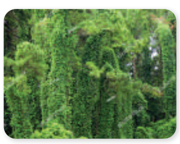
أتحقق من فهمي:

اشترَتْ ميساءُ $\frac{4}{5}$ kg مِنَ التفاحِ الأحمرِ بمبلغِ JD 1.2 وَ $\frac{5}{8}$ kg مِنَ التفاحِ الأخضرِ بمبلغِ JD 1.25 . أيُّ نوعَيِ التفاحِ سعرُهُ أعلى؟ التفاح الأخضر

أتدرب وأحل المسائل

أجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1. $\frac{2}{3}$ كوبٍ مِنَ الماءِ إلى ثُلُثِ كوبٍ مِنْ مُركّزِ عصيرِ البرتقالِ. 2
2. قراءةُ 5 صفحاتٍ مِنْ كتابٍ في نصفِ ساعةٍ. 10
3. JD 0.75 ثمنُ $\frac{3}{5}$ kg مِنَ اللّيمونِ. 1.25
4. **سباقُ الجَرْيِ:** يُمكنُ لمتسابقٍ جريٍ بطيءٍ قطعُ مسافةِ $\frac{3}{5}$ km في $\frac{1}{12}$ h، أجِدُ معدَّلَ ما يقطعُهُ المتسابقُ في الساعةِ الواحدةِ. 7.2
5. **تجارةٌ:** يقدّمُ أحدُ المَحالِّ التجاريةِ عَرضًا لبيعِ 12 عُبوّةً مِنَ المياهِ المعدنيةِ بـِ JD 3.6. أجِدُ سعرَ العُبوّةِ الواحدةِ. 0.3
6. **نباتاتٌ:** ينمو نباتُ الكودزو بمعدلِ 7.5 cm في 6 h، كَمْ سنتيمترًا ينمو هذا النباتُ في اليومِ الواحدِ؟ 30
7. **شعاراتٌ:** يطبعُ نادٍ رياضيٌّ 300 شعارٍ على قُمصانِ مُنتسِبيهِ ومشجّعيهِ في $2\frac{1}{2}$ h. أجِدُ عددَ الشعاراتِ الّتي يطبعُها في 5 h 600



معلومة

الكودزو نباتٌ مِنْ فصيلةِ البازلاءِ، موطنُهُ الأصليُّ اليابانُ، ينمو بعشوائيةٍ وبوتيرةٍ سريعةٍ؛ لذا، يُسمّى (الوحشُ الكلوروفيليُّ).

المفاهيم العابرة للمواد

- أُؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في سؤال 8 أُؤكّد أهمية الرياضة ولا سيما رياضة المشي للحفاظ على جسم سليم.
- في المعلومة المرتبطة بالأسئلة 13–11، أُعزّز الحفاظ على البيئة عند الطلبة بأن أوضّح لهم أهمية استخدام السيارات الكهربائية لتقليل التلوث الصادر عن عوادم السيارات.

توسعة: أطلب إلى الطلبة إيجاد عدد مرات القرفصاء في $\frac{1}{12}$ h لكل طالب/ طالبة.

8 **رياضةٌ:** يُمكنُ لِوِدادَ مشيُ $7\frac{1}{2}$ km في $1\frac{1}{2}$ h . أَجِدُ معدَّلَ ما يمكنُ لِوِدادَ أن تمشيَهُ في ساعةٍ واحدةٍ. 5

9 يبيّنُ الجدولُ الآتي أثمانَ 3 علبٍ مختلفةِ الكتلةِ مِنَ اللَّبَنةِ. أحددُ كتلةَ العلبةِ ذاتِ سعرِ الوحدةِ الأقلِّ: العلبة التي كتلتها 1 kg

أسعارُ اللَّبَنةِ	كتلةُ العلبةِ (kg)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	السعرُ (JD)	2.8	1.5	0.8

10 **مـــاءٌ:** خزّانا مـــاءٍ متماثلانِ، يُمـــلَأُ الأولُ بمعدَّلِ $\frac{3}{4}$ m³ فـــي $\frac{2}{3}$ h ، والثاني بمعدَّلِ $\frac{5}{8}$ m³ في $\frac{1}{2}$ h . أيُّ الخزّانَينِ سيمتلئُ أولًا؟
يمتلئ الأول في $1\frac{1}{8}$ m³ / h ، و الثاني في $1\frac{1}{4}$ m³ / h . الثاني يمتلئ أولا

وَقودٌ: إذا كانَ معدَّلُ استهلاكِ الوَقودِ لإحدى السيّاراتِ 10.6 L لكلِّ 100 km:

11 ما معدَّلُ الوحدةِ لاستهلاكِ السيّارةِ مِنَ الوَقودِ؟ 0.106 L/km

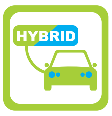
12 ما كميةُ الوقودِ الَّتي تستهلكُها السيّارةُ إذا قطعَتْ مسافةَ 50 km؟ 5.3

13 ما المسافةُ الّتي يُمكنُ للسيّارةِ أنْ تقطعَها بـِ 100 L مِنَ الوَقودِ؟ 943.4

14 **أسماكٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ. 880

معلومة

تُعَدُّ السياراتُ الهجينةُ والكهربائيةُ البديلَ الأمثلَ لتقليلِ استهلاكِ الوَقودِ.



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: أُبيّنُ ما إذا كانَتْ كلٌّ مِنَ العباراتِ الآتيةِ صحيحةً دائمًا أَمْ صحيحةً أحيانًا أَمْ غيرَ صحيحةٍ أبدًا، موضحًا ذلكَ بأمثلةٍ مناسبةٍ: (15–20) انظر الهامش

15 كلُّ نسبةٍ معدَّلٌ.

16 كلُّ معدَّلٍ نسبةٌ.

17 كلُّ معدّلِ وحدةٍ نسبةٌ.

18 لا يُمكنُ أنْ يكونَ بسطُ معدَّلِ الوحدةِ 1

إرشاد

لأحلَّ المسائلَ 15–18، أوظفُ تعريفاتِ النسبةِ والمعدلِ ومعدلِ الوحدةِ.

تبريرٌ: أيُّ الحالتَينِ الآتيتَينِ يزدادُ فيها المعدَّلُ $\frac{x\,(JD)}{z\,kg}$ ؟ أُعطي مثالًا يوضحُ ذلكَ:

19 عندما تزدادُ x وَلا تتغيرُ z .

20 عندما تزدادُ z وَلا تتغيرُ x .

21 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مسألةً حياتيةً أُحوّلُ فيها النسبةَ إلى معدَّلِ الوحدةِ. انظر إجابات الطلبة.

22 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ مِنْ نِسَبٍ كسريةٍ؟ انظر إجابات الطلبة.

12

إرشـاد: في الســؤال 11 أوضّح للطلبة أنه لتحديد كتلة العلبة ذات سعر الوحدة الأقل، فإن الطريقة الأفضل هي إيجاد معدل الوحدة.

إجابات (مهارات التفكير العليا):

15) أحيانا صحيحة $\frac{50\text{ m}}{2\text{ m}}$ نسبة وليست معدّل، $\frac{50\text{ m}}{2\text{ min}}$ نسبة ومعدّل.

16) صحيحة دائما حسب تعريف المعدّل.

17) صحيحة دائما لأن معدّل الوحدة حالة خاصة من المعدّل، والمعدّل نسبة.

18) غير صحيحة $\frac{\text{JD }1}{1\text{ kg}}$ معدّل وحدة.

19) يزداد المعدّل ، مثال $\frac{\text{JD }4}{2\text{ kg}} < \frac{\text{JD }5}{2\text{ kg}}$

20) لا يزداد المعدّل ، مثال $\frac{\text{JD }6}{2\text{ kg}} > \frac{\text{JD }6}{3\text{ kg}}$

نشاط التكنولوجيا

وحدات القياس

اختلفــت وحدات القياس على مرّ الزمــان والمكان، وقد تسبب ذلك في مشــكلات. عدة؛ لذا وُجد نظام الوحدات الدولــي الذي يتضمــن -مثلًا- وحدات قيــاس الطول، والزمــن، والكتلة، وشــدة التيار الكهربائــي، والضغط، والسرعة، وغيرها.

أبحث في الإنترنت عن موقف حياتي يتضمن التحويل بين وحدة قياس أو أكثر من هذه الوحدات.

إرشاد: في الأســئلة 18- 15 سأحصل على إجابات متعددة من الطلبة؛ لذا أرشــدهم للعودة إلى تعريف المعدّل والنســبة، وأوضّح لهم أن كل معدل نسبة، وليس العكس صحيحًا.

تنبيه: من الأفضل أن يُســجل الطلبة النتائج بأنفســهم، لكن أتأكد من تحقق الهدف من النشاط، وهو حساب معدّلات الوحدة ومقارنتها.

تعليمات المشروع

أطلب إلى الطلبة تنفيذ ما يأتي في جدول المهمة (1):

اختيار شركة المياه، واختيار الملح المعدني، وكتابة كتلته في كل عبوة في العمود الثاني، ثم إيجاد ناتج $\frac{y}{x}$ في العمود الثالث.

6 الختام

- أُوجّــه الطلبة إلى فقــرة **(أكتب)** للتأكّــد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلــى بعض الطلبة من ذوي المســتوى المتوســط أو دون المتوســط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمــر، أَتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه ســؤال مثل: أجد معدّل الوحدة لكل مما يأتي:

1 $\frac{160\text{ km}}{2\text{ h}}$

2 $\frac{\text{JD }4}{\frac{1}{2}\text{ kg}}$

3 $\frac{\frac{1}{4}\,l}{\frac{1}{2}\,s}$

4 $\frac{0.6\text{ m}}{2\,s}$

الدرس 2

نتاجات الدرس:

- تعرّف التناسب.
- تمييز التناسب من خلال نسبتين معلومتين.
- حلّ التناسب.

التعلم القبلي:

- كتابة النسبة بصور مختلفة.
- إجراء عمليتي الضرب والقسمة على الأعداد الصحيحة والعشرية.
- إجراء عمليات الضرب والجمع والطرح على المقادير الجبرية.

1 التهيئة

- أكتب الجدول الآتي على السبورة.

$\frac{1}{3}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{3}{9}$	$\frac{8}{10}$
$\frac{12}{15}$	$\frac{8}{6}$	$\frac{6}{18}$	$\frac{12}{9}$

- أسأل الطلبة:

» كيف نبسّط النسبة؟ بقسمة بسطها ومقامها على العامل المشترك الأكبر بينهما.

» أي النسب في أبسط صورة؟ $\frac{4}{3}$ ، $\frac{1}{3}$.

» كيف نعرف أن النسبتين متكافئتان؟ بإجراء عملية الضرب أو القسمة على إحداهما للحصول على الأخرى.

» أي النسب متكافئة؟

$\frac{6}{18}$ ، $\frac{3}{9}$ ، $\frac{1}{3}$ متكافئة، حيث إن أبسط صورة لكل منها $\frac{1}{3}$

$\frac{8}{6}$ ، $\frac{12}{9}$ ، $\frac{4}{3}$ متكافئة، حيث إن أبسط صورة لكل منها $\frac{4}{3}$

$\frac{12}{15}$ ، $\frac{8}{10}$ متكافئة، حيث إن أبسط صورة لكل منها $\frac{4}{5}$

الدرسُ 2 التناسُبُ

فكرةُ الدرسِ

أميّزُ التناسُبَ مِنْ خِلالِ نِسبتَينِ معلومتَينِ، وأَحُلُّهُ.

المصطلحاتُ

التناسُبُ، طرَفا التناسُبِ، نسبتانِ متكافئتانِ، وسَطا التناسُبِ، الضربُ التبادليُّ، حلُّ التناسُبِ.

أستكشفُ

يحتوي كوبانِ مِنَ الحليبِ على 560 mg مِنَ الكالسيومِ، تقولُ ديمةُ إنَّ كمّيةَ الكالسيومِ في كوبٍ ونصفٍ مِنَ الحليبِ تساوي 420 mg، هلْ ما تقولُهُ ديمةُ صحيحٌ؟

مفهومٌ أساسيٌّ — التناسب والنسب المتكافئة

- **بالكلماتِ** التناسُبُ (proportion) هُوَ مساواةٌ بَيْنَ نِسبتَينِ، وفي هذهِ الحالةِ تُسمّى النسبتانِ نسبتَينِ متكافئتَينِ (equivalent ratios).
- **بالرموزِ** $\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ أوْ $a:b=c:d$ ، حيث $b\neq 0, d\neq 0$
ويُسمّى العددانِ a, d طرفَي التناسُبِ (extremes)، والعددانِ b, c وسطَي التناسُبِ (mean).

وسطٌ طرفٌ

$\frac{a}{b}=\frac{c}{d}$ أوْ $a:b=c:d$

طرفٌ وسطٌ

وسطا التناسبِ

طرفا التناسبِ

يُمكنُنا تحديدُ إنْ كانَتِ النسبتانِ متكافئتَينِ بتبسيطِهما أو إيجاد مُعدّلِ الوحدةِ لكلٍّ منهما، ثمَّ مقارنةِ الناتجَينِ.

مثال 1 هلْ تمثلُ كلُّ نسبتَينِ ممّا يأتي تناسُبًا؟

1) **6:8 , 18:24**

الطريقةُ 1: أُبسّطُ النسبتَينِ:

$\frac{6}{8}=\frac{3}{4}$ أقسمُ البَسْطَ والمَقامَ على العاملِ المشترَكِ الأكبرِ 2 ($\div 2$)

$\frac{18}{24}=\frac{3}{4}$ أقسمُ البَسْطَ والمَقامَ على العاملِ المشترَكِ الأكبرِ 6 ($\div 6$)

بما أنَّ النسبتَينِ متساويتانِ بعدَ التبسيطِ، إذنْ، فَهُما تشكّلانِ تناسُبًا.

13

إرشاد: إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في تحديد النسب المتكافئة، أُقدّم أمثلة مختلفة على كتابة النسب بأبسط صورة.

ملاحظاتي

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة في فقرة (**أستكشف**)، وأسألهم:
  - » ما الوحدة mg وما علاقتها بالـ kg؟ وحدة قياس كتلة، وتساوي 0.001 kg.
  - » كيف نتحقق من قول ديمة؟ بإيجاد ما يحتويه كوب الحليب الواحد من الكالسيوم، ثم إيجاد ما يحتويه كوب ونصف من الحليب.
  - » هل توجد طرائق أخرى للتحقق من قول ديمة؟ تختلف الإجابات
- أتقبّل الإجابات جميعها.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- أُقدّم للطلبة مفهوم التناسب بالكلمات والرموز، وأبيّن لهم أن التناسب يكون بين نسبتين متكافئتين بحيث نضع إشارة المساواة بينهما.
- أُؤكّد على أماكن وجود طرفي التناسب ووسطيه، وعلى استثناء الصفر من مقامي النسبتين.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 1 على اللوح بالطريقتين المعروضتين، وأبيّن مزايا كل منهما، وأسألهم: متى يتم استخدام كل طريقة من الطريقتين؟ تختلف الإجابات
- يمكنني توجيه الطلبة لتنفيذ النشاط الآتي، بوصفه تطبيقًا على التناسب:

إرشاد: تعرف الطلبة في الصف السادس إلى تحديد النسب المتكافئة بتبسيط النسب، وما سيتعلمونه في هذا الدرس تحديد التناسب بطريقتين: معدل الوحدة، والتبسيط.

تنبيه: قد لا يدرك الطلبة الفرق بين النسبة والتناسب؛ لذا أشرح بأمثلة مناسبة الفرق بينهما، وأشجع الطلبة على مناقشة (متى تُستخدم النسبة؟ ومتى يستخدم التناسب؟) والمقارنة بينهما.

نشاط: ألون لأشكّل تناسبًا.

- أُوزّع الطلبة في مجموعات ثنائية، وأزوّدهم **بورقة المصادر 3: ألون لأشكل تناسبًا.**
- أطلب إلى الطلبة تلوين دوائر في كل مجموعة بألوان مختلفة للحصول على تناسب، وذلك وفقًا للتعليمات الآتية:
  - » تظليل مجموعتين من الدوائر في المربع الذي على اليسار بلونين مختلفين، وكتابة النسبة بين اللونين.
  - » تظليل مجموعتين من الدوائر في المربع المجاور الذي على اليمين بالنسبة نفسها وبعدد مختلف من الدوائر، وكتابة النسبة بين اللونين.
- أطلب إلى المجموعات أن تتبادل أعمالها؛ للتحقق من صحة العمل.

ملاحظة: يفضل تنفيذ هذا النشاط داخل الحصة الصفية، ولكن في حال عدم توافر الوقت الكافي أكلف المجموعات بحلّه واجبًا منزليًّا.

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية وأناقشها على اللوح من دون ذكر اسم صاحب الحل؛ تجنبًا لإحراجه.

مثالٌ 2

- أُقدّم للطلبة مفهوم الضرب التبادلي، وأؤكد أنه طريقة من طرائق الكشف عن التناسب وحله.

إرشـاد: قبل حل المثال 2 مع الطلبة، أناقشهم في القيم المستثناة عند اختبار وجود تناسب، وأربطها بخاصية الضرب التبادلي.

- أناقش مع الطلبة حل مثال 2 على اللوح، وأذكرهم بخواص حل المعادلات الخطية في أثناء حل فرعَي المثال، وأُوضّح لهم أن المجهول يمكن أن يكون على شكل مقدار جبري أو حد جبري.

إرشـاد: في الفرع 3 من المثال 2، أبدأ بخطوة الضرب التبادلي لحل المسألة، وأطلب إلى الطلبة ملاحظة أن المعادلة الناتجة تحوي متغيرًا على طرفيها، وأذكّرهم بخصائص المساواة لحلها.

الطريقةُ 2: أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ للنّسبتَينِ:

الْخُطْوَةُ 3 أقارنُ معدلَيِ الوحدةِ	الْخُطْوَةُ 2 أجدُ معدلَ الوحدةِ لِلنسبةِ الثانيةِ	الْخُطْوَةُ 1 أجدُ معدلَ الوحدةِ لِلنسبةِ الأولى
$0.75 = 0.75$ ✔	$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 24}{24 \div 24} = 0.75$	$\frac{6}{8} = \frac{6 \div 8}{8 \div 8} = 0.75$

بما أنَّ معدلَيِ الوحدةِ متساويانِ، إذنْ، النسبتانِ تمثّلانِ تناسُبًا، أيْ أنَّ 18:24 = 6:8

أتحققُ من فهمي:

3) 1: 4 , 3: 16 ليس تناسبا

2) 5:3 , 25: 15 تناسب

في أيِّ تناسبٍ $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يكونُ حاصلُ ضربِ طرفَيِ التناسُبِ مساويًا لحاصلِ ضربِ وسطَيِ التناسُبِ $a \times d = b \times c$، وتُسمّى هذهِ الخاصّيةُ **الضربَ التبادليَّ** (cross multiplication).

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$$

إذا كانَ أحدُ أطرافِ التناسُبِ غيرَ معروفٍ فإنَّهُ يُمكنُنا استعمالُ خاصّيةِ الضربِ التبادليِّ لإيجادِهِ، وهذا ما يُسمّى **حلَّ التناسُبِ** (solve proportion).

مثال 2

أحلُّ كلًّا مِنَ التناسباتِ الآتيةِ:

1) $\frac{7}{8} = \frac{a}{40}$

$a \times 8 = 7 \times 40$ خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ

$8a = 280$ أضربُ

$\frac{8a}{8} = \frac{280}{8}$ أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 8

$a = 35$ أُبسّطُ

الوحدةُ 5

2) $\frac{63}{28} = \frac{9}{y}$

$y \times 63 = 9 \times 28$	خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ
$63\,y = 252$	أضربُ
$\frac{63y}{63} = \frac{252}{63}$	أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 63
$y = 4$	أُبسّطُ

3) $\frac{12}{x-2} = \frac{32}{x+8}$

$32(x-2) = 12(x+8)$	خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ
$32x - 64 = 12x + 96$	خاصّيةُ التوزيعِ
$-12x \qquad -12x$	أطرحُ $12x$ مِنَ الطرفَينِ
$20x - 64 = 96$	
$+64 \qquad +64$	أجمعُ 64 لِكِلا الطرفَينِ
$20x = 160$	
$\div 20 \qquad \div 20$	أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 20
$x = 8$	

أتحققُ من فهمي:

4) $\frac{d}{5} = \frac{1}{35}$ $\quad \frac{1}{7}$

5) $\frac{7}{b} = \frac{28}{3}$ $\quad \frac{3}{4}$

6) $\frac{x}{12-x} = \frac{10}{30}$ $\quad 3$

مثال 3: منَ الحياةِ

شـــركاتٌ: في إحدى شركاتِ الحواسيبِ، كانَتْ نســـبةُ العاملينَ في قسمِ البرمجةِ إلى العاملينَ في قسمِ التســـويقِ 8 : 3، فإذا كانَ عددُ المبرمجينَ 27، فما عددُ العاملينَ في قسمِ التسويقِ؟

أكتبُ تناسبًا وأحُلُّهُ، وأفرضُ أنَّ عددَ العاملينَ في قسمِ التسويقِ x .

العاملونَ في قسمِ البرمجةِ

$$\frac{3}{8} = \frac{27}{x}$$

العاملونَ في قسمِ التسويقِ

15

المفاهيم العابرة للمواد

- أُؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في السؤال 14 أُؤكّد أهمية المحيطات في الحفاظ على التوازن البيئي، وأناقشهم في طرائق المحافظة عليها من التلوث.

تنبيه:

قد يخطىء بعض الطلبة في كتابة التناسب عند حل المسائل الحياتية، ويرجع ذلك إلى عدم تحليل المسألة وفهمها بصورة صحيحة. مثلًا: قد يكتب طلبة التناسب في مثال 3 بإحدى الصور: $\frac{8}{3} = \frac{27}{x}$, $\frac{3}{x} = \frac{8}{27}$. ولحل المشكلة:

أدرّب الطلبة على كتابة التناسب بصورة لفظية، ثم التعويض عن الصورة اللفظية بالأعداد المناســبة من معطيات المسألة وتحديد المجهول، ثم أوجههم للتحقق من معقولية الإجابة.

مثال 3: من الحياة

- أناقــش مع الطلبة حــل مثال 3 على اللــوح، بوصفه تطبيقًا حياتيًّا على حل التناســب، وأبيّن لهم ضرورة وضع القيم في مكانها الصحيح كما تشير الأسهم.
- أطلب إلى الطلبة كتابة التناسب الموجود في السؤال بأشكال أخرى، وحله، ومقارنة الحلول الناتجة معهم بحل المسألة؛ للتأكد من صحة الحل، وأناقش معهم الخطأ، وأقدم لهم الصواب.

إرشاد: في المثال 3 أستخدم الأقلام الملونة في أثناء حل السؤال، لأبيّن للطلبة الأماكن الصحيحة لكل قيمة من قيم التناسب.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّـه الطلبـة إلـى فقرة (**أتـدرب وأحـلّ المسـائل**)، وأطلـب إليهـم حـلّ المسـائل فيها.
- إذا واجَـهَ الطلبـة صعوبـة في حـلّ أي مسـألة، فأختار أحـد الطلبـة ممّن تمكنـوا من حـلّ المسـألة؛ لعرض الحـلّ علـى اللوح.

إرشادات:

- في السؤالين 12 وَ 13 أذكّر الطلبة بأهمية كتابة التناسب كتابة صحيحة؛ للحصول على إجابة صحيحة.
- في سؤال 17 يمكن حل المسألة بأكثر من طريقة. أرجع إلى الأسئلة المتعلقة بفقرة (**أستكشف**) في بداية الدرس.

توسعة: في السؤال13 أطلب إلى الطلبة كتابة تناسب آخر لطول امرأة وعرض كتفيها معتمدين على المعلومة الموجودة في السؤال.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (20 – 18).
- تدور فكرة السؤال 18 حول تحديد النسبة التي لا تساوي باقي النسب أو النسبة التي لا تشكل تناسبًا مع باقي النسب.

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حلّ مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكنْ أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يتمّ تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل من كتاب الطالب التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

فرقعة النسب

- أوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّدهم بورقة المصادر 4: فرقعة التناسب.
- أطلب إلى المجموعات قص البطاقات، وخلطها.
- أطلب إلى الطلبة في المجموعات التناوب على سحب البطاقات، وكتابتها بأبسط صورة.
- من يجد بطاقتين لنسبتين تشكلان تناسبًا، يفرقع بأصابعه، ويحتفظ بالبطاقتين.
- الفائز من يحصل على أكبر عدد من البطاقات.
- بعد أن تنهي المجموعات النشاط، أسألهم:
  - » ما البطاقتان اللتان لم تتمكنوا من ربطهما ببطاقات أخرى؟ 9:25 و 9:21
- أطلب إلى المجموعات إيجاد نسبة مكافئة للنسبة على كل بطاقة.

ملاحظة: **أوجّه الطلبة إلى تنفيذ النشاط واجبًا منزليًّا، ثم أناقش النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.**

خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ	$3x = 8 \times 27$
أضربُ	$3x = 216$
أقسمُ على 3	$\frac{3x}{3} = \frac{216}{3}$
أُبسّطُ	$x = 72$

إذنْ، عددُ العاملينَ في قسمِ التسويقِ 72 عاملًا.

أتحققُ من فهمي:

في أحدِ الصفوفِ الأساسيةِ، كانَتْ نسبةُ الطلابِ إلى الطالباتِ 6 : 5، فإذا كانَ عددُ الطالباتِ في الصفِّ 18، فَما عددُ الطلابِ؟ 15

أتدربُ وأحل المسائل

هلْ تُمثلُ كلُّ نسبتَينِ ممّا يأتي تناسبًا؟ أبرّرُ إجابتي.

1) $\frac{3}{7}, \frac{15}{35}$ 2) $\frac{7.5}{3}, \frac{30}{12}$ 3) $\frac{44}{11}, \frac{18}{4}$

4) دفعَ أشرفُ JD 2.4 ثمنًا لِـ 3 kg مِنَ البرتقالِ، ثمَّ دفعَ JD 4 ثمنًا لِـ 5 kg أُخرى. أتحققُ مِنْ تناسُبِ ما دفعَهُ أشرفُ ثمنًا لِـ 3 kg مِنَ البرتقالِ معَ ما دفعَهُ ثمنًا لِـ 5 kg للبرتقالِ، وأبرّرُ إجابتي. $\frac{4}{5} = 0.8$, $\frac{2.4}{3} = 0.8$ تناسب لأن معدّل الوحدة في الحالتين 0.8

أحلُّ كلًّا مِنَ التناسُباتِ الآتيةِ:

5) $\frac{21}{84} = \frac{a}{12}$ 3   6) $\frac{5}{3} = \frac{65}{y}$ 39   7) $\frac{d}{3} = \frac{1}{18}$ $\frac{1}{6}$

8) $\frac{4}{b} = \frac{24}{3}$ $\frac{1}{2}$ 9) $\frac{5}{15} = \frac{x}{x+8}$ 4   10) $\frac{x-3}{x+7} = \frac{1}{3}$ 8

11) **علومٌ:** نسبةُ المِلحِ إلى الماءِ في سائلٍ هِيَ 1:5، إذا احتوى السائلُ على 60 g مِنَ الماءِ، فَكَمْ غرامًا مِنَ المِلحِ يحوي السائلُ؟ 12

12) **عملٌ منزليٌّ:** تُعِدُّ سمرُ عصيرَ فاكهةٍ بِمزجِ 150 mL مِنْ عصيرِ البرتقالِ معَ 100 mL مِنْ عصيرِ الجزرِ. إذا استعملَتْ سمرُ 600 mL مِنْ عصيرِ البرتقالِ، فما كمّيةُ عصيرِ الجزرِ الّذي استعملَتْهُ؟ 400

أتذكر

يمكنُني حلُّ معادلةٍ تحتوي على متغيرٍ واحدٍ في أحدِ طرفَيْها باستخدامِ خصائصِ المساواةِ.

1) تناسب لأن $3 \times 35 = 7 \times 15$

2) تناسب لأن $7.5 \times 12 = 3 \times 30$

3) ليس تناسبا لأن $44 \times 4 \neq 11 \times 18$

16

إرشاد: أطلب إلى الطلبة تسجيل التناسبات جميعها التي يحصلون عليها.

تنبيه: قد يخطئ بعض الطلبة في رأيهم أن 9:3 تكافئ نسبة 24 :8، لأن النسبتين 3:1 و 3 :1 تحتويان الأرقام نفسها.

- التناسبات كما في الجدول الآتي:

16 : 24 = 10 : 15 = 2 : 3	8 : 10 = 12 : 15 = 4 : 5	12:36=8:24=6:18 =1:3
24 : 40 = 21 : 35 = 3 : 5	9 : 12 = 15 : 20 = 3 : 4	44:33=9:3=15:5 = 3 : 1
75:70 = 90 : 84 = 15 : 14	96 : 88 =132:121=12 : 11	8 : 6 = 12 : 9 = 4 : 3

13 **علومٌ:** المرأةُ الّتي طولُها 164 cm يكونُ عَرضُ كَتِفَيْها 42 cm تقريبًا. أَجِدُ طولَ امرأةٍ عَرضُ كَتِفَيْها 42.6 cm مقرّبًا الإجابة لأقرب جزءٍ من عشرةٍ. 166.3

14 **محيطاتٌ:** نسبةُ مساحةِ المحيطِ الهادي إلى مساحةِ سطحِ الأرضِ هِيَ 3:10، أَجِدُ مساحةَ المحيطِ الهادي إذا كانَتْ مساحةُ سطحِ الأرضِ $510072000\ km^2$
153 021 600

معلومة
تُغطي المياهُ حواليْ 71% مِنْ سطحِ الأرضِ، والمحيطُ الهادي أكبرُ مسطَّحٍ مائيٍّ على سطحِ الأرضِ.

إذا كانَتْ كُتلةُ 5 بطارياتٍ مِنْ نوعِ AA تساوي 115 g، أَجِدُ كُتلةَ:

15 بطاريةٍ واحدةٍ. 23

16 8 بطارياتٍ. 184

17 **حليبٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.
صحيح . لأن حل المعادلة $\frac{x}{1.5} = \frac{560}{2}$ هو $x = 420$.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18 **تبريرٌ:** مزجَ أربعةُ طلبةٍ في حصةِ الفنِّ اللونَ الأحمرَ واللونَ الأزرقَ للحصولِ على اللونِ الأُرجوانيِّ، ويبيّنُ الجدولُ المجاورُ الكمّياتِ الّتي استخدمَها كلُّ طالبٍ. أيُّ الطلبةِ حصلَ على درجةٍ مختلفةٍ مِنَ اللونِ الأُرجوانيِّ؟ أبرّرُ إجابتي.

الطالبُ	اللونُ الأحمرُ (كوبٌ)	اللونُ الأزرقُ (كوبٌ)
سامي	$1\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$
لينُ	$2\frac{1}{2}$	$1\frac{1}{4}$
وليدٌ	$4\frac{1}{2}$	2
سمرُ	5	$2\frac{1}{2}$

وليد ، لأن نسبة الأزرق إلى الأحمر عنده $\frac{4}{9}$ وما تبقى من النسب $\frac{1}{2}$

معلومة
كانَ مصدرُ اللونِ الأرجُوانيِّ في العصورِ القديمةِ نوعًا مِنَ المحارِ الّذي ينتجُ إفرازاتٍ ذاتَ صبغةٍ أرجُوانيةٍ.

19 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ موقفًا حياتيًّا فيهِ تناسُبٌ مبيّنًا السببَ، ثمَّ أشرحُ كيفَ أجعلُ الموقفَ لا يشكّلُ تناسُبًا. انظر إجابات الطلبة.

20 **أكتبُ** كيفَ أحددُ إنْ كانَتْ نسبتانِ تمثّلانِ تناسُبًا؟
انظر إجابات الطلبة.

17

توسعة: في المعلومة المرتبطة بالسؤال 18 أبيّن للطلبة أنه يمكن استخدام التكنولوجيا للحصول على اللون المطلوب.

إرشاد: عند إجابة السؤال 19 ستحصل على إجابات متنوعة؛ فأحرص على عرض نماذج مميزة من حلول الطلبة.

نشاط التكنولوجيا:

- أُوجّه الطلبة إلى الرابط:
https://www.mathgames.com/skill/8.19–ratios–and–proportions
وأشجعهم على الدخول إلى هذه اللعبة التفاعلية في المنزل، والتدرب على تمييز النسب التي تشكل تناسبًا.

إرشاد: يمكنني تنفيذ النشاط في غرفة الحاسوب، على شكل مسابقات بين الطلبة.

تنبيه: تحتوي اللعبة على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية، أوضّح للطلبة معنى كل مصطلح لتسهيل تعاملهم مع اللعبة.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة في جدول المهمة (1)، التحقق من تناسب كل نسبتين في العمود الثالث.

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (أكتب) للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال مثل:

» أبيّن ما إذا كانت كل نسبتين في ما يأتي تمثلان تناسبًا أم لا:

1 $2:3\ ,\ 4:6$

2 $\frac{3}{4}\ ,\ \frac{6}{9}$

» أجد القيمة المجهولة في كل مما يأتي:

3 $\frac{1}{2} = \frac{x}{14}$

4 $\frac{1}{3} = \frac{6}{9}$

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- تعرّف علاقة التناسب.
- اختبار وجود علاقة تناسب بين كميتين.
- إنشاء جدول يمثل علاقة تناسب بين كميتين.
- تمثيل علاقة تناسب على المستوى الإحداثي.

التعلم القبلي:

- إيجاد نسب مكافئة لنسبة معطاة.
- اختبار وجود تناسب بين نسبتين.
- إيجاد معدّل الوحدة لنسبة معطاة.

1 التهيئة

- أرسم على اللوح الجدول الآتي:

كرات زرقاء	:	كرات حمراء
	:	

- أطلب إلى طالبين/ طالبتين من الصف الوقوف على جانبي علامة النسبة (:).
- أطلب إلى كل لاعب/ لاعبة كتابة عدد أقل من 50 في الجانب الذي يقف فيه.
- أطلب إلى اللاعبين/ اللاعبتين إعطاء نسبة عدد الكرات الحمراء إلى عدد الكرات الكلي.
- أول مَن يعطي النسبة الصحيحة يكسب نقطة.
- أكرّر النشاط مرة أخرى.

إرشاد:

يمكنني تغيير مجال الأعداد التي أعطيها للطلبة لأكيّف النشاط كيفما أريد ليصبح أسهل أو أصعب.

الدرسُ 3 العلاقاتُ التناسُبيةُ

فكرةُ الدرسِ

أتعرفُ علاقةَ التناسبِ، وأمثلُها في المستوى الإحداثيِّ.

المصطلحاتُ

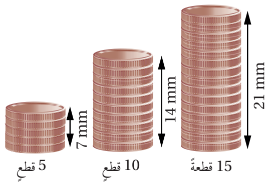
علاقةُ التناسُبِ

أستكشفُ

نشاطٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ ارتفاعَ 3 أعمدةٍ مِنْ قِطعٍ بلاستيكيةٍ. أملأُ الجدولَ المجاورَ، ثمَّ أُجيبُ عَنِ السؤالَينِ الآتيَينِ:

1) أصفُ ما ألاحظُهُ.

2) أكتبُ علاقةً تربطُ بينَ عددِ القطعِ البلاستيكيةِ في أحدِ الأعمدةِ وارتفاعِ ذلكَ العمودِ.



معدَّلُ الوحدةِ لارتفاعِ القرصِ	عددُ الأقراصِ	ارتفاعُ المجموعةِ بالـ (mm)
	5	7
	10	14
	15	21

علاقةُ التناسُبِ (proportional relationship): هِيَ علاقةٌ بينَ كمّيتَينِ لجميعِ نسبِهِما معدَّلُ الوحدةِ نفسُهُ. ويُمكنُ تحديدُ ذلكَ باستخدامِ جدولٍ يمثّلُ تلكَ العلاقةَ.

مثال 1: منَ الحياةِ

قراءةٌ: سجلَتْ سلوى الدقائقَ الّتي تحتاجُها لقراءةِ عددٍ مِنَ الصفحاتِ في الجدولِ المجاورِ، هلْ توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ عددِ الصفحاتِ والزمنِ بالدقائقِ؟

عددُ الدقائقِ (min)	2	6	18
عددُ الصفحاتِ	5	15	45

لتحديدِ وجودِ علاقةِ تناسُبٍ بينَ عددِ الصفحاتِ والزمنِ بالدقائقِ، أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكلِّ نسبةٍ في الجدولِ:

$$\frac{\text{عددُ الصفحاتِ}}{\text{عددُ الدقائقِ}} \longrightarrow \frac{5}{2} = 2.5\,,\ \frac{15}{6} = 2.5\,,\ \frac{45}{18} = 2.5$$

بما أنَّ معدَّلاتِ الوحدةِ لجميعِ النِّسبِ متساويةٌ، إذنْ، توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ عددِ الصفحاتِ والزمنِ بالدقائقِ.

أتحققُ من فهمي:

أعمارٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ طولِ الإنسانِ وعُمُرِهِ بالسنواتِ، هلْ هذهِ علاقةُ تناسُبٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

العُمُرُ (yr)	4	6	9	12
الطولُ (m)	1	1.1	1.3	1.5

ليست تناسب لأن النسب غير متساوية.

$$\frac{1}{4} = 0.25,\ \frac{1.1}{6} = 0.18,\ \frac{1.3}{9} = 0.14,\ \frac{1.5}{12} = 0.125$$

2 الاستكشاف

- أُوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم تنفيذ النشاط في فقرة (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  » هل النسب بين الارتفاع وعدد الأقراص متكافئة؟ نعم
  » ما العلاقة بين معدّل الوحدة في النسب جميعها؟ متساوية
  » ماذا نسمي العلاقة بين ارتفاع الأقراص وعددها؟ تختلف الإجابات.
- أتقبّل الإجابات جميعها.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- أُقدّم للطلبة مفهوم علاقة تناسب، وأربطه بمعدل الوحدة، وأبيّن لهم أن معدل علاقة التناسب علاقة بين كميتين لجميع نسبهما معدل الوحدة نفسه.
- أناقش مع الطلبة حل مثال 1 على اللوح، وأركّز على إيجاد معدّل الوحدة للتحقق من وجود علاقة تناسب طبقًا للتعريف.

تنبيه: قد يخطئ بعض الطلبة في حساب معدل الوحدة لعدد من النسب للحكم على وجود علاقة تناسب، ولعلاج ذلك أوجههم للتأمل بتعريف علاقة التناسب والذي يؤكد وجوب تساوي معدّل الوحدة لكل النسب.

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيمَ العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في المثال 1 أُعزّز وعي الطلبة حول فوائد القراءة، وأهميتها في بناء الشخصية وضمان التعلم المستمر.

التقويم التكويني:

- أَطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على اللوح من دون ذكر اسم صاحب الحل؛ تجنبًا لإحراجه.

ملاحظاتي

المثالان 2 و 3: من الحياة

- أوضّح للطلبة أنه في حال وجود جدول يمثل العلاقة يمكننا إيجاد معدل الوحدة لتحديد ما إذا كانت تمثل علاقة تناسب أم لا، أما إذا كانت العلاقة غير ممثلة في جدول، فيتعين علينا إنشاء جدول لتنظيم قيم العلاقة أولًا، ثم إيجاد معدل الوحدة لكل نسبة في الجدول.
- أناقش مع الطلبة حل مثال 2 على اللوح، وأُوضّح لهم آلية تعبئة الجدول بزيادة المسافة المقطوعة $12\frac{1}{2}$ km كل نصف ساعة.

تنبيـه: في المثال 2 ، قـد يجد بعض الطلبة صعوبة في قسـمة الأعداد الكسرية؛ لذا أطلب إليهم تحويل الأعداد الكسرية إلى كسور غير فعلية أولًا.

- أناقش الطلبة بحل المثال 3 على اللوح، الذي لا تمثل العلاقة فيه علاقة تناسب، ثم أسألهم:
  » في رأيكم، ما الذي جعل العلاقة غير تناسـبية؟ وجود قيمة ثابتة (3 دنانير) بـدل خدمة للعائلة، وهذا لا يعتمد على عدد أفراد العائلة.

ويُمكنُنا أيضًا تحديدُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ كمّيتَينِ تمثل علاقةَ تناسُـبٍ بإنشـاءِ جدولٍ لتنظيمِ قيمِ العلاقةِ، وإيجادِ معدَّلِ الوحدةِ لكلِّ نسبةٍ في الجدولِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

رياضةٌ: اشتركَ باسـلٌ في سباقٍ للدرّاجاتِ الهوائيةِ، فكانَ يقطعُ $12\frac{1}{2}$ km كلَّ $\frac{1}{2}$ h ، أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ المسافةِ الّتي يقطعُها باسلٌ وعددِ الساعاتِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أَمْ لا.

كلُّ مدةٍ زمنيةٍ تزيدُ عَنِ الّتي قبلَها بمقدارِ $\frac{1}{2}$ h، وكذلكَ تزيدُ كلُّ مسافةٍ مقطوعةٍ عَنِ الّتي قبلَها بمقدارِ $12\frac{1}{2}$ km

الخُطْـوَةُ 1 أُنشئُ جدولًا يربطُ بينَ المسافةِ المقطوعةِ وعددِ الساعات:

عددُ الساعاتِ (h)	$\frac{1}{2}$	1	$1\frac{1}{2}$	2
المسافةُ المقطوعةُ (km)	$12\frac{1}{2}$	25	$37\frac{1}{2}$	50

الخُطْـوَةُ 2 أكتبُ النِّسبَ على شكلِ كُسورٍ، ثمَّ أجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكلِّ نسبةٍ:

$$\frac{\text{المسافةُ المقطوعةُ}}{\text{عددُ الساعاتِ}} \longrightarrow \frac{12\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 25, \quad \frac{25}{1} = 25, \quad \frac{37\frac{1}{2}}{1\frac{1}{2}} = 25, \quad \frac{50}{2} = 25$$

بما أنَّ معدَّلاتِ الوحدةِ لجميعِ النِّسبِ متساويةٌ، إذنْ، العلاقةُ بينَ المسافةِ المقطوعةِ والزمنِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ.

أتحققُ من فهمي:

تدّخِرُ لميسُ مِنْ مَصروفِها 3 دنانيرَ كلَّ أسـبوعَينِ. أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ ما تدّخِرُهُ لميسُ وعددِ الأسـابيعِ يمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أَمْ لا. انظر الهامش

مثال 3: منَ الحياةِ

منتجعٌ: إذا كانَ سعرُ تذكِرةِ الدخولِ لأحدِ المُنتجَعاتِ السياحيةِ العائليةِ 7 JD للفردِ إضافةً إلى 3 JD بدلَ خدماتٍ للعائلةِ، أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ المبلغِ وعددِ أفرادِ العائلةِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ.

الخُطْـوَةُ 1 أُنشئُ جدولًا يربطُ بينَ عددِ أفرادِ العائلةِ والمبلغِ:

عددُ الأفرادِ	1	2	3	4
المبلغُ (JD)	10	17	24	31

إجابات (أتحقق من فهمي 2):

عدد الأسابيع	2	4	6	8
التوفير (JD)	3	6	9	12

علاقة تناسب؛ لأن النسب متساوية: $\frac{3}{2}$ ، $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ ، $\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ ، $\frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

الْخُطْـوَةُ 2 أكتبُ النِّسبَ على شكلِ كُسورٍ، ثمَّ أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لكلِّ نسبةٍ:

$$\frac{\text{المبلغُ}}{\text{عددُ الأفرادِ}} \longrightarrow \frac{10}{1} = 10 \,,\; \frac{17}{2} = 8.5 \,,\; \frac{24}{3} = 8 \,,\; \frac{31}{4} = 7.75$$

بما أنَّ معدَّلاتِ الوحدةِ لجميعِ النِّسبِ غيرُ متساويةٍ، إذنْ، العلاقةُ بينَ المبلغِ وعددِ أفرادِ العائلةِ لا تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ.

أتحققُ من فهمي:

عملٌ: يتقاضى عاملٌ عَنْ كلِّ ساعةِ عملٍ JD 5 إضافةً إلى JD 4 بدلَ وجبةِ طعامٍ، هلِ العلاقةُ بينَ ما يتقاضاهُ العاملُ وعددِ ساعاتِ عملِهِ علاقةُ تناسُبٍ؟ أبرّرُ إجابتي. انظر الهامش

يُمكنُنا أيضًا تحديدُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ كمّيتَينِ علاقةَ تناسُبٍ بتمثيلِها في المستوى الإحداثيِّ، فتكونُ العلاقةُ علاقةَ تناسُبٍ إذا كانَ تمثيلُها البيانيُّ **مستقيمًا يمرُّ في نقطةِ الأصلِ.**

مثال 4: منَ الحياةِ

ماءٌ: يَصُبُّ صُنبورٌ في خزّانِ ماءٍ بمعدَّلِ 6 L كلَّ دقيقةٍ. هلْ تمثّلُ العلاقةُ بينَ عددِ الدقائقِ وكمّيةِ الماءِ المُضافةِ إلى الخزّانِ علاقةَ تناسُبٍ؟

الْخُطْـوَةُ 1 أُنشئُ جدولًا يربطُ بينَ كمّيةِ الماءِ والزمنِ:

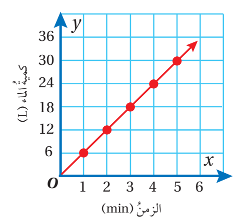
الزمنُ (min)	1	2	3	4	5
كمّيةُ الماءِ (L)	6	12	18	24	30

الْخُطْـوَةُ 2 أكتبُ النِّسبَ في الجدولِ على شكلِ أزواجٍ مرتَّبةٍ:

الأزواجُ المرتبةُ: (1, 6) , (2, 12) , (3, 18) , (4, 24) , (5, 30)

الْخُطْـوَةُ 3 أمثّلُ الأزواجَ المرتَّبةَ في المستوى الإحداثيِّ، وأَصِلُ بينَها بِمستقيمٍ.

إرشاد
أضعُ الزمنَ على المِحورِ x وكمّيةَ الماءِ على المِحورِ y



بما أنَّ التمثيلَ البيانيَّ مستقيمٌ يمرُّ في نقطةِ الأصلِ، إذنْ، العلاقةُ بينَ كمّيةِ الماءِ والزمنِ تمثّلُ علاقةَ تناسبٍ.

20

إجابات (أتحقق من فهمي 3):

عدد الساعات	1	2	3	4
المبلغ (JD)	9	14	19	24

ليست علاقة تناسب لأن النسب غير متساوية:

$$9 \,,\, \frac{14}{2} = 7 \,,\, \frac{19}{3} \,,\, \frac{24}{4} = 6$$

مثال 4: من الحياة

- يحمل هذا المثال فكرة جديدة، وهي تمثيل العلاقة في المستوى الإحداثي لتحديد ما إذا كانت تمثل علاقة تناسب أم لا. أبيّن للطلبة أنه إذا كان التمثيل البياني للعلاقة خطًّا مستقيمًا يمر بنقطة الأصل، فإنها تمثل علاقة تناسب.

إرشاد: أوضّح للطلبة أننا لا نحتاج في هذه الطريقة إلى إيجاد معدل الوحدة لكل نسبة في الجدول.

- أناقش حل مثال 4 مع الطلبة على اللوح، وأتدرج معهم في خطوات التمثيل، وأؤكد لهم أهمية وضع الزمن على المحور x وكمية الماء على المحور y.

تنبيهات:

- قد يخطئ بعض الطلبة في تمثيل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي؛ لذا أتابع عملهم، وأقدم لهم التغذية الراجعة باستمرار.
- قد يخطئ بعض الطلبة في الحكم على وجود علاقة تناسب من المستقيم الذي يمثلها بيانيًّا من دون التحقق من مروره بنقطة الأصل؛ لذا أُوجّه الطلبة لخصائص التمثيل البياني الذي يمثل علاقة تناسب.
- قد يخلط الطلبة بين مفهومي علاقة التناسب والعلاقة الخطية، ولحل المشكلة، يمكن المقارنة بين الصيغة العامة للعلاقات التناسبية والصيغة العامة للعلاقات الخطية، وأن كل علاقة تناسب هي علاقة خطية، وليس العكس صحيحًا.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل فيها.
- إذا واجهَ الطلبة صعوبة في حلّ أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، **وأطلب** إليهم حلّ المسائل (14 – 17).

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حلّ مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكنْ أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يتمّ تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل من كتاب الطالب التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- يمكن التعبير عن العلاقات التناسبية باستخدام خطَّيْ أعداد.
- **مثال:** لعمل عصير من مركّز البرتقال، يُخلط لترٌ واحدٌ من مركّز البرتقال مع 3 لترات من الماء. إذا كان x يمثل عدد لترات مركّز البرتقال في الخليط، ويمثل y عدد لترات الماء في الخليط، فيمكن تمثيل علاقة التناسب هذه باستخدام خطين مستقيمين كما يأتي:

x: ماء (لتر)	0	3	6	9	12	15	18
y: مركز البرتقال (لتر)	0	1	2	3	4	5	6

- أطلب إلى الطلبة تمثيل العلاقات التي وردت في مسائل (1–4) من فقرة (**أتدرب وأحل المسائل**) على خطَّيْ أعداد، وتحديد أي منهما يمثل علاقة تناسب.

أتحققُ من فهمي:

أشجارٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ تزايُدِ قُطرِ جذعِ إحدى الأشجارِ بِمُرورِ السنواتِ. أستخدمُ التمثيلَ البيانيَّ لأبيّنَ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أَمْ لا، وأبرّرُ إجابتي. انظر إجابات الطلبة: التمثيل البياني : مستقيم يمر بالنقاط جميعها، لا يمر بنقطة الأصل. لا يمثل علاقة تناسب.

الزمنُ (yr)	0	10	20	30	50
القُطرُ (cm)	10	14	18	22	30

أتدربُ وأحلّ المسائل

1–8) انظر ملحق الإجابات

أحددُ أيُّ العلاقاتِ المبيَّنةِ في الجداولِ الآتيةِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ، وأبرّرُ إجابتي:

1)

الزمنُ (s)	المسافةُ (m)
1	2
2	4
4	8

2)

الثمنُ (JD)	عددُ القطعِ
3	1
5	3
7	5

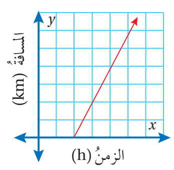
3)

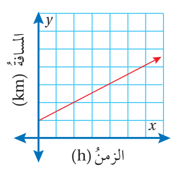
الزمنُ (h)	المبلغُ (JD)
$\frac{1}{2}$	2
2	8
3	12

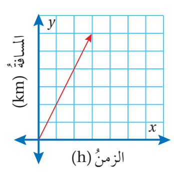
4)

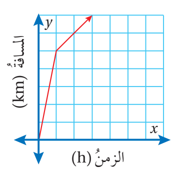
الثمنُ (JD)	الطولُ (m)
2.5	2
3.5	3
4.5	4

أحددُ أيُّ التمثيلاتِ البيانيةِ الآتيةِ يمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ، وأبرّرُ إجابتي:

5) 

6) 

7) 

8) 

أتذكر

تمثلُ العلاقةُ علاقةَ تناسُبٍ إذا كانَ تمثيلُها البيانيُّ مستقيمًا يمرُّ في نقطةِ الأصلِ.

9) تطبَعُ سعادُ 45 كلمةً في الدقيقةِ الواحدةِ. هل توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ عددِ الكلماتِ الّتي تطبعُها سعادُ والزمنِ؟ أبرّرُ إجابتي. انظر ملحق الإجابات

المفاهيم العابرة للمواد

أُؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في سؤال 10 أُعزّز وعي الطلبة بأهمية تطوير الذات بالتحلي بالصبر والمثابرة.

إرشادات:

- في السؤال 14 أذكّر الطلبة بأهمية إيجاد معدل الوحدة لتحديد ما إذا كانت العلاقة تمثل علاقة تناسب أم لا، وهذا يؤكد أن الزيادة الثابتة في كلا المتغيرين لا تمثل تناسبًا.
- في السؤال 15 أُوجّه الطلبة إلى الربط بين علاقة التناسب والتناسب.

معلومة

يتطلبُ إتقانُ مهاراتِ حلِّ مسائلِ الرياضياتِ قدرًا كبيرًا منَ الصبرِ وَالمثابرةِ وَالتدرّبِ.

10 **واجبٌ منزليٌّ:** يُمكنُ لعامرٍ حلُّ 6 مسائلَ مِنْ مادّةِ الرياضياتِ في $\frac{1}{4}$ h. أُكملُ الجدولَ الآتيَ الّذي يمثّلُ العلاقةَ بينَ عددِ المسائلِ الّتي يُمكنُ لعامرٍ حلُّها في كلِّ مدةٍ زمنيةٍ، ثمَّ أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أَمْ لا. انظر الهامش

الزمنُ (h)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
عددُ المسائلِ	6	12	18	24

11 يُبيّنُ الجدولانِ الآتيانِ المسافاتِ الّتي قطعَتْها سيّارتانِ. أيُّ السيارتَينِ تمثّلُ العلاقةُ بينَ المسافةِ الّتي قطعَتْها والزمنِ علاقةَ تناسُبٍ؟ أبرّرُ إجابتي. انظر ملحق الإجابات

السيّارةُ الأولى				
الزمنُ (h)	2	3	5	6
المسافةُ (km)	140	210	350	420

السيّارةُ الثانيةُ				
الزمنُ (h)	1	3	4	6
المسافةُ (km)	60	135	280	360

درجاتُ حرارةٍ: لتحويلِ درجاتِ الحرارةِ مِنْ مِئويٍّ إلى فِهرِنْهايْتيٍّ أضرِبُ الدرجةَ المِئويةَ في $\frac{9}{5}$ ثمَّ أجمعُ 32°C إلى الناتجِ:

12 أُكملُ الجدولَ المجاورَ:

الدرجاتُ المئويةُ °C	0	10	20	30
الدرجاتُ الفِهرِنْهايْتيةُ	32	50	68	86

13 هلْ توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ درجاتِ الحرارةِ المئويةِ والدرجاتِ الفِهرِنْهايْتيةِ؟

لا يوجد علاقة تناسب لاختلاف النسب

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

أفكر

كيفَ أحدّدُ وجودَ علاقةِ تناسُبٍ باستعمالِ جدولٍ يمثّلُ تلكَ العلاقةَ؟

14 **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ خليلٌ: إنَّ الجدولَ المجاورَ يمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ؛ لأنَّ كلًّا مِنَ السعرِ وعددِ حبّاتِ الرمّانِ يزدادُ بمقدارٍ ثابتٍ. انظر الهامش

عددُ حبّاتِ الرمّانِ	السعرُ (JD)
4	1
6	2
8	3
10	4

15 **تبريرٌ:** إذا علمْتُ أنَّ هناكَ علاقةَ تناسُبٍ بينَ كمّيتَينِ، وأُعطيتُ زوجًا مرتّبًا مِنْ هذهِ العلاقةِ غيرَ (0, 0)، فكيفَ أجِدُ زوجًا مرتّبًا آخرَ؟ أبرّرُ إجابتي. انظر الهامش

16 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مسألةً حياتيةً تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ، وأمثّلُها بيانيًّا. انظر إجابات الطلبة

17 **أكتبُ** كيفَ أستخدمُ معدّلَ الوحدةِ لأحددَ إنْ كانَتِ العلاقةُ علاقةَ تناسُبٍ؟ انظر إجابات الطلبة

22

تنبيه: في سؤال 13 أنبّه الطلبة لتجنب إيجاد معدّل الوحدة في العمود الأول؛ لأن قسمة فهرنهيت على مئوي غير معرف، والعكس يعطي صفرًا.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

10) يوجد علاقة تناسب لأن النسب متساوية.

$$\frac{6}{\frac{1}{4}} = 24\ ,\ \frac{12}{\frac{1}{2}} = 24\ ,\ \frac{18}{\frac{3}{4}} = 24$$

14) لا يمثل علاقة تناسب لأن معدّل الوحدة غير متساو بين النسب. معدّلات الوحدة هي:

$$\frac{1}{4}\ ,\ \frac{2}{6} = \frac{1}{3}\ ,\ \frac{3}{8}\ ,\ \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

15) أجد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (0, 0) والنقطة المعطاة ثم أختار زوجًا مرتبًا يحقق المعادلة التي حصلت عليها.

نشاط التكنولوجيا:

- أُوجّه الطلبة إلى الدخول على الرابط الآتي الذي ينقلهم إلى لعبة تفاعلية:

https://www.mathgames.com/skill/7.24–identify–proportional–relationships

وأشجعهم على لعبها في المنزل، والتدرب على تمييز العلاقات التناسبية من خلال التمثيلات البيانية لمجموعة معادلات خطية.

إرشاد: يمكنني تنفيذ النشاط في غرفة الحاسوب، على شكل مسابقات بين الطلبة.

تنبيه: تحتوي اللعبة على مصطلحات رياضية باللغة الإنجليزية، أوضّح للطلبة معنى كل مصطلح؛ لتسهيل تعاملهم مع اللعبة.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة في جدول المهمة (1)، التحقق من أن x وَ y ترتبطان بعلاقة تناسب، ثم أطلب إليهم تمثيلها بيانيًّا مع نهاية هذا الدرس.

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة **(أكتب)** للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أَتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال مثل:
  » أبيّن ما إذا كان المتغيران x و y يرتبطان بعلاقة تناسب أم لا في كل مما يأتي:

1

x	1	2	4
y	3	6	12

2

x	6	8	12	14
y	3	4	5	7

الدرس 4

نتاجات الدرس:

- تعرّف التناسب الطردي.
- تمييز التناسب الطردي.
- كتابة معادلة التناسب الطردي بإيجاد ثابت التناسب.

التعلم القبلي:

- تمييز التناسب، وحلّه.
- تمييز العلاقات التناسبية، وتمثيلها بيانيًّا.
- تمثيل علاقة خطية بيانيًّا، وتفسيرها.

1 التهيئة

- أكتب على اللوح المعلومة الآتية والجدول المتعلق بها:
  - » ثمن 1 kg من المنجا 2 JD.

الكتلة / kg	2		5		10
الثمن / JD		6		14	

- أسأل الطلبة:
  - » كيف يمكن إيجاد ثمن 3 kg من المنجا؟ بضرب 3 في 2.
  - » كيف نعرف كم كيلوغرامًا من المنجا نشتري بـ 16 JD؟ بقسمة 16 على 2.
- أطلب إلى الطلبة تعبئة الجدول وأسألهم: هل معدّل الوحدة نفسه للنسب جميعها؟ نعم
  - » هل العلاقة بين ثمن المانجا وكتلتها علاقة تناسب؟ نعم

الدرس 4 التناسبُ الطرديُّ

فكرةُ الدرسِ
أميّزُ التناسُبَ الطرديَّ، وأكتبُ معادلتَهُ بإيجادِ ثابتِ التناسُبِ.

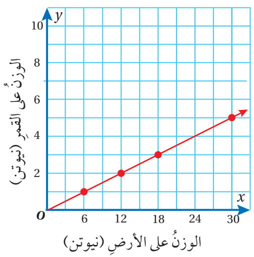
المصطلحاتُ
ثابتُ التناسُبِ، التناسُبُ الطرديُّ.

أستكشفُ

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ العلاقةَ بينَ الوزنِ على الأرضِ والوزنِ على القمرِ.

1) هل توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ بينَ الوزنِ على الأرضِ والوزنِ على القمرِ؟

2) ما وزنُ شخصٍ على القمرِ إذا كانَ وزنُهُ على الأرضِ 60 نيوتن؟



تمثّلُ العلاقةُ بينَ الكمّيتَينِ المتغيّرتَينِ x وَ y **تناسبًا طرديًّا** (direct variation) إذا كانَتِ النسبةُ بينَ جميعِ قِيَمِهِما ثابتةً، ولْتكُنْ k حيثُ $k \neq 0$، بحيثُ تؤدي الزيادةُ في إحدى الكمّيتَينِ إلى زيادةِ الأُخرى، وكذلكَ العكسُ، و يُسمّى k **ثابتَ التناسُبِ** (constant of variation)، وهُوَ يمثّلُ معدّلَ الوحدةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — **التناسب الطردي**

- **بالكلماتِ** التناسبُ الطرديُّ هُوَ علاقةٌ بينَ المتغيرَينِ x وَ y تكونُ فيها النسبةُ $x : y$ ثابتةً.
- **بالرموزِ** $k = \frac{y}{x}$ حيثُ $k \neq 0$
  وَتمثّلُ المعادلةُ $y = k\,x$ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.

مثال 1

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y :

x	y
1	8
2	16
3	24
10	?

1 أبيّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

أَجِدُ النسبةَ $\frac{y}{x}$ لِلقيمِ المتناظرةِ جميعِها:

$$\frac{y}{x} \longrightarrow \frac{8}{1} = 8, \quad \frac{16}{2} = 8, \quad \frac{24}{3} = 8$$

النسبةُ $x : y$ ثابتةٌ، إذنْ، x وَ y متناسبانِ طرديًّا، وثابتُ التناسُبِ $k = 8$.

2) أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ، ثم أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ.

$y = 8x$

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ	$y = 8x$
أُعوّضُ $x = 10$ في المعادلةِ	$= 8(10)$
أَجِدُ الناتجَ	$= 80$

أتذكر

يمثّلُ ثابتُ التناسُبِ معدَّلَ الوحدةِ للعلاقةِ.

أتحققُ من فهمي:

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y : انظر الهامش

x	y
3	1
6	2
9	3
12	?

3) أبيّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

4) أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ، ثم أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ.

مثال 2: منَ الحياةِ

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةَ تناسُبٍ بينَ عددِ السيّاراتِ في محطةِ غسيلٍ للسيّاراتِ وَالمبلغِ المستحَقِّ مقابلَ تقديمِ الخدمةِ:

عددُ السياراتِ	المبلغُ (JD)
5	20
10	40
15	60
20	80

1) أبيّنُ أنَّ عددَ السيّاراتِ والمبلغَ متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

$$\frac{\text{المبلغُ (JD)}}{\text{عددُ السياراتِ}} \longrightarrow \frac{20}{5} = 4,\quad \frac{40}{10} = 4,\quad \frac{60}{15} = 4,\quad \frac{80}{20} = 4$$

النسبةُ بينَ جميعِ القِيَمِ ثابتةٌ، إذنْ، المبلغُ وعددُ السيّاراتِ متناسبانِ طرديًّا، وثابتُ التناسُبِ $k = 4$.

2) أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.

$y = 4x$

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ علاقةَ تناسُبٍ بينَ الزمنِ بالثواني اللازمِ لضخِّ عددٍ مِنْ لتراتِ البنزينِ في إحدى محطاتِ الوَقودِ: انظر الهامش

عددُ اللتراتِ	الزمنُ (s)
9.25	74
10.5	84
12	96
17	136

3) أبيّنُ أنَّ عددَ اللتراتِ والزمنَ متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

4) أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.

24

إجابات (أتحقق من فهمي 1):

3) x وَ y متناســبان طرديا لأن النسب متساوية، والزيادة في أحدهما تؤدي إلى زيادة في الأخرى.

$$\frac{1}{3},\ \frac{2}{6} = \frac{1}{3},\ \frac{3}{9} = \frac{1}{3},\quad k = \frac{1}{3}$$

4) المعادلة: $y = \frac{1}{3}x$ ، القيمة المجهولة 4

إجابات (أتحقق من فهمي 2):

3) $\frac{9.25}{74} = \frac{10.5}{84} = \frac{12}{96} = \frac{17}{136} = 0.125$

التناســب طردي لأن النسب متساوية، والزيادة في أحد المتغيرين تؤدي إلى زيادة في الآخر، $k = 0.125$.

4) $y = 0.125x$

2 الاستكشاف

- أُوجّـه الطلبـة لقـراءة المسـألة في فقرة (**أستكشـف**)، وتأمـل التمثيـل البيانـي الـوارد فيها، ثم أسـألهم:
  - » أيهما أكبر: كتلة الإنسـان علـى الأرض أم على القمر؟ على الأرض.
  - » مـا الذي يسـبب اختلاف الكتلـة على الأرض والقمر؟ اختلاف الجاذبية.
  - » إذا كانـت الكتلة على الأرض تسـاوي 12 فكم تساوي على القمر؟ 2 kg
  - » إذا كانت الكتلة على القمر تساوي 5 فكم تساوي على الأرض؟ 30 kg
  - » هل توجد علاقة تناسب بين الكتلة على الأرض والكتلة على القمر؟ نعم؛ لأن التمثيل البياني خط يمر بنقطة الأصل.
  - » ما كتلة شـخص على القمر إذا كانت كتلته على الأرض 60 kg؟ 10 kg
- أتقبّل الإجابات جميعها.

3 التدريس

المثالان 1 و 2

- أناقش مع الطلبة مفهوم التناسب الطردي، وأربط هذا التعريف مع العلاقات التناسـبية بين كميتين، وأقدم لهـم المصطلحات الجديـدة (التناسـب الطردي، وثابت التناسب)، ثم أُقدّم لهم الصورة العامة لمعادلة التناسب الطردي.
- من خلال مناقشة حل المثال 1 مع الطلبة على اللوح، أوضّح لهم كيفية إيجاد ثابت التناســب (أذكّر الطلبة بأن ثابت التناســب هو معدّل الوحـدة)، وأكتب لهم الصيغة العامة لمعادلة التناسب الطردي، وأوظفها في إيجاد القيمة المجهولة في الجدول.

إرشـاد: أناقش مع الطلبــة طرائق أخرى غير الطريقة المتبعة في المثال 1 لإيجاد القيمة المجهولة في الجدول.

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حلّ تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثــال. أختار بعض الإجابــات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية، وأناقشــها على اللوح من دون ذكر اسم صاحب الحل؛ تجنبًا لإحراجه.
- أناقش حل المثال 2 مــع الطلبة على اللوح، وأُوضّح لهم أهمية التناسبات الطردية في الحياة اليومية.

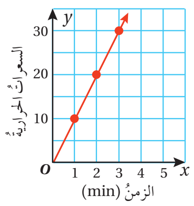
تنبيهات:

- قد يعتمد بعض الطلبة على نسبة واحدة أو نسبتين فقط لإيجاد ثابت التناسب من الجداول، أُؤكّد لهم أنه عليهم اختبار النسب جميعها.
- التوقع أن صيغة الرسم البياني يجب أن تحتوي المتغيرين x وَ y غير صحيح، ولعلاج ذلك أُقدّم أمثلة متنوعة (مثل الموجودة في كتاب الطالب)، وأسمّي المتغيرين غير x وَ y. على سبيل المثال: أذكّر الطلبة أن لديهم رسومًا بيانية شوهدت سابقًا للمسافة مقابل الزمن، أي أنه يمكن تغيير أسماء المتغيرات لتعكس الكميات التي يراد تمثيلها.

يُمكنُنا إيجادُ ثابتِ التناسُبِ لعلاقةِ تناسُبٍ طرديٍّ ممثَّلةٍ بيانيًّا، وذلكَ بتحديدِ قيمةِ y عندَما تكونُ $x = 1$، أوْ إيجادِ معدَّلِ الوحدةِ لأيِّ نقطةٍ على التمثيلِ البيانيِّ.

مثال 3

يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ الزمنِ بالدقائقِ والسُّعراتِ الحراريةِ الّتي يحرقُها شخصٌ في أثناءِ ممارستِهِ التمارينَ الرياضيةَ:



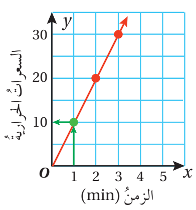
1 أبيّنُ أنَّ العلاقةَ تمثّلُ تناسبًا طرديًّا.

تمثّلُ العلاقةُ في التمثيلِ البيانيِّ المجاورِ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ؛ لأنَّ النقاطَ الممثَّلةَ تقعُ على مستقيمٍ يمرُّ بنقطةِ الأصلِ.

2 أجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

الطريقةُ 1: لإيجادِ ثابتِ التناسُبِ k، أحدِّدُ قيمةَ y عندَما $x = 1$.

إذنْ، ثابتُ التناسُبِ $k = 10$.



الطريقةُ 2: أختارُ النقطةَ $(2, 20)$، ثمَّ أَجِدُ منها ثابتَ التناسُبِ k.

$k = \frac{y}{x}$ أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ

$= \frac{20}{2}$ أُعوّضُ $x = 2 , y = 20$

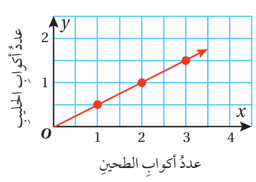
$= 10$ أَجِدُ الناتجَ

3 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.

$y = 10x$

أتحقّقُ من فهمي:

يبيّــنُ التمثيــلُ البيانيُّ المجــاورُ العلاقةَ بيــنَ عددِ أكــوابِ الطحينِ وعــددِ أكــوابِ الحليبِ فــي وصفةٍ لإعــدادِ الكعكِ. أكتــبُ معادلةً لهذا التناسُبِ. $k = \frac{1}{2} , y = \frac{1}{2}x$



مثال 4: منَ الحياةِ

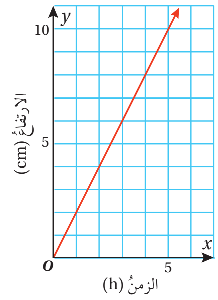
رُصِدَ ارتفاعُ الثلوجِ على قمةِ أحدِ الجبالِ في أثناءِ عاصفةٍ ثلجيةٍ، فَوُجِدَ أنَّهُ يزدادُ بمقدارِ 2 cm كلَّ ساعةٍ.

1 أمثّلُ العلاقةَ بيانيًّا.

أُنشئُ جدولًا، وأكتبُ النِّسَبَ فيهِ على شكلِ أزواجٍ مرتَّبةٍ:

الزمنُ (h)	1	2	3	4
ارتفاعُ الثلوجِ (cm)	2	4	6	8

الأزواجُ المرتبةُ: $(1 , 2), (2 , 4), (3 , 6), (4 , 8)$



2 أبيّنُ أنَّ العلاقةَ تمثّلُ تناسبًا طرديًّا.

تمثّلُ العلاقةُ تناسُبًا طرديًّا؛ لأنَّ النقاطَ الممثّلةَ لها تقعُ على مستقيمٍ يمرُّ بنقطةِ الأصلِ.

3 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.

بما أنَّ العلاقةَ تناسُبٌ طرديٌّ، إذنْ، يُمكنُ إيجادُ معادلةٍ لها. وباستخدامِ النقطةِ $(1, 2)$ نجدُ أنَّ ثابتَ التناسُبِ $k = 2$.

إذنْ، المعادلةُ: $y = 2x$

4 أَجِدُ ارتفاعَ الثلجِ بعدَ مرورِ 10 ساعاتٍ.

أُعوّضُ $x = 10$ $\quad y = 2 \times 10$

أَجِدُ الناتجَ $\quad = 20$

إذنْ، ارتفاعُ الثلجِ بعدَ مرورِ 10 ساعاتٍ هُوَ 20 cm

أتحققُ من فهمي:

يزدادُ طولُ نبتةٍ بمقدارِ 1.5 cm كلَّ أُسبوعٍ:

5 أبيّنُ أنَّ العلاقةَ تمثّلُ تناسبًا طرديًّا.

6 أكتبُ معادلةً لهذهِ العلاقةِ.

5)

الزمن (أسبوع)	1	2	3	4
الطول	1.5	3	4.5	6

$1.5 , \frac{3}{2} = 1.5 , \frac{4.5}{3} = 1.5 , \frac{6}{4} = 1.5$

التناسب طردي لأن النسب متساوية والزيادة في أحد المتغيرين تؤدي إلى زيادة في الآخر.

$k = 1.5 , \ y = 1.5\,x$

26

المثالان 3 و 4

- أوضّح للطلبة إمكانية إيجاد ثابت التناسب وكتابة معادلة التناسب من التمثيل البياني لعلاقة تناسب ممثلة بيانيًّا، وذلك بمناقشة حل مثال 3 مع الطلبة على اللوح، وأُقدّم لهم طريقتي إيجاد ثابت التناسب، مع تنبيههم لضرورة تحديد ما إذا كانت العلاقة تمثل تناسبًا طرديًا أم لا أولًا.
- أسأل الطلبة: هل يمكن اختيار نقط أخرى لإيجاد ثابت التناسب؟ نعم. أطلب أمثلة.

إرشاد: يمكنني رسم مستقيمات أخرى لا تشكل تناسبًا طرديًّا لترسيخ المفهوم لدى الطلبة.

- أناقش مع الطلبة حل مثال 4 على اللوح بوصفه تطبيقًا حياتيًّا على التناسب الطردي، وأناقش معهم كيفية الاستفادة من معادلة التناسب في إيجاد قيم معينة .
- أسأل الطلبة: ماذا يفيد معرفة سمك الثلج على الجبل؟ أستمع للإجابات وأعزز المفيد منها.

تنبيه: قد لا يدرك الطلبة أن العلاقة بين كميات متناسبة طرديًّا تنتج من الضرب وليس الجمع إليها. فمثلا لعمل 10 قطع بسكويت تحتاج 200 g طحينًا و 100 ml حليبًا، ولعمل 15 قطعة بسكويت يضيف الطلبة 5 إلى المكونات فتصبح 205 g طحينًا و 105 ml حليبًا بدلًا من الضرب في 1.5، ولعلاج ذلك أوضّح الخطأ عن طريق تذكير الطلبة بتعريف التناسب الطردي.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل فيها.
- إذا واجهَ الطلبة صعوبة في حلّ أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، **وأطلب** إليهم حلّ المسائل (20 – 18).

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حلّ مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكنْ أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يتمّ تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل من كتاب الطالب التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

طول الظل

- أقرأ المعلومة الآتية للطلبة:
  - » يتناسب طول ظل الأشـياء وقت الظهيرة طرديًّا مع طول الشيء، فشجرة طولها 6 m يكون طول ظلها 1.8 m وقت الظهيرة.
- أطلب إلى الطلبة تحديد أي الجمل الآتية صحيحة في ما يتعلق بأطوال مجموعة من الأشياء وقت الظهيرة:
  - » شيء طوله 2 m يكون طول ظله 1.2 m
  - » شيء طوله 15 m يكون طول ظله 6 m
  - » شيء طوله 1.5 m يكون طول ظله 45 cm
  - » شيء طوله 1.8 m يكون طول ظله 0.6 m
- أطلب إلى الطلبة تقديم تبرير لإجاباتهم، وتصحيح الجمل الخطأ في المسألة.

ملاحظة: أُوجّه الطلبة إلى تنفيذ النشاط واجبًا منزليًّا، وأناقش النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

أتدرب وأحل المسائل

1–9) انظر ملحق الإجابات

أحـددُ أيُّ العلاقاتِ الخطيّةِ الآتيةِ تمثّلُ تناسُبًا طرديًّا، وإنْ كانَتْ كذلكَ أجدُ ثابتَ التناسُبِ لَها:

1

x	y
2	5
4	10
6	15

2

x	y
185	60
235	32
275	40

3

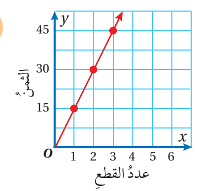
x	y
3	6
4	8
5	10

4

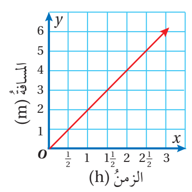
x	y
4	6
5	8
6	10

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديّ في كلٍّ ممّا يأتي:

5



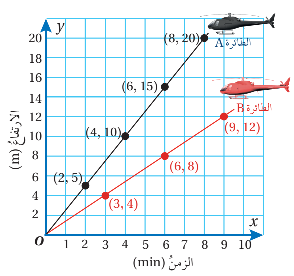
6



معلومةٌ

يبلغُ متوسطُ سرعةِ الطائراتِ العموديةِ 260 km/h ، إلّا أنَّ أسرعَ طائرةٍ عموديةٍ تبلغُ سرعتُها 416 km/h.

طائراتٌ: انطلقَتْ طائرتانِ عموديّتانِ A وَ B في الوقتِ نفسِهِ، ويمثّلُ الشكلُ المجاورُ العلاقةَ بينَ ارتفاعِ كلٍّ منهُما بالأمتارِ والزمنِ بالدقائقِ.



7 هل توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ طرديٍّ بينَ ارتفاعِ كلِّ طائرةٍ والزمنِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

8 إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ تناسُبًا طرديًّا؛ أجِدُ ثابتَ التناسُبِ.

إرشاد: أستعينُ بثابتِ التناسبِ لتبريرِ إجابتي.

9 أوضّحُ سببَ ارتفاعِ الطائرةِ A بصورةٍ أسرعَ منَ الطائرةِ B.

يمثّلُ كلٌّ مِنَ الجدولَيْنِ الآتيَيْنِ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ. أجِدُ القِيَمَ المجهولةَ في كلٍّ منهُما:

10

x	2	4	6	12
y	5	10	15	30

11

x	8	10	12	16
y	12	15	18	24

27

إرشادات:

- في السؤال 9 أُوجّه الطلبة لاستنتاج العلاقة بين ارتفاع الطائرة وثابت التناسب.
- في السؤال 15 أوضّح للطلبة أنه يمكنهم إيجاد عدد ضربات الجناح في 6 دقائق بطريقتين: معادلة العلاقة، والتمثيل البياني لها.

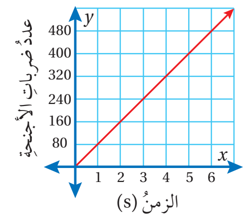
15–12) انظر ملحق الإجابات

12 **رحلاتٌ:** نظّمَتْ مدرسةُ ريّانَ رحلةً إلى غاباتِ جرشَ وعجلونَ، بحيثُ يرافقُ كلَّ 14 طالبًا معلمٌ واحدٌ. أكتبُ معادلةً تمثّلُ هذهِ العلاقةَ، وأمثّلُها بيانيًّا.

معلومة

يُعَدُّ طائرُ النحلةِ الطنّانُ أصغرَ طائرٍ على وجهِ الأرضِ، إذْ يبلغُ وزنُهُ 1.8 g وَطولُهُ 5 cm

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ عددَ ضرباتِ جناحَيْ طائرِ الطنّانِ بالنسبةِ للزمنِ بالثواني (s):



13 ماذا تمثّلُ النقطةُ (2, 160) ؟

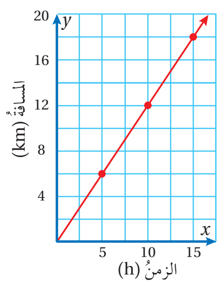
14 أكتبُ معادلةً تمثّلُ هذهِ العلاقةَ.

15 أَجِدُ عددَ ضرباتِ الجناحِ في 6 دقائقَ.

معلومة

تلقى رياضةُ تسلقِ الجبالِ اهتمامًا متزايدًا في الأردنِّ؛ لتوافرِ البيئةِ الجبليةِ المناسبةِ في العديدِ مِنَ المحافظاتِ.

يمثّلُ الشكلُ المجاورُ العلاقةَ بينَ الزمنِ بالساعاتِ (h) والمسافةِ بالكيلومتراتِ الّتي يقطعُها متسابقُ رياضةِ تسلّقِ جبالٍ:



16 أكتبُ معادلةً تمثّلُ هذهِ العلاقةَ. $y = \frac{6}{5}x$

17 كَمْ ساعةً يحتاجُ المتسابقُ لقطعِ مسافةِ 30 km؟
25

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

18 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مسألةً حياتيةً يكونُ ثابتُ التناسُبِ فيها 6 km انظر إجاباتِ الطلبة

إرشاد

أستعملُ ثابتَ التناسُبِ وَحلَّ المعادلاتِ في إيجادِ القِيَمِ المجهولةِ.

19 **تبريرٌ:** إذا كانَ ثابتُ تناسُبِ العلاقةِ الطرديةِ الممثَّلةِ في الجدولِ المجاورِ يساوي 5. أَجِدُ القِيَمَ المجهولةَ في الجدولِ، وأبرّرُ خطواتِ الحلِّ جميعَها.

السعرُ (JD)	الزمنُ (h)
x	10
y	20
150	z

انظر ملحق الإجابات

20 **أكتبُ** كيفَ أحددُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ متغيّرَينِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ؟

انظر إجابات الطلبة

إرشاد: في سؤال 19 أُشجّع الطلبة على إيجاد القيم المجهولة بأكثر من طريقة.

نشاط التكنولوجيا:

أستخدم آلة حاسبة بيانية أو برنامج رسم بياني عبر الإنترنت مثل جيوجبرا لرسم رسوم بيانية لعلاقات طردية من الحياة اليومية. يتيح لي هذا استكشاف شكل الرسوم البيانية للعديد من الصيغ المختلفة من دون الحاجة لقضاء وقت كبير في رسم المحورين وتعيين النقاط. بعض مواقع الرسم مثل:

https://www.desmos.com/calculator

تتيح ظهور معدل الوحدة والتقاطع مع محور y وتغييرهما مباشرة باستخدام أشرطة التمرير.

تعليمات المشروع:

- في المهمة 1، أطلب إلى الطلبة كتابة العلاقة بين x وَ y على الصورة $y = kx$، وتحديد نوع التناسب من العلاقة ومن الرسم.

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أكتب**)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال، مثل:

» أبيّن أن المتغيرين x وَ y يرتبطان بعلاقة تناسب طردية، وأكتب معادلة تمثلها.

x	4	8	10	12
y	1	2	5	6

معمل برمجية جيو جبرا

نتاجات الدرس:

- تمثيل علاقة باستخدام برمجية جيوجيبرا، وتمييز إذا كانت تمثل تناسبًا طرديًّا أم لا.

التعلم القبلي:

- تمثيل علاقة خطية بيانيًّا على المستوى الإحداثي.
- تمييز التناسب الطردي، وكتابة معادلته.
- الحكم على تناسب بأنه طردي من تمثيله البياني.

1 التهيئة

- أرافق الطلبة إلى مختبر الحاسوب في المدرسة.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، ثم أطلب إلى أفراد كل مجموعة فتح برمجية جيوجبرا من الموقع الآتي:

https://www.geogebra.org/classic

2 الاستكشاف

- أطلب إلى الطلبة استكشاف أيقونات البرمجية، وعناصر القوائم المنسدلة منها.
- أسأل الطلبة عن أهم الأيقونات التي يتوقعون استخدامها في تمثيل العلاقات لهذا الدرس.

3 التدريس

- أطلب إلى المجموعات قراءة النشاط الوارد في الدرس.
- أوضح للطلبة خطوات رسم المستقيم باستخدام البرمجية؛ وذلك بالنقر على مواقع الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي، ثم أسألهم:
  » ما علاقة المتغير y بالمتغير x في الجدول؟ y مِثْلا x.
  » هل تكفي نقطتان لرسم مستقيم في المستوى الإحداثي؟ نعم.
  » متى يمر المستقيم بنقطة الأصل؟ إذا كان على الصورة $y = ax$ حيث a ثابت.
- أطلب إلى الطلبة التحقق من مرور المستقيم المرسوم بالأزواج المرتبة جميعها.
- أسأل الطلبة عن ما إذا كان التمثيل البياني يمثل تناسبًا طرديًّا أم لا.
- أوضح للطلبة أن برمجية جيوجيبرا تظهر معادلة العلاقة في شريط الإدخال، ثم أوجههم إلى موقع المعادلة في شاشة البرمجية.

معمل برمجية جيوجبرا

التناسُبُ الطرديُّ

يُمكنُني استخدامُ برمجيةِ جيوجبرا (GeoGebra) لتمثيلِ علاقةِ تناسُبٍ بيانيًّا وتحديدِ إنْ كانَتْ تمثّلُ تناسُبًا طرديًّا أَمْ لا.

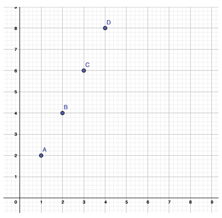
نشاط

x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y . أستخدمُ برمجيةَ جيوجبرا لأحددَ ما إذا كانَ المتغيرانِ x وَ y متناسبَينِ طرديًّا أَمْ لا، وَإذا كانا متناسبَينِ أَجِدُ معادلةَ التناسُبِ، ثمَّ أحددُ ثابتَهُ.

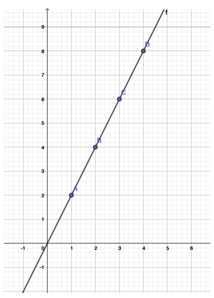
الْخُطْوَةُ 1 أكتبُ النِّسَبَ المعطاةَ في الجدولِ على شكلِ أزواجٍ مرتَّبةٍ:

(1, 2) ,(2, 4) ,(3, 6) ,(4, 8)



الْخُطْوَةُ 2 أمثّلُ الأزواجَ المرتَّبةَ في المستوى الإحداثيِّ:

- أختارُ أيقونةَ Point مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقُرُ بالمؤشرِ على مواقعِ الأزواجِ المرتَّبةِ.



الْخُطْوَةُ 3 أصِلُ بينَ النقاطِ بمستقيمٍ:

- أختارُ أيقونةَ Line مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقُرُ بالمؤشرِ على نقطتَينِ مِنَ النِّقاطِ الممثَّلةِ؛ لرسمِ مستقيمٍ يصلُ بينَهُما.

ألاحظُ أنَّ المستقيمَ يمرُّ بِنقاطِ العلاقةِ جميعِهاإضافةً إلى نقطةِ الأصلِ. إذنْ، تمثّلُ العلاقةُ تناسبًا طرديًّا.

الْخُطْوَةُ 4 أَجِدُ معادلةَ علاقةِ التناسُبِ وثابتَهُ:

- تظهرُ معادلةُ التناسُبِ في شريطِ الإدخالِ وبجانبِها سهمٌ صغيرٌ. $\boxed{\rightarrow 2x - y = 0}$

وَيُمكنُني كتابةُ المعادلةِ على الصورةِ $y = 2x$، عندها ألاحظُ أنَّ ثابتَ التناسُبِ $k = 2$

أتدربُ

2–1) انظر ملحق الإجابات

يمثّلُ كلُّ جدولٍ في ما يأتي علاقةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y. أستخدمُ برمجيةَ جيوجبرا لأمثّلَ العلاقةَ بيانيًّا، وأحددُ ما إذا كانَتْ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ أَمْ لا، وإنْ كانَتْ تمثّلُ علاقةً طرديةً أَجِدُ معادلةَ العلاقةِ وثابتَ التناسُبِ لَها.

1

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

2

x	1	2	3	4
y	6	4	2	0

- أسأل الطلبة حول انطباعاتهم عن البرمجية، والفرق بين الرسم اليدوي والرسم باستخدام التكنولوجيا.

4 التدريب

- أطلب إلى الطلبة حل السؤالين 1 و 2 وأتابعهم في أثناء ذلك، وأقدم لهم التغذية الراجعة.

5 الإثراء

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تمثيل العلاقة بين x وَ y باستخدام برمجية جيوجبرا ثم مقارنة ما حصلوا عليه مع التمثيل البياني اليدوي.

6 الختام

- أطلب إلى الطلبة كتابة فقرة توضح كيفية استخدام برمجية جيوجيبرا لتمثيل علاقة بيانيًّا والحكم على ما إذا كان التناسب طرديًّا أم لا.

الدرسُ 5 التناسُبُ العكسِيُّ

فكرةُ الدرسِ

أميّزُ التناسُبَ العكسيَّ، وأكتبُ معادلتَهُ بِإيجادِ ثابتِ التناسُبِ.

المصطلحاتُ

التناسُبُ العكسيُّ.

أستكشفُ

يحتاجُ صهريجُ محروقاتٍ 2.5 ساعةً لتفريغِ حمولتِهِ بمعدّلِ 800 L /h . كمْ منَ الوقتِ يحتاجُ إذا فرّغَ حمولتَهُ بمعدّلِ 1000 L /h؟ هلْ يوجدُ تناسبٌ بينَ معدّلِ التفريغِ والزمنِ؟ إنْ وجدَ تناسبٌ ماذا نسمّيهِ؟

علاقةُ **التناسُبِ العكسيِّ** (inverse variation): هِيَ علاقةٌ بينَ كمّيتَينِ بحيثُ تؤدي زيادةُ الكميةِ الأولى إلى نقصانِ الكمّيةِ الثانيةِ، وكذلكَ العكسُ.

مفهومٌ أساسيٌّ — التناسُبُ العكسيُّ

- **بالكلماتِ** إذا وُجدَتْ علاقةُ تناسُبٍ عكسيٍّ بينَ المتغيّرَينِ x وَ y فإنَّ ناتجَ ضربِهِما يساوي ثابتًا هُوَ k.
- **بالرموزِ** $x \times y = k$ ، حيثُ $k \neq 0$
  وَتمثّلُ $y = \frac{k}{x}$ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ.

مثال 1

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y :

x	5	10	25	50
y	20	10	4	?

1 أبيّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ عكسيًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

أَجِدُ $x \times y$ للقِيَمِ المتناظِرةِ جميعِها:

$$x \times y \longrightarrow 5 \times 20 = 100,\quad 10 \times 10 = 100,\quad 25 \times 4 = 100$$

ألاحظُ أنَّ ناتجَ $x \times y$ متساوٍ للأزواجِ المرتَّبةِ جميعِها، إذنْ، توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ عكسيٍّ بينَ المتغيّرَينِ x وَ y، وثابتُ التناسُبِ $k = 100$.

الدرس 5

نتاجات الدرس:

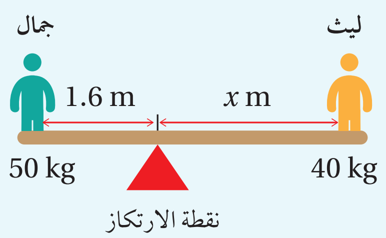
- تعرّف التناسب العكسي.
- تمييز التناسب العكسي.
- كتابة معادلة التناسب العكسي بإيجاد ثابت التناسب.

التعلم القبلي:

- تمييز التناسب، وحلّه.
- تمثيل علاقة خطية بيانيًّا على المستوى الإحداثي.
- تمييز التناسب الطردي، وكتابة معادلته.
- الحكم على تناسب بأنه طردي من تمثيله البياني.

1 التهيئة

- أرسم للطلبة الشكل الآتي الذي يمثل لعبة سيسو، وأُوضّح لهم أنه لموازنة اللعبة يجب أن يكون حاصل ضرب كتلة الشخص الأول في المسافة بينه وبين نقطة الارتكاز يساوي حاصل ضرب كتلة الشخص الثاني في المسافة بينه وبين نقطة الارتكاز.



- أسأل الطلبة:
  » أين ترون لعبة السيسو؟ في أماكن الترفيه واللعب والحدائق العامة.
- أطلب إلى الطلبة إيجاد المسافة بين ليث ونقطة الارتكاز للحفاظ على التوازن. 2 m
- أسأل الطلبة:
  » بناء على قاعدة التوازن، إذا جلس شخص آخر مكان جمال وكانت كتلته أقل، فما اللازم عمله للحفاظ على التوازن؟ زيادة المسافة بينه وبين نقطة الارتكاز.
  » هل يوجد تناسب بين كتلة الشخص وبعده عن نقطة الارتكاز في حالة التوازن؟ نعم.
  » في حالة وجود تناسب، أصف هذه العلاقة. كلما زادت الكتلة نقصت المسافة، والعكس صحيح.

2 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ، ثم أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ السابقِ.

$y = \frac{100}{x}$

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ $y = \frac{100}{x}$

أُعوِّضُ $x = 50$ في المعادلةِ $= \frac{100}{50}$

أَجِدُ الناتجَ $= 2$

أتحقّقُ من فهمي:

يمثِّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيِّرَينِ x وَ y : انظر الهامش

x	3	6	9	12
y	12	6	4	?

3 أُبيِّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ عكسيًا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

4 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ، ثم أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ.

مثال 2: منَ الحياة

يمثِّلُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ معدَّلِ السرعةِ والزمنِ اللازمِ لقطعِ المسافةِ بينَ عمّانَ والطفيلةِ الّتي تساوي 180 km:

معدَّلُ السرعةِ (km/h)	الزمنُ (h)
90	2
72	2.5
60	3
45	4

1 أُبيِّنُ أنَّ معدَّلَ السرعةِ والزمنَ متناسبانِ عكسيًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

معدلُ السرعةِ × الزمنُ ⟵ $2 \times 90 = 180, \quad 2.5 \times 72 = 180, \quad 3 \times 60 = 180, \quad 4 \times 45 = 180$

ألاحظُ أنَّ ناتجَ الضربِ متساوٍ للقِيَمِ المتناظِرةِ جميعِها؛ إذنْ، معدَّلُ السرعةِ وَالزمنُ متناسبانِ عكسيًّا، وثابتُ التناسُبِ $k = 180$.

2 أكتبُ معادلةَ التناسبِ العكسيِّ.

$y = \frac{180}{x}$

أتحقّقُ من فهمي:

يمثِّلُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ العُمّالِ وَالزمنِ اللازمِ لبناءِ سورٍ: انظر الهامش

عددُ العُمّالِ	الزمنُ (h)
2	12
4	6
6	4
8	3

3 أُبيِّنُ أنَّ عددَ العُمّالِ وَالزمنَ متناسبانِ عكسيًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

4 أكتبُ معادلةَ العلاقةِ.

2 الاستكشاف

- أطلب إلى الطلبة قراءة فقرة (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » ماذا ينقل الصهريج الذي في الصورة ؟ ينقل المحروقات مثل البنزين والديزل والكاز.
  - » ما وحدة قياس حمولته؟ اللتر.
  - » ما أهمية المحروقات في حياتنا اليومية؟ المحروقات ضرورية لتسيير حياتنا اليومية، فهي تستخدم وقودًا للطائرات والسيارات وتشغيل المصانع والتدفئة.
  - » إذا زادت سرعة تفريغ المحروقات من الصهريج فهل نحتاج وقتا أطول أم أقصر ؟ نحتاج وقتا أقصر.
  - » هل يوجد علاقة بين عملية التفريغ في الحالتين؟ نعم يوجد تناسب.
  - » ماذا نسمي هذه العلاقة؟ تختلف الإجابات
- أتقبّل الإجابات جميعها.

3 التدريس

المثالان 1 و 2

- أوضّح للطلبة مفهوم التناسب العكسي، وأُقدّم أمثلة مناسبة توضح الفرق بين التناسب الطردي والتناسب العكسي، ثم أوضّح لهم كيفية إيجاد ثابت التناسب العكسي، وأقدم لهم معادلة التناسب العكسي بالرموز.

إرشاد: أطلب إلى طلبة إعطاء أمثلة على التناسب بين متغيرين، وأطلب إلى آخرين تصنيف الأمثلة إلى تناسب طردي أو عكسي.

- أناقش مع الطلبة حل مثال 1 على اللوح، وأوضّح لهم أنه لاختبار وجود علاقة تناسب بين قيم متغيرين، يجب اختبار $x \times y$ للقيم المتقابلة جميعها، وملاحظة أن الناتج نفسُه لها جميعًا، ثم أكتب لهم الصيغة العامة لمعادلة التناسب، وأوظفها في إيجاد القيمة المجهولة في الجدول.

إجابات (أتحقق من فهمي 1):

3) $3 \times 12 = 6 \times 6 = 9 \times 4 = 36$

x وَ y متناسبان عكسيا لأن حاصل ضربهما ثابت والزيادة في أحدهما تؤدي إلى نقصان في الآخر، $k = 36$

4) $y = \frac{36}{x}$ ، القيمة المجهولة 3

إجابات (أتحقق من فهمي 2):

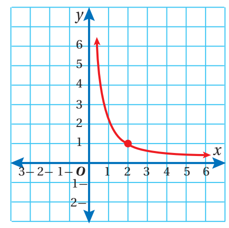
3) $2 \times 12 = 4 \times 6 = 6 \times 4 = 8 \times 3 = 24$

x وَ y متناسبان عكسيا؛ لأن حاصل ضربهما ثابت والزيادة في أحدهما تؤدي إلى نقصان في الآخر، $k = 24$

4) $y = \frac{24}{x}$

يُمكنُنا إيجادُ ثابتِ التناسُبِ لعلاقةِ تناسُبٍ عكسيٍّ ممثَّلةٍ بيانيًّا، وذلكَ بتحديدِ زوجٍ مرتَّبٍ على التمثيلِ البيانيِّ، وتعويضِ قيمةِ x وَ y في معادلةِ التناسُبِ العكسيِّ.

مثال 3



يبيِّنُ الشكلُ المجاورُ علاقةً عكسيةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y:

1) أجِدُ ثابتَ التناسُبِ k:

أختارُ زوجًا مرتَّبًا على التمثيلِ البيانيِّ للعلاقةِ، مثلَ (2 , 1)، وأعوِّضُهُ في معادلةِ التناسُبِ العكسيِّ.

$y = \frac{k}{x}$ أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ

$1 = \frac{k}{2}$ أعوِّضُ $x = 2, y = 1$

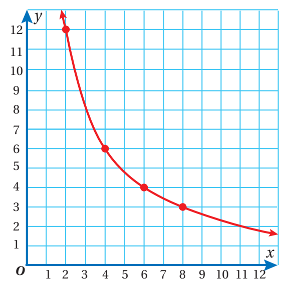
$k = 2$ بالضربِ التبادليِّ

إذنْ، ثابتُ التناسبِ $k = 2$

2) أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ:

$y = \frac{2}{x}$

أتحقَّقُ من فهمي:



يبيِّنُ الشكلُ المجاورُ علاقةً عكسيةً بينَ المتغيّرَينِ x وَ y:

3) أجِدُ ثابتَ التناسُبِ k. $k = 24$

4) أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ. $y = \frac{24}{x}$

مثال 4: منَ الحياة

محيطاتٌ: يبيِّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ عُمقِ الماءِ وَدرجاتِ الحرارةِ في المحيطِ الأطلسيِّ:

درجةُ الحرارة (°F)	العمقُ (ft)
28	500
14	1000
7	2000

1) أحدِّدُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثِّلُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ أَمْ عكسيٍّ.

ألاحظُ مِنَ الجدولِ أنَّهُ كلَّما ازدادَ العُمقُ انخفضَتْ درجَةُ الحرارةِ؛ لذا، لا يُمكنُ أنْ تمثِّلَ العلاقةُ تناسبًا طرديًّا.

أتعلَّم

القدمُ مِنْ وحداتِ قياسِ الطولِ، ويُرمزُ لَهُ بالرمزِ ft وكل 1 ft يساوي 30.48 cm

32

تنبيه: قد يواجه بعض الطلبة صعوبة في التمييز بين التناسب الطردي والعكسي، مما يؤدي إلى إجابات خطأ. ولحل المشكلة أوضح لهم أن النسبة بين المتغيرين ثابتة في التناسب الطردي، وغير ثابتة في التناسب العكسي، إضافة إلى أنه كلما زاد أحد المتغيرين زاد المتغير الآخر في التناسب الطردي، وكلما زاد أحد المتغيرين نقص المتغير الآخر في التناسب العكسي.

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حلّ تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على اللوح من دون ذكر اسم صاحب الحل، تجنبًا لإحراجه.
- أناقش حل مثال 2، وأؤكد أهمية التناسب العكسي في الحياة اليومية.
- أؤكّد أن العلاقة بين السرعة والزمن مثال مشهور عن العلاقة العكسية بين متغيرين.

إرشاد: يمكنني تذكير الطلبة بالقانون الذي يربط بين المسافة والسرعة والزمن، وتوضيح التناسب العكسي بين السرعة والزمن من خلاله.

المثالان 3 و 4

يقدم المثال 3 طريقة جديدة لإيجاد ثابت التناسب العكسي ومعادلته من خلال التمثيل البياني لعلاقة التناسب العكسي. أناقش حل المثال مع الطلبة على اللوح. وبعد الانتهاء من الفرع 1 من المثال أسألهم: هل يمكن إيجاد k من دون التعويض في المعادلة؟ كيف؟ نعم، بضرب x في y.

إرشاد: أطلب إلى الطلبة المقارنة بين التمثيل البياني لكل من التناسب الطردي والتناسب العكسي من حيث: الشكل العام، والمرور بنقطة الأصل، والعلاقة بين x وَ y.

تنبيه: أنبّه الطلبة لأن التمثيل البياني للعلاقة العكسية لا يقطع أيًّا من المحورين.

- أناقش مع الطلبة حل مثال 4 على اللوح، الذي يمثل نمطًا آخر من التطبيقات الحياتية للتناسب العكسي، أوضّح للطلبة في أثناء مناقشة المثال وحدة قياس الطول الجديدة وهي (القدم)، وأبيّن علاقتها بالسنتيمتر.

توسعة: أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن سبب انخفاض درجات الحرارة كلما زاد العمق، وأناقشهم في النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل فيها.
- إذا واجهَ الطلبة صعوبة في حلّ أي مسألة أختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.

المفاهيم العابرة للمواد

- أُؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في السؤال 20 أُعزّز الوعي الوطني لدى الطلبة من خلال إبراز الدور التاريخي للقلاع في الأردن وأماكن وجودها.

إرشادات:

- في السؤالين 13 و 14 أذكّر الطلبة بإيجاد ثابت التناسب العكسي أولًا، ثم كتابة معادلة التناسب العكسي.
- أطلب إلى الطلبة التوضيح بكلماتهم الخاصة عن سبب وجود علاقة عكسية بين عدد العمال والزمن في المسألة.
- في السؤال 17 أوضّح للطلبة أن العلاقة بين طول قطعة الأرض وعرضها تمثل علاقة تناسب عكسي؛ لأن المساحة ثابتة.

أختبرُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ تناسبًا عكسيًّا:

درجةُ الحرارةِ × العمقُ ⟵ $500 \times 28 = 14000, \quad 1000 \times 14 = 14000, \quad 2000 \times 7 = 14000$

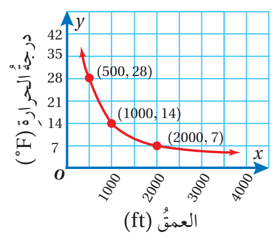
ألاحظُ أنَّ ناتجَ الضربِ متساوٍ للقِيَمِ المتناظِرةِ جميعِها، إذنْ، درجةُ الحرارةِ وَعُمقُ الماءِ متناسبانِ عكسيًّا، وثابتُ التناسُبِ $k = 14000$.

2 **أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ.**

$$y = \frac{14000}{x}$$

3 **أمثّلُ علاقةَ التناسُبِ بيانيًّا.**

أمثّلُ الأزواجَ المرتبةَ في الجدولِ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ خطًّا منحنيًا يمرُّ بها جميعًا.



4 **أجِدُ درجةَ الحرارةِ على عُمقِ 7000 ft:**

$y = \frac{14000}{x}$ — أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ

$= \frac{14000}{7000}$ — أعوّضُ $x = 7000$

$= 2$ — أجِدُ الناتجَ

إذنْ، درجةُ الحرارةِ على عمقِ 7000 ft تساوي 2°F

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ العُمّالِ وَالزمنِ الّذي يستغرقونَهُ في طِلاءِ أحدِ المنازلِ:

الزمنُ (h)	عددُ العمالِ
4	2
2	4
1	8

5 أحددُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ أَمْ عكسيٍّ. $2 \times 4 = 4 \times 2 = 8 \times 1 = 8$ متناسبان عكسيا لأن حاصل ضربهما ثابت والزيادة في أحدهما تؤدي إلى نقصان في الآخر.

6 أمثّلُ العلاقةَ بيانيًّا. انظر رسم الطلبة.

7 أجِدُ الزمنَ الّذي يحتاجُهُ 5 عُمّالٍ لطلاءِ المنزلِ. $\frac{8}{5} = 1.6$

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أحددُ أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تمثّلُ تناسبًا طرديًّا وأيُّها تمثّلُ تناسبًا عكسيًّا:

1

x	−2	2	4	6
y	−1	1	2	3

2

x	0.5	1	3	6
y	6	3	1	0.5

3

x	2	5	8	20
y	10	4	2.5	1

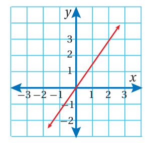
4

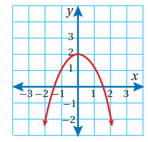
x	2	4	8	11
y	1.5	3	6	8.25

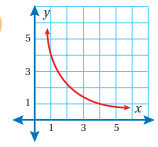
1) طردي　2) عكسي
3) عكسي　4) طردي

أحددُ أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تمثّلُ تناسبًا طرديًا وأيُّها تمثّلُ تناسبًا عكسيًا، وأيُّها لا تُمثّلُ أيًّا منهما، مبررًا إجابتي:

5–7) انظر ملحق الإجابات

5 

6 

7 

أحددُ أيُّ العلاقاتِ الآتيةِ تمثّلُ تناسبًا طرديًا وأيُّها تمثّلُ تناسبًا عكسيًا، وأيُّها لا تُمثّلُ أيًّا منهما، مبررًا إجابتي: 8–13) انظر ملحق الإجابات

8 $xy = 8$

9 $y - x = 0$

10 $y - 2 = \frac{7}{x}$

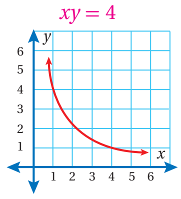
11 $2y = \frac{3}{x}$

12 $y = x + 9$

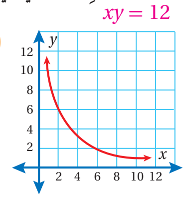
13 $y = \frac{5}{2x}$

أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ في كلٍّ ممّا يأتي:

14 $xy = 4$



15 $xy = 12$



معلومة

تُعدُّ ثمارُ الحمضياتِ المنتجةُ في الأردنِ مِنْ أفضلِ الأنواعِ على مستوى العالمِ، وَهِيَ بِذلكَ تنافسُ في الأسواقِ العالميةِ جميعِها.

16 يمثّلُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ العمّالِ وساعاتِ العملِ اللازمةِ لتعبئةِ إنتاجِ بستانٍ مِنَ البرتقالِ في صناديقَ. أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ عددِ الساعاتِ وَعددِ العُمّالِ تمثّلُ تناسبًا عكسيًا أمْ لا. انظر الهامش

الزمنُ (h)	عددُ العُمّالِ
48	1
24	2
8	6
4	12

17 قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ مساحتُها $120\,m^2$ أُكملُ الجدولَ المجاورَ الّذي يمثّلُ العلاقةَ بينَ طولِ القطعةِ وعرضِها، ثمَّ أحددُ نوعَ التناسُبِ وأمثّلُهُ بيانيًا. انظر الهامش

طولُ قطعةِ الأرضِ (y)	عرضُ قطعةِ الأرضِ (x)
30	4
20	6
15	8
12	10

34

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

16) عدد العمال مضروبا في الزمن ثابت ويساوي 48 ، التناسب عكسي.

17) التناسب عكسي؛ لأن حاصل الضرب xy ثابتا ويساوي 120.
أنظر رسم الطلبة، منحنى يمر بنقاط الجدول.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّـه الطلبـة إلـى فقـرة (**مهـارات التفكيـر العليـا**)، وأطلـب إليهـم حـلّ المسـائل (27 –21).

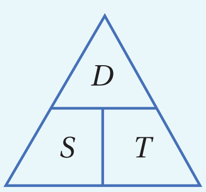
الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حلّ مسـائل الـدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكنْ أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يتمّ تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسـائل من كتـاب الطالب التي لم يحلّهـا الطلبة داخل الغرفة الصفيـة إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أرسم الشكل الآتي للطلبة على اللوح، وأُوضّح لهم أهمية الشكل في تذكر العلاقة بين المسافة المقطوعة بالكيلومتر (D)، والسرعة بالكيلومتر لكل ساعة (S)، والزمن بالساعة (T).
- أكتب للطلبة العلاقة الآتية بين المتغيرات الثلاثة:



$$D = S \times T \quad S = \frac{D}{T} \quad T = \frac{D}{S}$$

- أطلب إلى الطلبة اختيار مدينتين في المملكة الأردنية الهاشمية والرجوع إلى شبكة الإنترنت للبحث عن المسافة بينهما (تقريب المسافة لأقرب كيلو متر)، واعتماد العلاقات السابقة في تنفيذ ما يأتي:

1 تعبئـة الجـدول الآتي الـذي يمثـل العلاقة بين المتغيرين S وَ T :

T (h)				
S km/h				

2 البحث في نوع العلاقة التي تربط بين المتغيرين.

ملاحظـة: أُوجّه الطلبة إلـى تنفيذ النشـاط واجبًا منزليًّا، وأناقش النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة استخدام شبكة الإنترنت للتحقق من الوقت الذي تستغرقه الطائرات المختلفة للتنقل حول العالم. وأطلب إليهم توضيح أثر تغير السرعة في الوقت المستغرق لإكمال الرحلة.

ملاحظة: أُوجّه الطلبة إلـى تنفيذ النشـاط واجبًا منزليًّا، وأناقش النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

إرشادات:

- في السـؤال 22 عـوّض $2n$ مكان n في معادلة التناسـب العكسـي، وأطلـب إلـى الطلبة تفسـير الإجابة.
- فـي السـؤال 23 نمـط جديـد من الأسـئلة يجمع بيـن التناسـب الطردي والعكسـي على مستوى إحداثـي واحـد. أُوجّـه الطلبة للإرشـاد المتعلق بالسـؤال. ألاحـظ أنـه سـؤال جيـد للتمييـز بين معادلـة التناسـب الطردي والتناسـب العكسـي.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة تحديد نوع العلاقة (طردية أم عكسية) بين سعر السلعة وكمية مبيعاتها في المهمة 2 مع نهاية هذا الدرس.

في كلٍّ مِـنَ الجدولَيْنِ الآتيَيْنِ يتناسَـبُ المتغيِّرانِ x وَ y عكسـيًّا. أكتبُ معادلةَ كلِّ تناسُبٍ، ثمَّ أَجِدُ القِيَمَ المجهولةَ. 18–20) انظر الهامش

18)

x	3	1	0.5	$\frac{1}{12}$
y	4	12	24	144

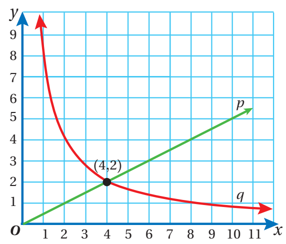
19)

x	20	15	2	1.5
y	3	4	30	40

20) أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ مقرِّبًا الإجابةَ لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريـرٌ: يمثّلُ أحـدُ التمثيلَيْـنِ البيانيّيْنِ المجاورَيْنِ p وَ q تناسـبًا طرديًا ويمثّلُ الآخرُ تناسبًا عكسيًّا:



21) أكتبُ معادلةً لكلٍّ منهُما. $p: y = \frac{1}{2}x,$ $g: y = \frac{8}{x}$

22) أصفُ التغيّـرَ الّذي يطرأُ علـى y عندَما تتغيرُ x في كلِّ حالةٍ. أبرّرُ إجابتي.
p: كلما زادت x زادت y حسب المعادلة $y = \frac{1}{2}x$
q: كلما زادت x نقصت y حسب المعادلة $y = \frac{8}{x}$

إرشاد
يمكنُ الاسـتفادةُ مِنَ النقطةِ $(4, 2)$ الّتي تقعُ على كِلا المنحنيَيْنِ في إيجادِ معادلةِ كلٍّ مِنْهُما.

23) **مسـألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ وأمثّلُ بيانيًّا علاقتَيْ تناسُبٍ لهُما ثابتُ التناسُبِ نفسُهُ إحداهُما طرديةٌ والأُخرى عكسيةٌ. انظر إجابات الطلبة.

24) **تبريرٌ:** إذا كانَتِ النقطتانِ $(3, 8)$ وَ $(2, y)$ تقعانِ على مُنحنى العلاقةِ العكسيةِ نفسِهِ، فأَجِدُ قيمةَ y. $2y = 3(8)$, $y = 12$

تحدٍّ: يتناسـبُ الزمنُ (t) الّذي يسـتلمُ فيهِ الزبائنُ طلباتِهِمْ مِنْ أحدِ المطاعمِ عكسيًّا معَ مربَّعِ عددِ العاملينَ (n). إذا احتاجَ زَبونٌ 20 دقيقةً لاسـتلامِ طلبِهِ عندَما يكونُ عددُ العاملينَ 4. فأُجيبُ عمّا يأتي:

25) أكتبُ معادلةً تُعطي t بدلالةِ n. $tn^2 = 320$, $t = \frac{320}{n^2}$

26) إذا أصبحَ عددُ العاملينَ $2n$ ، كَمْ سيوفّرُ الزّبونُ مِنَ الوقتِ لاستلامِ الطلبِ.
$t(2n)^2 = 320$, $t = \frac{320}{4n^2} = \frac{1}{4}(\frac{320}{n^2})$ يوفّر الزبون $\frac{3}{4}$ الوقت الأصلي.

27) **أكتبُ** كيفَ أميزُ التناسُبَ العكسيَّ باستعمالِ التمثيلِ البيانيِّ؟
انظر إجابات الطلبة.

6 الختام

- أُوجّـه الطلبة إلى فقـرة **(أكتب)** للتأكّـد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلـى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسـط أو دون المتوسـط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال مثل:

» أبين أن المتغيرين x وَ y يرتبطان بعلاقة تناسـب عكسي، وأكتب معادلة تمثلها:

x	2	3	4	12
y	12	8	6	2

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

18) $y = \frac{12}{x}$

19) $y = \frac{60}{x}$

20) أقسم ارتفاع قلعة عجلون على 100 ثم أضرب الناتج في 0.65 ، الناتج هو الفرق بين درجة الحرارة عند قلعة عجلون وسطح البحر.
$(1050 \div 100) \times 0.65 = 6.825\ C°$
يوجد حل آخر.

الدرس 6 التقسيمُ التناسُبيُّ

فكرةُ الدرسِ

أستعملُ التقسيمَ التناسُبِيَّ في حلِّ مسائلَ حياتيةٍ.

المصطلحاتُ

التقسيمُ التناسُبِيُّ

أستكشفُ

اشتركَ حسنٌ وسعيدٌ وسليمٌ في تجارةٍ، فدفعَ حسنٌ JD 2000 ، ودفعَ سعيدٌ JD 4000، ودفعَ سليمٌ JD 1000 ، وفي نهايةِ العامِ بلغَتْ أرباحُ هذهِ التجارةِ JD 1400 ، كيفَ ستوزَّعُ الأرباحُ بينَهُمْ؟

التقسيمُ التناسُبِيُّ (proportional division): هُوَ تقسيمُ كمّيةٍ أَوْ شيءٍ بِنِسَبٍ معلومةٍ، مثلُ تقسيمِ مبلغٍ مِنَ المالِ على وَرَثةٍ، أَوْ تقسيمِ أرباحِ تجارةٍ على شُركاءَ حسبَ مساهمةِ كلِّ واحدٍ منهُمْ.

أتذكر

يُمكنُنا ضربُ النِّسبِ بالعددِ نفسِهِ للحصولِ على نِسَبٍ مكافِئةٍ.

مثال 1

قسمَ عُمَرُ وَسامي قطعةَ أرضٍ مساحتُها $1600\,m^2$ بينهما بِنسبةِ 3 : 2، أَجِدُ مساحةَ الجزءِ الّذي سيحصلُ عليْهِ كلٌّ منهُما، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ.

أَجِدُ عددَ الأجزاءِ جميعِها $2+3=5$

أَجِدُ قيمةَ الجزءِ الواحدِ بالقسمةِ على عددِ الأجزاءِ $\frac{1600}{5}=320\,m^2$

ولإيجادِ مساحةِ الجزءِ الّذي سيحصلُ عليْهِ كلٌّ مِنْ عُمَرَ وَسامي؛ أَضربُ النسبةَ الخاصةَ بكلٍّ منهُما في مساحةِ الجزءِ الواحدِ:

مساحةُ الجزءِ الخاصِّ بِعُمرَ مِنْ قطعةِ الأرضِ $2\times 320=640\,m^2$

مساحةُ الجزءِ الخاصِّ بسامي مِنْ قطعةِ الأرضِ $3\times 320=960\,m^2$

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

أجمعُ المساحتَينِ $640\,m^2+960\,m^2 \stackrel{?}{=} 1600\,m^2$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ $1600\,m^2=1600\,m^2$ ✓

أتحققُ من فهمي:

أقسمُ مبلغَ JD 1400 بينَ سُهى وجميلٍ بنسبةٍ 3:7 سهى: JD420 ، جميل JD980

نتاجات الدرس:

- تعرّف التقسيم التناسبي.
- توظيف التقسيم التناسبي في حل مسائل حياتية.

التعلم القبلي:

- إيجاد صيغ مكافئة لنسبة معطاة.
- إيجاد ناتج ضرب كسر فعلي في عدد صحيح موجب.

1 التهيئة

- أُوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّدهم **بورقة المصادر5: مئة مربع.**
- أطلب إلى الطلبة تلوين المربعات باللونين: الأحمر، والأزرق، وفقًا للنسب الآتية:

  1: 2 , 2: 3 , 3: 4 , 4: 5

- أتابع إجابات الطلبة، وأقدم لهم التغذية الراجعة.

توسعة: أطلب إلى الطلبة اختيار 3 ألوان مختلفة وتلوين المربعات بنسبة 2:3:5، وتحديد عدد المربعات التي لونوها من كل لون.

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة لقراءة المسألة في فقرة (**أستكشف**)، ثم أسألهم:
  - » هل من العدل تقسيم الأرباح بينهم بالتساوي؟ لماذا؟ لا؛ لأن رؤوس الأموال المدفوعة مختلفة.
  - » أقترح طريقة تُقسم فيها الأرباح بعدالة؟ حسب ما دفعه كل منهم.
  - » كيف ستتم عملية تقسيم الأرباح بينهم؟ بعمل نسبة بين ما دفعه كل منهم واختصار النسبة لأبسط صورة، ثم التقسيم وفقًا لهذه النسبة.
- أتقبّل الإجابات جميعها.

3 التدريس

المثالان 1 و 2

- أُقدّم للطلبة مفهوم التقسيم التناسبي، وأوضّح لهم أهميته في الحياة، مثل: تقسيم الميراث، ورأس المال، ونسب المواد الداخلة في تكوين الأدوية والمحاليل.
- أناقش الطلبة بحل مثال 1 على اللوح، وأوجههم إلى العبارات الشارحة في أثناء الحل، وأؤكدها بحسبانها خطوات لحل مسائل مشابهة.
- أُؤكّد أهمية إيجاد قيمة الجزء الواحد لتحديد مساحة الجزء الخاص بكل شخص.
- أنبّه الطلبة لضرورة التحقق من صحة الحل؛ لما له من أهمية في الحكم على معقولية الإجابة.

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حلّ تدريب **(أتحقق من فهمي)** بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على السبورة من دون ذكر اسم صاحب الحل؛ تجنبًا لإحراجه.
- أذكّر الطلبة بأهمية التقسيم التناسبي في توزيع الأرباح بين المساهمين وفقًا لرأس المال الذي ساهم به كل منهم، وذلك بمناقشة حل مثال 2 على اللوح معهم. وأطلب إلى الطلبة مقارنة خطوات الحل بخطوات حل مثال 1.

إرشاد: أُؤكّد للطلبة أهمية تبسيط النسب باستخدام القاسم المشترك الأكبر بين الأعداد لتسهيل الحسابات.

تنبيه: عند مقارنة النسب، ينظر بعض الطلبة إلى الأعداد الحقيقية وليس إلى النسبة التي تمثلها. فمثلًا: في إحدى الكليات الجامعية 800 طالبة و 200 طالب، وفي كلية أخرى 350 طالبًا و 50 طالبة. يرى بعض الطلبة أن الكلية الأولى فيها نسبة أكبر من الطالبات؛ لأن 350 < 800. لعلاج ذلك أطلب إلى الطلبة إيجاد الكسر الذي يمثل الطالبات في كل كلية، وأشجعهم على استخدام الشرائط لتصور النتائج أفضل.

مثال 2

اشتركَ ثلاثةُ أشخاصٍ في تجارةٍ، دفعَ الأولُ JD 18000 في رأسِ المالِ، وَدفعَ الثاني JD 9000 وَدفعَ الثالثُ JD 15000، وفي نهايةِ العامِ كانَ صافي الأرباحِ JD 7000. إذا وُزِّعَتِ الأرباحُ حسبَ مساهمةِ كلٍّ منهُمْ في رأسِ مالِ التجارةِ، أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدٍ منهُمْ مِنَ الأرباحِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ.

لإيجادِ نصيبِ كلٍّ منهُمْ مِنْ أرباحِ التجارةِ، أتّبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

الْخُطْوَةُ 1 أجدُ عددَ أجزاءِ الربحِ الَّتي يحصلُ عليها كلُّ شخصٍ.

الأولُ إلى الثاني إلى الثالثِ $18000 : 9000 : 15000$

أقسمُ على (ق.م.أ) للمبالغِ وَهُوَ 3000 $6 : 3 : 5$

أتذكر: (ق. م. أ) هُوَ اختصارُ القاسمِ المشتركِ الأكبرِ.

إذنْ، نصيبُ الشخصِ الأولِ 6 أجزاءٍ مِنَ الأرباحِ، وَالشخصِ الثاني 3 أجزاءٍ، وَالشخصِ الثالثِ 5 أجزاءٍ.

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ مقدارَ الجزءِ الواحدِ مِنَ الربحِ.

أَجِدُ عددَ الأجزاءِ جميعِها $6 + 3 + 5 = 14$

أقسمُ الربحَ على عددِ الأجزاءِ $\frac{7000}{14} = 500$

إذنْ، قيمةُ الجزءِ الواحدِ مِنَ الربحِ تساوي JD 500.

الْخُطْوَةُ 3 أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدٍ مِنَ الأشخاصِ الثلاثةِ، بضربِ عددِ أجزائِهِ في قيمةِ الجزءِ الواحدِ:

نصيبُ الأولِ مِنَ الأرباحِ $6 \times 500 = \text{JD } 3000$

نصيبُ الثاني مِنَ الأرباحِ $3 \times 500 = \text{JD } 1500$

نصيبُ الثالثِ مِنَ الأرباحِ $5 \times 500 = \text{JD } 2500$

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

أجمعُ نصيبَ كلٍّ منهُمْ مِنَ الأرباحِ $\text{JD } 3000 + \text{JD } 1500 + \text{JD } 2500 \stackrel{?}{=} \text{JD } 7000$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ $\text{JD } 7000 = \text{JD } 7000$ ✓

أتحققُ من فهمي:

اشتركَ ثلاثةُ أشخاصٍ في شراءِ سيارةِ أجرةٍ بمبلغِ JD 45000، واتّفقوا على أنَّ نِسَبَ مُلكيةِ السيارةِ بينَهُمْ الأولُ إلى الثاني إلى الثالثِ بالشكلِ 2 : 4 : 3، وأنْ يدفعَ كلٌّ منهُمْ مِنْ ثَمَنِها حسبَ نسبةِ ملكيّتِهِ. أَجِدُ المبلغَ الّذي دفعَهُ كلٌّ منهُمْ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ. انظر الهامش

إجابات (أتحقق من فهمي 2):

الأول : JD15000 ، الثاني : JD20000 ، الثالث : JD10000

$$10000 + 20000 + 15000 \stackrel{?}{=} 45000$$

$$45000 = 45000 \quad ✓$$

مثال 3

تُوُفِّيَ رجلٌ وَتركَ JD 20000 لورثتِهِ، ولَهُ زوجةٌ وولدانِ وبنتٌ، أحسبُ نصيبَ كلٍّ مِنَ الوَرَثةِ علمًا بأنَّ للزوجةِ $\frac{1}{8}$ التَّرِكةِ، وَللذكرِ مثلُ حظِّ الأُنثيَينِ بعدَ أخذِ حصةِ الزوجةِ.

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ نصيبَ الزوجةِ مِنَ التَّرِكةِ:

أضرِبُ المبلغَ في $\frac{1}{8}$، وَأُبسّطُ $\quad 20000 \times \frac{1}{8} = 2500$

إذنْ، نصيبُ الزوجةِ JD 2500

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ ما تبقّى مِنَ التَّرِكَةِ بعدَ أنْ أخذَتِ الزوجةُ نصيبَها:

أطرحُ نصيبَ الزوجةِ مِنَ المبلغِ $\quad \text{JD } 20000 - \text{JD } 2500 = \text{JD } 17500$

الْخُطْوَةُ 3 أُوزّعُ ما تبقّى مِنَ التَّرِكَةِ على الولدَيْنِ وَالبنتِ بحيثُ تكونُ النِّسَبُ 2:2:1

أَجِدُ عددَ الأجزاءِ جميعِها $\quad 2+2+1=5$

أَجِدُ قيمةَ الجزءِ الواحدِ بالقسمةِ على عددِ الأجزاءِ $\quad \text{JD } 17500 \div 5 = \text{JD } 3500$

أَجِدُ نصيبَ كلِّ ولدٍ بالضربِ في 2 $\quad \text{JD } 3500 \times 2 = \text{JD } 7000$

إذنْ، نصيبُ البنتِ هُوَ الجزءُ الواحدُ JD 3500، ونصيبُ كلِّ ولدٍ JD 7000.

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

أجمعُ نصيبَ كلٍّ منهُمْ مِنَ الميراثِ $\quad \text{JD } 3500 + \text{JD } 7000 + \text{JD } 7000 + \text{JD } 2500 \stackrel{?}{=} \text{JD } 20000$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ $\quad \text{JD } 20000 = \text{JD } 20000 \checkmark$

أتحقق من فهمي:

تُوُفِّيَ رجلٌ وتركَ JD 30000 لورثتِهِ وهم: ولدٌ، وثلاثُ بناتٍ، إذا أوصى بِسُدُسِ تَرِكَتِهِ للجمعياتِ الخيريةِ، فأحسبُ نصيبَ كلٍّ مِنَ الوَرَثةِ. انظر الهامش

مثال 4

حضّرَ الطلبةُ في مختبرِ الكيمياءِ محلولًا مِنْ مُذيبٍ وَمُذابٍ بنسبةِ 5:1 ، إذا كانَتْ كمّيةُ المحلولِ 216 mL ، فما كمّيةُ كلٍّ مِنَ المُذيبِ والمُذابِ؟

أَجِدُ عددَ الأجزاءِ جميعِها $\quad 5+1=6$

أَجِدُ مقدارَ الجزءِ الواحدِ بالقسمةِ على 6 $\quad 216 \div 6 = 36$

أَجِدُ كمّيةَ المُذيبِ بالضربِ في عددِ أجزائِهِ $\quad 36 \times 5 = 180 \text{ mL}$

إذنْ، كمّيةُ المذيبِ في المحلولِ 180 mL وكمّيةُ المُذابِ 36 mL

38

إجابات (أتحقق من فهمي 3):

نصيب الجمعيات الخيرية : $\frac{1}{6} \times 30000 = \text{JD } 5000$

قيمة الجزء الواحد (نصيب كل بنت) JD 5000، نصيب الولد : JD 10000

مِثالٌ 3

- أوضّح للطلبة أن تقسيم الميراث وفقًا للشريعة الإسلامية يعد تطبيقًا حياتيًا على التقسيم التناسبي.
- أذكر للطلبة حصص الورثة مثلما وردت في القرآن الكريم. فمثلًا: نصيب الزوجة الثمن، والزوج الربع، والأم السدس، وللذكر مثل حظ الأنثيين... الخ.
- أوضّح للطلبة بأن التوزيع على الأولاد يأتي بعد أن يأخذ كل من الأم والأب والزوج/ الزوجة نصيبهم من التركة في حال كانوا من الورثة.
- أناقش حل المثال 3 مع الطلبة على اللوح، وأوجههم إلى العبارات الشارحة في أثناء الحل.

تنبيه: قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد حصص الذكور والإناث من التركة قبل إيجاد حصة الزوجة.

مِثالٌ 4

يعكس المثال 4 تطبيقًا للتقسيم التناسبي في العلوم، وهو تحديد كميات المواد الداخلة في الإذابة، ويعد تطبيقًا على التكامل الأفقي بين الرياضيات والمواد الأخرى.

إرشادات:

- أذكّر الطلبة بمفهومي المذيب والمذاب، فقد درسها الطلبة في الفصل الأول في مادة العلوم، وأذكّرهم بأن كمية المذيب في المحاليل دائمًا هي الأعلى.
- أطلب إلى الطلبة ذكر أمثلة على المذيب والمذاب.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجّه الطلبة إلى فقرة (أتدرب وأحلّ المسائل)، وأطلب إليهم حلّ المسائل فيها.
- إذا واجهَ الطلبة صعوبة في حلّ أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حلّ مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكنْ أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يتمّ تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل من كتاب الطالب التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

مسائل مهاراتُ التفكير

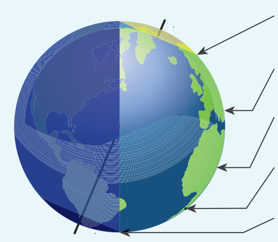
- أوجّه الطلبة إلى فقرة (مهارات التفكير العليا)، وأطلب إليهم حلّ المسائل (12 – 17).

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

الانقلاب الصيفي:

- أوضّح للطلبة مفهوم الانقلاب الصيفي، وهو اليوم الذي تصل فيه الشمس إلى أعلى مستوى لها في السماء كما يُرى من القطب الشمالي أو الجنوبي. في نصف الكرة الشمالي، يحدث هذا في 21 من حزيران. وأبيّن لهم أن نسبة عدد ساعات الضياء إلى عدد ساعات الظلام تختلف على مدار العام باختلاف البلدان.



أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

أجمعُ كمّيةَ كلٍّ مِنَ المُذيبِ وَالمُذابِ

$180\text{ mL} + 36\text{ mL} \stackrel{?}{=} 216\text{ mL}$

الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ

$216\text{ mL} = 216\text{ mL}$ ✓

أتحققُ من فهمي:

إذا كانَتْ نسبةُ المُذيبِ إلى المُذابِ في محلولٍ 3:2، وكانَتْ كمّيةُ المحلولِ 250 mL، أَجِدُ كمّيةَ كلٍّ مِنَ المُذيبِ وَالمُذابِ.

المذيب 150 ml، المذاب 100 ml

أتدرب وأحل المسائل

1. **طعامٌ:** وُزِّعَ طَبَقُ بيتزا مكوّنٌ مِنْ 14 جزءًا متماثلًا بينَ شخصَينِ بنسبةِ 3:4، أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدٍ منهُما. نصيب الأول 6 أجزاء، نصيب الثاني 8 أجزاء
2. **حدائقُ:** حديقةٌ مثلَّثةُ الشكلِ، النسبةُ بينَ أطوالِ أضلاعِها 5 : 4 : 3، فإذا كانَ محيطُها 120 m، أحسبُ أطوالَ أضلاعِ هذهِ الحديقةِ. الضلع الصغير 30، الضلع الأوسط 40، الضلع الكبير 50
3. **مشاريعُ صغيرةٌ:** اشتركَتْ ثلاثُ سيّداتٍ في مشروعٍ بيتيٍّ لصناعةِ الصابونِ وبَيعِهِ، فدفعَتِ الأولى JD 500، والثانيةُ JD 300 والثالثةُ JD 400، وفي نهايةِ العامِ كانَ صافي الأرباحِ JD 2400. أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدةٍ منهُنَّ إذا وُزِّعَتِ الأرباحُ حسبَ مساهمةِ كلٍّ منهُنَّ في رأسِ مالِ المشروعِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ.
4. **ميراثٌ:** تُوُفِّيَتْ سيدةٌ، وتركَتْ لِوَرَثَتِها، وَهُمْ زوجٌ وولدٌ وبنتٌ، مبلغَ JD 18000، أحسبُ نصيبَ كلٍّ مِنَ الوَرَثةِ علمًا أنَّ للزوجِ $\frac{1}{4}$ التَّرِكَةِ، وَللولدِ مِثْلَي البنتِ. الزوج 4500 ، نصيب البنت 4500 ، نصيب الولد 9000
5. قُطِّعَ أنبوبٌ بلاستيكيٌّ طولُهُ 1.2 m إلى ثلاثةِ أجزاءٍ بنسبةِ 2 : 3 : 5، أَجِدُ طولَ كلِّ جزءٍ بالسّنتيمترِ. الأول 60 ، الثاني 36 ، الثالث24
6. **هندسةٌ:** مثلثٌ متطابقُ الضّلعَينِ، نسبةُ طولِ أحدِ الضّلعَينِ المتطابقَينِ إلى طولِ الضّلعِ الثالثِ هيَ 3 : 2، إذا كانَ محيطُ المثلّثِ 70 cm، أَجِدُ أطوالَ أضلاعِهِ. طول كل من المتطابقين 20 ، طول الضلع الثالث 30
7. **طقسٌ:** إذا كانَتْ نسبةُ عددِ الأيامِ العاصفةِ إلى عددِ الأيامِ المُشمِسةِ إلى عددِ الأيامِ الماطرةِ في شهرِ نَيسانَ هِيَ 3:2:5، أَجِدُ عددَ الأيامِ العاصفةِ، وَعددَ الأيامِ الماطرةِ. العاصفة 9 ، الماطرة 15
8. **معادنُ:** معدِنٌ كُتلتُهُ 187 g مكوَّنٌ مِنْ نحاسٍ وفضةٍ بنسبةِ $\frac{1}{7} : \frac{1}{4}$، ما كمّيةُ كلٍّ مِنَ النحاسِ والفضةِ في المعدِنِ؟ نحاس 119 ، فضة 68 .

مؤسسة نهر الأردن
Jordan River Foundation

معلومة

في عامِ 1995 أسّسَتْ جلالةُ الملكةِ رانيا العبدالله مؤسسةَ نهرِ الأردنِّ الَّتي تهدفُ إلى توفيرِ فرصِ عملٍ للسيداتِ تمكنُهُنَّ مِنْ تحسينِ مستوى معيشتِهِنَّ، إضافةً إلى بناءِ قُدُراتِهِنَّ في مجالِ إدارةِ المشاريعِ وَتطويرِها.

3) الأولى : 1000 ، الثانية 600 ، الثالثة 800

$1000 + 600 + 800 \stackrel{?}{=} 2400$

$2400 = 24000$ ✓

إرشاد

أضربُ النسبَ بـ م . م . أ للمقامينِ.

تنبيه:

في السؤال 3 قد يخطئ بعض الطلبة بحسبان نسبة مثل $\frac{1}{7} : \frac{1}{4}$ تكافئ النسبة 4 :7 وذلك عند تبسيط النسب بغرض تسهيل الحسابات. أوضّح لهم أننا في هذا السؤال نبسط النسبة بالضرب في المضاعف المشترك الأصغر للعددين في المقام وهو 28 لتكافئ النسبة 4 :7

إرشاد: في السؤال 6 أذكّر الطلبة بحساب نصيب الزوج من التركة قبل إيجاد نصيب كل من الولد والبنت.

المفاهيم العابرة للمواد

- أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في السؤال 4 أُعزّز وعي الطلبة نحو النوع الاجتماعي، وأهمية دور المرأة في المجتمع، ودعمها في مجال إدارة المشاريع وتطويرها.

9 قُسّـمَ مبلغُ JD 2800 بينَ عاملٍ وَفنّيٍّ وَمهندسٍ بنسبةِ 1: $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$، أَجِدُ نصيبَ كلِّ واحدٍ منهُمْ مِنَ المبلغِ. النسبة 4 : 2 : 1 نصيب العامل 400 ، نصيب الفني 800 ، نصيب المهندس 1600

10 إذا كانَتِ النسبةُ بينَ قياساتِ زوايا مثلَّثٍ 1:2:3، أَجِدُ قياساتِ زواياه. الصغرى 30، الوسيطى 60 ، الكبرى 90

11 أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ. توزع الأرباح بالنسبة 1 : 4 : 2 نصيب حسن 400 ، نصيب سعيد 800، نصيب سليم 200

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

أكتشـفُ الخطأَ: خليطٌ مكوَّنٌ مِـنْ ثلاثةِ ألوانٍ: الأحمرِ، والأزرقِ، والأبيضِ، بِنِسَـبةِ 3:2:1 ، كمّيتُـهُ 660 mL . لتحديـدِ الكمّيةِ المسـتخدَمةِ مِنْ كلِّ لـونٍ في الخليطِ، استخدمَ سليمٌ طريقتَينِ، وحصلَ على إجابةٍ خاطئةٍ في كلٍّ منهُما:

الطريقةُ 1	الطريقةُ 2
$3 + 2 + 1 = 6$	الأحمرُ $660 \div 3 = 220$
$660 \div 6 = 110$	الأزرقُ $660 \div 2 = 330$
الأحمرُ $2 \times 110 = 220$	الأبيضُ $660 \div 1 = 660$
الأزرقُ $1 \times 110 = 110$	
الأبيضُ $3 \times 110 = 330$	

12 أوضّحُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ سليمٌ في كلِّ طريقةٍ. انظر ملحق الإجابات

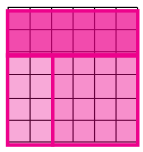
13 ما الإجابةُ الصحيحةُ؟ انظر ملحق الإجابات

14 **تحدٍّ:** قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ، نسـبةُ طولِها إلى عَرضِها 5:3، فإذا كانَ محيطُها 160 m، أَجِدُ مساحتَها. 6000

15 **تبريرٌ:** أعدَّ رامـي خليطًا مِنَ العصيرِ الطبيعيِّ يحتوي البرتقـالَ والليمونَ والزَّنجبيلَ بالنسـبةِ 1:9: 40، وأعدَّتْ مَيْسُ خليطًا مِنَ المكوِّناتِ نفسِها ولكنْ بالنسبةِ 1:2:10 ، أيُّ الخليطَينِ فيهِ نسبةٌ أكبرُ مِنَ الزَّنجبيلِ؟ أبرّرُ إجابتي. انظر ملحق الإجابات

إرشاد
أقسمُ الشـبكةَ إلى 3 مناطقَ مستعمِلًا التقسيمَ التناسُبيَّ.

16 **تحدٍّ:** أقسمُ شبكةَ المربّعاتِ المجاورةَ إلى ثلاثةِ أجزاءٍ مستخدِمًا خطَّينِ، بحيثُ تكونُ النسبةُ بينَ المساحاتِ الناتجةِ 2:3:4



17 **أكتبُ** كيفَ أوظّفُ التقسـيمَ التناسُـبيَّ في حلِّ مسـائلَ حياتيةٍ؟ انظر إجابات الطلبة.

إرشادات:

- في السؤال 14 يمكن توجيه السؤال: هل يوجد أكثر من قطعة أرض تحقّق هذه الشروط؟ الإجابة: لا؛ لأن المحيط معلوم، والنسبة بين الطول والأرض معلومة.
- في السؤال 15 أربط بين مفهوم التركيز (في العلوم) والنسبة الأكبر في الرياضيات.
- في السؤال 16 أُوجّه الطلبة إلى الإرشاد المتعلق بالسؤال. يمكن توجيه أسئلة أخرى تُغيّر فيها النسبة.

- يوضح الجدول أدناه نسبة عدد سـاعات الضياء إلى عدد سـاعات الظلام في 21 حزيـران لمجموعة من المدن والدول:

عدد ساعات الظلام	عدد ساعات الضياء	نسبة عدد ساعات النهار إلى عدد ساعات الظلام	الدولة/ المدينة
		4:3	الأردن
		5: 7	سيدني
		3: 1	ستوكهولم
		6: 2	الرياض
		5:3	بكين
		1: 1	الإكوادور

- أطلب إلى الطلبة إكمال الجدول مع تقريب إجاباتهم لأقرب عدد صحيح إن لزم الأمر.

نشاط التكنولوجيا

- أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن سبب تسـمية الإكوادور بهذا الاسـم، وعدد ساعات الليل والنهار فيها على مدار العام.

تعليمات المشروع

- أطلـب إلى الطلبـة توضيح آلية توزيـع الأرباح بين المسـاهمين/ المسـاهمات من الطلبة في المقصف المدرسي.

6 الختام

- أُوجّـه الطلبة إلى فقـرة **(أكتب)** للتأكّـد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلـب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسـط أو دون المتوسـط الإجابة عن السؤال.
- إذا لـزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سـؤال، مثل:

1 أُوزّع JD 600 بين شخصين بنسبة 4:2

2 إذا كانت النسبة بين قياسـات زوايا مثلث 5:3:2، فجد قياسات زواياه.

الدرس 7

نتاجات الدرس:

- إعداد تقارير مالية تتضمن البيع والشراء.
- توظيف النســبة المئوية في حل مســائل حياتية.
- تحديد السعر الأفضل لسلعة معطى ثمنها بعملات مختلفة.

التعلم القبلي:

- حلّ مسائل حياتية على النسبة والنسبة المئوية، مثل: الربح، والخسارة، والتنزيلات، وضريبة المبيعات، والزكاة.
- تحويل مبالغ من عملات محلية وعربية إلى عملات عالمية رئيسة وفقًا لسعر الصرف.

1 التهيئة

- أكتب للطلبة السؤال الآتي على اللوح:
  » ذهب خالد وأسرته في رحلة إلى العقبة، وكانت أجـرة الفندق JD 80 إضافــة إلى 15% ضريبة. اســتخدم نموذج القطع لإيجــاد التكلفة الكلية لأجرة للفندق.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات رباعية.
- أسأل الطلبة: ما المقصود بالتكلفة الكلية لأجرة للفندق؟ الأجرة + الضريبة
- أزوّد كل مجموعة بشريطين مستطيلين من الورق، وأطلب إليهم تقسيم كل منهما إلى 10 أجزاء متطابقة.
- أمثّل JD 80 على أحد الشريطين و 15% على جزء ونصف من الشريط الثاني كما في الشكل:

100%									
10% JD 8	10% JD 8	10% JD 8	10% JD 8	10% JD 8	10% JD 8	10% JD 8	10% JD 8	10% JD 8	10% JD 8
JD 80									

الضريبة 15%	
10% JD 8	5% JD 4

الدرس 7 تطبيقاتٌ ماليةٌ

فكرةُ الدرسِ

أحلُّ مسائلَ ماليّةً تتضمنُ: البيعَ والشراءَ، ومقارنةَ الأسعارِ.

المصطلحاتُ

التكلفةُ، سعرُ البيعِ، الربحُ، الخسارةُ، التكلفةُ الكليةُ، سعرُ الصرفِ.

أستكشفُ

سعرُ عُلبةِ عِطرٍ في مدينة الرّياضِ SAR 140، وَسعرُها في السوقِ الحُرّةِ في مطارِ الملكةِ علياءَ الدَّوليِّ USD 32 ، وسعرُها في عمّانَ JD 25 ، أيُّ الأسعارِ أفضلُ لمسافرٍ يريدُ أنْ يشتريَ عُلبةَ عِطرٍ مِنْ هذا النوعِ؟

توجَدُ تطبيقاتٌ ماليةٌ عديدةٌ في حياتِنا اليوميةِ مثلُ: **الربحُ** ((profit(P))، و**الخسارةُ** (loss)، وهناكَ مصطلحاتٌ عديدةٌ مرتبطةٌ بالربحِ والخسارةِ منها: **التكلفةُ** (cost): وَهِيَ ما يدفعُهُ البائعُ ثمنًا للسلعةِ، وَ**التكلفةُ الكلّيةُ** ((total cost(TC)) وَهِيَ مجموعُ تكلفةِ السلعةِ وَما ينفقُهُ البائعُ مِنْ مصروفاتٍ أُخرى على السلعةِ، مثلَ أجورِ نقلٍ وتخزينٍ وضرائبَ، وغيرِها.

أمّا **سعرُ البيعِ** (sale price(SP)) فَهُوَ المبلغُ الّذي يقبِضُهُ البائعُ عندَ بيعِ سلعةٍ.

ويحققُ البائعُ الربحَ عندَما يكونُ سعرُ البيعِ أكبرَ مِنَ التكلفةِ، ويكونُ $P = SP - TC$. ويخسرُ البائعُ عندَما يكونُ سعرُ البيعِ أقلَّ مِنَ التكلفةِ.

مثال 1

1 **اشترى تاجرٌ سيارةً بمبلغِ JD 12500 ودفعَ رسومَ تسجيلٍ لَها JD 350، ثمَّ باعَها بسعرِ JD 14000، هلْ ربحَ التاجرُ أَمْ خسرَ في عمليةِ البيعِ؟ أَجِدُ مقدارَ الربحِ أَوِ الخسارةِ.**

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ تكلفةَ السيارةِ الكلّيةَ، وهِيَ سعرُ الشراءِ مضافًا إليهِ رسومُ التسجيلِ:

تكلفةُ السيارةِ الكليةُ (TC) $\quad JD\ 12500 + JD\ 350 = JD\ 12850$

بما أنَّ سعرَ البيعِ أكبرُ مِنَ التكلفةِ الكلّيةِ؛ إذنْ، ربحَ التاجرُ.

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ الربحَ بطرحِ التكلفةِ الكلّيةِ مِنْ سعرِ البيعِ:

$P = SP - TC \quad JD\ 14000 - JD\ 12850 = JD\ 1150$

إذنْ، ربحَ التاجرُ مبلغَ JD 1150.

41

- أطلب إلى الطلبة جمع الضريبة إلى أجرة الفندق بالأشكال والمبالغ لتحصل على الشكل:

JD 8	JD 8	JD 8	JD 8	JD 8	JD 8	JD 8	JD 8	JD 8	JD 8	JD 8	JD 4
التكلفة الكلية = أجرة الفندق + الضريبة JD 12+ JD 80 = JD 92											

2 اشـترى حسامٌ ثلاجةً بمبلغ JD 980، ودفعَ أجورَ نقلٍ وتركيبٍ لَها JD 65، ثمَّ باعَها بسعرِ JD 1000. هلْ ربحَ حسامٌ أَمْ خسرَ في عمليةِ البيعِ؟ أَجِدُ مقدارَ الربحِ أَوِ الخسارةِ.

الخُطوةُ 1 أَجِدُ تكلفةَ الثلاجةِ الكلّيَّةَ، وَهِيَ سعرُ الشراءِ مضافًا إليهِ أجورُ النقلِ والتركيبِ:

تكلفةُ الثلاجةِ الكلّيّةُ (TC) $\quad$ JD 980 + JD 65 = JD 1045

بما أنَّ سعرَ البيعِ أقلُّ مِنَ التكلفةِ الكلّيّةِ؛ إذنْ، خسرَ حسامٌ.

الخُطوةُ 2 أَجِدُ الخسارةَ بطرحِ سعرِ البيعِ مِنَ التكلفةِ الكلّيّةِ:

JD 1045 – JD 1000 = JD 45

إذنْ، خسرَ حسامٌ مبلغ JD 45

أتحقق من فهمي:

3 اشـترى تاجرٌ 30 كيسَ أرزٍّ بسعرِ JD 5 للكيسِ الواحدِ، ودفعَ أجرةَ نقلِها JD 16، وقبضَ JD 180 ثمنَ بيعِ الكمّيّةِ كلِّها، هلْ ربحَ التاجرُ أَمْ خسرَ في عمليةِ البيعِ؟ أَجِدُ مقدارَ الربحِ أَوِ الخسارةِ. ربح JD14

تُستخدَمُ النسبةُ المئويةُ كثيرًا في التطبيقاتِ الحياتيةِ مثلِ تحديدِ سعرِ سلعةٍ بعدَ إضافةِ ضريبةِ المبيعاتِ.

مثال 2

اشتركَتْ ليلى في إنترنتْ منزليٍّ بمبلغ JD 300 سنويًّا مضافًا إليْهِ ضريبةٌ مقدارُها 16%، كَمْ ستدفعُ ليلى شهريًّا؟

أتذكر

يُمكنُ كتابةُ النسبةِ المئويةِ بالصورةِ العشريةِ، مثلًا: 0.05 = 5%، أَوِ الكسريةِ $4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

الخُطوةُ 1 أَجِدُ قيمةَ الضريبةِ بضربِ نسبةِ الضريبةِ في المبلغِ:

قيمةُ الضريبةِ $\quad \frac{16}{100} \times$ JD 300 = JD 48

الخُطوةُ 2 أجمعُ قيمةَ الضريبةِ إلى قيمةِ الاشتراكِ لأَجِدَ المبلغَ الكلّيَّ:

المبلغُ الكلّيُّ يساوي الاشتراكَ مضافًا إليهِ الضريبةُ $\quad$ JD 300 + JD 48 = JD 348

الخُطوةُ 3 أَجِدُ المبلغَ المستحقَّ شهريًّا:

أقسمُ المبلغَ الكلّيَّ على 12 (عددِ أشهرِ السنةِ) $\quad$ JD 348 ÷ 12 = JD 29

إذنْ، مبلغُ الاشتراكِ الشهريِّ الذي ستدفعُهُ ليلى JD 29

42

2 الاستكشاف

- أُوجّـه الطلبـة لقـراءة المسـألة فـي فقرة (**أستكشـف**) بتمّعـن، ثـم مناقشـتها فـي مجموعـات، وأوجّـه الأسـئلة الآتيـة:
  - » كيف نحدد السعر الأفضل لعلبة العطر؟ بمقارنة أسعارها في الأماكن الثلاثة.
  - » أين ترى أسـعار صرف العملات؟ فـي البنوك وأماكن الصرافة.
  - » كيف السـبيل لمقارنة الأسعار؟ تحويل الأسعار إلى عملة واحدة باستخدام سعر الصرف.

3 التدريس

مثالٌ 1

- أُقدّم المفاهيم الموجودة في الفقرة الأولى من الدرس وهي: الربح، والخســارة، والتكلفة، والتكلفة الكلية، وسعر البيع، وأُوضّح لهم الفرق بين التكلفة والتكلفة الكلية وفقًا للتعريف.
- أناقش حل مثال 1 مع الطلبة على اللوح، والذي يقدم فكرة تحديد مقدار الربح أو الخسارة.
- أوضّح للطلبة أنه يمكننا تحديد ما إذا ربحت التجارة أم خســرت بمقارنة ســعر البيع بســعر التكلفة، فإذا كان ســعر البيع أكبر فهذا يعني (الربح)، أما إذا كانت التكلفة أكبر فهذا يعني (الخسارة).

إرشـاد: يمكنني سـؤال الطلبة عن أمثلة من الحياة اليومية تتعلق بهذه المفاهيم.

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثـال. أختار بعض الإجابـات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على السبورة من دون ذكر اسم صاحب الحل؛ تجنبًا لإحراجه.

مثالٌ 2

- يتضمن المثال 2 ثلاث عمليات حسابية، وهو تطبيق حياتي على النسبة المئوية والضريبة في آنٍ. أناقش حله مع الطلبة على اللوح، مع التأكيد على طرائق كتابة النسبة المئوية الموجودة في صندوق (أتذكر)، وتذكير الطلبة بأن قيمةَ الضريبة قيمةٌ مضافة إلى المبلغ الكلي.
- أطلب إلى الطلبة إعطاء أمثلة مماثلة.

إرشاد: يمكن سؤال الطلبة عن شركات الاتصال التي تقدم خدمة الإنترنت وطرائق دفع الاشتراك.

مثالٌ 3

- يقدم المثال 3 تطبيقًا حياتيًّا شائعًا في الأردن وفي دول أخرى عديدة وهو الخصم. يمكن سؤال الطلبة عن مواسم التنزيلات في الأردن مثل: نهاية الصيف، ونهاية الشتاء، والأعياد، وغيرها.
- أناقش حل المثال مع الطلبة على اللوح، وأُوضّح لهم الاختصارات في صندوق (أتعلم) الخاص بهذه الفقرة.

مثالٌ 4

- أُقدّم للطلبة مفهوم سعر الصرف والتحويل بين العملات، وأبيّن أهميته في المقارنة بين العملات والتجارة الدولية.
- أناقش مع الطلبة حل المثال 4 كنموذج من التطبيقات الحياتية الكثيرة على مقارنة الأسعار بعملات مختلفة.
- أسأل الطلبة: هل يمكن تحويل الأسعار جميعها في المثال إلى الدولار؟ وأطلب إليهم تبرير الإجابة.

إرشاد: أوضّح للطلبة إمكانية توظيف التناسب للتحويل بين العملات.

أتحققُ من فهمي:

اشترى عليٌّ إطاراتٍ لسيّارتِهِ بمبلغِ JD 205، ما المبلغُ الّذي سيدفعُهُ عليٌّ ثمنًا للإطاراتِ علمًا أنَّ نسبةَ الضريبةِ 10%؟ JD 225.5

يُمكنُنا استخدامُ النسبةِ المئويةِ في تحديدِ سعرِ سلعةٍ بعدَ الخصمِ.

مثال 3

أعلنَ مَتجرٌ عَنْ خصمٍ نسبتُهُ 20% على محتوياتِ المحلِّ جميعِها، ما سعرُ سلعةٍ بعدَ الخصمِ إذا كانَ سعرُها الأصليُّ JD 85؟

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ مقدارَ الخصمِ بضرْبِ نسبةِ الخصمِ في سعرِ السلعةِ:

مقدارُ الخصمِ (D) $\frac{20}{100} \times \text{JD } 85 = \text{JD } 17$

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ السعرَ بعدَ الخصمِ:

$SP = MP - D$ $\text{JD } 85 - \text{JD } 17 = \text{JD } 68$

إذنْ، سعرُ السلعةِ بعدَ الخصمِ JD 68.

أتعلم

السعرُ بعدَ الخصمِ: sale price(SP)
السعرُ الأصليُّ: marked price(MP)
مقدارُ الخصمِ: discount(D)

أتحققُ من فهمي:

ترغبُ مريمُ في شراءِ مِكنَسةٍ كهربائيةٍ ثمنُها JD 90، إذا كانَتْ نسبةُ الخصمِ على المِكنَسةِ 15%، ما المبلغُ الّذي ستدفعُهُ مريمُ ثمنًا للمِكنَسةِ؟ JD 76.5

سعرُ الصرفِ (exchange rate) للعُملةِ A بالعُملةِ B هُوَ قيمةُ وحدةٍ مِنَ العُملةِ A بالعُملةِ B. فمثلًا USD 1 = JD 0.705، وَكذلكَ JD 1 = USD 1.41.

لِكَيْ أحوّلَ مِنْ العُملةِ A إلى العُملةِ B أستخدمُ المعادلةَ $y = k \times x$

المبلغُ بالعملةِ B ← $y = k \times x$ → المبلغُ بالعملةِ A

سعرُ صرفِ العملةِ A بالعملةِ B (k)

أتذكر

JD: دينارٌ أردنيٌّ
USD: دولارٌ أمريكيٌّ
SAR: ريالٌ سعوديٌّ

يُستخدَمُ سعرُ الصرفِ للتحويلِ بينَ العُملاتِ والمقارنةِ بينَ أسعارِ السِّلَعِ في دُوَلٍ مختلفةٍ.

تنبيه: قد يخطئ بعض الطلبة في تحويل النسبة المئوية إلى كسر عشري، وذلك بتحريك الفاصلة العشرية منزلتين إلى اليمين. لحل المشكلة أذكّر الطلبة أن النسبة المئوية هي قسمة على 100، وفي حالة القسمة تحرك الفاصلة إلى اليسار.

مثال 4

سعرُ حاسوبٍ محمولٍ في الأردنِّ JD 500 ، وسعرُهُ في أمريكا USD 648.6، وسعرُهُ في المملكةِ المتحدةِ 504 £ ، أحددُ أيُّ الأسعارِ أفضلُ لشخصٍ يريدُ شراءَ جهازِ حاسوبٍ مِنْ هذا النوعِ، إذا علمْتُ أنَّ سعرَ صرفِ الدولارِ الأمريكيِّ بالدينارِ الأردنيِّ 0.71، والجنيه الاسترلينيِّ بالدينارِ الأردنيِّ 0.99 (أُقرّبُ الإجابةَ لأقربِ عددٍ صحيحٍ).

لأتمكنَ مِنَ المقارنةِ أُحوّلُ سعرَ الحاسوبِ مِنَ العُملاتِ الأُخرى إلى الدينارِ الأردنيِّ باستعمالِ المعادلةِ: $y = k \times x$

أُحوّلُ سعرَ الحاسوبِ مِنَ الدولارِ الأمريكيِّ إلى الدينارِ الأردنيِّ	JD 648.6 × 0.71 ≈ JD 461
أُحوّلُ سعرَ الحاسوبِ مِنَ الجنيهِ الاسترلينيِّ إلى الدينارِ الأردنيِّ	JD 504 × 0.99 ≈ JD 499

ألاحظُ أنَّ أقلَّ سعرٍ هُوَ JD 461 ، أيْ USD 648.6.

أتحققُ من فهمي:

زارَ سائحٌ سعوديٌّ مدينةَ البترا الأثريةَ، واشترى أشياءَ تراثيةً مِنَ البيئةِ الأردنيةِ بقيمةِ JD 200، كَمْ ريالًا سعوديًّا دفعَ السائحُ علمًا أنَّ سعرَ صرفِ الدينارِ الأردنيِّ مقابلَ الريالِ السعوديِّ 5.29؟ SAR 1058

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

1. **زراعةٌ:** قطفَ مزارعٌ 82 صندوقًا مِنَ التفاحِ مِنْ بستانِهِ، ودفعَ JD 106 أجرةَ عُمّالٍ ونقلٍ. إذا تلفَ صندوقانَ أثناءَ النقلِ وباعَ الباقيَ بسعرِ JD 3 للصندوقِ الواحدِ، أَجِدُ صافيَ ربحِ المزارعِ مِنَ بيعِ التفاحِ. 134
2. **هاتفٌ:** إذا كانَ سعرُ الشحنِ الشهريِّ لهاتفِ سماحَ JD 8 يضافُ إليْهِ 15% ضريبةً، أَجِدُ المبلغَ السنويَّ الّذي تدفعُهُ سماحُ. 110.4
3. **سيارةٌ:** اشترى تاجرٌ سيّارةً بمبلغِ JD 14000، ودفعَ JD 150 مقابلَ تسجيلٍ ونقلِ ملكيةٍ، وباعَها بمبلغِ JD 15848. أَجِدُ ربحَ التاجرِ في هذهِ السيارةِ، وَأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ. 1698
4. **مكنسةٌ:** سعرُ مِكنَسةٍ كهربائيةٍ في الأردنِّ JD 50 ، وسعرُها في اليابانِ 7045 يَنًّا يابانيًّا، وسعرُها في اليونانِ 64 يورو، أَجِدُ أيُّ الأسعارِ أفضلُ لشخصٍ يريدُ شراءَ مِكنَسةٍ مِنْ هذا النوعِ، إذا علمْتُ أنَّ سعرَ صرفِ اليَنِّ اليابانيِّ بالدينارِ الأردنيِّ 0.0068، وَاليورو بالدينارِ الأردنيِّ 0.84 (أُقرّبُ الإجابةَ لأقربِ عددٍ صحيحٍ).

السعر في اليابان JD 48 ، السعر في اليونان JD 54 . الأفضل السعر في االيابان.

معلومة

تُسمّى عملةُ اليابانِ اليَنَّ، وَيُرمزُ لَها بِالرمزِ (¥).

إرشادات:

- في السؤال 1 أوضح للطلبة أن أجرة العمال والنقل والصناديق التالفة كلها تضاف إلى التكلفة الكلية.
- في السؤال 3 أذكر الطلبة بإيجاد التكلفة الكلية للسيارة، وذلك بجمع تكلفتها مع المبلغ الخاص بالتسجيل ونقل الملكية.
- في السؤال 5 أوضح للطلبة أن السؤال يُحلُّ من خلال التناسب.

إرشاد:

يمكن تزويد الطلبة بصور عن فئات من العملة الورقية الأردنية والدولارات لاستخدامها في المعاملات. أطلب إلى الطلبة إظهار أعمالهم بوضوح: كم أنفقوا؟ كم بقي لديهم؟ أو كم سيحتاجون؟

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حلّ المسائل فيها.
- إذا واجهَ الطلبة صعوبة في حلّ أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل (12 – 8).

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حلّ مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكنْ أحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يتمّ تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل من كتاب الطالب التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

أُوجّه الطلبة إلى تنفيذ خطوات النشاط الآتي:

- أطلب إلى الطلبة اختيار 5 مواد غذائية من أحد عروض المولات، ثم تحديد ثمن كل منها بالدينار الأردني لأقرب جزء من عشرة.
- أطلب إليهم إيجاد تكلفة شراء المواد الخمس.
- أسأل الطلبة:
  - » إذا كان لديك 100$، هل تكفي لشراء المواد الخمس؟ (JD1 = $ 1.4)
  - » في السؤال السابق إذا كانت إجابتك (نعم)، فكم دولارًا سيبقى معك؟ وإن كانت إجابتك (لا)، فكم دولارًا تحتاج؟

توسعة: أطلب إلى الطلبة تقدير المبالغ بالدولار التي سينفقونها، والباقي الذي سيعاد إليهم أو المبلغ الذي سيحتاجونه.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن أسعار صرف العملات مقابل الدينار، وعمليات الشراء الإلكتروني أيضًا، وكيفية دفع الثمن، وأجرة التوصيل. وأطلب إليهم اختيار سلعة وتحديد ثمنها بثلاث عملات مختلفة، ومقارنة تكلفة إيصالها، واختيار السعر الأفضل.

تعليمات المشروع:

المهمة الثانية

- أطلب إلى الطلبة اختيار 3 منتجات تباع في المقصف، وتحديد تكلفة القطعة الواحدة، وسعر بيعها وربحها، وأطلب إليهم تدوين البيانات في الجدول الأول من المهمة.
- أطلب إلى الطلبة تحديد نسبة الخصم على المنتج، وتدوين البيانات في الجدول الثاني من المهمة.

6 الختام

- أُوجّــه الطلبة إلى فقــرة **(أكتب)** للتأكّــد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلــب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوســط أو دون المتوســط الإجابة عن السؤال.
- إذا لــزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه ســؤال، مثل:

1 يســتورد تاجر هواتف نقالة، تكلفة شــراء الجهاز الواحــد JD 150، ويدفع 16% جمــارك، إذا كان ســعر بيع الجهاز الواحد JD 190. كم ربح التاجر في الجهاز الواحد؟

2 حوّل منذر مبلــغ $5000 من خارج الأردن لوالده المقيم في عمان. كم دينارًا أردنيًّا استلم والد منذر؟ ($1 = JD 0.7)

5 صُرِفَ JD 200 بِـ 86 دينارًا كويتيًّا، أَجِدُ كَمْ دينارًا كويتيًّا قيمةُ JD 1450؟ 623.5

6 استوردَ تاجرٌ أردنيٌّ بضاعةً مِنَ الصينِ بقيمةِ 89700 يوانٍ صينيٍّ ودفعَ 5382 يوانًا أجرةَ شحنٍ، ثمَّ باعَها بمبلغِ JD 12720، أَجِدُ ربحَ التاجرِ (سعرُ صرفِ اليوانِ الصينيِّ بالدينارِ الأردنيِّ 0.10). الربح JD 3211.8

معلومة

تختلفُ رائحةُ العِطرِ مِنْ شخصٍ إلى آخرَ؛ لِاختلافِ نِسَبِ المُركَّباتِ الكيميائيةِ المكوِّنةِ لِلجلدِ مِنْ شخصٍ لِآخرَ.

7 **عُطورٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وَأحددُ أفضلَ سعرٍ لعلبةِ العطرِ.

أبحث عن سعر صرف الدينار مقابل الدولار والريال السعودي. USD = JD0.71, SAR = JD0.19. أحول الأسعار للدينار الأردني ثم أقارن. السعر الأفضل سعر السوق الحرة في المطار.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

8 **أكتشفُ المختلفَ:** القيمةُ الأولى في كلِّ زوجٍ ممّا يأتي هِيَ سعرُ البيعِ الأصليُّ لسلعةٍ، والقيمةُ الثانيةُ هِيَ سعرُ بيعِها بعدَ التنزيلاتِ. أحددُ الزوجَ الّذي نسبةُ التنزيلاتِ فيهِ مختلفةٌ عَنْ باقي الأزواجِ، وأبرّرُ إجابتي.

JD 48, JD 36	JD 30, JD 25	JD 28, JD 21	JD 16, JD 12

8) الإجابة الزوج 30, 25 ، نسبة التخفيض فيه $\frac{1}{6}$، ما تبقى من الأزواج نسبة التخفيض فيها $\frac{1}{4}$.

تبريرٌ: معطفٌ ثمنُهُ JD 25 وَفي موسمِ التنزيلاتِ خُفِّضَ بنسبةِ 20% مِنْ ثمنِهِ. أوجدَ كلٌّ مِنْ محمودٍ وَعليٍّ ثمنَ المعطفِ بعدَ التخفيضِ كَالآتي:

عليٌّ

$\frac{80}{100} \times 25 = 20$

ثمن المعطف JD 20

محمودٌ

$\frac{20}{100} \times 25 = 5$

$25 - 5 = 20$

ثمن المعطف JD 20

9 ما الفرقُ بينَ طريقةِ عليٍّ وَطريقةِ محمودٍ في إيجادِ ثمنِ المعطفِ؟ هلْ طريقةُ كلٍّ منهُما صحيحةٌ؟

9) علي: حسب النسبة المئوية للسعر بعد التخفيض ثم ضربها بالسعر الأصلي. محمود: حسب قيمة التخفيض ثم طرحها من السعر الأصلي. الطريقتان صحيحتان.

10 هل يمكنُ استخدامُ طريقةِ عليٍّ لِإيجادِ ثمنِ أيِّ سلعةٍ بعدَ الخصمِ؟ أبرّرُ إجابتي.

10) نعم يمكن ، لأن: النسبة المئوية للسعر بعد التخفيض × السعر الأصلي = السعر بعد التخفيض

11 **أكتبُ** كيفَ أحددُ الربحَ أوِ الخسارةَ في عملياتِ البيعِ والشراءِ؟

انظر إجابات الطلبة.

إرشاد: في ســؤال 9 أُوجّه الطلبة إلى أن طريقة كل من علي ومحمود صحيحة في إيجاد ثمن المعطف، ولكن نسبة 20% تعطي نسبة التخفيض، أما 80% تعطي الثمن بعد التخفيض مباشرة دون الحاجة إلى خطوة إضافية. أُقدّم للطلبة مزيدًا من الأمثلة لتوضيح الفكرة.

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

1. قرأ عمادٌ $\frac{3}{8}$ صفحةٍ في $\frac{1}{3}$ دقيقةٍ. أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لقراءةِ عمادٍ بالصفحةِ لكلِّ دقيقةٍ.

   a) $\frac{4}{11}$ b) $\frac{9}{8}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{8}{9}$

2. تنمو نبتةٌ بمعدَّلِ 0.5 cm في اليومِ الواحدِ، أَجِدُ كَمْ يومًا تحتاجُ لتنمُوَ بمقدارِ 10 cm:

   a) 5 b) 10 c) 20 d) 24

3. أحلُّ التناسُبَ $\frac{x}{8} = \frac{9}{12}$:

   a) $10\frac{2}{3}$ b) $13\frac{1}{2}$ c) 7 d) 6

4. أحددُ أيَّ الآتيةِ يشكّلُ تناسبًا:

   a) $\frac{3.5}{14}, \frac{2}{8}$ b) $\frac{18}{10}, \frac{5.1}{3}$ c) $\frac{9}{3.6}, \frac{10}{4.2}$ d) $\frac{7}{16}, \frac{3}{7}$

5. تستهلكُ شاحنةٌ 80 L مِنَ الدّيزلِ لقطعِ مسافةِ 280 km، كَمِ المسافةُ بالكيلومترِ الّتي تقطعُها بِخزّانٍ ممتلِئٍ سعتُهُ 100 L؟

   a) 300 b) 320 c) 350 d) 380

6. تحتاجُ مروةُ 210 g مِنَ السّمنِ لعملِ 12 قطعةً مِنَ البسكويتِ، أَجِدُ كَمْ غرامًا تحتاجُ لعملِ 18 قطعةً مِنَ البسكويتِ نفسِهِ.

   a) 140 b) 250 c) 300 d) 315

7. يُمكنُ لستةِ أشخاصٍ أنْ يقطِفوا ثمارَ كَرْمِ عنبٍ في 10 أيامٍ. أَجِدُ عددَ الأشخاصِ الّذينَ يمكنُهُمْ قطفُ ثمارِ الكرْمِ في 12 يومًا.

   a) 7 b) 5 c) 4 d) 8

8. يتّسعُ رفٌّ لِـ 30 كتابًا سُمْكُ الواحدِ منها 2 cm، أَجِدُ كَمْ كتابًا سُمْكُ الواحدِ منها 5 cm يُمكنُ وضعُها في هذا الرفِّ؟

   a) 12 b) 6 c) 15 d) 23

9. يقسّمُ معلّمٌ زمنَ حصتِهِ الصفيةِ للتدريسِ وحلِّ المسائلِ بنسبةِ 2:3. إذا كانَ زمنُ الحصةِ 45 دقيقةً، أَجِدُ زمنَ حلِّ المسائلِ بالدقيقةِ:

   a) 9 b) 18 c) 27 d) 24

10. اشتركَ حمزةُ وَأخوهُ حسنٌ وَأختُهُ سارةُ في تجارةٍ. إذا كانَتْ أرباحُهُمْ في نهايةِ العامِ JD 12000 وَوُزّعَتِ الأرباحُ بالنسبةِ 5:2:3، أَجِدُ نصيبَ سارةَ بالدينارِ.

    a) 1200 b) 2400 c) 3600 d) 6000

11. سعرُ حذاءٍ JD 25. إذا كانَتْ نسبةُ الخصمِ 26% فإنَّ سعرَ الحذاءِ بعدَ الخصمِ:

    a) 18.5 b) 18 c) 17.5 d) 17

46

اختبار الوحدة:

- أقسم الطلبة إلى 4 مجموعات، ثمَّ أُوزّع الأسئلة (1–11) على المجموعات، وأطلب إلى كل مجموعة مناقشة حلول الأسئلة الخاصة بها، وأحرص على التجوُّل بين المجموعات، لتقديم التغذية الراجعة لهم، ثمّ أناقش حلّ بعض المسائل على اللوح مع الصف كاملًا.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثمّ أَطلب إليهم حلّ المسائل (12–16)، وأتابع حلول الطلبة، وأقدم لهم التغذية الراجعة. أختار المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلّها، وأناقشها على اللوح.

إرشادات:

- أوضّح للطلبة أن بإمكانهم حل السؤال 3 بضرب طرفي التناسب في 8
- في السؤال 7 أذكّر الطلبة بأن عدد الأشخاص يتناسب عكسيًّا مع عدد أيام العمل.
- في السؤال 9 أَطلب إلى الطلبة إيجاد زمن التدريس بالدقائق، ثم جمع الزمن الخاص بالتدريس مع الزمن الخاص بحل المسائل؛ للتحقق من صحة الحل.
- في السؤال 10 أَطلب إلى الطلبة إيجاد نصيب حمزة وحسن أيضًا.
- في السؤال 12 أذكّر الطلبة بمفهوم المضلع المنتظم.
- في السؤال 14 أُوجه الطلبة إلى حل المسألة بخطوتين:
  - **الخطوة الأولى**: إيجاد كتلة 9 أشخاص باستخدام قانون الوسط الحسابي.
  - **الخطوة الثانية**: إيجاد عدد الأشخاص الذين متوسط كتلهم 81 kg ، وذلك بتعويض الكتلة التي يمكن للمصعد أن يحملها بأمان (الناتجة من الخطوة الأولى) في قانون الوسط الحسابي مرة أخرى.
- في السؤال 15 أوضّح للطلبة أن البرتقال يمثل جزءًا واحدًا من الخليط؛ لذا يمكنهم الاعتماد على الكمية المتوافرة من البرتقال (والتي تمثل الجزء الواحد) في إيجاد الكميات الباقية.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

أَطلب إلى الطلبة حلّ أسئلة (**تدريب على الاختبارات الدولية**) فرديًّا، ثم أناقش حلولها مع الطلبة على اللوح، بعد أن أشرح لهم المقصود بالاختبارات الدولية وأبيّن أهميتها وأستفيد من المعلومات الآتية:

- يتقدم طلبة الصفين الأساسيين: الرابع، والثامن، في المدارس الأردنية لاختبار (TIMMS) كل أربع سنوات، ويهدف هذا الاختبار إلى قياس مستوى تقدم الطلبة في التحصيل الدراسي في مادتي الرياضيات والعلوم. ولهذا الاختبار أهمية في تقييم جودة التعليم في الأردن بالمقارنة مع الدول الأخرى التي يتقدم طلبتها لهذا الاختبار، والمساعدة في رسم السياسة التربوية على المستوى الوطني بما يخدم تطوير النظام التربوي والارتقاء بنوعية مخرجاته.
- ويتقدم أيضًا طلبة الصف العاشر في الأردن لاختبار البرنامج الدولي لتقييم أداء الطلبة (PISA) في مجالات القراءة والرياضيات والعلوم. وفي ما يخص الرياضيات فإن المعرفة الرياضية وفق هذا البرنامج يُعبّر عنها بمدى قدرة الفرد على صياغة، وتوظيف، وتفسير الرياضيات في أوضاع مختلفة، إذ تتضمن القدرة على التفكير الرياضي واستخدام المفاهيم والإجراءات والحقائق والأدوات لوصف الظواهر والتنبؤ بها.
- وتهدف هذه الاختبارات الدولية لمساعدة صانعي القرارات وراسمي السياسات التربوية في الدول المشاركة على تحديد معايير حقيقية وواقعية لأداء نظمها التربوية، وتعينهم على تقييم النجاحات أو الإخفاقات، وهذه الدراسات والبرامج يشارك الأردن في دوراتها بانتظام منذ أوائل تسعينات القرن العشرين.
- أشجّع الطلبة على الاهتمام بحل مثل هذه الأسئلة، والاهتمام بالمشاركة في الدراسات وبرامج التقييم الدولية بكل جدية، وتضمين امتحاناتي المدرسية مثل نوعية هذه الأسئلة.

12 أُكملُ الجدولَ الآتيَ الّذي يمثّلُ العلاقةَ بينَ طولِ ضلعِ المضلَّعِ الخماسيِّ المنتظمِ (x) ومحيطِهِ (y).

x طولُ الضلعِ	4	5	7	8
y محيطُ الشكلِ	20	25	35	40

أمثّلُ العلاقةَ بيانيًّا، وأحددُ نوعَ التناسُبِ، ثمَّ أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ مِنَ التمثيلِ البيانيِّ.

انظر رسم الطلبة: مستقيم يمر بنقاط الجدول ونقطة الأصل. التناسب طردي، معدّل الوحدة 5.

13 تتناسَبُ كمّيةُ الصَّلصالِ المستخدَمةُ في صنعِ التُّحفِ طرديًّا معَ مكعَّبِ ارتفاعِ التحفةِ. إذا استُخدِمَ $500\,cm^3$ مِنَ الصَّلصالِ في صنعِ تحفةٍ ارتفاعُها 10 cm، أَجِدُ كمّيةَ الصَّلصالِ اللازمةَ لعملِ تحفةٍ مماثِلةٍ ارتفاعُها مثلَي ارتفاعِ التحفةِ الأولى.

انظر ملحق الإجابات

14 يُمكنُ لمصعدٍ أنْ يحملَ 9 أشخاصٍ بأمانٍ بكُتَلٍ وسطُها الحسابيُّ 72 kg. أَجِدُ كَمْ شخصًا بكُتَلٍ وسطُها الحسابيُّ 81 kg يمكنُ أنْ يحملَهُمُ المِصعدُ بأمانٍ. 8

15 أعدَّتْ سهامُ خليطًا مِنَ العصيرِ الطبيعيِّ مكوَّنًا مِنَ البرتقالِ والجزرِ والمَوزِ بالنسبةِ 10:4:1. إذا كانَ لدى سهامَ 2.5 L فقطْ مِنَ البرتقالِ، أَجِدُ الكمّيةَ المطلوبةَ مِنَ المكوِّنَيْنِ الآخَرَيْنِ لعملِ الخليطِ.

موز $\frac{1}{4}$ L، جزر لتر واحد

16 يريدُ سعيدٌ شراءَ حقيبةِ سَفَرٍ سعرُها الأصليُّ 40 JD. يوجَدُ عرضانِ مِنَ التنزيلاتِ؛ الأولُ: خصمُ 6 JD على المشترياتِ الّتي تزيدُ عَنْ 30 JD، وَالثاني: خصمُ 20% على أيّةِ مشترَياتٍ. أيُّ العرضَينِ أفضلُ؟

عرض الخصم 20% أفضل لأنه يساوي 8 JD.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

17 قطعَ سائقُ درّاجةٍ هوائيةٍ 1800 m في 5 دقائقَ. أَجِدُ معدَّلَ سرعتِهِ بالمترِ لكلِّ ثانيةٍ.

a) 30　b) 6　c) 72　d) 360

18 يوجَدُ 100 سُعرٍ حراريٍّ في 250 mL مِنْ مشروبِ مياهٍ غازيّةٍ، أَجِدُ عددَ السُّعراتِ الحراريةِ في 200 mL مِنْ هذا المشروبِ.

a) 50　b) 125　c) 20　d) 80

19 في موسمِ التنزيلاتِ انخفضَ سعرُ جهازِ حاسوبٍ بمقدارِ 20%. إذا كانَ سعرُهُ قبلَ التنزيلاتِ 800 JD، فَأَجِدُ سعرَهُ بالدينارِ بعدَ التنزيلاتِ.

a) 780　b) 700　c) 640　d) 160

20 حديقةٌ منزليةٌ مساحتُها $84\,m^2$، يزرعُ صاحبُها $2\,m^2$ بالوردِ مقابلَ كلِّ $5\,m^2$ مزروعةً بالأشجارِ. أَجِدُ مساحةَ الأرضِ المزروعةَ وردًا. أبيّنُ خطواتِ الحلِّ.

نسبة الورد إلى الأشجار هي $2:5$ ، مجموع الأجزاء 7 . مساحة الجزء الواحد : $84 \div 7 = 12\,m^2$ ، المساحة المزروعة بالورد $2 \times 12 = 24\,m^2$.

- أَتحقّق من تقدم طلبتي في تعلم مفاهيم الوحدة من خلال اختبار الوحدة.

معالجة الأخطاء	الأسئلة	الدروس
التدريس العلاجي: بناء على نتائج اختبار الوحدة، أستخدم الجدول المجاور في مراجعة المفاهيم التي ما زالت تمثل تحديًا بالنسبة للطلبة.	1, 2, 17	1
	3, 4, 18	2
	5, 6, 12, 13	3, 4
	7, 8, 14	5
	9, 10, 15, 20	6
	11, 16, 19	7

كتاب التمارين

الدرسُ 1 معدَّلُ الوحدةِ

يمشي أحمدُ $\frac{3}{7}$ km في $\frac{1}{14}$ h ، أَجِدُ معدَّلَ ما يمشيهِ أحمدُ في:

1 ساعةٍ واحدةٍ. 6

2 $\frac{1}{3}$ الساعةِ. 2

3 يمكنُ لِجرّارٍ زراعيٍّ حراثةُ $\frac{1}{3}$ الدونمِ في $\frac{1}{5}$ h . أَجِدُ ما يحرُثُهُ الجرّارُ في $\frac{3}{10}$ h $\frac{1}{2}$

4 تقرأُ هديلُ $1\frac{1}{2}$ صفحةٍ في $\frac{1}{6}$ h ، أَجِدُ كَمْ صفحةً تقرأُ في ساعتَينِ. 18

5 يمكنُ لِسميرةَ مشيُ 1.5 m في الثانيةِ، أَجِدُ كَمْ مترًا يمكنُ أنْ تمشيَ في الساعةِ. 5400

علومٌ: يبيّنُ الجدولُ سرعةَ عددٍ مِنَ الحشراتِ الطائرةِ وَعددَ ضرَباتِ جناحَيْها.

الحشراتُ الطائرةُ					
الحشرةُ	ذبابةُ منزلٍ	نحلةُ عسلٍ	يعسوبٌ	دبّورٌ	نحلةٌ طنّانةٌ
السرعةُ (km/ h)	7.04	9.12	24.96	20.48	10.24
عددُ الضّرَباتِ في الثانية	190	250	38	100	130

6 أَجِدُ سرعةَ نحلةِ العسلِ بِالكيلومترِ في الدقيقةِ الواحدةِ، وَأقرّبُ الإجابةَ لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 0.2

7 أَجِدُ عددَ ضرَباتِ أجنحةِ النحلةِ الطنّانةِ في الدقيقةِ الواحدةِ. 7800

8 أَجِدُ المسافةَ الّتي يقطعُها الدبّورُ في الدقيقةِ الواحدةِ، وَأقرّبُ الإجابةَ لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 0.3 km

9 أَجِدُ عددَ ضرَباتِ أجنحةِ اليعسوبِ في الساعةِ الواحدةِ. 136800

ينبعثُ مِنْ سيّارةٍ غازُ ثاني أُكسيدِ الكَربونِ بمعدَّلِ 165 g/km، وَتستهلكُ السيّارةُ الوَقودَ بِمعدَّلِ 12.2 L/100 km:

10 كَمْ كيلوغرامًا مِنْ غازِ ثاني أُكسيدِ الكَربونِ سَينبعثُ مِنَ السيّارةِ عندَما تسيرُ مسافةَ 50 km؟ 8.25

11 كَمْ كيلوغرامًا مِنْ غازِ ثاني أُكسيدِ الكربونِ ينبعثُ مِنْ كلِّ لِترٍ مِنَ الوَقودِ المستخدَمِ؟ 1.4

الدرسُ 2 التناسُبُ

هلْ تُمثّلُ كلُّ نسبتَينِ ممّا يأتي تناسبًا أَمْ لا؟ أبرّرُ إجابتي.

1 $\frac{2.4}{12}, \frac{2}{10}$ تناسب لأن معدّل الوحدة نفسه عند النسبتين ويساوي $\frac{1}{5}$

2 $\frac{4}{10}, \frac{5.1}{13}$ ليس تناسبا لأن معدّل الوحدة مختلف عند النسبتين.

3 $\frac{3}{17}, \frac{9}{51}$ تناسب لأن معدّل الوحدة نفسه عند النسبتين ويساوي $\frac{3}{17}$

أكتبُ العددَ المفقودَ في كلِّ تناسُبٍ مِنَ التناسُباتِ الآتيةِ:

4 16: .... = 2:1 — 8

5 .... :56 = 3:8 — 21

6 12:30 = 2: .... — 5

7 قطعَتْ لانا عَلى درّاجتِها الهوائيةِ مسافةَ 90 km في 4 أيام، وَقطعَتْ مسافةَ 135 km في 6 أيامٍ أُخرى. أتحقّقُ مِنْ تناسُبِ المسافةِ الّتي قطعَتْها لانا في 4 الأيامِ الأولى مَعَ المسافةِ الّتي قطعَتْها في 6 الأيامِ التاليةِ.
يوجد تناسب لأن معدّل الوحدة نفسه في الأيام الأولى والأيام التالية ويساوي 22.5 km لكل يوم.

8 تقاضى عاملٌ 12 JD مقابلَ 4 ساعاتِ عملٍ، ثمَّ تقاضى 18 JD مقابلَ 5 ساعاتِ عملٍ أُخرى. أتحقّقُ مِنْ تناسُبِ ما تقاضاهُ العاملُ مَعَ عددِ ساعاتِ العملِ. أبرّرُ إجابتي.
لا يوجد تناسب لأن معدّل الوحدة مختلف في الـ 4 أيام عنه في الـ 5 أيام .

أحلُّ كلًّا مِنَ التناسُباتِ الآتيةِ:

9 $\frac{16}{36} = \frac{x}{9}$ 4

10 $\frac{5}{8} = \frac{35}{y+1}$ 55

11 $\frac{x-1}{10} = \frac{x}{5}$ -1

12 بناءٌ: نسبةُ الإسمَنتِ إلى الرملِ في خلطةٍ إسمَنتيةٍ $\frac{2}{9}$ ، إذا استعملَ عاملٌ 45 عبوّةً مِنَ الرملِ، أَجِدُ كَمْ عبوّةَ إسمَنتٍ استعملَ. 10

13 حلوى: زَيّنَ عليٌّ قالَبَ كيكٍ بلونَينِ مِنَ الحلوى: أحمرَ، وَأصفرَ بنسبةِ 4:1، إذا استعملَ عليٌّ 20 قطعةَ حلوى حمراءَ لِتزيينِ القالَبِ، أَجِدُ عددَ قطعِ الحلوى الصفراءِ الّتي استعملَها. 5

14 قياسٌ: الجالونُ البريطانيُّ وحدةٌ لِقياسِ حجمِ السائلِ وَيعادلُ 4.5 L . أُكملُ الجدولَ الآتيَ، ثمَّ أختبرُ التناسُبَ بينَ النسبتَينِ. $\frac{2}{9} = \frac{6}{27}$ تناسب

الجالونُ البريطانيُّ	2	6
اللّتراتُ	9	27

15 فنٌّ: رسمَتْ عبيرُ شكلَينِ سداسيَّينِ منتظمَينِ، أحدُهُما طولُ ضلعِهِ 4 cm وَالآخَرُ 9 cm. أَجِدُ محيطَ كلٍّ منهُما، ثمَّ أتحقّقُ مِنْ تناسُبِ محيطِ الشكلِ السداسيِّ المنتظمِ مَعَ طولِ ضلعِهِ.
محيط الأول 24 cm، محيط الثاني 54 cm
$\frac{54}{9} \stackrel{?}{=} \frac{24}{4}$ ، تناسب لأن $54 \times 4 = 9 \times 24$

الدرسُ 3 العلاقاتُ التناسُبيّةُ

أحدّدُ أيُّ العلاقاتِ المبيَّنةِ في الجداولِ الآتيةِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ، وَأبرّرُ إجابتي: 3–1) انظر ملحق الإجابات

1

الدقائقُ (min)	عددُ النقاطِ
6	5
7	6
9	8

2

الدقائقُ (min)	عددُ النقاطِ
2.5	10
4	16
5.25	21

3

الدقائقُ (min)	عددُ النقاطِ
3	$\frac{1}{2}$
6	1
9	$1\frac{1}{2}$

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ عددِ عُلَبِ طلاءٍ وَثمنِها بِالدينارِ:

عددُ العُلَبِ	1	2	4	5
الثمنُ (JD)	8.5	17	34	42.5

4 أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ عددِ العُلَبِ وَثمنِها تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ.
علاقة تناسب لأن جميع النسب متساوية. $8.5 = \frac{17}{2} = \frac{34}{4} = \frac{42.5}{5}$

5 إذا احتاجَ عُمَرُ 10 عُلَبٍ لِطلاءِ منزلِهِ، أَجِدُ كَمْ دينارًا دفعَ ثمنًا لِلطّلاءِ. 85

6 يمثّلُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ المساحةِ بِالدونمِ وَعددِ أشجارِ الزيتونِ المزروعةِ فيها. أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أَمْ لا .

المساحةُ (دونمٌ)	2	3	4	5
عددُ الأشجارِ	40	60	88	110

ليست علاقة تناسب لأن النسب غير متساوية ، $\frac{88}{4} = \frac{110}{5} = 22$ ، بينما $\frac{40}{2} = \frac{60}{3} = 20$

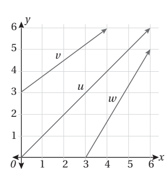
7 يتّسعُ موقفٌ مساحتُهُ $4500\ m^2$ لِـ 300 سيارةٍ. تقرّرَ زيادةُ مساحةِ الموقفِ بِمقدارِ $375\ m^2$ لِتوفيرِ مواقفَ جديدةٍ، أَجِدُ كَمْ موقفًا جديدًا يمكنُ توفيرُهُ إذا علمْتُ أنَّ العلاقةَ بينَ مساحةِ موقفِ السيّاراتِ وَعددِ السيّاراتِ الّذي يستوعبُهُ الموقفُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ. 25

8 إذا كانَتْ تكلفةُ استئجارِ سيّارةٍ سياحيةٍ مدةَ يومَينِ 40 JD ، أُكملُ الجدولَ الآتيَ الّذي يمثّلُ العلاقةَ بينَ عددِ الأيامِ وَتكلفةِ استئجارِ السيّارةِ، ثمَّ أبيّنُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ أَمْ لا.

الزمنُ (day)	1	2	3	4
التكلفةُ (JD)	20	40	60	80

علاقة تناسب لأن $\frac{20}{1} = \frac{40}{2} = \frac{60}{3} = \frac{80}{4}$

يمثّلُ الشكلُ المجاورُ ثلاثَ علاقاتٍ v وَ u وَ w بينَ x وَ y :



9 أحدّدُ أيُّ العلاقاتِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ مبررًا إجابتي. u لأن التمثيل البياني مستقيم يمر بنقطة الأصل.

10 أَجِدُ معدَّلَ الوحدةِ لِعلاقةِ التناسُبِ.
معدّل الوحدة 1 لأن المستقيم يمر بالنقطة (1, 1)

الدرسُ 4 التناسُبُ الطرديُّ

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ عددِ عبوّاتِ عصيرٍ (x) وَثمنِها (y):

x	1	2	5	?
y	0.2	0.4	1	1.6

1 أبيّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.

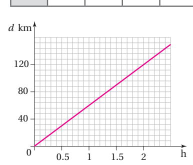
2 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ. 3–1) انظر ملحق الإجابات

3 أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ.

تسيرُ شاحنةٌ بِسرعةٍ ثابتةٍ مقدارُها 60 km/h :

h	0.5	1	1.5	2
d	30	60	90	120

4 أكملُ الجدولَ الآتيَ الّذي يبيّنُ العلاقةَ بينَ الزمنِ بالساعاتِ (h) وَالمسافةِ (d km). علاقة تناسب لأن $\frac{120}{2} = \frac{90}{1.5} = \frac{60}{1} = \frac{30}{0.5}$

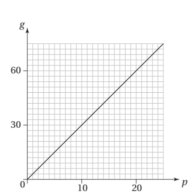


5 أمثّلُ العلاقةَ بيانيًّا. انظر رسم الطالبة .

6 أبيّنُ أنَّ العلاقةَ تمثّلُ تناسبًا طرديًّا. التناسب طردي لأن الرسم البياني مستقيم يمر بكل نقاط الجدول و نقطة الأصل.

7 أكتبُ معادلةَ التناسُبِ الطرديِّ.
$k = 60, y = 60x$

يمزِجُ صائغُ الذهبَ مَعَ البلاتينيومِ لِصنعِ الذهبِ الأبيضِ. يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ كمّيّةِ الذهبِ (g) بالغِرامِ وَكمّيّةِ البلاتينيومِ (p) الّتي يستعملُها الصائغُ بالغِرامِ أيضًا:



8 أكملُ الجدولَ الآتيَ:

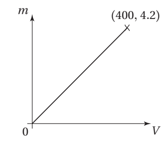
p	0	5	10	15	20
g	0	15	30	45	60

9 أكتبُ معادلةً تمثّلُ هذهِ العلاقةَ. $g = 3p$

10 أستعملُ المعادلةَ لِإيجادِ كمّيّةِ البلاتينيومِ الّتي يحتاجُ الصائغُ إلى مَزجِها مَعَ 10.5g مِنَ الذهبِ.
$10.5 = 3p, p = 3.5$

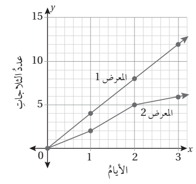
كتاب التمارين

الدرسُ 4 التناسُبُ الطرديُّ (يتبع)



⓫ يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ بينَ حجمِ مكعّبٍ مِنَ الفضّةِ ($V\,cm^3$) وَكتلتِهِ (m kg). أَجِدُ كتلةَ مكعّبِ فضّةٍ طولُ ضلعِهِ 4.8 cm، مقرّبًا إجابتي لِأقربِ منزلتَينِ عشريّتَينِ. $\frac{4.2}{400} = \frac{x}{(4.8)^3}$, $x = 1.16$

يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ الثلاجاتِ المبيعَةِ في معرضَينِ خلالَ 3 أيامٍ:



⓬ هلْ توجَدُ علاقةُ تناسُبٍ طرديٍّ بينَ عددِ الثلاجاتِ المبيعةِ وَعددِ الأيامِ لِكلِّ معرضٍ؟ أبرّرُ إجابتي. انظر ملحق الإجابات

⓭ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ وَمعادلتَهُ للعلاقةِ الّتي تمثّلُ تناسبًا طرديًّا.
في المعرض 1 ، المستقيم يمر بالنقطة (1, 4)، $k = 4$, $y = 4x$

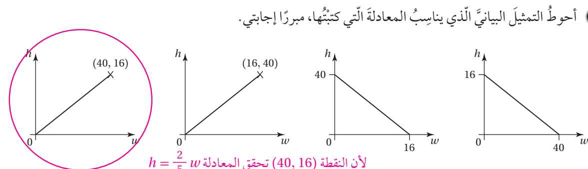
⓮ أَجِدُ مبيعاتِ المعرضِ في اليومِ السادسِ اعتمادًا على العلاقةِ الّتي تمثّلُ تناسبًا طرديًّا. 24 ثلاجة.

⓯ هلْ يمكنُ التنبّؤُ بِعددِ الثلاجاتِ الّتي بيعَتْ في اليومِ الرابعِ اعتمادًا على العلاقةِ التي لا تمثّلُ تناسبًا طرديًّا؟ أبرّرُ إجابتي.
لا لأن نسبة المبيعات غير ثابتة في الأيام الثلاثة الأولى.

يخلِطُ محلُّ بيعِ مكسَّراتِ الجَوزَ وَالبُندقَ بِنسبةِ 2 : 5 وَيعبّئُها في أكياسٍ. إذا احتوى كيسٌ على w kg مِنَ الجَوزِ وَ h kg مِنَ البُندقِ:

⓰ أكتبُ معادلةً تمثّلُ العلاقةَ بينَ كمّيّةِ الجَوزِ وَكمّيّةِ البُندقِ. $h = \frac{2}{5}w$

⓱ أحوطُ التمثيلَ البيانيَّ الّذي يناسِبُ المعادلةَ الّتي كتبْتُها، مبررًا إجابتي.



لأن النقطة (40, 16) تحقق المعادلة $h = \frac{2}{5}w$

الدرسُ 5 التناسُبُ العكسيُّ

أحددُ أيُّ العلاقتَينِ الآتيتَينِ تمثّلُ تناسُبًا طرديًّا وأيُّها تمثّلُ تناسبًا عكسيًّا، ثمَّ أكتبُ معادلةً تمثّلُ كلَّ علاقةٍ:

❶

x	1	3	5	10	0.5
y	5	15	25	50	2.5

تناسب طردي ، $k = 5, y = 5x$

❷

x	1	3	4	10	0.5
y	30	10	7.5	3	60

تناسب عكسي $k = 30$, $y = \frac{30}{x}$

يمثّلُ الجدولُ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ الطلبةِ وَنصيبِ الطالبِ الواحدِ مِنْ مِنحةٍ دراسيةٍ:

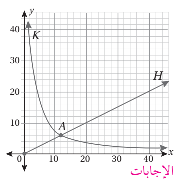
عددُ الطلبةِ (x)	10	20	30	40
المنحةُ (JD y)	600	300	200	?

❸ أبيّنُ أنَّ x وَ y متناسبانِ عكسيًّا، ثمَّ أَجِدُ ثابتَ التناسُبِ k.
x و y متناسبان عكسيا لأن xy مقدارا ثابتا وكلما زاد أحد المتغيرين نقص الآخر، $k = 6000$

❹ أكتبُ معادلةَ التناسُبِ العكسيِّ. $y = \frac{6000}{x}$

❺ أَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في الجدولِ. 150

❻ أمثّلُ العلاقةَ بيانيًّا. انظر رسم الطلبة، الرسم منحنى يمر بالنقاط (10, 600), (20, 300), (30,200), (40, 150)



يبيّنُ الشكلُ المجاورُ التمثيلَ البيانيَّ لِلعلاقتَينِ H وَ K : (7–9) انظر ملحق الإجابات

❼ أحدّدُ أيُّ العلاقتَينِ تمثّلُ تناسُبًا طرديًّا وَأيُّهما تمثّلُ تناسبًا عكسيًّا. أبرّرُ إجابتي.

❽ أكتبُ معادلةً لكلٍّ منهُما.

❾ أفسّرُ معنى وقوعِ النقطةِ A على الرسمَينِ.

يحتاجُ 4 أشخاصٍ 7 ساعاتٍ لِعملِ 700 صفيحةٍ مِنَ المعجَّناتِ: (10–12) انظر ملحق الإجابات

❿ أحدّدُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ بينَ عددِ ساعاتِ العملِ وَعددِ الصفائحِ تمثّلُ علاقةَ تناسُبٍ طرديٍّ أَمْ عكسيٍّ.

⓫ أَجِدُ عددَ الساعاتِ الّتي يحتاجُها 4 أشخاصٍ لِعملِ 2100 صفيحةٍ.

⓬ أَجِدُ عددَ الساعاتِ الّتي يحتاجُها شخصٌ واحدٌ لِعملِ 700 صفيحةٍ.

مستطيلٌ طولُهُ x وَعرضُهُ y :

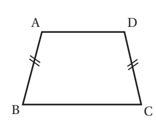
⓭ أُنشئُ جدولًا لِقيَمِ x وَ y الممكنةِ إذا كانَتْ مساحةُ المستطيلِ $24\ cm^2$، ثمَّ أمثّلُ العلاقةَ بيانيًّا. انظر ملحق الإجابات

⓮ أحدّدُ ما إذا كانَتِ العلاقةُ تمثّلُ تناسُبًا طرديًّا أمْ عكسيًّا، أَمْ لا تمثّلُ أيًّا مِنْهُما، مبررًا إجابتي.
تناسب عكسي لأن حاصل الضرب xy ثابتا ويساوي 24 وكلما زاد أحد المتغيرين نقص الآخر.

الدرسُ 6 تطبيقاتُ التقسيمِ التناسُبِيِّ

❶ يحتوي طعامٌ على خليطٍ مِنَ الشوفانِ وَالمكسَّراتِ وَرقائقِ القمحِ بِنسبةِ 1 :2 :3. إذا احتوَتْ عُبُوّةٌ على 720 g مِنْ هذا الطعامِ، أَجِدُ كَمْ غرامًا مِنْ كلِّ نوعٍ في هذِهِ العُبُوّةِ.
الشوفان 360 g ، المكسرات 240 g ، القمح 120 g

❷ اشتركَ ثلاثةُ أشخاصٍ في تجارةٍ، فَدفعَ الأولُ JD 5000، وَدفعَ الثاني JD 8000، وَدفعَ الثالثُ JD 7000، ثمَّ اتفقوا على أَنْ يأخذَ الأولُ $\frac{1}{7}$ الأرباحِ بَدلَ إدارتِهِ التجارةَ، وَتوزَّعُ باقي الأرباحِ حسبَ مساهمةِ كلٍّ مِنْهُمْ في رأسِ المالِ. إذا كانَ صافي أرباحِ تجارتِهِمْ نِهايةَ العامِ JD 4900، أَجِدُ نصيبَ كلٍّ مِنْهُمْ.
الأول JD1750، الثاني JD1680، الثالث JD1470



❸ في الشكلِ المجاورِ شبهُ منحرفٍ متساوي الساقَينِ، إذا كانَتْ نسبةُ طولِ $\overline{AD}$ إلى طولِ $\overline{AB}$ إلى طولِ $\overline{BC}$ هِيَ 2:3:4، وَكانَ محيطُهُ 60 cm، أَجِدُ طولَ كلِّ ضلعٍ مِنْ أضلاعِهِ .
$AD = 10$, $AB = DC = 15$, $BC = 20$

❹ قُسِّمَتْ قطعةُ أرضٍ بينَ شريكَينِ بِنسبةِ 7 : 4. إذا كانَ نصيبُ الثاني يزيدُ $300\ m^2$ عَنْ نصيبِ الأولِ، أَجِدُ مساحةَ قطعةِ الأرضِ وَنصيبَ الأولِ وَالثاني.
الأول : $400m^2$، الثاني : $700m^2$ ، مساحة قطعة الأرض $1100m^2$

❺ تُوُفّيَتْ سيدةٌ عَنْ أبٍ وَزوجٍ وَولدٍ وَبنتٍ، وَتركَتْ مبلغَ JD 18000. إذا علمْتُ أَنَّ قسمَةَ الميراثِ: السُّدُسُ لِلأبِ، وَالرُّبُعُ لِلزوجِ، وَللولدِ مِثْلَي البنتِ، فَأَجِدُ نصيبَ كلِّ وريثٍ لِلسيدةِ.
الأب JD3000، الزوج JD4500، البنت JD3500، الولد JD7000

❻ يريدُ منذرٌ وَماجدةُ تقسيمَ JD 12870 بينَهُما بنسبةِ 2 : 3 . يقولُ منذرٌ: سوفَ أحصلُ على JD 4290 ، وَستحصلُ ماجدةُ على JD 6435 ، لِأَنَّ $12870 \div 3 = 4290$ وَ $12870 \div 2 = 6435$. هلْ ما يقولُهُ منذرٌ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.
غير صحيح لأن القسمة تتم على مجموع الأجزاء أولا (5).
قيمة الجزء الواحد JD2574، نصيب منذر JD7722، نصيب ماجدة JD5148

❼ كيفَ أتحقّقُ مِنْ صحةِ إجابتي عَنْ سؤالٍ يتطلّبُ تقسيمَ مبلغٍ مِنَ المالِ بينَ شركاءَ بِنسبةٍ معطاةٍ؟
أجد مجموع ما أخذوه جميعا، يجب أم يطابق هذا المجموع المبلغ الذي تم توزيعه

الدرسُ 7 تطبيقاتٌ ماليةٌ

❶ **سياحةٌ:** استقبلَتْ مدينةُ البترا الأثريةُ نحوَ 10100 زائرٍ أردنيٍّ وَعربيٍّ في شهرِ أيلولَ مِنَ العامِ 2018 م، وَقدْ زادَ هذا العددُ بِنسبةِ 6% تقريبًا في الشهرِ نفسِهِ مِنَ العامِ 2019. أَجِدُ عددَ زائري البترا مِنَ الأردنيّينَ وَالعربِ في شهرِ أيلولَ مِنَ العامِ 2019 م.

10706

❷ **تحويلٌ نقديٌّ:** سعادُ طالبةٌ عُمانيّةٌ تدرسُ في جامعةٍ أردنيةٍ. حوّلَ لَها والدُها مبلغَ 500 ريالٍ عُمانيٍّ، فَإذا كانَ سعرُ صرفِ الريالِ العُمانيِّ وقتَ الحِوالةِ JD 1.84، أَجِدُ كَمْ دينارًا أردنيًّا استلمَتْ سعادُ.

920

❸ **سيّارةٌ:** استوردَ حسامٌ سيّارةً مِنْ أمريكا ثمنُها 12180$ ، وَدفعَ 1020$ تكلفةَ شحنٍ، وَدفعَ JD 6450 تكلفةَ تخليصٍ وَجُمركٍ، ثمَّ باعَ السيّارةَ بِمبلغِ JD 16500. أَجِدُ ربحَ حسامٍ في السيّارةِ بِالدينارِ الأردنيِّ، علمًا أَنَّ سعرَ صرفِ الدولارِ الأمريكيِّ JD 0.71.

678

❹ أصدرَتْ دارُ نَشْرٍ 2000 نسخةٍ مِنْ كتابٍ تكلفةُ طباعتِها JD 2500، وَتكلفةُ تسويقِها JD 100. إذا بيعَ 1500 نسخةٍ مِنَ الكتابِ بِسعرِ JD 1.6 وَبيعَ 500 نسخةٍ أُخرى مِنَ الكتابِ بِسعرِ JD 1.3 ، أَجِدُ ربحَ دارِ النشرِ مِنْ بيعِ نُسَخِ الكتابِ.

450

❺ تريدُ فاتنُ شراءَ تذكرةِ طائرةٍ، وَلديْها ثلاثةُ خَياراتٍ لِدفعِ ثمنِها: JD 450 ، أَوْ 650 $ ، أَوْ 545 € . أحدّدُ أيُّ الأسعارِ أفضلُ لِشراءِ التذكرةِ . ($1 = JD 0.71 , €1= JD 0.84).

JD 450

❻ اشترى تاجرٌ 80 صُندوقًا مِنَ البَندورةِ بِسعرِ JD 120 . تَلِفَ مِنْها 12 صُندوقًا؛ لِارتفاعِ درجةِ الحرارةِ، وَباعَ الباقيَ بِسعرِ JD 1.7 لِلصُّندوقِ الواحدِ. أبيّنُ هلْ ربحَ التاجرُ أَمْ خَسِرَ في تجارتِهِ.

خسر JD 4.4

الدرس 3:

1) علاقة تناسب؛ لأن النسب متساوية.

$$\frac{1}{2}\ ,\ \frac{2}{4}=\frac{1}{2}\ ,\ \frac{4}{8}=\frac{1}{2}$$

2) ليست علاقة تناسب؛ لأن النسب غير متساوية. $3\ ,\ \frac{5}{3}\ ,\ \frac{7}{5}$

3) علاقة تناسب؛ لأن النسب متساوية.

$$\frac{2}{\frac{1}{2}}=4\ ,\ \frac{8}{2}=4\ ,\ \frac{12}{3}=4$$

4) ليست علاقة تناسب؛ لأن النسب غير متساوية.

$$\frac{2.5}{2}=1.25\ ,\ \frac{3.5}{3}\approx 1.67\ ,\ \frac{4.5}{4}\approx 1.13$$

5) ليست علاقة تناسب؛ لأن المستقيم لا يمر بنقطة الأصل.

6) ليست علاقة تناسب؛ لأن المستقيم لا يمر بنقطة الأصل.

7) علاقة تناسب؛ لأن المستقيم يمر بنقطة الأصل.

8) ليست علاقة تناسب؛ لأن النقاط لا تقع على مستقيم واحد.

9)

الزمن	1	2	3	4
عدد الكلمات	45	90	135	180

يوجد علاقة تناسب؛ لأن النسب متساوية.

$$45\ ,\ \frac{90}{2}=45\ ,\ \frac{135}{3}=45\ ,\ \frac{180}{4}=45$$

11) السيارة الأولى: علاقة تناسب؛ لأن معدّل الوحدة نفسه في النسب جميعها (70 km/h).
السيارة الثانية : ليست علاقة تناسب؛ لأن معدّل الوحدة مختلف بين النسب، معدّلات الوحدة هي 60, 35, 70, 60

الدرس 4:

1) تناسب طردي:

$$\frac{5}{2}\ ,\ \frac{10}{4}=\frac{5}{2}\ ,\ \frac{15}{6}=\frac{5}{2}\ ,\ k=\frac{5}{2}$$

2) لا يوجد تناسب طردي؛ لأن النسب غير متساوية.

$$\frac{60}{185}\approx 0.32\ ,\ \frac{32}{235}\approx 0.14\ ,\ \frac{40}{275}\approx 0.15$$

3 تناسب طردي : $\frac{6}{3}=2\ ,\ \frac{8}{4}=2\ ,\ \frac{10}{5}=2\ ,\ k=2$

4) لا يوجد تناسب طردي؛ لأن النسب غير متساوية.

$$\frac{6}{4}=\frac{3}{2}\ ,\ \frac{8}{5}\ ,\ \frac{10}{6}=\frac{5}{3}$$

5) $y=15\,x$

6) $y=2\,x$

7) يوجد تناسب طردي في الحالتين؛ لأن التمثيل البياني في كل منهما مستقيم يمر بنقطة الأصل.

8) الطائرة $A : k=\frac{5}{2}$ ، الطائرة $B: k=\frac{4}{3}$

9) لأن ثابت التناسب (معدّل الوحدة) للطائرة A أكبر منه للطائرة B .

12)

عدد المعلمين (x)	1	2	3	4
عدد الطلاب (y)	14	28	42	56

$y=14x$ ، أنظر رسم الطلبة .التمثيل البياني مستقيم يمر بالنقطتين $(0, 0), (1, 14)$. وباقي نقاط الجدول.

13) عدد ضربات الأجنحة (160) في 2 s.

14) $y=80x$

15) $6\times 60\times 80=28800$

19) $JD=5\times h\ ,\ x=5\times 10=50\ ,\ y=5\times 20=100$
$150=5\times z\ ,\ z=30$

برمجية جيوجبرا :

1) أنظر رسم الطلبة ، تناسب طردي تمثيله مستقيم يمر بالنقطة $(0, 0)$ وباقي نقاط الجدول
$y=4\,x\ ,\ \ k=4$

2) أنظر رسم الطلبة ، التمثيل البياني مستقيم يمر بنقاط الجدول، لكنه لا يمثل تناسبًا طرديًّا؛ لأنه لا يمر بنقطة الأصل.

الدرس 5:

5) طردي، مستقيم يمر بنقطة الأصل، $y=\frac{3}{2}\,x$

6) لا يمثل تناسبًا، لا يحقق أي من التناسبين الطردي أو العكسي.

7) عكسي، كلما زاد x نقص y ، $xy=4$

8) عكسي، حاصل ضرب x في y ثابت ويساوي 8

9) طردي، المعادلة على الصورة $y = kx$

10) $y = \frac{7}{x} + 2$ ، لا تمثل أي منهما. ليست على الصورة $y = kx$ أو $xy = k$

11) عكسي؛ لأن حاصل الضرب xy ثابت ويساوي $\frac{3}{2}$ ، $xy = \frac{3}{2}$

12) لا يمثل تناسبًا، ليست على الصورة $y = kx$ أو $xy = k$.

13) عكسي؛ لأن حاصل الضرب xy ثابت ويساوي $\frac{5}{2}$

الدرس 6:

12) الطريقة (1) الخطأ أنه وزع حجم الخليط على الألوان بشكل غير صحيح. أعطيت نسبة الأحمر للأبيض، الأبيض للأزرق، الأزرق للأحمر.

الطريقة (2) الخطأ أنه قسم حجم الخليط على النسب مباشرة. يجب جمع الأجزاء أولا.

13) التوزيع الصحيح هو:

مجموع الأجزاء: 3+2+1=6،

مقدار الجزء الواحد : 660÷6=110

الأحمر: 3×110=330، الأزرق: 2×110=220،

الأبيض : 1×110=110

15) نسبة الزنجبيل في خليط رامي : $\frac{1}{50}$ ، نسبة الزنجبيل في خليط ميس : $\frac{1}{13}$

بما أن $\frac{1}{50} < \frac{1}{13}$ ، نسبط الزنجبيل في خليط ميس أكبر.

الدرس 7:

11) ربح الأولى 20% = جزء. سعر السيارة الأصلي 100٪ ويساوي 5 أجزاء، المبيع 6 أجزاء.

الربح : $\frac{8700}{6} = \text{JD } 1450$

خسر في الثانية 20% = جزء، المبيع 4 أجزاء

الخسارة: $\frac{8700}{4} = \text{JD } 2175$

النتيجة خسارة مقدارها: $2175 - 1450 = \text{JD } 725$

اختبار الوحدة:

13) $y = \frac{500}{1000}x^3 = \frac{1}{2}x^3 , y = \frac{1}{2}(20)^3 = 4000 \text{ cm}^3$

كتاب التمارين – الدرس 3:

1) ليست علاقة تناسب؛ لأن $\frac{5}{6} \neq \frac{6}{7} \neq \frac{8}{9}$

2) علاقة تناسب؛ لأن جميع النسب متساوية.

3) علاقة تناسب؛ لأن جميع النسب متساوية $\frac{\frac{3}{2}}{9} = \frac{1}{6} = \frac{\frac{1}{2}}{3}$

كتاب التمارين – الدرس 4:

1) التناسب طردي؛ لأن النسب متساوية $0.2 = \frac{1}{5} = \frac{0.2}{1} = \frac{y}{x}$

وكلما زادت x زادت y ، $k = 0.2$

2) $y = 0.2x$

3) 8

12) يوجد تناسب طردي في المعرض 1؛ لأن التمثيل البياني مستقيم يمر بنقطة الأصل.

لا يوجد تناسب طردي في المعرض 2؛ لأن النقاط لا تقع على مستقيم واحد.

كتاب التمارين – الدرس 5:

7) H تناسب طردي؛ لأن الرسم مستقيم يمر بنقطة الأصل، K تناسب عكسي لأن التمثيل منحنى كلما زاد x نقص y ، $xy = 72$

8) $H\!: y = \frac{1}{2}x , K\!: y = \frac{72}{x}$

9) النقطة A تنسجم مع التناسب الطردي H وتحقق معادلته $y = \frac{1}{2}x$. كذلك تنسجم مع التناسب العكسي K وتحقق معادلته $y = \frac{72}{x}$.

10) تناسب طردي؛ لأنه كلما زاد عدد الصفائح زاد عدد ساعات العمل.

11) 21 h

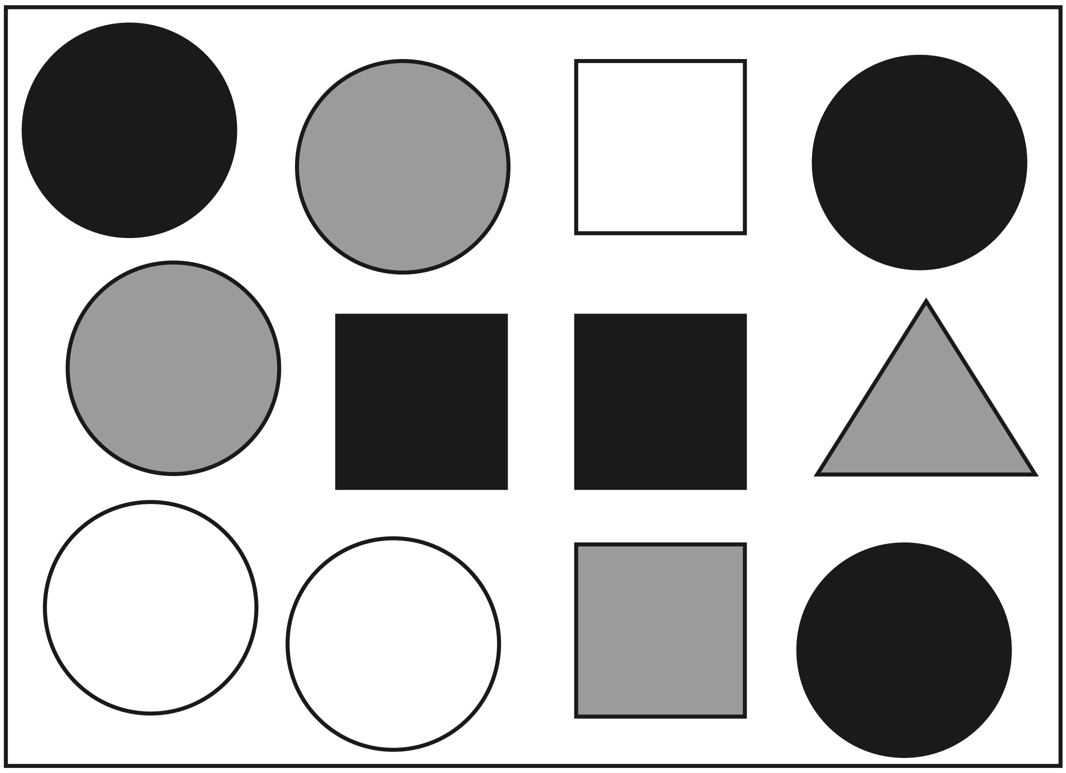
12) 28 h

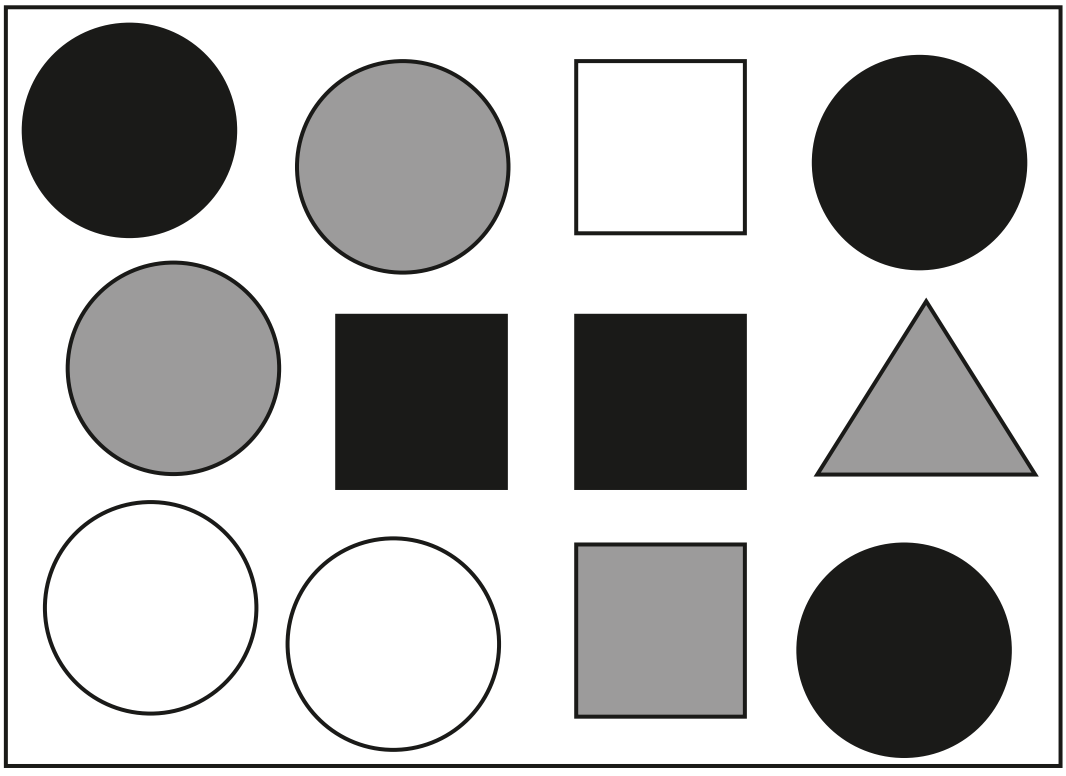
13)

x	2	4	6	8
y	12	6	4	3

أنظر رسم الطلبة ، منحنى يمر بالنقاط. (8,3) , (6, 4) , (4, 6) , (2, 12)

ورقة المصادر 1 : مجموعة مظللة من الأشكال الهندسية



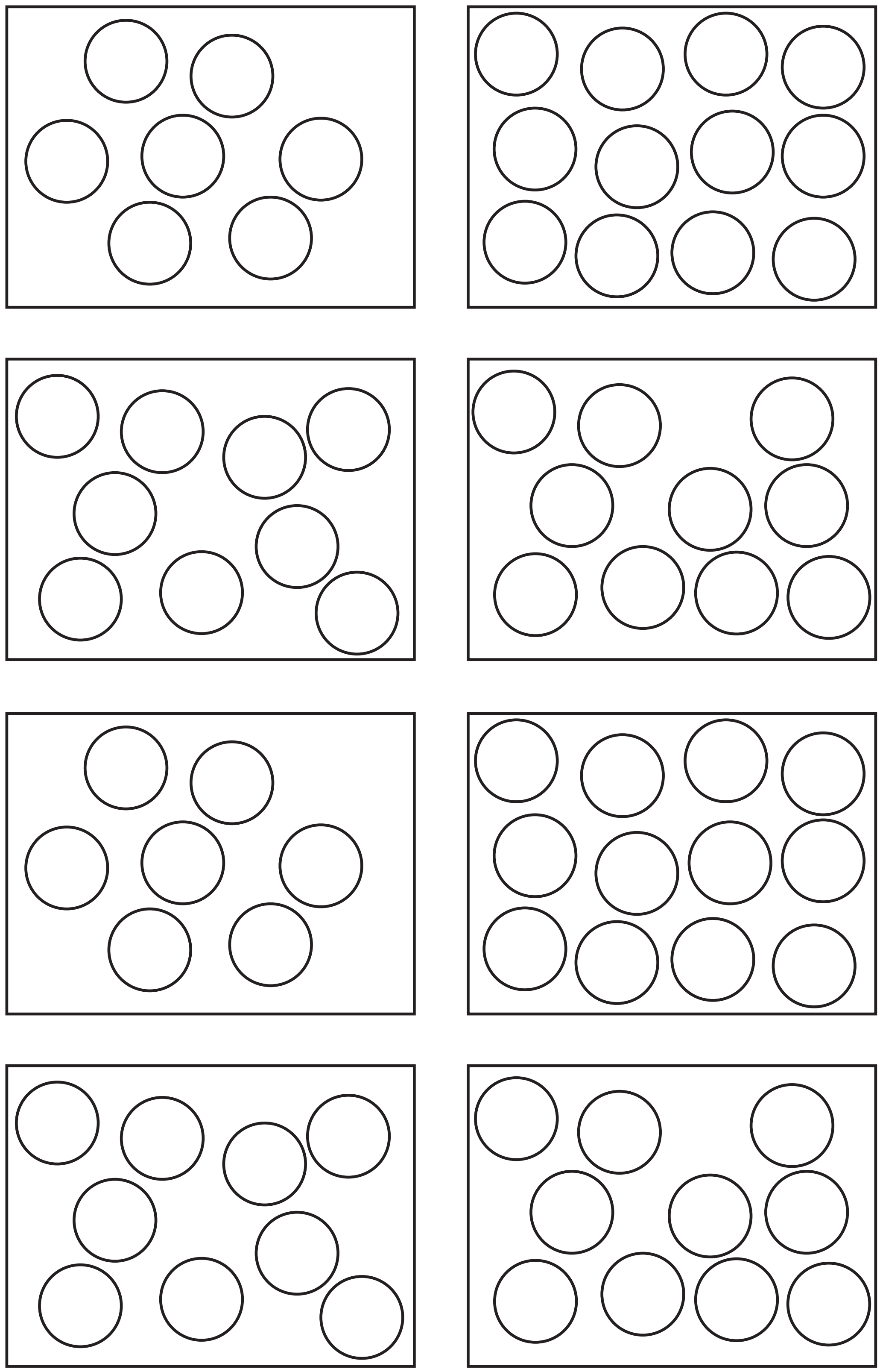


ورقة المصادر 2 : توظيف معدّل الوحدة في المقارنة

أضع إشارة (✓) أسفل العبارة التي تحقّق المطلوب.

أي السيارتين أسرع؟	$60\ \text{km}/\frac{3}{4}\ \text{h}$	$36\ \text{km}/\frac{1}{2}\ \text{h}$
أي العرضين أفضل؟	ثمن قطعتين من الكيك JD 1.2	ثمن 6 قطع من الكيك JD 3.24
أي العرضين أفضل؟	ثمن $\frac{1}{2}$ kg من اللحم JD 3.5.	ثمن $1\frac{1}{2}$ kg من اللحم JD 9.2
مصباحان لهما السعر نفسه. أي المصباحين أختار؟	يستهلك 28 واط في 3.5 h	يستهلك 50.4 واط في 40.2 h

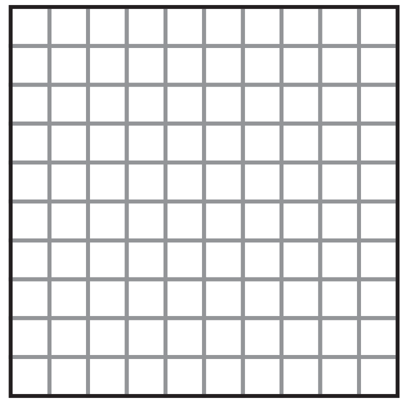
ورقة المصادر 3 : ألون لأشكل تناسبًا

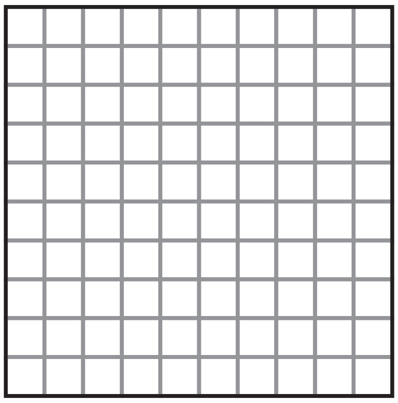


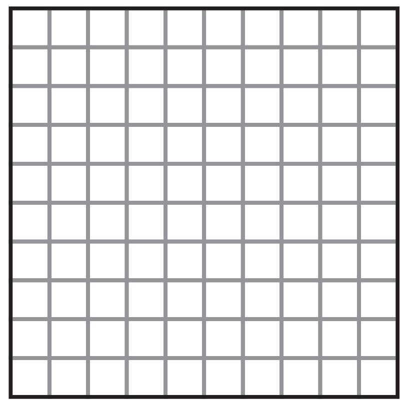
ورقة المصادر 4 : فرقعة التناسب

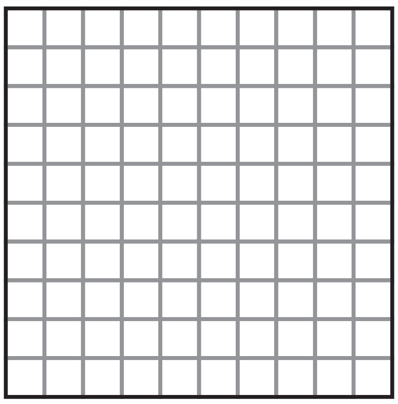
12 : 36	44 : 33	9 : 3	8 : 10
9 : 12	6 : 25	9 : 21	15 : 20
16 : 24	24 : 40	21 : 35	10 : 15
15 : 5	9 : 6	8 : 24	15 : 10
12 : 15	8 : 6	6 : 18	12 : 9
96 : 88	75 : 70	81 : 72	70 : 65
132 : 121	98 : 91	108 : 96	90 : 84

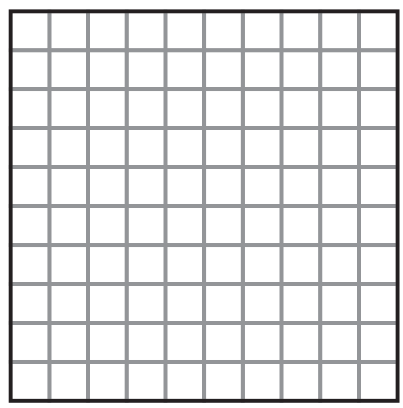
ورقة المصادر 5 : مئة مربع

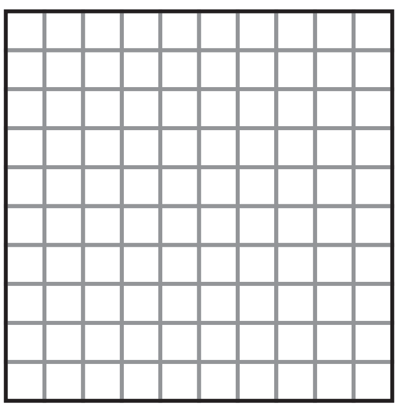


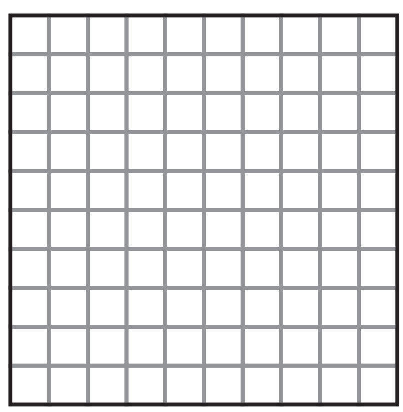


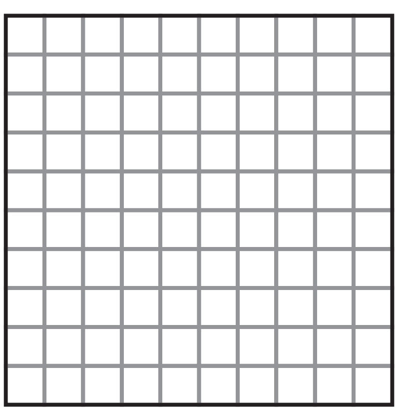












الوحدةُ

6

التطابقُ وَالتشابهُ

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة				1
الدرس 1: التطابق	• تمييز المضلعات المتطابقة. • حلّ مسائل تعتمد على مفهوم التطابق.	الأضلاع المتناظرة، الزوايا المتناظرة، المضلعات المتطابقة	• ورقة المصادر 7 • ورقة المصادر 8 • أوراق منقطة	2
الدرس 2: مقياس الرسم	• حلّ مسائل باستعمال مقياس الرسم.	مقياس الرسم، مقياس النموذج، عامل المقياس	• ورقة المصادر 9 • ورقة المصادر 10	3
معمل برمجية جيوجبرا: استكشاف الأشكال المتشابهة	• استكشاف العلاقة بين أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا المتناظرة في شكلين متشابهين باستعمال برنامج جيوجبرا.			1
الدرس 3: التشابه	• تمييز المضلعات المتشابهة. • حلّ مسائل تعتمد على مفهوم المتشابه.	الأشكال المتشابهة، المضلعات المتشابهة		3
الدرس 4: التكبير	• رسم شكل تحت تأثير تكبير بمعامل صحيح موجب.	التكبير، معامل التكبير، مركز التكبير	• ورقة المصادر 11 • ورقة المصادر 12 • ورق مربعات	2
معمل جيوجبرا: التكبير	• استعمال برمجية جيوجبرا للتكبير بمعامل صحيح موجب.			1
الدرس 5: خطة حل المسألة: الرسم	• حلّ المسألة باستعمال خطة الرسم			2
المشروع			• كرتون • ألواح فلين • مشرط • مقص	1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار الوحدة				1
المجموع				17

الوحدة 6

نظرة عامة حول الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرَّف الطلبة تطابق الأشكال الهندسية، ويستعملونه لإيجاد أطوال أضلاع أو قياسات زوايا في شكل مطابق لشكل آخر، ويتعرفون مقياس الرسم ومقياس النموذج وعامل المقياس وطرائق إيجاد كل منها، واستخدامها في إيجاد الأبعاد على المخططات أو النماذج، أو إيجاد الأبعاد الحقيقية. وسيتعرَّف الطلبة أيضًا مفهوم التشابه وكيفية تحديد أن كان الشكلين متشابهان أم لا، ويجدون قياسات زوايا وأطوال أضلاع في شكل مشابه لشكل آخر. ويتعرف الطلبة أيضًا التكبير، ويربطونه بمفهوم التشابه.

الوحدةُ 6

التطابقُ وَالتشابهُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

لِتشابُهِ الأشكالِ الهندسيةِ وَتطابقِها أهميةٌ كبيرةٌ في حياتِنا، فَهِيَ تُستعمَلُ في كثيرٍ مِنَ الْمَجالاتِ؛ مثلِ تحديدِ المسافاتِ بينَ المدنِ على الخريطةِ ومعرفةِ ارتفاعاتِ المباني، وَتصميمِ نماذجَ فنّيةٍ مكبَّرةٍ مثلِ المِبخَرةِ الجميلةِ المقامةِ عندَ مدخلِ مدينةِ سحابَ.

تعلّمتُ سابِقًا:

- ✓ حلَّ مسائلَ بِاستخدامِ مفهومِ التناسُبِ.
- ✓ مجموعَ قياساتِ الزوايا الداخليةِ للمثلثِ والمضلعِ.
- ✓ رسمَ انسحابٍ وَدورانٍ وَانعكاسٍ لِشكلٍ في المستوى الإحداثيِّ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- العلاقةَ بينَ الأضلاعِ وَالزوايا المتناظِرةِ في شكلَينِ متشابهَينِ.
- العلاقةَ بينَ الأضلاعِ وَالزوايا المتناظِرةِ في شكلَينِ متطابقَينِ.
- حلَّ مسائلَ بِاستعمالِ مقياسِ الرسمِ.
- رسمَ شكلٍ هندسيٍّ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ.

48

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصفان الخامس والسادس

- تعرّف أنواع المضلعات.
- تعرّف مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع.
- رسم انسحاب ودوران وانعكاس لشكل في المستوى الإحداثي.
- تحديد نقطة في المستوى الإحداثي.

الصف السابع

- تعرّف الأشكال المتطابقة والأشكال المتشابهة، وحلّ مسائل ومعادلات تعتمد على خواصهما.
- برهنة تشابه شكلين هندسيين مستويين باستعمال التناسب المبني على النسب بين الأضلاع المتناظرة، وتطابق الزوايا المتناظرة وإيجاد قياسات عناصر مجهولة في شكلين متشابهين.
- تعرّف علاقة محيطات الأشكال المتشابهة بأطوال الأضلاع المتناظرة فيها، وحلّ تطبيقات عليها.
- تعرّف مفهوم التكبير، ورسم صورة شكل تحت تأثير تكبير بمعامل صحيح موجب.
- تحديد معامل تكبير من الرسم.
- حلّ مسائل حياتية تتضمن التكبير.

الصف الثامن

- تعرّف حالات تطابق مثلثين، واستخدامها.
- تمييز حالات تطابق مثلثين (زاوية وضلع وزاوية، ضلع وضلع وضلع، ضلع وزاوية وضلع).
- تعرّف حالات تشابه مثلثين: إيجاد أطوال أضلاع وقياسات زوايا مجهولة في مثلثين متشابهين.
- اكتشاف مفهوم التمدد ومركزه ومعامله ونوعيه (التكبير والتصغير)، وتحديد التحويلات الهندسية التي تنقل أحد شكلين هندسيين متشابهين إلى الآخر.
- برهنة تشابه المثلث قائم الزاوية مع المثلثين الناتجين عن العمود النازل من رأس القائمة على الوتر.
- برهنة تشابه شكلين مستويين باستخدام النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة وتطابق الزوايا المتناظرة.
- حلّ مسائل هندسية وحياتية تتطلب حل التناسب للتحقق من تشابه شكلين أو عدمه، ولإيجاد عناصر مجهولة في أشكال متشابهة.

مشروعُ الوحدةِ: نموذجُ قصرِ الحرّانةِ

أستعدُّ وَزملائي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الَّذي سنُوظِّف فيهِ ما نتعلمُهُ في هذهِ الوَحدةِ حولَ الأشكالِ الهندسيةِ وَتطابقِها وَتشابهِها، ومقياسِ النموذجِ في تصميمِ نموذجٍ لِقصرِ الحرّانةِ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أبحثُ في الإنترنت عَنْ أبعادِ قصرِ الحرّانةِ، وَعَنْ صُوَرٍ لَهُ مِنَ الداخلِ وَالخارجِ.

2. أجهّزُ الأدواتِ وَالموادَّ اللازمةَ لِصنعِ النموذجِ، مستغلًّا -قدرَ الإمكانِ- الموادَّ المتوافرةَ في البيئةِ مِنْ حولي.
3. أختارُ مقياسَ نموذجٍ مناسبًا، وَأستعملُهُ لِتحديدِ أبعادِ القصرِ في النموذجِ.
4. أحدّدُ بعضَ الأشكالِ الهندسيةِ المتطابقةِ في القصرِ الحقيقيِّ.
5. أحدّدُ بعضَ الأشكالِ الهندسيةِ المتشابهةِ في القصرِ الحقيقيِّ.

عرضُ النتائجِ:

أصمّمُ مطويةً مبتكَرةً وَأكتبُ فيها:

- خطواتِ عملِ المشروعِ وَالنتائجَ الّتي توصلْتُ إليها.
- الموادَّ الَّتي استعملْتُها في تصميمِ النموذجِ، وَمدى استفادتي مِنَ الموادِّ في البيئةِ مِنْ حولي.
- معلومةً جديدةً عرفْتُها في أثناءِ العملِ على المشروعِ وَمقترَحًا لِتوسعةِ المشروعِ.
- بعضَ الصعوباتِ الّتي واجهَتْني في أثناءِ العملِ على المشروعِ، وَكيفَ تغلّبْتُ عليها.
- أعرضُ المطويةَ والنموذجَ أمامَ زملائي في الصفِّ، وأخبرُهُمْ بأبعادِ النموذجِ.

49

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	إيجاد الأبعاد الحقيقية لقصر الحرانة.			
2	اختيار مقياس نموذج مناسب.			
3	حساب أبعاد القصر في النموذج.			
4	إيجاد معلومة جديدة أو أكثر حول قصر الحرانة.			
5	الدقة في تنفيذ النموذج.			
6	التعاون والعمل بروح الفريق.			
7	إعداد المشروع في الوقت المحدد.			
8	عرض المشروع بطريقة واضحة (مهارة التواصل).			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.

3 تقديم نتاج صحيح كامل.

الوحدة 6

مشروع الوحدة: نموذج قصر الحرّانة

هدف المشروع: يهدف المشروع إلى تنمية معرفة الطلبة بمفهومي التطابق والتشابه، وذلك باستعمالهما في تطبيق حياتي يتمثل في إنشاء نموذج مصغر لأحد القصور التاريخية في الأردن. ويهدف أيضًا إلى تنمية مهارة البحث في أثناء الحصول على معلومات حول قصر الحرانة؛ مثل أبعاده، وتاريخ إنشائه.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أقسم الطلبة مجموعات، وأؤكد أهمية تعاون أفراد كل مجموعة وتوزيع المهمات بينهم.
- أُوضّح للطلبة المواد والأدوات اللازمة لتنفيذ المشروع وعناصر المنتج النهائي.
- أُؤكّد أهمية توثيق خطوات تنفيذ المشروع أولًا بأول، بالتقاط الصور أو كتابة وصف مختصر للخطوات في المطوية.
- أذكر الطلبة بالعودة للمشروع نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال المطلوب إنجازه في المشروع.
- أُؤكّد ضرورة تدوين أي معلومات إضافية تعلموها في أثناء تنفيذ المشروع. يمكنني تقديم بعض المقترحات، ولكن دون حصر خيارات الطلبة في مقترحاتي، مثلًا، أحثّهم على البحث عن سبب تسمية قصر الحرانة بهذا الاسم، والفترة التاريخية التي بني فيها، والهدف من بنائه، والمواد المستخدمة في البناء.
- أُوضّح للطلبة مسبقًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع أبيّن للطلبة ما يأتي:
  - » تختار كل مجموعة فردًا واحدًا ليقف أمام الصف ويعرض النموذج المطوية، ويتحدث عن مقياس النموذج الذي استعمله وعن كيفية إجراء الحسابات.
  - » أسأل كل مجموعة عن المعلومات الإضافية التي تعلموها حول قصر الحرانة.
  - » أسأل كل مجموعة عن الصعوبات التي واجهتهم في أثناء تنفيذ المشروع وكيفية تجاوزها؛ لتعزيز مهاراتهم في حل المشكلات.

أستعد لدراسة الوحدة:

أستعمل فقرة (أستعد لدراسة الوحدة) في كتاب التمارين لأساعد الطلبة على تذكر المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذه الوحدة باتباع الآتي:

- أطلب إلى الطلبة حل المسائل داخل الصف.
- أتجوّل بين الطلبة لمتابعتهم في أثناء حل المسائل وتحديد النقاط التي تحتاج للتحسين، وأوجههم إلى الرجوع إلى المثال المقابل لكل مسألة حين يواجهون صعوبة في الحل.
- في حال واجه بعض الطلبة صعوبة في حل المسائل فأستعين بالمسائل الإضافية الآتية:

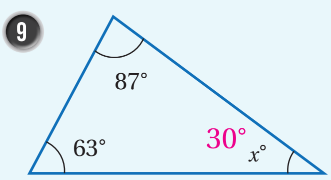
» أحل كل تناسب مما يأتي:

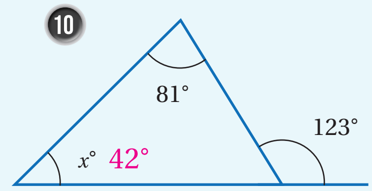
1. $\frac{y}{5} = \frac{8}{16}$ 2.5
2. $\frac{18}{x} = \frac{6}{10}$ 30
3. $\frac{y}{14} = \frac{0.45}{4.2}$ 1.5
4. $\frac{2}{x} = \frac{2.5}{35}$ 28

» أحل كلًّا من المعادلات الآتية:

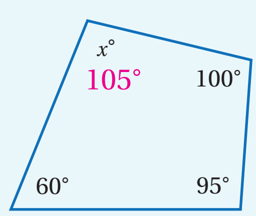
5. $2x + 6 = -4$ $x = -5$
6. $-14 = 3x - 2$ $x = -4$
7. $4x - 3 = 2x + 7$ $x = 5$
8. $4x - 2 - x = 5x + 10$ $x = -6$

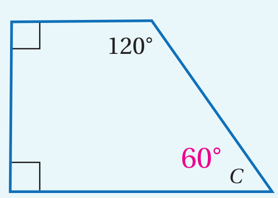
» أجد قياس الزاوية المجهولة في كل مثلث مما يأتي:

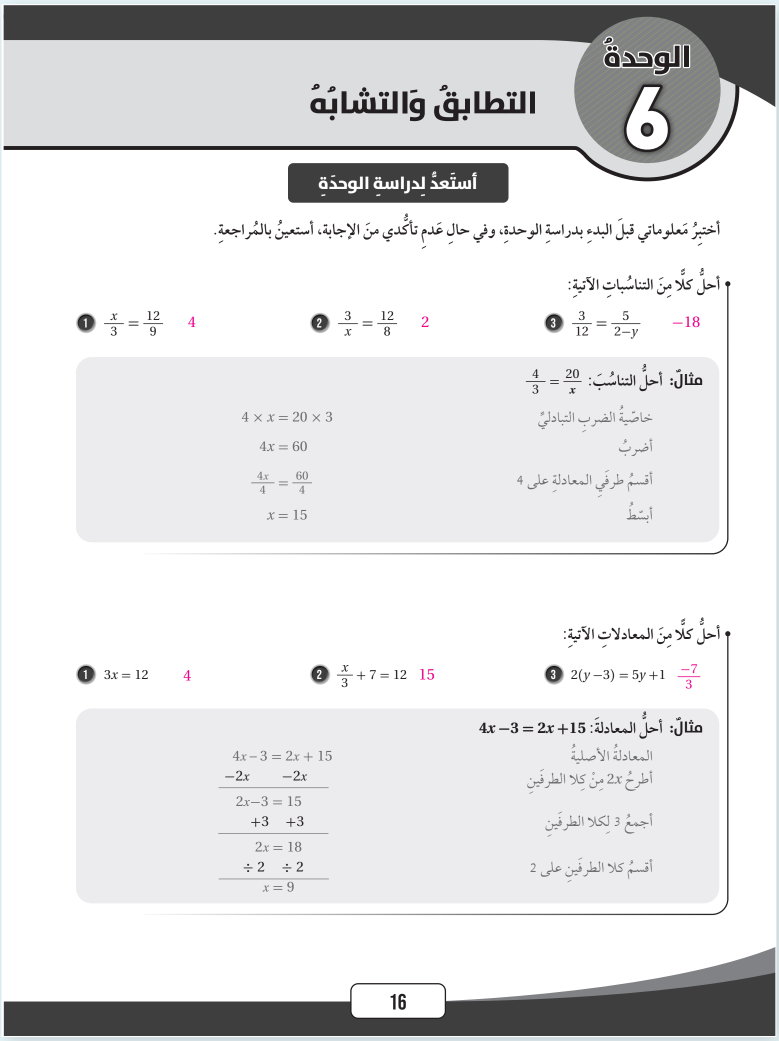
9. 

10. 

» أجد قياس الزوايا المجهولة في كل شكل رباعي مما يأتي:

11. 

12. 



الوحدةُ 6

التطابقُ وَالتشابُهُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبِرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابة، أستعينُ بالمُراجعةِ.

أحلُّ كلًّا مِنَ التناسُباتِ الآتيةِ:

1. $\frac{x}{3} = \frac{12}{9}$ 4
2. $\frac{3}{x} = \frac{12}{8}$ 2
3. $\frac{3}{12} = \frac{5}{2-y}$ −18

مثالٌ: أحلُّ التناسُبَ: $\frac{4}{3} = \frac{20}{x}$

خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ	$4 \times x = 20 \times 3$
أضربُ	$4x = 60$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 4	$\frac{4x}{4} = \frac{60}{4}$
أبسّطُ	$x = 15$

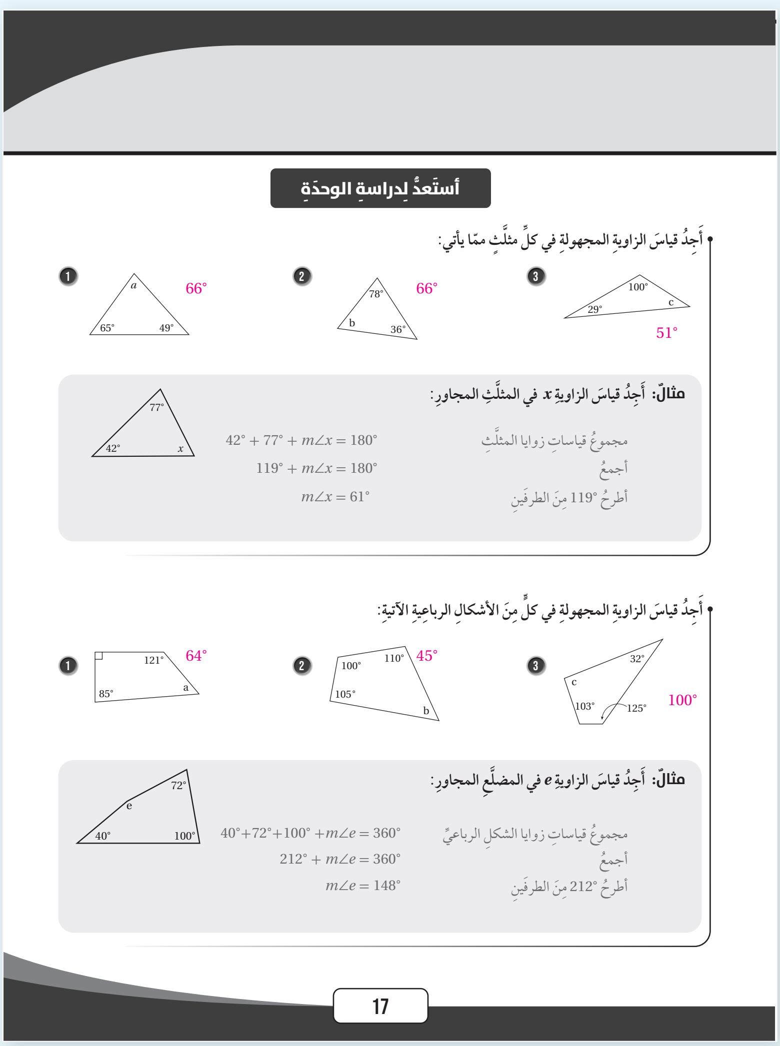
أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1. $3x = 12$ 4
2. $\frac{x}{3} + 7 = 12$ 15
3. $2(y-3) = 5y + 1$ $\frac{-7}{3}$

مثالٌ: أحلُّ المعادلةَ: $4x - 3 = 2x + 15$

المعادلةُ الأصليةُ	$4x - 3 = 2x + 15$
أطرحُ $2x$ مِنْ كِلا الطرفَينِ	$-2x \quad -2x$
	$2x - 3 = 15$
أجمعُ 3 لِكلا الطرفَينِ	$+3 \quad +3$
	$2x = 18$
أقسمُ كلا الطرفَينِ على 2	$\div 2 \quad \div 2$
	$x = 9$

16



أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أَجِدُ قياسَ الزاويةِ المجهولةِ في كلِّ مثلَّثٍ ممّا يأتي:

1. 66°
2. 66°
3. 51°

مثالٌ: أَجِدُ قياسَ الزاويةِ x في المثلَّثِ المجاورِ:

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلَّثِ	$42° + 77° + m\angle x = 180°$
أجمعُ	$119° + m\angle x = 180°$
أطرحُ °119 مِنَ الطرفَينِ	$m\angle x = 61°$

أَجِدُ قياسَ الزاويةِ المجهولةِ في كلٍّ مِنَ الأشكالِ الرباعِيةِ الآتيةِ:

1. 64°
2. 45°
3. 100°

مثالٌ: أَجِدُ قياسَ الزاويةِ e في المضلَّعِ المجاورِ:

مجموعُ قياساتِ زوايا الشكلِ الرباعيِّ	$40° + 72° + 100° + m\angle e = 360°$
أجمعُ	$212° + m\angle e = 360°$
أطرحُ °212 مِنَ الطرفَينِ	$m\angle e = 148°$

17

نشاط الاستعداد للوحدة

نصف ساعة

ملاحظاتي

هدف النشاط:

تذكير الطلبة بخصائص بعض الأشكال الهندسية.

إجراءات النشاط:

- أُوزّع الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأزوّد كل مجموعة **بورقة المصادر 6: جدول الأشكال الهندسية**
- أطلب إلى كل مجموعة رسم أشكال لملء أكبر عدد من الخلايا في الجدول.
- أطلب إلى الطلبة كتابة قياسات جميع زوايا الأشكال التي يرسمونها في الجدول.
- أطلب إليهم كتابة اسم كل مثلث أو شكل رباعي في الجدول بجانبه.
- أناقشهم في سبب وجود بعض الخلايا التي لا تحتوي أشكالًا.
- أُشجّع الطلبة على مشاركة إجاباتهم مع المجموعات الأخرى.

	مثلث	شكل رباعي
زاويتان فقط قياس كل منهما $40°$		
محور تماثل واحد فقط		
أكثر من محور تماثل		
زاوية قائمة واحدة فقط		
زاويتان قائمتان فقط		

إرشاد: بعد انتهاء المجموعات من رسم الأشكال، يمكنني رسم نسخة مكبرة من الجدول الـذي في ورقة المصادر 6 على اللوح، ثم اختيار طلبة من مجموعات مختلفة تباعًا؛ ليرسموا أشكالًا في الجدول حتى يكتمل.

الدرس 1

نتاجات الدرس:

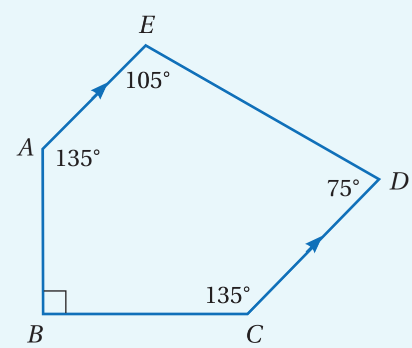
- تمييز الأشكال المتطابقة.
- تحديد الأضلاع والزوايا المتناظرة المتطابقة.
- إيجاد طول ضلع في شكل عن طريق تطابقه مع شكل آخر.
- إيجاد قياس زاوية في شكل عن طريق تطابقه مع شكل آخر.

التعلم القبلي:

- تعرّف أنواع المضلعات.
- قراءة المضلع باستعمال الحروف التي تمثل رؤوسه.
- تحديد الأضلاع والزوايا في المضلع.
- استعمال إشارات تطابق الأضلاع وتطابق الزوايا.
- تعرّف خصائص المضلعات المختلفة والعلاقات بينها.

1 التهيئة

- أعرض الشكل الآتي على الطلبة:



- أطلب إليهم:
  - » قراءة اسم الشكل باستعمال الحروف على الرؤوس. إجابة ممكنة: $ABCDE$
  - » كتابة أضلاع الشكل وزواياه.
    الأضلاع $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{EA}, \overline{DE}, \overline{CD}$
    الزوايا $\angle A, \angle B, \angle C, \angle D, \angle E$
  - » كتابة اسم الزاوية التي قياسها 75° $\angle D$
  - » كتابة اسم الزاوية القائمة. $\angle B$
  - » تحديد ضلعين متطابقين. $\overline{AB}, \overline{BC}$

الدرسُ 1 التطابقُ

فكرة الدرس

أميزُ المضلَّعاتِ المتطابقةَ، وَأحلُّ مسائلَ تعتمدُ على مفهومِ التطابقِ.

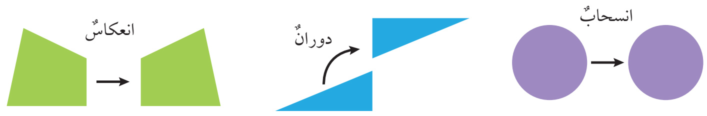
المصطلحات

الأضلاعُ المتناظرةُ، الزوايا المتناظرةُ، مضلَّعاتٌ متطابقةٌ.

أستكشفُ

التنغرامُ لعبةٌ صينيةٌ عُمُرُها 1000 سنةٍ، تحتوي مجموعةً مِنَ الأشكالِ بِمقاساتٍ ثابتةٍ تُجَمَّعُ معًا لِتشكيلِ شكلٍ معيّنٍ. أيُّ الأشكالِ الهندسيةِ في اللعبةِ لَها الشكلُ وَالقياسُ نفسُهُما؟

درسْتُ سابقًا أنَّ الشكلَ الأصليَّ وَصورتَهُ تحتَ تأثيرِ التحويلاتِ الهندسيةِ (الدّورانِ، والانعكاسِ، والانسحابِ) لهما الشكلُ وَالمقاسُ نفسُهُما، إذنْ، فَهُما متطابقانِ، وَمِنْ ثَمَّ، يمكنُنا التحققُ مِنْ تطابقِ شكلَينِ بإجراءِ انسحابٍ، أَوْ دَورانٍ، أَوِ انعكاسٍ لِأحدِهِما وَالتأكدِ مِن انطباقِهِ على الشكلِ الآخَرِ تمامًا.

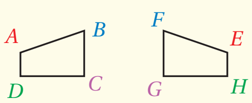


المضلعاتُ المتطابقةُ (congruent polygons) مضلعاتٌ أجزاؤُها المتقابلةُ متطابقةٌ، فَالأضلاعُ المتقابلةُ تُسمّى **الأضلاعَ المتناظرةَ** (corresponding sides)، وَالزوايا المتقابلةُ تُسمّى **الزوايا المتناظرةَ** (corresponding angles).

ويُستعمَلُ الرمزُ (≅) للدلالةِ على أنَّ الشكلَينِ متطابقانِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — المضلعاتُ المتطابقةُ

- **بالكلماتِ** يكونُ المضلعانِ متطابقَينِ إذا كانَتِ الأضلاعُ المتناظرةُ متطابقةً وَالزوايا المتناظرةُ متطابقةً.
- **بالرّموزِ** إذا كانَ $ABCD \cong EFGH$ فإنَّ:

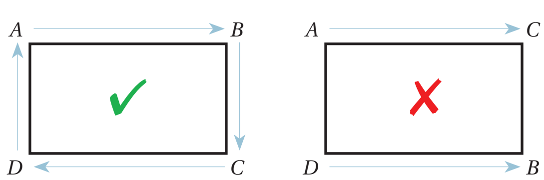


الزوايا المتطابقةُ: $\angle A \cong \angle E,\ \angle B \cong \angle F,\ \angle C \cong \angle G,\ \angle D \cong \angle H$

وَالأضلاعُ المتطابقةُ: $\overline{AB} \cong \overline{EF},\ \overline{BC} \cong \overline{FG},\ \overline{CD} \cong \overline{GH},\ \overline{DA} \cong \overline{HE}$

تنبيه:

أُوجّه الطلبة لطريقة قراءة اسم المضلع بشكل صحيح من خلال عرض الشكلين الآتيين:

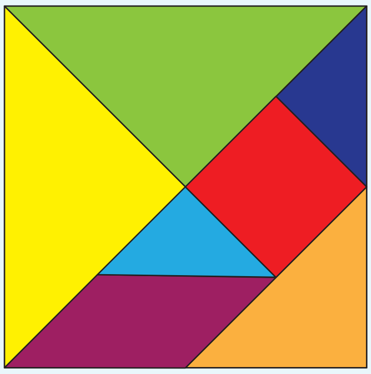


المستطيل ACDB — المستطيل ABCD

إرشاد: أُوجّه الطلبة إلى أنه يمكن كتابة الزاوية بحرف واحد (حرف الرأس) أو بثلاثة حروف بحيث يكون حرف الرأس في الوسط مثل: $\angle D$، أو $\angle CDE$

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (أستكشف).
- أبدأ بمناقشة أسماء الأشكال التي تتكون منها لعبة التنغرام مع الطلبة. أُشجّع الطلبة على وصف الأشكال وصفًا كاملًا (مثلًا، مثلث قائم الزاوية، مثلث متساوي الساقين، ...).
- أسأل الطلبة: أي الأشكال لها المقاس نفسه؟
- أُوزّع الطلبة مجموعات، وأزوّدهم **بوقة المصادر 7: لعبة التنغرام**



- أطلب إلى الطلبة قص الأشكال السبعة واستعمال قطعة المربع وأربعة مثلثات لعمل متوازي أضلاع.
- أطلب إليهم استعمال الأشكال السبعة جميعها لعمل مربعين بالمقاس نفسه تمامًا.
- أسأل الطلبة: ماذا يسمى المربعان اللذان لهما المقاس نفسه؟ مربعان متطابقان (قد لا يتمكن الطلبة من الإجابة عن هذا السؤال؛ لذلك أتقبل الإجابات جميعها من دون تقديم التغذية الراجعة).

توسعة: أطلب إلى الطلبة استعمال أشكال لعبة التنغرام التي جهزوها في فقرة (**أستكشف**) لعمل شبه منحرف بزاويتين قائمتين ثم عمل شكل سداسي.

3 التدريس

مِثال 1

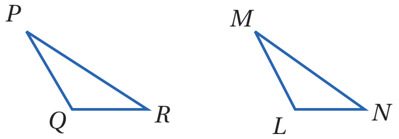
- أُوضّح للطلبة تعريف المضلعين المتطابقين، وألفت انتباههم إلى طريقة التعبير عن تطابق شكلين باستعمال الرموز في صندوق المفهوم الأساسي.
- أناقش مع الطلبة حل مثال 1 على اللوح، وأستخدم الأقلام الملونة والأدوات الهندسية لرسم كل زوج من الأضلاع المتطابقة باللون نفسه، وأرسم إشارات تطابق الأضلاع والزوايا.
- أختار أحد الطلبة ليكتب على اللوح أزواج الأضلاع المتطابقة، وأختار آخر ليكتب أزواج الزوايا المتطابقة.
- أطلب إلى الطلبة التحقق من صحة التطابق، وذلك بمقارنة قياسات بعض الأضلاع والزوايا المتناظرة باستعمال مسطرة ومنقلة.

ملاحظاتي

....

تنبيه: قد يخطئ بعض الطلبة باستعمال رمز المساواة للدلالة على التطابق؛ لذا أُؤكّد أهمية استعمال الرمز (≅) للتعبير عن التطابق وأُوضّح لهم الفرق بينهما.

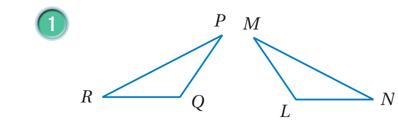
إرشاد: قد يخطئ بعض الطلبة في تحديد العناصر المتناظرة والمتطابقة نتيجة اختلاف اتجاهي الشكلين الهندسيين؛ لذا يمكن إعادة رسم الشكلين بالاتجاه نفسه كما في الشكل الآتي:



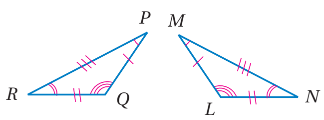
ثم تحديد العناصر المتناظرة.

مثال 1

أكتبُ جُملَ التطابقِ لكلٍّ مِنْ أزواجِ المضلعاتِ المتطابقةِ الآتيةِ:



الخُطْـوَةُ 1 أستخدمُ عددًا متساويًا مِنَ الأقواسِ لِلدلالةِ على الزوايا المتناظرةِ المتطابقـةِ، وَعددًا متسـاويًا مِنَ الخطوطِ الصغيرةِ لِلدلالةِ على الأضلاعِ المتناظرةِ المتطابقة.



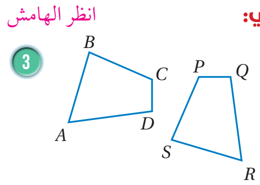
الخُطْـوَةُ 2 أكتبُ جُملَ التطابقِ:

الزوايا المتناظرةُ: $\angle M \cong \angle P$, $\angle L \cong \angle Q$, $\angle N \cong \angle R$

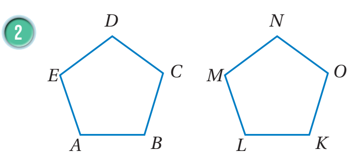
الأضلاعُ المتناظرةُ: $\overline{ML} \cong \overline{PQ}$, $\overline{LN} \cong \overline{QR}$, $\overline{MN} \cong \overline{PR}$

أتحقق من فهمي:

انظر الهامش



انظر الهامش



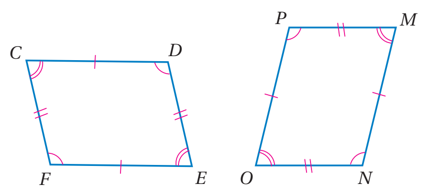
يُمكنُني استخدامُ خواصِّ تطابقِ المضلعاتِ لإيجادِ قياساتِ زوايا وَأضلاعٍ مجهولةٍ.

مثال 2

في الشـكلِ المجـاورِ إذا كانَ $FCDE \cong NOPM$، وَكانَ $m\angle P = 104°$ ، $CD = 7$ cm، فَأَجِدُ:

1 قياسَ $\angle D$.

بما أنَّ $\angle D$ وَ $\angle P$ متناظرتانِ فـي مضلعَينِ متطابقَينِ، إذنْ، فَهُما متطابقتانِ. وَمنهُ $m\angle D = 104°$



إجابات (أتحقق من فهمي 1):

2) الزوايا المتناظرة:

$\angle A \cong \angle L$, $\angle B \cong \angle K$, $\angle C \cong \angle O$, $\angle D \cong \angle N$, $\angle E \cong \angle M$

الأضلاع المتناظرةُ:

$\overline{AB} \cong \overline{LK}$, $\overline{BC} \cong \overline{KO}$, $\overline{CD} \cong \overline{ON}$, $\overline{DE} \cong \overline{NM}$, $\overline{EA} \cong \overline{ML}$

3) الزوايا المتناظرة: $\angle A \cong \angle R$, $\angle B \cong \angle S$, $\angle C \cong \angle P$, $\angle D \cong \angle Q$

الأضلاع المتناظرةُ:

$\overline{AB} \cong \overline{RS}$, $\overline{BC} \cong \overline{SP}$, $\overline{CD} \cong \overline{PQ}$, $\overline{DA} \cong \overline{QR}$

تنويع التعليم

قد يواجه الطلبة ذوو المستوى دون المتوسط صعوبة في تحديد الأضلاع والزوايا المتناظرة في الشكلين المتطابقين؛ لذا يمكنني كتابة اسمَي المضلعين المتطابقين فوق بعضهما مع تأكيد ضرورة كتابة رؤوس الشكلين بالترتيب نفسه كالآتي:

A B C

L K O

الزاوية K مطابقة للزاوية B

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية وأناقشها على اللوح. لا أذكر اسم صاحب الحل أمام الصف تجنبًا لإحراجه.

مثالٌ 2

- أُوضِّح للطلبة إمكانية الاستفادة من خواص تطابق الأشكال في إيجاد قياسات زوايا وأضلاع مجهولة، وذلك بتحديد الأضلاع والزوايا المتناظرة في الشكلين أولًا، ثم إيجاد القياسات المطلوبة.
- أناقش مع الطلبة حل مثال 2 بتحديد الزاوية المناظرة لـ $\angle D$ في الشكل $NOPM$ وكذلك تحديد الضلع المناظر للضلع $\overline{OP}$ في الشكل $FCDE$

إرشاد:

أذكر الطلبة بأن الشكل في مثال 2 متوازي أضلاع، وأن أضلاعه المتقابلة متطابقة، وزواياه المتقابلة أيضًا متطابقة.

② طول $\overline{OP}$.

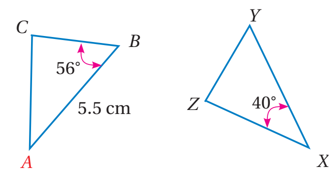
بما أنَّ $\overline{OP}$ وَ $\overline{CD}$ متناظرانِ في مضلعَينِ متطابقَينِ، إذنْ، فَهُما متطابقانِ.

وَمنهُ $OP = 7\text{ cm}$

أتذكر
الرمزُ OP يعني طولَ القطعةِ المستقيمةِ $\overline{OP}$

أتحققُ من فهمي:

في الشكلِ المجاورِ $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$، أجِدُ:



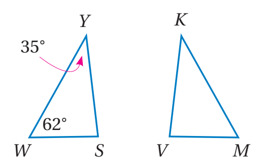
③ قياسَ $\angle A$ $m\angle A = 40°$

④ طولَ $\overline{XY}$ $XY = 5.5\text{ cm}$

يمكنُ استعمالُ مجموعِ قياساتِ زوايا المضلعِ في إيجادِ زوايا مجهولةٍ.

مثال 3

① في الشكلِ المجاورِ $\triangle WYS \cong \triangle MKV$، أجِدُ $m\angle V$.



الخطوة 1 أجِدُ قياسَ الزاويةِ $m\angle S$

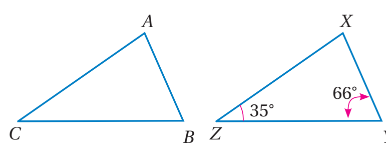
مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ	$m\angle Y + m\angle W + m\angle S = 180°$
أعوِّضُ $m\angle Y = 35°$ وَ $m\angle W = 62°$	$35° + 62° + m\angle S = 180°$
أجمعُ	$97° + m\angle S = 180°$
أطرحُ $97°$ مِنَ الطرفَينِ	$m\angle S = 83°$

الخطوة 2 أستخدمُ خواصَّ المثلثاتِ المتطابقةِ.

بما أنَّ $\angle V$ وَ $\angle S$ متناظرتانِ في مضلعَينِ متطابقَينِ، إذنْ، فَهُما متطابقتانِ، وَمِنْهُ $m\angle V = 83°$

أتحققُ من فهمي:

② في الشكلِ المجاورِ $\triangle ZXY \cong \triangle CAB$، أجِدُ $m\angle A$.



$m\angle A = 79°$

52

إرشاد: أُوجِّه الطلبة للتحقق من صحــة حلهم بتعويض قيمة x في قياس الزاوية.

تنبيه: قد يحتاج بعض الطلبة إلى التذكير بإجراءات حل المعادلات الخطيــة، حينذاك أُقــدّم للطلبة مزيدًا من الأمثلــة للتحقق من تمكنهم من المهارة المطلوبة.

مثالٌ 3

- أُوضّح للطلبة أننا في هذا المثال سنوظف خواص الأشكال الهندسية وخواص التطابق لإيجاد قياسات الزوايا المجهولة والتي منها:
  » مجموع زوايا المثلث تساوي $180°$
  » مجموع زوايا الشكل الرباعي تساوي $360°$
  » كل زاويتيـــن متقابلتين في متـــوازي الأضلاع متساويتان.
- أناقـش مـع الطلبـة حـل مثـال 3 علـى اللـوح وفـق الإجـراءات الآتيـة:
  » أطلب إلى الطلبة تحديد الزاوية المناظرة لـ $\angle V$ في $\triangle WYS$ الزاوية المناظرة لـ $\angle V$ هي $\angle S$
- أسأل الطلبة:
- هل نستطيع إيجاد $m\angle S$؟ نعم
- ما الحقيقة الرياضية التي نستخدمها؟ مجموع قياسات زوايا المثلث $180°$
- أناقش الطلبة في خطوات إيجاد $m\angle S$ وأطلب إليهم تبرير كل خطوة.

مثالٌ 4

- أطلب إلى الطلبة كتابة الزوايا والأضلاع المتناظرة في الشكلين باستعمال رموز التطابق للزوايا والأضلاع.
- أطلـب إليهـم تكويـن معادلـة أحـد طرفيهـا قيـاس الزاويـة التي تحـوي المتغيـر x وطرفهـا الآخـر قيـاس الزاويـة المناظـرة لهـا.
- أطلب إليهم حل المعادلة لإيجاد قيمة x.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (أتدرب وأحلّ المسائل)، وأطلب إليهم حل المسائل فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة؛ فأختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حلّ المسألة لعرض الحلّ على اللوح.

إرشاد: في الأسئلة 7 ,6 ,5 أذكر للطلبة أن المثلثات السبعة عشر هي المثلثات المميزة بحروف، وأن الشكل يحوي مثلثات أخرى، لكنها ليست ضمن الاهتمام.

إرشادات: في الأسئلة 13–8:

- أُوجّه الطلبة لتحديد الأضلاع المتناظرة، وذلك بتمييزها باللون نفسه وتمييز الزوايا المتناظرة أيضًا بلون واحد.
- أؤكّد للطلبة أنه يمكن الاستعاضة عن جملة (قياس $\angle M$) بالعبارة ($m\angle M$).

الواجب المنزلي:

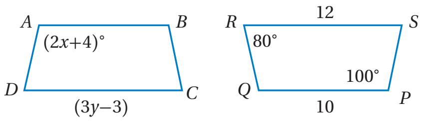
- أطلب إلى الطلبة حل مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًا. لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما تم تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

يمكنُ استعمالُ المعادلاتِ في إيجادِ قياساتِ زوايا وَأضلاعٍ مجهولةٍ في المضلعاتِ المتطابقةِ.

مثال 4

في الشكلِ المجاورِ $ABCD \cong PQRS$،

أجِدُ:



1) قيمةَ المتغيرِ x .

بما أنَّ $\angle A, \angle P$ متناظرتانِ في شكلَينِ متطابقَينِ، إذنْ، $(2x+4)°$ تساوي $100°$

أكتبُ المعادلةَ	$2x + 4 = 100$
أطرحُ 4 مِنَ الطرفَينِ	$-4 \quad -4$
	$2x = 96$
أقسمُ على 2	$\div 2 \quad \div 2$
أجِدُ الناتجَ	$x = 48$

إذنْ، قيمةُ x تساوي 48

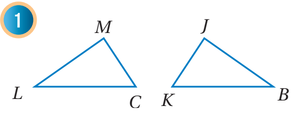
أتحققُ من فهمي:

2) قيمةَ المتغيرِ y $\quad y = 5$

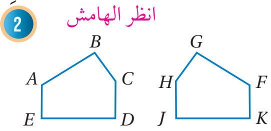
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أكتبُ جُمَلَ التطابقِ لِكلٍّ مِنْ أزواجِ المضلعاتِ المتطابقةِ الآتيةِ: انظر الهامش

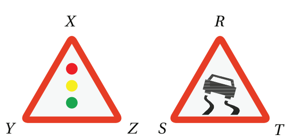
1) انظر الهامش



2) انظر الهامش



إشاراتُ مرورٍ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ إشارتَيْ مرورٍ متطابقتَينِ، إذا كانَ $m\angle Y = 60°$ وَ $ZX = 55\text{ cm}$ ، فأجِدُ:



3) قياسَ $\angle S$ $\quad 60°$

4) طولَ $\overline{TR}$ $\quad 55\text{ cm}$

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

1) الزوايا المتناظرة:

$\angle C \cong \angle K , \angle L \cong \angle B \ , \ \angle M \cong \angle J$

الأضلاع المتناظرةُ:

$\overline{CL} \cong \overline{KB} \ , \ \overline{LM} \cong \overline{BJ} \ , \overline{MC} \cong \overline{JK}$

2) الزوايا المتناظرة:

$\angle B \cong \angle G \ , \angle A \cong \angle F , \angle E \cong \angle K , \angle D \cong \angle J \ , \angle C \cong \angle H$

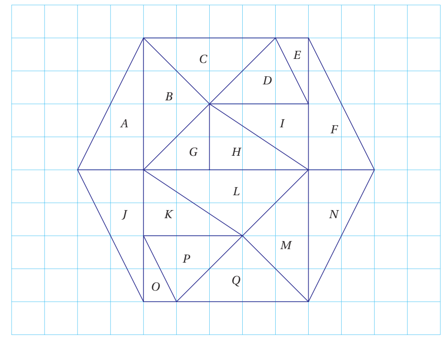
الأضلاع المتناظرةُ:

$\overline{ED} \cong \overline{KJ} , \overline{DC} \cong \overline{JH} \ , \overline{CB} \cong \overline{HG}$

أتذكر

المضلَّعُ المنتظمُ هُوَ مضلعٌ لِجميعِ أضلاعِهِ الطولُ نفسُهُ، ولِزواياهُ الداخليةِ القياسُ نفسُهُ.

يبيّنُ الشكلُ الآتي مضلعًا سداسيًّا منتظمًا مقسَّمًا إلى 17 مثلثًا:



5 أحدِّدُ المثلثاتِ جميعَها المتطابقةَ معَ المثلثِ C . المثلث B، المثلث M، المثلث Q

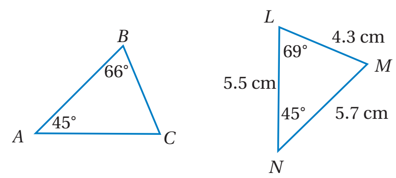
6 أيُّ المثلثاتِ يتطابقُ معَ المثلثِ D؟ المثلث P

7 أيُّ المثلثاتِ يطابقُ المثلثَ H؟ المثلث K، المثلث I

أتذكر

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ يساوي $180°$

في الشكلِ الآتي $\Delta ABC \cong \Delta NML$ ؛ أجِدُ:

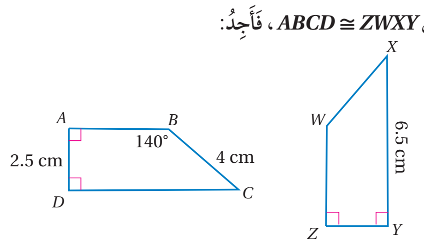


8 قياسَ $\angle M$ $66°$

9 طولَ $\overline{BC}$ 4.3 cm

10 طولَ $\overline{AB}$ 5.7 cm

في الشكلِ الآتي إذا كان $ABCD \cong ZWXY$ ، فَأجِدُ:



11 طولَ $\overline{WX}$ 4 cm

12 قياسَ $\angle W$ $140°$

13 قياسَ $\angle X$ $40°$

إرشادات:

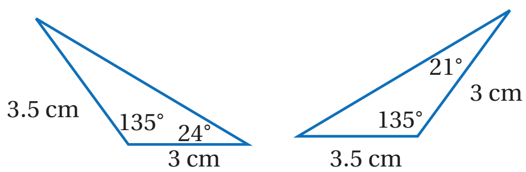
- في سـؤال 15 أُؤكّد ضرورة ذكر اسـم الزاويـة بحروفها الثلاثة لوجـود أكثر مـن زاوية رأسـها M، وأذكرهم بأن قيـاس الزاوية المستقيمة يساوي $180°$
- في سـؤال 17 أذكـر الطلبـة بطريقة رسـم مثلث بمعرفـة قياس زاويتيـن وطـول الضلع بيـن الزاويتين.

مهاراتُ التفكير العُليا

- أُوجّـه الطلبـة إلـى حـل الأسـئلة فـي بنـد (**مهـارات التفكيـر العليـا**)، فـي مجموعـات ثنائية، وكتابـة مُبرِّر للإجابـة، وأمنحهم وقتًـا كافيًا لنقد مُبـرِّرات بعضهـم. أشـرِك الطلبـة كافـةً فـي حـل هـذه المسـائل؛ لتنمية مهـارات التفكيـر العليـا لديهم. أتذكر أنه ليس شـرطًا أن يتمكّـن الطلبـة كافـةً مـن حـل المسـائل جميعها، وإنّمـا يتعيَّـن عليهـم أن يحاولـوا حلها.

! أخطاء مفاهيمية:

عند تحديد أن شكلين متطابقان أم لا، قد ينظر الطلبة إلى أضلاع أو زوايا قياسـاتها متسـاوية في الشكلين لكنها ليسـت متناظرة كما في الشـكل الآتي، إذ إن قيـاس الزاوية المقابلة للضلع الـذي طوله 3.5 cm في المثلث الأيسـر $24°$، بينما قياس الزاوية المقابلة للضلـع الـذي طولـه 3.5 cm في المثلـث الآخر هـي $21°$؛ لذا لا يمكن الحكم علـى المثلثين بأنهما متطابقان.

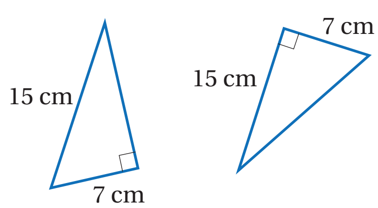


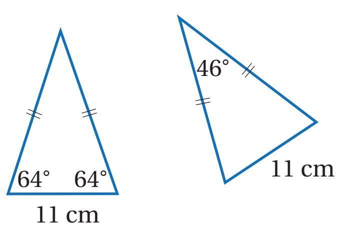
ألفـت نظـر الطلبة إلى أنـه عند تطابـق ضلعين في شكلين فإنه يجب التحقق من تساوي الزوايا المقابلة للضلعين في هذين الشكلين.

إذا لزم الأمـر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سـؤال مثل:

أُحدّد الـزوج الذي يمثل مثلثيـن متطابقين مع تبرير الإجابة.

الزوج الثاني؛ لأن العناصـر المتناظرة متطابقة، بينما العناصر المتطابقة في الزوج الأول ليست متناظرة.





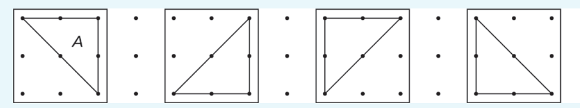
5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

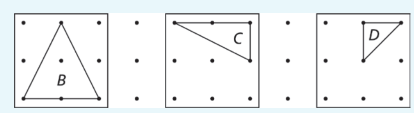
المثلثات الصديقة

يحتاج الطلبة إلى أوراق منقطة.

- أُقدّم للطلبة مفهوم المثلثات الصديقة بالمثال الآتي:
- أرسم 3 مثلثات على الورقة المنقطة تطابق المثلث A كما يأتي:



- أبيّن للطلبة أن مجموعة المثلثات المتطابقة التي رُسمت على الأوراق المنقطة تسمى المثلثات الصديقة.
- أسأل الطلبة: كم مثلثًا صديقًا يمكن رسمه على الورقة المنقطة لكل من المثلثات B, C, D المبينة أدناه؟



إرشاد: لتسهيل عمل الطلبة أجهّز مسبقًا أوراقًا منقطة 3×3 وأطلب إليهم استعمالها.

نشاط التكنولوجيا

أطلب إلى الطلبة رسم أزواج من المضلعات المتطابقة باستعمال برمجية جيوجبرا. أرشد الطلبة إلى كيفية إظهار قياسات زوايا الأشكال المرسومة وأطوال أضلاعها باستعمال شريط الأدوات في برمجية جيوجبرا.

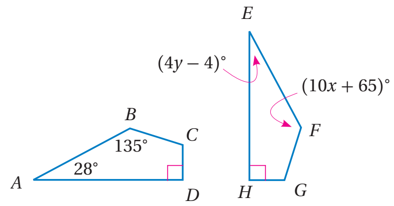
أستعمل الرابط الآتي للوصول إلى جيوجبرا على شبكة الإنترنت:

https://www.geogebra.org/classic?lang=ar

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن معلومات عن قياسات قصر الحرانة، وتحديد بعض المضلعات المتطابقة التي تظهر في صور القصر.

14 في الشكلِ الآتي إذا كانَ $ABCD \cong EFGH$ ، فأَجِدْ قيمةَ كلٍّ مِنَ المتغيِّرَينِ x وَ y:

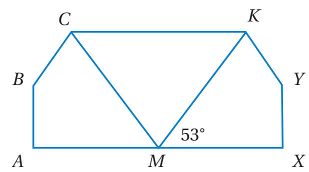


$x = 7 , y = 8$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

15 **تبريرٌ:** في الشكلِ الآتي إذا كانَ $ABCM \cong XYKM$ ، فأَجِدْ $m\angle KMC$ مبررًا إجابتي.

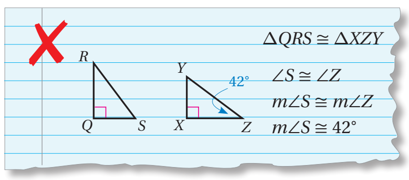
انظر الهامش



أتذكر

مجموعُ قياسات الزوايا المتجاورة على مستقيم يساوي 180°

16 **أكتشفُ الخطأَ:** أحدِّدُ الخطأَ في الحلِّ الآتي، وَأصحِّحُهُ:



16) العبارة الخطأ $\angle S \cong \angle Z$

والتصحيح $\angle S \cong \angle Y$

$m\angle Y = 180° - (90° + 42°) = 48°$

إذن : $m\angle S = 48°$

17) المثلثان متطابقتان، ويمكن التحقق من ذلك برسم كل منهما على ورقة ثم قصهما ومطابقتهما.

17 **تحدٍّ:** في ما يلي وصفٌ للمثلثَينِ ΔABC وَ ΔZXW قائمَيِ الزاوية:

ΔABC	ΔZXW
طولُ الوتَرِ 10 cm، وَطولُ أحدِ أضلاعِهِ 6 cm	طولُ الوتَرِ 10 cm وَقياسا زاويتَينِ فيهِ 25° وَ 65°

أحدِّدُ ما إذا كانَ المثلثانِ ΔABC وَ ΔZXW متطابقَينِ، مبررًا إجابتي.

إرشاد

عنـدَ البحـثِ في تطابـقِ مثلثَـينِ يُمكنُنـا رسـمُهُما أولًا.

18 **أكتبُ** كيفَ أحدِّدُ ما إذا كانَ مضلعانِ متطابقَينِ أَمْ لا؟

18) أقارن الأضلاع المتناظرة والزوايا المتناظرة فإذا تساوت أطوال الأضلاع المتناظرة وتساوت قياسات الزوايا المتناظرة يكون المضلعان متطابقين.

55

6 الختام

بطاقة خروج: أزوّد كل مجموعة ثنائية من الطلبة **بورقة المصادر 8: أزواج الأضلاع المتطابقة**، وأطلب إليهم تحديد 6 أزواج من الأشكال المتطابقة وتلوين كل زوج متطابق باللون نفسه، ثم رسم إشارات التطابق على الأضلاع والزوايا المتناظرة. أجمع الأوراق قبل مغادرة الغرفة الصفية، وأقدم التغذية الراجعة في الحصة القادمة.

إجابة (أتدرب وأحل المسائل):

15) $m\angle KMC = 74°$ ، التبرير : $m\angle XMK = m\angle AMC = 53°$

قياس الزاوية المستقيمة $m\angle XMK + m\angle KMC + m\angle AMC = 180°$

أعوض $53° + m\angle KMC + 53° = 180°$

أجمع $106° + m\angle KMC = 180°$

أحل المعادلة $m\angle KMC = 180° - 106° = 74°$

الدرسُ 2 مقياسُ الرسمِ

فكرةُ الدرسِ
أحلُّ مسائلَ مستعملًا مقياسَ الرسمِ.

المصطلحاتُ
مقياسُ الرسمِ، مقياسُ النموذجِ، عاملُ المقياسِ.

أستكشفُ
إذا كانَ طولُ ملعبِ مدرسةِ فراسٍ 12 m، وَعَرضُهُ 9 m، وَأرادَ رسمَ الملعبِ بحيثُ يقابلُ كلُّ 1 cm على الرسمِ 3 m في الحقيقةِ، فَما أبعادُ الملعبِ على الرَّسمِ؟

يُستعمَلُ **مقياسُ الرسمِ** (scale drawing) لِرسمِ أشكالٍ ثنائيةِ الأبعادِ بِشكلٍ مشابهٍ لِلشكلِ الأصليِّ بِمقاسٍ أكبرَ أَوْ أصغرَ.

يمثِّلُ مقياسُ الرسمِ أَوْ مقياسُ النموذجِ نسبةً تقارنُ بينَ قياساتِ الرسمِ أَوِ النموذجِ وَقياساتِ الأشياءِ الحقيقيةِ، فَقياساتُ الرسمِ أَوِ النموذجِ تتناسبُ مَعَ القياساتِ الحقيقيةِ.

مثال 1

يُستعمَلُ ما يقاربُ 700000 زهرةٍ لِتشكيلِ سجادةٍ مستطيلةِ الشكلِ في بلجيكا مرةً كلَّ عامَيْنِ، وَقبلَ صُنعِ السجادةِ يُعِدُّ المصمِّمونَ مقياسَ رسمٍ لِلسجادةِ. إذا كانَ عَرضُ السجادةِ الحقيقيُّ 40 m وَعرضُها على الرسمِ 20 cm، فَأَجِدُ مقياسَ الرسمِ.

لِإيجادِ مقياسِ الرسمِ أَجِدُ النسبةَ بينَ الطولِ على الرسمِ وَالطولِ الحقيقيِّ، ثُمَّ أُبسِّطُ النسبةَ بحيثُ يصبحُ البسطُ يساوي 1:

في الرسمِ ← في الحقيقةِ

$$\frac{20\text{ cm}}{40\text{ m}}$$

أقسمُ على 20

$$\frac{\cancel{20}^{\,1}\text{ cm}}{\cancel{40}_{\,2}\text{ m}}$$

أبسِّطُ

$$\frac{1\text{ cm}}{2\text{ m}}$$

إذنْ، مقياسُ الرسمِ هُوَ 1 cm : 2 m

الدرس 2

نتاجات الدرس:

- معرفة مقياس الرسم.
- حساب المسافة الحقيقية والمسافة على المخطط أو الخريطة باستعمال مقياس الرسم.
- معرفة مقياس النموذج وعامل المقياس، والتمييز بينها.
- حساب أبعاد النموذج أو الأبعاد الحقيقية باستعمال مقياس النموذج.

التعلم القبلي:

- تعرّف الوحدات المختلفة للطول والسعة والكتلة، والتحويل بينها.
- استعمال النسبة والتناسب في حل مسائل.

1 التهيئة

- أعيد **أوراق المصادر 8** التي جمعتها من الطلبة في نهاية الحصة السابقة مكتوبًا عليها التغذية الراجعة.
- أقسم الطلبة مجموعات ثنائية.
- أطلب إلى الطلبة أن يكتب كل منهم تناسبًا يحوي مجهولًا.
- أطلب إلى المجموعات تبادل الأوراق وحل التناسب، ثم إعادته إلى المجموعة التي كتبته.
- أطلب إلى كل مجموعة التحقق من صحة الحل.
- يمكن عرض بعض التمارين على اللوح ومناقشتها.

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، وأسألهم:
  - » ما شكل الملعب؟ مستطيل
  - » إذا كان 1 cm على الرســـم يقابل 3 m في الحقيقة، فكم سنتيمترًا على الرسم تقابل 12 m في الحقيقة؟ 4 cm
  - » كم سنتيمترًا على الرسم تقابل 9 m في الحقيقة؟ 3 cm
- أتقبل الإجابات جميعها.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- أُقدّم للطلبة تعريف مقياس الرسم وعلاقته بالنسبة والتناسب، ثم أبيّن لهم أهميته في الحياة. أذكر بعض الاستعمالات الحياتية لمقياس الرسم، مثل الخرائط وتصميم النماذج، وأطلب إليهم ذكر استعمالات حياتية أخرى.
- أُؤكّد للطلبة حين مناقشة حل مثال 1 أن اختلاف الوحدات في المقياس لا يؤثر في تبسيط الكسر، وأذكرهم بطريقتي كتابة النسبة؛ باستعمال الصورة الكسرية، أو النقطتين الرأسيتين.

إرشاد: أُؤكّد للطلبة أهمية كتابة مقياس الرسم كنسبة بسطها العدد 1 ومقامها عدد صحيح أو كسر عشري، عند إجراء الحسابات الرياضية في ما بعد.

تنبيه: قد يتجاهل بعض الطلبة وحدات القياس عند إجراء الحسابات؛ لذا أُؤكّد ضرورة تضمين وحدات القياس في كل خطوة.

توسعة: أَطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن (مهرجان الزهور) في بلجيكا، ومشاهدة المزيد من الأعمال الفنية المصممة بالزهور.

التقويم التكويني:

- أَطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على اللوح. لا أذكر اسم صاحب الحل أمام الصف؛ تجنبًا لإحراجه.

ملاحظاتي

أتحققُ من فهمي:

إذا كانَ الطولُ الحقيقيُّ لِقطعةِ أرضٍ 15 m، وَطولُها على الرسمِ 30 cm، أَجِدُ مقياسَ الرسمِ. 1cm : 0.5 m

يمكنُ استعمالُ مقياسِ الرسمِ لإيجادِ المسافةِ الفعليةِ بينَ منطقتَينِ باستعمالِ الخريطةِ.

مثال 2

تَظهرُ في الشَّكلِ المُجاورِ خَريطةُ المملكةِ الأردنيةِ الهاشميةِ:

مقياسُ الرسمِ: 1 cm : 100 km

1 أَجِدُ المسافةَ الحقيقيةَ بينَ عمّانَ وَالعقبةِ.

الخُطوَةُ 1 أستعملُ مسطرةَ السنتيمتراتِ لإيجادِ المسافةِ بينَ عمّانَ وَالعقبةِ على الخريطةِ، وَالّتي تبلغُ 3.3 cm تقريبًا.

الخُطوَةُ 2 أفترضُ أنَّ المسافةَ الحقيقيةَ بينَ عمّانَ وَالعقبةِ تساوي x، ثمّ أكتبُ تناسُبًا مستعملًا مقياسَ الرسمِ.

الطولُ   المقياسُ

على الخريطةِ ←   على الخريطةِ

المسافةُ الحقيقيةُ ←   المسافةُ الحقيقيةُ

$$\frac{3.3\text{ cm}}{x} = \frac{1\text{ cm}}{100\text{ km}}$$

خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ $1 \times x = 100 \times 3.3$

أُبسِّطُ $x = 330$

إذنْ، المسافةُ الحقيقيةُ بينَ عمّانَ وَالعقبةِ تساوي 330 km تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

أَجِدُ المسافةَ الحقيقيةَ بينَ عمّانَ وَالرويشدِ. المسافة على الخريطة حوالي 2.4 cm ، على الواقع حوالي 240 km

مِثالٌ 2

- أُوضّح للطلبة أهمية استعمال مقياس الرسم في تصميم الخرائط.
- أذكر الطلبة، حين مناقشتهم مثال 2، بخاصية الضرب التبادلي واستخدامه في حل التناسب، وأؤكد لهم أن بسطي التناسب يحويان القياس على الخريطة بينما المقامان يحويان المسافات الحقيقية، وأدعم ذلك باستعمال الألوان.

تنبيه: أنبّه الطلبة إلى أن القياس بالمسطرة قد يُقرأ بزيادة أو نقصان ملّيمترٍ أو أكثر؛ لذا قد نجد فرقًا بين البعد الحقيقي والبعد الفعلي.

إرشاد: أُوضّح للطلبة وجود طريقة أخرى لإيجاد المسافة الحقيقية، وذلك بضرب المسافة على الخريطة بمقلوب كسر مقياس الرسم.

تنبيه: أُؤكّد للطلبة أنه عند كتابة التناسب فإن للبسطين الوحدة نفسها وللمقامين أيضًا الوحدة نفسها.

توسعة: أطلب إلى الطلبة الرجوع إلى شبكة الانترنت للبحث عن أنواع الخرائط.

مثالٌ 3

- أوضّـح للطلبة مفهـوم مقياس النمـوذج وأُبيّن لهم أن مقياس الرسـم يسـتعمل للأشـكال ذات البعدين، أما مقياس النموذج فيسـتعمل للأشـكال ثلاثيـة الأبعاد.
- أناقش مع الطلبة حل مثال 3 على اللوح، وأُوضّح لهم أن خطوات إيجاد البعد على النموذج بمعرفة مقياس النموذج لا تختلف عن خطوات إيجاد المسافات على الخريطة باستعمال مقياس الرسم.

إرشـاد: أُوضّح للطلبة أنه يمكن أيضًا إيجاد البعد علـى النموذج بضـرب البعـد الحقيقي في مقياس النموذج.

مثالٌ 4

- أوضّـح للطلبة معنـى عامـل المقيـاس، والفـرق بينه وبيـن مقياس الرسـم ومقياس النمـوذج، وأنه مقياس تسـتعمل فيـه وحـدات القيـاس نفسـها؛ لـذا لا حاجة لكتابة وحـدات القيـاس فيه.
- أناقـش مع الطلبـة خطوات حـل مثال 4 علـى اللوح، وأُبيّـن لهـم العلاقـات بين وحـدات الطـول، وطريقة التحويـل من وحـدة لأخرى.

تنبيـه: أنبّه الطلبة إلـى أن وحدات القياس لا تظهـر في عامـل المقيـاس، ولكن عنـد إيجاد أطوال الأشـياء علينا تحديد وحدة القياس، ويمكن الاستدلال عليها من البعد المعلوم في المسألة.

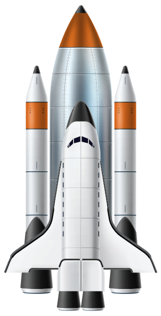
4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أختـار بعـض المسـائل مـن فقـرة (**أتـدرب وأحـل المسـائل**) تكـون أفكارهـا مختلفـة عـن الأمثلـة، وأناقـش حلهـا مـع الطلبـة علـى اللـوح.
- إذا واجـه الطلبـة صعوبـة في حـل أي مسـألة، فأختار أحـد الطلبـة ممّن تمكنـوا من حـل المسـألة؛ لعرض الحـلّ علـى اللوح.

يُستعمَلُ **مقياسُ النموذجِ** (scale model) لِتصميمِ نموذجٍ ثلاثيِّ الأبعادِ مشابِهٍ لِشيءٍ يُرادُ تكبيرُهُ أَوْ تصغيرُهُ.

مثال 3



يبيّنُ الشكلُ المجاورُ نموذجًا لِصاروخِ فضاءٍ استُعمِلَ لِتصميمِهِ مقياسُ النموذجِ **1 cm : 5 m**

فإذا كانَ ارتفاعُ الصاروخِ **20 m** ، فَأَجِدُ ارتفاعَ نموذجِ الصاروخِ.

أفترِضُ أنَّ ارتفاعَ نموذجِ الصاروخِ يساوي x، ثُمَّ أكتُبُ تناسُبًا مستعمِلًا مقياسَ النموذجِ:

المقياس — الطول

على النموذج ← $\dfrac{1\text{ cm}}{5\text{ m}} = \dfrac{x\text{ cm}}{20\text{ m}}$ → على النموذج

في الحقيقة ← → في الحقيقة

$5 \times x = 1 \times 20$ خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ

$x = 4$ أبسّطُ

إذنْ، ارتفاعُ نموذجِ الصاروخِ 4 cm

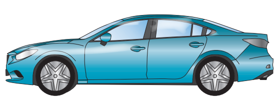
أتحقق من فهمي:

أَجِدُ طولَ جناحِ الصاروخِ إذا كانَ طولُ الجناحِ في النموذجِ **2 cm** 10 m

يمكنُ كتابةُ مقياسِ الرسـمِ أَوْ مقياسِ النموذجِ مِنْ دونِ وحداتٍ إذا كانَ للقياسـاتِ في الحقيقةِ وَفي الرسـمِ الوحداتُ نفسُها، وَعندَئذٍ تُسمّى النسبةُ بينَهُما **عاملَ المقياسِ** (scale factor) .

مقياسٌ معَ وحداتٍ $1\text{ cm} : 2\text{ m}$ → $\dfrac{1\text{ cm}}{2\text{ m}}$ → $\dfrac{1\ \cancel{\text{cm}}}{200\ \cancel{\text{cm}}}$ → $1 : 200$ مقياسٌ مِنْ دونِ وحداتٍ

مثال 4



أَجِدُ عاملَ المقياسِ لِنموذجِ سيارةٍ إذا كانَ مقياسُ النموذجِ **1 cm : 0.5 m**

$\dfrac{1\text{ cm}}{0.5\text{ m}} = \dfrac{1\ \cancel{\text{cm}}}{50\ \cancel{\text{cm}}}$ أُحوِّلُ وِحدةَ m إلى cm

$= \dfrac{1}{50}$ أختصرُ الوِحداتِ المشترَكةَ

إذنْ، عاملُ المقياسِ 1 : 50

58

الوحدةُ 6

أتحققُ من فهمي:

أستعملُ عاملَ المقياسِ في السؤالِ السابقِ لِإيجادِ الطولِ الحقيقيِّ للسيارةِ إذا كانَ طولُها في النموذجِ 5 cm

250 cm = 2.5 m

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

1 صمّمَ هاني نموذجًا لِمبنى، إذا كانَ الارتفاعُ الحقيقيُّ لَهُ 7 m، وَارتفاعُهُ في النموذجِ 14 cm، فَأَجِدُ مقياسَ النموذجِ. 1 cm = 0.5 m

مقياسُ رسمٍ يمثّلُ كلُّ 1 cm فيهِ 8 m في الحقيقةِ، أَجِدُ المسافاتِ في الحقيقةِ الّتي تمثّلُها المسافاتُ الآتيةُ على الرسمِ:

5 4 cm — 32 m

4 25 cm — 200 m

3 4.5 cm — 36 m

2 7 cm — 56 m

6 **خريطةٌ:** أستعملُ الخريطةَ المجاورةَ لأجدَ المسافةَ بينَ مدينتَيْ عمّانَ وَالرياضِ. أستعملُ المسطرةَ لِلقياسِ.

المسافة على الخريطة حوالي 2 cm ، المسافة الحقيقية 1500 km

مقياسُ الرسمِ: 1 cm : 750 km

أكتبُ عاملَ المقياسِ لِكلٍّ مِمّا يأتي:

7 1 cm على الخريطةِ تقابلُ 0.4 m في الحقيقةِ. 1:40

8 2 cm على الخريطةِ تقابلُ 2 m في الحقيقةِ. 1:100

9 5 cm على الخريطةِ تقابلُ 25 m في الحقيقةِ. 1:500

معلومة

يقعُ مسجدُ (الأسماءُ الحُسنى) ذو الـ 99 قبةً على حافَةِ شاطئِ لوساكار في إندونيسيا، وَتمثّلُ قِبابُهُ عددَ أسماءِ اللهِ الحُسنى.

10 **رياضةٌ:** ملعبٌ لِكرةِ السلّةِ في دوري المحترفينَ (NBA) طولُهُ 28 m وَعرضُهُ 15 m، أَجِدُ أبعادَ الملعبِ في الرسمِ إذا كانَ مقياسُ الرسمِ 1 cm : 4 m

الطول 7 cm ، العرض 3.75 cm

11 **مسجدٌ:** صمّمَ مهندسٌ نموذجًا لِمسجدِ (الأسماءُ الحُسنى) بِمقياسِ نموذجٍ 1 cm : 2 m ، إذا كانَ طولُ قطعةِ الأرضِ الّتي بُنِيَ عليها المسجدُ 72 m وَعرضُها 45 m، فَأَجِدُ أبعادَ قطعةِ الأرضِ في النموذجِ.

الطول 36 cm ، العرض 22.5 cm

59

أخطاء مفاهيمية:

قد يهمل بعض الطلبة وحدات القياس في تقدير المسافات، فمثلا قد يتعامل مع المقياس 1 cm : 2 m على أن المسافة على المخطط تساوي نصف المسافة في الواقع؛ لذا أنبههم إلى اختلاف الوحدات.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى حل الأسئلة في بند **(مهارات التفكير العليا)**، في مجموعات ثنائية، وكتابة مُبرِّر للإجابة، وأمنحهم وقتًا كافيًا لنقد مُبرِّرات بعضهم. أشرِك الطلبة كافةً في حل هذه المسائل؛ لتنمية مهارات التفكير العليا لديهم. أتذكر أنه ليس شرطًا أن يتمكَّن الطلبة كافةً من حل المسائل جميعها، وإنَّما يتعيَّن عليهم أن يحاولوا حلها.

تنبيه: في الأسئلة 18–14 أنبّه الطلبة إلى أنه كلما زادت المسافة الحقيقية كان من الأنسب اختيار عامل مقياس أصغر.

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا. لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يتم تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

أطلب إلى الطلبة رسم مخطط بمقياس رسم مناسب لمنازلهم باتباع الخطوات الآتية:

- رسم مخطط مبدئي (غير دقيق) لأرضية المنزل كاملًا.
- رسم أقسام المنزل (غرف، مطبخ، حمامات، ...) مبدئيًّا أيضًا.
- قياس أبعاد أقسام المنزل الحقيقية.
- اختيار مقياس رسم مناسب لرسم المخطط على ورقة A3.
- رسم مخطط دقيق باستعمال مقياس الرسم.

نشاط التكنولوجيا:

جغرافية بلدي

- أطلب إلى الطلبة استعمال شبكة الإنترنت للبحث عن المسافة بين مدينتي إربد والعقبة.
- أزوّد الطلبة **بورقة المصادر 9: خريطة الأردن،** ثم أطلب إليهم تنفيذ الإجراءات الآتية:
  - » قياس المسافة بين المدينتين باستعمال المسطرة.
  - » إيجاد معامل المقياس للخريطة، وتدوينه في **ورقة المصادر 10: المسافات بين المدن الأردنية.**
  - » استخدام معامل المقياس والمسطرة لإيجاد المسافة على الخريطة والمسافة الحقيقية بين المدينتين.
  - » تدوين النتائج في الجدول في **ورقة المصادر 10** بكتابة القياس على الخريطة في الفراغ الأول وكتابة المسافة الحقيقية الناتجة عن الحساب في الفراغ الثاني.
  - » تكوين جدول مماثل للجدول في ورقة المصادر يدوّن فيه فقط المسافة الحقيقية باستعمال البحث في شبكة الإنترنت.
  - » مقارنة النتيجتين، وتوضيح سبب اختلاف النتائج مع قربها من بعضها بعضًا.

ملاحظة: أُوجّه الطلبة إلى تنفيذ النشاط واجبًا منزليًّا، ثم أناقش النتائج التي توصلوا إليها في اليوم التالي.

تعليمات المشروع:

أطلب إلى الطلبة استكمال العمل على المشروع، باختيار معامل مقياس مناسب للنموذج، وحساب الأبعاد في النموذج باستعمال معامل المقياس والأبعاد الحقيقية للقصر.

تنبيه: أنبّه الطلبة إلى أهمية اختيار معامل مقياس مناسب؛ حتى يكون حجم النموذج مناسبًا لعرضه أمام الصف.

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة **(أكتب)** للتأكد من فهمهم لموضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط او دون المتوسط قراءة الفقرة التي كتبها للإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال مثل:
  - » كيف نجد عامل المقياس لنموذج إذا كان المقياس 1 cm : 6 m $\frac{1}{600}$

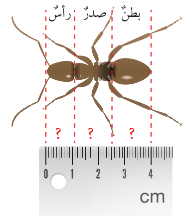
معلومة

تتواجدُ نملةُ النّجارِ في العديدِ مِنْ أنحاءِ العالَمِ، وَتفضّلُ لِبناءِ أعشاشِها الخشبَ الرطبَ غيرَ المستعملِ.

12) **نملةٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ رسمًا لِنملةِ النّجارِ، إذا كانَ مقياسُ رسمِ النملةِ 1 cm : 2.5 mm ، أَجِدُ الطولَ الحقيقيَّ لِرأسِ النملةِ، وَصدرِها، وَبطنِها.

الطول الحقيقي لرأس النملة : 2.5 mm

طول الصدر: 3.75 mm ، طول البطن: 3.75 mm



معلومة

الأَبْهَرُ (الوَتينُ) هُوَ الشريانُ الأكبرُ في جسمِ الإنسانِ، وَيقاربُ قُطرُهُ 2.5 cm

13) **شريانٌ:** صُمِّمَ نموذجٌ لِشريانٍ بِمقياسِ رسمٍ 1 cm : 0.3 mm، إذا كانَ قُطْرُ الشريانِ الحقيقيُّ 2.7 mm، فَأَجِدُ قُطرَ الشريانِ في النموذجِ.

9 cm

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: يبيّنُ الصندوقُ الآتي أربعةَ مُعامِلاتِ مقاييسَ مختلفةٍ:

1:10000000	1:10	1:10000	1:50

أختارُ مِنَ الصندوقِ عاملَ المقياسِ المناسبَ لِكلٍّ ممّا يأتي مبررًا إجابتي:

14) خريطةِ العالَمِ 1:10000000

15) خريطةِ مدينةٍ 1:10000

16) خريطةِ مدرسةٍ 1:50

17) نموذجِ بركانٍ 1:10

18) **تحدٍّ:** صمّمَتْ زينبُ نموذجَينِ لِلمجسَّمِ نفسِهِ بِاستعمالِ معاملَيْ مقياسٍ مختلفَينِ، الأولِ 1:50 ، وَالثاني 1:100 ، أيُّ النموذجَينِ أكبرُ؟ أبرّرُ إجابتي.

18) النموذج الأول ،لأن النموذج الأول يمثل كل 50 وحدة بالواقع بوحدة على المخطط بينما النموذج الثاني يمثل كل 100 وحدة في الواقع بوحدة على النموذج فمثلا لو كان طول معين بالواقع 50 وحدة سيمثل حسب النموذج الأول بـ 1 cm ، بينما 50 وحدة ستمثل حسب النموذج الثاني بـ 0.5 cm

أتذكر

أستعملُ خواصَّ النسبةِ لِتحديدِ أيِّ النموذجَينِ أكبرُ.

19) **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مقياسَ نموذجٍ لمجسّمٍ أبعادُهُ أصغرُ 20 مرةً مِنْ أبعادِ الشيءِ الحقيقيِّ. إجابة ممكنة : 1 mm : 2 cm لأن عامل المقياس لها 1:20

20) **أكتبُ** كيفَ يمكنُني إيجادُ عاملِ المقياسِ لِمقياسِ رسمٍ؟

بتحويل حدي النسبة إلى نفس الوحدة ، ثم أجعل بسط النسبة 1 وذلك النسبة أو قسمتهما على نفس العدد.

تنبيه: في السؤالين 12, 13 أنبّه الطلبة إلى أن النموذج أكبر من الأصل، وأن القياس الأصلي كُتب إلى يمين القياس على النموذج.

معمـلُ برمجيـةِ جيوجبرا

استكشافُ الأشكالِ المتشابهةِ

الهدفُ: أستكشفُ العلاقةَ بينَ أطوالِ الأضلاعِ وقياساتِ الزوايا المتناظرةِ في شكلَينِ متشابهَينِ باستعمالِ برمجيةِ جيوجبرا.

نشاط

الخُطْوَةُ 1 أرسمُ مثلثَينِ

- أرسمُ ΔABC الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(2, 1), B(4, 3), C(6, 1)$، وَذلكَ باختيارِ أيقونةِ مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقرُ بالمؤشرِ على مواقعِ الأزواجِ المرتَّبةِ الّتي تقعُ عندَها رؤوسُ المثلثِ في المستوى الإحداثيِّ، وَأغلقُ الشكلَ بالنقرِ على الرأسِ الأولِ مرةً أُخرى.
- أرسمُ ΔDEF الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $D(8, 1), E(12, 5), F(16, 1)$، ماذا ألاحظُ؟ ما العلاقةُ بينَ المثلثَينِ؟
ألاحظ أن للمثلثين الشكل نفسه باختلاف مساحتيهما. إجابة ممكنة : كل منهما يشبه الآخر

الخُطْوَةُ 2 أَجِدُ أطوالَ الأضلاعِ في المثلثَينِ وَقياساتِ زواياهُما

- أَجِدُ أطوالَ أضلاعِ ΔABC وَ ΔDEF، وَذلكَ باختيارِ أداةِ قياسِ أطوالِ الأضلاعِ مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقرُ على الضلعِ المطلوبِ، وَأسجلُ النتائجَ في الجدولِ المجاورِ.

ΔABC		ΔDEF	
$AB = 2.83$	$m\angle A = 45°$	$DE = 5.66$	$m\angle D = 45°$
$AC = 4$	$m\angle B = 90°$	$DF = 8$	$m\angle F = 90°$
$BC = 2.83$	$m\angle C = 45°$	$EF = 5.66$	$m\angle E = 45°$

- أَجِدُ قياساتِ زوايا ΔABC وَ ΔDEF، وَذلكَ بِاختيارِ أداةِ قياسِ الزوايا مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ النقرِ على ضلعَي الزاويةِ المطلوبةِ، وَأسجلُ النتائجَ في الجدولِ.

الخُطْوَةُ 3 أَجِدُ النسبَ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ

- أكتبُ أطوالَ الأضلاعِ المتناظرةِ في المثلثَينِ على شكلِ نسبةٍ بِأبسطِ صورةٍ:

$\frac{EF}{BC} = \frac{2}{1}$ $\frac{DF}{AC} = \frac{2}{1}$ $\frac{DE}{AB} = \frac{2}{1}$

أحلّلُ النتائجَ:

معتمدًا على الجدولِ الّذي أنشأْتُهُ، أجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ: المثلثان لهما نفس قياسات الزوايا ،أطوال أضلاع

- ما العلاقةُ بينَ قياساتِ زوايا المثلثَينِ وأطوالِ أضلاعِهِما؟ المثلث DEF ، مثلي أطوال أضلاع المثلث ABC
- ماذا ألاحظُ حولَ النسبةِ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ في المثلثَينِ؟ النسبة ثابتة
- أقترحُ اسمًا مناسبًا يصفُ العلاقةَ بينَ ΔDEF وَ ΔABC.
إجابة ممكنة : متشابهان

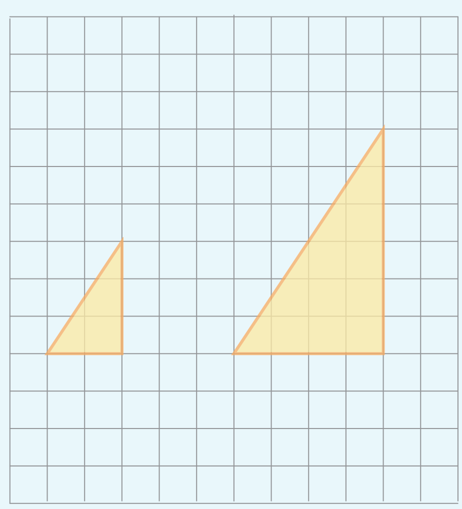
أفكرُ:

- أرسمُ مثلثَينِ قائمَي الزاويةِ لَهُما الشكلُ نفسُهُ وَالنِّسبُ بينَ أضلاعِهِما المتناظرةِ متساويةٌ. انظر الهامش

61

إجابة (أفكر):

أفكر : إجابة ممكنة



معمـلُ برمجيـةِ جيو جبرا

نتاجات الدرس:

- يستكشف علاقة التطابق بين الزوايا المتناظرة وعلاقة التناسب بين الأضلاع المتناظرة في الأشكال المتشابهة.

المصادر والأدوات:

- برمجية جيوجبرا

خطوات العمل:

- أرافق الطلبة إلى مختبر الحاسوب، ثم أجلسهم في مجموعات صغيرة أمام أجهزة الحاسوب.
- أطلب إلى الطلبة فتح برمجية جيوجبرا على الإنترنت باستعمال الرابط الآتي:

https://www.geogebra.org/classic?lang=ar

- توفيرًا للوقت، يمكنني تثبيت نسخة من هذه البرمجية المجانية على الحواسيب قبل بدء الحصة.
- أراجع الطلبة في أبرز أيقونات جيوجبرا، مثل: أيقونة رسم المضلعات، وأيقونة إيجاد قياسات الزوايا، وأيقونة إيجاد أطوال القطع المستقيمة.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ خطوات النشاط بالتعاون في ما بينهم، ثم أتجوّل بينهم وأقدم المساعدة لمن يحتاج إليها.
- أُوجّه الطلبة لحلّ أسئلة (**أحلل النتائج**) ثم أستمع لإجابات أكبر عدد من المجموعات. في السؤال الثالث، أُوجّه إجابات الطلبة نحو مصطلح (**مثلثان متطابقان**) من دون أن أقترح هذه التسمية مباشرة.
- أُوجّه الطلبة لحل أسئلة (**أفكر**)، ثم أناقشهم في ما توصلوا إليه من نتائج.

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- تمييز المضلعات المتشابهة عن طريق تطابق الزوايا وتناسب الأضلاع.
- تحديد الزوايا والأضلاع المتناظرة في المضلعات المتشابهة.
- إيجاد النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في مضلعين متشابهين معلومين.
- استخدام النسب المتكافئة والتناسب في إيجاد أطوال أضلاع مجهولة في مضلعين متشابهين.
- حلّ مسائل ومعادلات خطية بسيطة تعتمد على مفهوم التشابه.

التعلم القبلي:

- معرفة التناسب.
- حلّ التناسب باستعمال الضرب التبادلي.

1 التهيئة

- أرسم مثلثًا أطوال أضلاعه 4 cm, 3 cm, 6 cm ومثلثًا آخر أطوال أضلاعه 8 cm, 6 cm, 12 cm
- أناقش مع الطلبة أوجه الشبه والاختلاف بين المثلثين. أوجه الشبه: قياسات الزوايا المتناظرة في المثلثين متساوية. أوجه الاختلاف: أطوال الأضلاع المتناظرة مختلفة.
- أسأل الطلبة: ما الملاحظ حول أطوال الأضلاع في المثلثين؟ أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

الدرسُ 3 التشابهُ

فكرةُ الدرسِ

أميِّزُ المضلعاتِ المتشابهةَ، وَأحلُّ مسائلَ تعتمدُ على مفهومِ التشابهِ.

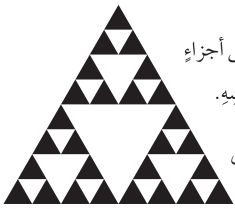
المصطلحاتُ

أشكالٌ متشابهةٌ، مضلعاتٌ متشابهةٌ.

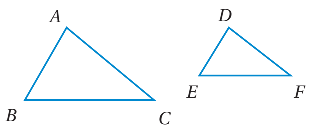
أستكشفُ

الفراكتلاتُ أشكالٌ هندسيةٌ يمكنُ تقسيمُها إلى أجزاءٍ أصغرَ مِنَ الكلِّ مَعَ المحافظةِ على الشكلِ نفسِهِ.

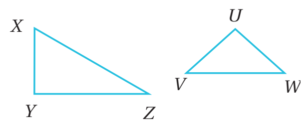
أحوطُ مثلثَينِ بمقاسينِ مختلفَينِ لَهُما شكلُ المثلثِ الكبيرِ نفسُهُ.



يكونُ **الشكلانِ متشابهَينِ** (similar figures) إذا كانَ لَهُما الشكلُ نفسُهُ، وَليسَ بالضرورةِ أنْ يكونَ لَهُما المقاسُ نفسُهُ. وَيُستخدَمُ الرَّمزُ (~) لِلدلالةِ على أنَّ الشكلَينِ متشابهانِ.



ΔABC يشابهُ المثلثَ ΔDEF $(\Delta ABC \sim \Delta DEF)$



ΔXYZ لا يشابهُ المثلثَ ΔVUW

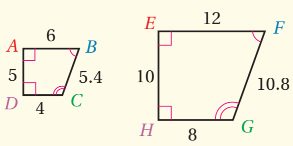
المضلعاتُ المتشابهةُ (similar polygons) مضلعاتٌ زواياها المتناظرةُ متطابقةٌ، وَأطوالُ أضلاعِها المتناظرةِ متناسبةٌ.

مفهومٌ أساسيٌّ — **المضلعاتُ المتشابهةُ**

- **بالكلماتِ** إذا تشابهَ مضلعانِ فَإنَّ زواياهُما المتناظرةَ متطابقةٌ، وَأطوالَ أضلاعِهِما المتناظرةِ متناسبةٌ.
- **بالرّموزِ** إذا كانَ $ABCD \sim EFGH$ فإنَّ:

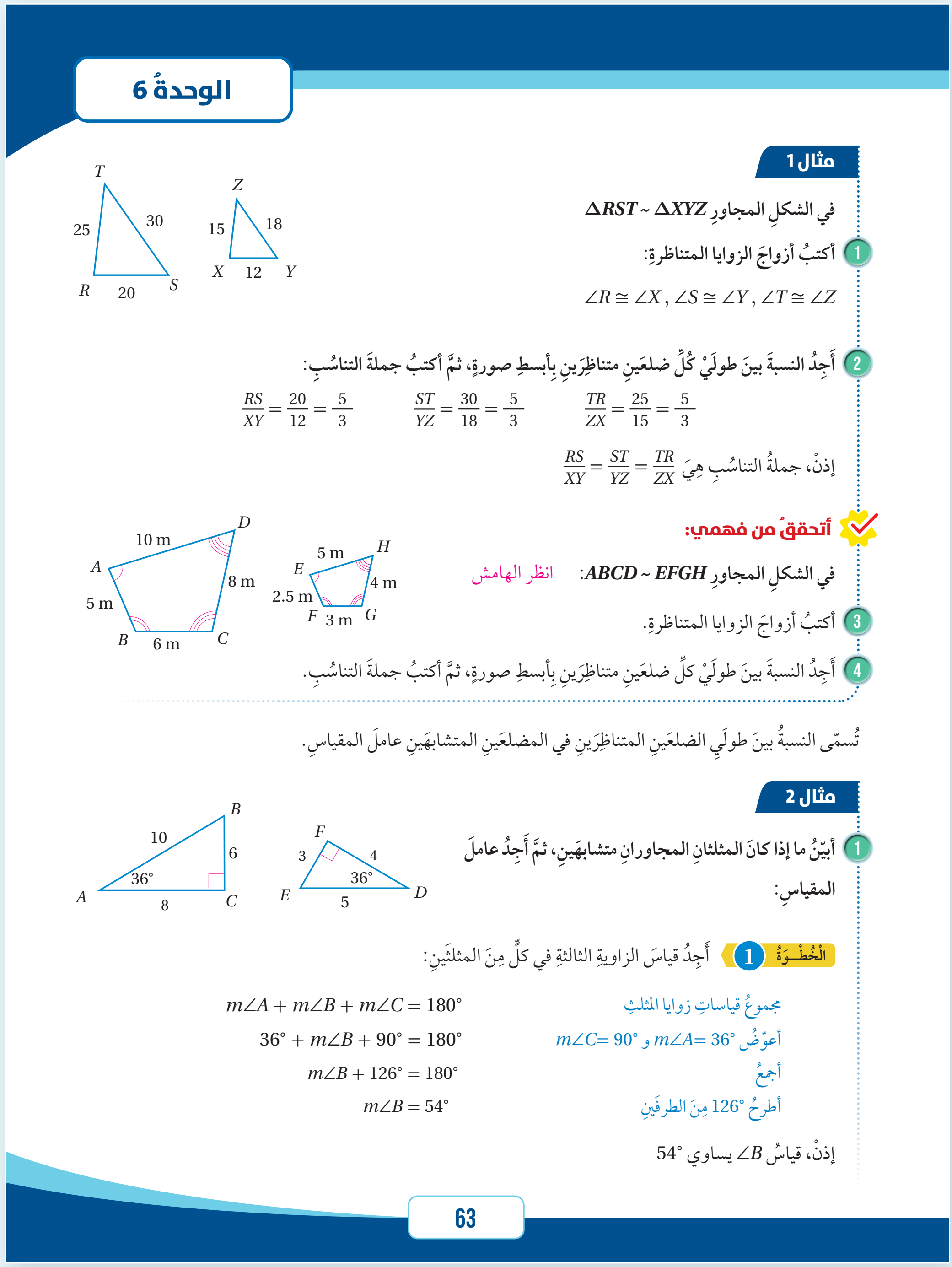
الزوايا المتطابقةُ: $\angle A \cong \angle E,\ \angle B \cong \angle F,\ \angle C \cong \angle G,\ \angle D \cong \angle H$

وَالنسبةُ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ متساويةٌ: $\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{GH}{CD} = \frac{HE}{DA} = \frac{2}{1}$



2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، وأسألهم:
  » من منكم سمع بالفراكتلات من قبل؟
- أخبر الطلبة أن الفراكتلات تظهر في كثير من الكائنات الحية، مثل بعض أنواع أوراق الأشجار وهذا من بديع خلق الله تعالى.
- أُوجّه الطلبة إلى تأمل الشكل الوارد في فقرة (**أستكشف**)، وأطلب إليهم إحاطة مثلثين من الشكل بمقاسين مختلفين، ثم أسألهم: هل لهما الشكل نفسه؟ نعم، لكن باختلاف القياسات.
  » ماذا تسمى الأشكال التي لها الشكل نفسه لكن قياساتها مختلفة؟ مثلثات متشابهة.
- أتقبل إجابات الطلبة جميعها.



الوحدةُ 6

مثال 1

في الشكلِ المجاورِ $\Delta RST \sim \Delta XYZ$

1) أكتبُ أزواجَ الزوايا المتناظرة:

$\angle R \cong \angle X, \angle S \cong \angle Y, \angle T \cong \angle Z$

2) أجِدُ النسبةَ بينَ طولَيْ كُلِّ ضلعَينِ متناظِرَينِ بأبسطِ صورةٍ، ثمَّ أكتبُ جملةَ التناسُبِ:

$\frac{RS}{XY} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3}$ $\quad \frac{ST}{YZ} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3}$ $\quad \frac{TR}{ZX} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$

إذنْ، جملةُ التناسُبِ هِيَ $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ} = \frac{TR}{ZX}$

أتحققُ من فهمي:

في الشكلِ المجاورِ $ABCD \sim EFGH$: انظر الهامش

3) أكتبُ أزواجَ الزوايا المتناظرة.

4) أجِدُ النسبةَ بينَ طولَيْ كُلِّ ضلعَينِ متناظِرَينِ بأبسطِ صورةٍ، ثمَّ أكتبُ جملةَ التناسُبِ.

تُسمّى النسبةُ بينَ طولَيِ الضلعَينِ المتناظِرَينِ في المضلعَينِ المتشابهَينِ عاملَ المقياسِ.

مثال 2

1) أبيّنُ ما إذا كانَ المثلثانِ المجاورانِ متشابهَينِ، ثمَّ أَجِدُ عاملَ المقياسِ:

الخطوةُ 1 أَجِدُ قياسَ الزاويةِ الثالثةِ في كلٍّ منَ المثلثَينِ:

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$ مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ

$36° + m\angle B + 90° = 180°$ أعوّضُ $m\angle C = 90°$ و $m\angle A = 36°$

$m\angle B + 126° = 180°$ أجمعُ

$m\angle B = 54°$ أطرحُ $126°$ مِنَ الطرفَينِ

إذنْ، قياسُ $\angle B$ يساوي $54°$

63

إجابات (أتحقق من فهمي 1):

3) أزواجَ الزوايا المتناظرةِ:

$\angle A \cong \angle E, \angle B \cong \angle F, \angle C \cong \angle G, \angle D \cong \angle H$

4) أَجِدُ النسبةَ بينَ طولَيْ كُلِّ ضلعَينِ متناظِرَينِ بأبسطِ صورةٍ، ثمَّ أكتب جملةَ التناسُبِ:

$\frac{AB}{EF} = \frac{5}{2.5} = \frac{2}{1}, \quad \frac{BC}{FG} = \frac{6}{3} = \frac{2}{1},$

$\frac{CD}{GH} = \frac{8}{4} = \frac{2}{1}, \quad \frac{DA}{HE} = \frac{10}{5} = \frac{2}{1}$

جملةُ التناسُبِ هِيَ: $\frac{AB}{EF} = \frac{BC}{FG} = \frac{CD}{GH} = \frac{DA}{HE}$

3 التدريس

مثالٌ 1

- أُقدّم للطلبة تعريف التشابه بالكلمات والرموز، ثم أناقش حل مثال 1 مع الطلبة على اللوح، وأؤكد به طريقة التعبير عن الأشكال المتشابهة بالرموز (كتابة الرؤوس بالترتيب الصحيح).
- أبيّن للطلبة أن الإجابة تبقى صحيحة أيضًا عند قلب النسب.

إرشادات:

- أستخدم الأقلام الملونة لتحديد كل زوج من الأضلاع المتناظرة باللون نفسه.
- أُؤكّد الفرق بين الرمزين (≅) و (~)، إذ إن الأول يدل على التطابق والثاني يدل على التشابه.

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية وأناقشها على اللوح. لا أذكر اسم صاحب الحل أمام الصف؛ تجنبًا لإحراجه.

مثالٌ 2

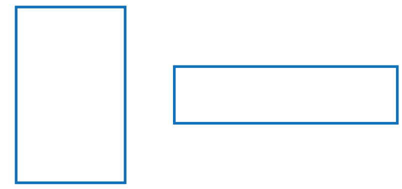
- أعرف للطلبة عامل المقياس للتشابه، وأربطه بعامل مقياس الرسم.
- أناقش مع الطلبة حل مثال 2 على اللوح، وأُوضّح لهم طريقة تحديد ما إذا كان المضلعان متشابهين أم لا عن طريق تناسب الأضلاع وتطابق الزوايا.

تنويع التعليم

يمكن توجيه الطلبة ذوي المستوى دون المتوسط إلى تحديد الأضلاع المتناظرة في الشكلين المتشابهين بتحديد الزوايا المتطابقة، ثم تحديد الأضلاع المقابلة لها.

تنبيه:

قـد يتبادر إلى ذهـن بعض الطلبة أن المسـتطيلات جميعها متشـابهة لأن زواياها جميعها قائمة. أعرض عليهـم الشـكلين الآتيين، ثـم أسـألهم: هل هذان الشكلان متشابهان أم لا؟



مثالٌ 3

- أُوضّح للطلبة أنه يمكن إيجاد أطوال أضلاع مجهولة في مضلع بمعرفة أطوال أضلاع مضلع مشابه له، وذلك باستعمال التناسب.
- أناقش مع الطلبة خطوات حل مثال 3 وأنبههم إلى الشروحات التوضيحية لكل خطوة.
- أُوضّح للطلبة أنه يمكن كتابة تناسب آخر لحل المثال وهو $\frac{MN}{DE} = \frac{NP}{EF}$ وأطلب إلى أحدهم حل المثال باستعمال هذا التناسب على اللوح، وأطلب إليهم حل المسألة باستعمال التناسب الجديد للتحقق بأن الناتج نفسه.

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ $m\angle E + m\angle D + m\angle F = 180°$

أعوّضُ $m\angle D = 36°$ و $m\angle F = 90°$ $m\angle E + 36° + 90° = 180°$

أجمعُ $m\angle E + 126° = 180°$

أطرحُ 126° مِنَ الطّرفَينِ $m\angle E = 54°$

إذنْ، قياسُ $\angle E$ يساوي 54°

وَمِنْهُ $\angle B \cong \angle E\ ,\ \angle A \cong \angle D\ ,\ \angle C \cong \angle F$

إذنْ، الزوايا المتناظرةُ متطابقةٌ.

الخُطوةُ 2 أَجِدُ النسبةَ بينَ طولَيْ كُلِّ ضلعَينِ متناظِرَينِ:

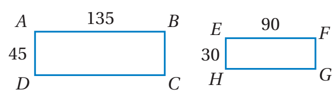
$\frac{BC}{EF} = \frac{6}{3} = 2 \qquad \frac{AC}{FD} = \frac{8}{4} = 2 \qquad \frac{AB}{ED} = \frac{10}{5} = 2$

النِّسبُ متساويةٌ، إذنْ، أطوالُ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةٌ.

بما أنَّ الزوايا المتناظرةَ متطابقةٌ، وَأطوالَ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةٌ، إذنْ، $\Delta ABC \sim \Delta DEF$، وَعاملُ المقياسِ يساوي 2

أتحققُ من فهمي:

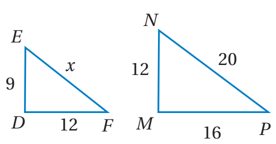
2) أبيّنُ ما إذا كانَ المستطيلانِ المجاورانِ متشابهَينِ، ثمَّ أَجِدُ عاملَ المقياسِ: انظر الهامش



يمكنُ استعمالُ خواصِّ المضلّعاتِ المتشابهةِ في إيجادِ القياساتِ المجهولةِ.

مثال 3

في الشكلِ المجاورِ $\Delta DEF \sim \Delta MNP$، أَجِدُ قيمةَ المتغيِّرِ x



أكتبُ تناسُبًا $\frac{MP}{DF} = \frac{NP}{EF}$

أعوّضُ $MP = 16\ ,\ DF = 12\ ,\ NP = 20$ $\frac{16}{12} = \frac{20}{x}$

خاصّيةُ الضربِ التبادليّ $16x = 240$

أبسّطُ $x = 15$

توسعة:

- أسأل الطلبة السؤال الآتي:
  - » هل المربعات جميعها متشابهة؟ ولماذا؟

نعم، المربعات جميعها متشابهة؛ لأن الزوايا جميعها قائمة، وأضلاع المربع الأول جميعها متطابقة، وأضلاع المربع الثاني جميعها متطابقة، فتكون نسبة طول أي ضلع من المربع الأول إلى طول أي ضلع من المربع الثاني نفسها.

إجابة (أتحقق من فهمي 2):

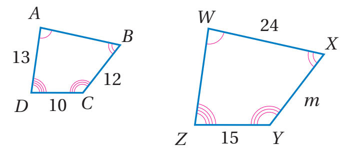
متشابهان ، لأن الزوايا المتناظرة متطابقة جميعها قائمة،

والأضلاع المتناظرة متناسبة $\frac{135}{90} = \frac{45}{30}$ عامل المقياس $\frac{AD}{EH} = \frac{3}{2}$

أتحققُ من فهمي:

في الشكلِ المجاورِ $ABCD \sim WXYZ$ ، أَجِدُ قيمةَ المتغيِّرِ m

18

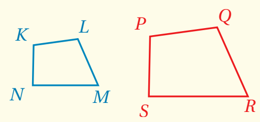


إذا تشابهَ مضلّعانِ وَكانَ عاملُ المقياسِ لَهُما يساوي k، فَإِنَّ النسبةَ بينَ محيطَيهِما تساوي k أيضًا.

مفهومٌ أساسيٌّ | **محيطُ المضلعاتِ المتشابهةِ**

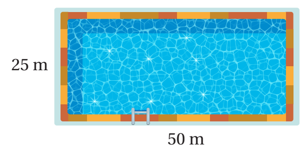
- **بالكلماتِ** إذا تشابهَ مضلعانِ فإنَّ النسبةَ بينَ محيطَيْهِما تساوي النسبةَ بينَ الأضلاعِ المتناظرةِ.
- **بالرموزِ** إذا كانَ $KLMN \sim PQRS$ فإنَّ:

$$\frac{PQ + QR + RS + SP}{KL + LM + MN + NK} = \frac{PQ}{KL} = \frac{QR}{LM} = \frac{RS}{MN} = \frac{SP}{NK}$$



مثال 4: منَ الحياةِ

مسابحُ: **مسبحٌ في صالةٍ رياضيةٍ، طولُهُ 50 m وَعَرضُهُ 25 m، بُنِيَ مسبحٌ آخَرُ في الصالةِ مشابهٌ لِلمسبحِ القديمِ طولُهُ 40 m. أَجِدُ محيطَ المسبحِ الجديدِ.**



الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ عاملَ المقياسِ:

بِما أنَّ المسبحَ الأولَ يشابهُ المسبحَ الثانيَ فَإنَّ عاملَ المقياسِ يساوي النسبةَ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ، $\frac{4}{5} = \frac{40}{50}$ ، إذنْ، عاملُ المقياسِ $\frac{4}{5}$

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ محيطَ المسبحِ القديمِ:

محيطُ المستطيلِ	$P = 2l + 2w$
أعوِّضُ $l = 50, w = 25$	$= 2(50) + 2(25)$
أَجِدُ الناتجَ	$= 150$

إذنْ، محيطُ المسبحِ القديمِ 150 m

مثال 4: من الحياة

- أذكّر الطلبة بمفهوم محيط الأشكال الهندسية.
- أرسم للطلبة على اللوح شكلين متشابهين وأثبت القياسات عليهما، ثم أطلب إلى الطلبة إيجاد محيط كل منهما.
- أطلب إلى الطلبة إيجاد النسبة بين الأضلاع المتناظرة للشكلين المتشابهين، ثم إيجاد النسبة بين محيطي المضلعين المتشابهين، وأسألهم بعض أسئلة المناقشة التي تقودهم إلى استنتاج أن النسبة بين محيطي المضلعين المتشابهين تساوي النسبة بين أي ضلعين متناظرين فيهما.
- أستعمل صندوق المفهوم الأساسي الذي يسبق المثال 4 لتلخيص النقاش الذي دار حول العلاقة بين محيطي المضلعين المتشابهين.
- أبيّن للطلبة أهمية التشابه في كثير من المواقف الحياتية، ثم أناقش معهم حل مثال 4 على اللوح بوصفه تطبيقًا حياتيًّا على محيط المضلعات المتشابهة.

تنبيه:

- أؤكّد بسؤال الطلبة على الفرق بين الرمزين $\overline{FE}$ و FE، فالأول يدل على اسم القطعة المستقيمة، أما الثاني فيدل على طولها.

✓ إرشادات:

العلاقة بين التطابق والتشابه:

أتأكد من استيعاب الطلبة النقاط الآتية:

- الأشكال المتطابقة لها الشكل والقياسات نفسها، أما الأشكال المتشابهة فلها الشكل نفسه ولكن ليس بالضرورة أن تكون لها القياسات نفسها.
- التطابق حالة خاصة من التشابه، فالتطابق هو تشابه معامله يساوي 1

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حل المسائل فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حل المسألة لعرض الحلّ على اللوح.

! تنبيه:

في سؤال 1 قد يكتب بعض الطلبة عامل المقياس على صورة $\frac{2}{3}$ والبعض الآخر $\frac{3}{2}$ أُوضّح لهم أن كلا العاملين صحيح لكن عليهم توضيح ماذا يمثل كل من البسط والمقام في النسبة، بكتابة رمزي الضلعين المتناظرين ومساواتهما بالكسر. مثلاً:

$$\frac{AB}{HJ} = \frac{2}{3}$$

أو $$\frac{HJ}{AB} = \frac{3}{2}$$

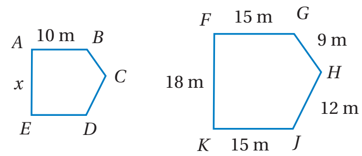
الخُطوةُ 3 أَجِدُ محيطَ المسبحِ الجديدِ باستعمالِ عاملِ المقياسِ:

النسبةُ بينَ محيطَيْ مضلعَيْنِ متشابهَيْنِ	$\frac{x}{150} = \frac{4}{5}$
بالضربِ التبادليِّ	$5x = 4 \times 150$
أُبسّطُ	$5x = 600$
أَقسِمُ على 5	$x = 120$

إذنْ، محيطُ المسبحِ الجديدِ 120 m

أتحققُ من فهمي:

نافذتانِ زجاجيتانِ متشابهتانِ على شكلِ مضلّعٍ خماسيٍّ، أَجِدُ محيطَ النافذةِ الصغيرةِ. 46 m

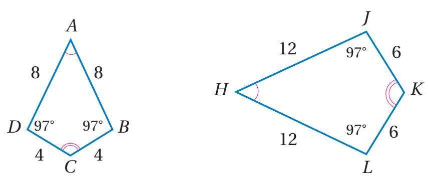


أتدرب وأحل المسائل

أكتبُ أزواجَ الزوايا المتناظرةِ، ثمَّ أَجِدُ عاملَ المقياسِ لكلٍّ مِنْ أزواجِ المضلعاتِ المتشابهةِ الآتيةِ:

أتذكر يدلُّ العددُ المتساوي مِنَ الأقواسِ على الزوايا المتناظرةِ المتطابقةِ.

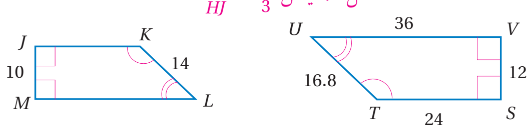
1



$\angle A \cong \angle H$, $\angle B \cong \angle J$, $\angle C \cong \angle K$, $\angle D \cong \angle E$

عامل المقياس $\frac{AB}{HJ} = \frac{2}{3}$

2



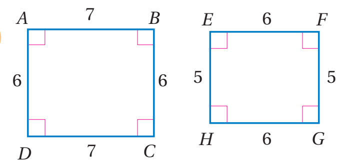
$\angle J \cong \angle S$, $\angle M \cong \angle V$, $\angle L \cong \angle U$, $\angle K \cong \angle T$

عامل المقياس $\frac{JM}{VS} = \frac{5}{6}$

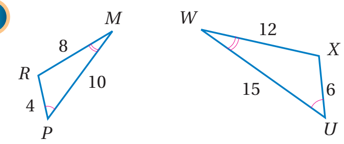
66

أبيّنُ ما إذا كانَ كلُّ زَوجٍ مِنَ المضلعاتِ الآتيةِ متشابهَين، ثمَّ أجدُ عاملَ المقياسِ للمتشابهِ منها:

3) انظر الهامش



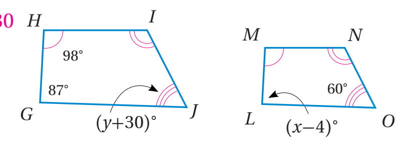
4) انظر الهامش



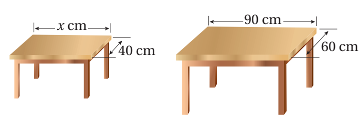
إرشاد
يمكنُ أيضًا كتابةُ عاملِ المقياسِ على صورةِ كسرٍ عشريٍّ.

5) أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنَ المتغيِّرَين x وَ y في زَوجِ المضلعاتِ المتشابهِ الآتي:

$x = 91, y = 30$

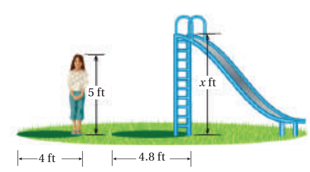


6) **أثاثٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ طاولتَينِ متشابهتَينِ إحداهُما مخصَّصةٌ لِلأطفالِ وَالأُخرى لِلكبارِ. أجدُ طولَ طاولةِ الأطفالِ. 60 cm



أتذكر
القدمُ مِنْ وحداتِ قياسِ الطولِ، وَيُرمَزُ لَهُ بالرمزِ ft وكل 1 ft يساوي 30.48 cm

7) **حديقةٌ:** وقفَتْ مَيارُ بجانبِ لعبةٍ في حديقةٍ. إذا كانَ طولُ ميارَ 5 ft، وَطولُ ظِلِّها 4 ft، وَكانَ طولُ ظِلِّ اللعبةِ 4.8 ft، فَأجدُ ارتفاعَ اللعبةِ، علمًا أنَّ المثلثاتِ متشابهةٌ. 6 ft



أخطاء مفاهيمية:

قد يجمع بعض الطلبة عامل المقياس مع طول الضلع بدلًا من الضرب به. أُعزّز المفهوم بأن أرسم مثلثين الفرق بين أطوال أضلاعهما المتناظرة ثابت وملاحظة أن الشكلين غير متشابهين.

- قد يخطئ بعض الطلبة في إيجاد عامل المقياس، بإيجاد النسبة بين ضلعين متناظرين في المضلعين من دون التحقق أن المضلعين متشابهان. ولعلاج ذلك أُوضّح لهم ضرورة التحقق من تشابه المضلعين أولًا بإيجاد النسب بين الأضلاع المتناظرة جميعها.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

3) المضلعان غير متشابهين ، لأن الأضلاع غير متناسبة $\frac{7}{6} \neq \frac{6}{5}$

4) المضلعان متشابهان عامل المقياس $\frac{RP}{XU} = \frac{2}{3}$

توسعة: بعد حل سؤال 4 أسأل الطلبة: هل تطابق الزوايا في مثلثين يضمن تناسب الأضلاع ومن ثمّ تشابه المثلثين؟ وهل النتيجة تنطبق على بقية المضلعات؟ صحيح بالنسبة للمثلثات فقط، لكن النتيجة لا تنطبق على بقية المضلعات، فمثلا، المربع والمستطيل زواياهما متطابقة، لكنهما غير متشابهين.

مسائل مهارات التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى حل الأسئلة في بند (**مهارات التفكير العليا**)، في مجموعات ثنائية، وكتابة مُبرِّر للإجابة، وأمنحهم وقتًا كافيًا لنقد مُبرِّرات بعضهم. أشرك الطلبة كافةً في حل هذه المسائل؛ لتنمية مهارات التفكير العليا لديهم. قد لا يتمكن الطلبة كافةً من حل المسائل جميعها، وإنّما يتعيَّن عليهم أن يحاولوا حلها.

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا. لكن أحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يتم تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أبحث في شبكة الإنترنت عن طريقة رسم مثلث سيربنسكي، وأقوم بخطوات مشابهة لرسمه.

أخطاء مفاهيمية:

في سؤال 11 قد يتبادر إلى ذهن بعض الطلبة أن نسبة مساحة شكل إلى مساحة شكل مشابه له تساوي عامل المقياس؛ لذا، أرسم مربعين أحدهما طول ضلعه 2 cm والآخر طول ضلعه 6 cm، وأطلب إليهم إيجاد عامل المقياس والنسبة بين المساحتين وملاحظة اختلافهما.

توسعة: أحث الطلبة على إيجاد العلاقة بين مساحات الأشكال المتشابهة، بحلّ أمثلة متعددة لاستنتاج أن النسبة بين المساحتين تساوي مربع عامل المقياس.

تعليمات المشروع:

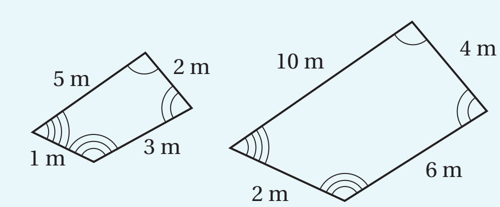
- أطلب إلى الطلبة استكمال العمل على المشروع بإيجاد الأشكال المتشابهة في القصر الحقيقي.

6 الختام

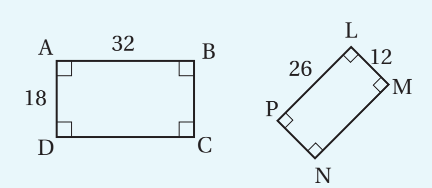
- أُوجّه الطلبة إلى فقرة **(أكتب)** للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرة التي كتبها للإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال مثل:

» أكتب أزواجَ الزوايا المتناظرةِ، ثمَّ أجدُ عاملَ المقياسِ لكلٍّ مِنْ أزواجِ المضلعاتِ المتشابهةِ الآتيةِ:

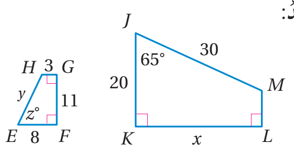
1



2



في الشكلِ المجاورِ $JKLM \sim EFGH$، أَجِدُ:



8 عاملَ المقياسِ. عامل المقياس $\frac{JK}{EF} = \frac{5}{2}$

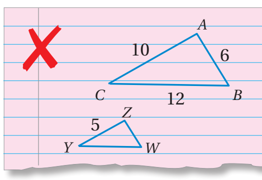
9 قيمةَ كلٍّ مِنَ المتغيِّراتِ z وَ y وَ x. $x = 27.5, y = 12, z = 65$

10 محيطَ كلِّ مضلعٍ. 34 , 85

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

11 **تحدٍّ**: مستطيلانِ متشابهانِ، النسبةُ بينَ أضلاعِهِما المتناظرةِ هِيَ 4 : 1. أَجِدُ النسبةَ بينَ مساحتَيهِما. 1:16

12 **أكتشفُ الخطأَ**: أحدّدُ الخطأَ، وَأصحّحُهُ في كيفيةِ إيجادِ محيطِ ΔZWY، علمًا أنَّ ΔABC وَ ΔZWY متشابهانِ.



$\frac{5}{10} = \frac{28}{x}$

$5x = 280$

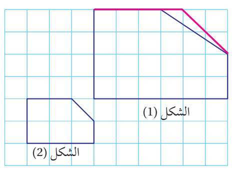
$x = 56$

$\frac{5}{10} = \frac{28}{x}$ جملة خطأ

التصحيح: $\frac{5}{10} = \frac{x}{28}$ ،

$x = 14$

13 **تبريرٌ**: في الشكلِ المجاورِ، أغيّرُ موقعَ رأسٍ واحدٍ في الشكلِ (1) لِيصبحَ الشكلانِ (1) وَ (2) متشابهَينِ. أبرّرُ إجابتي.



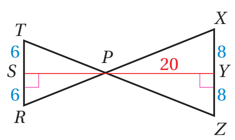
14 **تبريرٌ**: أبيّنُ صحةَ العبارةِ الآتيةِ، مبررًا إجابتي.

أيُّ مضلعَينِ منتظمَينِ لَهُما العددُ نفسُهُ مِنَ الأضلاعِ متشابهانِ.

14) العبارة صحيحة ، لأن زواياهما متطابقة ونسبة طول أي ضلع من المضلع الأول إلى طول أي ضلع من المضلع الثاني ثابتة.

إرشاد أبعادُ المضلّعاتِ المتشابهةِ متناسبةٌ.

15 **تبريرٌ**: في الشكلِ المجاورِ $\Delta TPR \sim \Delta XPZ$ ، أَجِدُ طولَ $\overline{PS}$ ، وَأبرّرُ إجابتي. 15



16 **أكتبُ** كيفَ أحدّدُ ما إذا كانَ مضلعانِ متشابهَينِ أَمْ لا؟

أتأكد من أن الزوايا المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

تنبيه:

في سؤال 12 أنبّه الطلبة إلى مراعاة كتابة التناسب كتابة صحيحة بحيث يكون بسطا التناسب خاصّين بالمثلث نفسه، ومقاما التناسب خاصين بالمثلث الآخر.

الدرسُ 4 التكبيرُ

فكرةُ الدرسِ

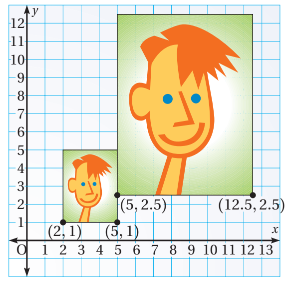
أرسمُ شكلًا تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ بِمعاملٍ صحيحٍ موجَبٍ.

المصطلحاتُ

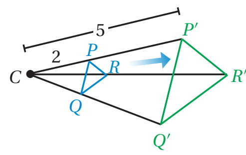
التكبيرُ، مُعاملُ التكبيرِ، مركزُ التكبيرِ.

أستكشفُ

استعملَ مصمّمٌ برمجيةَ حاسوبٍ لِتعديلِ قياساتِ الصورةِ الصغيرةِ في الشكلِ المجاورِ. ما العلاقةُ بينَ الصورتَينِ؟



التكبيرُ (enlargement) تحويلٌ هندسيٌّ تزيدُ فيهِ أبعادُ الشكلِ الأصليِّ بِنسبةٍ ثابتةٍ، وَيُسمّى الشكلُ الجديدُ صورةً. وَصورةُ الشكلِ تحتَ تأثيرِ التكبيرِ مشابهةٌ لِلشكلِ الأصليِّ، ما يعني أنَّ أطوالَ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةٌ، وَالزوايا المتناظرةَ متطابقةٌ.

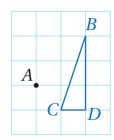


تُسمّى النسبةُ بينَ طولِ ضلعِ الصورةِ وَطولِ الضلعِ المناظِرِ لَهُ في الشكلِ الأصليِّ **مُعاملَ التكبيرِ** (scale factor)، وَقيمتُهُ k، وَهُوَ يدلُّ على عددِ مراتِ تكبيرِ الصورةِ. أما **مركزُ التكبيرِ** (center of enlargement) فَهُوَ النقطةُ الثابتةُ الّتي يُكَبَّر منها الشكلُ.

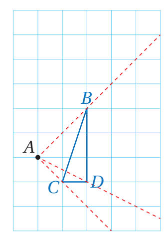
يمكنُ رسمُ صورةِ شكلٍ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ بِاستعمالِ شبكةِ المربَّعاتِ.

مثال 1

أرسمُ صورةَ ΔCBD تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ A وَمُعاملُهُ 2



الخُطوةُ 1 أبدأُ برسمِ خطوطٍ بِاستعمالِ المسطرةِ ابتداءً مِنْ مركزِ التكبيرِ بِحيثُ يمرُّ كلٌّ منها بِأحدِ رؤوسِ المثلثِ، وَأمدُّ الخطوطَ على استقامتِها.



الخُطوةُ 2 أقيسُ المسافةَ بينَ مركزِ التكبيرِ وَكلِّ رأسٍ مِنْ رؤوسِ المثلثِ بِاستعمالِ المسطرةِ، ثمَّ أضربُ القياساتِ الّتي حصلْتُ عليها في 2 (مُعاملِ التكبيرِ).

الدرس 4

نتاجات الدرس:

- تعريف التكبير كتحويل هندسي، وربطه بالأشكال المتشابهة، وتحديد المعامل والمركز.
- رسم أشكال تحت تأثير تكبير بمعامل صحيح موجب.
- إيجاد معامل تكبير شكل مرسوم تحت تأثير تكبير بمعامل صحيح موجب.
- رسم شكل وصورته تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله عدد صحيح موجب، وفق قاعدة جبرية في المستوى الإحداثي.
- حلّ مسائل حياتية تتضمن التكبير، مثل الصور الفوتوغرافية.

التعلم القبلي:

- رسم صورة شكل بالانعكاس حول محور.
- رسم صورة شكل بدوران حول نقطة.
- رسم صورة شكل بانسحاب محدد.
- استنتاج أن صورة شكل تحت تأثير انسحاب أو دورن أو انعكاس هو شكل مطابق له.
- تعريف التشابه، وتحديد ما إذا كان شكلان متشابهين أم لا.

1 التهيئة

- أزوّد الطلبة **بورقة المصادر 11: مستوى إحداثي بنقاط،** ثم أطلب إليهم كتابة إحداثيات النقاط A, B, C, D

$A(-4, 4), B(2, 3), C(-3, -3), D(3, -4)$

- أطلب إلى الطلبة تحديد النقطة $E(4, 1)$ على المستوى الإحداثي. أنظر إجابات الطلبة.
- أزوّد الطلبة **بورقة المصادر 12: مستوى إحداثي فارغ،** وأطلب إليهم رسم المثلث الذي رؤوسه (2,1) ,(2,3) ,(1,1). أنظر إجابات الطلبة.
- أطلب إلى الطلبة رسم المثلث الذي رؤوسه (4,2) ,(4,6) ,(2,2) بلون مختلف. أنظر إجابات الطلبة.
- أسأل الطلبة: ما العلاقة بين المثلثين؟ متشابهين.

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، وأسألهم:
  - » ما العلاقة بين الصورتين؟ متشابهتان.
  - » ما إحداثيات رؤوس الأصل؟ (2,5) , (5,5) , (5,1) , (2,1)
  - » ما إحداثيات رؤوس الصورة بعد التكبير؟ (5, 12.5),(12.5, 12.5),(12.5, 2.5),(5, 2.5)
  - » أرتّـب إحداثيات رؤوس الأصل والصورة تحت بعضهـا بعضًا، بحيث يكون كل رأس من الصورة تحت نظيره من الأصل، وأنظم النتائج في جدول كما يأتي:

إحداثيات رؤوس الأصل	(2, 5)	(5, 5)	(5, 1)	(2, 1)
إحداثيات رؤوس الصورة بعد التكبير	(5, 12.5)	(12.5,12.5)	(12.5, 5)	(5, 2.5)

  - » مـا العلاقة بين إحداثيات رؤوس الأصل والصورة بعد التكبير؟ ضُرب إحداثيًا كل رأس في الأصل بالعدد 2.5

توسعة: أبيّن للطلبة أنه يمكن تسمية التكبير بالتمدد، وأن التمدد يشمل التكبير والتصغير.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- أُقدّم للطلبة مفهوم التكبير ومعامله ومركزه.
- أناقش مع الطلبة خطوات حل مثال 1 على اللوح مع توضيح كل خطوة، وأؤكد أن المسافة بين المركز وصورة أي نقطة تساوي ضعف المسافة بين المركز وتلك النقطة.

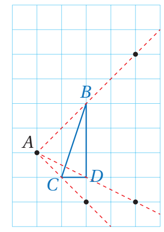
إرشاد: أُؤكّد أهمية استعمال ورقة مربعات، وأنه يمكن تحديد صورتي النقطتين B, C من دون استعمال المسطرة؛ لأن المســتقيم الذي يمر بهاتين النقطتين والمركز يمكن تحديده بتتبع أقطار المربعات، لكن يجب استعمال المسطرة عند رسم صورة النقطة D.

التقويم التكويني:

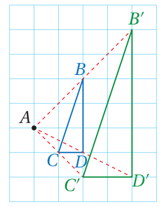
- أَطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي على أخطاء مفاهيمية وأناقشها على اللوح. لا أذكر اسم صاحب الحل الخطأ أمام الصف؛ تجنبًا لإحراجه.

ملاحظاتي

الْخُطْوَةُ 3 أقيسُ المسافاتِ الجديدةَ على الخطوطِ الّتي رسمْتُها في الخطوةِ 1 ابتداءً مِنْ مركزِ التكبيرِ، وَأحدّدُ علامةً لِكلٍّ مِنها.

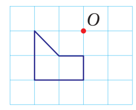


الْخُطْوَةُ 4 أَصِلُ بينَ النقاطِ، وَأسمّي المثلثَ الجديدَ $B'C'D'$



أتحققُ من فهمي:

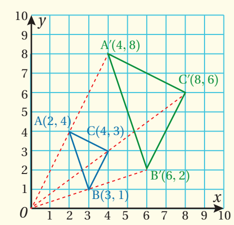
أنسخُ المضلعَ المرسومَ جانبًا على ورقةِ مربّعاتٍ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ O وَمُعامِلُهُ 3. انظر الهامش



يمكن أيضًا استعمالُ إحداثياتِ رؤوسِ الشكلِ لِرسمِ صورتِهِ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ k .

مفهومٌ أساسيٌّ — التكبيرُ في المستوى الإحداثيِّ

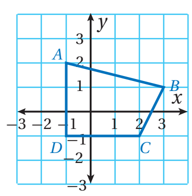
- **بالكلماتِ** لِإيجادِ صورةِ شكلٍ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ k، أضربُ إحداثيَّيْ كلِّ رأسٍ مِنْ رؤوسِ الشكلِ الأصليِّ في مُعامِلِ التكبيرِ k حيثُ $k > 1$، وَذلكَ لِأحصلَ على إحداثياتِ رؤوسِ الصورةِ.
- **بالرموزِ** $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$



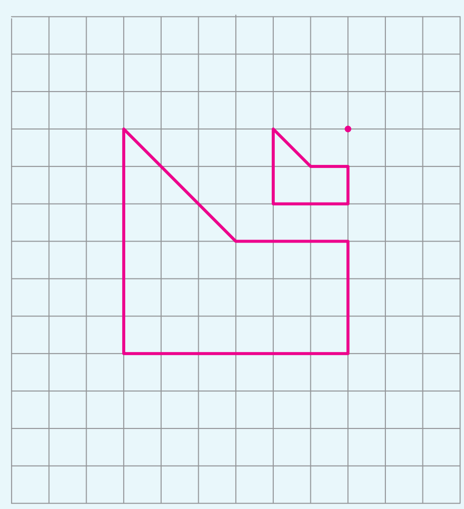
مثال 2

1 أرسمُ المضلعَ $ABCD$ الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(-1, 2), B(3, 1), C(2, -1), D(-1, -1)$ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ 3.

الْخُطْوَةُ 1 أرسمُ المضلعَ $ABCD$ في المستوى الإحداثيِّ:



إجابات (أتحقق من فهمي 1):



مِثالٌ 2

- أُقدّم للطلبة قاعدة إيجاد صورة شكل تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله عدد صحيح موجب اعتمادًا على إحداثيات رؤوسه.
- أطلب إلى الطلبة تقديم تبريرات لهذه القاعدة.
- أناقش الطلبة في خطوات حل مثال 2 وأؤكد ضرورة رسم الصورة بلون مختلف.

إرشاد: أُوجّه الطلبة إلى ملاحظة أنه حين يكون معامل التكبير موجبًا فإن النقطة وصورتها تقعان في الربع نفسه من المستوى الإحداثي، وأطلب إليهم تبرير ذلك.

تنبيه:

- قد يظن بعض الطلبة أنه يمكن دائما إيجاد صورة شكل مرسوم في المستوى تحت تأثير تكبير ما بضرب إحداثيات رؤوس الشكل في معامل التكبير. أبيّن لهؤلاء الطلبة أن هذه القاعدة تكون صحيحة فقط حين يكون مركز التكبير نقطة الأصل، وأوضح لهم ذلك بمثال على اللوح.

مثالٌ 3

- أناقش مع الطلبة حل المثال 3 على اللوح، وأُوضّح لهم أنه إذا علمت إحداثيات رؤوس شكل وإحداثيات صورته تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل، فيمكن إيجاد معامل التكبير، وذلك باختيار نقطتين على الشكل، وقسمة الإحداثيات المتقابلة (إما الإحداثيات السينية أو الإحداثيات الصادية).
- أناقش مع الطلبة حل مثال 3 ووضح لهم كيفية إيجاد معامل التكبير بربط فكرة معامل المقياس التي تعلموها في الدرس السابق مع فكرة معامل التكبير .

أخطاء مفاهيمية:

- قد لا يتضح لبعض الطلبة دور موقع مركز التكبير في تحديد موقع الصورة؛ لذا أَرسم شكلًا، وأحدد مراكز مختلفة للتكبير ليلاحظ الطلبة اختلاف موقع الصورة باختلاف موقع المركز .
- قد يظن بعض الطلبة أن مركز التكبير يكون داخل الشكل أو خارجه فقط. أُوضّح لهم حالة يقع فيها مركز التكبير على الشكل نفسه.
- قد يظن بعض الطلبة أن مساحة شكل بعد التكبير تساوي مساحة الشكل الأصلي مضروبة بمعامل. أطلب إلى الطلبة إيجاد العلاقات بين مساحات أشكال بسيطة ومساحات صورها بعد التكبير، ثم أطلب إليهم استنتاج العلاقة وتعميمها.

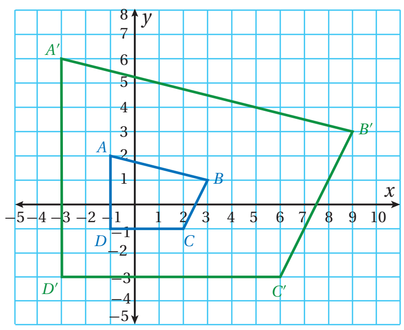
الْخُطْوَةُ 2

أَجِدُ إحداثياتِ رؤوسِ الصورةِ بِضربِ الإحداثيِّ x وَالإحداثيِّ y لِكلِّ رأسٍ مِنْ رؤوسِ الشكلِ الأصليِّ في 3

إحداثياتُ رؤوسِ الشكلِ الأصليِّ		إحداثياتُ الصورةِ
(x, y)	$\rightarrow$	$(3x, 3y)$
$A(-1, 2)$	$\rightarrow$	$A'(-3, 6)$
$B(3, 1)$	$\rightarrow$	$B'(9, 3)$
$C(2, -1)$	$\rightarrow$	$C'(6, -3)$
$D(-1, -1)$	$\rightarrow$	$D'(-3, -3)$

الْخُطْوَةُ 3

أرسمُ المضلعَ $A'B'C'D'$ في المستوى الإحداثيِّ.



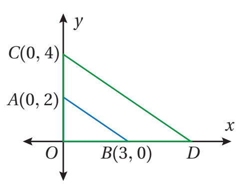
أتحقق من فهمي:

2 أرسمُ ΔABC الذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(0, 2), B(2, -1), C(-2, -1)$ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ 4. انظر الهامش

بما أنَّ الشكلَ وَصورتَهُ الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمعامِلُهُ k متشابهانِ، فإنَّهُ يمكنُ إيجادُ معاملِ التكبيرِ k بإيجادِ النسبةِ بينَ أطوالِ الأضلاعِ المتناظرةِ، أوْ بإيجادِ النسبةِ بينَ الإحداثيِّ x أوِ الإحداثيِّ y لأحدِ رؤوسِ الشكلِ بعدَ التكبيرِ وَالإحداثيِّ المناظرِ لَهُ في الشكلِ الأصليِّ.

مثال 3

يبيِّنُ الشكلُ المجاورُ المثلثَ ΔOAB وَصورتَهُ ΔOCD الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ:



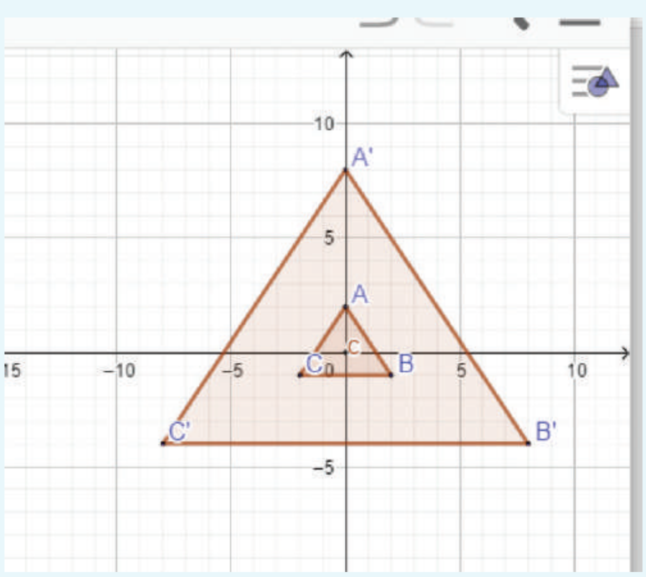
1 أَجِدُ معاملَ التكبيرِ.

الطريقةُ 1: بما أنَّ $\Delta OCD \sim \Delta OAB$ فَإنَّ النسبةَ بينَ طولَيْ أيِّ ضلعَينِ متناظرَينِ تساوي معاملَ التكبيرِ: $\frac{OC}{OA} = \frac{4}{2} = 2$

إذنْ، معاملُ التكبيرِ 2

إجابات (أتحقق من فهمي 2):

إحداثيات الرؤوس: $A'(0, 8)$, $B'(8, -4)$, $C'(-8, -4)$



الطريقةُ 2: أَجِدُ النسبةَ بينَ الإحداثيِّ y لِلرأسِ C وَالإحداثيِّ y للرأسِ A المناظِرِ لَهُ: $2 = \frac{4}{2} = \frac{y_C}{y_A}$

إذنْ، معاملُ التكبيرِ يساوي 2

2 **أَجِدُ إحداثيَّي الرأسِ D .**

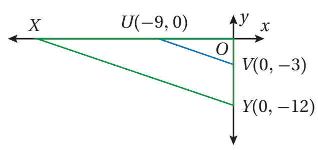
ينتجُ إحداثيّا الرأسِ D عَنْ ضربِ إحداثيَّي الرأسِ B المناظِرِ لَهُ في معاملِ التكبيرِ:

$$(3, 0)\rightarrow(3\times2, 0\times2)\rightarrow(6, 0)$$

إذنْ، $D(6, 0)$.

أتحققُ من فهمي:

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ ΔUOV وَصورتَهُ ΔXOY الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، أَجِدُ:



3 معاملَ التكبيرِ.
معامل التكبير 4

4 إحداثيَّي الرأسِ X .
$X(-36, 0)$

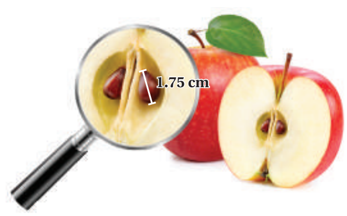
مثال 4: منَ الحياةِ

عدســاتٌ: **تُظهرُ العدسةُ المكبِّرةُ المجاورةُ الأجسامَ أكبرَ بـ 5 مراتٍ مِنْ حجمِها الأصليِّ. إذا كانَ طولُ الدُّعسوقةِ المجاورةِ تحتَ العدسةِ 3.9 cm ، فَأَجِدُ الطولَ الحقيقيَّ لَها.**

طولُ الصورةِ يساوي معاملُ التكبيرِ × الطولُ الحقيقيُّ	$3.9 = 5\times l$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 5	$0.78 = l$

إذنْ، الطولُ الحقيقيُّ لِلدُّعسوقةِ 0.78 cm

أتحققُ من فهمي:



تُظهرُ العدســةُ المكبِّرةُ المجاورةُ الأجسامَ أكبرَ بـ 7 مراتٍ مِنْ حجمِها الأصليِّ. إذا كانَ طولُ بذرةِ التفاحِ المجاورةِ تحتَ العدسةِ 1.75 cm، فَأَجِدُ الطولَ الحقيقيَّ لِبذرةِ التفاحِ. 0.25 cm

مثال 4: من الحياة

- أطلب إلى الطلبة ذكر بعض المواقف الحياتية التي يفيد فيها استعمال التكبير.
- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة نص المسألة في المثال 4 بصوت عال، ثم أسأل:
  - » هل يمكن حل هذه المسألة باستعمال التكبير؟ نعم
  - » ما معامل التكبير؟ 5
- أبيّن للطلبة أن حل هذه المسألة لا يتطلب تحديد مركز التمدد؛ لأن المطلوب هو إيجاد الطول الحقيقي للدعسوقة وليس موقعها.
- أناقش الطلبة في خطوات حل المثال، وأذكرهم بطريقة حل معادلة الضرب المستعملة في حل المثال.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حل المسائل فيها. إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حل المسألة؛ لعرض الحل على اللوح.

✓ إرشاد: في الأسئلة 7 ,6 ,2 ,1 أنبّه الطلبة إلى اختيار شبكات بأبعاد مناسبة لرسم صورة الشكل، بحيث تقع صور الرؤوس جميعها داخل الشبكة.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى حل الأسئلة في بند **(مهارات التفكير العليا)**، في مجموعات ثنائية، وكتابة مُبرِّر للإجابة، وأمنحهم وقتًا كافيًا لنقد مُبرِّرات بعضهم. أشرِك الطلبة كافةً في حل هذه المسائل؛ لتنمية مهارات التفكير العليا لديهم. قد لا يتمكن الطلبة كافةً من حل المسائل جميعها، وإنَّما يتعيَّن عليهم أن يحاولوا حلها.

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا. لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يتم تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

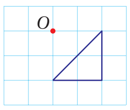
تنويع التعليم

قد يكون السؤال 15 فرصة للطلبة ممن يمتلكون مهارات في الرسم لإظهار إبداعاتهم، أتابع أعمال الطلبة، وأعزز المميز منها.

أتدرب وأحل المسائل

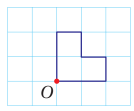
أنسخُ كلَّ مضلعٍ مِمّا يأتي على ورقة مربَّعاتٍ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ O، مستعمِلًا معاملَ التكبيرِ المعطى أسفلَهُ:   2 ,1) انظر الهامش

1



معاملُ التكبيرِ 3

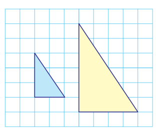
2



معاملُ التكبيرِ 4

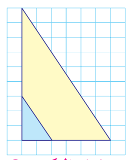
أَجِدُ معاملَ التكبيرِ في كلٍّ ممّا يأتي:

3



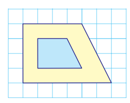
معامل التكبير 2

4



معامل التكبير 3

5

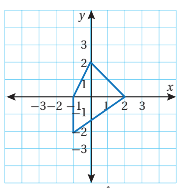


معامل التكبير 2

أنسخُ كلَّ مضلعٍ مِمّا يأتي على ورقةٍ مربَّعاتٍ، ثم أرسمُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، مستعمِلًا معاملَ التكبيرِ المعطى أسفلَهُ:

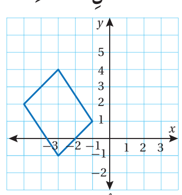
7 ,6) انظر الهامش

6



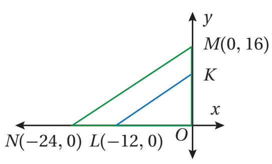
معاملُ التكبيرِ 3

7



معاملُ التكبيرِ 4

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المثلثَ ΔOKL وَصورتَهُ ΔOMN الناتجةَ عَنْ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، أَجِدُ:



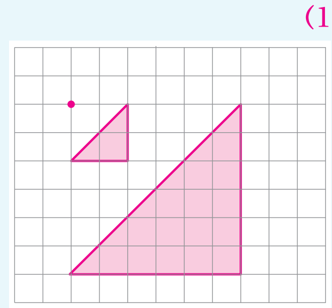
8 معاملَ التكبيرِ.   2

9 إحداثيَّي الرأسِ K. $K(0, 8)$

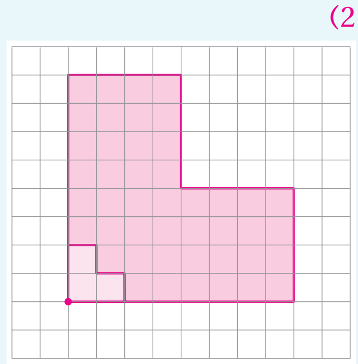
توسعة: في الأسئلة 5 ,4 ,3 يمكن تحديد مركز التكبير، برسم شعاع من كل رأس في الشكل الكبير باتجاه نظيره في الشكل الصغير، ثم تحديد نقطة التقاء الأشعة التي تمثل مركز التكبير.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

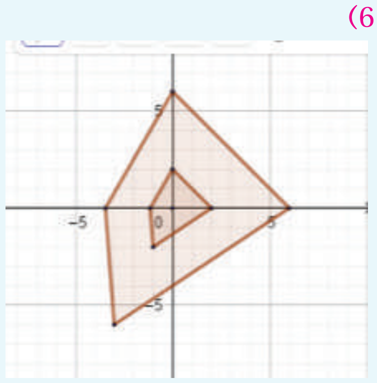
(1



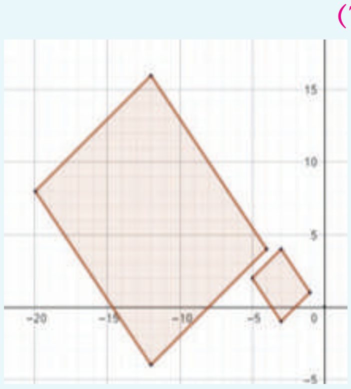
(2



(6



(7

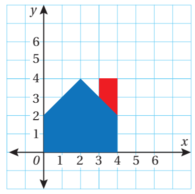


معلومة

بصمةُ الإصبعِ علامةٌ مميِّزةٌ لِكلِّ شخصٍ، وتُعتمَدُ في التعرفِ إلى هُويَّةِ الشخصِ، وَعادةً ما تُستعملُ بصمةُ الإبهامِ.

10 **عدساتٌ:** تُظهرُ العدسةُ المكبِّرةُ المجاورةُ الأجسامَ أكبرَ بمرّتَينِ مِنْ حجمِها الأصليِّ. إذا كانَ طولُ بصمةِ الإبهامِ المجاورةِ تحتَ العدسةِ 2.5 cm، أَجِدُ طولَ البصمةِ الحقيقيَّ. 1.25 cm

11 **تصميمٌ جرافيكيٌّ:** أنشأَ مصمّمُ الشعارَ المجاورَ لِشركةِ عقاراتٍ، وَلكنّهُ يحتاجُ إلى جعلِهِ أكبرَ مرتَينِ لِاستخدامِهِ على لافتةٍ. أرسمُ الشعارَ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمعاملُهُ 2 . انظر الهامش



مهاراتُ التفكيرِ العُليا

أفكر

أيُّ الأزواجِ المرتبةِ يقابلُ الزوجَ المرتّبَ (18, 6)؟

تبريرٌ: مثلثٌ إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(1,2), B(1,0), C(3,1)$، كُبِّرَ باستعمالِ نقطةِ الأصلِ كَمركزٍ لِلتكبيرِ. إذا كانَ إحداثيّا أحدِ رؤوسِ الصورةِ (18, 6)، أَجِدُ كلًّا مِمّا يأتي مبررًا إجابتي:

12 معاملَ التكبيرِ. معامل التكبير 6 لأن النقطة الوحيدة التي ضرب إحداثياها بنفس العدد هي النقطة $c(3,1)$ فعند ضرب إحداثياها بالعدد 6 أحصل على النقطة (18, 6) .

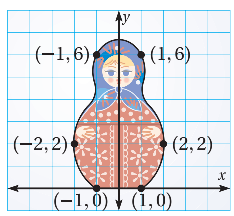
13 إحداثياتِ الرؤوسِ الأُخرى. (6, 12), (6, 0)

معلومة

الماتريوشكا دُميةٌ روسيةٌ شهيرةٌ على شكلِ امرأةٍ تحوي بِداخلِها دُمًى أُخرى لَها الشكلُ نفسُهُ وَلكنْ أصغرَ حجمًا.

14 **أكتشفُ الخطأَ:** رسمَ عدنانُ مستطيلًا طولُهُ 3cm وَعرضُهُ 2 cm، ثمَّ أوجدَ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ معاملِ تكبيرٍ قيمتُهُ 5، فَكانَ عَرضُ المستطيلِ الجديدِ 15 cm، أبيّنُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ عدنانُ، وَأُصحّحُهُ. 15 cm هو طول المستطيل الجديد وليس عرضه.

15 **تحدٍّ:** يُظهرُ الشكلُ المجاورُ صورةً لِإحدى دُمى الماتريوشكا. أرسمُ صورةً لِلدّميةِ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ معاملُهُ 2 وَمركزُهُ نقطةُ الأصلِ. انظر الهامش

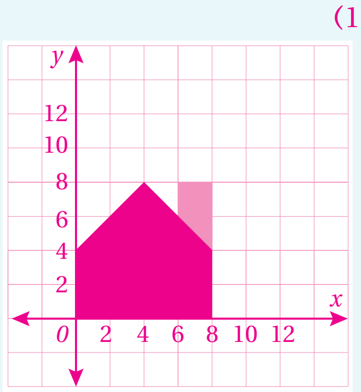


16 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ معاملَ التكبيرِ لِشكلٍ مرسومٍ في المستوى الإحداثيِّ؟ إجابة ممكنة : أقسم المسافة بين نقطتين على صورة الشكل على المسافة بين النقطتين المناظرتين لها في الشكل الأصلي .

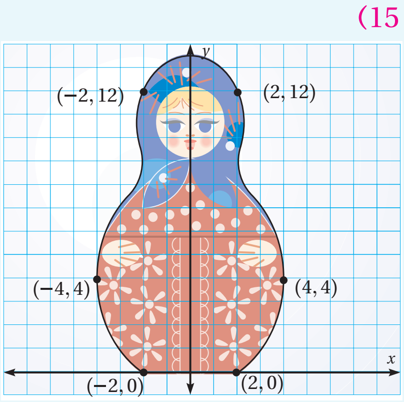
74

إجابة (أتدرب وأحل المسائل):

11)



15)

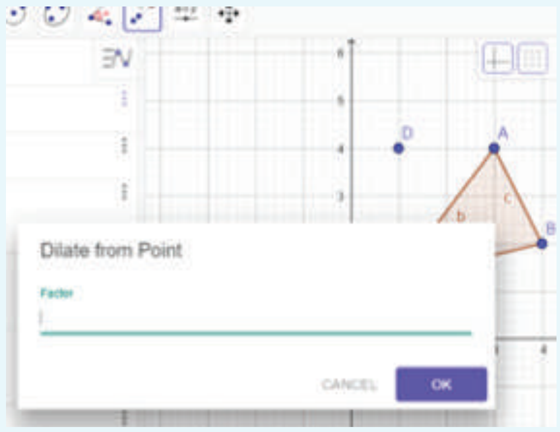


5 الإثراء

نشاط التكنولوجيا:

أستخدم برمجية جيوجبرا لرسم أشكال وصورها تحت تأثير تكبير عُلم مركزه ومعامله، باتباع الخطوات الآتية:

- أرسم مضلعًا باستعمال الأيقونة كما تعلمت سابقا.
- أُحدّد النقطة التي تمثل مركز التكبير في المستوى باستعمال الأيقونة لتكبير الشكل: أختار الأيقونة Dilate from Point من شريط الأدوات، ثم أنقر بالمؤشر وسط الشكل، ثم أنقر على مركز التكبير وأحدد معامل التكبير في صندوق الحوار الذي يظهر، ثم أضغط على OK، وأضغط بزر الفأرة داخل الشكل، ثم أنقل زر الفأرة إلى النقطة التي حددتها وأضغط عليها، فتظهر لك شاشة بالشكل.



تعليمات المشروع:

- أُوجّه الطلبة لتجهيز النموذج للمشروع استعدادًا لعرضه .

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى سؤال **(أكتب)** للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط قراءة الفقرة التي كتبها للإجابة عن السؤال.

تنبيه: في سؤال **(أكتب)** ما دام أن نص السؤال لم يذكر أن مركز التمدد نقطة الأصل، فلا يمكن قبول الإجابة المبنية على الإحداثيات، بل يجب أن تعتمد الإجابة على إيجاد النسبة بين طول الضلع في الصورة وطول الضلع في الأصل.

نتاجات الدرس:

- اســتعمال برمجية جيوجبــرا لتكبير صورة وفق مقياس معين.

المصادر والأدوات:

- برمجية جيوجبرا

خطوات العمل:

- أرافق الطلبة إلى مختبر الحاسوب، ثم أجلسهم في مجموعات صغيرة أمام أجهزة الحاسوب.
- أطلب إلى الطلبة فتح برمجية جيوجبرا على الإنترنت باستعمال الرابط الآتي:

https://www.geogebra.org/classic?lang=ar

- توفيرًا للوقت يمكنني تثبيت نسخة من هذه البرمجية المجانية على الحواسيب قبل بدء الحصة.
- أراجع الطلبـة في أبـرز أوامـر جيوجبرا. مثل: رسـم المضلعات، وإيجاد قياسـات الزوايـا، وإيجاد أطوال القطع المسـتقيمة.
- أطلب إلى الطلبة تنفيذ خطوات النشاط بالتعاون، ثم أتجوّل بينهم وأقدّم المساعدة لمن يحتاج إليها.
- أطلب إلى الطلبة حل سؤال (**أتدرب**) واجبًا منزليًّا، وأؤكد ضرورة استعمال خاصية طباعة الشاشة لحفظ أعمالهم، ثم عرضها عليّ إلكترونيًّا أو مطبوعة.

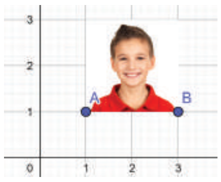
معمل برمجية جيوجبرا

التكبيرُ

يمكنُني استعمالُ برمجيةِ جيوجبرا لِتكبيرِ صورتي الشخصيةِ مَعَ المحافظةِ على جَودةِ الصورةِ وَهيئَتِها.

نشاط

الْخُطْوَةُ 1 ألتقطُ صورةً:



- ألتقطُ لِنفسي صورةً بِالهاتفِ المحمولِ، وَأَحفظُها في ملفٍّ على جهازِ الحاسوبِ.

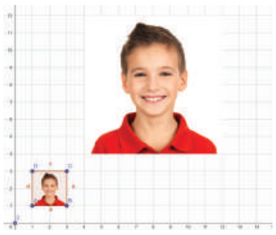
الْخُطْوَةُ 2 أُدرجُ الصورةَ في المستوى الإحداثيِّ:

- أختارُ أيقونةَ Image مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أختارُ الصورةَ الّتي حفظْتُها.
- أُعدّلُ موقعَ الصورةِ، وَأختارُ مقاسًا مناسبًا لَها بِتحريكِ النقطتَينِ A وَ B اللّتَينِ تَظهرانِ عليها.

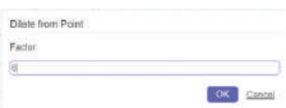
الْخُطْوَةُ 3 أحدّدُ الصورةَ بِنقاطٍ، وَأحدّدُ مركزَ التكبيرِ:

- أختارُ أيقونةَ مِنْ شــريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقرُ على الرأسَينِ الآخَرَينِ لِلصورةِ لِتظهرَ نقطةٌ عند كلِّ رأسٍ، ثمَّ أنقرُ على نقطةِ الأصلِ.
- أرسمُ مستطيلًا حولَ الصورةِ، وَذلكَ بِاختيارِ أيقونةِ مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ النقرِ على النقاطِ الأربعةِ الّتي تظهرُ على رؤوسِ الصورةِ. وَلِإغلاقِ الشكلِ أنقرُ على النقطةِ الأولى مرةً أُخرى.

الْخُطْوَةُ 4 أُكبّرُ الصورةَ:



- أختارُ أيقونةَ Dilate from Point مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقرُ وسطَ الصورةِ، ثمَّ أنقرُ على مركزِ التكبيرِ (نقطةِ الأصلِ).
- أحددُ معامِلَ التكبيرِ الّذي أريدُ في مربَّعِ الحوارِ الّذي يظهرُ، ثمَّ أنقرُ على OK



أَتدربُ

ألتقطُ صورًا أُخرى، وَأحفظُها على جهازِ الحاسوبِ، ثمَّ أُكَبِّرُها تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ بِاختيارِ معاملِ التكبيرِ الّذي أريدُ. انظر إجابات الطلبة

إرشاد:

يمكن التقاط الصورة مباشــرة من دون تخزينها، حيث تظهر الشاشــة الآتية عند الضغط على أيقونة Image فيكون للطالب/ الطالبة الخيار في استدعاء صورة محفوظة مســبقًا، أو التقاط صورة مباشــرة بالضغط علــى webcam ثم التقاط الصورة، ثم الضغط على ok.

الدرسُ 5 خطةُ حلِّ المسألةِ: الرسمُ

فكرةُ الدرسِ
حلُّ المسألةِ بِاستخدامِ خُطةِ "الرسمِ".

ظِلٌّ: أرادَ محمدٌ معرفةَ طولِ مبنًى قريبٍ مِنْ منزلِهِ، فَقرّرَ استعمالَ المثلثاتِ المتشابهةِ في ذلكَ، فَقاسَ طولَ ظِلِّهِ فَوجدَهُ 0.9 m ، وَقاسَ طولَ ظِلِّ المبنى في الوقتِ نفسِهِ فَوجدَهُ 7.6 m ، إذا كانَ طولُ محمدٍ 1.8 m فَأحسبُ طولَ المبنى.

1 أفهمُ

- طولُ محمدٍ 1.8 m وَطولُ ظِلِّهِ 0.9 m ، وَطولُ ظِلِّ المبنى 7.6 m
- المثلثانِ الناتجانِ مِنْ طولِ محمدٍ وَطولِ ظِلِّهِ وَطولِ المبنى وَطولِ ظلِّهِ متشابهانِ.

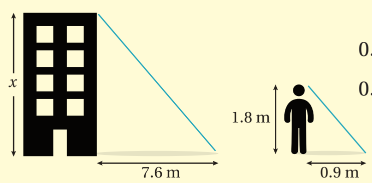
المطلوبُ: إيجادُ طولِ المبنى.

2 أخطّطُ

... معطياتِ المسألةِ مفترضًا أنَّ طولَ المبنى المرادَ إيجادُهُ x .

3 أحلّ

... متشابهانِ، إذنْ، أطوالُ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةٌ.



أكتبُ تناسبًا	$\frac{x}{1.8} = \frac{7.6}{0.9}$
خاصّيةُ الضربِ التبادليِّ	$0.9x = 1.8 \times 7.6$
أضربُ	$0.9x = 13.68$
أقسمُ على 0.9	$x = 15.2$

إذنْ، يبلغُ طولُ المبنى 15.2 m

4 أتحقّقُ

... في التناسُبِ لِأتحقَقَ مِنْ تساوي النسبتَينِ.

أعوّضُ $x = 15.2$	$\frac{15.2}{1.8} \stackrel{?}{=} \frac{7.6}{0.9}$
الطرفانِ متساويانِ، إذنْ، الحلُّ صحيحٌ	$8.4 = 8.4$ ✔

76

الدرس 5

نتاجات الدرس:

- تعرّف خطة الحل بالرسم.
- حلّ مسائل باستعمال خطة الحل بالرسم.

التعلم القبلي:

- حلّ مسائل حياتية تتضمن حساب قياسات زوايا وأطوال أضلاع أشكال متشابهة باستعمال التناسب.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم حل السؤال الآتي، لكن من دون رسم أي شكل.
  - » إذا كان:
    $$\Delta ABC \sim \Delta DEF$$
    $$ED = 12,\ DF = 12,\ AC = 4,\ BC = 2$$
  - » أجد طول كل من EF, AB
- أسأل الطلبة: هل من مقترحات لتسهيل حل هذه المسألة؟ إجابة ممكنة: رسم المثلثين وتحديد القياسات المعطاة في المسألة عليهما.

2 التدريس

الحل باستعمال الرسم طريقة لحل المسائل يتم فيها رسم شكل هندسي يوضح معطيات المسألة والمطلوب فيها، مما يسهل حلها.

- أطلب إلى أحد الطلبة قراءة المسألة في الصفحة 76 وأحدد مع الطلبة المعطيات والمطلوب في المسالة، وأدوّنها على اللوح.
- أناقش الطلبة في أهمية رسم شكل يمثل المسألة.
- أرسم شكلًا، وأوضّح لهم طريقة تحديد المعطيات والمطلوب على الرسم.
- أوضّح لهم أهمية التحقق من صحة حلهم دائمًا.

3 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحل المسائل**)، وأطلب إليهم حل المسائل فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممّن تمكنوا من حل المسألة ليعرض حله على اللوح.

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

4 الإثراء

تعليمات المشروع

أذكر الطلبة بأن موعد عرض نتائج المشروع قريب؛ لذا عليهم وضع اللمسات النهائية على المشروع، والتأكد من أن جميع العناصر المطلوبة من المشروع متوافرة يوم العرض.

5 الختام

- أطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط التحدث عن أهمية استعمال خطة الرسم لحل المسألة.

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

1 **شـاحنةٌ:** صندوقُ شاحنةٍ قاعدتُهُ على شكلِ مستطيلٍ طولُهُ 11 m وَعَرضُهُ 3 m، صُمِّمَ نموذجٌ مشابهٌ لَهُ عَرضُ قاعدتِهِ 0.4 m . أَجِدُ طولَ النموذجِ، مقرِّبًا إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ. 1 m تقريبا

2 **تِنْسٌ:** طاولةُ تِنْسٍ على شكلِ مستطيلٍ طولُه 2.5 m وَعَرضُه 1.5 m، وَملعبُ تِنْسٍ حقيقيٌّ طولُهُ 23.5 m وَعَرضُهُ 11 m. هلِ الملعبُ وَالطاولةُ متشابهانِ؟ أبرّرُ إجابتي.

لا ، لأن الأضلاع غير متناسبة حيث أن : $\frac{11}{1.5} \neq \frac{23.5}{2.5}$

معلومة

يُطلَقُ على تِنسِ الطاولةِ أيضًا (بينج بونج)؛ وَذلكَ بِسببِ صوتِ الارتطامِ الناتجِ عَنْ تصادُمِ الكرةِ بِالمِضربِ ثُمَّ بِطاولةِ التنسِ.

3 **أبراجٌ:** يبلغُ ارتفاعُ لعبةٍ في مدينةِ الألعابِ 25 m، وَطولُ ظِلِّها 9 m . أَجِدُ طولَ رَجلٍ طولُ ظِلِّهِ في الوقتِ نفسِهِ 70 cm 194 cm تقريبا

4 **غرفةٌ:** غرفةُ طعامٍ على شكلِ مستطيلٍ طولُها 5 m وَعَرضُها 4 m ، أمّا طولُها في مخطَّطِ المنزلِ 20 cm ، أَجِدُ عَرضَ غرفةِ الطعامِ في المخطَّطِ. 16 cm

5 **سيارةٌ:** صمّمَتْ شركةُ سيّاراتٍ نموذجَ لعبةٍ مشابهًا لِإحدى سياراتِ السباقِ الّتي تُنتِجُها، فَإذا كانَ طولُ السيّارةِ الحقيقيُّ 5 m وَعَرضُها 1.8 m، وَكانَ عَرضُ اللعبةِ 6.3 cm . أَجِدُ طولَ اللعبةِ. 17.5 cm

معلومة

يستغرقُ تصميمُ الطرازِ الجديدِ مِنَ السيارةِ حواليْ ثلاثَ سنواتٍ.

6 **لوحةٌ إعلانيةٌ:** قرّرَتْ شركةٌ تكبيرَ شعارِها الخاصِّ وَتحويلَهُ إلى لوحةٍ إعلانيةٍ، فَإذا كانَ الشعارُ مستطيلَ الشكلِ وكانَ طولُهُ 6 cm وَعَرضُهُ 4 cm، وكانَ طولُ اللوحةِ الإعلانيةِ 2.5 m . فَأَجِدُ محيطَ اللوحةِ.

عرض اللوحة 1.7 m تقريبا ، محيط اللوحة 8.4 m تقريبا

7 **أرضٌ:** قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ محيطُها 72 m ، وَطولُها 18 m، تتشابهُ مَعَ قطعةِ أرضٍ أُخرى محيطُها 120 m، أَجِدُ عَرضَ قطعةِ الأرضِ الثانيةِ. 30 m

8 **أكتبُ** أكتبُ مسألةً يمكنُني حلُّها بِاستخدامِ خطةِ حلِّ المسألةِ (الرسمِ)، ثمَّ أحلُّها.

إجابة ممكنة: يبلغ طول زياد 165 cm وطول ظله 110 cm ، فما طول خالد إذا كان طول ظله 106 cm ، علما بأن خالد وظله ، وزياد وظله يشكلان مثلثين متشابهين.

تنبيه: أُؤكّد أننا سنحصل على الإجابة نفسها في السؤال 3، سواء بقيت الوحدات بالمتر والسنتيمير أو حولت جميعها للوحدة نفسها.

الوحدة 6

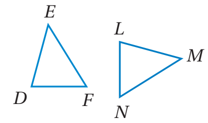
اختبار الوحدة:

- أقسم الطلبة 4 مجموعات، ثم أُوزّع الأسئلة 10–1 على المجموعات، وأطلب إليهم مناقشة حلول الأسئلة الخاصة بهم، وأحرص على التجول بين المجموعات لتقديم التغذية الراجعة لهم، ثم أناقش حل بعض المسائل على اللوح مع الصف كاملا.
- أقسم الطلبة مجموعات ثنائية، ثم أطلب إليهم حل المسائل 16–11 وأتابع حلول الطلبة، وأقدّم لهم التغذية الراجعة، وأختار المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها، وأناقشها على اللوح.

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لكلٍّ ممّا يأتي:

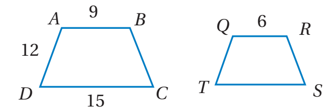
1 إذا كانَ $\Delta DEF \cong \Delta LMN$ أيُّ الآتيةِ هيَ جملةُ تطابقٍ صحيحةٌ:



a) $\overline{DE} \cong \overline{LN}$ b) $\overline{FE} \cong \overline{NL}$

c) $\angle N \cong \angle F$ d) $\angle M \cong \angle F$

2 إذا كانَ الشكلانِ الآتيانِ متشابهَينِ فَإنَّ طولَ $\overline{TQ}$ يساوي:



a) 8 b) 12 c) 6 d) 18

3 مستطيلٌ طولُهُ 8 cm إذا رسمْتُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ معاملُهُ 2 ، فَإنَّ طولَ الصورةِ يساوي:

a) 4 cm b) 10 cm

c) 12 cm d) 16 cm

4 كُبِّرَ ΔCDE إلى $\Delta C'D'E'$، إذا كانَ $CD = 2.5$ cm، $D'E' = 3.25$ cm، $C'D' = 7.5$ cm فَإنَّ طولَ $\overline{DE}$ مقرّبًا لأقربِ منزلتينِ عشريّتينِ يساوي:

a) 1.08 cm b) 5 cm

c) 9.75 cm d) 19 cm

5 إذا كانَ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$، فَإنَّ $m\angle A$ يساوي:

a) $m\angle B$ b) $m\angle D$

c) $m\angle E$ d) $m\angle F$

6 إذا كانَ ارتفاعُ برجٍ 160 m ، وصُمّمَ لَهُ نموذجٌ بمقياسِ 2000 : 1 ، فَإنَّ ارتفاعَ نموذجِ البرجِ:

a) 0.16 m b) 0.8 m

c) 0.08m d) 320000 m

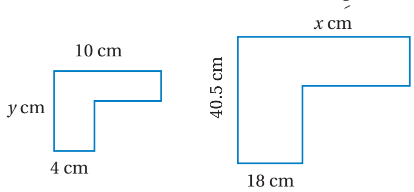
7 مقياسُ الرسمِ الّذي يعطي أكبرَ نموذجٍ هُوَ:

a) 1 : 4000 b) 1 : 300

c) 1 : 200 d) 1 : 100

8 إذا كانَ الشكلانِ الآتيانِ متشابهَينِ، أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x و y.

$x = 45$ cm, $y = 9$ cm



إذا كانَ ΔABC قائمَ الزاويةِ في B، وَكانَ $\Delta ABC \sim \Delta DEF$، وَكانَ $AB = 21$ cm, $BC = 15$ cm $DE = 7$ cm، أَجِدُ:

9 طولَ $\overline{EF}$

5 cm

10 مساحةَ ΔDEF

17.5 cm²

إرشادات:

- في سؤال 10 أذكر الطلبة بقانون مساحة المثلث.
- في سؤال 11 أذكر الطلبة بأن قياس الزاوية المستقيمة °180

تنبيه:

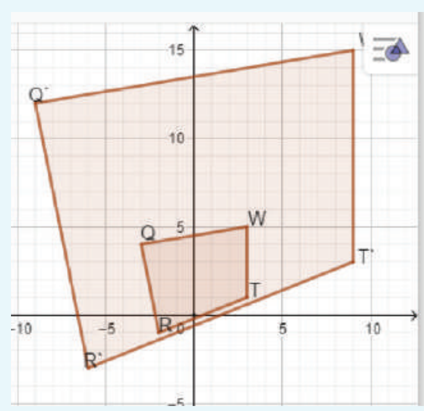
في السؤالين 12 و13 أنبّه الطلبة إلى اختيار أبعاد مناسبة للشبكة ليتمكنوا من إكمال صورة الشكل.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

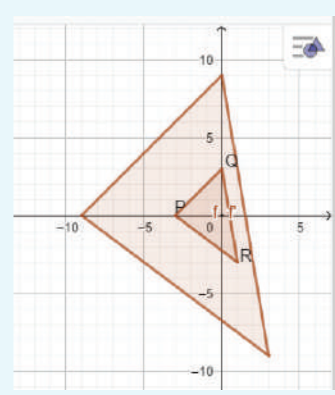
أطلب إلى الطلبة حل أسئلة (**تدريب على الاختبارات الدولية**) فرديًّا، ثم أناقش حلولها مع الطلبة على اللوح.

إجابات اختبار الوحدة:

(12

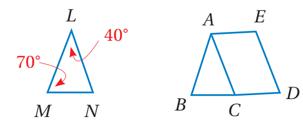


(13



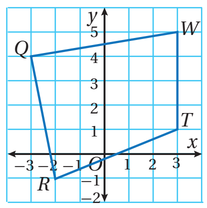
---

11 في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ $\Delta ABC \cong \Delta LMN$ وَكانَ $\overline{AE}$ يوازي $\overline{BD}$، أجِدْ: $m\angle ACD$ 110°

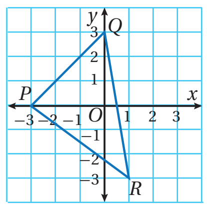


أنسخُ كلَّ مضلعٍ مِمّا يأتي على ورقِ مربّعاتٍ، ثمَّ أرسمُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ O، ومعاملُهُ 3:

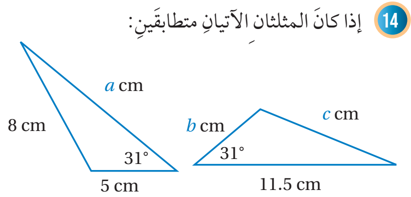
12 انظر الهامش



13 انظر الهامش



14 إذا كانَ المثلثانِ الآتيانِ متطابقَينِ:



أجِدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ a وَ b وَ c.

$a = 11.5 \,, b = 5 \,, c = 8$

15 طابعُ بريدٍ طولُهُ 4 cm، وَعرضُهُ 3 cm، إذا تمَّ تكبيرُهُ لِيصبحَ عرضُهُ 11.5 cm، أجِدُ طولَ الطابعِ بعدَ التكبيرِ. أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

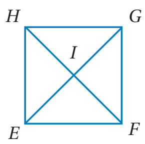
15.3 cm تقريبًا

16 صمّمَ معاويةُ نموذجًا لِديناصورٍ، فَإذا كانَ طولُ النموذجِ 5.2 m، وَالطولُ الحقيقيُّ لِلديناصورِ 13 m، أجِدُ مقياسَ النموذجِ.

1 : 2.5

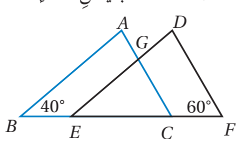
تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

17 في المربعِ $EFGH$، أيُّ العباراتِ الآتيةِ غيرُ صحيحةٍ؟



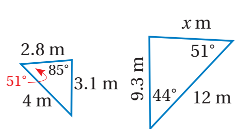
a) المثلثانِ EIF, EIH متطابقانِ
b) المثلثانِ GHF, GHI متطابقانِ
c) المثلثانِ EFH, EGH متطابقانِ
d) المثلثانِ EIF, GIH متطابقانِ

18 إذا كانَ المثلثانِ ABC, DEF متطابقَينِ، فَإنَّ $m\angle AGD$ يساوي:



a) 100° b) 80°
c) 60° d) 40°

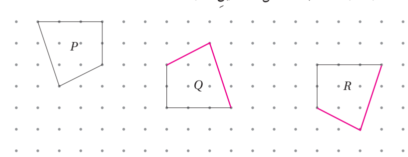
19 إذا كانَ المثلثانِ الآتيانِ متشابهَينِ، فَإنَّ قيمةَ المتغيّرِ x تساوي:



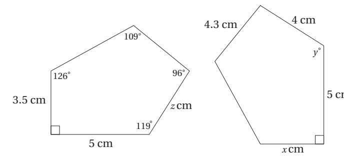
a) 4.2 b) 4.65
c) 5.6 d) 8.4

كتاب التمارين

❶ إذا كانَتِ الأشكالُ P وَ Q وَ R متطابقةً، أُكملُ الشكلَينِ Q وَ R :

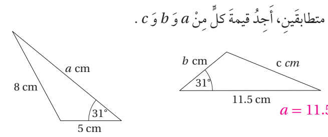


❷ يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مضلّعَينِ متطابقَينِ، أَجِدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ x وَ y وَ z .



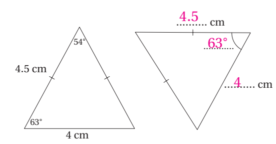
$x = 3.5$, $y = 119°$, $z = 4$

❸ يبيّنُ الشكلُ الآتي مثلَّثَينِ متطابقَينِ، أَجِدُ قيمةَ كلٍّ مِنْ a وَ b وَ c .

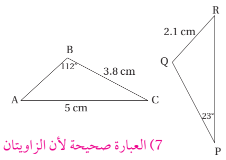


$a = 11.5$, $b = 5$, $c = 8$

❹ يبيّنُ الشكلُ الآتي مثلَّثَينِ متطابقَينِ كلٌّ مِنْهُما متساوِي الساقَينِ. أَجِدُ القياساتِ المجهولةَ في الشكلِ:



في الشكلِ المجاورِ $\Delta ABC \cong \Delta RQP$ ، أيُّ الجُملِ الآتيةِ صحيحةٌ وَأيُّها خطأٌ؟ أبرّرُ إجابتي.



❺ $m\angle BAC = 23°$ ☐ صحيحةٌ ☑ خطأٌ

❻ $PQ = 5$ cm ☐ صحيحةٌ ☑ خطأٌ

❼ $m\angle PQR = 112°$ ☑ صحيحةٌ ☐ خطأٌ

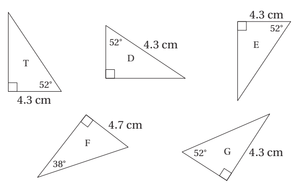
5) العبارة خطأ لأن نظير $\angle BAC$ هي $\angle QRP$ والتي قياسها 45°

6) العبارة خطأ لأن نظير القطعة $\overline{PQ}$ هي القطعة $\overline{CB}$ وليست القطعة $\overline{AC}$

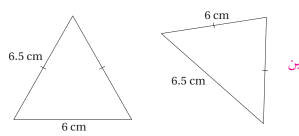
7) العبارة صحيحة لأن الزاويتان $\angle PQR$, $\angle CBA$ متناظرتان في مثلثين متشابهين

❽ أيُّ المثلَّثاتِ الآتيةِ يطابقُ المثلَّثَ T ؟ أبرّرُ إجابتي.

المثلث E لأن العناصر المتناظرة متطابقة



❾ **أكتشفُ الخطأَ:** تقولُ هديلُ: إنَّ المثلَّثَينِ الآتيَينِ متطابقانِ. هلْ ما قالَتْهُ هديلُ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.



خطأ لأن طول كل من الضلعين المتطابقين في المثلث الأيمن 6 cm بينما طول كل من الضلعين المتطابقين في المثلث الأيسر 6.5 cm

تبريرٌ: أعطي سببًا واحدًا على الأقلِّ لِعدمِ صحةِ كلِّ جُملةٍ في ما يأتي:

❿ المربَّعاتُ متطابقةٌ دائمًا؛ لِأنَّ زواياها متطابقةٌ.

إجابة ممكنة: يمكن أن نرسم مربعين أحدهما طول ضلعه 5 cm والآخر طول ضلعه 8 cm

⓫ شكلانِ رباعيّانِ، طولُ كلِّ ضلعٍ فيهما 4 cm، إذنْ، هُما متطابقانِ.

إجابة ممكنة : يمكن أن يكون أحدهما مربع والآخر معين غير قائم الزوايا.

رُسِمَتْ خريطةٌ بِمقياسِ رسم 1 cm: 4 m ، إذا كانَ طولُ أحدِ المباني على الخريطةِ يساوي مِثْلَيْ عَرضِهِ، وَكانَ الطولُ الحقيقيُّ لِلسورِ الموجودِ في الخريطةِ 20 m ، فَأيُّ الجُملِ الآتيةِ صحيحةٌ وَأيُّها خطأٌ؟

❶ الطولُ الحقيقيُّ لِلمبنى يساوي مِثْلَيْ عَرضِهِ الحقيقيِّ. ☑ صحيحةٌ ☐ خطأٌ

❷ 4 cm على الخريطةِ تمثّلُ 1 m في الحقيقةِ. ☐ صحيحةٌ ☑ خطأٌ

❸ طولُ السورِ على الخريطةِ يساوي 5 cm . ☑ صحيحةٌ ☐ خطأٌ

رُسِمَتْ خريطةٌ لِحديقةٍ بِمقياسِ رسمٍ 1 cm: 10 m

❹ أَجِدُ الطولَ الحقيقيَّ لملعبِ الحديقةِ إذا كانَ طولُهُ على الخريطةِ 3 cm   30 m

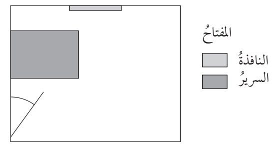
❺ أَجِدُ طولَ مَمَرٍّ على الخريطةِ إذا كانَ طولُهُ الحقيقيُّ 120 m   12 cm

صمّمَ مرادٌ نموذجًا لِسيّارتِه بِعاملِ مقياسٍ 1:10

❻ أَجِدُ الطولَ الحقيقيَّ لِلسيّارةِ بِالسنتيمترِ إذا كانَ طولُها في النموذجِ 42 cm   420 cm

❼ أَجِدُ عَرضَ الزجاجِ الأماميِّ لِلسيّارةِ في النموذجِ بِالسنتيمترِ إذا كانَ العَرضُ الحقيقيُّ لَهُ 130 cm   13 cm

يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مخطَّطًا لِغرفةِ نومٍ رُسِمَتْ بِمقياسِ رسمٍ 1 cm: 1 m



❽ أَجِدُ أبعادَ السريرِ الحقيقيةَ.
(إرشادٌ: أستعملُ المسطرةَ لِقياسِ الأبعادِ على المخطَّطِ).

طول السرير 2 m ، العرض 1.5 m

❾ إذا كانَتْ غرفةُ النومِ تحوي خِزانةَ ملابسَ طولُها وَعَرضُها الحقيقيّانِ على الترتيبِ 1.2 m وَ 80 cm ، أرسمُ مستطيلًا على المخطَّطِ لِيمثّلَ الخِزانةَ، مستعمِلًا مقياسَ الرسمِ نفسَهُ.

يقوم الطالب برسم مستطيل طوله 1.2 cm وعرضه 0.8 cm

رُسِمَتِ الأشجارُ المجاورةُ بِمقياسِ رسمٍ 1 cm : 5 m

❿ أَجِدُ الطولَ الحقيقيَّ للأشجارِ الثلاثةِ.
(إرشادٌ: أستعملُ المسطرةَ لِقياسِ أطوالِ الأشجارِ على الرسمِ.)   27.5 m, 10 m, 15 m

⓫ إذا كانَ الطولُ الحقيقيُّ لِشجرةِ الماموثِ 95 m، وَرُسِمَتْ بمقياسِ الرسمِ نفسِه المستخدَمِ لِرسمِ الأشجارِ الثلاثةِ، أَجِدُ طولَ شجرةِ الماموثِ على الرسمِ.

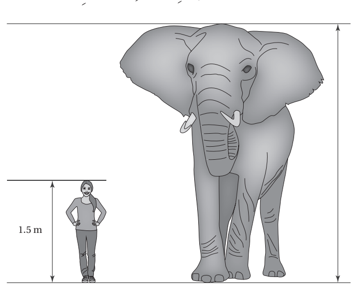
19 cm

يبيّنُ الشكلُ الآتي رسمًا لِدينا وَهيَ تقفُ بِجانبِ فيلٍ. إذا كانَ طولُ دينا 1.5m:

⓬ أَجِدُ مقياسَ الرسمِ.   1 cm : 0.5 m

⓭ أَجِدُ ارتفاعَ الفيلِ الحقيقيَّ. (إرشادٌ: أستعملُ المسطرةَ لِقياسِ الأطوالِ على الرسمِ.)

3.5 m



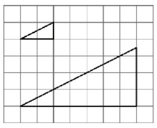
⓮ يملكُ كلٌّ مِنْ ريمَ وَمحمودٍ خريطةً لِمدينةٍ، إذا كانَ مقياسُ رسم خريطةِ ريمَ 1 cm : 250 m وَمقياسُ رسم خريطةِ محمودٍ 1 cm : 2 km، وَكانَ طولُ شارعٍ على خريطةِ ريمَ 10.4 cm ، فَأَجِدُ طولَ الشارعِ نفسِهِ على خريطةِ محمودٍ.

1.3 cm

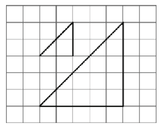
كتاب التمارين

الدرسُ 3 التشابهُ

أَجِدُ عاملَ مقياسٍ لكلٍّ مِنْ أزواجِ المثلَّثاتِ المتشابهةِ الآتيةِ:

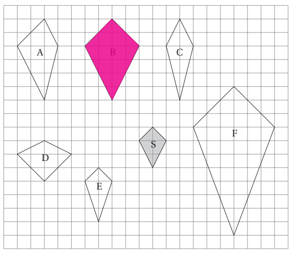
1 

1:3.5

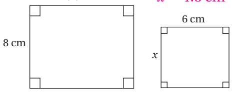
2 

1:2.5

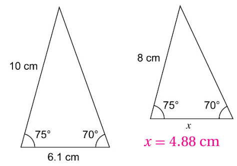
3 أظلّلُ الأشكالَ المشابهةَ لِلشكلِ S



أَجِدُ قيمةَ x في كلٍّ مِنْ أزواجِ المضلَّعاتِ المتشابهةِ الآتيةِ:

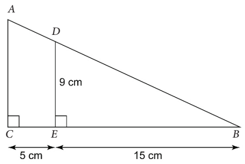
4 

$x = 4.8$ cm

5 

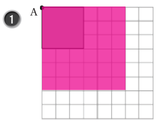
$x = 4.88$ cm

6 في الشكلِ المجاورِ $\Delta ABC \sim \Delta DBE$ ، أَجِدُ طولَ $\overline{AC}$. 12 cm

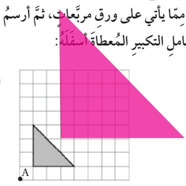


الدرسُ 4 التكبيرُ

أنسخُ كلَّ مضلَّعٍ مِمّا يأتي على ورقِ مربَّعاتٍ، ثمَّ أرسمُ صورةً لَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ A ، مستعمِلًا قيمةَ معاملِ التكبيرِ المُعطاةَ أسفلَهُ:

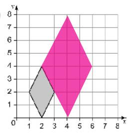
1 

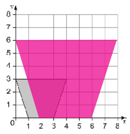
معاملُ التكبيرِ 2

2 

معاملُ التكبيرِ 3

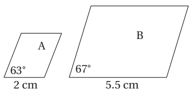
أنسخُ كلَّ مضلَّعٍ مِمّا يأتي على ورقِ مربَّعاتٍ، ثمَّ أرسمُ صورةً له تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ، وَمعاملُهُ 2:

3 

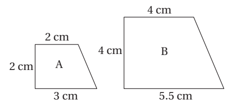
4 

5 أرسمُ ΔABC الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(2, 2), B(6, 2), C(6, 4)$ في المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ صورتَهُ تحتَ تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ نقطةُ الأصلِ وَمُعامِلُهُ 4 انظر الهامش

في السؤالَينِ 6 وَ 7 أفسّرُ سببَ أَنَّ المضلَّعَ B ليسَ تكبيرًا لِلمضلَّعِ A.

6 

عدم تطابق الزوايا المتناظرة

7 

عدم تناسب الأضلاع المتناظرة

الدرسُ 5 خطةُ حلِّ المسألةِ: الرسمُ

1 إذا علمْتُ أَنَّ طولَيْ ظِلَّيْ بُرجٍ وَمنارةٍ في لحظةٍ ما 20 m , 12 m على الترتيبِ، وَكانَ ارتفاعُ البُرجِ 9 m. أَجِدُ ارتفاعَ المنارةِ. 5.4 m

2 يبلغُ طولُ كمالٍ 1.25 m وَطولُ ظِلِّهِ 1.8 m، وَبِجانبِهِ شجرةٌ طولُ ظِلِّها 3.6 m، أَجِدُ طولَ الشجرةِ.

2.5 m

3 **لوحةٌ فنيةٌ:** استخدمَتْ رغدُ جهازَ تكبيرٍ لِعرضِ لوحةٍ فنيةٍ مستطيلةِ الشكلِ طولُها 60 cm وَعَرضُها 40 cm ، فَظهرَتْ على شاشةِ العرضِ صورةٌ مشابهةٌ لِلوحةِ طولُها 1.8 m، أَجِدُ محيطَ الصورةِ.

6 m

4 **معرضٌ:** معرضٌ لِلأطفالِ، إحدى قاعاتِهِ مستطيلةُ الشكلِ، طولُها 18 m وَعَرضُها 14 m، وَعلى مخطَّطِ المعرِضِ طولُ القاعةِ 3.5 cm، ما عَرضُ القاعةِ على المخطَّطِ؟ أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

2.7 cm

5 **كتابٌ:** كتابٌ واجِهتُهُ على شكلِ مستطيلٍ، طولُها 30 cm وَعَرضُها 20 cm، صَمَّمَتْ بلديةٌ نموذجًا مشابهًا لَهُ ليوضعَ في أحدِ الميادينِ، إذا كانَ عَرضُ واجهتِهِ 1.5 m، أَجِدُ طولَ النموذجِ.

2.25 m

6 رسمَتْ فريدةُ مستطيلًا طولُهُ 8 cm وَعَرْضُهُ 2 cm، ثمَّ قرّرَتْ تكبيرَهُ لِمستطيلٍ محيطُهُ 1 m، أَجِدُ معاملَ التكبيرِ الَّذي استعملَتْهُ فريدةُ، ثمَّ أَجِدُ أبعادَ المستطيلِ بعدَ التكبيرِ.

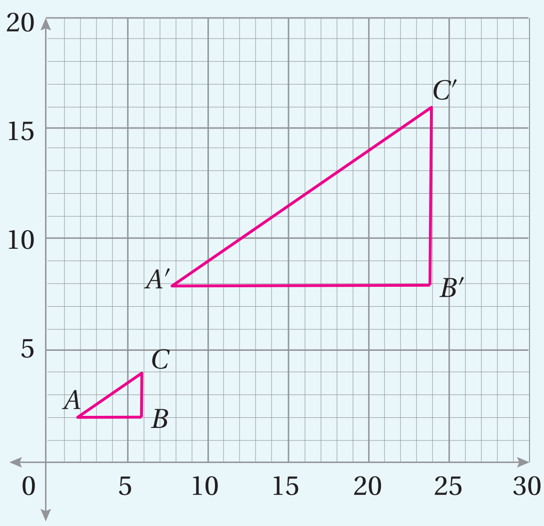
معامل التكبير 5 ، الأبعاد بعد التكبير 10 cm, 40 cm

7 **أرضٌ:** قطعةُ أرضٍ على شكلِ مثلثٍ طولُ قاعدتِهِ 32 m وَمحيطُهُ 72 m، تتشابهُ مَعَ قطعةِ أرضٍ أُخرى محيطُها 108 m، أَجِدُ طولَ قاعدةِ قطعةِ الأرضِ الثانيةِ.

48 m

إجابة – الدرس 4:

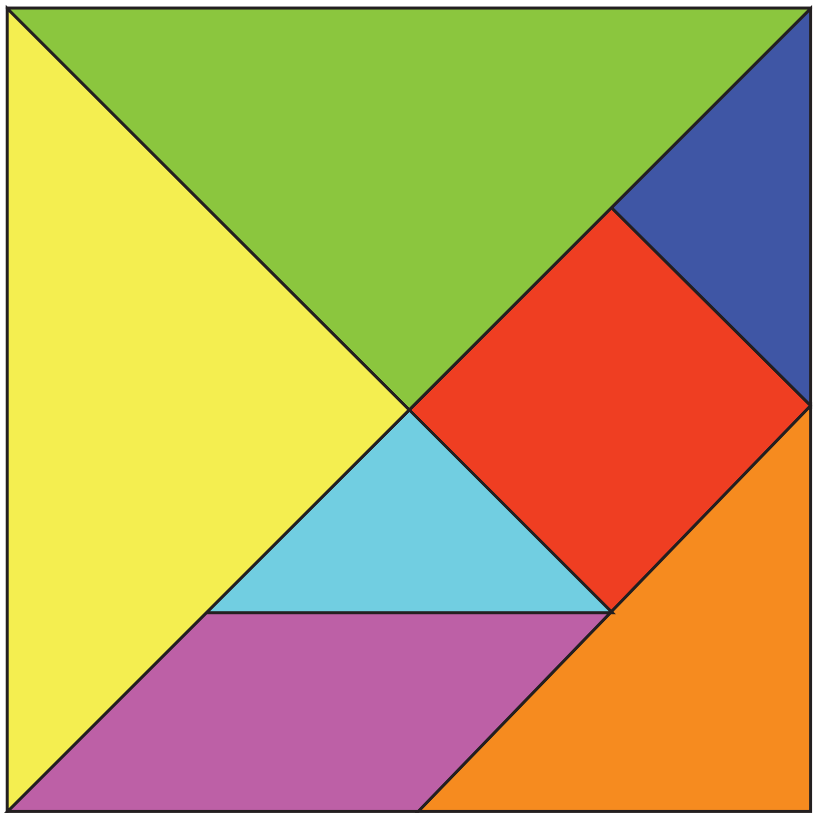
5)

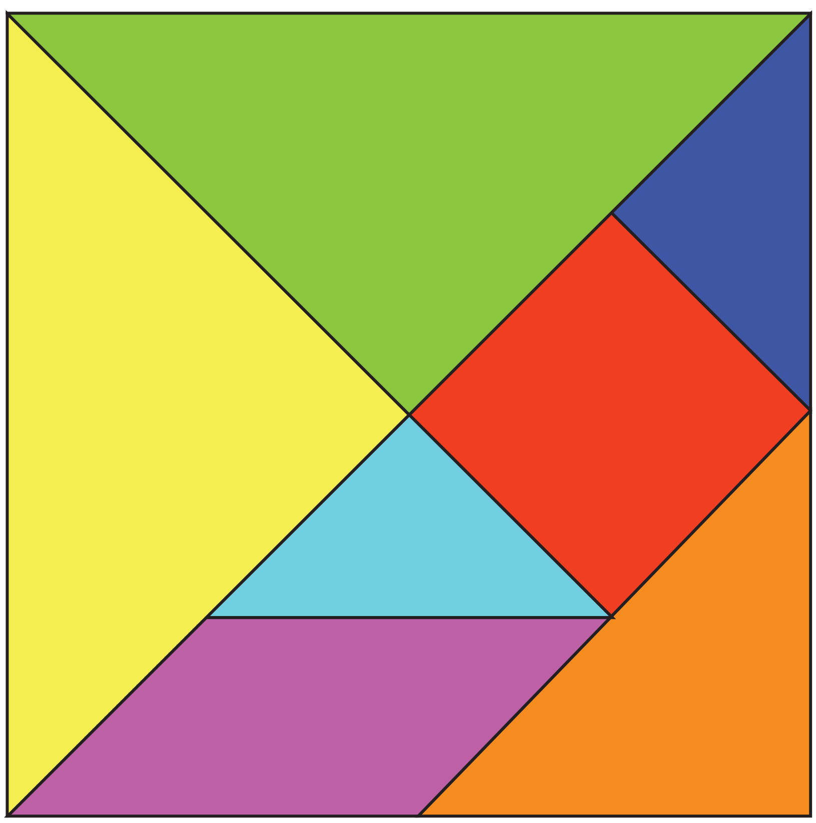


ورقة المصادر 6 : جدول الأشكال الهندسية

شكل رباعي	مثلث	
		زاويتان فقط قياس كل منهما $40°$
		محور تماثل واحد فقط
		أكثر من محور تماثل
		زاوية قائمة واحدة فقط
		زاويتان قائمتان فقط

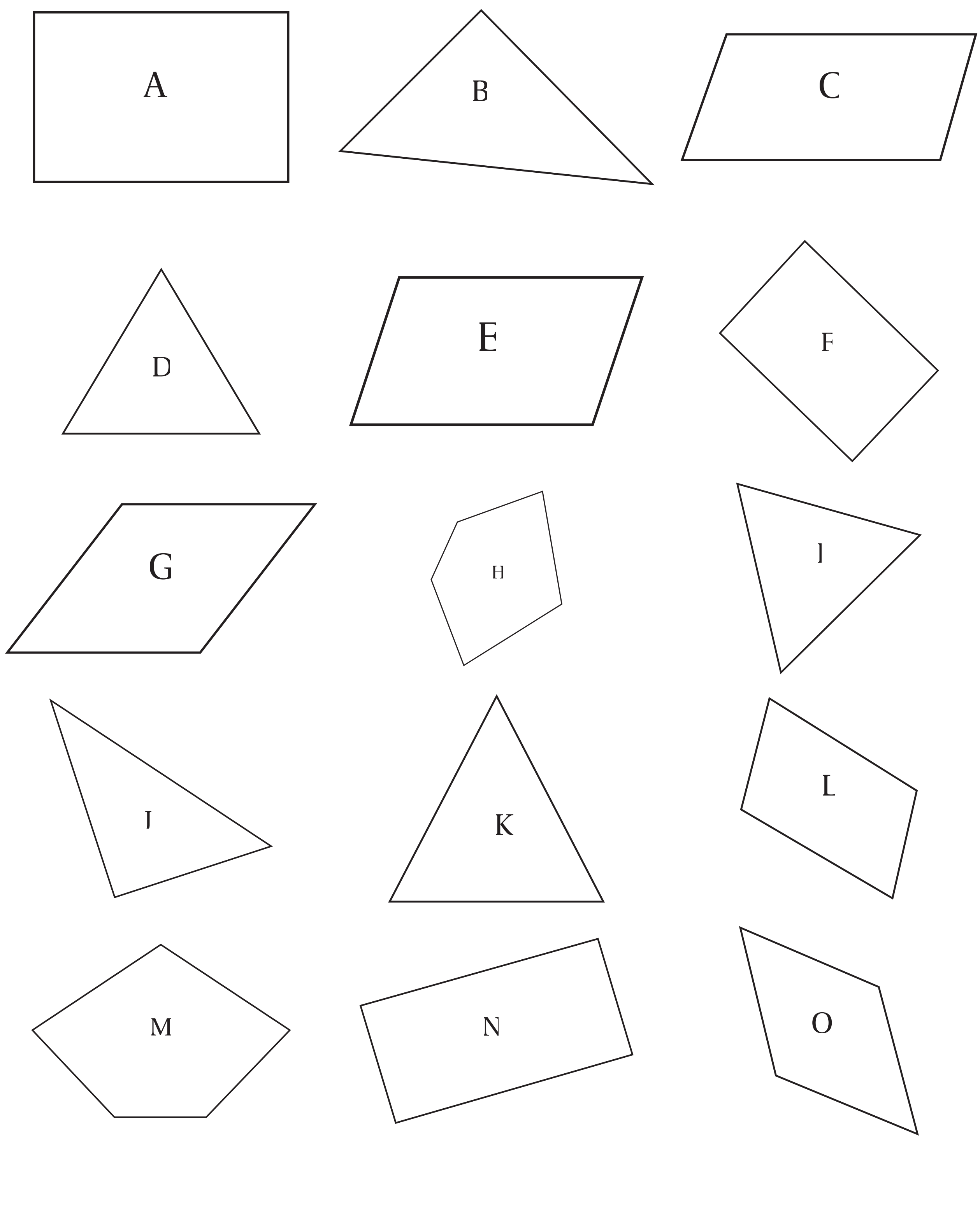
ورقة المصادر 7 : لعبة التنغرام





ورقة المصادر 8 : أزواج الأشكال المتطابقة

أحدد 6 أزواج من الأشـكال المتطابقة مما يأتي، وألون كل زوج متطابق باللون نفسـه، ثم أحدد إشارات التطابق على الأضلاع والزوايا المتناظرة.

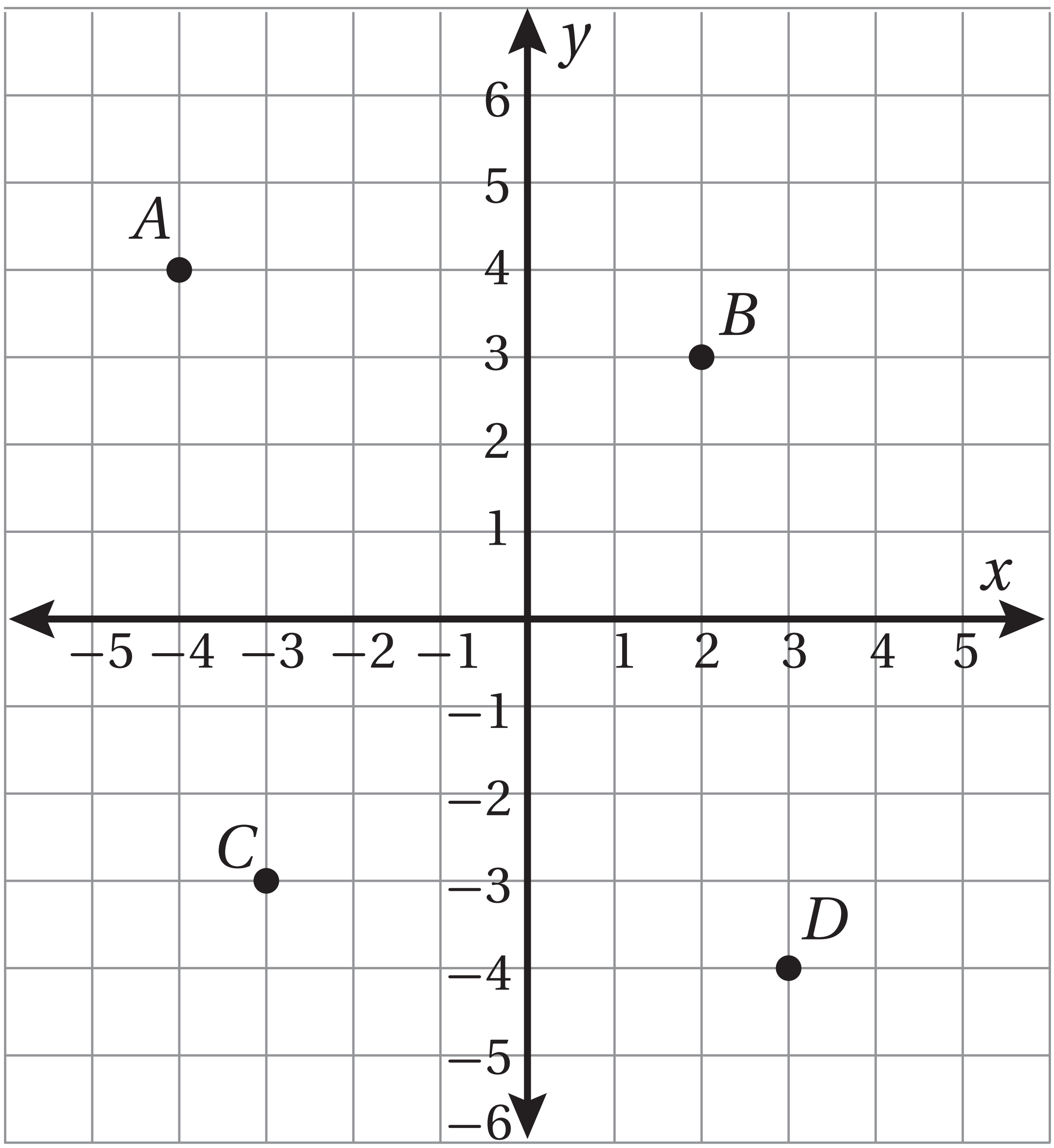


ورقة المصادر 9 : خريطة الأردن

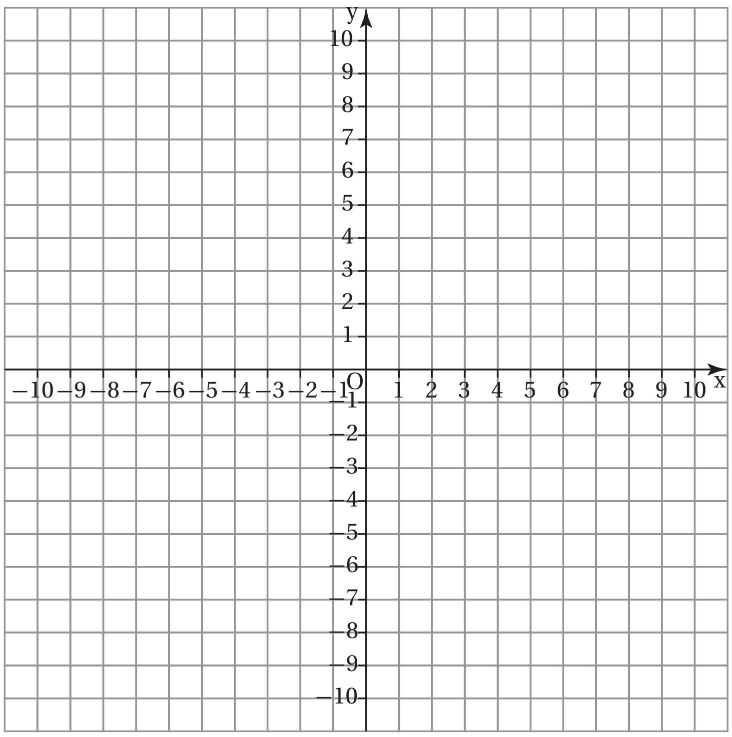
ورقة المصادر 10 : المسافات بين المدن الأردنية

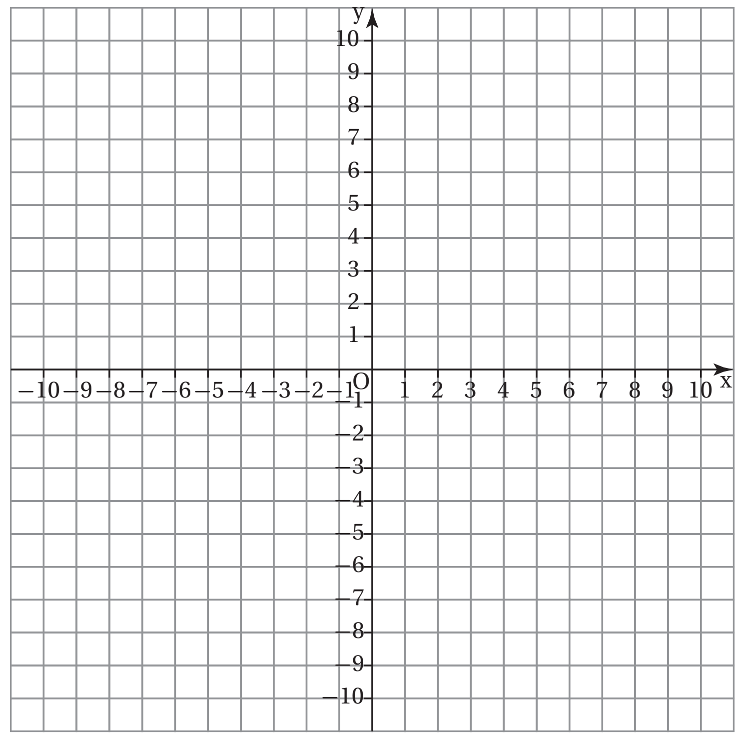
مقياس الرسم	عمان	إربد	الزرقاء	الكرك	معان	العقبة
عمان	X					
إربد		X				
الزرقاء			X			
الكرك				X		
معان					X	
العقبة						X

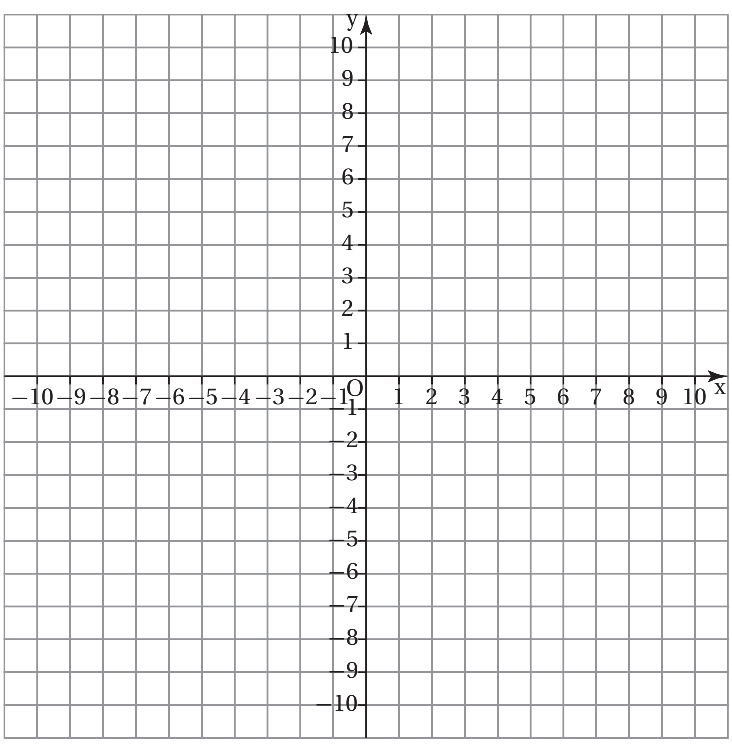
ورقة المصادر 11 : مستوى إحداثي بنقاط

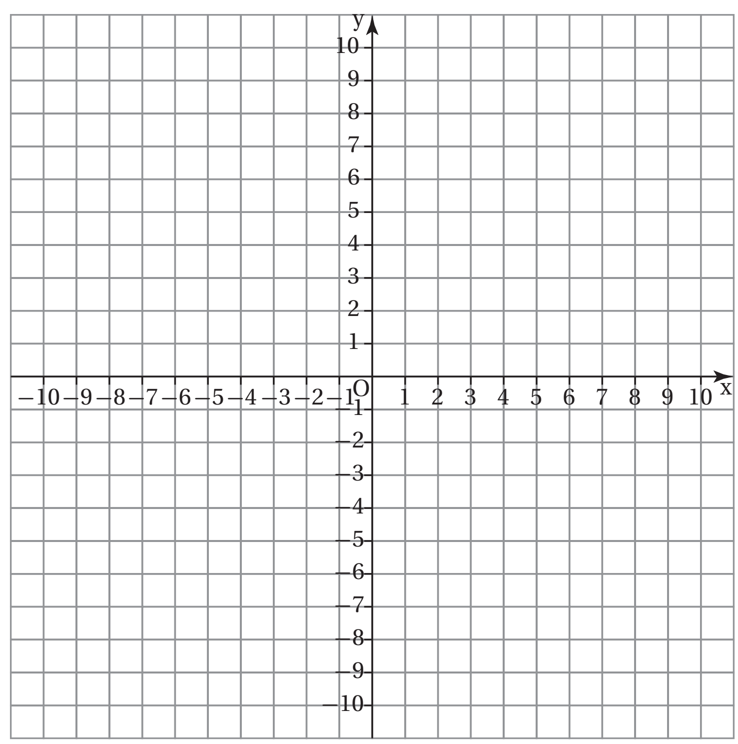


ورقة المصادر 12 : مستوى إحداثي فارغ









الوحدةُ 7

المساحاتُ والحُجومُ

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة				
معمل برمجية جيوجبرا : استكشاف النسبة التقريبية (pi)	• إيجاد العلاقة بين محيط الدائرة وقطرها باستعمال برمجية جيوجبرا.		• مختبر حاسوب مزود بالإنترنت.	1
الدرس 1: محيط الدائرة	• حساب محيط الدائرة.	محيط الدائرة، النسبة التقريبية		2
نشاط مفاهيمي: قانون مساحة الدائرة	• تعرّف قانون مساحة الدائرة وعلاقته بالنسبة التقريبية π.		• ورق مقوى على شكل قرص دائري ومقص.	1
الدرس 2: مساحة الدائرة	• حساب مساحة الدائرة.	مساحة الدائرة		2
الدرس 3: حجم المنشور والأسطوانة	• حساب حجم المنشور والأسطوانة.	الحجم، المنشور، الأسطوانة	• مجسم منشور، مجسم أسطوانة.	2
نشاط مفاهيمي: حجم الهرم	• تعرف العلاقة بين حجمي هرم ومنشور تتساوى فيهما مساحة القاعدة والارتفاع.	الهرم	• ورق مقوى، مقصات، لصق، رمل.	1
الدرس 4: حجم الهرم والمخروط	• إيجاد حجم الهرم والمخروط. • توظيف حجم الهرم والمخروط في حل مسائل حياتية.	المخروط	• مجسمات أسطوانة، مجسمات مخروط.	2
الدرس 5: مساحة سطح المنشور والأسطوانة	• إيجاد المساحة الجانبية والكلية للمنشور. • إيجاد المساحة الجانبية والكلية للأسطوانة.	المساحة الكلية، المساحة الجانبية	• مجسمات أسطوانة، مجسمات مخروط من الورق المقوى، مقصات.	2
نشاط مفاهيمي: صيغة حساب المساحة الكلية لسطح مخروط	• تعرّف قانون المساحة الكلية لسطح المخروط.	الارتفاع الجانبي للمخروط	• مجسمات مخروط من الورق المقوى، مقصات.	1
الدرس 6: مساحة سطح الهرم والمخروط	• إيجاد المساحة الجانبية ومساحة كل من سطح الهرم المنتظم والمخروط.	الهرم المنتظم	• مجسمات هرم منتظم من الورق المقوى، مقصات.	2
المشروع				1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار الوحدة				1
المجموع				18

الوحدة 7

نظرة عامة حول الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرَّف الطلبة تطابق الأشكال الهندسية، ويستعملونه لإيجاد أطوال أضلاع أو قياسات زوايا في شكل مطابق لشكل آخر، ويتعرفون مقياس الرسم ومقياس النموذج وعامل المقياس وطرائق إيجاد كل منها، واستخدامها في إيجاد الأبعاد على المخططات أو النماذج، أو إيجاد الأبعاد الحقيقية. وسيتعرَّف الطلبة أيضًا مفهوم التشابه وكيفية تحديد أن كان الشكلين متشابهان أم لا، ويجدون قياسات زوايا وأطوال أضلاع في شكل مشابه لشكل آخر. ويتعرف الطلبة أيضًا التكبير، ويربطونه بمفهوم التشابه.

الوحدةُ 7

المساحاتُ والحُجومُ

ما أهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

تُعَدُّ دراسةُ المساحاتِ والحُجومِ مِنْ أكثرِ الموضوعاتِ أهميةً في علمِ الرياضياتِ، لِما لَها مِن استعمالاتٍ حياتيةٍ، ولا سيّما في علمِ العمارةِ، إِذْ يوظِّفُ المهندسونَ المعماريّونَ قوانينَ المساحاتِ والحجومِ في فنِّ العِمارةِ مثلَما يظهرُ في تصميمِ المباني الجميلةِ في منطقةِ بوليفاردْ العبدليِّ.

تعلّمتُ سابقًا:

- ✓ حسابَ مساحاتِ الأشكالِ الثنائيةِ الأبعادِ.
- ✓ فهمَ الدائرةِ، وَتعرّفَ عناصرِها، وَرسمَها.
- ✓ فهمَ العلاقةِ بينَ زَوايا المضلّعاتِ وَأضلاعِها.

سأتعلّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- حسابَ مساحةِ الدائرةِ وَمحيطِها.
- إيجادَ المساحةِ الكلّيةِ وَحجومِ أشكالٍ ثلاثيةِ الأبعادِ.
- توظيفَ قوانينِ المساحةِ الكلّيةِ وَالحُجومِ في حلِّ مسائلَ رياضيةٍ وَتطبيقاتٍ حياتيةٍ.

80

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السادس

- تعرّف الدائرة وعناصرها، ورسمها باستخدام الأدوات الهندسية.
- حلّ مسائل ومعادلات من خطوتين على مساحات المثلث والأشكال الرباعية.
- استنتاج قوانين المساحة السطحية للمنشور الرباعي القائم والهرم القائم من خلال مساحات شبكاتهما.
- استكشاف حجم المنشور الرباعي القائم عمليًا باستخدام مكعبات صغيرة، واستنتاج قانون رياضي له.
- استكشاف حجم الهرم عمليًا باستخدام هرم ومنشور قائمين مفرغين لهما القاعدة نفسها والارتفاع نفسه.
- حلّ تمارين رياضية و تطبيقية على الحجم والمساحة السطحية للمنشور الرباعي القائم والهرم القائم

الصف السابع

- استكشاف النسبة التقريبية من خلال القياس.
- استكشاف قانون مساحة الدائرة بتقسيم منطقة دائرية بقطاعات صغيرة وتكوين مستطيل منها.
- حساب محيط و مساحة دائرة باستخدام القانون.
- حلّ مسائل رياضية وحياتية تتطلب حساب محيط الدائرة ومساحتها، وإيجاد طول نصف القطر أو القطر لدائرة عُلم محيطها أو مساحتها.
- استنتاج حجم الأسطوانة بالمحاكاة مع حجم المنشور القائم، والتوصل للقانون الرياضي لحجم الأسطوانة.
- تطبيق قانوني حجم الأسطوانة والمنشور القائم في حل مسائل رياضية وتطبيقية.
- استنتاج علاقة حجم المخروط بحجم أسطوانة لها القاعدة نفسها والارتفاع نفسه عمليًا، وإيجاد القانون الرياضي لحجم المخروط.
- استكشاف علاقة حجم الهرم بحجم منشور له القاعدة نفسها والارتفاع نفسه عمليًا، وإيجاد القانون الرياضي لحجم الهرم.
- تطبيق قانوني حجم الهرم والمخروط في حل مسائل رياضية وتطبيقية.
- استكشاف المساحة السطحية للأسطوانة باستخدام شبكتها المكونة من دائرتين ومستطيل، واستنتاج قانون رياضي لها.
- تطبيق قوانين المساحة الجانبية والكلية للأسطوانة والمنشور القائم في حل مسائل رياضية وتطبيقية.
- استكشاف المساحة الكلية لسطح المخروط وإيجاد قانونها.
- تطبيق قوانين المساحة الجانبية والكلية للهرم والمخروط في حل مسائل رياضية وتطبيقية.

الصف الثامن

- تعرّف حجم الكرة ومساحة سطحها.
- تطبيق قانوني حجم الكرة ومساحة سطحها.
- توظيف قانوني حجم الكرة ومساحتها السطحية في حل مسائل حياتية (مثل حساب الكميات اللازمة لصنع كرة وتكاليفها).

مشروعُ الوحدةِ: صناعةُ الصابونِ

أستعدُّ وَزملائي لتنفيذِ مشروعِنا الخاصِّ الَّذي سنُوظِّف فيهِ ما نتعلمُهُ في هذهِ الوَحدةِ حولَ حسابِ المساحاتِ والحُجومِ لِلأشكالِ الثلاثيةِ الأبعادِ.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أبحثُ في الإنترنتْ عَنْ طريقةِ تصنيعِ مادةِ الصابونِ في المنزلِ، وَأسجِّلُ الموادَّ اللازمةَ وكمّياتِها مثلَ: زيتٌ نباتيٌّ، وَهيدروكسيدُ الصوديوم، وَزيتٌ عِطريٌّ، وَملوِّناتٌ طبيعيةٌ، وغيرُها، موظفًا قوانينَ التناسُبِ عندَ الحاجةِ لمضاعفةِ الكمّياتِ المطلوبةِ في التصنيعِ. يُمكنُني إضافةُ موادَّ طبيعيةٍ مفيدةٍ لِلبشرةِ.
2. أُحضِّرُ الأدواتِ اللازمةَ لتصنيعِ الصابونِ مثلَ: كأسٌ مدرّجٌ، وَملعقةٌ خشبيةٌ، وَقُفازاتٌ لليدَينِ، وَقوالبُ لتشكيلِ الصابونِ، مراعيًا توفيرَ قوالبَ سهلةِ الاستخدامِ كَالمصنوعةِ مِنَ السّيليكون بِأشكالٍ متنوعةٍ وأحجامٍ مختلفةٍ تمثّلُ المجسَّماتِ الَّتي سأدرسُها في هذهِ الوَحدةِ.

3. أبدأُ عمليةَ تصنيعِ الصابونِ بمساعدةِ أحدِ أفرادِ عائلتي، معَ الحذرِ عندَ استخدامِ الأدواتِ.
4. أُعطي أرقامًا لِقطعِ الصابونِ الَّتي أصنّعُها، وَأحسبُ حجمَ كلِّ قالبٍ وَمساحةَ سطحِهِ، وأدوِّنُ ما أتوصَّل إلَيْهِ في الجدولِ الآتي:

رقْمُ القالبِ	شكلُ القالبِ الهندسيِّ	حجمُ القالبِ	مساحةُ سطحِ الصابونِ الكلّيّةُ

5. أحددُ سعرًا لكلِّ قالبٍ اعتمادًا على حجمِهِ ومساحةِ سطحِهِ الكلّيّةِ، وأغلّفُهُ تغليفًا جَميلًا.
6. أصمّمُ مطويةً تحوي صُوَرًا لقوالبِ الصابونِ الَّتي أعددْتُها، وفوائدَها الصحيةَ للبَشَرةِ، إضافةً إلى معلوماتٍ عَنْ حجمِ كلِّ قالبٍ ومساحةِ سطحِهِ الكلّيّةِ.

عرضُ النتائجِ:

- أحددُ مَعَ معلّمي وَمديرِ مدرستي يومًا مفتوحًا لعرضِ منتوجاتِنا وَبَيْعِها في المدرسةِ، بحيثُ يمكنُ أنْ يحضرَ فيهِ أهالي الطلبةِ والمجتمعُ المحليُّ.
- أوضحُ للزائرينَ مراحلَ تصنيعِ الصابونِ والموادَّ اللازمةَ في تصنيعِهِ، وأزوّدُهُمْ بالمطويةِ الَّتي أعددْتُها.

81

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	تحديد المواد اللازمة لصناعة الصابون.			
2	إنتاج قطع من الصابون بحجوم مختلفة.			
3	تنفيذ المشروع في الوقت المحدد.			
4	عرض نتائج المشروع بطريقة واضحة.			
5	استخدام التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم نتاج صحيح كامل.

مشروع الوحدة: صناعة الصابون

هدف المشروع: تنمية معرفة الطلبة حول حساب المساحات والحجوم للأشكال ثلاثية الأبعاد، وتوظيفها في سياقات حياتية مختلفة.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرف الطلبة بالمشروع وأهميته في تعلم موضوعات الوحدة.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأحرص على أن تضم كل مجموعة من الطلبة مستويات متفاوتة، وأُؤكّد أهمية التعاون وتوزيع الأدوار والمهام بين أفراد المجموعة.
- أُوضّح للطلبة أهمية المشاريع الإنتاجية في تحسين دخل الفرد ورفد المجتمع باحتياجاته من المواد.
- أُوضّح للطلبة بأن صناعة الصابون إحدى المشاريع الإنتاجية التي يمكن تنفيذها بكل سهولة ويسر.
- أُوجّه الطلبة الى البحث في الإنترنت عن طريقة تصنيع الصابون وتسجيل قائمة بالمواد اللازمة لتنفيذ المشروع.
- أُؤكّد على الطلبة توظيف ما تعلموه سابقا عن النسبة والتناسب عند مزج المواد وخلطها.
- أبين للطلبة أهمية مشاركة أحد أفراد الأسرة عند تنفيذ المشروع لتقديم الدعم والإرشاد عن التعامل مع المواد.
- بعد اتباع التعليمات وإنتاج قطع الصابون أذكر الطلبة بالعودة للمشروع نهاية كل درس؛ لاستكمال تعبئة حقول الجدول الوارد في البند رقم 4
- بعد الانتهاء من تعبئة كافة حقول الجدول في البند رقم 4 أنتقل للإجابة عن البند 5 و 6
- أُوضّح للطلبة مسبقًا معايير تقييم المشروع.

عرض النتائج

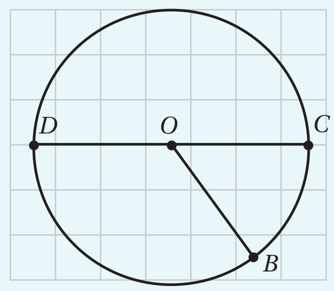
- لعرض نتائج المشروع:
  - » أبيّن للطلبة إمكانية استخدام التكنولوجيا عند عرض نتائج المشروع.
  - » أذكرهم بتبادل نتائج مشروعاتهم فيما بينهم واستكشاف النتائج المشتركة التي تم التوصل إليها.
  - » أبيّن لهم ما تعنيه كلمة مطوية وأهميتها في تنظيم المعلومات، وأعرض نموذجًا واحدًا أمامهم.

أستعد لدراسة الوحدة:

أطبق اختبار التهيئة لمساعدة الطلبة على تذكُّر المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذه الوحدة باتباع الآتي:

- أطلب إلى الطلبة حل اختبار التهيئة داخل الصف.
- أتجوّل بين الطلبة، لمتابعتهم في أثناء حل الاختبار، وتحديد نقاط ضعفهم، وأُوجّههم للرجوع لبند المراجعة الموجودة بنهاية الاختبار حين يواجهون صعوبات في الحلّ.
- في حال واجه بعض الطلبة صعوبة في حل المسائل الواردة في الاختبار، أستعين بالمسائل الإضافية الآتية:

» أعتمد الشكل المجاور الذي يمثل دائرة مركزها O لأسمّي:

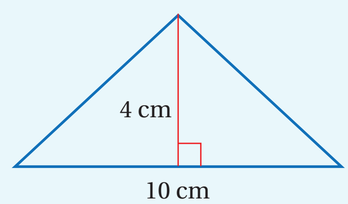


1 قطرًا $\overline{DC}$

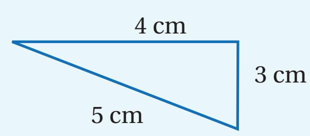
2 نصف قطر $\overline{OB}$

3 وترًا $\overline{DC}$

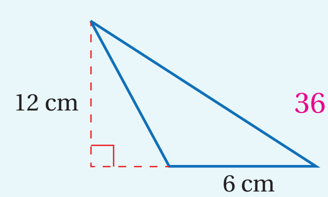
» أجد مساحة كل من المثلثات الآتية:

4


$20\ cm^2$

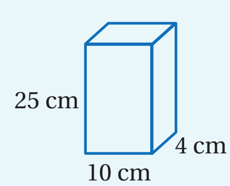
5


$6\ cm^2$

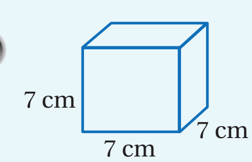
6


$36\ cm^2$

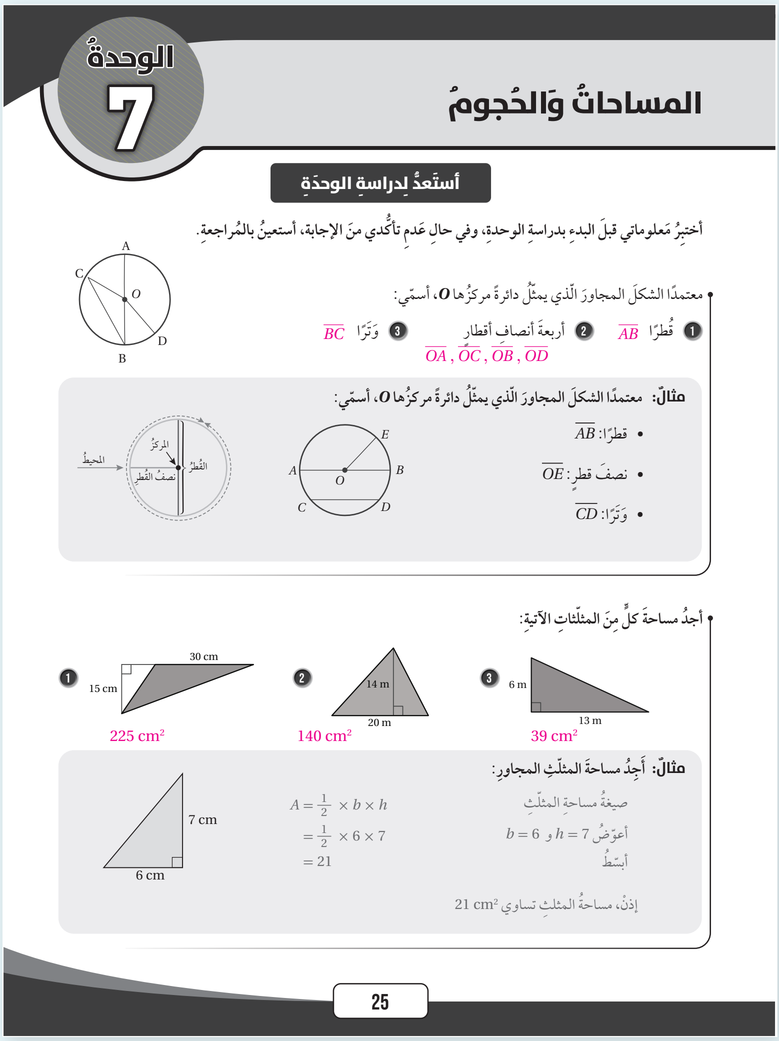
» أجد المساحة الكلية لسطح كل منشور مما يأتي:

7


$500\ cm^2$

8


294 cm



الوحدةُ 7

المساحاتُ وَالحُجومُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبِرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابة، أستعينُ بالمُراجعةِ.

- معتمدًا الشكلَ المجاورَ الّذي يمثّلُ دائرةً مركزُها O، أسمّي:

1 قُطرًا $\overline{AB}$ 2 أربعةَ أنصاف أقطار $\overline{OA}, \overline{OC}, \overline{OB}, \overline{OD}$ 3 وَترًا $\overline{BC}$

مثالٌ: معتمدًا الشكلَ المجاورَ الّذي يمثّلُ دائرةً مركزُها O، أسمّي:

- قطرًا: $\overline{AB}$
- نصفَ قطرٍ: $\overline{OE}$
- وَترًا: $\overline{CD}$

المحيطُ، المركزُ، القُطرُ، نصفُ القُطرِ

- أجدُ مساحةَ كلٍّ مِنَ المثلّثاتِ الآتيةِ:

1 (15 cm, 30 cm) $225\ cm^2$ 2 (14 m, 20 m) $140\ cm^2$ 3 (6 m, 13 m) $39\ cm^2$

مثالٌ: أَجِدُ مساحةَ المثلّثِ المجاورِ: (7 cm, 6 cm)

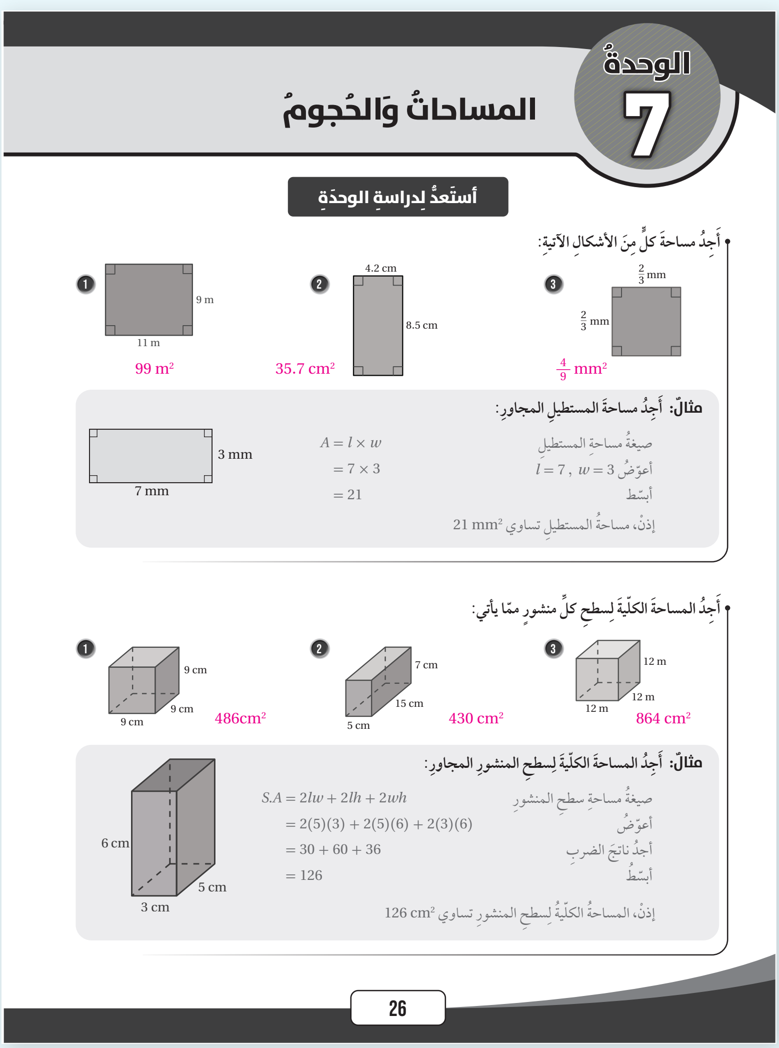
صيغةُ مساحةِ المثلّثِ $A = \frac{1}{2} \times b \times h$

أعوّضُ $h = 7$ و $b = 6$ $= \frac{1}{2} \times 6 \times 7$

أبسّطُ $= 21$

إذنْ، مساحةُ المثلثِ تساوي $21\ cm^2$

25



الوحدةُ 7

المساحاتُ وَالحُجومُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

- أَجِدُ مساحةَ كلٍّ مِنَ الأشكالِ الآتيةِ:

1 (11 m, 9 m) $99\ m^2$ 2 (4.2 cm, 8.5 cm) $35.7\ cm^2$ 3 ($\frac{2}{3}$ mm, $\frac{2}{3}$ mm) $\frac{4}{9}\ mm^2$

مثالٌ: أَجِدُ مساحةَ المستطيلِ المجاورِ: (7 mm, 3 mm)

صيغةُ مساحةِ المستطيلِ $A = l \times w$

أعوّضُ $l = 7,\ w = 3$ $= 7 \times 3$

أبسّط $= 21$

إذنْ، مساحةُ المستطيلِ تساوي $21\ mm^2$

- أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ كلِّ منشورٍ ممّا يأتي:

1 (9 cm, 9 cm, 9 cm) $486cm^2$ 2 (7 cm, 15 cm, 5 cm) $430\ cm^2$ 3 (12 m, 12 m, 12 m) $864\ cm^2$

مثالٌ: أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ المنشورِ المجاورِ: (6 cm, 3 cm, 5 cm)

صيغةُ مساحةِ سطحِ المنشورِ $S.A = 2lw + 2lh + 2wh$

أعوّضُ $= 2(5)(3) + 2(5)(6) + 2(3)(6)$

أجدُ ناتجَ الضربِ $= 30 + 60 + 36$

أبسّطُ $= 126$

إذنْ، المساحةُ الكلّيةُ لِسطحِ المنشورِ تساوي $126\ cm^2$

26

نشاط الاستعداد للوحدة

نصف ساعة

ملاحظاتي

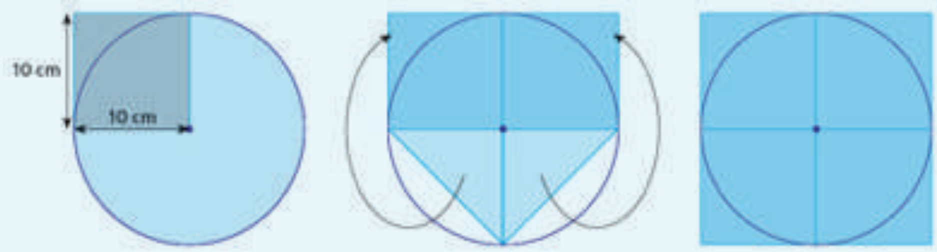
....

هدف النشاط:

يهدف النشاط إلى استكشاف الطلبة لمساحة الدائرة من خلال مساحة الأشكال التي يعرفونها سابقًا.

إجراءات النشاط:

- أسأل الطلبة: كيف يمكن حساب مساحة الدائرة في الشكل المجاور؟
- أتقبل الإجابات التي يقدمها الطلبة (قد يعدّ بعض الطلبة المربعات، المربعات والمثلثات داخلها).
- أُوجّه الطلبة إلى استخدام الشكل الآتي لتقدير مساحة الدائرة:



- أسأل الطلبة كيف يمكن المقارنة بين مساحة الدائرة ومساحة المربع الذي طول ضلعه 10 cm
- أطلب إلى الطلبة تقديم إجاباتهم، وأتأكد من شرحهم لذلك بوضوح.

التكيُّف: يمكن توجيه الطلبة إلى تقسيم السؤال إلى خطوات أصغر، على سبيل المثال: أطلب إلى الطلبة حساب مساحة كل من المثلثات بالداخل.

توسعة: أطلب إلى الطلبة رسم دوائر بأنصاف أقطار مختلفة، وأطلب إليهم حساب مساحتها، أشارك النتائج التى توصل إليها الطلبة مع بعضهم البعض.

تحذير:

قد يركز بعض الطلبة على حساب المربعات بدلًا من التفكير بطرق مختلفة لحساب مساحة الدائرة.

معملُ برمجية جيو جبرا

نتاجات الدرس:

- إيجــاد العلاقة بين محيــط الدائرة وقطرها باستعمال برمجية جيوجبرا.

التعلم القبلي:

- فهم الدائرة، وتعرف عناصرها، ورسمها.
- التناسب الطردي.

1 التهيئة

- أرافق الطلبة إلى مختبر الحاسوب في المدرسة.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، ثم أَطلب إلى أفراد كل مجموعة فتح برمجية جيوجبرا من الموقع الآتي:

https://www.geogebra.org/classic

2 الاستكشاف

- أَطلب إلى الطلبة استكشاف أيقونات البرمجية، وعناصر القوائم المنسدلة منها.
- أَسأل الطلبة عن أهم الأيقونات التي يتوقعون استخدامها في رسم الدوائر وإيجاد نصف قطر كل دائرة ومحيطها.

معملُ برمجيةِ جيوجبرا

استكشافُ النسبةِ التقريبيّةِ (pi)

أتذكر

الهدفُ: أستكشفُ العلاقةَ بينَ محيطِ الدائرةِ وقُطرِها، باستعمالِ برمجيةِ جيوجبرا (GeoGebra)

ما العلاقةُ بينَ محيطِ الدائرةِ وَطولِ قُطرِها؟

نشاط 1

الخُطوةُ 1 **أرسمُ ثلاثَ دوائرَ بأنصافِ أقطارٍ مختلفةٍ:**

- أختارُ أيقونةَ Circle: Center & Radius مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقرُ زرَّ الفأرةِ الأيسرَ مَعَ السحبِ لرسمِ دائرةٍ مركزُها A.
- أكرّرُ الخطوةَ السابقةَ؛ لأرسمَ دائرتَينِ مركزُ كلٍّ منهُما B وَ C على الترتيبِ.

الخُطوةُ 2 **أَجِدُ طولَ قُطرِ كلِّ دائرةٍ:**

- أختارُ أيقونةَ Segment مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أرسمُ قطرًا للدائرةِ A بالنقرِ عليها لتظهرَ نقطةٌ، ثمَّ أنقرُ لأحدَ نقطةً أُخرى على الدائرةِ؛ بحيثُ تمرُّ القطعةُ المستقيمةُ الواصلةُ بينَ النقطتَينِ في المركزِ.
- أختارُ أيقونةَ cm مِنْ شريطِ الأدواتِ، ثمَّ أنقرُ على القُطرِ الّذي رسمْتُهُ، ليظهرَ طولُهُ.
- أكررُ الخطوتَينِ السابقتَينِ لِأرسمَ قطرًا لكلٍّ مِنَ الدائرتَينِ B وَ C، وَأَجِدُ طولَهُ.

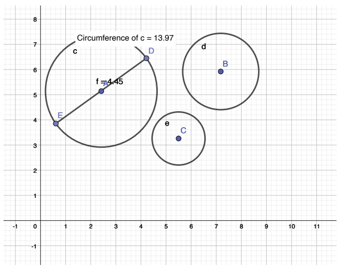
82

- أسجّلُ أطوالَ أقطارِ الدوائرِ الثلاثِ في الجدولِ الآتي:

الدائرةُ	قُطرُ الدائرةِ (d)	محيطُ الدائرةِ (C)	$\frac{C}{d}$
A			
B			
C			

الخُطوةُ 3 أجدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ:

- أختارُ أيقونةَ cm مِنْ شريطِ الأدواتِ.
- أنقرُ على الدائرةِ؛ ليظهرَ محيطُها.
- أكتبُ محيطَ كلِّ دائرةٍ في الجدولِ.



الخُطوةُ 4 أجدُ النسبةَ بينَ المحيطِ وَالقُطرِ:

- أستخدمُ الآلةَ الحاسبةَ لِأجدَ النسبةَ بينَ المحيطِ وَالقُطرِ، بقسمةِ المحيطِ (C) على القُطرِ (d) لكلِّ دائرةٍ.
- أقرّبُ الناتجَ لأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ.

أحلّلُ النتائجَ:

- معتمدًا على الجدولِ الّذي أنشأْتُهُ، ماذا ألاحظُ حولَ النِّسَبِ $\frac{C}{d}$ الّتي حصلْتُ علَيْها؟
- أكتبُ قاعدةً تربطُ بينَ محيطِ الدائرةِ وطولِ قُطرِها.

أتدرّبُ

أستعملُ القاعدةَ الّتي تربطُ بينَ المحيطِ وَطولِ القطرِ وَالّتي حصلْتُ عليها في إيجادِ:

1. محيطِ دائرةٍ قُطرُها 4 cm   12.56 cm
2. طولِ قُطرِ دائرةٍ محيطُها 9.42 cm   3 cm
3. هلْ طولُ قُطرِ الدائرةِ وَمحيطُها متناسبانِ طرديًّا؟ أبرّرُ إجابتي.
نعم لان نسبة المحيط الى القطر مقدار ثابت وهو 3.14

83

3 التدريس

- أطلب إلى المجموعات قراءة النشاط الوارد في الدرس.
- أُوضّح للطلبة خطوات رسم دائرة باستخدام البرمجية وكيفية إيجاد قطرها ومحيطها.
- أطلب إلى الطلبة رسم 3 دوائر بأنصاف أقطار مختلفة.
- أطلب إلى الطلبة إكمال الجدول الوارد في النشاط.
- بعد إكمال الجدول أسأل الطلبة عن ناتج قسمة المحيط على القطر (3.14)
- أطلب إلى الطلبة كتابة القاعدة التي تربط بين محيط الدائرة وقطرها. $\frac{c}{d} = 3.14$
- أسأل الطلبة حول انطباعاتهم عن البرمجية، والفرق بين الرسم اليدوي والرسم باستخدام التكنولوجيا.

4 التدريب

- أطلب إلى الطلبة حل الأسئلة 1 و 2 و 3 وأُتابعهم في أثناء ذلك، وأُقدّم لهم التغذية الراجعة.

5 الإثراء

تعليمات المشروع :

- أطلب إلى الطلبة رسم دائرة باستخدام البرمجية تمثل قاعدة قالب الصابون الدائري، وحساب محيطه ومساحته.

6 الختام

- أطلب إلى الطلبة كتابة فقرة توضح كيفية استخدام برمجية جيوجيبرا في اكتشاف العلاقة بين محيط الدائرة وقطرها.

الدرس 1

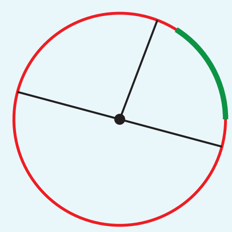
نتاجات الدرس:

- حساب محيط الدائرة .

التعلم القبلي:

- فهم الدائرة، وتعرف عناصرها، ورسمها.
- حساب مساحة الأشكال الثنائية الأبعاد.
- استخدام الشبكة في حساب مساحة الأشكال غير المنتظمة .

1 التهيئة



- أرسم دائرة على السبورة كما في الشكل المجاور.
- أطلب إلى الطلبة أن يحددوا على الدائرة كلًّا من: (القطر، نصف القطر، قوس، محيط، مركز الدائرة).
- أسأل الطلبة عن تعريف كل مفهوم من المفاهيم السابقة (الدائرة، القطر، نصف القطر، القوس، المحيط).

الدرسُ 1 محيطُ الدائرةِ

فكرةُ الدرسِ

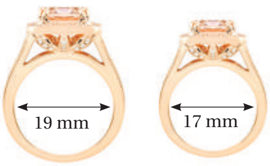
أحسبُ محيطَ الدائرةِ.

المصطلحاتُ

محيطُ الدائرةِ، النسبةُ التقريبيّةُ.

أستكشفُ

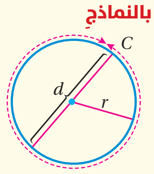
أرادَتْ عُلا شراءَ خاتَمٍ، إذا كانَ محيطُ إصبَعِها 59 mm، أيُّ الخاتَمَينِ المجاورَينِ سيناسبُها؟



توصلْتُ في النّشاطِ المفاهيميِّ الذي يسبقُ هذا الدرسَ إلى أنَّ نسبةَ محيطِ أيِّ دائرةٍ إلى قُطرِها تساوي تقريبًا 3.14، وَيسمّى هذا العددُ **النسبةَ التقريبيةَ** (pi)، ويعبَّرُ عنهُ بالرمزِ الإغريقيِّ (π) الّذي تساوي قيمتُهُ ....3.1415926، فالمنازلُ العشريةُ فيهِ لا تنتهي؛ لذا، يُمكنُ استخدامُ قيمةٍ تقريبيةٍ لَهُ وَهِيَ 3.14 أَوْ $\frac{22}{7}$، وتُستعمَلُ هذهِ النسبةُ لإيجادِ **محيطِ الدائرةِ** (circumference) وَهُوَ المسافةُ حولَها.

مفهومٌ أساسيٌّ — محيطُ الدائرةِ

- **بالكلماتِ** محيطُ الدائرةِ (C) يساوي ناتجَ ضربِ طولِ القُطرِ (d) في(π)، أَوْ يساوي مِثْلَيْ ناتجِ ضربِ طولِ نصفِ القُطْرِ (r) في (π).
- **بالنماذجِ**



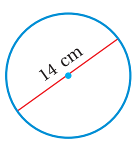
- **بالرموزِ** $C = \pi d$ أَوْ $C = 2\pi r$

مثال 1

أَجِدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي:

بما أنَّ 14 أحدُ مضاعفاتِ 7، إذنْ، أستعملُ $\pi \approx \frac{22}{7}$:

1



$C = \pi d$ صيغةُ محيطِ الدائرةِ

$\approx \frac{22}{7} \times 14$ أُعوِّضُ $\pi \approx \frac{22}{7}$ و $d = 14$

84

$\approx \frac{22}{\cancel{7}_{1}} \times \cancel{14}^{2}$	أقسمُ على العواملِ المشتركةِ
≈ 44	أجدُ الناتجَ

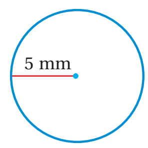
إذنْ، محيطُ الدائرةِ يساوي 44 cm تقريبًا.

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ العلميةَ لأتحقَّقَ مِنْ صحةِ إجابتي على النحوِ الآتي:

SHIFT π $\times$ 14 $=$ S⇔D → 43.98229715

وَعندَ تقريبِ الإجابةِ لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ، يكونُ المحيطُ 44 cm تقريبًا. إذنْ، إجابتي صحيحةٌ.

2



$C = 2\pi r$	صيغةُ محيطِ الدائرةِ
$\approx 2 \times 3.14 \times 5$	أعوّضُ $r = 5$ و $\pi \approx 3.14$
≈ 31.4	أجدُ الناتجَ

إذنْ، محيطُ الدائرةِ يساوي 31.4 mm تقريبًا.

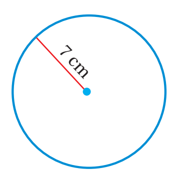
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي على النحوِ الآتي:

2 SHIFT π $\times$ 5 $=$ S⇔D → 31.41592654

وَعندَ تقريبِ الإجابةِ لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ، يكونُ المحيطُ 31.4 mm تقريبًا. إذنْ، إجابتي صحيحةٌ.

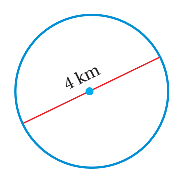
أتحققُ من فهمي:

3



43.96 cm

4



12.56 km

2 الاستكشاف

- أُوجّـه الطلبـة إلى قراءة المسـألة الـواردة في فقرة (أستكشـف)، وأسـألهم بعد دراسـتهم للموضوع السابق:
  - » ما نسبة محيط الخاتم الأول إلى قطره؟ π
  - » ما نسبة محيط الخاتم الثاني إلى قطره؟ π
  - » هل يمكنني إيجـاد محيط الخاتـم من معرفتي القطر؟
- أتقبل إجابات الطلبة جميعها.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- أُوضّـح للطلبة خـلال حل المثال الحالات التي تُستخدَم فيها صيغـة محيط الدائرة $c = 2\pi r$ أو $c = \pi d$
- أُوضّح للطلبة بأنه عندما يكون القطر من مضاعفات العدد 7 فإنني أعوض $\pi = \frac{22}{7}$
- قد يحتاج بعض الطلبة إلى مراجعة قواعد التقريب عند استخدام الآلة الحاسبة للتحقق من صحة الإجابة.

التقويم التكويني:

أطلب إلى الطلبة حـل تدريب (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، أختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وأناقشـها على السـبورة من دون التعرض لاسم صاحب الحل أمام الطلبة؛ تجنبًا لإحراجه.

يُمكنُ إيجادُ طولِ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ أَوْ طولِ قُطْرِها إذا علمْتُ محيطَها، بِاستعمالِ خُطواتِ حلِّ المعادَلةِ.

مثال 2

1. أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 18.84 cm، أستعملُ $\pi \approx 3.14$:

صيغةُ محيطِ الدائرةِ	$C = 2\pi r$
أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ و $C = 18.84$	$18.84 = 2 \times 3.14 \times r$
أقسمُ الطرفَينِ على 2×3.14	$\frac{18.84}{2 \times 3.14} = \frac{2 \times 3.14 \times r}{2 \times 3.14}$
أُبسِّطُ	$3 = r$

إذنْ، طولُ نصفِ قُطْرِ الدائرةِ 3 cm

2. أَجِدُ طولَ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 62.8 m، أستعملُ $\pi \approx 3.14$:

صيغةُ محيطِ الدائرةِ	$C = \pi d$
أُعوّضُ $\pi \approx 3.14$ ، $C = 62.8$	$62.8 = 3.14 \times d$
أقسمُ الطرفَينِ على 3.14	$\frac{62.8}{3.14} = \frac{3.14 \times d}{3.14}$
أُبسِّطُ	$20 = d$

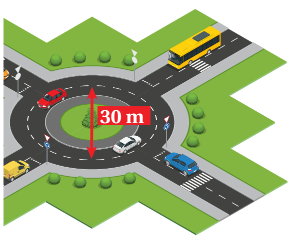
إذنْ، طولُ قُطْرِ الدائرةِ يساوي 20 m

أتحققُ من فهمي:

3. أَجِدُ طولَ نصفِ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 75.36 cm، أستعملُ $\pi \approx 3.14$. 12 cm
4. أَجِدُ طولَ قُطْرِ دائرةٍ محيطُها 47.1 km، أستعملُ $\pi \approx 3.14$. 15 km

يُمكنُ استعمالُ قانونِ محيطِ الدائرةِ في مواقفَ حياتيةٍ متنوعةٍ وَكثيرةٍ.

مثال 3: منَ الحياةِ



دوارٌ مروريٌّ: **تحركَتْ حافلةٌ حَولَ دوّارٍ مُروريٍّ في مسارٍ دائريٍّ طولُ قطرِهِ 30 m، أَجِدُ المسافةَ الّتي قطعَتْها الحافلةُ بعدَ أنْ سارَتْ حولَ الدوارِ المروريِّ مرةً واحدةً.**

المسافةُ الّتي قطعَتْها الحافلةُ تساوي محيطَ المسارِ الدائريِّ، وَبما أنَّهُ على شكلِ دائرةٍ فَينبغي أنْ أَجِدَ محيطَ الدائرةِ.

86

مِثالٌ 2

- أبين للطلبة أهمية البدء في كتابة صيغة محيط الدائرة ومن ثم التعويض فيها.
- أراجع الطلبة بقواعد حل المعادلة الخطية بمتغير واحد.
- قد يكتب بعض الطلبة محيط الدائرة بصورة: $r = \frac{c}{2\pi}$ ثم التعويض فيها، أُشجّع مثل هذه الإجابات.

تنبيه:

قد يحتاج بعض الطلبة عند حل الفرع الثاني من المثال إلى التذكير بقسمة عدد عشري على عدد عشري آخر.

مثال 3: من الحياة

- أُوضّح للطلبة أن المسافة التي قطعتها السيارة تمثل محيط الدوار.
- أُؤكّد لهم ضرورة كتابة صيغة المحيط والتعويض فيها.
- أؤكد لهم ضرورة قواعد الضرب بعدد عشري.

صيغةُ محيطِ الدائرةِ $C = \pi d$

أُعوِّضُ $\pi \approx 3.14$ و $d = 30$ $\approx 3.14 \times 30$

أَجِدُ الناتجَ ≈ 94.2

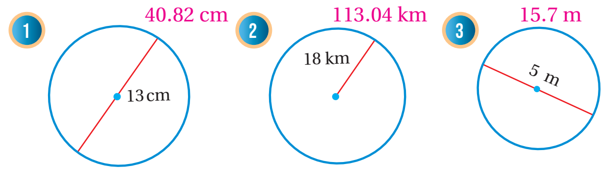
إذنْ، المسافةُ الّتي قطعَتْها الحافلةُ تساوي 94.2 m تقريبًا.

أتحقّقُ من فهمي:

مقودٌ: أَجِدُ محيطَ مقودِ سيّارةٍ إذا كانَ قُطْرُهُ 45 cm   141.3 cm

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

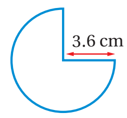
أَجِدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي:
(أقرِّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ).



4) أَجِدُ طولَ نصفِ قُطرِ دائرةٍ محيطُها 94.2 cm، أستعملُ $\pi \approx 3.14$ 15 cm

5) أَجِدُ طولَ قُطرِ دائرةٍ محيطُها 36.11 m، أستعملُ $\pi \approx 3.14$ 11.5 m

6) أَجِدُ محيطَ الشكلِ المجاورِ الّذي يمثّلُ ثلاثةَ أرباعِ دائرةٍ طولُ نصفِ قُطرِها 3.6 cm   24.16 cm



7) **ساعةٌ:** يبلغُ قُطرُ ساعةِ بيغْ بِنْ البريطانيةِ 7 m، أَجِدُ المسافةَ الّتي يقطعُها رأسُ عقربِ الدقائقِ في اليومِ الواحدِ.   528 m

معلومة

بدأَ عملُ ساعةِ بيغ بِنْ في لندنَ عامَ 1859 م، وَبيغ بِنْ اسمُ جرَسِها الضخمِ الّذي يدقُّ كلَّ ساعةٍ.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أوجه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حل المسائل فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.

تنبيه:

عند حل السؤال 6 قد يحتاج الطلبة إلى توضيح أن محيط الشكل هو محيط ثلاثة أرباع الدائرة مضافا إليها $2r$.

تنبيه:

عند حل السؤال 8 قد يحتاج الطلبة إلى توضيح أن محيط الشكل هو محيط نصف الدائرة مضافا إليها d.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل 18–14

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًا، لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يتم تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

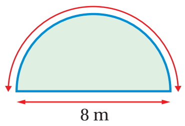
5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

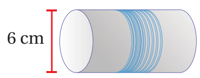
- أزوّد الطلبة بورقة مربعة الشكل، وأطلب إليهم رسم دوائر وأنصاف دوائر عليها.
- أطلب إليهم تغطية أكبر قدر ممكن من الصفحة من دون أن تتداخل الدوائر مع بعضها.
- أناقش مع الطلبة الاستراتيجيات المستخدمة لتحديد نصف القطر الذي يجب أن تكون عليه كل من الدوائر وأنصاف الدوائر المرسومة.
- يمكن تعزيز مهارة الرسم عند الطلبة في هذا النشاط بأن أطلب إليهم تلوين الدوائر التي رسموها، أو تظليلها.
- أشارك أفضل النتائج مع طلبة الصف جميعهم.

معلومة
بدأَتْ صناعةُ خيوطِ النسيجِ وَإنتاجُ الغَزْلِ في العصورِ القديمةِ في الهندِ وَالصينِ وَمصرَ، إذْ عُرِفَتْ فيها زراعةُ القطنِ.

8 **سياجٌ:** صمّمَ عليٌّ حديقةً على شكلِ نصفِ دائرةٍ قُطْرُها 8 m، وَأرادَ إحاطتَها بسياجٍ؛ لإغلاقِها. ما طولُ السياجِ الّذي يلزمُهُ لإغلاقِ الحديقةِ؟ إذا كانَ سعرُ المترِ الواحدِ مِنَ السياجِ JD 4، أجِدُ تكلفةَ السياجِ. المحيط 33.12 m ، الكلفة 132.48 JD

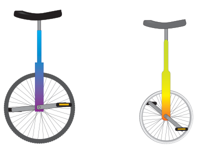


9 **خيطٌ:** بكَرَةُ خيوطٍ على شكلِ أُسطوانةٍ طولُ قُطْرِها 6 cm، إذا لُفَّ خيطٌ حولَها 150 مرةً. أجِدُ طولَ الخيطِ. 2826 cm



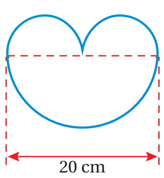
معلومة
ترمزُ الحلقاتُ الخمسُ المتشابكةُ في شعارِ دورةِ الألعابِ الأولومبيةِ إلى روحِ التضامنِ وَالأخوّةِ بينَ سكانِ الأرضِ، إذْ تُمثِّلُ كلُّ حلقةٍ قارّةً مِنْ قاراتِ العالَمِ.

10 **عَجلةٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ درّاجتَينِ مِنْ ذواتِ العَجلةِ الواحدةِ. إذا كانَ طولُ نصفِ قُطْرِ الدرّاجةِ الأولى 48 cm، وَطولُ نصفِ قُطْرِ الدرّاجةِ الثانيةِ 33 cm. بِكَمْ تزيدُ المسافةُ الّتي تقطعُها العَجلةُ الأولى عَنِ المسافةِ الّتي تقطعُها العَجلةُ الثانيةُ في الدورةِ الواحدةِ لكلٍّ منهُما؟ أُقرّبُ إجابتي لأقربِ سَنتيمترٍ. 94 cm



11 صمّمَتْ فاديةُ مجسّمًا يشبهُ شعارَ دورةِ الألعابِ الأولومبيةِ مِنْ حلَقاتٍ بلاستيكيةٍ صنعَتْها باستعمالِ أنبوبٍ بلاستيكيٍّ، بحيثُ كانَ طولُ نصفِ قُطْرِ كلِّ حلَقةٍ دائريةٍ 75 cm، كَمْ سَنتيمترًا مِنَ الأنبوبِ استعملَتْ فاديةُ؟ 2355 cm

12 يتكوّنُ الشكلُ المجاورُ مِنْ 3 أنصافِ دوائرَ، إذا علمْتُ أنَّ نصفَي الدائرتَينِ الصغيرتَينِ متطابقانِ، أجِدُ محيطَ الشكلِ مقرّبًا إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 62.8 cm



13 **خواتمُ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وَأحلُّ المسألةَ.
الخاتم الذي قطره 19 mm

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

14 **تبريرٌ:** أحددُ ما إذا كانَ محيطُ دائرةٍ طولُ نصفِ قُطْرِها 4 m أقلَّ أَمْ أكبرَ مِنْ 24 m منْ دونِ إجراءِ الحساباتِ، وَأبرّرُ إجابتي.

العدد 24 هو ثلاثة اضعاف القطر في حين ان محيط الدائرة هو القطر (8 m) مضروبا في 3.14 لذلك فان المحيط اكبر من 24

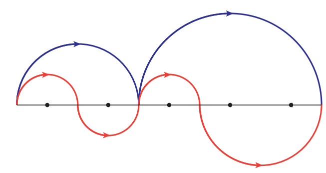
15 **تبريرٌ:** ركضَ محمودٌ على طولِ المســارِ الأزرقِ، وركضَتْ سميرةُ على طولِ المسارِ الأحمرِ، أيُّهما قطعَ مسافةً أكبرَ: محمودٌ أَمْ سميرةُ؟ أبرّرُ إجابتي.

علمًا بأنَّ المســاراتِ مكونةٌ مِنْ مجموعةٍ مِنْ أنصافِ دوائرَ، والمســافاتِ بينَ النقاطِ متساويةٌ.

قطعوا المسافة نفسها 5 π

إرشادٌ

أجدُ طولَ كلِّ مسارٍ مستعملًا محيطَ الدائرةِ.



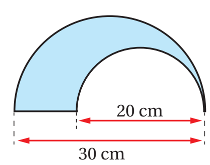
16 **تبريرٌ:** إذا أصبحَ طولُ قُطرِ دائرةٍ مِثْلَيْ طولِ قُطرِها الأصليِّ، ما تأثيرُ ذلكَ في محيطِها؟ أبرّرُ إجابتي.

يتضاعف محيطها: إذا كان القطر y فان ضعفه $2y$

$C1 = y\pi \, , C2 = 2y\pi = 2(y\pi) = 2C1$

17 **أكتشفُ الخطأَ:** يتكوَّنُ الشكلُ المظلَّلُ الآتي مِنْ نِصفَيْ دائرةٍ، طولُ قطرِ الدائرةِ الصغيرةِ 20 cm، وَطولُ قطرِ الدائرةِ الكبيرةِ 30 cm. تقولُ ريما: إنّ محيطَ المنطقةِ المظلّلةِ 88.5 cm، أمّا عاصمٌ فيقولُ: إنَّ محيطَها 78.5 cm، فأيٌّ منهُما على صوابٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

إجابة ريما هي الاجابة الصحيحة (محيط الشكل يساوي مجموع محيط انصاف الدائرتين مضافا له 10 cm)



18 **أكتبُ** كيفَ أجدُ محيطَ دائرةٍ علمْتُ نصفَ قُطرِها؟

نشاط التكنولوجيا

أطلب إلى الطلبة الدخول إلى برمجية جيوجبرا لرسم دوائر أقطارها 8 cm، 4 cm، 2 cm، 1 cm، ثم أطلب إليهم حساب محيط كل دائرة من خلال البرمجية، وتسجيل النتائج التي حصلوا عليها؛ للتحقق من إذا كانت النتائج تشكل نمطًا.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة البحث في شبكة الإنترنت عن معلومات عن قياسات قصر الحرانة، وتحديد بعض المضلعات المتطابقة التي تظهر في صور القصر.

تنبيه: قد يحتاج بعض الطلبة إلى إرشاد عند استخدام البرمجية وتعريفهم ببعض الكلمات لأنها باللغة الإنجليزية.

6 الختام

أوجّه الطلبة الى فقرة (**أكتب**) للتأكد من فهمهم لموضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط والمتدني حل سؤال على ذلك.

نشاط مفاهيمي

نتاجات الدرس:

- تعرّف قانون مساحة الدائرة وعلاقته بالنسبة التقريبية π

التعلم القبلي:

- فهم الدائرة، وتعرف عناصرها، ورسمها.
- حساب مساحة المستطيل.

1 التهيئة

- أسأل الطلبة عن العلاقة بين محيط وقطرها. $c = \pi d$
- أطلب إليهم رسم دوائر بأنصاف أقطار مختلفة وحساب محيطها.

2 الاستكشاف

- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأسألهم عن طريقة يمكن استخدامها لتقدير مساحة الدائرة.
- أتقبل إجابات الطلبة (قد تنحصر الإجابات في استخدام ورق المربعات لحساب المساحات غير المنتظمة التي تعلموها سابقا، أو الطريقة التي تعلموها في نشاط الاستعداد).

نشاطٌ مفاهيميٌّ

قانونُ مساحةِ الدائرةِ

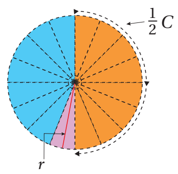
الهدفُ: أستكشفُ قانونَ مساحةِ الدائرةِ، وعلاقتَهُ بالنسبةِ التقريبيّةِ π .

ما العلاقةُ بينَ مساحةِ الدائرةِ وَطولِ نصفِ قطرِها؟

نشاط 1

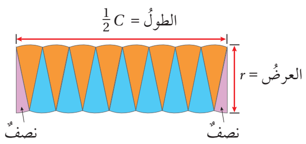
الخُطْوَةُ 1 **أقسمُ قرصًا دائريًّا إلى أجزاءٍ متطابقةٍ:**

- أَثني قُرصًا دائريًّا 4 مراتٍ مِنَ المنتصَفِ؛ لأكوّنَ 16 جزءًا متطابقًا.
- أختارُ أحدَ الأجزاءِ، وَأقسمُهُ جزأَينِ متطابقَينِ.
- أسمّي نصفَ قُطْرِ الدائرةِ r وَمحيطَها C.



الخُطْوَةُ 2 **أكوّنُ مستطيلًا:**

- أقصُّ الأجزاءَ، وَأُعيدُ ترتيبَها لتكوّنَ مستطيلًا كَما في الشكلِ المجاورِ.
- يمثّلُ .... طولَ المستطيلِ، ويمثّلُ .... عرضَهُ.



أتذكر

مساحةُ المستطيلِ = الطولُ × العرضُ
وَبالرّموزِ: $A = l \times w$
حيثُ l: الطولُ، w: العرضُ،
A: المساحةُ.

الخُطْوَةُ 3 **أَجِدُ مساحةَ المستطيلِ الّذي كوّنْتُهُ:**

- أُعوّضُ قيمتَي الطولِ وَالعرضِ الجديدتَينِ اللّتَينِ حصلْتُ عليْهِما مِنَ الخطوةِ 2، في قاعدةِ مساحةِ المستطيلِ $A = l \times w$، لأحصلَ على قاعدةٍ جديدةٍ وَهِيَ: ....
- أُعوّضُ $2\pi r$ بدلًا مِنْ C في المعادَلةِ، وَأبسّطُ المعادَلةَ، ثمَّ أَصِفُ الناتجَ.

أتدرَّبُ

أستعملُ قاعدةَ المساحةِ الّتي حصلْتُ علَيْها في إيجادِ:

1. مساحةِ دائرةٍ طولُ نصفِ قُطْرِها 4 cm $A = 50.24\ cm^2$
2. مساحةِ دائرةٍ طولُ قُطْرِها 12 km $A = 113.04\ km^2$
3. هلِ العلاقةُ بينَ قُطرِ الدائرةِ وَمساحتِها علاقةُ تناسُبٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

ليست تناسب لأن صيغة مساحة الدائرة تتضمن مربع طول نصف القطر.

3 التدريس

- أَطلب إلى المجموعات قراءة النشاط الوارد في الدرس.
- أزوّد كل مجموعة بقرص دائري ومقص للتمكن من تنفيذ النشاط.
- أُؤكّد لهم ضرورة الحذر عند استخدام المقص.
- أَطلب إليهم تنفيذ الخطوة الأولى والثانية من النشاط.
- بعد ترتيب الأجزاء أسأل الطلبة:
  - » ما طول المستطيل وعرضه بالنسبة للدائرة؟ (الطول = نصف محيط الدائرة، العرض = نصف قطر الدائرة).
- أَطلب إلى الطلبة كتابة صيغة مساحة المستطيل والتعويض عن الطول بنصف محيط الدائرة والعرض بنصف قطر الدائرة.
- أَطلب إلى الطلبة وصف الناتج بعد التبسيط.

4 التدريب

- أَطلب إلى الطلبة حل الأسئلة 1 و 2 و 3 وأُتابعهم في أثناء ذلك، وأُقدّم لهم التغذية الراجعة.

5 الإثراء

تعليمات المشروع :

- أَطلب إلى الطلبة استكمال العمود الأخير من الجدول الوارد بالبند 4 وذلك لقوالب الصابون ذات الشكل الأسطواني.

6 الختام

- أَطلب إلى الطلبة كتابة فقرة توضح العلاقة بين مساحة الدائرة ونصف قطرها.

ملاحظاتي

....

الدرس
2

نتاجات الدرس:

- حساب مساحة الدائرة.

التعلم القبلي:

- فهم الدائرة، وتعرف عناصرها، ورسمها.
- حساب محيط الدائرة.

1 التهيئة

- أزوّد الطلبة بورق مربعات، وأطلب إليهم رسم خمسة أشكال مختلفة وبمساحة 20 cm لكل منها.
- أشجّع الطلبة على رسم أشكال غير اعتيادية مثل المساحات المركبة.
- أعرض الأشكال التي رسمها الطلبة على السبورة ليراها الجميع.
- أناقش مع الطلبة الطرق التي استخدموها لحساب مساحة كل شكل.

توسعة: أطلب إلى الطلبة ترتيب الأشكال التي رسموها وفقًا لمحيطها.

2 الاستكشاف

- أوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، وأسألهم بعد دراستهم الموضوع السابق:
  - » ما نسبة محيط الخاتم الأول إلى قطره؟ π
  - » ما نسبة محيط الخاتم الثاني إلى قطره؟ π
  - » هل يمكنني إيجاد محيط الخاتم من معرفتي القطر؟
- أتقبل إجابات الطلبة جميعها.

الدرسُ 2 مساحةُ الدائرةِ

فكرةُ الدرسِ
أحسبُ مساحةَ الدائرةِ.

المصطلحاتُ
مساحةُ الدائرةِ

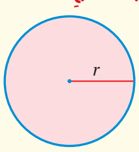
أستكشفُ

أعلنَ محلُّ بيعِ فطائرَ عَنْ عرضٍ لِبيعِ فَطيرةِ بيتزا كبيرةٍ طولُ قطرِها 30 cm بسعرِ JD 7.99، وَفطيرَتَيْ بيتزا متوسِّطتَينِ طولُ قطرِ كلٍّ واحدةٍ 20 cm بسعرِ JD 7.99، أيُّ العرضَينِ أَفضلُ؟

توصّلْتُ في النّشاطِ المفاهيميِّ الّذي يسبقُ هذا الدرسَ إلى صيغةٍ لِحسابِ **مساحةِ الدائرةِ** (area of a circle)، مستعمِلًا فيها النسبةَ التقريبيّةَ π .

مفهومٌ أساسيٌّ — **مساحةُ الدائرةِ**

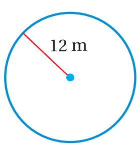
- **بالكلماتِ** مساحةُ الدائرةِ (A) تساوي ناتجَ ضربِ π في مربَّعِ نصفِ القُطْرِ.
- **بالرموزِ** $A = \pi r^2$
- **بالنماذجِ**



مثال 1

أَجِدُ مساحةَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي:

1



صيغةُ مساحةِ الدائرةِ	$A = \pi r^2$
أُعوّضُ π ≈ 3.14 و r = 12	$\approx 3.14 \times (12)^2$
أَجِدُ الناتجَ	≈ 452.16

إذنْ، مساحةُ الدائرةِ تساوي $452.16\ m^2$ تقريبًا.

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي على النحوِ الآتي:

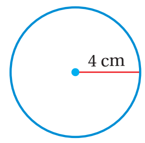
SHIFT π × 12 x^2 = s⇔d 452.3893421

الإجابةُ قريبةٌ. إذنْ، إجابتي صحيحةٌ.

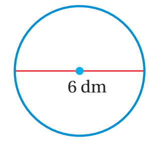
أتذكر

الديسيمترُ (dm)، هِيَ إحدى وحداتِ قياسِ الطولِ، وتساوي 10 cm

أتحقق من فهمي:

2


50.24 cm

3


28.26 dm

يمكنُ إيجادُ طولِ نصفِ قُطرِ دائرةٍ أَوْ طولِ قُطرِها إذا علمْتُ مساحتَها، باستعمالِ خطواتِ حلِّ المعادلةِ.

مثال 2

1 **أجدُ طولَ نصفِ قُطرِ دائرةٍ مساحتُها $1256\ cm^2$، أستعملُ $\pi \approx 3.14$**

$A = \pi r^2$ صيغةُ مساحةِ الدائرةِ

$1256 = 3.14 \times r^2$ أُعوِّضُ $\pi \approx 3.14$ و $A = 1256$

$\frac{1256}{3.14} = \frac{3.14 \times r^2}{3.14}$ أقسِمُ الطرفَيْنِ على 3.14

$400 = r^2$ أُبسِّطُ بإيجادِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَيْنِ

$20 = r$ $20 \times 20 = 400$

إذنْ، طولُ نصفِ قُطرِ الدائرةِ يساوي 20 cm

أتحقق من فهمي:

2 أجدُ طولَ نصفِ قُطرِ دائرةٍ مساحتُها $113.04\ cm^2$، أستعملُ $\pi \approx 3.14$. 6 cm

3 أجدُ طولَ قُطرِ دائرةٍ مساحتُها $153.86\ m^2$، أستعملُ $\pi \approx 3.14$. 14 m

3 التدريس

مثالٌ 1

- أبيـن للطلبة أهمية البـدء بكتابة صيغة مسـاحة الدائرة ومن ثـم التعويض فيها.
- أُشجّع الطلبة على استخدام الآلة الحاسبة للتحقق من صحة الحل، وأُوضّح لهم قواعد التقريب.
- أؤكد لهم في المسالة رقم (2) أن المعطى هو القطر وأن صيغة مساحة الدائرة تحتاج إلى نصف القطر.

تنبيه: قد يحتاج بعض الطلبة مراجعة قوانين الأسس، فهنالك خطأ شائع بأن: $a^2 = 2\times a$

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال، أختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية وأناقشها على السبورة من دون التعرض لاسم صاحب الحل أمام الطلبة؛ تجنبًا لإحراجه.

مثالٌ 2

- أبيـن للطلبة أهمية البـدء بكتابة صيغة مسـاحة الدائرة ومن ثـم التعويض فيها.
- أراجـع الطلبـة بقواعد حـل معادلة من الدرجـة الثانية وبمتغير واحد.
- قـد يلجأ بعـض الطلبة إلى إعـادة كتابة صيغة مسـاحة الدائـرة بصـورة: $r^2 = \frac{A}{\pi}$ ثم التعويض فيها، أُشـجّع مثل هـذه الإجابات.

تنبيه: لإيجاد قيمة r من خلال العلاقة $r^2 = 400$ أُوجّه ذلك بطريقة سؤال (ما العدد الذي يضرب في نفسه ويكون ناتجه 400؟).

مثال 3: من الحياة

- أبين للطلبة أهمية البدء بكتابة صيغة مساحة الدائرة ومن ثم التعويض فيها.
- أبيـن للطلبـة أن القطعـة النقديـة هي من المجسـمات ثلاثيـة الأبعـاد؛ لذلـك نقـول فـي السـؤال (أحسـب مسـاحة السـطح) أو مسـاحة الوجه (وليس) أحسـب مسـاحة القطعـة النقدية.

يُمكنُ استخدامُ قانونِ مساحةِ الدائرةِ في مواقفَ حياتيةٍ متنوعةٍ وكثيرةٍ.

مثال 3: منَ الحياةِ

عملةٌ: يبلغُ قُطرُ القطعةِ النقديةِ مِنْ فئةِ الخمسةِ قُروشٍ 26 mm تقريبًا، أَجِدُ مساحةَ الوجهِ الظاهرِ منها، وَأُقرِّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.

قطرُ القطعةِ النقديةِ 26 mm. إذنْ، طولُ نصفِ قُطرِها 13 mm

$A = \pi r^2$ صيغةُ مساحةِ الدائرةِ

$\approx 3.14 \times (13)^2$ أُعوِّضُ $r = 13$ وَ $\pi \approx 3.14$

≈ 530.66 أَجِدُ الناتجَ

≈ 531 أُقرِّبُ الإجابةَ لِأقربِ عددٍ صحيحٍ

إذنْ، مساحةُ الوجهِ الظاهرِ مِنَ القطعةِ النقديةِ يساوي $531\ mm^2$ تقريبًا.

أتحقّقُ من فهمي:

إشارةٌ: يبلغُ قُطرُ إشارةِ منعِ التدخينِ المجاورةِ 20 cm، أَجِدُ مساحتَها، وَأُقرِّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ. 314 cm

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ مساحةَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لأتحقّقَ مِنْ صحةِ إجابتي:

1) 80 mm — $5024\ mm^2$

2) 3 cm — $7.07\ cm^2$

3) 6 m — $113.04\ m^2$

4) أَجِدُ طولَ نصفِ قُطرِ دائرةٍ مساحتُها $314\ cm^2$، أستعملُ $\pi \approx 3.14$ — 10 cm

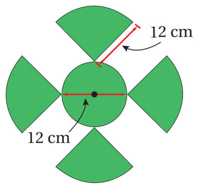
5) أَجِدُ مساحةَ نصفِ الدائرةِ الظاهرِ في الشكلِ المجاورِ. 5 cm — $9.81\ cm^2$

إرشاد ضغطُ الدّمِ هُوَ قوّةُ دفعِ الدّمِ على جُدرانِ الأوعيةِ الدَّمَويةِ الّتي ينتقلُ خلالَها لِإمدادِ كافّةِ أنسجةِ الجسمِ وَأعضائِهِ بالغذاءِ.

6 **صحةٌ:** إذا كانَ طولُ قُطْرِ الزجاجةِ الدائريةِ في جهازِ قياسِ ضغطِ الدمِ 18 cm، أَجِدُ مساحتَها.

$254.34\ cm^2$

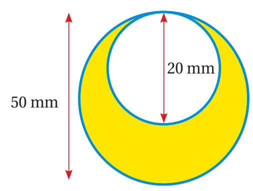
7 **مَراوحُ:** تتكوّنُ المِروحةُ المجاورةُ مِنْ 4 أجزاءٍ متطابقةٍ كلُّ جزءٍ منها على شكلِ رُبُعِ دائرةٍ، ودائرةٍ داخليةٍ، أَجِدُ مساحةَ سطحِ المِروحةِ الخارجيِّ. $565.2\ cm^2$



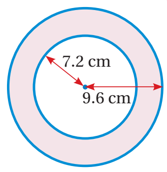
8 **درّاجةٌ:** تقطعُ عَجلةُ درّاجةٍ مسافةَ 197 cm في كلِّ دورةٍ كاملةٍ لها، أَجِدُ مساحةَ الدائرةِ الّتي لَها قطرُ العجلةِ نفسُهُ. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ. $3090\ cm^2$

إرشاد في السؤالَينِ 9 وَ 10، ما العلاقةُ بينَ مساحةِ المنطقةِ المظلَّلةِ وَمساحتَي الدائرتَينِ في كلِّ شكلٍ ؟

9 **عِقدٌ:** صنعَتْ ريماسُ عِقدًا بِاستعمالِ دائرتَينِ. لوّنَتْ جزءًا مِنَ العِقدِ باللونِ الأصفرِ مثلَما يظهرُ في الشكلِ المجاورِ، أحسبُ مساحةَ الجزءِ الّذي لوّنَتْهُ ريماسُ مقربًا إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. $1648.5\ mm^2$



10 أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ في الشكلِ الآتي. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. $126.6\ cm^2$



11 **فطائرُ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وَأحلُّ المسألةَ.

العرض الاول افضل

94

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يتم تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية الى الواجب المنزلي.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسالة أختار أحد الطلبة ممكن تمكنوا من حلّ المسالة؛ لعرض الحلّ على السبورة.
- عند حل السؤال 7 أبيّن للطلبة أن الأجزاء الأربعة المتطابقة تشكل دائرة نصف قطرها 12 cm وأن مساحة سطح المروحة هو مجموع مساحة الدائرتين.
- قد يحلّ الطلبة بأكثر من طريقة مثل (مساحة ربع الدائرة وضربها في أربعة، ويضاف لها مساحة الدائرة الداخلية، أو مساحة الدائرة الخارجية مرة واحدة بحسبان الأرباع الأربعة للدائرة تشكل دائرة ويضاف لها مساحة الدائرة الداخلية).
- أرحّب بإجابات الطلبة وأُشجّعها.
- عند حل السؤال 8 قد يحتاج بعض الطلبة إلى التذكير بأن الدورة الكاملة تمثل المحيط، وأبيّن لهم البدء بحساب نصف القطر من خلال المحيط.
- في السؤالين 9, 10 أرشد الطلبة إلى أن مساحة المنطقة المظللة تمثل الفرق بين مساحة كل من الدائرتين.

تنبيه: عند حل الأسئلة 3–1 أطلب إلى الطلبة الانتباه ما إذا كان المعطى في السؤال هو القطر أم نصف القطر.

مسائل مهاراتُ التفكير

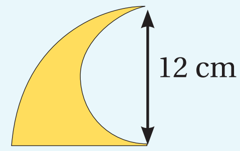
- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل 17–12
- عند حل السؤال 14 (**أكتشف الخطأ**) أبيّن الشائع عند الطلبة وهو ظنّهم أن $a^2 = 2 \times a$ وأُوضّح ذلك لهم.
- عند حل السؤال 15 قد يحتاج الطلبة إلى إرشاد، وذلك بتوضيح أن مساحة المنطقة المظللة تمثل مساحة المربع منزوعًا من عند كل زاوية من زواية مساحة ربع دائرة.

5 الإثراء

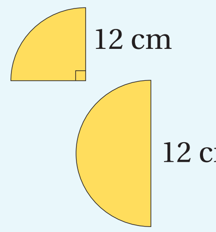
البحث وحل المسائل :

(1) أُقدّم الشكل المجاور للطلبة وأطلب إليهم:

- حساب مساحة المنطقة المظللة. (56.5 cm)
- حساب محيط المنطقة المظللة. (9.4 cm)
- أناقش مع الطلبة الاستراتيجيات المستخدمة لإيجاد المساحة والمحيط للمنطقة المظللة.



- يمكن تعزيز فهم الطلبة من خلال فصل الشكل إلى جزأين، وعرضهما أمام الطلبة ليتمكنوا من الحل.



(2) أَطلب إلى الطلبة مناقشة صحة العبارة (من الممكن أن يتساوى محيط الدائرة مع مساحتها). (نعم) وخلال النقاش:

- أُشجّع الطلبة على الرجوع إلى الأمثلة الواردة في الدرس ومناقشة طريقة حساب المساحة والمحيط؛ ليتمكنوا من الحكم على صحة العبارة.
- أُوجّه الطلبة إلى مساواة صيغة مساحة الدائرة مع محيطها لمحاولة اكتشاف الحالة التي عندها تتحقق المساواة. $r = 2$

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة إنشاء جدول لتسجيل مساحة الدوائر التي محيطها على التوالي: 1 cm, 2 cm, 4 cm, 8 cm, 16 cm ثم أَطلب إليهم التحقق ما إذا كانت النواتج تمثل نمطًا.

تعليمات المشروع:

أَطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البند رقم 4 واستكمال حساب مساحة سطح قوالب الصابون المختارة.

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأَطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط والمتدني حل سؤال على ذلك.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: أتأمّلُ العبارتَينِ الآتيتَينِ، ثمَّ أصفُهُما بما يناسبُهما ممّا بينَ القوسَينِ (صحيحةٌ دائمًا، صحيحةٌ أحيانًا، ليسَتْ صحيحةً) مبرّرًا إجابتي، مَعَ تدعيمِها بأمثلةٍ دالّةٍ:

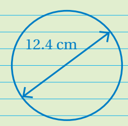
12) محيطُ الدائرةِ أكبرُ مِنْ قُطْرِها.
صحيحة دائمًا، لأن محيط الدائرة يساوي طول القطر ضرب π . مثال طول القطر 10 وحدات يكون المحيط 31.4 وحدة تقريبا.

13) مساحةُ الدائرةِ أكبرُ مِنْ $1\ cm^2$

13) صحيحة أحيانًا، مثال طول نصف القطر 2 وحدة تكون المساحة 12.6 وحدة مربعة تقريبا . طول نصف القطر 0.1 وحدة تكون المساحة 0.03 وحدة مربعة تقريبا .

14) **أكتشفُ الخطأَ:** أوجدَ أسامةُ محيطَ دائرةٍ طولُ قُطْرِها 12.4 cm وَمساحتَها، فكانَتْ إجابتُهُ كما يأتي:

$(6.2)^2 \neq 2 \times 6.2 = 12.4$



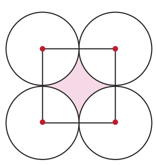
$C = \pi d$
$C = \pi \times 12.4$
$= 39.0\ cm$

$A = \pi r^2$
$A = \pi \times 6.2^2$
$= \pi \times 12.4$
$= 39.0\ cm$

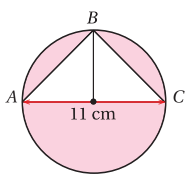
أبيّنُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ أسامةُ، وَأصحّحُهُ.

إرشاد
ألاحظُ أنَّ أسامةَ قرّبَ إجابتَهُ لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.

15) **تحدٍّ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ 4 دوائرَ متماسّةٍ طولُ نصفِ قُطْرِ كلٍّ منها 6 cm، وُصلَتْ مراكزُ الدوائرِ الأربعةِ لتشكّلَ مربّعًا. أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ. $30.96\ cm^2$



16) **تحدٍّ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ دائرةً قُطْرُها AC .
أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ. $64.75\ cm^2$



أتذكر
مساحةُ المثلَّثِ تساوي $\frac{1}{2}$ × طولُ القاعدةِ × الارتفاعُ

17) **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ مساحةَ دائرةٍ علمْتُ قُطْرَها؟
أجد ناتج ضرب π في مربع نصف القطر

الدرس 3 حجمُ المنشورِ وَالأسطوانةِ

فكرةُ الدرسِ
أجِدُ حجمَ المنشورِ وَالأُسطوانةِ.

المصطلحاتُ
الحجمُ، المنشورُ، الأُسطوانةُ.

أستكشفُ

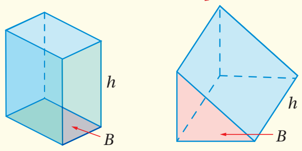
مقياسُ المطرِ أداةٌ تُستخدَمُ لِقياسِ كمّيةِ الأمطارِ الّتي تسقطُ في مكانٍ معيّنٍ في مدةٍ زمنيةٍ محددةٍ، وَيتكوّنُ مِنْ أُنبوبٍ على شكلِ أُسطوانةٍ يعلوها قُمْعٌ. ما كمّيةُ الماءِ الّتي ستملأُ مقياسَ مطرٍ ارتفاعُهُ 30 cm وطولُ نصفِ قُطْرِ قاعدتِهِ 2.5 cm؟

الحجمُ (volume) هُوَ الحيّزُ الّذي يشغَلُهُ الجسمُ في الفضاءِ، وَيُقاسُ بِالوحداتِ المكعّبَةِ.

المنشورُ (prism) شكلٌ ثلاثيُّ الأبعادِ لهُ قاعدتانِ مضلّعتانِ متطابقتانِ ومتوازيتانِ. وَيسمّى المنشورُ بحسبِ شكلِ قاعدتِهِ.

مفهومٌ أساسيٌّ حجمُ المنشورِ

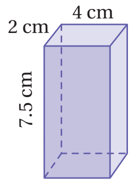
- **بالكلماتِ** حجمُ المنشورِ (V) يساوي ناتجَ ضربِ مساحةِ قاعدتِهِ (B) في ارتفاعِهِ (h).
- **بالرموزِ** $V = Bh$
- **بالنماذجِ**



مثال 1

أجِدُ حجمَ كلِّ منشورٍ ممّا يأتي:

1



$V = Bh$	صيغةُ حجمِ المنشورِ
$= (l \times w)h$	القاعدةُ مستطيلٌ، إذنْ $B = l \times w$
$= (4 \times 2) \times 7.5$	أعوّضُ $l = 4, w = 2, h = 7.5$
$= 60$	أجِدُ النّاتجَ

إذنْ، حجمُ المنشورِ يساوي $60\ cm^3$

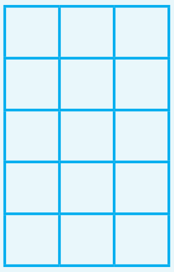
الدرس 3

نتاجات الدرس:

- حساب حجم المنشور والأسطوانة.

التعلم القبلي:

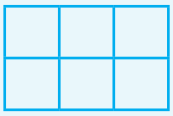
- حساب مساحة الدائرة.
- حساب مساحة الأشكال الثنائية الأبعاد.
- معرفة خصائص المكعب، وحساب حجمه.



المنظر الجانبي

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، وأوزّع عليهم قطعًا من المكعبات.
- أطلب إلى الطلبة عمل نموذج وفقًا للمخطط المجاور باستخدام قطع المكعبات.



منظر القاعدة

- أسأل الطلبة عن عدد المكعبات التي احتاجوا إليها لتنفيذ النموذج. 30
- أسألهم: إذا كان طول ضلع المكعب المستخدم وحدة واحدة، فما مساحة قاعدة النموذج؟ (6 وحدات مربعة) وكم يبلغ ارتفاعه؟ (5 وحدات طول)
- أطلب إلى الطلبة حساب حجم النموذج الكلي عن طريق معرفتهم حجم المكعب وعدد المكعبات المستخدمة لتصميم النموذج. $30 \times 1 = 30$

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، وأسألهم:
  - » ما شكل الجهاز المستخدم لقياس المطر؟ أسطواني.
  - » ما شكل قاعدته؟ دائرية.
  - » ما مساحة قاعدة الأسطوانة؟ 6.25π

3 التدريس

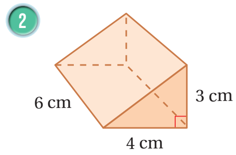
مِثالٌ 1

- أذكر الطلبة بصيغة كل من المستطيل والمثلث.
- أحاول أن أعرض للطلبة من ذوي النمط البصري نماذج عملية للمجسمات الواردة في المثال.
- عند حل البند (2) من المثال:
  - » قد يظن بعض الطلبة أن مساحة القاعدة هي الجزء السفلي من الشكل (المستطيل)، أبيّن لهم عدم صحة ذلك؛ لأنه لا توجد قاعدة موازية ومطابقة لها ليتحقق تعريف المنشور.
  - » أبيّن لهم أن مساحة المثلث تمثل مساحة القاعدة.
  - » قد يعبر بعض الطلبة عن حجم المنشور بضرب الأبعاد جميعها $V = 3\times4\times6$، أبيّن لهم عدم صحة ذلك، وأوجههم إلى حساب مساحة القاعدة أولًا، ثم تحديد ارتفاع المنشور، ثم التعويض في الصيغة $V = bh$.

التقويم التكويني:

- أَطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال ، أَختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على السبورة من دون التعرض لاسم صاحب الحل أمام الطلبة؛ تجنبًا لإحراجه.

ملاحظاتي



$V = Bh$ صيغةُ حجمِ المنشورِ

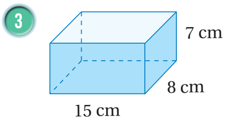
$= (\frac{1}{2} \times 4 \times 3)h$ القاعدةُ مثلّثٌ، إذنْ، $B = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$

$= (\frac{1}{2} \times 4 \times 3) \times 6$ أُعوِّضُ $h = 6$

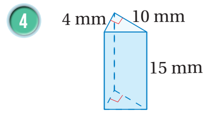
$= 36$ أجِدُ الناتجَ

إذنْ، حجمُ المنشورِ يساوي $36\ cm^3$

أتحقّقُ من فهمي:



$840\ cm^3$



$300\ mm^3$

يُمكنُنا استخدامُ قانونِ حجمِ المنشورِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ ومتنوِّعةٍ.

مثال 2: منَ الحياة

زراعةٌ: الزراعةُ الرأسـيةُ تكونُ في مبانٍ مُكوَّنةٍ مِنْ طوابقَ متعددةٍ يُسـتغنى فيها عَنِ التربةِ الزراعيةِ. إذا كانَ أحدُ هذهِ المباني على شـكلِ منشورٍ قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ طولُ ضلعِها **60 m**، وَارتفاعُهُ **111 m**، أَجِدُ حجمَ المبنى.

القاعدةُ مربعةُ الشكلِ، إذن؛ أفترضُ أنّ طولَ ضلعِها s

$V = Bh$ صيغةُ حجمِ المنشورِ

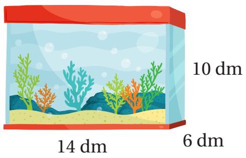
$= (s^2)h$ القاعدةُ مربعةٌ، إذنْ، $B = s^2$

$= (60)^2 \times 111$ أُعوِّضُ $s = 60, h = 111$

$= 399600$ أجِدُ الناتجَ

إذنْ، حجمُ المبنى $399600\ m^3$

أتحقّقُ من فهمي:



أحواضٌ: أَجِدُ حجمَ حَوضِ الأسماكِ المجاورِ. $840\ dm^3$

97

مثال 2: من الحياة

- أذكر الطلبة بصيغة مساحة المربع.
- أثري معلومات الطلبة بذكر أن هذه المباني المشار لها في الصورة هي مبانٍ موجودة في ميلان – إيطاليا.
- أُشـجّع الطلبـة علـى رسـم شـكل للمجسـم وتثبيـت الأبعـاد عليه.

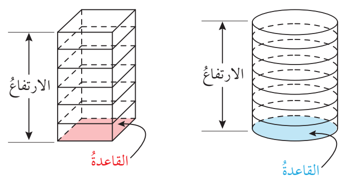
توسعة: أسأل الطلبة عن توقعاتهم عن حجم المنشور حين يصبح الارتفاع ضعف الارتفاع الحالي أو ثلاثة أضعاف.

مِثالٌ 3

- أذكر الطلبة بصيغة مساحة الدائرة.
- أعـرض للطلبـة مـن ذوي النمـط البصـري مجسـم أسـطوانة حقيقيًّـا.
- أبيـن للطلبـة طريقـة اسـتعمال الآلـة الحاسـبة فـي حسـاب العملية، وأشـير إلـى أن هناك نوعًـا معيّنًا من الآلات الحاسبة نحتـاج إليـه لتنفيـذ مثـل هـذا النوع من العمليـات الحسـابية.

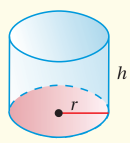
الأُسطوانةُ (cylinder) هِيَ مجسّمٌ لَهُ قاعدتانِ دائريتانِ متطابقتانِ وَمتوازيتانِ، ترتبطانِ معًا بسطحٍ مُنحَنٍ، وَارتفاعُ الأسطوانةِ (h) هُوَ المسافةُ العموديةُ بينَ قاعدَتَيْها، وَيسمّى نصفُ قُطرِ القاعدةِ نصفَ قُطرِ الأُسطوانةِ (r).

عندَ المقارنةِ بينَ أُسطوانةٍ وَمنشـورٍ لَهُما الارتفاعُ نفسُهُ، نلاحظُ أنَّ كلا المجسَّمَيْنِ مكوَّنٌ مِنْ قاعدتَينِ، وَلَوْ قسّمْنا المنشورَ وَالأُسـطوانةَ إلى طبقاتٍ لَوجدْنا أنَّ مساحةَ سطحِ كلِّ طبقةٍ مساوٍ لمسـاحةِ القاعدةِ، وَبما أنَّ ارتفاعَ الطبقاتِ مساوٍ لارتفاعِ المنشـورِ والأُسطوانةِ، نستنتجُ أنَّهُ يُمكنُ حسـابُ حجمِ الأُسطوانةِ بطريقةٍ مشابهةٍ لِطريقةِ حسـابِ حجمِ المنشورِ، وَذلكَ بِضربِ مساحةِ قاعدتِها في ارتفاعِها.



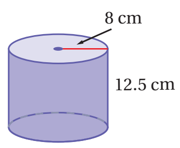
مفهومٌ أساسيٌّ — حجمُ الأُسطوانةِ

- **بالكلماتِ** حجمُ الأُسطوانةِ (V) الّتي نصفُ قُطرِها (r) يساوي ناتجَ ضربِ مساحةِ قاعدتِها (B) في ارتفاعِها (h)
- **بالرموزِ** $V = Bh$ أو $V = \pi r^2 h$
- **بالنماذجِ**



مثال 3

أَجِدُ حجمَ الأُسطوانةِ المجاوِرةِ وَأُقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرة.



$V = \pi r^2 h$ صيغةُ حجمِ الأُسطوانةِ

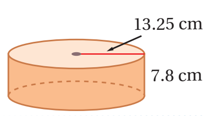
$= \pi(8^2)(12.5)$ أُعوّضُ $r = 8, h = 12.5$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ SHIFT π × 8 x^2 × 12.5 = s⇔d 2513.274123

إذنْ، حجمُ الأُسطوانةِ يساوي $2513.3\ cm^3$ تقريبًا.

أتحققُ من فهمي:

أَجِدُ حجمَ الأُسطوانةِ المجاوِرةِ، وَأُقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ.



$4299.88\ cm^3$

يُمكنُنا استخدامُ قانونِ حجمِ الأُسطوانةِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ وَمتنوِّعةٍ.

مثال 4: منَ الحياةِ

صوامعُ: الصّومعةُ الأُسطوانيةُ مبنًى مجهَّزٌ لِتخزينِ الحُبوبِ وَحفظِها في مكانٍ آمنٍ بعيدٍ عَنْ أسبابِ الإتلافِ. أَجِدُ حجمَ صومعةٍ يبلغُ ارتفاعُها 30 m وَطولُ قُطرِها 20 m ، وَأُقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرة.

صيغةُ حجمِ الأُسطوانةِ	$V = \pi r^2 h$
أُعوّضُ $r = 10\ ,\ h = 30$	$= \pi(10^2)(30)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 9424.8

إذنْ، حجمُ الصومعةِ يساوي $9424.8\ m^3$ تقريبًا.

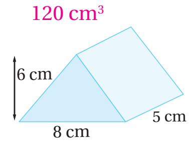
أتحققُ من فهمي:

كوبٌ: كَمْ سَنتيمترًا مكعَّبًا مِنَ القهوةِ يتّسعُ لَهُ الكوبُ المجاوِرُ. $307.72\ cm^3$

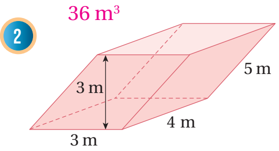
أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي:

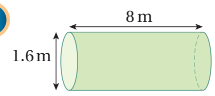
1 $120\ cm^3$



2 $36\ m^3$

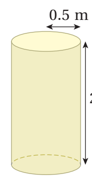


3



$16.08\ m^3$

4



$19.63\ m^3$

أتذكر

إذا لَم تتوافرِ الآلةُ الحاسبةُ يمكنُني استعمالُ قيمةٍ تقريبيةٍ لِـ (π) وَهِيَ 3.14

مثال 4: من الحياة

- أُشجّع الطلبة على رسم شكل أسطوانة وتثبيت الأبعاد عليه عند البدء في الحل.
- قد يعوّض بعض الطلبة قيمة $r = 20$ في صيغة حجم الأسطوانة، أُؤكّد على الطلبة قراءة معطيات السؤال جيدًا قبل مباشرة الحلّ.

توسعة: أسأل الطلبة عن توقعاتهم عن حجم الأسطوانة حين يصبح الارتفاع ضعف الارتفاع الحالي أو ثلاثة أضعافه.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**)، وأطلب إليهم حل المسائل فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسالة أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسالة؛ لعرض الحل على السبورة.
- عند حل الأسئلة المتعلقة بحجم الأسطوانة، أشير إلى إمكانية استخدام π بدلًا من التعويض بـ 3.14 حين لا تتوافر لديهم آلة حاسبة.
- عند حل المسألتين (1) و (2)، أطلب إلى الطلبة قبل البدء بالحل رسم مقطع منفصل لمساحة القاعدة وتثبيت الأبعاد عليها .
- عند حل المسألة 8 قد يحتاج بعض الطلبة إلى التذكير بوحدات الحجم والتحويل في ما بينها.
- عند حل المسألتين (10) و(11) أرشد الطلبة إلى تفكيك كل مجسم منها إلى مجسمات يعرفونها، وتحديد حجم كل جزء منها ثم إيجاد مجموع الحجوم التي أوجدوها.
- عند حل المسألة 13 قد يخطئ الطلبة في تحديد قاعدة المنشور؛ لذا أرسم مقطعًا منفصلًا للقاعدة وأبين عليها أبعادها.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل 19–15
- عند حل المسألة 15، أوجّه الطلبة إلى رسم شكل للمنشور الرباعي وتحديد الأبعاد عليه قبل مباشرة الحل.
- أبيّن للطلبة عند حل المسألة 16، أن حجم الجسم المغمور يساوي حجم الماء المزاح.

الواجب المنزلي:

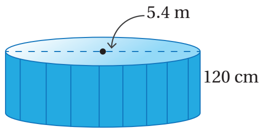
- أطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يتم تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

5 منشورٌ قاعدتُهُ مربعةٌ طولُ ضِلعِها 4 m، وَارتفاعُهُ 15 m $240\ m^3$

6 أُسطوانةٌ طولُ قطرِها 21.4 dm وَارتفاعُها 33.7 dm $12115.10\ dm^3$

حوضُ سباحةٍ: يبيّن الشكلُ المجاورُ حوضَ سباحةٍ على شكلِ أُسطوانةٍ، طولُ قطرِها 5.4 m، وَارتفاعُهُا 120 cm



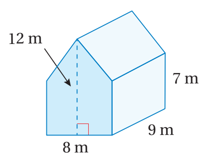
7 أَجِدُ حجمَ الحوضِ. $27.47\ m^3$

8 ما كمّيةُ الماءِ باللّيترِ الّتي يُمكنُ أنْ يتّسعَ لَها الحوضُ؟   27470 *l*

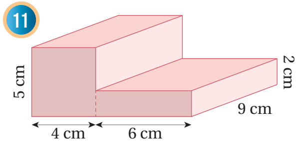
9 ما المدةُ الزمنيّةُ الّتي يحتاجُها الحوضُ حتّى يمتلئَ إذا كانَتْ سرعةُ تعبئتِهِ 50 L/min؟   549 min

أتذكر
كُلُّ $1m^3$ تساوي 1000 L

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

10


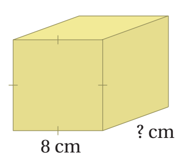
$684\ m^3$

11


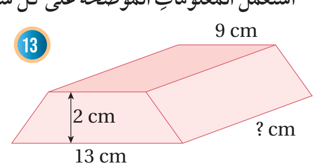
$288\ cm^3$

إرشاد
لِأَجِدَ حجمَ مجسَّمٍ مركّبٍ أفكِّكُ أجزاءَهُ إلى مجسَّماتٍ أعرفُها وَأَجِدُ حجمَ كلِّ جزءٍ، ثمَّ أَجِدُ مجموعَ الحجومِ الّتي أوجدتُها.

أستعملُ المعلوماتِ الموضَّحةَ على كلِّ شكلٍ ممّا يأتي لإيجادِ البُعدِ المفقودِ:

12


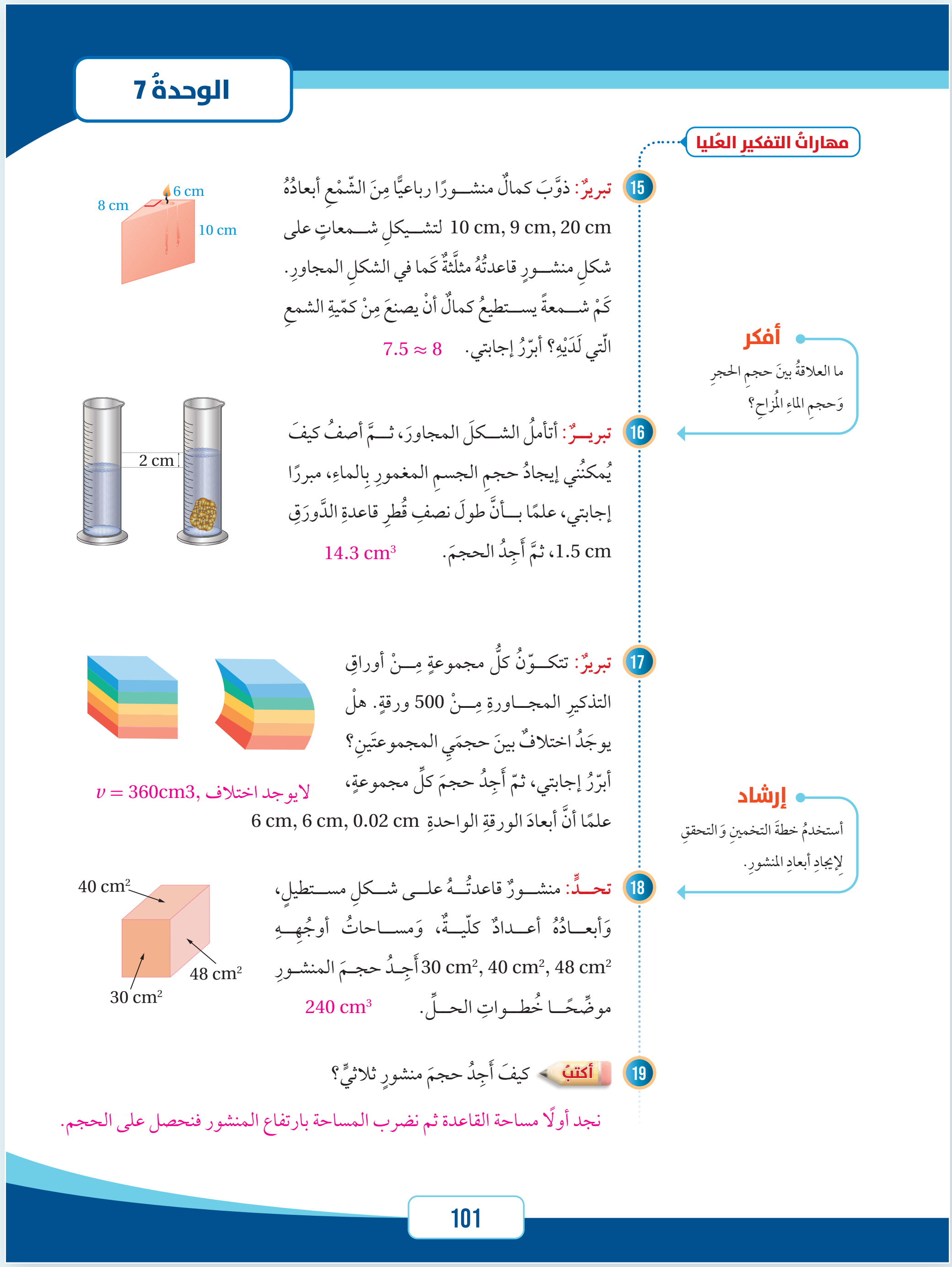
$V = 608\ cm^3$
9.5 cm

13


$V = 110\ cm^3$
5 cm

أتذكر
مساحةُ شبهِ المنحرفِ تساوي $\frac{1}{2}$ × مجموعُ طولَيِ القاعدتَينِ المتوازيتَينِ × الارتفاعُ

14 **أمطارٌ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وَأحلُّ المسألةَ. $588.75\ cm^3$



الوحدةُ 7

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

15 **تبريرٌ**: ذوَّبَ كمالٌ منشورًا رباعيًّا مِنَ الشّمْعِ أبعادُهُ 10 cm, 9 cm, 20 cm لتشكيلِ شمعاتٍ على شكلِ منشورٍ قاعدتُهُ مثلّثةٌ كَما في الشكلِ المجاورِ. كَمْ شمعةً يستطيعُ كمالٌ أنْ يصنعَ مِنْ كمّيةِ الشمعِ الّتي لَدَيْهِ؟ أبرّرُ إجابتي. $7.5 \approx 8$

أفكر

ما العلاقةُ بينَ حجمِ الحجرِ وَحجمِ الماءِ المُزاحِ؟

16 **تبريرٌ**: أتأملُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أصفُ كيفَ يُمكنُني إيجادُ حجمِ الجسمِ المغمورِ بِالماءِ، مبررًا إجابتي، علمًا بأنَّ طولَ نصفِ قُطرِ قاعدةِ الدَّورَقِ 1.5 cm، ثمَّ أَجِدُ الحجمَ. $14.3\ cm^3$

17 **تبريرٌ**: تتكوّنُ كلُّ مجموعةٍ مِنْ أوراقِ التذكيرِ المجاورةِ مِنْ 500 ورقةٍ. هلْ يوجَدُ اختلافٌ بينَ حجمَي المجموعتَينِ؟ أبرّرُ إجابتي، ثمّ أَجِدُ حجمَ كلِّ مجموعةٍ، علمًا أنَّ أبعادَ الورقةِ الواحدةِ 6 cm, 6 cm, 0.02 cm

لا يوجد اختلاف, $v = 360cm3$

إرشاد

أستخدمُ خطةَ التخمينِ وَالتحققِ لِإيجادِ أبعادِ المنشورِ.

18 **تحدٍّ**: منشورٌ قاعدتُهُ على شكلِ مستطيلٍ، وَأبعادُهُ أعدادٌ كلّيةٌ، وَمساحاتُ أوجُهِهِ $30\ cm^2, 40\ cm^2, 48\ cm^2$ أَجِدُ حجمَ المنشورِ موضِّحًا خُطواتِ الحلِّ. $240\ cm^3$

19 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ حجمَ منشورٍ ثلاثيٍّ؟

نجد أولًا مساحة القاعدة ثم نضرب المساحة بارتفاع المنشور فنحصل على الحجم.

101

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أيهما يمتلك حجمًا أكبر: أسطوانة نصف قطرها وارتفاعها 10 cm، أم مكعب طول ضلعه 10 cm؟

نشاط التكنولوجيا:

- أكلف الطلبة تنفيذ النشاطين الآتيين:
- أنشئ جدولًا، وأسجل فيه حجوم أسطوانات أنصاف أقطارها 1cm, 2cm, 4cm, 8cm وجميعها لها الارتفاع نفسه، ثم أسجل ملاحظاتي عن التغير الحاصل في الحجم عند ثبات الارتفاع والتغير في نصف القطر.
- أستخدم شبكة الإنترنت للبحث عن المباني التي تتخد أشكالًا غير اعتيادية (ليست مكعبة الشكل أو من الأشكال المركبة) ثم أجهّز عرضًا تقديميًّا أبيّن فيه كيفية استخدام الأشكال في الهندسة المعمارية، ثم أقدّر مساحة سطحها وأحسب حجمها.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البند رقم 4 واستكمال حساب حجم قالب الصابون الذي تم اختياره.

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أكتب**) للتأكد من فهمهم لموضوع الدرس، وأَطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط والمتدني حل سؤال على ذلك.

نشاطٌ مفاهيميٌّ

حجمُ الهَرَمِ

الهدفُ: أستكشفُ العلاقةَ بينَ حجمَيْ هَرَمٍ وَمنشورٍ تتساوى فيهِما مساحةُ القاعدةِ وَالارتفاعُ.

الهَرَمُ (pyramid) هُوَ شكلٌ ثلاثيُّ الأبعادِ، قاعدتُهُ مضلَّعٌ، وَأوجُهُهُ الجانبيةُ مثلَّثاتٌ تشتركُ في نقطةٍ تسمّى الرأسَ.

نشاط 1

الْخُطْوَةُ 1 أصمّمُ شبكةَ مكعبٍ وَهَرَمٍ:

- أصمّمُ شبكةَ مكعَّبٍ مفتوحٍ مِنَ الأعلى طولُ ضِلعِهِ 8 cm
- أصمّمُ شبكةَ هَرَمٍ رباعيٍّ مِنْ دونِ قاعدةٍ برسمِ 4 مثلَّثاتٍ متطابقةِ الضِّلعَينِ طولُ قاعدةِ كلٍّ منها 8 cm وارتفاعُهُ $8\frac{1}{2}$ cm

الْخُطْوَةُ 2 أنشئ هرمًا ومكعبًا:

- أقصُّ الشبكاتِ، وَأُلصقُ الحوافَّ معًا، لِينتجَ مجسَّمُ هَرَمٍ رباعيٍّ وَمكعَّبٌ كَما في الشكلِ المجاورِ.
- أضعُ الهَرَمَ الرباعيَّ وَالمكعَّبَ على الطاولةِ أمامي، وَأقارنُ ارتفاعَي المجسَّمَينِ. ماذا ألاحظُ؟
- أضعُ قاعدةَ الهَرَمِ على سطحِ المكعَّبِ، وَأقارنُ قاعدتَي المجسَّمَينِ، ماذا ألاحظُ؟

الْخُطْوَةُ 3 أستعملُ الرملَ لِلمقارنةِ بينَ حجمِ الهَرَمِ وَحجمِ المنشورِ:

- أملأُ الهَرَمَ الرباعيَّ بالرّملِ وَأُفرِغُهُ في المكعَّبِ، وَأكرّرُ العمليةَ حتّى يمتلئَ المكعَّبُ.

أحلّلُ النتائجَ:

- كَمْ مرةً ملأْتُ الهَرَمَ لِتعبئةِ المكعَّبِ؟
- ما العلاقةُ بينَ حجمِ الهَرَمِ وَحجمِ المنشورِ الّذي يتساوى معَهُ في القاعدةِ وَالارتفاعِ؟

أتدرّبُ

1. أَجِدُ حجمَ هَرَمٍ رباعيٍّ يتساوى في القاعدةِ وَالارتفاعِ مَعَ منشورٍ رباعيٍّ حجمُهُ $27\ cm^3$
9
2. أَجِدُ حجمَ هَرَمٍ ثلاثيٍّ يتساوى في القاعدةِ وَالارتفاعِ مَعَ منشورٍ ثلاثيٍّ حجمُهُ $36\ m^3$
12

102

نشاط مفاهيمي

نتاجات الدرس:

- تعـرّف العلاقـة بيـن حجمي هرم ومنشـور تتسـاوى فيهما مسـاحة القاعـدة والارتفاع.

التعلم القبلي:

- رسـم مثلـث متطابـق الضلعيـن عُلـم طـول قاعدتـه وارتفاعـه.
- تذكّر مفهومي الهرم والمكعب.
- تصميم شبكة مكعب، شبكة هرم تتوافق مع معلومات معطاة.

1 التهيئة

- أسأل الطلبة عن وصف كل من المكعب والهرم.
- أطلب إلى الطلبة رسم مكعب وهرم.

2 الاستكشاف

- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأسألهم عن طريقة يمكن استخدامها لمعرفة العلاقة بين حجم كل من الهرم والمنشور اللذين تتساوى فيهما مساحة القاعدة والارتفاع.
- أتقبل إجابات الطلبة (قد أحصل على إجابة تتضمن تعبئة الهرم بالرمل أو أي مادة أخرى مناسبة، ثم تفريغها في المكعب حتى يمتلئ المكعب).

3 التدريس

- أَطلب إلى المجموعات قراءة النشاط الوارد في الدرس.
- أزوّد كل مجموعة بورق مقوى ومادة لاصقة ومقص ورمل للتمكن من تنفيذ النشاط.
- أُؤكّد على الطلبة ضرورة الحذر عند استخدام المقص.
- أَطلب إلى الطلبة تنفيذ الخطوات: الأولى، والثانية، والثالثة من النشاط.
- بعد إنهاء الخطوة الثالثة من النشاط أَطلب إلى الطلبة الإجابة عن الأسئلة الموجودة في فقرة أحلل النتائج.

تحليل النتائج:

- كم مرة ملأت الهرم لتعبئة المكعب؟ 3 مرات.
- ما العلاقة بين حجم الهرم وحجم المنشور الذي يتساوى معه في القاعدة والارتفاع؟ حجم المنشور يساوي ثلاثة أمثال حجم الهرم.

4 التدريب

- أَطلب إلى الطلبة حل المسألتين (1) و(2)، وأُتابعهم أثناء الحل، وأُقدّم لهم التغذية الراجعة.

5 الإثراء

- أطلب إلى الطلبة كتابة صيغة بالرموز للعلاقة بين حجم الهرم وحجم المنشور الذي يتساوى معه في القاعدة والارتفاع.

ملاحظاتي

الدرس 4

نتاجات الدرس:

- إيجاد حجم الهرم والمخروط.
- توظيف حجم الهــرم والمخروط في حل مسائل حياتية.

التعلم القبلي:

- إيجاد مساحة كل من الدائرة والمستطيل.
- إيجاد حجم كل من المنشور والأسطوانة.
- إجراء العمليات الحسابية على الأعداد النسبية وتطبيق أولوياتها.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأزوّد كلًّا منها بأسطوانة ومخروط قاعدتاهما متطابقتان ولهما الارتفاع نفسه (يفضّل أن تختلف أبعاد المخروط والأسطوانة بين المجموعات)، وكمية كافية من الرمل. ثم أطلب إلى كل مجموعة تنفيذ النشاط الآتي:
  » تعبئة المخروط بالرمل، ثم تفريغه في الأسطوانة، وتكرار العملية حتى تمتلئ الأسطوانة.

تحليل النتائج :

- أسأل الطلبة:
  » كم مــرة مُلِـئَ المخــروط لتعبئة الأســطوانة؟ 3 مرات.
  » مـا العلاقـة بيـن حجـم المخـروط والأسـطوانة اللذيـن قاعدتاهمـا متطابقتـان ولهمـا الارتفـاع نفسـه؟ حجـم الأسـطوانة ثلاثـة أمثـال حجـم المخـروط، أو حجـم المخـروط ثلـث حجـم الأسـطوانة.

الدرسُ 4 حجمُ الهَرَمِ وَالمَخروطِ

فكرةُ الدرسِ

أَجِدُ حجمَ الهَرَمِ وَالمخروطِ.

المصطلحاتُ

المخروطُ

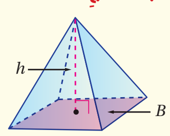
أستكشفُ

يعودُ بناءُ هَرَمِ خوفو إلى العامِ 2560 قبلَ الميلادِ تقريبًا، إذا علمْــتُ أنَّ ارتفاعَ هذا الهــرَمِ 139 m تقريبًا، وَقاعدتَهُ مربعةُ الشكلِ طولُ ضِلعِها 230 m، فَكَمْ حجمُهُ؟

توصلتُ في النّشــاطِ المفاهيميِّ الّذي يســبقُ هذا الدرسَ إلى أنَّ حجمَ الهَرَمِ يســاوي ثُلُثَ حجمِ المنشورِ المُساوي لَهُ في مساحةِ القاعدةِ وَالارتفاعِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — **حجمُ الهَرَمِ**

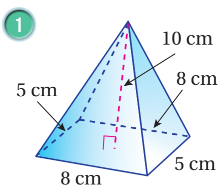
- **بالكلماتِ** حجمُ الهَرَمِ (V) يساوي ثُلُثَ مساحةِ قاعدتِهِ (B) في ارتفاعِهِ (h)
- **بالرموزِ** $V = \frac{1}{3}Bh$
- **بالنماذجِ**



مثال 1

أَجِدُ حجمَ كلِّ هَرَمٍ ممّا يأتي، وَأقرِّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

1



$V = \frac{1}{3}Bh$	صيغةُ حجمِ الهَرَمِ
$= \frac{1}{3}(l \times w)h$	القاعدةُ مستطيلٌ، إذنْ، $B = l \times w$
$= \frac{1}{3}(8 \times 5) \times 10$	أعوّضُ $l = 8 , w = 5 , h = 10$
≈ 133.33	أَجِدُ الناتجَ

إذنْ، حجمُ الهَرَمِ يساوي $133.33\ cm^3$ تقريبًا.

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة في فقرة (**أستكشف**) بتمّعن، ثم مناقشتها في مجموعات ثم أسأل:
  » هل يوجد أهرام أخرى مشهورة ؟ أذكر واحدًا منها. نعم. خوفو، خفرع، منقرع في مصر، هرم الشمس في المكسيك.
  » كيف توجد حجم الهرم؟ أجد مساحة القاعدة، وأقسمها على 3 ثم أضرب الناتج في الارتفاع.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- أناقش الطلبة في ما توصلوا إليه في نشاط الاستكشاف المتعلق بالعلاقة بين حجم الهرم وحجم المنشور المساوي له في مساحة القاعدة والارتفاع . أُقدّم حجم الهرم من فقرة المفهوم الأساسي بالكلمات والرموز.

إرشادات:

- أذكّر بأولويات العمليات الحسابية والضرب في الأعداد النسبية.
- أناقش الطلبة في سبب استخدام الوحدة المكعبة في الحجم، وأَطلب إليهم ذكر أمثلة على هذه الوحدات.
- أناقش الطلبة في حل مثال 1 ، وأوجّه الطلبة إلى العبارات الشارحة في الحل.

التقويم التكويني:

- أَطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أَتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال. أَختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية ، وأناقشها على السبورة من دون ذكر اسم صاحب الحل؛ تجنبًا لإحراجه.

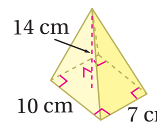
ملاحظاتي

مثال 2: من الحياة

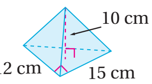
- أناقش أهمية استخدام الهرم في الحياة اليومية وأهمية حساب حجمه. أناقش خطوات حل المثال.

إرشاد: أذكّر الطلبة بأن الهرم يُسمى باسم قاعدته، فنقول: هرم ثلاثي، إذا كانت قاعدته مثلثًا، ونقول: هرم رباعي، إذا كانت قاعدته شكلا رباعيًّا، وهكذا.

أتحقق من فهمي:

2 

326.67

3 

300

يُمكنُنا استخدامُ قانونِ حجمِ الهَرَمِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ ومتنوِّعةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ

محمياتٌ: تتكوّنُ محميةُ موتارت لِلنباتاتِ في كندا مِنْ 4 بيوتٍ زجاجيةٍ كلٌّ منها على شكلِ هَرَمٍ قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ، وَيحتوي كلُّ بيتٍ منها على مُناخٍ مختلِفٍ وَأنواعٍ متباينَةٍ مِنَ النباتاتِ. أَجِدُ حجمَ الهَرَمِ الأكبرِ علمًا أنَّ ارتفاعَهُ 24 m، وَطولَ ضِلعِ قاعدتِهِ المربعةِ 25 m

صيغةُ حجمِ الهَرَمِ	$V = \frac{1}{3}Bh$
القاعدةُ مربعةٌ، إذنْ، $B = s^2$	$= \frac{1}{3}(s^2)h$
أعوّضُ $s = 25\ ,\ h = 24$	$= \frac{1}{3}(25)^2 \times 24$
أَجِدُ الناتجَ	$= 5000$

إذنْ، حجمُ الهَرَمِ يساوي $5000\ m^3$

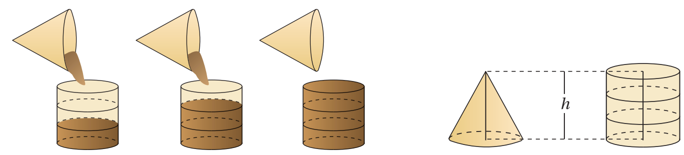
أتحقق من فهمي:

أَجِــدُ حجمَ أصغرِ هَرَمٍ في المحميّةِ علمًا أنَّ ارتفاعَهُ 18 m وَطولَ ضِلعِ قاعدتِهِ المربعةِ 19.5 m. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 2281.5

104

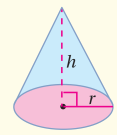
المخروطُ (cone) هُوَ شكلٌ ثلاثيُّ الأبعادِ، لَهُ قاعدةٌ دائريةٌ واحدةٌ، وَسطحٌ مُنحَنٍ يصلُ القاعدةَ بِالرأسِ.

علاقةُ حجمِ المخروطِ بِحجمِ الأُسطوانةِ مثلُ علاقةِ حجمِ الهَرَمِ بِحجمِ المنشورِ، أيْ أنَّ حجمَ المخروطِ يساوي ثُلُثَ حجمِ الأُسطوانةِ المساويةِ لَهُ في مساحةِ القاعدةِ وَالارتفاعِ.



مفهومٌ أساسيٌّ — **حجمُ المخروطِ**

- **بالكلماتِ** حجمُ المخروطِ (V) الّذي طولُ نصفِ قُطرِهِ (r) يساوي ثُلُثَ مساحةِ قاعدتِهِ (B) في ارتفاعِهِ (h)
- **بالنماذجِ**

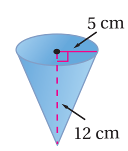


- **بالرموزِ** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ أو $V = \frac{1}{3} Bh$

مثال 3

أَجِدُ حجمَ كلِّ مخروطٍ ممّا يأتي، وَأقرِّبُ إجابتي إلى أقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

1)



$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$ صيغةُ حجمِ المخروطِ

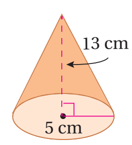
$= \frac{1}{3}\pi (5^2)(12)$ أُعوِّضُ $r = 5$, $h = 12$

≈ 314.16 أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذنْ، حجمُ المخروطِ يساوي 314.16 cm^3 تقريبًا.

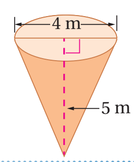
أتحقّقُ من فهمي:

2)



340.34

3)



20.94

مِثالٌ 3

- أناقش الفقرة المتعلقة بتعريف المخروط وعلاقته بالأسطوانة المساوية له في مساحة القاعدة والارتفاع، وأربط معلومات هذه الفقرة بنشاط التهيئة أول الدرس. أُقدّم حجم المخروط بالكلمات والرموز كما وردت في فقرة (مفهوم أساسي). أناقش خطوات حل المثال.

إرشــاد: يمكن عقد مقارنــة بين حجم الهرم وحجم المخروط وخطوات إيجاد حجم كل منهما.

مثال 4: من الحياة

- أناقش أهمية استخدام المخروط في الحياة اليومية. أطلب إلى الطلبة إعطاء أمثلة على هذه الاستخدامات مثل: الخيم، خزانات المياه الكبيرة التي تُرفع على أعمدة، حواجز المرور، المثلجات، قبعات الأطفال الملونة. إضافة إلى استخلاص الملح كما في المثال.
- أناقش خطوات حل المثال.

أخطاء مفاهيمية شائعة:

- عدم القسمة على 3 أو عدم الضرب في $\frac{1}{3}$ عند حساب حجم الهرم أو المخروط. لحل المشكلة: أشجّع الطلبة على كتابة صيغة حساب حجم الهرم أو المخروط قبل البدء بالحل.
- يواجه بعض الطلبة صعوبة في التمييز بين المنشور والهرم وخاصة إذا لم يكن الشكل جالسًا على قاعدته. لحل المشكلة، أبين للطلبة أنه إذا وُجد عدد أكبر من الأوجه المستطيلة يكون الشكل منشورًا، وإذا وُجد عدد أكبر من الأوجه المثلثة يكون الشكل هرمًا.
- عند حساب مساحة قاعدة المخروط يستخدم بعض الطلبة القطر بدل نصف القطر. لحل المشكلة: أشجّع الطلبة على كتابة صيغة حساب مساحة الدائرة قبل البدء بالحل.

يُمكنُنا استخدامُ قانونِ حجمِ المخروطِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ ومتنوِّعةٍ.

مثال 4: منَ الحياة

ملحٌ: مِنْ طرائقِ إنتاجِ الملحِ شَقُّ أقنيةٍ لِجمعِ المياهِ المالحةِ في مسطَّحاتٍ، ثمَّ تركُها لتجفَّ تحتَ أشعةِ الشمسِ، ثمَّ جمعِ المِلحِ على شكلِ أكوامٍ مخروطيةٍ.

إذا كانَ طولُ قُطرِ كَومَةِ ملحٍ 120 cm وَارتفاعُها 55 cm ، فأَجِدُ حجمَها. أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

بما أنَّ كَومَةَ المِلحِ على شكلِ مخروطٍ، إذًا أجِدُ حجمَ المخروطِ.

صيغةُ حجمِ المخروطِ	$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$
أُعوِّضُ $r = 60$, $h = 55$	$= \frac{1}{3}\pi(60^2)(55)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 207345.12

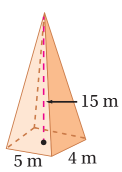
إذنْ، حجمُ كَومَةِ المِلحِ يساوي $207345.12\ cm^3$ تقريبًا.

أتحقّقُ من فهمي:

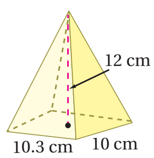
في المثالِ السابقِ، إذا كانَ طولُ نصفِ قُطرِ كَومَةِ مِلحٍ 35 cm، وَارتفاعُها 40 cm، أَجِدُ حجمَ الكَومَةِ، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 51286.7

أتدربْ وأحلّ المسائل

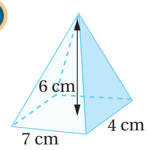
أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

1 

100

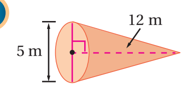
2 

412

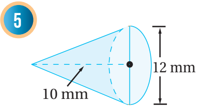
3 

56

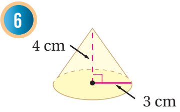
أَجِدُ حجمَ كلِّ مخروطٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

4


78.5

5


377

6


37.7

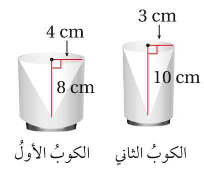
إرشادٌ في السؤالِ 7 أنتبهُ إلى توحيدِ الوَحداتِ قبلَ إيجادِ الحجمِ.

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

7 هَرَمٌ ارتفاعُهُ 5 dm وَمساحةُ قاعدتِهِ $18\ cm^2$ — $300\ cm^3$

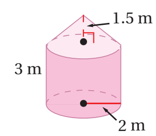
8 مخروطٌ طولُ نصفِ قُطرِهِ 4 mm وَارتفاعُهُ 6.5 mm — 108.9

9 **أكوابٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ كوبَينِ، المنطقةُ الداخليةُ في كلٍّ منهُما على شكلِ مخروطٍ. أيُّ الكوبَينِ يتّسعُ لكمّيّةٍ أكبرَ مِنَ السائلِ؟ أبرّرُ إجابتي.

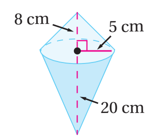


حجم الأول: 134، حجم الثاني: 94.2 الأول يتسع أكثر

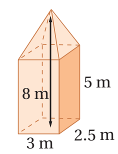
أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ:

10


43.98

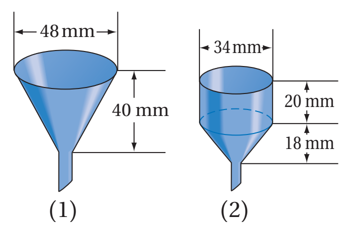
11


733.03

12


45

13 **علومٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ قُمعَينِ يُستخدَمانِ في مختبراتِ العلومِ، القُمعُ (1) على شكلِ مخروطٍ، وَالقُمعُ (2) على شكلِ مخروطٍ مَعَ أُسطوانةٍ متصلةٍ بقاعدتِهِ. أيُّ القُمعَينِ حجمُهُ أكبرُ؟ أبرّرُ إجابتي.



القمع الأول 24127.4، القمع الثاني 23605.9، حجم القمع الأول أكبر.

إرشادات:

- المجال العاطفي لا يقل أهمية عن المجال المعرفي؛ فلا تقل لأحد من الطلبة: إجابتك خطأ، بل قل: (اقتربت من الإجابة الصحيحة، من يستطيع إعطاء إجابة أخرى) أو إن شئت فقل (هذه إجابة صحيحة لغير هذا السؤال).
- في سؤال 13 أكد على أهمية الربط بين العلوم والرياضيات و الحذر عند صب مواد كيميائية في القمع أو استخدام القمع في مواقف أخرى مثل صب الكاز أو الماء الساخن .
- في سؤال 16 أكد على أهمية هرم خوفو والأهرام الأخرى حوله باعتبارها من المعلم التاريخية والسياحية.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أختار بعض المسائل من فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**) ذات الأفكار المختلفة عن الأمثلة، وأناقش حلّها مع الطلبة على السبورة.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حلّ أي مسألة أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحل على السبورة.

المفاهيم العابرة للمواد

- أؤكد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أطلب إلى الطلبة حل مسائل (**مهارات التفكير العليا**) من 17 – 20.

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حلّ مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكنْ أحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يتمّ تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن إضافة المسائل من كتاب الطالب التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل

- أطلب إلى المجموعات عمل مجسمات هرمية ومخروطية من الورق المقوّى وقياس أبعادها، ثم إيجاد حجومها.

نشاط التكنولوجيا:

- أبحث في الإنترنت عن أبنية أو منشآت تتخذ الشكل الهرمي أو المخروطي، وأجد حجم كل منها مع تقريب الإجابة لأقرب جزء من عشرة.
- أبحث في الإنترنت عن الهرم الناقص القائم والمخروط الناقص القائم، وأكتب صيغة إيجاد حجم كل منهما.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة استكمال العمود الثالث من الجدول الوارد في البند 4 وذلك لقوالب الصابون ذات الشكل الهرمي أو المخروطي في حال وجودها.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى فقرة (**أكتب**)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال مثل:

» **منشور وهرم متساويان في مساحة القاعدة والارتفاع، أجد حجم الهرم إذا كان حجم المنشور $96\ cm^3$**

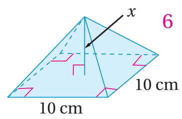
» **أجد حجم المجسم في الحالات الآتية:**

» هرم قاعدته مربعة طول ضلعها 15 cm وارتفاعه 20 cm.

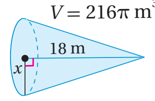
» مخروط طول نصف قطر قاعدته 6 cm وارتفاعه 14 cm.

» **أيهما أكبر؛ حجم مخروط طول قطر قاعدته 10 cm وارتفاعه 10 cm أم حجم هرم قاعدته مربع طول ضلعها 10 cm وارتفاعه 10 cm؟**

أستعملُ المعلوماتِ الموضَّحةَ على كلِّ شكلٍ ممّا يأتي لإيجادِ البُعدِ المفقودِ:

14 

6

15 

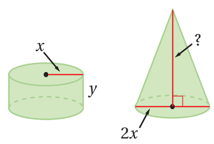
6

16 **أهرامُ مِصرَ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وَأحلُّ المسألةَ.
$2451033.3\ m^3$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

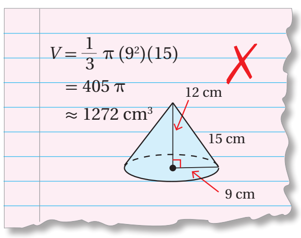
أفكر
كيفَ أوظّفُ حلَّ المعادلاتِ في حلِّ السؤالِ 17؟

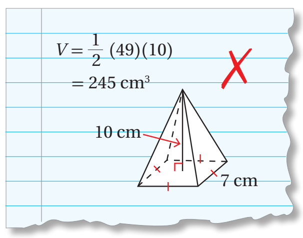
17 **تبريرٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مخروطًا وَأُسطوانةً لَهُما الحجمُ نفسُهُ، ما علاقةُ ارتفاعِ المخروطِ بِارتفاعِ الأُسطوانةِ؟ أبرّرُ إجابتي. $h = 3y$



18 **أكتشفُ الخطأَ:** أبيّنُ الخطأَ في إيجادِ حجمِ كلِّ مجسَّمٍ مِنَ المجسَّمَينِ الآتيَينِ، وَأصحّحُهُ.

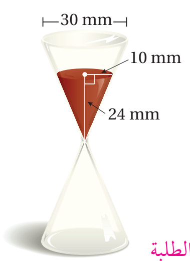
18) المخروط: الارتفاع 12 وليس 15، الإجابة الصحيحة 1017.9
الهرم: يجب الضرب في $\frac{1}{3}$ وليس في $\frac{1}{2}$، الإجابة الصحيحة 163.3





معلومة
استُعمِلَتِ الساعةُ الرمليةُ قديمًا لِقياسِ الوقتِ في الرحلاتِ البحريةِ، وَظلَّتْ قرونًا عدةً تُستَخدمُ على مَتنِ السُّفنِ.

19 **تبريرٌ:** يسقطُ الرّملُ في الساعةِ الرّمليةِ المجاورةِ بِمعدَّلِ $50\ cm^3$ لكلِّ دقيقةٍ. كَمْ مِنَ الوقتِ يحتاجُ الرملُ لِيسقطَ كلُّهُ في الجزءِ السفليِّ؟ 0.05 min



20 **أكتبُ** أصفُ العلاقةَ بينَ حجمِ الهَرَمِ وَحجمِ المنشورِ المساوي لَهُ في القاعدةِ وَالارتفاعِ. انظر إجابات الطلبة

108

إرشادات:

- في السؤال 17 يفرض الطلبة ارتفاع المخروط متغيرًا مثل h. يتم مساواة الحجمين.
- في السؤال 18 (المخروط): الخطأ هو حسبان الارتفاع 15 cm والصواب أن الارتفاع 12 cm.
- (الهرم): خطأ في تطبيق القانون حيث استُخدِم $\frac{1}{2}$ بدل $\frac{1}{3}$.

توسّع:

- أسأل الطلبة السؤالين الآتيين:

» في حال مضاعفة طول نصف قطر قاعدة المخروط ليصبح مثلي ما كان عليه، أطلب إلى الطلبة البحث في أثر هذه الزيادة على الحجم. أبدأ بأمثلة ثم أخرج بتعميم.

» إذا كانت قاعدة الهرم مربعة وضوعف طول ضلعها لتصبح مثلي ما كانت عليه، ما أثر ذلك في حجم الهرم؟ أبدأ بأمثلة ثم أخرج بتعميم.

الدرسُ 5

مساحةُ سطحِ المنشورِ وَالأسطوانةِ

فكرةُ الدرسِ

أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ وَالمساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المنشورِ وَالأسطوانةِ.

المصطلحاتُ

المساحةُ الجانبيّةُ للسطحِ، المساحةُ الكلّيّةُ للسطحِ.

أستكشفُ

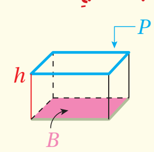
يمثّـلُ الجزءُ الأماميُّ مِنْ راصفـةِ الطُّرُقِ في الصورةِ المجاورةِ أُسـطوانةً طولُها 1.07 m وَطولُ قُطـرِ قاعدتِها الدائريـةِ 1.28 m، ما المسـاحةُ الّتي ترصفُها الآليّةُ مِنَ الطريقِ في الدورةِ الواحدةِ؟

المساحةُ الكلّيّةُ (total surface area) $(S.A)$ لِسطحِ أيِّ مجسَّمٍ تساوي مجموعَ مساحاتِ أوجُهِهِ جميعِها.

المساحةُ الجانبيّةُ (lateral area) $(L.A)$ لِسطحِ المنشورِ هِيَ مجموعُ مساحاتِ أوجُهِهِ الجانبيةِ.

مفهومٌ أساسيٌّ المساحةُ الجانبيّةُ وَالمساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ المنشورِ

- **بالكلماتِ** المساحةُ الجانبيّةُ $(L.A)$ لِسطحِ المنشورِ تساوي ناتجَ ضربِ ارتفاعِ المنشـورِ h في محيطِ القاعدةِ P أمّا المسـاحةُ الكلّيّةُ $(S.A)$ لِسـطحِ المنشورِ فتُساوي مجموعَ مسـاحتِهِ الجانبيةِ وَمساحتَيْ قاعدتَيْهِ.
- **بالنماذجِ**



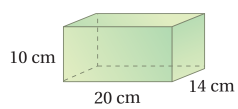
- **بالرموزِ**

$$L.A = Ph$$
$$S.A = L.A + 2B$$

مثال 1

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ منشورٍ ممّا يأتي:

1



الخُطوةُ 1 أَجِدُ محيطَ القاعدةِ:

القاعدةُ مستطيلٌ، إذنْ،	$P = 2l + 2w$
أُعوِّضُ $l = 20$, $w = 14$	$P = 2(20) + 2(14)$
أَجِدُ الناتجَ	$= 68$

إذنْ، محيطُ القاعدةِ 68 cm

109

الدرس 5

نتاجات الدرس:

- إيجاد المساحة الجانبية والكلية للمنشور.
- إيجاد المساحة الجانبية والكلية للأسطوانة.

التعلم القبلي:

- إيجاد محيط مضلع.
- إيجاد محيط الدائرة.
- إجراء العمليات الحسابية على الأعداد النسبية وتطبيق أولوياتها.

1 التهيئة

هـدف النشـاط: التمهيد لحسـاب المسـاحة الجانبية والكلية لسطحي المنشور والأسطوانة.

- أقسـم الطلبـة إلـى مجموعـات، وأزوّد كل مجموعة بمنشـور أو أسـطوانة مصنوعة من الكرتـون ومقص. وأطلـب إليهـم القيام بمـا يأتي:
  - » قص قاعدتي المجسم ووضعهما فوق بعض.
  - » قص السطح الجانبي للمجسم وفتحه.
- أسأل الطلبة الأسئلة الآتية:
  - » ما شـكل قاعدتي المجسـم؟ مربع، مستطيل، خماسـي، دائرة . يعتمد على المجسم الذي مع المجموعة.
  - » ما الشكل الجانبي للمجسم بعد فتحه؟ مستطيل.
  - » كيف أجد المسـاحة الجانبية لسـطح منشورأو أسطوانة؟ أحسب مسـاحة المستطيل الناتج عن القص.
  - » كيف أجد المسـاحة الكلية لمنشورأو أسطوانة؟ أجد مسـاحة القاعدتين وأجمعهما إلى مساحة السطح.

التكيُّـف: إذا كان الوقت غيـر كافٍ، فيمكن إجراء العملية أمام الصف لنموذجين منشور وأسطوانة.

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة لقراءة المسألة في فقرة (**أستكشف**) بشكل فردي، ثم مناقشتها في مجموعات ثنائية، ثم أسأل الأسئلة الآتية:
  - » ما عمل راصفة الطرق؟ الضغط على الأرض لجعل المادة المغطية للشارع صلبة ومتماسكة.
  - » ما العلاقة بين المساحة التي ترصفها الآلية في الدورة الواحدة ومساحة سطح الأسطوانة الموجودة في الآلية؟ متساوية
  - » كيف أجد المساحة التي ترصفها الآلية في الدورة الواحدة ؟ أضع خطًّا على أسطوانة الراصفة، وأحدّد المساحة التي ترصفها بعد اكتمال دورة واحدة.
  - » هل توجد طرق أخرى لإيجاد المساحة المرصوفة في الدورة الواحدة؟ نعم، أجد المساحة الجانبية لأسطوانة الراصفة.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- أناقش الطلبة بما توصلوا إليه في نشاط التهيئة المتعلق بالمساحة الجانبية والكلية للمنشور والأسطوانة. أُقدّم مفهومي المساحة الجانبية والكلية لسطح أي مجسم كما ورد في الفقرة الثانية، وأوضّح ذلك عمليًّا بالتأشير على المساحة الجانبية والكلية لمجسم. ثم أُقدّم هذين المفهومين لسطح المنشور بالكلمات والرموز كما ورد في فقرة (مفهوم أساسي).

التقويم التكويني:

- أطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على السبورة من دون ذكر اسم صاحب الحل؛ تجنبًا لإحراجه.

الخُطوةُ 2 أجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المنشورِ:

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المنشورِ	$L.A = Ph$
أُعوّضُ $P = 68, h = 10$	$= 68 \times 10$
أجِدُ الناتجَ	$= 680$

إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ المنشورِ $680\ cm^2$

الخُطوةُ 3 أجِدُ مساحةَ القاعدةِ:

صيغةُ مساحةِ المستطيلِ	$B = l \times w$
أُعوّضُ $l = 20, w = 14$	$= 20 \times 14$
أجِدُ الناتجَ	$= 280$

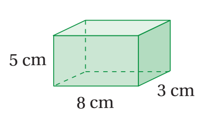
إذنْ، مساحةُ قاعدةِ المنشورِ $280\ cm^2$

الخُطوةُ 4 أجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ المنشورِ:

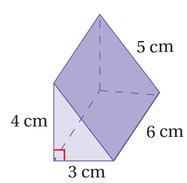
صيغةُ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ المنشورِ	$S.A = L.A + 2B$
أُعوّضُ $L.A = 680 , B = 280$	$= 680+2(280)$
أجِدُ الناتجَ	$= 1240$

إذنْ، المساحةُ الكلّيةُ لِسطحِ المنشورِ تساوي $1240\ cm^2$

أتحقّق من فهمي:

2 

158

3 

84

إرشادات:

- أذكّر الطلبة بحساب محيط المضلع والدائرة.
- أناقش الطلبة بالوحدة التي ستستخدم في حساب المساحة الجانبية والكلية للمنشور والأسطوانة.
- أناقش الطلبة في حلّ مثال 1 . أؤكد أولويات العمليات الحسابية والتدرج بخطوات إيجاد المساحتين الجانبية والكلية للمنشور.

تنبيه: قد يجد الطالب مساحة القاعدة بدل محيطها لحساب المساحة الجانبية لسطح مجسم.

أؤكد للطلبة أن حجم المجسم يحتاج إلى حساب مساحة القاعدة، وأن المساحة الجانبية تتطلب حساب محيط القاعدة.

مثال 2: من الحياة

- أؤكد على استخدام المنشور في الحياة اليومية بشكل كبير وخاصة في المباني. يمكن السؤال عن استخدامات أخرى مثل خزانات المياه، وعبوات الحلويات.

إرشاد: يمكن سؤال الطلبة عن أنواع المنشور الأكثر استخدامًا في الحياة اليومية.

- أناقش الطلبة في حل المثال، وأؤكد لهم أن قاعدة البناء خماسي منتظم، وأن حساب محيطه يشبه حساب محيط المربع.

يُمكنُنا استخدامُ قانونَي المساحةِ الجانبيةِ وَالمساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ المنشورِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ ومتنوِّعةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ

ناطحاتُ سحابٍ: المبنى الظاهرُ في الصورةِ على شكلِ خماسيٍّ منتظمٍ ارتفاعُهُ 124 m،وَطولُ ضِلعِ قاعدتِهِ الخماسيةِ 41 m، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِهِ.

بما أنَّ قاعدةَ المبنى على شكلِ خماسيٍّ منتظمٍ، إذنْ، محيطُ القاعدةِ يساوي ناتجَ ضربِ عددِ الأضلاعِ في طولِ الضِّلعِ الواحدِ.

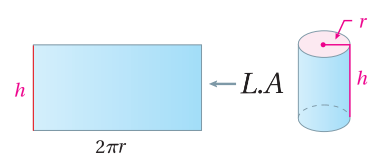
صيغةُ محيطُ الخماسيِّ المنتظَمِ	$P = 5 \times s$
أُعوّضُ $s = 41$	$= 5 \times 41$
أَجِدُ الناتجَ	$= 205$
صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المنشورِ	$L.A = Ph$
أُعوّضُ $P = 205, h = 124$	$= 205 \times 124$
أَجِدُ الناتجَ	$= 25420$

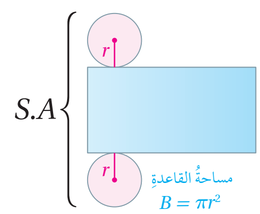
إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ المبنى $25420\ m^2$

أتحققُ من فهمي:

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المبنى إذا علمْتُ أنَّ مساحةَ قاعدتِهِ $10450\ m^2$ 46320

يُمكنُني إيجادُ المســاحةِ الكلّيةِ للأُسطوانةِ عَنْ طريقِ شبكَتِها. فَعِندَ فتحِ أُسـطوانةٍ، أَجِدُ أنَّ مساحةَ المستطيلِ الناتجِ يساوي المساحةَ الجانبيةَ لِلأُسطوانةِ، وَالمساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِها يساوي مجموعَ مساحتِها الجانبيةِ وَمساحتَي القاعدتَينِ.





مِثالٌ 3

- أُقدّم مفهومي المساحة الجانبية والكلية لسطح الأسطوانة بالكلمات والرموز كما ورد في فقرة (مفهوم أساسي).

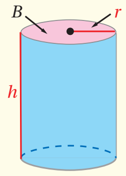
إرشاد: أذكّر الطلبة بحساب محيط الدائرة التي تُشكّل قاعدتي الأسطوانة.

- أناقش خطوات حل مثال 3 كما وردت في الكتاب. أذكر الطلبة بآلية استخدام الآلة الحاسبة استخدامًا صحيحًا؛ لتجنب الوقوع في أخطاء حسابية.

مفهومٌ أساسيٌ: المساحةُ الجانبيةُ وَالمساحةُ الكلّيةُ لِسطحِ الأسطوانةِ

- **بالكلماتِ** المساحةُ الجانبيةُ $(L.A)$ لِسطحِ الأُسطوانةِ هِيَ مساحةُ سطحِها المُنحني، وَتساوي حاصلَ ضربِ محيطِ قاعدتِها في ارتفاعِها.
أمّا المساحةُ الكلّيةُ $(S.A)$ لِلأُسطوانةِ فتساوي مجموعَ مساحتِها الجانبيةِ وَمساحتَيْ قاعدتَيْها.

- **بالنماذجِ**

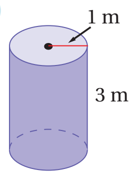


- **بالرموزِ** $L.A = 2\pi rh$ أَوْ $L.A = \pi dh$
$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$ أَوْ $S.A = L.A + 2B$

مثال 3

أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ وَالمساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ الأُسطوانةِ المجاورةِ. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئة.

1



$L.A = 2\pi rh$ صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ

$= 2\pi(1)(3)$ أُعوّضُ $r = 1, h = 3$

≈ 18.85 أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$ صيغةُ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ

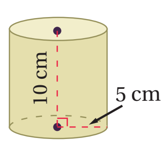
$\approx 18.85 + 2\pi(1)^2$ أُعوّضُ $L.A = 18.85, r = 1$

≈ 25.13 أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ الأُسطوانةِ تساوي $18.85\ m^2$ تقريبًا، وَالمساحةُ الكلّيةُ لَهُ تساوي $25.13\ m^2$ تقريبًا.

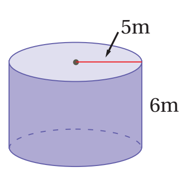
أتحققُ من فهمي:

2



جانبية 314.16 ، كلية 471.24

3



جانبية 188.5 ، كلية 345.58

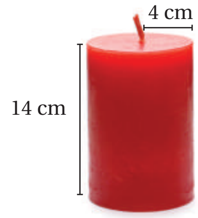
يُمكنُنا استخدامُ قانونَيِ المساحةِ الجانبيةِ وَالمساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ ومتنوعةٍ.

مثال 4: منَ الحياةِ

تغليفٌ: أرادَتْ لمياءُ تغليفَ الشمعةِ المجاورةِ هديةً لِصديقَتِها في عيدِ ميلادِها.

كَمْ سَنتيمترًا مربعًا على الأقلِّ تحتاجُ لمياءُ مِنَ ورقِ التغليفِ؟

أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.



بِما أنَّ التغليفَ للشمعةِ كاملةً، إذنْ، أجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ الأُسطوانةِ:

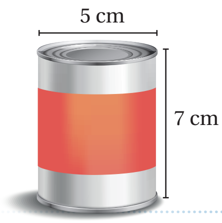
صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ	$L.A = 2\pi rh$
أُعوِّضُ $r = 4$, $h = 14$	$= 2\pi(4)(14)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 351.9
صيغةُ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ الأُسطوانةِ	$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$
أُعوِّضُ $L.A = 351.9$, $r = 4$	$\approx 351.9 + 2\pi(4)^2$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 452.4

إذنْ، تحتاجُ لمياءُ تقريبًا $452.4\ cm^2$ على الأقلِّ مِنَ الورقِ لِتغليفِ الشمعةِ.

أتحقّقُ من فهمي:

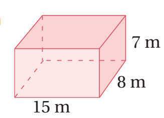
علبٌ: يُنتِجُ مصنعٌ علبًا أُسطوانيةَ الشكلِ، ارتفاعُ الواحدةِ منها 7 cm، وَطولُ قُطرِها 5 cm . أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ العُلبةِ.

أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 149.2

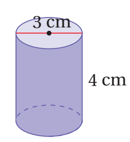


أتدرّبُ وأحلُّ المسائلَ

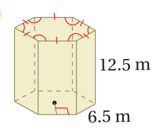
أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

1)


322

2)


37.7

3)


487.5

أتذكر

محيطُ قاعدةِ المضلعِ المنتظمِ يساوي ناتجَ ضربِ عددِ الأضلاعِ في طولِ الضِّلعِ الواحدِ.

مثال 4: من الحياة

- أؤكّد على استخدام الأسطوانة في الحياة اليومية بشكل كبير، وأسأل الطلبة عن هذه الاستخدامات مثل المعلبات، وأنابيب المياه، وخزانات نقل المياه، وخزانات نقل المشتقات النفطية، وبراميل النفط. وأتحدث هنا عن تدوير الصناعات مثل استخدام المعلبات الفارغة في الزراعة.

أخطاء مفاهيمية شائعة:

- عند حساب المساحة الجانبية للمنشور يضرب بعض الطلبة أبعاد القاعدة في الارتفاع. لحل المشكلة أشجع الطلبة على كتابة صيغة حساب المساحة الجانبية للمنشور. أسأل: ما شكل القاعدة؟ كم محيطها؟
- عند حساب المساحة الجانبية للمنشور الثلاثي: يظن بعض الطلبة أن القاعدة أحد الأوجه المستطيلة. لحل المشكلة أشجع الطلبة على البحث عن سطحين متوازيين ومتطابقين لتكون القاعدة أحدهما وهي مثلثة.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أختار بعض المسائل من فقرة (**أتدرب وأحلّ المسائل**) ذات الأفكار المختلفة عن الأمثلة، وأناقش حلّها مع الطلبة على السبورة.
- إذا واجهَ الطلبة صعوبة في حلّ أي مسألة، أختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على السبورة.

إرشاد: في سؤال 17 يمكن حل المسألة بأكثر من طريقة. أرجع إلى الأسئلة المتعلقة بفقرة (**أستكشف**) في بداية الدرس.

المفاهيم العابرة للمواد

- أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد حيثما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين.

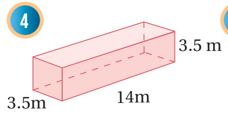
مسائل مهاراتُ التفكير

- أطلب إلى الطلبة حل (**مسائل مهارات التفكير العليا**) من 19 – 22
- **السؤال 19**: أذكّر الطلبة بأن المكعب حالة خاصة من المنشور الرباعي تتطابق أوجهه الستة.
- **السؤال 21**: مجموع أطوال أقطار الكرات الأربع هو ارتفاع الأسطوانة.

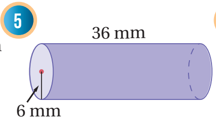
الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حلّ مسائل الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكنْ أحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يتمّ تقديمه من أمثلة الدرس وأفكاره.
- يمكن أيضًا إضافة المسائل من كتاب الطالب التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

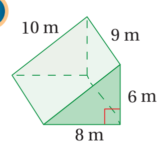
أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

4 

220.5

5 

1583.4

6 

264

أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

7 منشورٌ قاعدتُهُ مستطيلةُ الشكلِ، طولُها 6.2 cm وَعرضُها 4 cm، وَارتفاعُهُ 8.5 cm
223

8 أُسطوانةٌ طولُ نصفِ قُطرِها 5 mm وَارتفاعُها 15 mm 628.3

9 أُسطوانةٌ طولُ قُطرِها 4 m، وَارتفاعُها 20 m 276.5

10 **أقلامٌ**: قلمُ تلوينٍ على شكلِ منشورٍ سُداسيٍّ، طولُ ضِلعِ قاعدتِهِ 4 mm، وَارتفاعُهُ 170 mm، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ القلمِ. 4080

معلومة

تُصنَعُ الأقلامُ الملوَّنةُ مِنَ الجرافيتِ مَعَ إضافةِ أصباغٍ ومادةٍ شمعيةٍ؛ لِتسهلَ حركتَهُ على السطوحِ.

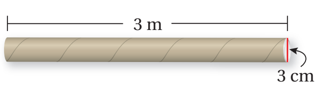
11 **ناطحاتُ سحابٍ**: ناطحةُ سحابٍ على شكلِ منشورٍ قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ طولُ ضِلعِها 64 m، وَارتفاعُهُ 414 m، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ ناطحةِ السحابِ.
105984

12 **أبراجٌ**: يبلغُ ارتفاعُ بُرجِ الساعةِ في مكّةَ المكرَّمةِ 250 m تقريبًا، وَهُوَ على شكلِ منشورٍ قاعدتُهُ مربعةُ الشكلِ طولُ ضِلعِها 43 m، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ البُرجِ. 43000

معلومة

تُعَدُّ الساعةُ الواقعةُ أعلى بُرجِ مكّةَ أكبرَ ساعةٍ في العالَمِ، وَيُمكِنُ قراءةُ الوقتِ منها مِنْ بُعدِ سبعةَ عشرَ كيلومترًا.

13 أَجِدُ مساحةَ الكرتونِ اللازمةَ لِصُنعِ الأنبوبِ الآتي: $2827.4\ cm^2$



إرشادات:

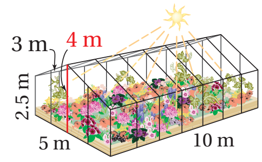
- المجال العاطفي لا يقل أهمية عن المجال المعرفي؛ فلا أقول لأحد من الطلبة: إجابتك خطأ، بل أقول: (اقتربت من الإجابة الصحيحة، من يعطي إجابة أخرى؟) أو أقول: (هذه إجابة صحيحة لغير هذا السؤال).
- في سؤال 15 أؤكد أهمية استخدام البيوت الزجاجية في الأردن، فهي طريقة لتوفير الخضار طوال أيام السنة.

إرشاد
لا يوجد وجهٌ عُلويٌّ لِعُلبةِ الأقلامِ.

14 **عُلَبٌ:** غَلَّفَتْ منارُ جوانبَ عُلبةِ الأقلامِ المجاورةِ وَقاعدتَها بورقٍ للتزيينِ. أَجِدُ مساحةَ ورقِ التغليفِ الّذي استعملَتْهُ منارُ. 955

معلومة
البيتُ الزّجاجيُّ مبنًى مصمَّمٌ لِحمايةِ النباتاتِ غيرِ الموسميةِ مِنَ البُرودةِ القاسيةِ أوِ الحرارةِ الشديدةِ.

15 **بيوتٌ زجاجيةٌ:** يبيِّنُ الشكلُ المجاورُ بيتًا زجاجيًّا لِلنباتاتِ، أَجِدُ مساحةَ الزجاجِ الّتي استُعمِلَتْ في بناءِ البيتِ. 192.5



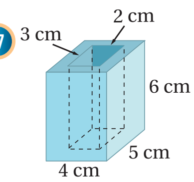
16 **راصفةُ طُرُقٍ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بِدايةَ الدرسِ، وَأَحلُّ المسألةَ. 4.3

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

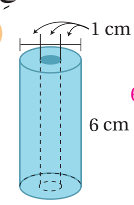
إرشاد
في السؤالَيْنِ 17 وَ 18، ألاحظُ أنَّ هناكَ جزءًا مفقودًا مِنْ قاعدتَيْ كلِّ مجسَّمٍ.

تحدٍّ: أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

17 136



18 69.1



19 **تبريرٌ:** إذا أصبحتْ أطوالُ أضلاعِ مكعَّبٍ مِثْلَيْ طولِها الأصليِّ، فما تأثيرُ ذلكَ في المساحةِ الكلّيّةِ لِسطحِهِ؟ أبرِّرُ إجابتي. انظر الهامش

20 **أكتشفُ الخطأَ:** يقولُ سيفٌ: إذا تساوى حجما أُسطوانتَيْنِ، فإنَّهُ يكونُ لَهُما المساحةُ الجانبيةُ نفسُها. هلْ ما يقولُهُ سيفٌ صحيحٌ؟ أبرِّرُ إجابتي. انظر الهامش

أفكر
ما علاقةُ مجموعِ أطوالِ أقطارِ الكراتِ الأربعِ بارتفاعِ الأسطوانةِ؟

21 **تحدٍّ:** يبيِّنُ الشكلُ المجاورُ 4 كراتِ تِنسٍ موضوعةً في عُلبةٍ أُسطوانيةِ الشكلِ. إذا كانَ قُطرُ كلِّ كرةٍ مِنْها 7 cm، فَأَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ العُلبةِ، وَأُبرِّرُ إجابتي. $2r = 7$ cm, $h = 28$ cm، المساحة الجانبية $615.8\ \text{cm}^2$

22 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ وَالمساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المنشورِ؟ انظر إجابات الطلبة

إرشاد:

- أقسّم الطلبة إلى مجموعات، وأوزّع المجسمات التي تم جلبها على المجموعات، وأطلب إليهم حساب المساحات الجانبية والكلية لهذه المجسمات.
- أسمح للمجموعات تبادل الأشكال للتحقق من عمل زملائهم/ زميلاتهن.

توسعة: في مسألة الإثراء إذا أصبحت أبعاد المجسم مثلي ما كانت عليه، فما أثر ذلك في المساحة الجانبية والكلية للمجسم؟ أبدأ بأمثلة ثم أخرج بتعميم.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

19) طول ضلع المكعب l، الطول الجديد $2l$
المساحة الأصلية $6l^2$، المساحة الجديدة $6(2l)^2 = 24l^2$
المساحة الجديدة 4 أمثال المساحة الأصلية.

20) أسطوانة 1 : $r=5$cm, $h=10$ cm، الحجم 785cm^3، المساحة الجانبية 314cm^2
أسطوانة 2 : $r=10$cm, $h=2.5$ cm، الحجم 785cm^3، المساحة الجانبية 157cm^2

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أطلب إلى الطلبة إحضار مجسمات فارغة من منازلهم على شكل منشور، مثل صناديق المحارم أو عبوات الحبوب، وأشكال أسطوانية مثل علب الحليب أو علب السمن.
- أطلب إلى الطلبة حساب المساحات الجانبية والكلية للمجسمات التي أحضروها.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة:
  - » البحث في الإنترنت عن أبعاد الكعبة المشرفة، ثم إيجاد مساحتها الجانبية والكلية.
  - » البحث في الإنترنت عن صوامع تخزين الحبوب في الأردن، واختيار إحدى هذه الصوامع، وإيجاد المساحة الجانبية لإحدى أسطواناتها.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة استكمال العمود الرابع من الجدول الوارد بالبند 4 وذلك لقوالب الصابون التي لها شكل المنشور أو الأسطوانة.

6 الختام

- أوجه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقّق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال مثل:
  - » أجد المساحة الجانبية لمنشور محيط قاعدته 60 cm وارتفاعه 12 cm.
  - » أجد المساحة الكلية لأسطوانة طول نصف قطر قاعدتها 14 cm وارتفاعها 15 cm. أعتمد أن $\pi = \frac{22}{7}$.
  - » أيهما مساحته الجانبية أكبر؛ أسطوانة طول قطر قاعدتها يساوي ارتفاعها وقيمته 20 cm أم مكعب طول ضلعه 10 cm؟

نشاط مفاهيمي

نتاجات الدرس:

- تعرّف قانون المساحة الكلية لسطح المخروط.

التعلم القبلي:

- حساب محيط الدائرة.
- حساب مساحة متوازي الأضلاع.

1 التهيئة

- أسأل الطلبة عن العلاقة بين محيط الدائرة وقطرها.
$c = \pi d$
- أطلب إلى الطلبة رسم دوائر بأنصاف أقطار مختلفة وحساب محيطها.
- أطلب إليهم رسم أشكال متوازي أضلاع وإيجاد مساحتها.

2 الاستكشاف

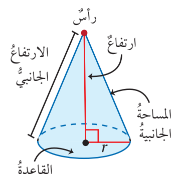
- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأسألهم عن طريقة يمكن استخدامها لتقدير المساحة الجانبية لسطح المخروط.
- أتقبل إجابات الطلبة (قد تنحصر إجاباتهم في استخدام ورق المربعات لنلفّ به سطح المخروط ثم عد هذه المربعات، أو لف المخروط بورقة بيضاء ثم حساب مساحة الورقة بتقسيمها إلى مربعات صغيرة).

نشاطٌ مفاهيميٌّ

مساحةُ سطحِ المخروطِ

الهدفُ: أستكشفُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ المخروطِ.

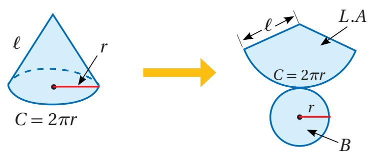
الارتفاعُ الجانبيُّ (slant height) (ℓ) لِلمخروطِ هُوَ المسافةُ بينَ الرأسِ وَنقطةٍ على حافةِ القاعدةِ.



نشاط 1

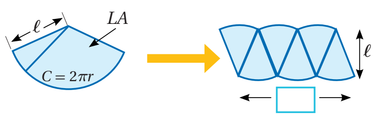
الخُطوةُ 1 **أحددُ أبعادَ المخروطِ مِنْ شبكتِهِ:**

- أُحضِرُ مخروطًا وأحددُ أبعادَهُ.
- أقصُّ المخروطَ على طولِ ارتفاعِهِ الجانبيِّ، وَأفتحُهُ لِتشكيلِ شبكةٍ.



الخُطوةُ 2 **أكوّنُ متوازيَ أضلاعٍ:**

- أقسمُ السطحَ المنحنيَ للمخروطِ إلى 6 أجزاءٍ متساويةٍ.
- أقصُّ الأجزاءَ، وَأعيدُ ترتيبَها لِتكوّنَ متوازيَ أضلاعٍ كما في الشكلِ المجاورِ.
- أكتبُ مقدارًا جبريًّا يمثّلُ طولَ متوازي الأضلاعِ.



الخُطوةُ 3 **أجدُ مساحةَ متوازي الأضلاعِ الّذي كوّنتُهُ:**

- أستخدمُ المقدارَ الجبريَّ الّذي حصلْتُ عليهِ في الخطوةِ 2؛ لِأكتبَ قاعدةً لِمساحةِ متوازي الأضلاعِ الّتي تمثّلُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المخروطِ.
- أكتبُ قاعدةَ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ المخروطِ.

أتدرّبُ

1. أجدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ مخروطٍ طولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ 5 cm، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 7 cm، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 110
2. أجدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ مخروطٍ طولُ قُطرِ قاعدتِهِ 4 m، وارتفاعُهُ الجانبيُّ 6.5 m، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ. 53.41

ملاحظاتي

3 التدريس

- أَطلب إلى المجموعات قراءة النشاط الوارد في الدرس.
- أزوّد كل مجموعة من الطلبة بمخروط ورقي ومقص ليتمكنوا من تنفيذ النشاط.
- أُؤكّد للطلبة ضرورة الانتباه عند استخدام المقص.
- أَطلب إليهم تنفيذ الخطوة الأولى والثانية من النشاط.
- بعد ترتيب الأجزاء أسأل الطلبة:
  - » ما طول متــوازي الأضلاع وارتفاعه؟ (الطول = نصف محيط قاعدة المخروط ، الارتفاع = الارتفاع الجانبي للمخروط)
- أَطلب إلى الطلبة كتابة صيغة حساب مساحة متوازي الأضلاع والتعويض عن الطول بنصف محيط الدائرة والارتفاع بالارتفاع الجانبي للمخروط.
- أَطلب إلى الطلبة حساب مساحة متوازي الأضلاع التي تشكل المساحة الجانبية لسطح المخروط.

4 التدريب

- أَطلب إلى الطلبة حل المسألتين 1 و 2 وأُتابعهم في أثناء الحل، وأُقدّم لهم التغذية الراجعة.

5 الإثراء

- أَطلب إلى الطلبة كتابة صيغة المساحة الكلية للمخروط.

الدرس
6

نتاجات الدرس:

- إيجاد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح الهرم المنتظم.
- إيجاد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح المخروط.

التعلم القبلي:

- إيجاد محيط مضلع.
- إيجاد محيط الدائرة.
- إجراء العمليات الحسابية على الأعداد النسبية وتطبيق أولوياتها.

1 التهيئة

هـدف النشـاط: التمهيد لحسـاب المسـاحة الجانبية والكلية لسطح الهرم المنتظم.

- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأزوّد كل مجموعة بهرم (ثلاثي أو رباعي) منتظم من الورق المقوّى ومقص. وأطلب إليهم القيام بالإجراءات الآتية:
  - » قص قاعدة الهرم ووضعها جانبًا.
  - » قص السطح الجانبي للهرم وفتحه.
  - » إعادة ترتيب أوجه سطح الهرم ووضعها بجانب بعضها.
- أسأل الأسئلة الآتية:
  - » ما شـكل قاعدة الهـرم؟ مربع، مثلـث متطابق الأضلاع (تعتمد الإجابة على المجسم الذي مع المجموعة).
  - » ماذا تُشكّل أوجه سطح للهرم بعد إعادة ترتيبها؟ نصف مستطيل طوله يساوي محيط قاعدة الهرم، وعرضه مساو للارتفاع الجانبي للهرم.
  - » كيف أجد مسـاحة سـطح هرم؟ أحسب نصف مساحة المستطيل الناتج.
  - » كيف أجد المسـاحة الكلية لهرم؟ أجد مسـاحة قاعدته وأجمعها إلى مساحة سطحه.

الدرسُ 6 مساحةُ سطحِ الهَرَمِ وَالمخروطِ

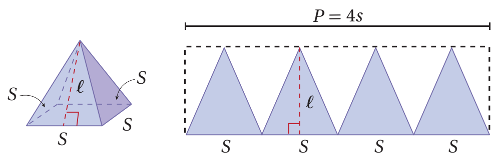
فكرةُ الدرسِ
أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ وَالمساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظمِ وَالمخروطِ.

المصطلحاتُ
هَرَمٌ منتظمٌ، الارتفاعُ الجانبيُّ.

أستكشفُ
إذا كانَ طولُ نصفِ قُطرِ فتحةِ وحدةِ الإنارةِ المجاورةِ 20 cm، وَارتفاعُها الجانبيُّ 30 cm، أَجِدُ مساحةَ المعدِنِ الّتي استُخدِمَتْ في تصنيعِ الوحدةِ.

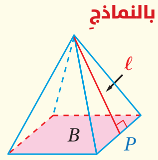
الهَرَمُ المنتظمُ (regular pyramid) هَرَمٌ قاعدتُهُ مضلَّعٌ منتظمٌ، وَأوجهُهُ الجانبيةُ مثلَّثاتٌ متطابقةٌ كلٌّ منها متطابقُ الضِّلعَينِ، وَارتفاعُ كلِّ مثلَّثٍ يُسمّى **الارتفاعَ الجانبيَّ** (ℓ) (slant height) لِلهَرَمِ.

نلاحظُ أَنَّهُ عندَ إعادةِ ترتيبِ الأوجُهِ الجانبيةِ لِلهَرَمِ المنتظَمِ؛ فإنَّها تشـكّلُ نصفَ مسـتطيلٍ طولُهُ يساوي محيطَ قاعدةِ الهَرَمِ، وعرضُهُ مُسـاوٍ لارتفاعِ الهَرَمِ الجانبيِّ، وَعليْهِ، فإنَّ مسـاحةَ سطحِ الهَرَمِ الجانبيةَ تسـاوي نصفَ محيطِ القاعدةِ مضروبًا في ارتفاعِهِ الجانبيِّ.



مفهومٌ أساسيٌّ المساحةُ الجانبيةُ وَالمساحةُ الكلّيةُ لِسطحِ الهَرَمِ

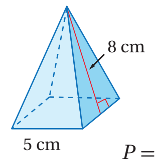
- **بالكلماتِ** المسـاحةُ الجانبيةُ $(L.A)$ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ تسـاوي نصفَ محيطِ القاعدةِ (P) مضروبًا في الارتفاعِ الجانبيِّ (ℓ). المساحةُ الكلّيّةُ $(S.A)$ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ تساوي مجموعَ مساحتِهِ الجانبيةِ وَمساحةِ قاعدتِهِ (B).
- **بالرموزِ**
$$L.A = \frac{1}{2} P\ell$$
$$S.A = L.A + B$$
- **بالنماذجِ**



التكيُّـف: يمكنني إجراء العملية أمام الصـف لهرم واحد إذا لم يكف وقت الحصة.

مثال 1

أَجِدُ المساحةَ الكليّةَ لِسطحِ كلِّ هَرَمٍ منتظَمٍ ممّا يأتي:

1 

الخُطوةُ 1 أَجِدُ محيطَ القاعدةِ وَمساحتَها:

القاعدةُ مربعةٌ، إذنْ: $P = 4 \times s$ $P = 4 \times 5 = 20$ cm

مساحةُ القاعدةِ $B = s^2$ $B = 5^2 = 25$ cm²

الخُطوةُ 2 أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ:

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ الهَرَمِ $L.A = \frac{1}{2} P\ell$

أُعوِّضُ $P = 20, \ell = 8$ $= \frac{1}{2}(20) \times 8$

أَجِدُ الناتجَ $= 80$

إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ الهَرَمِ تساوي 80 cm²

الخُطوةُ 3 أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ:

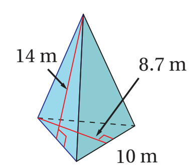
صيغةُ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ الهَرَمِ $S.A = L.A + B$

أُعوِّضُ $L.A = 80$, $B = 25$ $= 80 + 25$

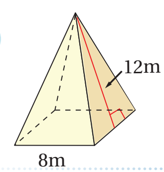
أَجِدُ الناتجَ $= 105$

إذنْ، المساحةُ الكلّيةُ لِسطحِ الهَرَمِ المنتظَمِ تساوي 105 cm²

أتحقّقُ من فهمي:

3 

253.5

2 

256

118

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة لقراءة المسألة في فقرة (**أستكشف**) بتمّعن ثم مناقشتها في مجموعات، وأسأل الطلبة::
  - » لماذا تكون فتحة وحدة الإنارة على شكل مخروط؟ لتجميع الضوء.
  - » كيف أجد مساحة المعدن التي استخدمت في تصنيع وحدة الإنارة؟ أجد المساحة الجانبية للمخروط باستخدم القاعدة التي توصلت إليها في الاستكشاف.

3 التدريس

مثالٌ 1

- أُقدّم مفهومي الهرم المنتظم وارتفاعه الجانبي في الفقرة الثانية من الدرس. أطلب إلى الطلبة مقارنة الشكل الذي حصلوا عليه في التهيئة مع الشكل المرسوم في الكتاب.
- أُقدّم مفهوم المساحة الجانبية لسطح الهرم المنتظم بالكلمات والرموز كما وردت في فقرة (مفهوم أساسي).
- أناقش خطوات حل مثال 1 وأؤكد على استخدام نصف المحيط عند حساب المساحة الجانبية للهرم المنتظم.

التقويم التكويني:

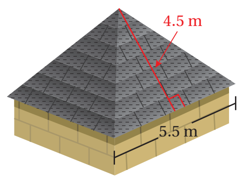
- أطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال. أختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وأناقشها على السبورة من دون ذكر اسم صاحب الحل؛ تجنبًا لإحراجه.

مثال 2: من الحياة

- أناقش الطلبة في حل المثال، وأؤكد على استخدامات الهرم المنتظم في الحياة اليومية، وخاصة في سقوف بعض المباني التي تُغطى بالقرميد.

يُمكنُنا استخدامُ قانونِ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ الهَرَمِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ وَمتنوِّعةٍ.

مثال 2: منَ الحياةِ



منزلٌ: يظهرُ في الشكلِ المجاورِ سقفُ منزلٍ على شكلِ هَرَمٍ رباعيٍّ منتظَمٍ، يُرادُ تغطيتُهُ بِقطعٍ خشبيةٍ مساحةُ كلٍّ منها $2.5\ m^2$. كَمْ قطعةً خشبيةً نحتاجُ لِتغطيةِ السقفِ؟

أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ الهَرَمِ:

القاعدةُ مربعةٌ، إذنْ: $P = 4 \times s$ $\quad$ $P = 4 \times 5.5 = 22\ m$

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ الهَرَمِ $\quad$ $L.A = \frac{1}{2}P\ell$

أُعوِّضُ $P = 22\ ,\ \ell = 4.5$ $\quad$ $= \frac{1}{2}(22)(4.5)$

أَجِدُ الناتجَ $\quad$ $= 49.5$

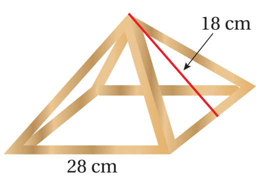
إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِلسطحِ تساوي $49.5\ m^2$

وَبما أنَّ القطعةَ الخشبيةَ الواحدةَ تغطّي مســاحةَ $2.5\ m^2$، فَيمكنُ إيجادُ عددِ القِطعِ الّتي نحتاجُها لتغطيةِ السطحِ بِقسمةِ مساحةِ السطحِ على مساحةِ القطعةِ الخشبيةِ الواحدةِ:

$$49.5 \div 2.5 = 19.8$$

إذنْ، نحتاجُ 20 قطعةً خشبيةً تقريبًا لِتغطيةِ سطحِ المنزلِ.

أتحقّقُ من فهمي:

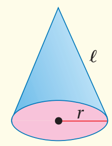


خيمةٌ: صمّمَ ينالُ الهَرَمَ المجاورَ الّذي يمثّلُ الأعمدةَ الأساسيةَ لِنمــوذجِ خيمةٍ، ما مســاحةُ القُمــاشِ الّتي يحتاجُهــا لإكمالِ النموذجِ وَتغطيةِ الأعمدةِ؟ 1008

توصلْتُ في النّشاطِ المفاهيميِّ الّذي يسبقُ هذا الدرسَ إلى أنَّ المساحةَ الجانبيةَ لِلمخروطِ تساوي نصفَ محيطِ قاعدتِهِ في ارتفاعِهِ الجانبيِّ، وَأنَّ مساحتَهُ الكلّيةَ هِيَ مجموعُ المساحةِ الجانبيةِ وَمساحةِ قاعدتِهِ.

مفهومٌ أساسيٌّ **المساحةُ الجانبيةُ وَالمساحةُ الكلّيةُ لِسطحِ المخروطِ**

- **بالكلماتِ** المســاحةُ الجانبيةُ ($L.A$) لِسطحِ المخروطِ تساوي ناتجَ ضربِ نصفِ محيطِ قاعدةِ مخروطٍ طولُ نصفِ قُطرِها (r) في الارتفاعِ الجانبيِّ (ℓ) لَهُ.
أمّا المساحةُ الكلّيةُ ($S.A$) لِســطحِ المخروطِ فَتُساوي مجموعَ مساحتِهِ الجانبيةِ وَمساحةِ القاعدةِ.
- **بالنماذجِ**

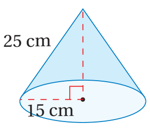


- **بالرموزِ** $L.A = \pi r\ell$
$S.A = L.A + B$

مثال 3

أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ كلِّ مخروطٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ الإجابةَ لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ:

1



الخطوةُ 1 **أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المخروطِ:**

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المخروطِ	$L.A = \pi r\ell$
أُعوّضُ $r = 15, \ell = 25$	$= \pi(15)(25)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 1178.1

إذنْ، المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ المخروطِ تساوي $1178.1\ cm^2$

الخطوةُ 2 **أَجِدُ مساحةَ القاعدةِ:**

صيغةُ مساحةِ الدائرةِ	$B = \pi r^2$
أُعوّضُ $r = 15$	$= \pi(15^2)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 706.9

إذنْ، مساحةُ القاعدةِ $706.9\ cm^2$

مثالٌ 3

- أسأل الطلبة عمّا توصلوا إليه في نشاط استكشاف مساحة سطح المخروط ومساحته الكلية، ثم أُقدّم مفهومي المساحة الجانبية والكلية للمخروط كما وردت في فقرة (مفهوم أساسي).
- أناقش خطوات حل المثال كما هي في الكتاب.

مثال 4: من الحياة

- يحمل هذا المثال فكرة الربط بين العلوم والرياضيات. أناقش خطوات حل المثال، وأؤكد على استخدام إشارة التقريب عند تقريب الإجابة.

أخطاء مفاهيمية شائعة:

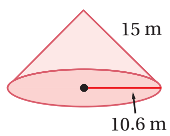
- عدم القسمة على 2 أو عدم الضرب في $\frac{1}{2}$ عند حساب المساحة الجانبية للهرم المنتظم أو المخروط. لحل المشكلة: أشجّع الطلبة على كتابة صيغة حساب المساحة الجانبية للهرم المنتظم أو المخروط قبل البدء بالحل.
- استخدام نصف مساحة القاعدة بدل نصف المحيط في حساب المساحة الجانبية، ولحلّ المشكلة أؤكد أننا نستخدم المساحة عند حساب الحجم وليس المساحة الجانبية.

الخُطوةُ 3 أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المخروطِ:

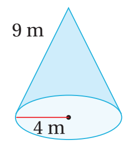
صيغةُ مساحةِ سطحِ المخروطِ	$S.A = L.A + B$
أُعوِّضُ $L.A = 1178.1 \, , B = 706.9$	$= 1178.1 + 706.9$
أَجِدُ الناتجَ	$= 1885$

إذنْ، المساحةُ الكلّيّةُ لِسطحِ المخروطِ تساوي 1885 cm^2 تقريبًا.

أتحقّقُ من فهمي:

2 

852.5

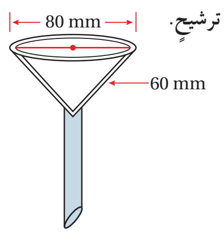
3 

163.4

يُمكنُنا استخدامُ قانونِ المساحةِ الكلّيّةِ لِسطحِ المخروطِ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ وَمتنوِّعةٍ.

مثال 4: منَ الحياةِ

كيمياءُ: تُستخدَمُ في بعضِ التجاربِ الكيميائيةِ أقماعٌ على شكلِ مخروطٍ يوضَعُ بِداخلِها ورقُ ترشيحٍ. أَجِدُ مساحةَ ورقِ الترشيحِ اللازمةَ لِلقُمعِ المجاورِ. أُقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

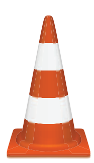


أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المخروطِ:

صيغةُ المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المخروطِ	$L.A = \pi r \ell$
أُعوِّضُ $r = 40, \ell = 60$	$= \pi (40)(60)$
أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ	≈ 7539.8

إذنْ، مساحةُ ورقِ الترشيحِ تساوي 7539.8 mm^2 تقريبًا.

أتحقّقُ من فهمي:

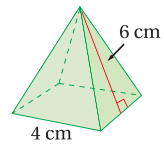


مخروطُ مرورٍ: مخروطُ مرورٍ طولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ **25 cm** وَارتفاعُهُ الجانبيُّ **75 cm**. أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المخروطِ. أُقرّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ. 5890

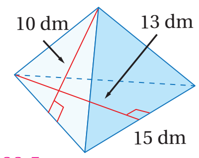
أتدرب وأحل المسائل

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ هَرَمٍ منتظَمٍ ممّا يأتي:

أتذكر
الهَرَمُ المنتظَمُ هَرَمٌ قاعدتُهُ مضلَّعٌ منتظَمٌ.

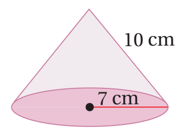
1 

64

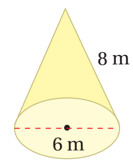
2 

322.5

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مخروطٍ ممّا يأتي:

3 

373.8

4 

103.7

أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

5 هَرَمٌ رباعيٌّ منتظَمٌ طولُ قاعدتِهِ 5 m، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 6 m 85

6 مخروطٌ طولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ 16 m، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 28 m 2211.7

أتذكر
inch وحدةُ قياسٍ لِلطولِ وَاختصارُها in وَتعادلُ 2.54 cm

7 **مصباحُ طاولةٍ:** قاعدةُ غطاءِ مصباحِ الطاولةِ المجاورِ على شكلِ هَرَمٍ سُداسيٍّ منتظَمٍ طولُ ضِلعِهِ 8 in ، أقدّرُ مساحةَ الزجاجِ اللازمةَ لِصنعِ الغطاءِ. 240

إرشادات:

- أؤكـد للطلبـة ضـرورة الحـذر والالتـزام بقواعـد السـلامة العامـة عند صـب مـواد كيميائيـة فـي قمـع كمـا فـي مثـال 4 مـن هـذا الدرس.
- المجـال العاطفـي لا يقـل أهميـة عـن المجـال المعرفـي؛ فـلا أقـول لأحـد مـن الطلبـة: إجابتـك خطـأ، بـل أقـول: (اقتربـت مـن الإجابـة الصحيحـة، مـن يعطـي إجابة أخـرى؟) أو أقول: (هـذه إجابة صحيحة لغيـر هذا السـؤال).

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أختـار بعـض المسـائل مـن فقـرة (**أتـدرب وأحـلّ المســائل**) ذات الأفـكار المختلفـة عـن الأمثلـة، وأناقـش حلّهـا مـع الطلبـة علـى السـبورة.
- إذا واجَهَ الطلبة صعوبة في حلّ أي مسألة، أَختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على السبورة.

إرشادات:

- توجيـه الطلبـة إلـى صنـدوق (**أتذكّـر**) فـي سـؤال 7 للتعامـل مـع وحـدة inch. فـي هـذا المقـام يمكـن تذكيـر الطلبـة بوحـدات قيـاس الطـول مـن مضاعفـات inch وهـي القـدم (ft)، الميـل (mile).
- توجيه الطلبة إلى صندوق (**أفكّر**) لحل السؤالين 8 وَ 9 . أؤكد أن الأشكال مركبة.

المفاهيم العابرة للمواد

- أؤكـد المفاهيـم العابـرة للمـواد حيثمـا وردت فـي كتـاب الطالـب أو كتـاب التماريـن.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أطلب إلى الطلبة حل (**مسائل مهارات التفكير العليا**) من 12 – 15.
- **السؤال 12:** الخطأ أنه استخدم ارتفاع الهرم بدلًا من ارتفاعه الجانبي.

الواجب المنزلي:

- أطلـب إلـى الطلبة حـلّ مسـائل الـدرس جميعها من كتـاب التماريـن واجبًـا منزليًـا، لكـنْ أحدّد المسـائل التـي يمكنهـم حلّهـا فـي نهايـة كل حصة بحسـب ما يتـمّ تقديمـه مـن أمثلـة الـدرس وأفكاره.
- يمكـن أيضًـا إضافة المسـائل من كتـاب الطالب التي لـم يحلّهـا الطلبـة داخل الغرفـة الصفية إلـى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل

- أطلب إلى الطلبة استخدام الورق المقوّى لعمل مجسمات لهرم رباعي وثلاثي منتظم ومخروط، ثم أطلب إليهم إيجاد مساحتها الجانبية والكلية. أنظّم جدولًا بأبعاد هذه المجسمات ومساحاتها الجانبية والكلية.

نشاط التكنولوجيا:

- أطلب إلى الطلبة:
  - البحث في الإنترنت عن مبانٍ هرمية أو مخروطية مشهورة، وتسجيل أبعادها، ثم إيجاد مساحتها الجانبية والكلية.
  - أبحث في الإنترنت عن الهرم الناقص القائم والمخروط الناقص القائم، وأكتب صيغة إيجاد المساحة الجانبية لكل منهما.

تعليمات المشروع:

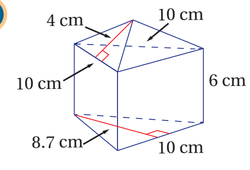
- أطلب إلى الطلبة استكمال العمود الرابع من الجدول الوارد بالبند 4 وذلك لقوالب الصابون ذات الشكل الهرمي أو المخروطي في حال وجودها.

6 الختام

- أوجّه الطلبة إلى فقرة (**أكتب**)؛ للتأكّد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط أو دون المتوسط الإجابة عن السؤال.
- إذا لزم الأمر، أتحقق من فهم الطلبة بتوجيه سؤال مثل:
  - أجد المساحة الكلية لهرم رباعي منتظم طول ضلع قاعدته 10 cm وارتفاعه الجانبي 16 cm.
  - أجد المساحة الكلية لمخروط طول قطر قاعدته 28 cm وارتفاعه الجانبي 15 cm. أعتمد أن $\pi = \frac{22}{7}$.
  - أيهما مساحته الجانبية أكبر؛ مخروط طول كل من نصف قطر قاعدته وارتفاعه الجانبي 20 cm أم هرم رباعي منتظم طول كل من ضلع قاعدته وارتفاعه الجانبي 20 cm؟

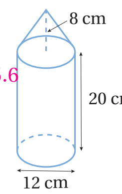
أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

8



283.5

9

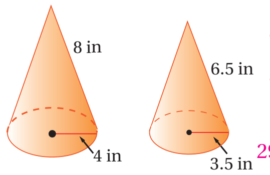


1055.6

أفكر

في السؤالَينِ 8 وَ 9، كَمْ قاعدةً للشكلِ يلزمُ حسابُ مساحتِها لإيجادِ المساحةِ الكلّيةِ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ؟

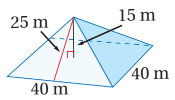
10 **أقماعٌ:** صُنِّعَ القُمعانِ المجاورانِ مِنَ البلاستيكِ، أَجِدُ الفرقَ بينَ مساحتَيِ البلاستيكِ المستخدَمةِ في صُنعِ القمعَينِ. أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. $29.1\ in^2$



11 **وحداتُ إنارةٍ:** أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وَأحلُّ المسألةَ. 1585.7

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

12 **أكتشفُ الخطأَ:** أوجدَ جمالٌ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ الهَرَمِ المجاورِ، وَكانَ حلُّهُ كَالآتي:



$$S.A = 40^2 + \frac{1}{2}(160)(15)$$
$$= 1600 + 1200$$
$$= 2800\ m^2$$

الخطأ استخدام ارتفاع الهرم (15 m) بدلا من ارتفاعه الجانبي (25 m). عند استخدام الارتفاع الجانبي تكون الإجابة 3600

أبيّنُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ جمالٌ، وَأصحّحُهُ.

13 **تبريرٌ:** أَيُّهما أطولُ؛ ارتفاعُ الهَرَمِ المنتظَمِ، أَمِ ارتفاعُهُ الجانبيُّ؟ أبرّرُ إجابتي.

13) الإرتفاع الجانبي للهرم يكون الضلع الأطول (الوتر) في المثلث القائم الزاوية الذي يحويه إضافة إلى ارتفاع الهرم.

14 **تبريرٌ:** إذا تقلّصَ نصفُ قُطرِ قاعدةِ مخروطٍ إلى النصفِ وَبقيَ الارتفاعُ نفسُهُ. ما تأثيرُ ذلكَ في المساحةِ الجانبيةِ لِسطحِ المخروطِ؟ أبرّرُ إجابتي. انظر الهامش

إرشاد

يمكنُني تعويضُ نصفِ قُطرِ القاعدةِ الجديدةِ في قاعدةِ المساحةِ الجانبيةِ، ثمَّ ملاحظةُ تأثيرِه.

15 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ المساحةَ الكلّيّةَ لِسطحِ المخروطِ؟ انظر إجابات الطلبة

إرشادات:

- أقسم الطلبة إلى مجموعات، وأُحدّد المجسم الذي سيكونونه.
- أسمح للمجموعات تبادل الأشكال للتحقق من عمل زملائهم/ زميلاتهن.

توسعة: في مسألة الإثراء أسأل الطلبة: ماذا يحدث كل من الحالتين الآتيتين:

- إذا أصبحت أبعاد المجسم مثلي ما كانت عليه، فما أثر ذلك في مساحته الجانبية؟ أبدأ بأمثلة ثم أخرج بتعميم.
- إذا ضُربت أبعاد المجسم في n، حيث n عدد نسبي موجب، فما أثر ذلك في مساحته الجانبية؟ أكتب تعميمًا يوضح ما توصلت إليه.

إجابة (أتدرب وأحل المسائل):

14) تنقص المساحة إلى النصف. ليكن طول نصف قطر المخروط الأصلي r_1

$A_1 = \pi r_1 h$. إذا أصبحت $r_2 = \frac{1}{2} r_1$ تصبح المساحة $A_2 = \pi(\frac{1}{2} r_1)h = \frac{1}{2}(\pi r_1 h) = \frac{1}{2} A_1$

الوحدة 7

اختبار الوحدة:

- أقسم الطلبة 4 مجموعات، ثم أُوزّع الأسئلة 10–1 على المجموعات، وأطلب إليهم مناقشة حلول الأسئلة الخاصة بهم، وأحرص على التجول بين المجموعات لتقديم التغذية الراجعة لهم، ثم أناقش حل بعض المسائل على اللوح مع الصف كاملًا.
- أقسم الطلبة إلى مجموعات ثنائية، ثم أطلب إليهم حل المسائل 16–11 وأتابع حلولهم، وأُقدّم لهم التغذية الراجعة، وأختار المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها، وأناقشها معهم على اللوح.

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ لِكلٍّ ممّا يأتي:

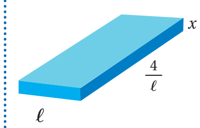
1 الصيغةُ الّتي تعبِّرُ عَنْ مساحةِ الشكلِ المجاورِ:

a) $2\pi r$ b) πr^2
c) $\frac{1}{2}\pi$ d) $\frac{1}{2}\pi r^2$

2 دائرةٌ محيطُها 20π cm، فَإِنَّ طولَ نصفِ قُطرِها يساوي:

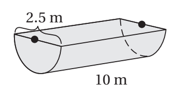
a) 4.5 cm b) 10 cm
c) 20 cm d) 17.5 cm

3 إذا كانَ حجمُ المنشورِ المجاورِ يساوي 1، فَإِنَّ قيمةَ x تساوي:



a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{\ell}{4}$ c) ℓ d) 4

4 حجمُ المجسَّمِ المجاورِ يساوي:

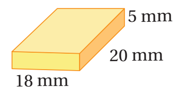


a) 24.5 m^3 b) 20.5 m^3
c) 48 m^3 d) 49 m^3

5 المساحةُ الكليّةُ لأُسطوانةٍ ارتفاعُها 30.5 cm وَطولُ نصفِ قُطرِها 3 cm، حيثُ باي 3.14 (مقرّبًا إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ مئةٍ) تساوي:

a) 274.90 cm^2 b) 603.19 cm^2
c) 631.14 cm^2 d) 688.01 cm^2

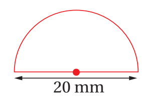
6 المساحةُ الكلّيّةُ للصُّندوقِ المجاورِ:



a) 380 mm^2 b) 900 mm^2
c) 1100 mm^2 d) 1800 mm^2

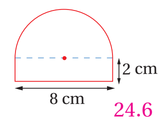
أَجِدُ محيطَ كلِّ شكلٍ مِنَ الشكلَينِ الآتيَينِ:

7



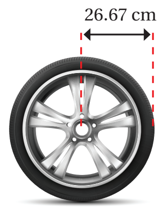
51.4

8



24.6

9 عَجلةٌ دائريةٌ طولُ نصفِ قُطرِها 26.67 cm، كَمْ دورةً تدورُ العَجلةُ عندَما تقطعُ السيارةُ مسافةَ 335.28 m؟

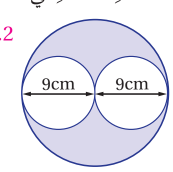


200.1

10 أَجِدُ الفرقَ بينَ محيطِ مربّعٍ طولُ ضِلعِهِ 12 cm، وَمحيطِ دائرةٍ طولُ قُطرِها 12 cm، أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 10.3

11 أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المظلّلةِ في الشكلِ الآتي:

127.2

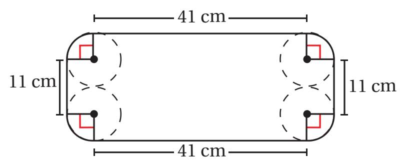


تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

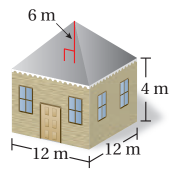
أَطلب إلى الطلبة حل أسـئلة (**تدريب علـى الاختبارات الدولية**) فرديًّا، ثم أناقش حلولها مع الطلبة على اللوح.

12 منشورٌ قاعدتُهُ مستطيلةُ الشكلِ، طولُهُ 4.2 m، وَعرضُهُ 3.2 m، وَحجمُهُ $83.3\ m^3$، أَجِدْ ارتفاعَهُ. 6.2

13 أَجِدْ محيطَ الشكلِ الآتي علمًا بِأنَّ الدوائرَ الأربعةَ في الشكلِ متطابقةٌ: 138.6

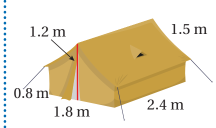


14 أَجِدْ حجمَ المنزلِ المجاورِ. 864



15 قِمَّةُ بُرجٍ على شكلِ مخروطٍ ارتفاعُهُ الجانبيُّ 33.5 m وَطولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ 15 m، أَجِدْ المساحةَ الجانبيةَ لِقمّةِ البُرجِ. 1578.7

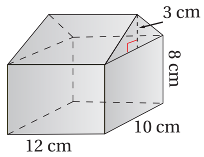
16 أَجِدْ مساحةَ القُماشِ اللازمةَ لِصُنعِ الخيمةِ المجاورةِ. 13



17 مبنًى على شكلِ هَرَمٍ سُداسيٍّ منتظَمٍ، طولُ ضِلعِ قاعدتِهِ 8 m، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 14 m، أَجِدْ المساحةَ الجانبيةَ لِسطحِ المبنى. 336

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ:

18 حجمُ المجسَّمِ المجاورِ يساوي:



a) $1080\ cm^3$ b) $1320\ cm^3$
c) $960\ cm^3$ d) $1140\ cm^3$

19 أيُّ الآتيةِ يُعَدُّ أفضلَ تقديرٍ لِحجمِ مكعَّبٍ طولُ ضِلعِهِ 18.79 mm؟

a) $80\ mm^3$ b) $800\ mm^3$
c) $8000\ mm^3$ d) $80000\ mm^3$

20 المساحةُ الكليّةُ لِسطحِ أُسطوانةٍ طولُ قُطرِها 15 cm وَارتفاعُها 2 cm تساوي تقريبًا:

a) $30\ cm^2$ b) $117.8\ cm^2$
c) $353.4\ cm^2$ d) $447.5\ cm^2$

21 المساحةُ الكليّةُ لِسطحِ مخروطٍ طولُ نصفِ قطرِ قاعدتِهِ 7 cm، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 11.4 cm تساوي تقريبًا:

a) $153.9\ cm^2$ b) $250.7\ cm^2$
c) $272.7\ cm^2$ d) $404.6\ cm^2$

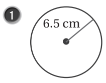
22 المساحةُ الجانبيةُ لِسطحِ هَرَمٍ رباعيٍّ منتظَمٍ طولُ ضِلعِ قاعدتِهِ 5 cm، وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 7 cm يساوي:

a) $17.5\ cm^2$ b) $35\ cm^2$
c) $70\ cm^2$ d) $95\ cm^2$

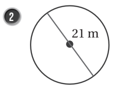
كتاب التمارين

الدرس 1 محيطُ الدائرةِ

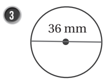
أجدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لِأتحقَّقَ مِنْ صحةِ إجابتي: (أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ)

1 

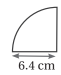
40.80 cm

2 

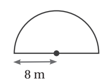
65.94 m

3 

113.4 mm

4 أجدُ محيطَ رُبعِ الدائرةِ المبيَّنِ في الشكلِ المجاورِ.


22.85 cm

5 أجدُ محيطَ نصفِ الدائرةِ المبيَّنِ في الشكلِ المجاورِ.


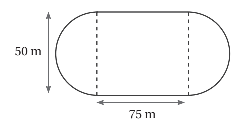
41.12 m

6 سِكّة: تملكُ مريمُ لعبةَ قطارٍ سِكّتُهُ على شكلِ دائرةٍ طولُ قُطرِها 1.4 m ، تحركَ القطارُ على السكّةِ 25 مرةً. أحسبُ المسافةَ التي قطعَها القطارُ. أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.
110

7 إذا كانَ محيطُ دائرةٍ 85 cm ، أحسبُ طولَ قُطرِها، أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.
27.1 cm

8 ساعة: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ ساعةً طولُ قُطرِ واجهتِها 21.4 cm، أجدُ المسافةَ التي يقطعُها رأسُ عقربِ الدقائقِ كلَّ ساعةٍ. أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ عددٍ صحيحٍ.

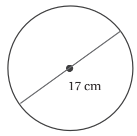

67 cm

9 رياضة: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ مضمارًا لِلركضِ، يتكونُ مِنْ مستطيلٍ وَنصفَيْ دائرةٍ، يرغبُ كريمٌ بالركضِ مسافةَ 4 km ، ما أقلُّ عددٍ مِنَ اللَّفّاتِ التي يحتاجُ إليها كريمٌ لِقطعِ المسافةِ المطلوبةِ؟


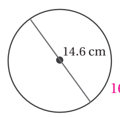
13.02

الدرس 2 مساحةُ الدائرةِ

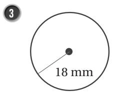
أجدُ مساحةَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وَأستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لِأتحقَّقَ مِنْ صحةِ إجابتي:

1 

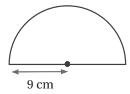
226.9 cm

2 

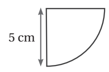
167.3 cm

3 

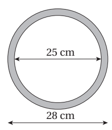
1017.4

4 أجدُ مساحةَ نصفِ الدائرةِ المبيَّنِ في الشكلِ المجاورِ:


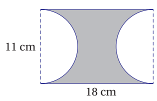
127.2 cm²

5 أجدُ مساحةَ رُبعِ الدائرةِ المبيَّنِ في الشكلِ المجاورِ:


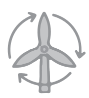
19.62 cm²

6 إطار: صمّمَتْ راما إطارًا وَلَوَّنَتْهُ كما في الشكلِ المجاورِ، أجدُ مساحةَ المنطقةِ التي لونَتْها.


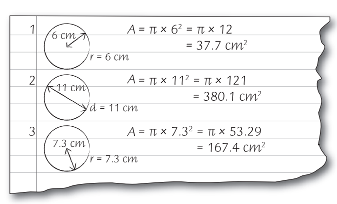
124.81 cm²

7 أجدُ النسبةَ المئويّةَ المنطقةِ المظلَّلةِ مِنَ المستطيلِ المجاورِ. أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.


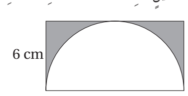
52%

8 مروحة: تتحركُ عنفةُ المروحةِ المجاورةِ لِتُشكّلَ دائرةً مساحتُها 706.9 m²، أجدُ طولَ العنفةِ، أقرِّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ.

15 m

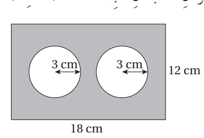
الدرس 2 مساحةُ الدائرةِ (يتبع)

9 حلَّتْ عبيرُ واجبَها المدرسيَّ المتعلقَ بإيجادِ مساحةِ الدائرةِ، فكانَتْ إجابتُها كما يأتي:


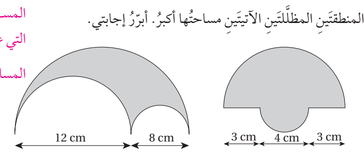
أحدّدُ ما إذا حلَّتْ عبيرُ واجبَها حلًّا صحيحًا أَمْ لا. المسالة الاولى من حل عبير خطأ

10 يمثّلُ الشكلُ الآتي نصفَ دائرةٍ داخلَ مستطيلٍ، أجدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ.


15.45 cm²

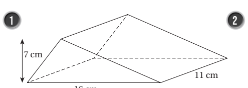
11 يبيّنُ الشكلُ الآتي مستطيلًا داخلَهُ دائرتانِ متطابقتانِ، أجدُ مساحةَ المنطقةِ المظلَّلةِ.


159.48 cm²

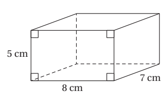
12 تبرير: أحدّدُ أيَّ المنطقتَيْنِ المظلَّلتَيْنِ الآتيتَيْنِ مساحتُها أكبرُ. أبرّرُ إجابتي.
المســاحة التي على اليسار 96.87،
التي على اليمين 55.45
المساحة التي على اليسار أكبر.


الدرس 3 حجمُ المنشورِ وَالأسطوانةِ

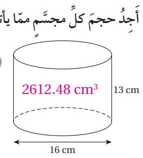
أجدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

1 

616 cm³

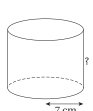
2 

280 cm³

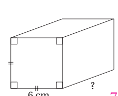
3 

2612.48 cm³

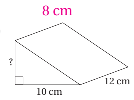
أستعملُ المعلوماتِ الموضَّحةَ على كلِّ شكلٍ ممّا يأتي لِأجدَ البُعدَ المفقودَ:

4 

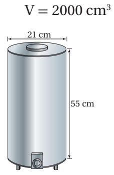
V = 2000 cm³
12.98 cm

5 

V = 270 cm³
7.5 cm

6 

V = 480 cm³
8 cm

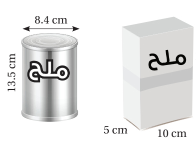
7 حافظة: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ حافظةً للماءِ الساخنِ، أجدُ كميّةَ الماءِ التي تتّسعُ لَها الحافظةُ.


19040.18 cm³

أجدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

8 أسطوانةٌ طولُ قطرِها 24 m وَارتفاعُها 28 m . 12660.48 cm³

9 منشورٌ رباعيٌّ قاعدتُهُ مستطيلةُ الشكلِ، طولُها 25 m، وَعرضُها 6 m، وَارتفاعُهُ 9 m . 1350 m³

ملح: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ عُلبتَيْنِ لحفظِ الملحِ.


10 أقارنُ بينَ حجمَي العلبتَيْنِ.
10) الاسطوانه $V1 = 747.76$ cm³
ذو القاعدة المستطيلة $V2 = 750$ cm³

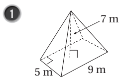
11 أيُّ العُلبتَيْنِ أفضلُ مِنْ حيثُ التخزينِ وَالنقلِ وَالتوزيعِ؟ أبرّرُ إجابتي.
المنشور ذو القاعدة المستطيلة افضل من الاسطوانه

12 تبرير: حوضُ سمكٍ على شكلِ منشورٍ رباعيٍّ أبعادُهُ 45 cm, 30 cm, 25 cm ، تقولُ ريماسُ: (إذا أصبحَتْ أبعادُ حوضِ السمكِ مثلَيِ الأبعادِ الأصليةِ، فَإنّنا نحتاجُ إلى مثلَيْ كميّةِ الماءِ لِملءِ الحوضِ الجديدِ). هل ما تقولُهُ ريماسُ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي. لا $V1 = 33750$ cm³ $V2 = 270000$ cm³ $V2 \neq 2V1$

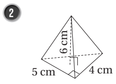
كتاب التمارين

الدرسُ 4 حجمُ الهَرَمِ وَالمخروطِ

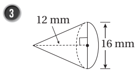
أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي، وَأقرّبُ إجابتي لِأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرةٍ:

1 

105

2 

20

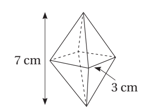
3 

804.2

أَجِدُ حجمَ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

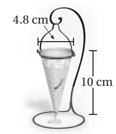
4 هَرَمٌ قاعدتُهُ مربَّعةُ الشكلِ طولُ ضلعِها 22 m ، وَارتفاعُهُ 17 m . 2742.7

5 مخروطٌ قُطْرُ قاعدتِهِ 12 m وَارتفاعُهُ 5 m . 188.5



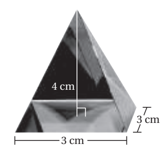
6 **كريستالٌ:** تتكوّنُ قطعةُ الكريستالِ المجاورةُ مِنْ هَرَمَينِ قاعدةُ كلٍّ منهُما مربَّعةُ الشكلِ. أَجِدُ حجمَ قطعةِ الكريستالِ، أقرّبُ إجابتي لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ. 21

7 هرمٌ قاعدتُهُ مربَّعةُ الشكلِ، طولُ ضلعِها 6.4 cm ، وَحجمُهُ 81.3 cm^3، أَجِدُ ارتفاعَ الهَرَمِ. 5.95



8 **زجاجةٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ زجاجةً على شكلِ مَخروطٍ ممتلئةً بِالماءِ، يتسربُ مِنْها الماءُ بِمعدَّلِ 5 cm^3 في الدقيقةِ. أَجِدُ الوقتَ اللازمَ لِتفرغَ الزجاجةُ مِنَ الماءِ بِالكاملِ. 12.1

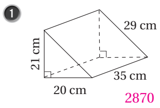
9 **عطرٌ:** زجاجةُ عطرٍ على شكلِ مَخروطٍ، طولُ قُطرِ قاعدتِها 6.5 cm، وَارتفاعُها 6 cm، أَجِدُ كمّيّةَ العطرِ الّذي تتّسعُ لَهُ الزجاجةُ. 66.4



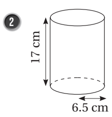
10 **تبريرٌ:** ما كمّيّةُ الزجاجِ اللازمةُ لِتصنيعِ 1000 قطعةٍ مِنْ ثقّالةِ الورقِ المجاورةِ. أبرّرُ إجابتي. الكميـة اللازمـة لصنع ثقالة واحـدة 12 cm^3، الكمية اللازمة لصنع 1000 ثقالة 12000 cm^3

الدرسُ 5 مساحةُ سطحِ المنشورِ وَالأُسطوانةِ

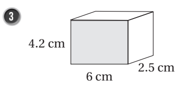
أَجِدُ المساحةَ الكليةَ لسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

1 

2870

2 

959.8

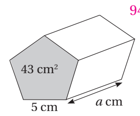
3 

101.4

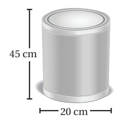
أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

4 أُسطُوانةٌ ارتفاعُها 9.4 m ، وَطولُ قُطرِ قاعدتِها 8 m 336.8

5 منشورٌ رباعيٌّ قاعدتُهُ مستطيلةُ الشكلِ طولُها 3 cm ، وعَرضُها 5 cm ، وَارتفاعُهُ 4 cm 94



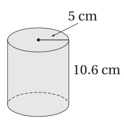
6 يبيّنُ الشكلُ المجاورُ منشورًا خماسيًّا قاعدتُهُ منتظمةٌ مساحتُها 43 cm^2، طولُ ضلعِها 5 cm . إذا كانَتِ المساحةُ الكليةُ لسطحِ المنشورِ 236 cm^2 ، فَأَجِدُ قيمةَ a . 6



7 **عبوّةُ طلاءٍ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ عبوّةَ طلاءٍ على شكلِ أُسطُوانةٍ. أَجِدُ المساحةَ الكليّةَ لسطحِ العبوّةِ. 3455.8

8 منشورٌ ثلاثيٌّ، أبعادُ قاعدتِهِ 4 cm, 5 cm, 6 cm، وَمساحتُهُ الجانبيةُ 300 cm^2، أَجِدُ ارتفاعَهُ. 20

9 **أكتشفُ الخطأَ:** أوجدَ عاصمٌ المساحةَ الكليّةَ لسطحِ الأُسطُوانةِ المجاورةِ كما يأتي: أحدّدُ الخطأَ الّذي وقعَ فيهِ عاصمٌ، ثمَّ أصحّحُهُ.

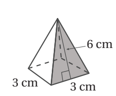


✗
$$\begin{aligned} S &= \pi r^2 + 2\pi rh \\ &= \pi(5)^2 + 2\pi(5)(10.6) \\ &= 25\pi + 106\pi \\ &= 131\pi \approx 411.3 \end{aligned}$$

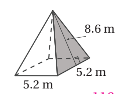
الخطأ أنه حسـب مساحة قاعدة واحـدة، عند حسـاب مسـاحة القاعدتيـن تكـون الإجابـة الصحيحة 490.1

الدرسُ 6 مساحةُ سطحِ الهَرَمِ وَالمخروطِ

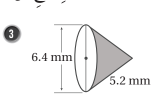
أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

1 

45

2 

116.48

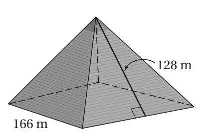
3 

84.4

أَجِدُ المساحةَ الكلّيةَ لِسطحِ كلِّ مجسَّمٍ ممّا يأتي:

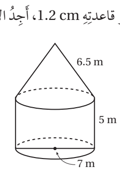
4 هرمٌ رباعيٌّ منتظمٌ طولُ قاعدتِهِ 8 cm وَارتفاعُهُ الجانبيُّ 10 cm 224

5 مَخروطٌ ارتفاعُهُ الجانبيُّ 9 dm ، وَطولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ 4 m 163.4



6 **أهرامٌ:** يبيّنُ الشكلُ المجاورُ أبعادَ هَرَمٍ أثريٍّ، أَجِدُ المساحةَ الجانبيةَ لَهُ. 70052

7 مَخروطٌ مساحتُهُ الجانبيةُ $4.8\,\pi \text{ cm}^2$ ، وَطولُ نصفِ قُطرِ قاعدتِهِ 1.2 cm، أَجِدُ الارتفاعَ الجانبيَّ لَهُ. 4



8 أَجِدُ المساحةَ الكليةَ لِسطحِ المجسَّمِ المجاورِ. 219.9

9 **ديكورٌ:** يتكوّنُ مَنوَرُ منزلٍ مِنْ 12 قطعةَ زجاجٍ مثلثةَ الشكلِ كما في الشكلِ المجاورِ، الارتفاعُ الجانبيُّ لِلمَنوَرِ 92 cm ، وَطولُ قاعدةِ كلِّ مثلّثٍ 30 cm، أَجِدُ مساحةَ الزجاجِ المستخدَمةَ في تغطيةِ المَنوَرِ. 16560

الوحدةُ 8

الإحصاءُ وَالاحتمالاتُ

مخطط الوحدة

اسم الدرس	النتاجات	المصطلحات	الأدوات اللازمة	عدد الحصص
تهيئة الوحدة				1
الدرس 1: الوسط الحسابي	• حساب الوسط الحسابي لبيانات مفردة. • حساب الوسط الحسابي لبيانات منظمة في جدول تكراري.	مقاييس النزعةِ المركزية، الوسط الحسابيّ، القيمة المتطرِّفة	• مكعبات	2
الدرس 2: الوسيط والمنوال والمدى	• حساب الوسيط والمِنوال والمَدى. • تحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات.	الوسيط، المنوال، المدى	• ورقة المصادر 1 • ورقة المصادر 2 • ورقة المصادر 3	3
الدرس 3: التمثيل بالساق والورقة	• تمثيل البيانات بالساق والورقة. • اختبار صحة فرضية بالاعتماد على بياناتٍ مُعطاةٍ.	مخطط الساق والورقة، الفرضية.		2
الدرس 4: الاحتمالات	• حساب احتمالات وقوع الحوادث.	الفضاءُ العينِيُّ، متساوية الاحتمال، غير متساوية الاحتمال، الحادثُ، احتمال الحادثِ، الجدول ذو الاتجاهَينِ	• ورقة المصادر 4	2
الدرس 5: الاحتمال التجريبي	• إيجاد الاحتمال التجريبيّ لوقوع حادث.	الاحتمال النظريّ، الاحتمال التجريبيّ.	• حجر نرد	2
المشروع				1 (حصة واحدة لعرض النتائج)
اختبار الوحدة				1
المجموع				13

الوحدة 8

نظرة عامة حول الوحدة:

في هذه الوحدة سيتعرف الطلبة حساب مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال)، والمدى، وتحديد المقياس الأنسب منها لوصف بيانات معطاة، وتمثيل البيانات بالساق والورقة والجدول ذي الاتجاهين، واختبار صحة فرضية معطاة اعتمادًا على هذه المقاييس. كما سيتعرفون مفهومي الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي، وحساب احتمال وقوع حوادث معطاة.

الوحدةُ 8

الإحصاءُ وَالاحتمالاتُ

ما أَهميَّةُ هذهِ الوحدةِ؟

لِلإحصاءِ أهميةٌ كبيرةٌ في حياتِنا، فَهُوَ يساعدُ على تنظيمِ البياناتِ وَتحليلِها، وَاتخاذِ القراراتِ الصحيحةِ اعتمادًا على البياناتِ المتاحةِ. وَفي هذِهِ الوَحدةِ سوفَ أتعلمُ الكثيرَ حولَ تمثيلِ البياناتِ وَتحليلِها بِاستعمالِ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ وَكتابةِ استنتاجاتٍ دقيقةٍ.

تعلَّمتُ سابِقًا:

✓ تمثيلَ البياناتِ في جداولَ تَكراريةٍ.

✓ حسابَ الوسطِ الحسابيِّ.

✓ حسابَ الوسيطِ وَالمنوالِ وَالمدى.

✓ حسابَ احتمالاتِ الحوادثِ البسيطةِ.

سأتعلَّمُ في هذهِ الوحدةِ:

- تمثيلَ البياناتِ باستعمالِ الساقِ وَالورقةِ.
- تمثيلَ البياناتِ بِالجداولِ ذاتِ الاتجاهَينِ.
- تعرّفَ القيمِ المتطرفةِ وتحديدَ مقياسِ النزعةِ المركزيةِ المناسبِ لِوصفِ البياناتِ.
- تعرّفَ الاحتمالِ النظريِّ وَالتجريبيِّ.

126

الترابط الرأسي بين الصفوف

الصف السادس

- تمثيل بيانات (قيم أو نسب مئوية) بالرسوم البيانية الدائرية.
- قراءة بيانات ممثلة بالرسوم البيانية الدائرية وتفسيرها، وحلّ مسائل عليها.
- اختيار التمثيل الأنسب لبيانات معطاة (أعمدة بيانية، خطوط بيانية، نقاط مجمعة، دوائر بيانية)، ورسمه.
- تمثيل جداول تكرارية بسيطة بأعمدة بيانية.
- إيجاد الوسيط والمنوال والمدى لجدول تكراري بسيط أو بيانات كمية ممثلة بالأعمدة أو النقاط المجمعة.
- تمييز التجربة العشوائية العادلة والتجربة المتحيزة.
- تحديد عناصر الفضاء العيني المرتبطة بحادث معين، وتمييز الحادث البسيط والحادث المركّب.

الصف السابع

- حساب الوسط الحسابي لبيانات مفردة وبيانات مبوّبة في جدول تكراري.
- حساب الوسيط والمِنوال والمَدى لبيانات مفردة.
- تحديد المقياس الأنسب (الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، والمدى) لوصف بيانات معطاة.
- تمثيل بيانات معطاة بالساق والورقة والجدول ذي الاتجاهين.
- اختبار صحة فرضية معطاة اعتمادًا على: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال، والمدى.
- حساب احتمالاتِ وقوعِ الحوادثِ.

الصف الثامن

- تفسير أثر تغيير البيانات أو بعضها في مقاييس النزعة المركزية.
- إيجاد الرُّبَيع الأدنى (المئين 25) والوسيط المئين (50) والرُّبَيع الأعلى (المئين 75) والمدى الرُّبَيعي لبيانات كمّية.
- فهم بنية الصندوق ذي العارضتين، واستخدامه في تمثيل بيانات كمّية وتحديد القيم المتطرفة (Outliers).
- قراءة بيانات ممثلة بالصندوق ذي العارضتين، وتفسيرها، وحلّ مسائل عليها.
- اختيار التمثيل الأنسب لعرض بيانات كمية (النقاط المجمعة، الصندوق ذا العارضتين، الساق والورقة، الدوائر البيانية).
- تمييز الحادثين المنفصلين والمتنافيين والمستقلّين والحوادث الشاملة.
- إيجاد احتمال وقوع الحوادث البسيطة والمركّبة.

الوحدة 8

مشروعُ الوحدةِ: أتعرّفُ إلى طلبةِ مدرستي

أسْـتعدُّ وَزملائي لِتنفيذِ مشـروعِنا الخـاصِّ الَّذي سَنستعملُ فيهِ ما أتعلّمُهُ في هذِهِ الوحدةِ حولَ مقاييسِ النّزعةِ المركزيةِ (الوسطِ الحسابيِّ، وَالوسيطِ، وَالمِنوالِ)، وَالمدى، وَالاحتمالاتِ؛ لِأجمعَ وَأحلّلَ بَيانـاتٍ تتعلقُ بعيّنةٍ مِنْ طلبةِ مدرستي.

خطواتُ تنفيذِ المشروعِ:

1. أختارُ ثلاثةَ أشـياءَ مِنْ كلِّ قائمةٍ ممّـا يَلي، وَأكتبُ سـؤالاً إحصائيًّا حولَ كلٍّ مِنْها. مثـلًا: ما عددُ أفرادِ أسرتِكَ؟ ما لونُكَ المفضَّلُ؟

بياناتٌ عدديةٌ

الوزنُ، الطولُ، العُمُرُ، عددُ أفرادِ الأُسرةِ، دخلُ الأسرةِ الشهريُّ

بياناتٌ نوعيّةٌ

لونُ العيونِ، الرياضةُ المفضَّلةُ، اللونُ المفضَّلُ، لونُ الشَّعرِ

2. أصمّـمُ اسـتبانةً بِطريقةٍ جاذبـةٍ موظفًـا مهاراتي الحاسوبيةَ، وَأكتبُ فيها الأسـئلةَ الإحصائيةَ الستَّ الّتي أعددْتُها في الخطوةِ السـابقةِ، ثمَّ أطبعُ مِنْها 20 نسخةً على الأقلِّ.
3. أطلبُ إلى 20 طالبًا مِنْ مدرستي على الأقلِّ الإجابةَ عَنْ أسئلةِ الاستبانةِ الستِّ جميعِها.
4. أمثّلُ البياناتِ العدديةَ الّتي حصلْتُ عَلَيْها بِاستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ.
5. أمثّلُ البياناتِ النوعيةَ الّتي حصلْتُ عليها بِاستعمالِ مخططِ الأعمدةِ البيانيةِ أَوِ القطاعاتِ الدائريةِ.
6. أَجِدُ مـا يمكنُ حسـابُهُ مِنَ المقاييـسِ الإحصائيةِ الّتي تعلمْتُها (الوسـطِ الحسابيِّ، الوسيطِ، المنوالِ، المدى) لكلِّ مجموعةِ بياناتٍ.
7. أكتبُ فرضيتَينِ وَأختبرُ صحةَ كلٍّ مِنْهُما اعتمادًا على البياناتِ الّتي جمعْتُها.
8. أصـفُ حادثًا احتمـالُ وقوعِهِ أكيدٌ وَآخَـرَ احتمالُ وُقوعِهِ مستحيلٌ اعتمادًا على البياناتِ الّتي جمعْتُها.
9. أَجِدُ الاحتمـالَ التجريبيَّ لِاختيارِ طالبٍ تنطبقُ عليهِ إحدى الصفاتِ الّتي جمعْـتُ بياناتٍ حولَها؛ مثلًا: (احتمالُ اختيارِ طالبٍ لونُ عيونِهِ بنّيٌّ).

عرضُ النتائجِ:

- أكتبُ وأفرادَ مجموعتي تقريرًا يلخّصُ خطواتِ تنفيذِ المشروعِ وَالنتائجَ الّتي توصّلْنا إِلَيْها.
- أعرضُ وأفرادَ مجموعتي التّمثيلاتِ البيانيةَ أمامَ الصفِّ، وَأبيّنُ قِيَمَ المقاييسِ الإحصائيةِ لِلبياناتِ.

127

أداة تقييم المشروع

الرقم	المعيار	1	2	3
1	تضمين أداة جمع البيانات المعلومات المطلوبة كافة.			
2	تفريغ البيانات وتنظيمها في جدول.			
3	استخراج المؤشرات الإحصائية المطلوبة للمشروع استخراجًا صحيحًا.			
4	تنفيذ المشروع في الوقت المحدد.			
5	عرض المشروع بطريقة واضحة.			
6	استخدام التكنولوجيا لعرض نتائج المشروع.			

1 تقديم نتاج فيه أكثر من خطأ، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
2 تقديم نتاج فيه خطأ جزئي بسيط، ولكن لا يخرج عن المطلوب.
3 تقديم نتاج صحيح كامل.

مشروع الوحدة: أتعرّفُ إلى طلبةِ مدرستي

هدف المشروع: يهدف المشروع إلى تنمية معرفة الطلبة بمقاييس النزعة المركزية والمدى والاحتمالين: النظري، والتجريبي، واستخدام ذلك في تطبيقات حياتية. ويهدف أيضًا إلى تنمية مهارة تصميم الاستبانة، واستخدامها في جمع البيانات وتحليلها؛ لاختبار صحة الفرضيات، وإلى تنمية مهارتي التواصل وحل المشكلات.

خطوات تنفيذ المشروع

- أعرّف الطلبة بالمشروع وبأهميته في تعلّم موضوعات الوحدة.
- أقسم الطلبة مجموعات تضمّ كل منها مستويات متفاوتة للطلبة، وأؤكد أهمية التعاون وتوزيع الأدوار والمهام بين أفراد المجموعة.
- أُوضّح للطلبة أهمية تصميم الاستبانة في جمع بيانات المشروع والتقيد بالأسئلة التي ترد فيها. وأؤكد أهمية تفريغ البيانات التي تُجمع في جدول؛ ليسهل التعامل معها عند البدء باستكمال متطلبات المشروع.
- بعد جمع البيانات وتفريغها، أذكر الطلبة بالعودة إلى المشروع نهاية كل درس من دروس الوحدة؛ لاستكمال ما يُتطلب إنجازه ضمن المشروع.
- أُوضّح للطلبة مسبقًا معايير تقييم المشروع.

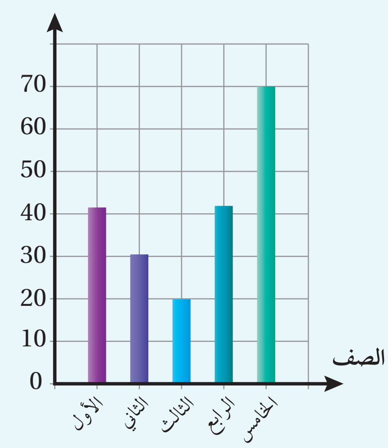
عرض النتائج

- لعرض نتائج المشروع:
  - » أبين للطلبة إمكانية استخدام التكنولوجيا عند عرض نتائج المشروع.
  - » أذكرهم بتبادل نتائج مشروعاتهم في ما بينهم واستكشاف النتائج المشتركة التي توصلوا إليها.
  - » أبين لهم ما تعنيه كلمة (مطويّة) وأهميتها في تنظيم المعلومات، وأعرض أمامهم نموذجًا مناسبًا.

أستعد لدراسة الوحدة:

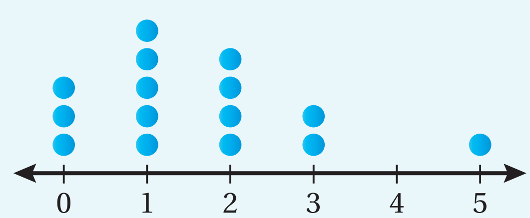
- أستعمل اختبار (أستعد لدراسة الوحدة)؛ لتساعد الطلبة على تذكر المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذه الوحدة.
- أطلب إلى الطلبة حل اختبار التهيئة داخل الصف.
- أتجوّل بينهم لمتابعتهم في أثناء حل الاختبار؛ لتحديد النقاط التي تحتاج إلى تحسين لديهم، وأوجههم للرجوع إلى بند المراجعة حين يواجهون صعوبة في الحل.
- إذا واجه بعض الطلبة صعوبة في حل المسائل الواردة في الاختبار، فأستعين بالمسائل الإضافية الآتية:

» **يوضح التمثيل بالأعمدة المجاور عدد الطلبة في إحدى المدارس:**



1. ما عدد طلبة الصف الرابع؟
2. ما مجموع الطلبة في المدرسة؟
3. كم يزيد عدد طلبة الصف الخامس عن عدد طلبة الصف الثالث؟

» **يوضح التمثيل بالنقاط المجاور عدد الساعات التي يقضيها مجموعة من الأشخاص في استخدام الإنترنت يوميًّا:**



4. ما عدد الأفراد الذين يقضون 3 ساعات يوميًّا في استخدام الإنترنت؟
5. ما عدد الأفراد الذين لا يستخدمون الإنترنت؟
6. ما مجموع الأفراد الذين يقضون أوقاتًا تزيد عن الساعتين يوميًّا في استخدام الإنترنت؟

الوحدةُ 8
الإحصاءُ وَالاحتمالاتُ

أستَعدُّ لِدراسةِ الوحدَةِ

أختبرُ مَعلوماتي قبلَ البدءِ بدراسةِ الوحدةِ، وفي حالِ عَدمِ تأكُّدي منَ الإجابةِ، أستعينُ بالمُراجعةِ.

- **يوضّحُ التمثيلُ بِالأعمدةِ المجاورُ اللّونَ المفضَّلَ لدى مجموعةٍ مِنَ الأشخاصِ، أعتمدُ التمثيلَ لِلإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:**

1. كَمْ شخصًا يفضّلُ اللّونَ الأزرقَ؟ 4
2. ما اللّونُ الأقلُّ تفضيلًا؟ الأصفر
3. ما الفرقُ بينَ عددِ الأشخاصِ الّذينَ يفضّلونَ اللّونَ الأحمرَ وَعددِ الأشخاصِ الّذينَ يفضّلونَ اللّونَ الأصفرَ؟ 4

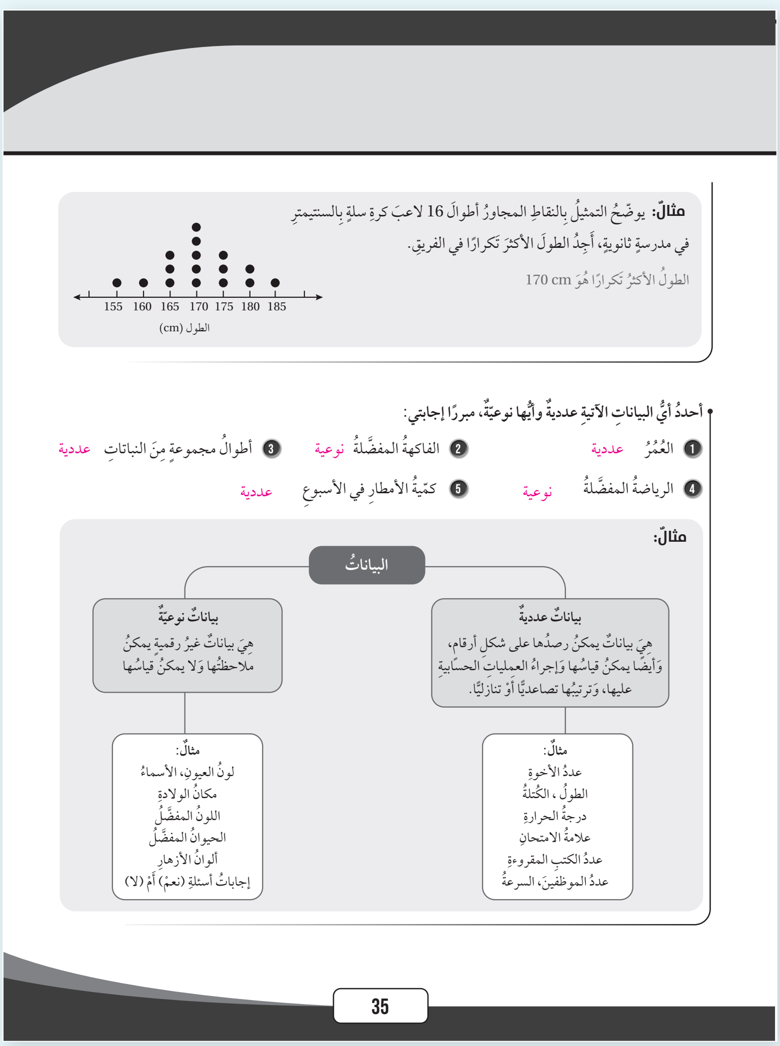
مثالٌ: يوضّحُ التمثيلُ بِالأعمدةِ المجاورُ الفاكهةَ المفضَّلةَ لَدى مجموعةٍ مِنَ الطلبةِ، أعتمدُ التمثيلَ لِلإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

- ما الفاكهةُ الأقلُّ تفضيلًا لَدى الطلبةِ؟ الدرّاقُ
- ما الفرقُ بينَ عددِ الطلبةِ الّذينَ يفضّلونَ العنبَ وَعددِ الطلبةِ الّذينَ يفضّلونَ التفاحَ؟ طالبٌ واحدٌ

- **يوضّحُ التمثيلُ بِالنقاطِ المجاورُ عددَ الكتبِ الّتي قرأَها مجموعةٌ مِنَ الطلبةِ في العطلةِ الصيفيةِ، أعتمدُ التمثيلَ لِلإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:**

1. ما عددُ الكتبِ الأكثرِ تَكرارًا في التمثيلِ؟ 5
2. كَمْ طالبًا قرأَ 7 كتبٍ؟ 4

34



مثالٌ: يوضّحُ التمثيلُ بِالنقاطِ المجاورُ أطوالَ 16 لاعبَ كرةِ سلةٍ بِالسنتيمترِ في مدرسةٍ ثانويةٍ، أَجِدُ الطولَ الأكثرَ تَكرارًا في الفريقِ.

الطولُ الأكثرُ تكرارًا هُوَ 170 cm

- **أحددُ أيُّ البياناتِ الآتيةِ عدديةٌ وأيُّها نوعيّةٌ، مبررًا إجابتي:**

1. العُمُرُ عددية
2. الفاكهةُ المفضَّلةُ نوعية
3. أطوالُ مجموعةٍ مِنَ النباتاتِ عددية
4. الرياضةُ المفضَّلةُ نوعية
5. كمّيةُ الأمطارِ في الأسبوعِ عددية

مثالٌ:

35

نشاط الاستعداد للوحدة

نصف ساعة

ملاحظاتي

هدف النشاط:

مراجعة الطلبة المفاهيم الأساسية المرتبطة بتحليل البيانات في جدول.

إجراءات النشاط:

- أَطلب إلى طالبين/ طالبتين التنافس في كتابة البيت الشعري الآتي بأجمل خط:

فكل بلاد جادها العلم أزهرت　　　رباها وصارت تنبت العزّ لا العشبا

- أقسم باقي طلبة الصف إلى مجموعات تحكيم، بحيث ترصد كل مجموعة علامة لكل متسابق، على أن تكون العلامة القصوى 10
- أَطلب إلى كل مجموعة تفريغ درجات التحكيم في الجدول الآتي:

	المتسابق الثاني	المتسابق الأول
المجموعة 1		
المجموعة 2		
المجموعة 3		
المجموعة 4		
المجموعة 5		
المجموعة 6		
المجموعة 7		
المجموعة 8		

بعد إنهاء المهمة، أناقش الطلبة جماعيًّا:

- أي المتسابقين/ المتسابقات ترون أنه الأفضل؟ كيف يمكنكم التحقق من ذلك؟
- ما مجموع الدرجات التي حصل عليها كل متسابق/ متسابقة من لجان التحكيم؟
- أبحث عن أعلى درجة وأدنى درجة منحتها لجان التحكيم لكل متسابق/ متسابقة، ثم أحسب الفارق بينها.
- في رأيكم، أين كانت المجموعات أكثر اتفاقًا، حين إصدار الحكم على المتسابق الأول أم المتسابق الثاني؟

تنبيه:

قد يخطئ بعض الطلبة بالحكم أن أحد المتسابقين هو الأفضل لحصوله على درجة مرتفعة من إحدى لجان التحكيم لم يحصل عليها المتسابق الآخر.

الدرس 1

نتاجات الدرس:

- حساب الوسط الحسابي لبيانات مفردة وبيانات منظمة في جدول تكراري.
- تحديد القيمة المتطرفة لبيانات معطاة، وبيان أثرها في حساب الوسط الحسابي.

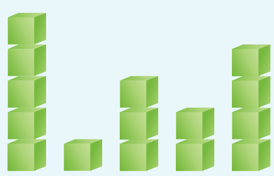
التعلم القبلي:

- تنظيم البيانات المفردة في جدول تكراري.
- تمثيل البيانات باستخدام مخطط النقاط المجمّعة والتمثيل بالأعمدة.
- استخلاص النتائج لبيانات ممثلة بمخطط النقاط المجمّعة وبالأعمدة.

1 التهيئة

سُئل خمسة طلبة عن عدد الساعات التي يقضونها في استخدام الإنترنت يوميًّا، فكانت إجاباتهم على التوالي (4، 2، 3، 5، 1). إذا وُزّع العدد الإجمالي بالتساوي على الطلبة الخمسة، فما عدد الساعات التي يقضيها كل طالب/ طالبة في استخدام الإنترنت يوميًّا؟

خطوات تنفيذ النشاط:



- أقسم الطلبة مجموعات، وأوزع عليهم قطعًا من المكعبات؛ لاستخدامها في التعبير عن عدد الساعات التي يقضيها كل طالب/ طالبة في استخدام الإنترنت.
- أُوجّه الطلبة إلى تحريك المكعبات بحيث يكون في كل مجموعة العدد نفسه منها.
- أتابع عمل المجموعات، وأتأكد من تنفيذ المهمة تنفيذًا صحيحًا.
- أسأل إحدى المجموعات عن النتيجة التي توصلت إليها.
- إذا كانت ردود الطلبة الخمسة عن الساعات التي يقضونها في استخدام الإنترنت يوميًّا موزّعة بالتساوي، فكم يقضي كل طالب/ طالبة وقتًا في ذلك؟
- أفترض أن لدينا طالبًا سادسًا يستخدم الإنترنت يوميًّا مدة 3 ساعات، إذا أعدت توزيع المكعبات مرة أخرى، فما عدد المكعبات في كل نموذج؟

الدرسُ 1 الوسطُ الحسابيُّ

فكرةُ الدرسِ

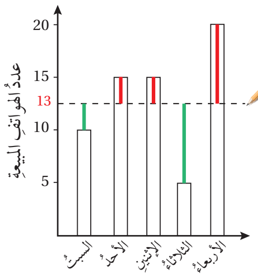
أصفُ أثرَ القيمةِ المُتطرّفةِ على الوسطِ الحسابيِّ لمجموعةِ بياناتٍ.

المصطلحاتُ

مقاييسُ النزعةِ المركزيةِ، الوسطُ الحسابيُّ، القيمةُ المتطرِّفةُ.

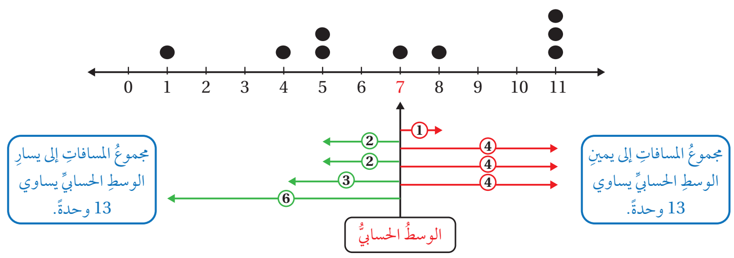
أستكشفُ

أتأملُ التمثيلَ بِالأعمدةِ المجاورَ، ثمَّ أجيبُ:



1) أَجِدُ مجموعَ أطوالِ الخطوطِ الحمراءِ، ثمَّ مجموعَ أطوالِ الخطوطِ الخضراءِ، ماذا ألاحظُ؟
2) ماذا يمثلُ ارتفاعُ الخطِّ المنقَّطِ بِالنسبةِ لِعددِ الهواتفِ المَبيعةِ؟
3) إذا بيعَ يومَ الخميسِ 50 هاتفًا، ما تأثيرُ ذلكَ في الخطِّ المنقَّطِ؟

تُسـمّى القيمةُ الّتي تصفُ مركزَ البياناتِ **مقياسَ نزعةٍ مركزيةٍ** (measure of central tendency)، وَأكثرُ مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ استخدامًا **الوسطُ الحسابيُّ** (mean) ، وَهُوَ القيمةُ الّتي مجموعُ المسافاتِ بينَها وَبينَ القِيَمِ الأكبرِ مِنْها يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَها وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ منها. في الشكلِ أدناهُ، العددُ 7 هوَ الوسطُ الحسابيُّ لِلبياناتِ.



يمكنُ إيجادُ الوسطِ الحسابيِّ أيضًا بِجمعِ القِيَمِ ثمَّ قسمةِ الناتجِ على عددِها، وَيرمزُ لَهُ بِالرمزِ ($\bar{x}$)، وَتُقرأُ x بار.

مثال 1

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِلبياناتِ 22 ,23 ,3 ,19 ,18 ثمَّ أرسمُ مخططًا سهميًّا لِأبيّنَ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَهُ وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ مِنهُ.

الخُطْوَةُ 1 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ.

$\bar{x} = \frac{18+19+3+23+22}{5} = \frac{85}{5} = 17$ أجمعُ القِيَمَ، وَأقسمُها عَلى عددِها، أُبسّطُ

إذنْ، الوسطُ الحسابيُّ يساوي 17

128

إرشـاد: يمكن تنفيذ النشـاط على اللوح عن طريق الرسم إذا تعذّر توفير المكعبات.

ملاحظاتي

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، وأسألهم:
  - » ما مجموع أطوال الخطوط الحمراء في الشكل؟ 11
  - » ما مجموع أطوال الخطوط الخضراء في الشكل؟ 11
  - » هل النقص الحاصل في وصول الأعمدة للخط المنقَّط يساوي الزيادة في أطوال الأعمدة الأخرى عن الخط المنقَّط؟ نعم
  - » إذا كانت الأعمدة في الشكل على هيئة مكعبات سنتيمترية، فهل يمكن إعادة توزيعها توزيعًا عادلًا لتتساوى المبيعات في الأيام جميعها؟ نعم
  - » إذا أُعيد توزيع المبيعات على مدار الأيام توزيعًا عادلًا (النصيب المتساوي)، فما عدد المبيعات؟ 13
- أتقبل إجابات الطلبة جميعها.
- أُؤكّد استخدام المصطلحين: التوزيع العادل، والنصيب المتساوي، في أثناء تقديم فقرة (أستكشف)؛ لربطه فيما بعد بالوسط الحسابي.

3 التدريس

مِثالٌ 1

- أُقدّم مفهوم الوسط الحسابي للطلبة، وأبين لهم أنه يمثل النقطة التي يتساوى عندها مجموع القيم التي تقل عن الوسط الحسابي مع مجموع القيم التي تزيد عن الوسط الحسابي.
- أستخدم المخطط السهمي لتوضيح مفهوم الوسط الحسابي.
- أبين للطلبة أن الوسط الحسابي يوصف في بعض الأحيان بنقطة التوازن، وأوضح لهم ذلك عن طريق بيانات المثال.

! تنبيه:

أنبه الطلبة إلى أنه عند احتساب قيمة الوسط الحسابي لمجموعة من البيانات من بينها القيمة (0) فيجب أن تُحسب هذه القيمة في إجماليّ عدد البيانات.

التقويم التكويني:

أَطلب إلى الطلبة حل تدريب (**أتحقّق من فهمي**) بعد كل مثال. أَختار بعض الإجابات التي تحتوي أخطاء مفاهيمية، وأناقشها مع الطلبة على اللوح من دون التعرض لاسم صاحب الحلّ أمام الطلبة؛ تجنبًا لإحراجه.

مثالٌ 2

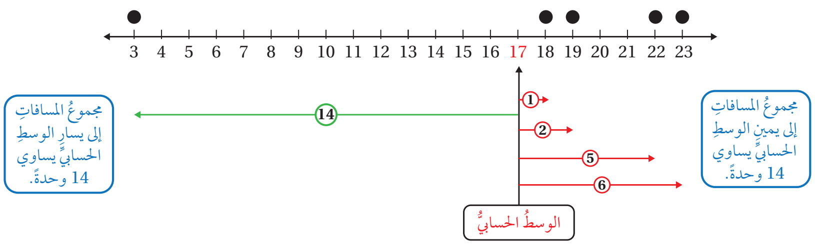
- أُقدّم مفهوم القيمة المتطرفة على أنها القيمة الأصغر بكثير أو الأكبر بكثير من باقي البيانات.
- أُوضّح للطلبة القيم المتطرفة في المسألتين (1) (2)، وأطلب إليهم حساب الوسط الحسابي مرتين، إحداهما بوجود القيمة المتطرفة والأخرى بعدم وجودها، ثم ملاحظة التأثير الحاصل في الوسط الحسابي.
- أبين للطلبة أنه إذا كانت القيمة المتطرفة أصغر بكثير من باقي القيم فإنها ستسحب الوسط الحسابي للأسفل، وإذا كانت أكبر بكثير من باقي القيم فإنها ستسحب الوسط الحسابي للأعلى.
- أبين لهم أن دخول القيم جميعها في حساب الوسط الحسابي هو سبب تأثره بالقيم المتطرفة.
- أبين لهم أيضًا أن التأثر بالقيم المتطرفة من عيوب الوسط الحسابي.

! تنبيه: قد يحتاج الطلبة عند حلّ الفرع الثاني من المثال إلى التذكير بتحويل العدد الكسري إلى كسر، وإلى التذكير بالعمليات الحسابية على الكسور.

توسعة: أُوجّه الطلبة إلى تقديم مثال لبيانات تضمّ قيمتين متطرفتين، إحداهما أصغر من بقية القيم، والأخرى أكبر من بقية القيم، ودراسة تأثيرها في حساب الوسط الحسابي.

الْخُطْـوَةُ 2 أرسمُ مخططًا سهميًّا.

عندَ تمثيلِ البياناتِ بِالنقاطِ ألاحظُ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ العددِ 17 وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي 14، وَمجموعَ المسافاتِ أيضًا بينَ العددِ 17 والقيمةِ الأصغرِ مِنهُ يساوي 14 مِثلَما في الشكلِ أدناهُ.



أتحققُ من فهمي:

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِلبياناتِ 48 ,50 ,41 ,39 ,40 ,52 ,45 ، ثمَّ أرسمُ مخططًا سهميًّا لِأبيّنَ أنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَهُ وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ مِنهُ. انظر الهامش

تُسمّى القيمةُ الأكبرُ بكثيرٍ أَوِ الأصغرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ البياناتِ **قيمةً متطرِّفةً** (outlier). ألاحظُ في المثالِ السابقِ أنَّ العددَ 3 أصغرُ كثيرًا مِنْ بقيةِ البياناتِ؛ إذنْ، فَهُوَ قيمةٌ متطرِّفةٌ. ألاحظُ أيضًا أنَّ العددَ 3 أدّى إلى إزاحةِ الوسطِ الحسابيِّ نحوَهُ (إلى اليسارِ) بعيدًا عَنْ معظمِ القِيَمِ. إذنْ، **فَوُجودُ القِيَمِ المتطرِّفةِ يؤثِّرُ في الوسطِ الحسابيِّ**، وَيجعلُهُ أقلَّ دقةً عندَ وصفِ مركزِ البياناتِ.

مثال 2

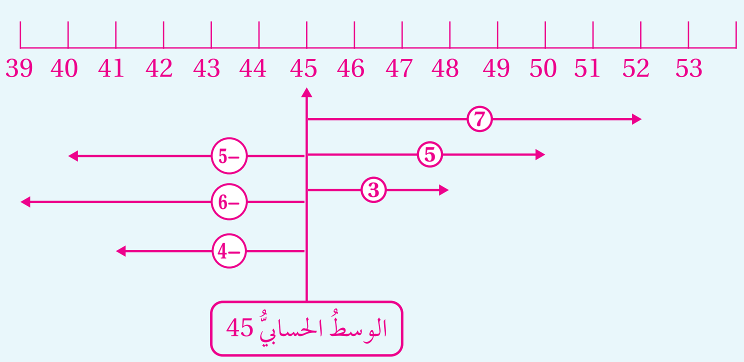
أحدّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ في كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يَأتي، وَأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ:

1) **93, 81, 94, 43, 89, 92, 94, 99**

القيمةُ 43 أصغرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حسابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمَتِهِ وَتسحبُها نحوَها (لِأسفلَ) بِحيثُ تصبحُ أقلَّ مِنْ معظمِ القِيَمِ.

إجابات (أتحقّق من فهمي 1):

45



2) $8\frac{1}{2}, 6\frac{5}{8}, 3\frac{1}{8}, 5\frac{3}{4}, 6\frac{5}{8}, 5\frac{5}{8}, 19\frac{1}{2}, 4\frac{7}{8}$

القيمةُ $19\frac{1}{2}$ أكبرُ بِكثيرٍ مِنْ بقيةِ القِيَمِ؛ لِذا، فَهِيَ متطرِّفةٌ، وَعندَ حسابِ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّ هذِهِ القيمةَ المتطرِّفةَ سوفَ تؤثِّرُ في قيمتِهِ وتسحبُها نحوَها (لِلأعلى) بِحيثُ تصبحُ أعلى مِنْ معظمِ القِيَمِ.

6 قيمة متطرفة تسحب الوسط الحسابي للاسفل 82 قيمة متطرفة تسحب الوسط الحسابي للاعلى

أتحققُ من فهمي:

3) 43, 37, 35, 30, 41, 23, 33, 31, 82, 21

4) 68, 55, 70, 6, 71, 58, 81, 82, 63, 79

إذا علمْتُ قيمةَ الوسطِ الحسابيِّ فَإنَّهُ يُمكنُ استعمالُها لِحسابِ قيمةٍ مجهولةٍ في البياناتِ.

مثال 3: منَ الحياةِ

نقودٌ: لدى باســمةَ 6 قطعٍ نقديةٍ دائريةٍ مِنْ بُلدانٍ مُتنوِّعةٍ. إذا كانَتْ أطوالُ أقطارُ 5 مِنْ هذِهِ القطعِ بِالسنتيمتراتِ 2.9 ,5.1 ,3.1 ,4.9 ,2.4 وَالوسطُ الحسابيُّ لأطوالِ أقطارِ القطعِ النقديةِ السّتةِ معًا يساوي 3.5 cm ، فَما طولُ قُطْرُ القطعةِ النقديةِ السادسةِ؟

الْخُطْوَةُ 1 أَجِدُ مجموعَ أطوالِ أقطارِ القطعِ النقديةِ الستةِ بِضربِ الوسطِ الحسابيِّ في عددِ القطعِ النقديةِ جميعِها.

$$3.5 \times 6 = 21 \text{ cm}$$

الْخُطْوَةُ 2 أطرحُ مجموعَ أطوالِ أقطارِ القطعِ النقديةِ الخمسةِ المعلومةِ مِنَ المجموعِ الّذي حصلْتُ عَلَيْهِ في الخُطوةِ السابقةِ.

2.4	4.9	3.1	5.1	2.9	?
21					
3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5

$$21 - (2.4 + 4.9 + 3.1 + 5.1 + 2.9) = 2.6$$

إذنْ، طولُ قطرِ القطعةِ النقديةِ السادسةِ يساوي 2.6 cm

أتحققُ من فهمي:

تتكونُ عائلةُ سعدٍ مِنْ 8 أشخاصٍ، وَالوسطُ الحسابيُّ لِأطوالِهِمْ جميعًا يساوي 150 cm ، إذا كانَتْ أطوالُ 7 أشخاصٍ مِنَ العائلةِ بِالسنتيمتراتِ هِيَ 170 ,186 ,114 ,96 ,178 ,143 ,135 ، فَما طولُ الشخصِ الثامنِ؟

178 cm

مثال 3: من الحياة

- أشجع الطلبة على الاطلاع على نماذج لاختبارات أولمبياد الرياضيات باستخدام محركات البحث على الانترنت.

توسعة: أطلب إلى الطلبة حساب الوسط الحسابي عن طريق تمثيل بياني.

- أبين للطلبة إمكان حساب قيم مجهولة عن طريق معرفتهم بقيم الوسط الحسابي.
- أسألهم: هل حاصل ضرب الوسط الحسابي بعدد القيم يساوي مجموع القيم؟
- بعد تلقي الإجابات من الطلبة:
  - » أعرض لهم مفهوم الوسط الحسابي على اللوح لاستنتاج العلاقة بين مجموع القيم وحاصل ضرب الوسط الحسابي بعددها.
  - » بعد توضيح العلاقة، أُقدّم المسألة، وأطلب إلى الطلبة حلها.

توسعة: أُوجّه الطلبة إلى حساب القيمة المفقودة بكتابة معادلة خطية وحلّها.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّـه الطلبـة إلـى فقـرة (**أتـدرب وأحل المسـائل**)، وأطلـب إليهـم حـل المسـائل الـواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّها؛ لعرض الحلّ على اللوح.

تنبيه: قد يحتاج بعض الطلبة عند حل المســألتين 5–4 إلى التذكير بجمع الأعداد الصحيحة والأعداد النســبية، وطرحها.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

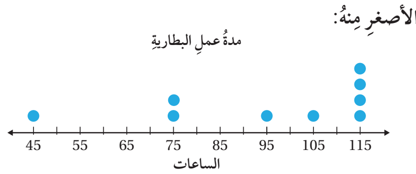
- أُوجّـه الطلبـة إلـى فقـرة (**مهـارات التفكيـر العليـا**)، وأطلـب إليهـم حـل المسـائل 13–9 .

الواجب المنزلي:

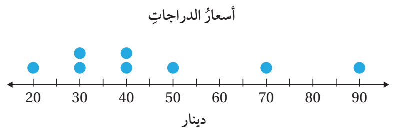
- أُطلـب إلى الطلبـة حل المسـائل الواردة فـي الدرس جميعهـا مـن كتـاب التماريـن واجبًـا منزليًّـا، لكـن أُحـدّد المسـائل التـي يمكنهـم حلّهـا فـي نهايـة كل حصـة بحسـب مـا يقـدّم مـن أمثلـة الـدرس وأفكاره.
- يمكـن أيضًـا إضافـة المسـائل التي لـم يحلّهـا الطلبة داخـل الغرفـة الصفية إلـى الواجـب المنزلي.

أتدرب وأحل المسائل

أَجِدُ الوسـطَ الحسـابيَّ لِكلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي، ثمَّ أرسـمُ مخططًا لِأُبيِّنَ أنَّ مجموعَ المسـافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بَيْنَهُ وَبينَ القِيَمِ الأصغرِ مِنهُ:

1 

95

2 

46.25

أُحـدِّدُ القيمةَ المتطرِّفةَ فـي كلِّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي، وَأَصِفُ أثرَها في الوسـطِ الحسابيِّ:

3 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100
(22) قيمة متطرفة وتسحب الوسط الحسابي للاسفل

4 −15, 13, −7, −9, −11, −13, −14, −14
(13) قيمة متطرفة وتسحب الوسط الحسابي للاعلى

5 1.2, 2.3, −0.9, 0.8, 7.9, 0, 2.6, 1.7, 3.2
(7.9) قيمة متطرفة وتسحب الوسط الحسابي للاعلى

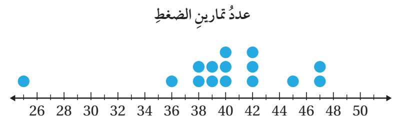
6 **أشـجارٌ:** يبينُ الجدولُ المجاورُ أطوالَ بعـضِ الأشـجارِ بالمترِ. أحددُ القيمةَ المتطرّفةَ في البياناتِ وأحددُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ.

أطوالُ الأشجارِ			
2.19	3.82	1.85	0.9
2.1	1.98	1.95	2.2

7 إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لِلقِيَمِ 149 ,145 ,△ ,142 ,161 يساوي 145، فَأَجِدُ قيمةَ △ . 128

8 إذا كانَ الوسـطُ الحسـابيُّ لِلقِيَـمِ 14 ,32 ,□ ,77 ,17− ,52− يسـاوي 11 ، فَأَجِدُ قيمةَ □ . 12

رياضةٌ: يمثّلُ الشكلُ المجاورُ عددَ تمارينِ الضغطِ التي يمكنُ لمجموعةٍ منَ الأشخاصِ القيامَ بها خلالَ دقيقةٍ واحدةٍ.



9) أجدُ الوسطَ الحسابيَّ للبياناتِ.

10) أحددُ القيمةَ المتطرّفةَ، وأصفُ أثرَها في الوسطِ الحسابيِّ.

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

11) **مســألةٌ مفتوحةٌ:** أنشئُ مجموعتَي بياناتٍ مختلفتينِ، تتكوّنُ كلٌّ منها من 6 قيمٍ وسطُها الحسابيُّ 21

12) **أكتشــفُ الخطأَ:** لَمْ يحضــرْ هيثمٌ حصةَ الرياضيــاتِ؛ لِأنَّــهُ ذهبَ لِيمثّــلَ المدرســةَ في المســابقةِ العلميةِ، لكنَّهُ نســخَ دفتــرَ زميلِهِ. شــاهدَ المعلمُ دفترَ هيثمٍ، فَأخبرَهُ أنَّــهُ أخطأَ في نَسْــخِ أحــدِ أعدادِ الجدولِ المجــاورِ، لكنَّ العددَينِ 25 وَ 1.88 صحيحــانِ. ما العددُ الّذي أخطأَ هيثمٌ في نسخِهِ؟ أبرّرُ إجابتي. انظر الهامش

دفتر هيثم

عددُ الأهدافِ الّتي أحرزَها فريقُ كرةِ القدمِ في 25 مباراةً

عددُ الأهدافِ	التّكرارُ
0	4
1	7
2	6
3	3
4	3
5	1
المجموع	25

الوسطُ الحسابيُّ لِعددِ الأهدافِ يساوي 1.88

إرشاد

أَجِدُ أوّلًا مجموعَ تكراراتِ عددِ الأهدافِ باستعمالِ القيمتَينِ اللّتينِ أعلمُ أنّهما صحيحتانِ.

13) **تحدٍّ:** إذا كانَ الوســطُ الحسابيُّ لِعددَينِ يساوي 3 ، وَالوســطُ الحسابيُّ لِثلاثةِ أعدادٍ أُخرى يساوي 7، أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِلأعدادِ الخمسةِ معًا. أبرّرُ إجابتي. انظر الهامش

14) **أكتبُ** ما تأثيرُ القيمةِ المتطرفةِ الأكبرِ مِنْ جميعِ البياناتِ على الوسطِ الحسابيِّ؟ إجابات متعددة

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أسأل الطلبة السؤال الآتي: إذا كان الوسط الحسابي للأجر الشهري لـ 10 عمّال في أحد المصانع هو 500 دينار، فأجيب عمّا يأتي:
  » ما الوسط الحسابي لأجور العمال عند منح كل عامل علاوة قدرها 25 دينارًا؟
  » كم يصبح الوسط الحسابي للأجور إذا منح عامل واحد فقط علاوة قدرها 100 دينار؟
  » إذا قرّر المصنع مضاعفة الأجور للعمال جميعًا، فكم يصبح الوسط الحسابي؟

نشاط التكنولوجيا

- أُشجّع الطلبة على الدخول إلى الرابط أدناه في المنزل والاستمتاع باللعبة؛ لتعزيز مهاراتهم في حساب الوسط الحسابي:

https://www.mathsisfun.com/data/mean-machine.html

تنبيه: اللعبة الموجودة على الرابط تشتمل على مصطلحات باللغة الإنجليزية؛ أُوضّـح للطلبة معنى كل مصطلح لتسهيل تعاملهم معها.

تعليمات المشروع

- أطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البيانات العددية التي جُمعت، وإيجاد الوسط الحسابي لها، واكتشاف القيم المتطرفة -إن وجدت-.

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم موضوع الدرس، وأطلب إلى بعض الطلبة من ذوي المستوى المتوسط والمتدني حل سؤال على ذلك.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

12) أجد مجموع الأهداف:

$$1.88 \times 25 = 47$$

أجد مجموع الأهداف من الجدول:

$$(0\times4)+(1\times7)+(2\times6)+(3\times3)+(4\times3)+(5\times1) = 45$$

إذن هنالك خطأ في رصد هدفين $47-45 = 2$ لذلك هنالك خطأ في التكرار الذي يقابل عدد الأهداف 2 والصحيح أن يكون التكرار 7 بدلًا من 6

13) مجموع العددين: $2 \times 3 = 6$

مجموع الأعداد الثلاثة: $3 \times 7 = 21$

الوسط الحسابي للأعداد الخمسة $\bar{x} = \frac{21+6}{5} = 25.2$

الدرس 2

نتاجات الدرس:

- حساب الوسيط والمِنوال والمدى لبيانات معطاة.
- تحديد المقياس الأنسب من مقاييس النزعة المركزية والمدى لوصف بيانات معطاة.

التعلم القبلي:

- تعريف أنـــواع البيانات (بيانات عدديـــة، بيانات غير عددية).
- اســتخلاص النتائج من بيانات ممثّلة بمخطط النقاط المجمعة وبالأعمدة.
- مقارنة الأعداد، وترتيبها ترتيبًا تصاعديًّا أو تنازليًّا.
- إجراء العمليات الحسابية على الكسور العشرية الاعتيادية.

1 التهيئة

- أستخدم **ورقة المصادر (1): عائلات**
- أعرض البطاقات بعد قصّها من ورقة المصادر على اللوح، وأطلب إلى طالبٍ/ طالبة ترتيب بطاقات كل عائلة بحسب العمر ترتيبًا تنازليًّا.
- بعد ترتيب البطاقات أُوجّه للطلبة الأسئلة الآتية:
  » ما الوسط الحســـابي لأعمار الأطفال لكل عائلة من العائـــلات الثلاث؟ (عائلة أحمد:7)، (عائلة سلطان: 10)، (عائلة عمر: 4)
  » من الطفل الأوسط في كل عائلة؟ (عائلة أحمد: خالد ذو السنوات الخمس)، (عائلة سلطان: هبة ذات الســـنوات الستّ)، (عائلة عمر: خلود ذات السنوات الأربع)
  » ما الاسم الأكثر تداولًا بين الأطفال في العائلات الثلاث؟ (محمد)
  » ما أكبر عُمُر وأصغر عُمُر في عائلة أحمد؟ (أكبر عمر 15، أصغر عمر 2)
  » في أي العائلات تبدو أعمار الأطفال أكثر تقاربًا؟ في عائلة عمر

- أتقبل إجابات الطلبة جميعًا، وأحرص على مناقشة الإجابات خارج مفهوم الوسيط والمنوال عند السؤال عن الطفل الأوسط والاسم الأكثر تداولًا.
- عند مناقشة إجابة السؤال المتعلق بالطفل الأوسط، أسأل الطلبة عن عدد الأطفال الذين هم أصغر منه عُمُرًا وعدد الأطفال الذين هم أكبر منه عُمُرًا.

الدرسُ 2 الوسيطُ، وَالمِنوالُ، وَالمدى

فكرةُ الدرسِ
أحسبُ الوسيطَ وَالمِنوالَ وَالمَدى، وَأحدِّدُ المقياسَ الأنسبَ لِوصفِ البياناتِ.

المصطلحاتُ
الوسيطُ، المِنوالُ، المَدى

أستكشفُ

تمثِّلُ الأعدادُ الآتيةُ كُتَلَ غزلانِ الريمِ في حديقةِ حيواناتٍ:

38, 22, 41, 29, 36, 40, 33

1) ما الكتلةُ الّتي تتوسطُ البياناتِ؟
2) ما عددُ الكتلِ الأكبرِ مِنْها؟

تعلمْتُ في الدرسِ السابقِ الوســطَ الحسابيَّ وَكيفيةَ اســتعمالِهِ لِوصفِ مركزِ البياناتِ، وَيمكنُ أيضًا وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ **الوسيطِ** (median)، وَهُوَ العددُ الأوسطُ في البياناتِ المرتَّبةِ تصاعديًّا أَوْ تنازليًّا عندَما يكونُ عددُها فرديًّا، أَوْ هُوَ الوسطُ الحسابيُّ لِلعددَينِ الأوسطَينِ عندَما يكونُ عددُ البياناتِ زوجيًّا.

عددُ البياناتِ فرديٌّ	عددُ البياناتِ زوجيٌّ
1, 3, 3, 6, 7, 8, 9	2, 2, 3, 5, 9, 11, 12, 15
الوسيطُ يساوي 6	الوسيطُ هُوَ $\frac{5+9}{2} = 7$

أفكر
هل يتأثرُ الوسيطُ بالقِيَمِ المتطرِّفةِ؟

يمكنُ أيضًا وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ **المِنوالِ** (mode)، وَهُوَ القيمةُ الأكثرُ تكرارًا في البياناتِ.

مثال 1: منَ الحياةِ

الرفقُ بالحيوانِ: يبيِّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ الحيواناتِ المريضةِ الّتي عالجَتْها جمعيةٌ لِرعايةِ الحيواناتِ في 8 أشهرٍ. أَجِدُ الوسيطَ وَالمِنوالَ لِهذِهِ البياناتِ.

عددُ الحيواناتِ المريضةِ			
29	44	50	38
47	38	56	94

لِحسابِ الوسيطِ أتّبعُ الخُطواتِ الآتيةَ:

الخُطوةُ 1 أرتِّبُ البياناتِ تصاعديًّا.

29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94

133

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، وأسألهم:
  » ما المحمية الطبيعية في الأردن التي تتواجد فيها الغزلان؟ محمية الشومري
  » ما الكتلة الوسطى بحسب البيانات؟ (36)
  » ما عدد القيم التي تقع تحت الكتلة الوسطى؟ (3)
  » ما عدد القيم التي تقع فوق الكتلة الوسطى؟ (3)
- أناقش إجابات الطلبة خارج سياق الرياضيات (أستخدم كلمة تتوسط البيانات بدلًا من الوسيط).

المفاهيم العابرة للمواد

أؤكّد المفاهيم العابرة للمواد أينما وردت في كتاب الطالب أو كتاب التمارين. في سؤال (**أستكشف**) أُعزّز وعي الطلبــة بأهمية المحميات الطبيعية في الحفاظ على الأنــواع المختلفة من الحيوانات من الانقراض؛ للحفاظ على التوازن البيئي.

3 التدريس

مثالٌ 1

- أُقدّم مفهوم الوسيط على أنه قيمة واحدة مثلما الوسط الحسابي، وأنه يستخدم لوصف مركز بيانات عددية.
- أُوضّح للطلبة كيفية تحديد الوسيط لعدد فردي ولعدد زوجي من البيانات.
- أُقدّم مفهوم المنوال على أنه يمثل قيمة واحدة أو أكثر، تستخدم للتعبير عن القيمة أو القيم الأكثر تكرارًا أو شيوعًا بين مجموعة من البيانات التي قد تكون عددية أو غير عددية.
- أُوجّه الطلبة إلى المقارنة بين الوسيط والوسط الحسابي والمنوال من حيث التأثر بالقيم المتطرفة حين حساب الوسيط والمنوال في المثال، وأشير إلى العدد 94 وأسألهم على وجه التحديد: هل دخلت القيمة (94) في حساب الوسيط؟ هل تدخل القيمة 94 في حساب الوسط الحسابي؟ هل تدخل هذه القيمة في حساب المنوال؟

توسعة: أُقدّم مجموعة مختلفة من البيانات مثل: العمر، ولون العيون، والوزن، والجنس، والطول، والأسماء. وأطلب إليهم تحديد ما يمكن حسابه لها من بين مقاييس النزعة المركزية: الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال.

التقويم التكويني:

- أَطلب إلـى الطلبة حـل تدريـب (**أتحقّق من فهمـي**) بعد كل مثـال. أَختار بعـض الإجابات التي تحتـوي أخطـاء مفاهيميـة، وأناقشـها علـى اللوح مـن دون التعرض لاسـم صاحب الحـل أمام الطلبة؛ تجنبًـا لإحراجه.

ملاحظاتي

تنبيه: عند إيجاد الوسيط قد ينسى الطلبة إعادة ترتيب القيم تصاعديًّا أو تنازليًّا؛ لذا أَطلب إليهم بيان سبب أهمية الترتيب في حساب الوسيط.

تنبيه: قد لا يدرك بعض الطلبة إمكانية أن يكون هنالك أكثر من منوال للبيانات؛ لذا أحاول أن أقدم مثالًا لبيانات لها أكثر من منوال.

مثال 2: من الحياة

- أبين للطلبة أن مقاييس النزعة المركزية تصف تجمّع أو تمركز البيانات حول قيمة معينة، في حين أن المدى يصف تشتت القيم وتباعدها عن بعضها بعضًا.
- أبين لهم مدلول قيمة المدى كمؤشر لوصف تجانس البيانات أو تشتتها، وأن القيمة كلما زادت دلّ ذلك على تشتت البيانات، وكلما قلت دلّ ذلك على تجانس البيانات وتقاربها.
- أناقش حل المثال (2) على اللوح مع الطلبة للحكم على أي الأيام كانت فيه كتل المواليد أكثر تجانسًا.

تنبيه: قد يحتاج بعض الطلبة عند حل المثال إلى التذكير بجمع الأعداد العشرية وطرحها، ومقارنتها.

توسعة: أُوجّه الطلبة إلى حساب مقاييس النزعة المركزية والمدى عن طريق التمثيل البياني.

الْخُطْوَةُ 2 أُحدّدُ موقعَ الوسيطِ.

بِما أنَّ عددَ البياناتِ زوجيٌّ فَإنَّ الوسيطَ يقعُ بينَ العددَينِ الأوسطَينِ. أُحدّدُ العددَينِ الأوسطَينِ، ثمّ أحسبُ الوسطَ الحسابيَّ لَهُما.

$$29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94$$

$$\frac{44+47}{2} = 45.5$$

إذنْ، الوسيطُ يساوي 45.5

لِإيجادِ المِنوالِ، أُحدّدُ القيمةَ الأكثرَ تكرارًا وَهِيَ 38. إذنْ، المِنوالُ يساوي 38

أتحققُ من فهمي:

تمثّلُ البياناتُ الآتيةُ عددَ السُّعراتِ الحراريةِ في عددٍ مِنْ حبّاتِ الفاكهةِ. أَجِدُ الوسيطَ وَالمِنوالَ لهذهِ البياناتِ.

40, 32, 50, 42, 40, 52, 48, 28   الوسيط (41) ، المنوال (40)

معلومٌ أنَّ الوسطَ الحسابيَّ وَالوسيطَ وَالمِنوالَ مقاييسُ نزعةٍ مركزيةٍ تصفُ مركزَ البياناتِ بِطرائقَ مختلفةٍ، إلّا أَنَّها لا تقدّمُ أيَّ معلومةٍ حولَ تشتّتِ البياناتِ وَتباعُدِها. ولقياسِ مقدارِ تشتُّتِ البياناتِ وَتباعُدِها نستعملُ **المَدى** (range) وَهُوَ يساوي الفرقَ بينَ أكبرِ قِيَمِ البياناتِ وَأصغرِها. وَتدلُّ القيمةُ الكبيرةُ لِلمَدى على أنَّ البياناتِ متباعدةٌ، أمّا القيمةُ الصغيرةُ لَهُ فَتدلُّ على أنَّ البياناتِ قريبةٌ مِنْ بعضِها بعضًا.

مثال 2: منَ الحياةِ

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ كُتلَ الأطفالِ الّذينَ وُلدوا في أحدِ المستشفياتِ يومَي الثلاثاءِ وَالأربعاءِ بِالكيلوغرامِ. أَجِدُ مدى كُتلِ المواليدِ في كلِّ يومٍ ، ثمَّ أحدّدُ اليومَ الّذي كانَتْ فيهِ كُتلُ المواليدِ أكثرَ تجانسًا.

الثلاثاءُ	الأربعاءُ
4.6 3.8 2.9	4.8 3.8 2.7
3.9 3.5 3.3	4.2 1.9 3.1
2.9 4.1	3.1 3.9

الثلاثاءُ: أكبرُ قِيَمِ البياناتِ هِيَ 4.6 ، وَأصغرُ القِيَمِ هِيَ 2.9، إذنْ، المدى هُوَ: $4.6 - 2.9 = 1.7$

الأربعاءُ: أكبرُ قِيَمِ البياناتِ هِيَ 4.8 ، وَأصغرُ القِيَمِ هِيَ 1.9، إذنْ، المدى هُوَ: $4.8 - 1.9 = 2.9$

إذنْ، كُتلُ الأطفالِ الّذين وُلدوا يومَ الثلاثاءِ أكثرُ تجانسًا؛ لأنَّ قيمةَ المدى لِكُتلِهِمْ أقلُّ.

أتحققُ من فهمي: المـدى للمحل الاول (117) ، المدى للمحـل الثاني (55)، اذن المحل الثاني الاسعار فيه اكثر تجانسا.

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ أسعارَ عُبوّاتِ عطورٍ بِالدينارِ في محلَّينِ مختلفَينِ. أَجِدُ مدى أسعارِ عُبوّاتِ العطورِ في كلِّ محلٍّ ، ثـمَّ أحددُ المحلَّ الّذي فيهِ أسعارُ عبوّاتِ العطورِ أكثرُ تجانسًا.

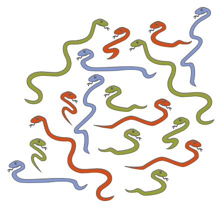
المحلُّ الأولُ	المحلُّ الثاني
88 44 55	78 45 50
23 40 140	95 65 61
50 35	40 75

الوحدةُ 8

في بعضِ الأحيانِ يكونُ اســتخدامُ أحدِ المقاييسِ مناســبًا أكثرَ مِنِ استخدامِ المقاييسِ الأُخرى، وَذلكَ بِحسبِ نوعِ البياناتِ (عدديةً أَوْ نوعيّةً) أَوْ بِحسبِ تباعُدِها وَاحتوائِها عَلى قِيَمٍ متطرِّفةٍ.

مثال 3

أحدِّدُ ما إذا كانَ يجبُ اســتعمالُ الوسطِ الحسابيِّ أَوِ الوسيطِ أَوِ المِنوالِ أوِ المدى في كلٍّ مِنَ المواقفِ الآتيةِ:

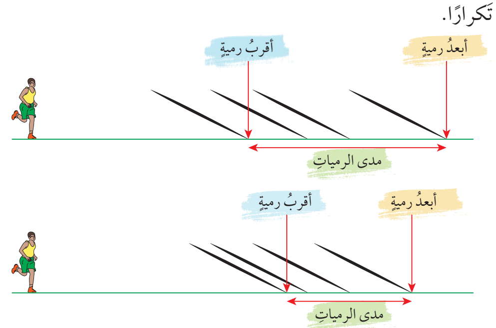


1) **تحديدُ لونِ الأفاعي السامةِ الأكثرِ شيوعًا:**

ألوانُ الأفاعي بياناتٌ نوعيّةٌ، لِذلكَ لا يمكنُ وصفُها بِاســتعمالِ الوسطِ الحسابيِّ أَوِ الوسيطِ أَوِ المَدى. إذنْ، المقياسُ الوحيدُ الّذي يمكنُ استعمالُهُ لِوصفِ هذِهِ البياناتِ هُوَ المِنوالُ.

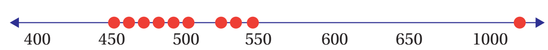
مِنوالُ هذِهِ البياناتِ هُوَ اللونُ الأخضرُ؛ لِأَنَّهُ الأكثرُ تَكرارًا.

2) **تحديدُ الرياضيِّ الّذي رَمياتُهُ أكثرُ تجانسًا في لعبةِ رمي الرُّمحِ:**



الرّميــاتُ القريبةُ مِــنْ بعضِها بعضًا هِــيَ الأكثرُ تجانسًــا. أســتعملُ المَدى لِأحدّدَ مقــدارَ تباعُدِ الرّمياتِ.

3) **وصفُ مركزِ القِيَمِ في الشكلِ الآتي وَالّتي تمثّلُ رواتبَ عشرةِ موظّفينَ، أحدُهُمْ مُديرٌ:**



تحتوي البياناتُ قيمةً متطرِّفةً إلى أقصى اليمينِ، وَيبدو أنَّها راتبُ المديرِ. إذنْ، استعمالُ الوسيطِ أنسبُ في هذِهِ الحالةِ مِن استعمالِ الوسطِ الحسابيِّ؛ لِأَنَّهُ لا يتأثرُ بِالقِيَمِ المتطرِّفةِ.

أتعلم

يمكنُ استعمالُ كلمةِ **المتوسط** للدلالةِ على مقاييسِ النزعةِ المركزيةِ (الوسطِ الحسابيِّ، وَالوسيطِ، والمنوالِ).

أتحققُ من فهمي:

4) تريدُ مريمُ أنْ تعرفَ متوسطَ لونِ العيونِ في صفِّها. المنوال

5) يريدُ ريّانُ إيجادَ مركزِ القيمِ الآتيةِ الّتي تمثلُ درجاتِ زُملائِهِ في امتحانِ مادّةِ العلومِ:

15 18 15 12 15 17 14 15 15 الوسط الحسابي

مِثالٌ 3

- أُوضّح للطلبة خصائص كل مقياس من مقاييس النزعة المركزية والمدى، والحالات التي يفضل فيها استخدام مقياس على آخر بالاعتماد على معيار نوع البيانات (عددية، غير عددية)، وتباعد البيانات أو تقاربها.
- أناقش مع الطلبة حل مثال (3) على اللوح؛ لتوضيح سبب اختيار الإحصائي المقياس الأنسب مع المواقف الواردة في كل بند من بنود المثال.

توسعة: أُوجّه الطلبة إلى إكمال الخريطة المفاهيمية التي توضح اســتخدامات المؤشــرات الإحصائية التي تعلموها والواردة في ورقة المصادر رقم (2).

تحذير:

- قد لا يميز الطلبة بين استخدام الوسط الحسابي أو الوسيط مع الموقف في البند 3؛ لذا أُطلب إليهم الانتباه للقيم المتطرفة في البيانات قبل إصدار الحكم.
- أُوجّه الطلبة إلى أن ترتيب البيانات مهم لحساب الوسيط، ولكنه غير مهم لحساب الوسط الحسابي والمنوال والمدى.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحل المسائل**)، وأطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.

تنبيه: قد يحتاج بعض الطلبة عند حل المسائل 4–1 إلى التذكير بالعمليات الحسابية على الأعداد العشرية ومقارنتها.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل 17–13

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدَّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلّها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

أتدرب وأحل المسائل

طقسٌ: قاسَتْ شروقُ كمّيةَ هَطلِ الأمطارِ في حديقةِ منزلِها خلالَ **14** يومًا مِنْ شهرِ كانونَ الأولِ، وَسجّلَتِ القِيَمَ كما يأتي:

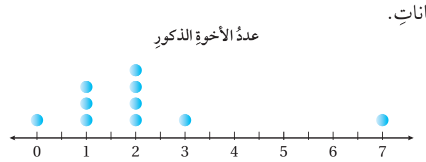
0.0 cm	0.7 cm	0.0 cm	3.9 cm	1.5 cm
0.0 cm	4.7 cm	3.4 cm	2.4 cm	5.9 cm
	3.1 cm	1.7 cm	4.5 cm	2.1 cm

أَجِدُ:

1 الوسيطَ 2.25
2 الوسطَ الحسابيَّ 2.42
3 المنوالَ 0
4 المَدى 5.9

أفكر
أيُّها يتأثرُ بالقِيَمِ المتطرِّفةِ: الوسطُ الحسابيُّ، أمِ الوسيطُ؟

5 **أسرةٌ**: سألَتْ أسماءُ بعضَ طالباتِ صفِّها عَنْ عددِ إخوانِهِنَّ، ثمَّ مثّلَتِ الإجاباتِ كَما في الشكلِ أدناهُ. أَجِدُ الوسيطَ وَالوسطَ الحسابيَّ، ثمَّ أحدِّدُ أيُّهما أفضلُ لوصفِ مركزِ هذِهِ البياناتِ.



5) الوسط الحسابي 2.1، الوسيط 2، المنوال 2
أفضل وصف لمركز البيانات هو الوسيط لأنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة.

عبدُاللهِ وَكِنانُ سبّاحانِ يتنافسانِ دائمًا في البطولاتِ، وَيبيّنُ الجدولُ الآتي ملخَّصًا لِلنتائجِ الّتي أحرزاها في آخِرِ **10** بطولاتٍ. بناءً عَلَيْهِ، أكملُ الجملَ الآتيةَ:

	الوسيطُ (بالثواني)	المَدى (بالثواني)
عبدُاللهِ	72.3	3.9
كِنانُ	71.6	7.2

6 أسرعُ بالمتوسطِ مِنْ .... كنان .... عبدالله

7 النتائجُ الّتي يحرزُها .... عبدالله .... منسجمةٌ أكثرَ مِنَ النتائجِ الّتي يحرزُها .... كنان ....

الوحدةُ 8

أحدّدُ ما إذا كانَ يجبُ استعمالُ الوسطِ الحسابيِّ أمِ الوسيطِ أمِ المِنوالِ أمِ المدى في كلٍّ مِنَ المواقفِ الآتيةِ:

8 تريدُ منارُ أنْ تجدَ مركزَ القِيَمِ الآتيةِ وَالّتي تمثّلُ أعمارَ 7 مِنْ أفرادِ عائلتِها:

5 88 32 18 25 34 12 الوسيط

9 يريدُ معلمُ الرياضياتِ تحديدَ الدرجةِ الّتي نصفُ درجاتِ الطلبةِ أقلُّ مِنْها.
الوسيط

أَجِدُ القِيَمَ الممكنةَ جَميعَها لِلعددِ المجهولِ على البطاقةِ السابعةِ في كلٍّ مِنَ الحالاتِ الآتيةِ:

16	18	12	13
?	10	17	

10 إذا كانَ وسيطُ الأعدادِ السبعةِ يساوي 14 العدد المجهول على البطاقة 14

11 إذا كانَ وسيطُ الأعدادِ السبعةِ يساوي 16 العدد المجهول على البطاقة هو أي عدد أكبر من 16

12 إذا كانَ وسيطُ الأعدادِ السبعةِ يساوي 13 وَالمَدى يساوي 9
العدد المجهول على البطاقة هو 9

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

13 **تبريرٌ:** إذا كانَ الوسيطُ لِلقيمِ المرتَّبةِ تصاعديًّا 12 ,8 ,□ ,∆ ,3 ,2 يساوي 6، فَأَجِدُ القِيَمَ الممكنةَ جميعَها لِكلٍّ مِنْ ∆ وَ □ .
الاعداد المحصورة بين 3 و 8 ومجموعها يساوي 12 مثل 7 ,5 أو 6 ,6

إرشاد
ألاحظُ أنَّ عددَ البياناتِ زوجيٌّ؛ لِذا، فَإِنَّ الوسيطَ يساوي الوسطَ الحسابيَّ لِلعددَيْنِ الأوسطَيْنِ.

14 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أكتبُ مجموعةَ أعدادٍ وسطُها الحسابيُّ 28، وَوسيطُها 29، وَمَداها 18 . إجابة ممكنة: 20, 23, 29, 30, 38

15 **مسألةٌ مفتوحةٌ:** أصفُ موقفًا حياتيًّا لا يكونُ فيهِ استعمالُ الوسطِ الحسابيِّ مناسبًا لِوصفِ مركزِ البياناتِ، ثمَّ أحدّدُ المقياسَ الأنسبَ لِوصفِ هذِهِ البياناتِ. إجابات متعددة

16 **مسألةٌ مفتوحةٌ :** أكتبُ مثالًا لبياناتٍ يكونُ فيها الوسطُ الحسابيُّ يساوي الوسيطَ وَيساوي قيمةَ المنوالِ. إجابات متعددة

17 **أكتبُ** كيفَ أحددُ المقياسَ الأنسبَ لوصفِ البياناتِ؟ إجابات متعددة

137

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

لديّ خمس بطاقات مكتوب في كل منها رقم ضمن منزلة الآحاد، جد القيم المحتملة للأرقام المدونة على البطاقات إذا علمت أن قيمة الوسط الحسابي= الوسيط = المنوال = المدى (ملاحظة: يسمح بالتكرار).

- أسأل الطلبة إن كان هنالك حلّ وحيد فقط أو أكثر من حلّ.
- أقدّم بعض الحلول (2.5,5,5,5,7.5) (3, 4, 5,5,8)

نشاط التكنولوجيا:

- أُشجّع الطلبة على استخدام برمجية CODAP (Common Online Data Analysis Platform)، فهي مجانية وسهلة الاستخدام، ويمكن استخدامها على الإنترنت من دون الحاجة إلى تثبت من الرابط:

ttps://codap.concord.org/app/static/dg/en/cert/index.html

فعن طريقها يتمكن الطلبة من حساب المؤشرات الإحصائية التي تعلموها، وذلك باتباع الخطوات الموضحة بورقة المصادر (3): **خطوات استخدام برمجية CODAP**

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البيانات العددية التي جُمعت للمشروع وحلّ البند رقم (6).

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أكتب**)؛ للتأكد من فهمهم تحديد المقياس الأنسب لوصف البيانات. يمكن عمل خريطة ذهنية، وعرضها على اللوح أمام الطلبة .

الدرس 3

نتاجات الدرس:

- تمثيل البيانات بمخطط الساق والورقة.
- اختبار صحة فرضية بالاعتماد على بيانات معطاة.

التعلم القبلي:

- تعرّف طرائق تمثيل البيانات (الأعمدة، النقاط المجمعة، القطاعات الدائرية).
- استخلاص النتائج من الرسومات البيانية (الأعمدة، النقاط المجمعة، القطاعات الدائرية).

1 التهيئة

- أعطي كل طالب/ طالبة بطاقتين، إحداهما على شكل ورقة شجرة والأخرى على شكل ساقها.
- أطلب إلى كل طالب/ طالبة رصد علامته/ علاماتها في الرياضيات بالفصل الأول بحيث توضع منزلة الآحاد على الورقة، والعشرات على الساق.
- أطلب إلى الطلبة جمع البطاقات التي عبّؤوها لعمل شجرة واحدة تمثل جميع علامات الفصل في الرياضيات، وأبين لهم الضابطين الآتيين قبل الشروع في العمل:
- يسمح بتكرار الأوراق التي تحمل الرقم نفسه، ولا يسمح بتكرار السيقان التي تحمل الرقم نفسه.
- تثبت السيقان فوق بعضها بعضًا بترتيب تنازلي، وتلصق الأوراق جميعها باتجاه واحد بمحاذاة رقم الساق الخاص بها.
- أطلب إلى كل طالب/ طالبة الخروج إلى اللوح وتثبيت الساق والورقة التي يمتلكها في المكان الصحيح على الشجرة.
- يمكنني الاحتفاظ بالشجرة المشكّلة إلى نهاية الدرس للرجوع إليها لأثبّت معلومات الطلبة.

الدرسُ 3 التمثيلُ بالساقِ وَالورقةِ

فكرةُ الدرسِ

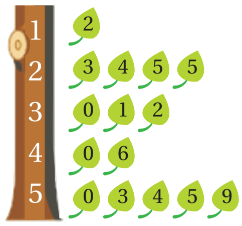
أمثّلُ البياناتِ بمخططِ الساقِ وَالورقةِ وأختبرُ صحةَ فرضيةٍ بالاعتمادِ على بياناتٍ مُعطاةٍ.

المصطلحاتُ

مخططُ الساقِ والورقةِ، الفرضية.

أستكشفُ

رسمَتْ رشا الصورةَ المجاورةَ وَقالَتْ لزميلاتِها: إنَّ فيها 15 عددًا مِنْ منزلتَيْنِ. ما هذِهِ الأعدادُ؟



مخططُ الساقِ وَالورقةِ (stem–and–leaf diagram) هُوَ طريقةٌ لِتنظيمِ البياناتِ تقسَّمُ فيها كلُّ قيمةٍ في البياناتِ إلى جزأَينِ هُما: الساقُ وَهُوَ الرقْمُ (أَوِ الأرقامُ) الَّذي في المنزلةِ الكبرى، وَالورقةُ وَهِيَ الأرقامُ الأُخرى.

15, 16, 21, 23, 23, 26, 26, 30, 32, 41

الساقُ	الورقةُ
1	5 6
2	1 3 3 6 6
3	0 2
4	1

طريقةُ تمثيلِ العددِ 32

مثال 1: منَ الحياةِ

تمثّلُ الأعدادُ الآتيةُ كُتَلَ عددٍ مِنْ طلبةِ الصفِّ التاسعِ. أمثّلُ الكُتَلَ باستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ:

46	52	71	67	55	72	63	60	48	54
49	61	56	58	52	64	48	45	65	57

الخُطوةُ 1 أَجِدُ أكبرَ وَأصغرَ عددٍ في البياناتِ، ثمَّ أحدّدُ الرقْمَ الّذي في المنزلةِ الكبرى لِكلٍّ مِنْهُما:

أكبرُ عددٍ 72، وَالرقْمُ الّذي في منزلتِهِ الكبرى 7، وَأصغرُ عددٍ 45، وَالرقْمُ الّذي في منزلتِهِ الكبرى 4

الخُطوةُ 2 أرسمُ خطًّا رأسيًّا وَآخَرَ أفقيًّا، وَأكتبُ كلمتَيِ (الساقُ) وَ(الورقةُ) كَما في الشكلِ المجاورِ، ثمَّ أكتبُ السيقانَ مِنْ 4 إلى 7

الساقُ	الورقةُ
4	
5	
6	
7	

138

الخُطوةُ 3 أكتبُ الأوراقَ المناظِرةَ لِكلِّ ساقٍ على الجانبِ الأيمنِ مِنَ الخطِّ، فَمثلًا لِلعددِ 46 أكتبُ الرقمَ 6 إلى يمينِ الرقمِ 4. أكرِّرُ الورقةَ بِعددِ مرّاتِ ظُهورِها في البياناتِ.

الساقُ	الورقةُ
4	6 8 9 8 5
5	2 5 4 6 8 2 7
6	7 3 0 1 4 5
7	1 2

الخُطوةُ 4 أرتِّبُ الأوراقَ تصاعديًّا، ثمّ أضعُ مفتاحًا يوضّحُ كيفَ تُقرَأُ البياناتُ.

الساقُ	الورقةُ
4	5 6 8 8 9
5	2 2 4 5 6 7 8
6	0 1 3 4 5 7
7	1 2

المفتاحُ: 4|5 = 45

أتحقّقُ من فهمي: انظر الهامش

تمثّلُ الأعدادُ الآتيةُ أطوالَ 16 طفلًا زاروا طبيبَ الأطفالِ في أحدِ الأيامِ، أمثّلُ البياناتِ باستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ:

58 cm 67 cm 91 cm 50 cm 72 cm 49 cm 61 cm 86 cm

72 cm 83 cm 97 cm 45 cm 70 cm 99 cm 57 cm 63 cm

عندَ تمثيلِ البياناتِ بِمخططِ الساقِ وَالورقةِ فَإنَّهُ يمكنُ تفسيرُها وَوصفُ توزيعِها، وَيمكنُ أيضًا إيجادُ الوسيطِ وَالمِنوالِ لَها بِسهولةٍ؛ لِأنَّها مرتبةٌ تصاعديًّا.

مثال 2

يمثّلُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ أعمارَ رُكّابِ حافلةٍ سياحيةٍ:

الساقُ	الورقةُ
0	1 5
1	0 3 7
2	5 7
3	0 1 2 2 3 3 5 7 9 9
4	5 7
6	3 8 9

المفتاحُ: 0|1 = 1

1 ما عددُ الرُّكّابِ الّذينَ تقلُّ أعمارُهُمْ عَنْ 30 سنةً؟

تمثّلُ قِيَمُ الساقِ 0 وَ 1 وَ 2 الأعمارَ الأقلَّ مِنْ 30، وَعددُ الأوراقِ الّتي تقابلُها يساوي 7، إذنْ، عددُ الرّكابِ الّذينَ يقلُّ عُمُرُهُمْ عَنْ 30 سنةً يساوي 7

الساقُ	الورقةُ
0	1 5
1	0 3 7
2	5 7
3	0 1 2 2 3 3 5 7 9 9
4	5 7
6	3 8 9

139

إجابات (أتحقّق من فهمي 1):

الساقُ	الورقةُ
4	9 5
5	8 0 7
6	7 1 3
7	2 2 0
8	6 3
9	1 7 9

المفتاحُ: 4|9 = 49

2 الاستكشاف

- أُوجّـه الطلبـة إلـى قـراءة المسـألة الـواردة فـي فقـرة (أستكشـف)، وأسـألهم:
  - » ما أجزاء النبتة؟ (ساق، وجذر، وورقة، وزهرة)
  - » ما عدد الأوراق على الشجرة في الشكل؟ (15)
  - » ما عدد البيانات التي يمثلها الشـكل المرسوم؟ (15)
  - » أطلب إلـى الطلبة ذكر أعداد مـن البيانات التي يمثلها الشكل. (12,23, 24, 25.....)

3 التدريس

مثال 1: من الحياة

- أُقدّم مفهوم مخطط الساق والورقة وأُبيّن أن القيم فيه تقسم جزأين، هما: الساق: وهو الرقم أو الأرقام في المنزلة الكبرى، والورقة: وتمثل الأرقام الأخرى.
- أُوضّح للطلبة عن طريق نماذج كيف يمكن أن يكون الساق أكثر من رقم، وكيف يمكن أن تكون الورقة جزءًا عشريًّا.
- أبيّن لهم أهمية ذكر المفتاح بجوار الرسم.
- أبيّن لهم بعد استكمال حلّ المثال أن مخطط الساق والورقة أظهر مجموعة البيانات بطريقة بصرية ومرتبة تصاعديًّا أو تنازليًّا مما يجعل توزيع البيانات أكثر وضوحًا.

مثالٌ 2

- أُوضّـح للطلبـة أن تمثيـل البيانـات بالسـاق والورقـة يسـهّل تفسـيرها وحسـاب مقاييـس النزعـة المركزية والمـدى لها.
- أُوجّـه الطلبـة قبـل البـدء بحـل المثال للاطـلاع على المفتـاح المرافـق للسـاق والورقـة.
- بعـد الانتهـاء مـن حـل المثـال، أسأل الطلبـة: كيف أسـهم تمثيـل البيانات بالسـاق والورقة فـي الوصول إلـى النتائـج بسـهولة مقارنـة بحسـابها مـن البيانـات مـن دون تمثيل؟

مثال 3: من الحياة

- أُقدّم مفهوم الفرضية والخطوات المتبَعة عند دراسة ظاهرة ما.
- أبين للطلبة أن أي فرضية قد تكون صحيحة وقد تكون غير صحيحة، وأن ذلك يعتمد على الحسابات التي نجريها على البيانات التي نجمعها.
- أبين لهم أن الفهم الصحيح للفرضية يقود إلى إجراء الحساب الصحيح الذي يمكّننا من اختبار صحة الفرضية.
- أطلب إلى أحد الطلبة حل المثال على اللوح واختبار الفرضية.

توسعة: أطلب إلى الطلبة كتابة فرضية صحيحة وأخرى غير صحيحة للبيانات الواردة في المثال باستخدام الوسيط للتحقق من الأولى والوسط الحسابي للتحقق من الأخرى.

---

2 أَجِدُ المدى.

أكبرُ قِيَمِ البياناتِ 69، وَأصغرُ القِيَمِ 1

المدى $69 - 1 = 68$

الساقُ	الورقةُ
0	1 5
1	0 3 7
2	5 7
3	0 1 2 2 3 3 5 7 9 9
4	5 7
6	3 8 9

أتحققُ من فهمي:

يمثّلُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ عددَ النقاطِ الّتي أحرزَها فريقُ كرةِ السلةِ المدرسيُّ في عددٍ مِنَ المبارياتِ:

الساقُ	الورقةُ
0	2
1	2 2 3 5 8
2	0 0 1 1 3 4 6 6 6 8 9
3	0 0 1

المفتاحُ: **1|2 = 12**

3 ما عددُ المبارياتِ الّتي أحرزَ فيها الفريقُ أكثرَ مِنْ 20 نقطةً؟ 12

4 أَجِدُ المَدى. 29

5 أَجِدُ الوسيطَ. 22

6 أصفُ توزيعَ عددِ النقاطِ الّتي أحرزَها الفريقُ. غير متجانس

الفَرَضيـــةُ (hypothesis) هِيَ توقّعٌ حولَ ظاهرةٍ معينةٍ نريدُ أنْ نختبرَ صحّتَهُ بِجمعِ بياناتٍ مناســبةٍ، وَتمثيلِها، وَتحليلِها، ثمَّ كتابةِ استنتاجاتٍ بِالاعتمادِ على البياناتِ.

مفهومٌ أساسيٌّ — اختبارُ الفرَضياتِ

عندَ دراسةِ ظاهرةٍ ما فَإنَّنا عادةً نتبعُ الخطواتِ الأربعةَ الآتيةَ:

الخطوةُ (1): نضعُ فَرَضيةً حولَ الظاهرةِ.

الخطوةُ (2): نجمعُ بياناتٍ مناسبةً.

الخطوةُ (3): نمثّلُ البياناتِ تمثيلًا واضحًا، وَنُجري الحساباتِ (مثلًا: نحسبُ الوسطَ الحسابيَّ أوِ المَدى).

الخطوةُ (4): نكتبُ استنتاجاتٍ مِنْ خلالِها نقبلُ الفرضيةَ أَوْ نرفضُها.

مثال 3: منَ الحياةِ

كرةُ قدمٍ: يريدُ مدرّبُ فريقِ كرةِ قدمٍ أَنْ يستقصيَ اللّياقةَ البدنيةَ لِلاعبي فريقِهِ، فَوضعَ الفرَضيةَ الآتيةَ:

يمكنُ لِأقلَّ مِنْ نصفِ اللاعبينَ أَنْ يقطعوا المسافةَ حولَ الملعبِ ركضًا في أقلَّ مِنْ 60 ثانيةً.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّـه الطلبـة إلـى فقـرة (**أتـدرب وأحل المسـائل**)، وأطلـب إليهـم حـل المسـائل الـواردة فيها.
- أُشجّع الطلبة على أن يتعادوا عدّ قيم البيانات في كل مجموعة، وكتابتها بجانب رسم الساق والورقة لمقارنتها بعدد القيم الذي يتضمنها مخطط الساق والورقة؛ ليتأكدوا من نقل البيانات جميعها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حلّ المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.

تنبيه: قد يحتـاج بعـض الطلبة إلـى مسـاعدة عند حل المسـألتين 4، 12؛ لذا أبين لهـم أن الجزء الصحيح يمثل الساق والجزء العشري يمثل الورقة.

جمعَ المدرّبُ بياناتٍ بِتسجيلِ الزمنِ الّذي استغرقَهُ كلُّ لاعبٍ لِيقطعَ المسافةَ حولَ الملعبِ ركضًا، وَمثّلَها في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. بناءً على هذِهِ البياناتِ، هلِ الفرَضيةُ الّتي وضعَها المدرّبُ صحيحةٌ؟

الساقُ	الورقةُ
4	5 6 7 8 9 9
5	0 1 2 2 4 5 6 7 8 9 9
6	1 1 2 3 3 3 4 5 5 6 7 8
7	0 2 5

المفتاحُ: $4|5 = 45$

عددُ اللاعبينَ يساوي 32، قطعَ 17 مِنهُمُ المسافةَ في أقلَّ مِنْ 60 ثانيةً، وَهذا العددُ أكبرُ مِنْ نصفِ عددِ اللاعبينَ. إذنْ، أكثرُ مِنْ نصفِ عددِ اللاعبينَ استطاعَ أنْ يقطعَ المسافةَ في زمنٍ أقلَّ مِنْ 60 ثانيةً؛ لذا، فَإنَّ الفرَضيةَ الّتي وضعَها المدرّبُ ليسَتْ صحيحةً.

أتحققُ من فهمي: انظر الهامش

أكتبُ استنتاجًا حولَ صحةِ الفرَضيةِ الآتيةِ اعتمادًا على البياناتِ:

أقلُّ مِنْ رُبُعِ اللاعبينَ يحتاجونَ إلى 70 ثانيةً على الأقلِّ لِيقطعوا المسافةَ حولَ الملعبِ ركضًا.

أتدربُ وأحلُّ المسائلَ

1) أكتبُ جميعَ الأعدادِ الممثَّلةِ في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ.

الساقُ	الورقةُ
7	5 9
8	0 2 6 7 7
9	1 7 8
10	2 6

المفتاحُ: $8|2 = 82$

75,79, 80,82,86,87,87,91,97,98,102,106

أمثّلُ كلَّ مجموعةِ بياناتٍ مِمّا يأتي بِاستعمالِ مخططِ الساقِ وَالورقةِ:

2) 56 57 59 61 64 65 67 69
70 75 77 77 79 81 82

3) 19 21 45 35 53 26 38
27 36 34 52 35 33 41

4) 13.1 12.5 14.7 12.8 13.6 13.4
15.2 12.5 13.4 14.3 14.8 13.9

3)

الساقُ	الورقةُ
1	9
2	1 6 7
3	5 8 6 4 5 3
4	5 1
5	3 2

المفتاحُ: $1|9 = 19$

4)

الساقُ	الورقةُ
12	5 8 5
13	1 6 4 4 9
14	7 3 8
15	2

المفتاحُ: $12|5 = 12.5$

إرشادٌ
أجعلُ الساقَ رقمينِ والورقةَ رقمٌ واحدٌ.
المفتاحُ 14.3 : 3 | 14

إجابات (أتحقّق من فهمي 3):

الفرضية صحيحة : لأن اللاعبين الذين يحتاجون إلى 70 ثانية على الأقل حسب البيانات هم ثلاثة لاعبين، وهم يشكلون أقلّ من ربع عدد اللاعبين (32)

الساقُ	الورقةُ
5	6 7 9
6	1 4 5 7 9
7	0 5 7 7 9
8	1 2

المفتاحُ: $5|6 = 56$

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل 16–14

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًّا، لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدَّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5) **رياضةٌ:** جمعَ سعدٌ معلوماتٍ عَنْ عددِ الدقائقِ اليوميِّ الّتي يقضيها 24 طالبًا مِنْ طلبةِ صفِّهِ في ممارسةِ رياضةِ الجَرْيِ، وَنظَّمَ البياناتِ في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. أكتبُ فرَضيةً حولَ عددِ الدقائقِ اليوميِّ الّتي يقضيها الطلبةُ في ممارسةِ هذِهِ الرياضةِ، وَأختبرُ صحّتَها باستعمالِ البياناتِ.

الساقُ	الورقةُ
0	0 7
1	2 3 5 5 9
2	0 1 2 4 5 6 7
3	1 2 6 7 8 9
4	1 3 5
5	2

المفتاحُ: $1|2 = 12$

معلومة

يُفضَّلُ تناولُ وجباتٍ خفيفةٍ وَغيرِ دَسِمةٍ قبلَ ممارسةِ رياضةِ الجَريِ وَلا تحتوي على نسبةٍ عاليةٍ مِنَ السُّعراتِ الحراريّةِ.

5) إجابة ممكنة :

الفرضية: ربع الطلبة يقضون 41 دقيقة على الأقل يوميًّا في ممارسة رياضة الجري.

الفرضية غير صحيحة لأن 4 طلاب فقط يقضون 41 دقيقة على الأقل يوميا في ممارسة رياضة الجري وهذا أقل من ربع عدد الطلاب.

6) وضعَتْ مريمُ الفرَضيةَ الآتيةَ، وَتريدُ أَنْ تختبرَ صحّتَها:

وسيطُ أطوالِ طالباتِ الصفِّ العاشرِ 155 cm

جمعَتْ مريمُ بياناتٍ بِتسجيلِ أطوالِ عيّنةٍ عشوائيةٍ تحتوي على 35 طالبةً في الصفِّ العاشرِ، ثمَّ مثّلَتْها في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. بناءً على هذِهِ البياناتِ، هلِ الفرَضيةُ الّتي وضعَتْها مريمُ صحيحةٌ؟

الفرضية غير صحيحة : الوسيط = 162

الساقُ	الورقةُ
13	6 9
14	3 4 6 6
15	2 2 3 4 6 7 8 9
16	0 1 1 2 4 5 5 6 7 8
17	1 3 5 6 6 8
18	2 3 4 5
19	1

المفتاحُ: $13|4 = 134$

حشراتٌ: **يبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ أطوالَ 30 حشرةً.**

الساقُ	الورقةُ
1	2 5 6 8 9
2	1 3 5 6 7 8
3	1 1 2 3 5 6 7 9
4	1 5 5 5 6 7
5	0 4 5 5 8

المفتاحُ: $1|2 = 1.2$ cm

7) ما عددُ الحشراتِ الّتي طولُها 4.5 cm؟ (3) حشرات

8) ما نسبةُ الحشراتِ الّتي طولُها أكبرُ مِنْ 3.8 cm؟
عدد الحشرات 12 وهي تشكل ما نسبته 40%

9) ما مَدى أطوالِ الحشراتِ؟ المدى 4.6

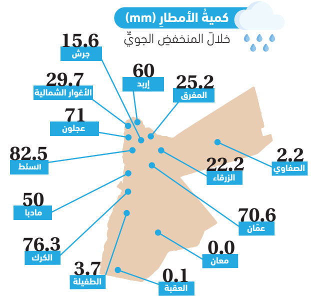
10) أَجِدُ المِنوالَ لِأطوالِ الحشراتِ. المنوال 4.5

11) أَجِدُ الوسيطَ لِأطوالِ الحشراتِ. 3.4

معلومة

يبلغُ طولُ أطولِ حشرةٍ في العالَمِ 62.4 cm، وقدِ اكتُشِفَتْ في غاباتِ الصينِ.

طقسٌ: تبيّنُ الصورةُ المجاورةُ كمّياتِ الأمطارِ الّتي هطلَتْ في مختلفِ مناطقِ المملكةِ بِالمليمترِ خِلالَ منخفضٍ جوّيٍّ:



12) أمثّلُ البياناتِ بِمخططِ الساقِ وَالورقةِ.

13) أجِدُ الوسيطَ وَالمنوالَ وَالمدى لِكمّياتِ الأمطارِ الّتي هطلَتْ.

الوسيط = 27.45 ، المنوال : لا يوجد منوال (توزيع عديم المنوال)، المدى 82.5

(12

الساقُ	الورقةُ
00	0 1
02	2
03	7
15	6
22	2
25	2
29	7
50	0
60	0
70	6
71	0
76	3
82	5

المفتاحُ: 22|2 = 22.2

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

14) **أكتشفُ الخطأَ:** رصدَتْ منارُ أطوالَ 20 نبتةً بالسنتمتر في حديقتِها وَمثّلَتْها في مخططِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ. هلْ مثّلَتْ منارُ أطوالَ النبتاتِ تمثيلًا صحيحًا؟ أبرّرُ إجابتي.

الساقُ	الورقةُ
15	2 4
16	0 6 3 9
17	5 8 2 1 0
18	5 7 1 4 8 7
19	6 1 4

14) لم تمثل اطوال النباتات بشكل صحيح لانها : (لم ترتب البيانات بشكل افقيا وعاموديا بشكل جيد يتيح لنا مطابقة عدد البيانات بالتمثيل مع عدد النباتات الحقيقي) كما لم يتم تحديد مفتاح البيانات

15) **تبريرٌ:** تقدّمَ طلبةُ الصفِّ السابعِ لِاختبارَيْ رياضياتٍ وَعلومٍ، وَيبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ درجاتِهِمْ في اختبارِ الرياضياتِ. إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ وَالمدى لِدرجاتِهِمْ في اختبارِ العلومِ كَما يأتي: **الوسطُ الحسابيُّ: 68 المَدى: 31**، فَأقارنُ بينَ درجاتِ الطلبةِ في الِاختبارَينِ، وَأبرّرُ إجابتي.

الساقُ	الورقةُ
4	5
5	0 2 6
6	4 5 6 6 8 9
7	0 1 4 7 8
8	
9	2

المفتاحُ: 4|5 = 45

إرشاد

أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ وَالمدى لِدرجاتِ الطلبةِ في اختبارِ الرياضياتِ.

15) الوسط الحسابي لعلامات الرياضيات (66.4%)، المدى لعلامات الرياضيات 47 بالمقارنة مع اختبار العلوم فان درجات الطلاب في العلوم اعلى من الرياضيات وبمقارنة المدى فان درجات العلوم اكثر تجانس من درجات الرياضيات.

16) **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ الوسيطَ لِبياناتٍ ممثَّلةٍ بِمخططِ الساقِ وَالورقةِ؟

إجابات متعددة

143

5 الإثراء

البحث وحل المسائل :

- أطلب إلى الطلبة عمل مقارنة بين الرسومات البيانية التي تعلموها سابقًا عن طريق إكمال الجدول الآتي:

نوع الرسم البياني	يفضل استعماله عند ...
التمثيل بالقطاعات الدائرية	مقارنة جزء من البيانات بالنسبة إلى المجموع.
التمثيل بالنقاط	توضيح تكرار كل قيمة من قيم البيانات.
التمثيل بالخطوط	توضيح تغيّر البيانات في مدة زمنية معينة.
التمثيل بالأعمدة	توضيح عدد القيم لكل صنف من أصناف البيانات.
التمثيل بالساق والورقة	عرض قيم البيانات بصورة فردية مكثَّفة.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة الرجوع إلى المشروع والإجابة عن البنود (4, 5, 7) منه.

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهمهم استخدام مخطط الساق والورقة في إيجاد الوسيط للبيانات، ويمكن أن أعيد السؤال نفسه حول إيجاد المنوال والوسط الحسابي والمدى.

الدرس 4

نتاجات الدرس:

- تحديد عناصر الفضاء العيني لتجربة عشوائية ما.
- تصنيف التجربة العشوائية صنفين: تجربة عادلة، وتجربة غير عادلة.
- حساب احتمال وقوع الحادث في تجربة عشوائية ما.
- تنظيم البيانات في جدول ذي اتجاهين، واستخدامه في حساب الاحتمالات.

التعلم القبلي:

- استعمال الكسور العشرية الاعتيادية والنسب المئوية لمقارنة مجموعة بيانات مختلفة العدد.

1 التهيئة

- أقسم الطلبة أربع مجموعات.
- أُوزّع على كل مجموعة **ورقة المصادر (4) أحداث متوقعة.**
- أَطلب إلى المجموعات تصنيف العبارات بحسب إمكانية حدوثها من وجهة نظرهم إلى (مستحيل، أكيد، محتمل الحدوث بنسبة ...).
- بعد أن تنهي المجموعات المهمة، أَطلب إلى إحدى المجموعات التحدث عن عبارة واحدة وتصنيفها، وأناقش إجابتهم مع المجموعات الأخرى.
- أُكرّر الخطوة السابقة مع مجموعة أخرى وبطاقة جديدة إلى أن أنتهي من مناقشة البطاقات الموزعة جميعها .
- أتقبل إجابات الطلبة جميعها.
- أُشجّع الطلبة على استخدام كلمة (محتمل)؛ لربطها لاحقًا بموضوع الدرس.

الدرسُ 4 الاحتمالاتُ

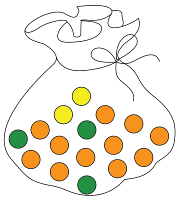
فكرةُ الدرسِ

أحسبُ احتمالاتِ وقوعِ الحوادثِ.

المصطلحاتُ

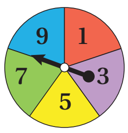
الفضاءُ العينِيُّ، الحادثُ، احتمالُ الحادثِ، الجدولُ ذو الاتجاهَينِ.

أستكشفُ



1) ما الكسرُ الّذي يمثّلُ الكُراتِ الخضراءَ في الكيسِ المجاورِ؟

2) إذا أغمضَ سميرٌ عينَيهِ وَاختارَ كرةً عَشوائيًّا مِنَ الكيسِ، فما احتمالُ أنْ يختارَ كرةً ليستْ صفراءَ؟



الفضاءُ العينِيُّ (sample space) هُوَ مجموعةُ النواتجِ المتوقَّعِ حدوثُها عندَ إجراءِ تجربةٍ عشوائيةٍ ما. لِمؤشِّرِ القُرصِ المجاورِ خمسُ نواتجَ ممكنةٍ، لِذلِكَ فَإِنَّ الفضاءَ العينِيَّ هُوَ $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

الحادثُ (event) هو ناتجٌ واحدٌ أَوْ أَكثرُ مِنْ نواتجِ التجربةِ العشوائيةِ، وَيُرمَزُ لَهُ بِأحدِ الأحرفِ مِثلِ A.

وَاحتمالُ الحادثِ (event probability) هُوَ فرصةُ وقوعِهِ، وَيُرمَزُ لَهُ بالرمزِ $P(A)$، فَإذا كانَتْ نواتجُ التجربةِ العشوائيةِ متساويةَ الِاحتمالِ فَإِنَّ احتمالَ وقوعِ أيِّ حادثٍ يساوي نسبةَ عددِ عناصرِ الحادثِ إلى عددِ النواتجِ الممكنةِ جميعِها (الفضاءُ العينِيُّ).

$$P(A) = \frac{\text{عددُ عناصرِ الحادثِ}}{\text{عددُ عناصرِ الفضاءِ العينيِّ}}$$

مثال 1

تحتوي الحقيبةُ المجاورةُ على كراتٍ متماثلةٍ بألوانٍ مختلفةٍ، سُحبَتْ مِنْهُ كرةٌ عشوائيًّا؛ فأجدُ:

1 **احتمالَ سحبِ كرةٍ خضراءَ:**

عددُ النواتجِ الممكنةِ للفضاءِ العينيِّ لهذهِ التجربةِ العشوائيةِ يساوي 7، وعددُ عناصرِ هذا الحادثِ يساوي 1؛ لأنَّ الحقيبةَ تحتوي كرةٌ خضراءُ واحدةٌ.

$$P(\text{خضراءُ}) = \frac{1}{7}$$

2 **احتمالُ سحبِ كرةٍ زرقاءَ أوْ حمراءَ**

وعددُ عناصرِ هذا الحادثِ يساوي 6، لأنَّ الحقيبةَ تحتوي 4 كراتٍ زرقاءَ، وكرتانِ حمراوينِ، ومجموعُهما معًا يساوِي 6:

$$P(\text{زرقاءُ أو حمراءُ}) = \frac{6}{7}$$

أتحققُ من فهمي:

1. احتمالُ سحبِ كرةٍ حمراءَ. $\frac{2}{7}$
2. احتمالُ سحبِ كرةٍ حمراءَ أو خضراءَ. $\frac{3}{7}$

إنَّ احتمالَ اختيارِ العددِ 4 عشــوائيًّا مِنْ مجموعةِ الأعدادِ الآتيةِ يســاوي $\frac{1}{10}$ ، وَيمكنُ أَنْ نكتبَ هذا الاحتمالَ على الصورةِ 0.1 أو 10%

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

لكنْ إذا أردْنا أنْ نحسبَ احتمالَ عدمِ اختيارِ العددِ 4 فَإِنَّ ذلكَ يعني احتمالَ اختيارِ أحدِ الأعدادِ 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 وَالّذي يساوي $\frac{9}{10}$ أَوْ 0.9 أَوْ 90%

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

أَلاحظُ أَنَّ $0.1 + 0.9 = 1$

لِذلِكَ فَإِنَّ $0.9 = 1 - 0.1$

مفهومٌ أساسيٌّ — **احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ**

إذا كانَ احتمالُ وقوعِ الحادثِ A يساوي $P(A)$ فَإِنَّ احتمالَ عدمِ وقوعِ الحادثِ A يساوي $1-P(A)$.

مثال 2

1. **إذا كانَ احتمالُ اختيارِ طالبٍ مِنَ الصفِّ السابعِ لديهِ دراجةٌ هوائيةٌ يساوي $\frac{6}{10}$ ، فَما احتمالُ اختيارِ طالبٍ ليسَ لديهِ دراجةٌ هوائيةٌ؟**

1

$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{10}$

لديهِ دراجةٌ — ليسَ لديهِ دراجةٌ

$$P(\text{ليسَ لديهِ دراجةٌ}) = 1-P(\text{لديهِ دراجةٌ})$$
$$= 1 - \frac{6}{10}$$
$$= \frac{4}{10}$$
$$= \frac{2}{5}$$

2 الاستكشاف

- أُوجّه الطلبة إلى قراءة المسألة الواردة في فقرة (**أستكشف**)، ومحاولة الإجابة عن الأسئلة الواردة فيها، ثم أسألهم:
  - » ما الكسر الذي يمثل كل لون من ألوان الكرات في الكيس بالنسبة لمجموع الكرات؟
  - » ما الكسر الأكبر والكسر الأصغر من بين الكسور التي توصلتم إليها؟
- يمكن مع الطلبة من ذوي نمط التعلم الحس حركي استخدام صندوق وكراتٍ حقيقية بدلًا من الاعتماد على الرسم الموجود ضمن فقرة (أستكشف).

3 التدريس

مثالٌ 1

- أُقدّم مفهوم الفضاء العيني لـ: التجربة العشوائية، والحادث، واحتمال وقوعه، وموقعه على مقياس الاحتمال.
- أبين للطلبة أهمية التحقق من عدد عناصر الفضاء العيني وعدد عناصر كل حادث قبل الشروع في الحل.
- أبين لهم مفهوم الجملة المنطقية ″ أو″ في البند 2.

تحذير:

- حين يعمل الطلبة على حساب قيمة الاحتمال، أذكرهم أن القيمة لا تتجاوز الواحد، وإذا كان الاحتمال أكبر من واحد فإن عليهم مراجعة الحل.
- حين يعبّر الطلبة عن الاحتمالات في صورة كسور أذكرهم أن يعبّروا عنها بأبسط صورة.

توسعة: أطلب إلى الطلبة الربط بين مفهومي (المتمّم) في اللغة و(متمّم الاحتمال) في الرياضيات.

مثالٌ 2

- أُقدّم للطلبة مفهوم احتمال عدم وقوع الحادث، وأبين لهم أنه يسمى أحيانًا متمّمة حدوث الحادث (متمّمة الاحتمال)، وقد يرد أحيانا بمفهوم "خسارة" أو "ربح" أو "رسوب" أو "نجاح" ... الخ، بحسب سياق المسألة.
- قد يحتاج الطلبة إلى مراجعة لتوضيح طرح الكسر العشري من الواحد الصحيح.
- أستخدم الرسم الوارد في المثال لتوضيح احتمال عدم وقوع الحادث مقارنة باحتمال وقوعه.

تحذير:
يمكن أن يظن بعض الطلبة أن احتمال وقوع الحادث يزيد على احتمال عدم وقوعه.

2 إذا كانَ احتمالُ أَنْ يهطلَ المطرُ غدًا يساوي 0.7 ، فَما احتمالُ أَلّا يهطلَ المطرُ غدًا؟

$$P(\text{لا يهطلُ المطرُ}) = 1 - P(\text{يهطلُ المطرُ})$$
$$= 1 - 0.7$$
$$= 0.3$$

1

0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1	0.1

يهطلُ المطرُ — لا يهطلُ المطرُ

أتحققُ من فهمي:

3 إذا كانَ احتمالُ خسارةِ الفريقِ المباراةَ 0.4 ، فَما احتمالُ أَلّا يخسرَ الفريقُ المباراةَ؟ $P(\text{لا يخسر الفريق}) = 0.6$

4 إذا كانَ احتمالُ اختيارِ طالبةٍ مِنَ الصفِّ السابعِ ترتدي نظّارةً يساوي $\frac{1}{9}$ ، فَما احتمالُ اختيارِ طالبةٍ لا ترتدي نظّارةً؟
$P(\text{طالبة لا ترتدي نظارة}) = \frac{8}{9}$

الجدولُ ذو الِاتجاهَيـنِ (two−way table) هُوَ جدولٌ تَكراريٌّ يعرضُ بياناتٍ تنتمي إلى فئتَينِ بينَهما عناصرُ مشـتـرَكةٌ، بِحيثُ تظهرُ الفئةُ الأولى في صفوفِهِ وَالفئةُ الثانيةُ في أعمدتِهِ.

مثال 3

لدى مزارعٍ 18 خروفًا مقسمةً كما يأتي:

9 ذكورٌ 10 سوداءُ 5 إناثٌ بيضاءُ

أنظِّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ ذي اتجاهَينِ.

	أبيضُ	أسودُ	المجموعُ
أنثى			
ذكرٌ			
المجموعُ			18

يجبُ أَنْ يُظهرَ الجدولُ ما إذا كانَ الخروفُ ذكرًا أَوْ أنثى، وَإِنْ كانَ أسودَ أَمْ أبيضَ. لِذلِكَ يمكنُ أَنْ أسـتخدمَ صفًّا لِلذكورِ وَصفًّا آخَرَ لِلإناثِ، وَأَنْ أسـتخدمَ عمودًا لِلخرافِ البيضاءِ وَعمودًا آخَرَ لِلخرافِ السوداءِ. وَأحتاجُ إلى صفٍّ وَعمودٍ إضافيَّينِ لِأكتبَ فيهِما المجموعَ.

يمكنُني الآنَ أَنْ أكتبَ في الجدولِ البياناتِ المُعطاةَ في السؤالِ.

	أبيضُ	أسودُ	المجموعُ
أنثى	5		
ذكرٌ			9
المجموعُ		10	18

أستعملُ المجموعَ الكليَّ لِلخرافِ لِأَجِدَ القِيَمَ المجهولةَ.

	أبيضُ	أسودُ	المجموعُ
أنثى	5	4	9
ذكرٌ	3	6	9
المجموعُ	8	10	18

أتحققُ من فهمي:

لدى أماني 32 بطاقةً مقسَّمةً كَما يأتي:

15 خضراءُ **18 مستطيلةٌ** **5 حمراءُ مربعةٌ**

أنظِّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ ذي اتجاهَينِ.

	المجموعُ	مستطيلة	مربعة
خضراء	15	6	9
حمراء	17	12	5
المجموعُ	32	18	14

تُستعمَلُ الجداولُ ذاتُ الاتجاهَينِ كثيرًا في حسابِ الاحتمالاتِ.

مثال 4

سُئِلَ 60 طفلًا عَنِ اللونِ المفضَّلِ لَهُمْ، وَنظِّمَتْ إجاباتُهُمْ في الجدولِ المجاورِ:

	أخضرُ	أحمرُ	أزرقُ
ولدٌ	8	8	12
بنتٌ	8	16	8

1 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَنْ يكونَ ولدًا يفضّلُ اللونَ الأزرقَ؟

	أخضرُ	أحمرُ	أزرقُ
ولدٌ	8	8	12
بنتٌ	8	16	8

عددُ الأولادِ الّذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ يساوي 12، وَمجموعُ عددِ الأطفالِ الّذينَ سُئِلوا يساوي 60 وَلإيجادِ الاحتمالِ أقسمُ 12 على 60

$$P(\text{ولدٌ يفضلُ اللونَ الأزرقَ}) = \frac{\text{عددُ الأولادِ الذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ}}{\text{العددُ الكلّيُّ لِلأطفالِ}}$$

$$= \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

2 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَنْ يكونَ طفلًا يفضلُ اللونَ الأزرقَ؟

	أخضرُ	أحمرُ	أزرقُ
ولدٌ	8	8	12
بنتٌ	8	16	8

عددُ الأطفالِ الّذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ يساوي 12+8، وَلإيجادِ الاحتمالِ، أقسمُ هذا العددَ على عددِ الطلبةِ جميعِهِمْ.

$$P(\text{طفلٌ يفضلُ اللونَ الأزرقَ}) = \frac{\text{عددُ الأطفالِ الّذينَ يفضلونَ اللونَ الأزرقَ}}{\text{العددُ الكلّيُّ لِلأطفالِ}}$$

$$= \frac{12+8}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

مثالٌ 3

- أُقدّم مفهوم الجدول ذي الاتجاهين على أنه جدول تكراري يعرض بيانات تنتمي إلى فئتين تظهر الأولى في صفوفه والأخرى في أعمدته.
- للتحقق من فهم الطلبة، أَطلب إليهم ذكر نماذج لفئتين يمكن أن يتضمنها الجدول ذو الاتجاهين (**النتيجة: ناجح/ راسب، المادة الدراسية: رياضيات/ علوم**).
- أبين للطلبة أهمية التأكد من عدد البيانات التي بدؤوا بها ومجموع البيانات التي تضمنها الجدول ذو الاتجاهين.

تحذير:

- ليس لترتيب البيانات وفقًا لفئتها في صفوف الجدول ذي الاتجاهين وأعمدته تأثير في النتيجة.
- لا يقتصر الجدول ذو الاتجاهين على نمط 2*2 فقط، وإنما قد يكون أكثر من ذلك، مثل: 3 *2، 3*3

توسعة: أَطلب إلى الطلبة إنشاء جدول ذي اتجاهين من النمط 3*3، 2*3 (**الجنس**: ذكر، أنثى/ **الحالة الاجتماعية**: أعزب، متزوج، أرمل/ **الصف**: السابع، الثامن، التاسع/ **النتيجة**: ممتاز، جيد جدًّا، مقبول).

مِثالٌ 4

- أُوضّح للطلبة أن تنظيم البيانات في الجدول ذي الاتجاهين يُستخدم في حساب الاحتمالات ويسهّل عملية الوصول إلى النتائج.
- أبين لهم أهمية عدّ مجموع البيانات التي تضمنها الجدول، وأن بإمكانهم إضافة عمود وصفّ جديدين للجدول؛ لإيجاد مجاميع فئات الجدول على مستوى الصف والعمود.
- أبين لهم أيضًا إمكان استخدام المجاميع في إيجاد القيم في الخلايا الناقصة.
- أُحدّد خلية، وأطلب إلى الطلبة وصفها بالصفّ والعمود؛ للتأكد من فهمهم محتويات خلايا الجدول، وأكرّر العملية مع أكثر من خلية.

---

3 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَنْ يكونَ ولدًا؟

	أخضرُ	أحمرُ	أزرقُ
ولدٌ	8	8	12
بنتٌ	8	16	8

عددُ الأولادِ يساوي 8+8+12 ، وَلِإيجادِ الاحتمالِ، أقسمُ هذا العددَ على عددِ الطلبةِ جميعِهِمْ.

$$P(\text{طفلٌ ولدٌ}) = \frac{\text{عددُ الأطفالِ الأولادِ}}{\text{العددُ الكلّيُّ لِلأطفالِ}}$$

$$= \frac{12+8+8}{60} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$$

أتحقق من فهمي:

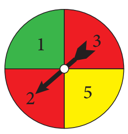
4 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أنْ تكونَ بنتًا تفضلُ اللونَ الأخضرَ؟ $P(\text{بنت تفضل اللون الأخضر}) = \frac{8}{60}$

5 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أنْ يكونَ طفلًا يفضلُ اللونَ الأحمرَ؟ $P(\text{طفل يفضل اللون الأحمر}) = \frac{24}{60}$

6 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًّا، فَما احتمالُ أَلّا تكونَ بنتًا؟ $P(\text{لا تكون بنتًا}) = \frac{28}{60}$

أتدرب وأحل المسائل

أدارتْ رنيمُ مؤشّرَ القرصِ المجاورِ المقسّمِ إلى 4 قطاعاتٍ متطابقةٍ، أجدُ احتمالَ أنْ يقفَ المؤشّرُ عندَ:



1 قطاعٍ لونُهُ أخضرُ. $\frac{1}{4}$

2 قطاعٍ لونُهُ أحمرُ. $\frac{2}{4}$

3 قطاعٍ يحملُ عددًا أوليًّا. $\frac{3}{4}$

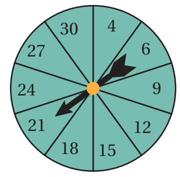
4 قطاعٍ يحملُ عددًا أكبرَ منْ 3. $\frac{1}{4}$

5 قطاعٍ لا يحملُ عددًا زوجيًّا. $\frac{3}{4}$

6 إذا كانَ احتمالُ فوزِ فريقِ كرةِ القدمِ الّذي تشجعُهُ ناديا يساوي $\frac{3}{7}$، فَما احتمالُ أَلّا يفوزَ الفريقُ؟ $P(\text{عدم الفوز}) = \frac{4}{7}$

أتذكر
احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ A يساوي $1 - P(A)$

أدارَ حسّانٌ مُؤشِّرَ القُرصِ المُجاورِ المُقسَّمِ إلى 10 قِطاعاتٍ مُتطابقةٍ؛ أجِدُ احتمالَ أنْ يقفَ المُؤشِّرُ عندَ:



7 عددٍ منْ مضاعفاتِ العددِ 3 $\frac{9}{10}$

8 عددٍ يقبلُ القسمةَ على 6 $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

9 عددٍ فرديٍّ $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

10 عددٍ أكبرَ منْ 3 $\frac{10}{10} = 1$

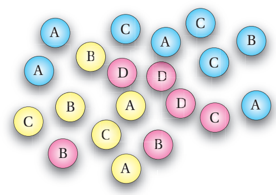
11 عددٍ أكبرَ منْ 20 $\frac{4}{10} = \frac{2}{5}$

12 عددٍ لا يقبلُ القسمةَ على 3 $\frac{1}{10}$

13 إذا كانَ احتمالُ أنَ تصلَ الحافلةُ في موعدِها يساوي $\frac{8}{11}$ ، فَما احتمالُ أَنْ تتأخرَ الحافلةُ؟ $P(\text{تأخر الحافلة}) = \frac{3}{11}$

أكملُ الجدولَ الآتيَ الّذي يُظهرُ أعدادَ الأقراصِ الملونةِ المجاورةِ لَهُ وَألوانَها:

	أزرقُ	ورديٌّ	أصفرُ
A	4	0	2
B	1	2	2
C	3	1	2
D	0	3	0



إذا اختيرَ قرصٌ واحدٌ عشوائيًّا مِنْ مجموعةِ الأقراصِ في السؤالِ السابقِ، فَأَجِدُ:

14 احتمالَ اختيارِ حرفِ A مكتوبًا على قرصٍ أصفرَ. $P(\text{حرف } A \text{ مكتوب على قرص صغير}) = \frac{2}{20}$

15 احتمالَ اختيارِ قرصٍ أزرقَ. $P(\text{قرص أزرق}) = \frac{8}{20}$

16 احتمالَ اختيارِ قرصٍ مكتوبٍ عَلَيْهِ الحرفُ C. $P(C) = \frac{6}{20}$

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أتدرب وأحل المسائل**)، وأطلب إليهم حل المسائل الواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسألة، فأختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.
- قد يحتاج بعض الطلبة إلى المساعدة لحل المسألتين (4) (3)؛ لذا أبين لهم أن المطلوب هو احتمال وقوع الحادث (متمّمة الاحتمال).
- أطلب إلى الطلبة قبل الشروع في حل الأسئلة من 5 إلى 11 تحديد عدد عناصر الفضاء العيني.
- في الأسئلة من 12 إلى 14، أطلب إلى الطلبة قبل الشروع في الحلّ مطابقة عدد الأقراص المرقمة والأعداد التي عبّؤوها في الجدول.

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل 23-18
- قد يحتاج الطلبة عند حل المسألتين (21) و (22) إلى التذكير بتحويل النسبة المئوية إلى صورة كسر.

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًا. لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلّها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدَّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- في صندوقٍ عدد من الكرات المتماثلة في الألوان (الأزرق، والأحمر، والرمادي، والأسود). إذا كان احتمال سحب كرة زرقاء من الصندوق هو $\frac{2}{5}$ واحتمال سحب كرة حمراء $\frac{6}{20}$ ، وكان عدد الكرات السوداء ضعف عدد الكرات الرمادية، فأعط إمكانية واحدة لأعداد كل لون من الكرات داخل الصندوق. إحدى الإجابات الممكنة (سوداء 4، رمادية 2، حمراء 6، زرقاء 8)

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة الرجوع إلى المشروع وحل البند رقم (8).

6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**أكتب**)؛ للتأكد من فهم الطلبة الفرق بين الحادث واحتمال الحادث.

معلومةٌ

الدراسةُ الطبّيّةُ هي ممارسةٌ علميةٌ لَها ضوابطُ محدَّدةٌ تهدفُ لِلحصولِ على معلوماتٍ عَن مرضٍ معيَّنٍ أَوِ اختبارِ علاجٍ ما.

اختيرَ 38 شخصًا مِنْ محافظتَي الزرقاءِ وَالعقبةِ لِلمشاركةِ في دراسةٍ طبّيّةٍ، وَكانَ توزيعُهُمْ كَما يأتي، أنظّمُ هذِهِ البياناتِ في جدولٍ ذي اتجاهَينِ، ثمَّ أستعملُهُ لِلإجابةِ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

18 شخصًا مِنْ محافظةِ الزرقاءِ مِنْهُمْ 7 رجالٍ.

8 نساءٍ مِنْ محافظةِ العقبةِ.

17. ما عددُ الأشخاصِ الّذين شاركوا في الدراسةِ مِنْ محافظةِ العقبةِ؟ 20
18. ما عددُ الرجالِ الّذين شاركوا في الدراسةِ؟ 19
19. ما عددُ الرجالِ الّذين شاركوا في الدراسةِ مِنْ محافظةِ العقبةِ؟ 12

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ قطعِ الحلوى المغلّفةِ وَغيرِ المغلّفةِ الّتي اشترَتْها فدوى، وَهِيَ بِثلاثِ نكهاتٍ مختلفةٍ، إذا اختارَتْ فدوى قطعةَ حلوى عشوائيًّا، فَأُكملُ الجملَ الآتيةَ بِما يناسبُها مبررًا إجابتي:

	شوكولاته	فراولةٌ	برتقالٌ
مغلفةٌ	2	4	3
غيرُ مغلفةٍ	5	3	8

$P(\text{مغلفة بنكهة البرتقال}) = \frac{3}{25}$

20. احتمالُ أنْ تكونَ قطعةُ الحلوى الّتي اختيرَتْ مغلفةً وَبِنكهةِ البرتقالِ يساوي ....
21. احتمالُ أنْ تكونَ قطعةُ الحلوى الّتي اختيرَتْ غيرَ مغلفةٍ وَبنكهةِ الشوكولاته يساوي .... $P(\text{غير مغلفة وبنكهة الشوكولاتة}) = \frac{5}{25}$
$P(\text{بنكهة الفراولة}) = \frac{7}{25}$
22. احتمالُ أنْ تكونَ قطعةُ الحلوى الّتي اختيرَتْ بنكهةِ الفراولةِ يساوي ....
احتمال أن تكون قطعة الحلوى التي اختيرت مغلفة وبنكهة الفراولة
23. احتمال أن تكون قطعة الحلوى غير مغلفة بنكهة البرتقال .... يساوي 16%
التي اختيرت مغلفة بنكهة الفراولة
24. .... أَوْ .... يساوي 48%
25. **أكتبُ** ما الفرقُ بينَ الحادثِ وَاحتمالِ الحادثِ؟
الحادث هو ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، واحتمال وقوع الحادث هو فرصة وقوعه.

الدرسُ 5 الاحتمالُ التجريبيُّ

فكرةُ الدرسِ
أجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لوقوعِ حادثٍ.

المصطلحاتُ
الاحتمالُ النظَريُّ، الاحتمالُ التجريبيُّ.

أستكشفُ:

نشاطٌ: أرمي قطعةً نقديةً 20 مرةً، وَأسجِّلُ النتائجَ الّتي أحصلُ عليها في الجدولِ المجاورِ.

1) أجِدُ الفرقَ بينَ عددِ مرّاتِ ظهورِ الكتابةِ وَعددِ مرّاتِ ظهورِ الصورةِ.

2) أعيدُ التجربةَ، وَلكنْ برمي القطعةِ النقديةِ 100 مرةٍ، ثُمَّ أجيبُ عَنِ السؤالِ 1 مرةً أُخرى. ماذا ألاحظُ؟

	كتابةٌ	صورةٌ
التّكرارُ		

تعلمْتُ في الدرسِ السابقِ كيفيةَ إيجادِ احتمالِ وقوعِ حادثٍ، وَذلكَ بإيجادِ نسبةِ عددِ عناصرِ حادثٍ إلى عددِ النواتجِ الممكنةِ جميعِها، وَهُوَ ما يُسمّى **الاحتمالَ النظريَّ** (theoretical probability)، أمّا **الاحتمالُ التجريبيُّ** (experimental probability) لِحادثٍ ما فَهُوَ تقديرٌ لِلاحتمالِ النظريِّ بالاعتمادِ على عددِ مرّاتِ وقوعِ الحادثِ عندَ إجراءِ التجربةِ عدةَ مراتٍ.

مفهومٌ أساسيٌّ — **الاحتمالُ التجريبيُّ**

- **بالكلماتِ:** الاحتمالُ التجريبيُّ هُوَ الاحتمالُ الّذي يعتمدُ على عددِ مرّاتِ تَكرارِ التجربةِ.

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ وقوعِ الحادثِ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

مثال 1

ألقَتْ نورُ حجرَ النردِ المجاورَ 30 مرةً، وَسجّلَتِ الرقْمَ الظاهرَ على الوجهِ العُلويِّ، فَكانَتِ النتائجُ كما في الجدولِ المجاورِ:

الرقْمُ	1	2	3	4	5	6
التّكرارُ	7	8	2	3	6	4

1) أجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ الرقْمِ 4.

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ ظهورِ الرقمِ 4}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

$$= \frac{3}{7+8+2+3+6+4} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

الدرس 5

نتاجات الدرس:

- تمييز الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي.
- حساب الاحتمال التجريبي لوقوع حادث ما.

التعلم القبلي:

- حلّ مسائل حياتية تتضمن حساب قياسات زوايا وأطوال أضلاع أشكال متشابهة باستعمال التناسب.

1 التهيئة

- أُوزّع الطلبة في مجموعات ثنائية أو ثلاثية متفاوتة القدرات؛ للقيام بتجربة احتمال يمكن إجراؤه داخل الصف، مثل رمي حجر النرد 10 مرات.
- أَطلب إلى أحد الطلبة تحديد الاحتمال النظري لمسألة ما، وآخر يحدد الاحتمال التجريبي لها، وأسأل باقي الطلبة عن مدى تقارب الاحتمالين.
- أُكرّر الخطوة السابقة مع طلبة آخرين لعمل تجارب جديدة.
- أوجّه أسئلة تقود الطلبة للتوصل إلى أن كلًّا من الاحتمال النظري والتجريبي لأي حادث محصور بين 0 وَ 1

2 الاستكشاف

- أقسم الطلبة مجموعات ثنائية، وأطلب إليهم قراءة المسألة الواردة في فقرة (أستكشف).
- أطلب إلى المجموعات تنفيذ رمي قطعة النقد 20 مرة وإيجاد الفرق بين عدد مرات ظهور الصورة وعدد مرات ظهور الكتابة، وتدوين الإجابات التي حصلوا عليها.
- أطلب إلى المجموعات إعادة التجربة برمي القطعة النقدية 100 مرة وإيجاد الفرق بين عدد مرات ظهور الصورة وعدد مرات ظهور الكتابة، وتدوين الإجابات التي حصلوا عليها، وأسأل الطلبة عن ملاحظاتهم على التجربتين.
- أتقبل الإجابات جميعها.

3 التدريس

مثال 1

- عند حل المثال، أُوجّه الأسئلة الآتية للطلبة:
  - » كم مرة أجريت التجربة؟ وكيف يمكنني معرفة ذلك من الجدول؟ (30) مرة؛ لأن هذا هو مجموع عدد مرات الرمي لجميع النتائج مثلما يظهرها الجدول.
  - » هل كان ظهور عدد أولي كما توقعت؟ أُوضّح ذلك. نعم؛ لأن احتمال ظهور عدد أولي هو $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$ وأن $\frac{1}{2}$ العدد 30 هو 15 لذلك أتوقع أن يظهر عدد أولي 15 مرة، وهو قريب إلى العدد 16

---

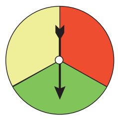
2 أجدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ عددٍ أوّليٍّ.

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ ظهورِ عددٍ أوليٍّ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

$$= \frac{8+2+6}{30}$$

$$= \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$

أتحقّقُ من فهمي:



دوّرَ ليثٌ مؤشرَ القرصِ المجاورِ 10 مرّاتٍ، فكانَتِ النتائجُ كَما في الجدولِ الآتي:

اللّونُ	أحمرُ	أصفرُ	أخضرُ
التّكرارُ	2	5	3

3 أجدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ اللّونِ الأخضرِ. $P(\text{اللون الأخضر}) = \frac{3}{10}$

4 أجدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ اللّونِ الأصفرِ. $P(\text{اللون الأصفر}) = \frac{5}{10}$

يمكنُ التنبؤُ ما إذا كانَتِ الأداةُ المستخدمةُ في التجربةِ العشوائيةِ عادلةً أمْ لا بِمقارنةِ قِيَمِ الاحتمالِ التجريبيِّ بِقِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لَها.

مثال 2

ألقى كلٌّ مِنْ ريمَ وَرائدٍ حجرَ نردٍ 100 مرةً، فَكانَتِ النتائجُ كَما في الجدولَينِ أدناهُ:

ريمُ

الرقْمُ	1	2	3	4	5	6
التّكرارُ	5	10	20	10	30	25

رائدٌ

الرقْمُ	1	2	3	4	5	6
التّكرارُ	18	18	15	17	17	15

1 **أقارنُ بينَ قِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ وَقِيَمِ الاحتمالِ التجريبيِّ لِتجربةِ كلٍّ مِنْ ريمَ وَرائدٍ.**

الخُطوةُ 1 أجدُ الاحتمالَ النظريَّ لِظهورِ كلِّ رقْمٍ على حجرِ النردِ:

$$P(1) = \frac{1}{6} = 0.17,\quad P(2) = \frac{1}{6} = 0.17,\quad P(3) = \frac{1}{6} = 0.17,$$

$$P(4) = \frac{1}{6} = 0.17,\quad P(5) = \frac{1}{6} = 0.17,\quad P(6) = \frac{1}{6} = 0.17$$

مثالٌ 2

- بعد إتمام حل المثال، أسأل الطلبة:

» هل من الضروري أن يتوافق الاحتمال النظري مع الاحتمال التجريبي؟ لا، فالاحتمال التجريبي لأيّ حالة قد يتوافق مع الاحتمال النظري وقد لا يتوافق معه.

» ما العلاقة بين عدد مرات إجراء التجربة بالتوافق بين الاحتمال النظري والاحتمال التجريبي؟ كلما زادت عدد مرات إجراء التجربة تقاربت نتائج الاحتمال النظري مع نتائج الاحتمال التجريبي.

الْخُطْوَةُ 2 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ كلِّ رقْمٍ على حجرِ النردِ:

ريمُ

$P(1) = \frac{5}{100} = 0.05$, $P(2) = \frac{10}{100} = 0.1$,

$P(3) = \frac{20}{100} = 0.20$, $P(4) = \frac{10}{100} = 0.1$,

$P(5) = \frac{30}{100} = 0.30$, $P(6) = \frac{25}{100} = 0.25$

رائدٌ

$P(1) = \frac{18}{100} = 0.18$, $P(2) = \frac{18}{100} = 0.18$,

$P(3) = \frac{15}{100} = 0.15$, $P(4) = \frac{17}{100} = 0.17$,

$P(5) = \frac{17}{100} = 0.17$, $P(6) = \frac{15}{100} = 0.15$

الْخُطْوَةُ 3 أقارنُ بينَ الاحتمالاتِ النظريةِ وَالتجريبيةِ:

ألاحظُ أَنَّ قِيَمَ الاحتمالِ التجريبيِّ في تجربةِ ريمَ ليسَتْ قريبةً مِنْ قِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لَها. أَمّا قِيَمُ الاحتمالِ التجريبيِّ في تجربةِ رائدٍ فَقريبةٌ مِنْ قِيَمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لَها.

أتعلم

قدْ تكونُ سطوحُ حجرِ النردِ الّذي استعملَتْهُ ريمُ غيرَ منتظمةٍ.

2 **أيٌّ منهُما قدْ يكونُ استعملَ حجرَ نردٍ عادلًا؟ أبرّرُ إجابتي.**

قِيَمُ الاحتمالِ النظريِّ قريبةٌ مِنْ قِيَمِ الاحتمالِ التجريبيِّ في تجربةِ رائدٍ؛ لذا، مِنَ المتوقعِ أنْ تكونَ حجرُ النردِ الّتي استخدمَها رائدٌ عادلًا.

أتحققُ من فهمي:

يحتوي قرصٌ دوّارٌ أربعةَ أقسامٍ مرقمةً مِنْ 1 إلى 4، وَعندَ تسجيلِ الرقمِ الّذي يستقرُّ عندَهُ المؤشرُ كانَتِ النتائجُ كَما في الجدولِ المجاورِ.

هَلِ القرصُ مقسمٌ إلى أقسامٍ متساويةٍ؟ أبرّرُ إجابتي.

الرقْمُ	1	2	3	4
التَّكرارُ	10	10	9	11

قيم الاحتمال النظري قريبة جدًا من قيم الاحتمال التجريبي لذا فإن القرص مقسم إلى أقسام متساوي. (احتمال ظهور أي رقم من الأرقام ضمن الاحتمال النظري هو 25% ، وفي الاحتمال التجريبي فإن احتمال ظهور (1) هو 25% واحتمال ظهور (2) هو 25% واحتمال ظهور (3) هو 23% واحتمال ظهور (4) هو 28%)

مثال 3: من الحياة

- أبين للطلبة أهمية استعمال الاحتمال التجريبي في التنبؤ (التوقع).
- أُوضّح للطلبة العينة العشوائية. (فرصة اختيار فرد أو عنصر في المجتمع متساوية).
- أبيـن للطلبـة ارتبـاط دقـة التنبـؤ بدقـة المعاينـة التي أجريت.

4 التدريب

أتدرب وأحلّ المسائل:

- أُوجّـه الطلبـة إلـى فقـرة (**أتـدرب وأحل المسـائل**)، وأطلـب إليهـم حـل المسـائل الـواردة فيها.
- إذا واجه الطلبة صعوبة في حل أي مسالة، فأختار أحد الطلبة ممن تمكنوا من حل المسألة؛ لعرض الحلّ على اللوح.
- قد يحتاج بعض الطلبة إلى المساعدة في حل المسائل من 13 – 10؛ لذا أبين لهم أن يجدوا أولًا عدد مرات إلقاء حجر النرد عن طريق التمثيل البياني ثم متابعة الحل.

يمكنُنا استعمالُ الاحتمالِ التجريبيُّ في مواقفَ حياتيةٍ كثيرةٍ، مِنْ أهمِّها بناءُ توقّعاتٍ لِأحداثٍ يصعبُ حسابُ احتمالاتِ وقوعِها نظريًّا.

مثال 3: منَ الحياةِ

يأخذُ خبـراءُ التفتيشِ في المطاراتِ وَالموانـئِ البحريةِ عيّناتٍ عشـوائيةً مِنَ البضاعةِ المسـتورَدَةِ لِاختبارِ مدى مطابقتِها لِلمواصفاتِ. فَإذا وجدَ ضابطُ الجودةِ في 5 بناطيلَ عيوبًا مصنعيةً مِنْ 200 بنطالٍ في أحدِ صناديقِ الشـحنِ، فَكَمْ بنطالًا يُتوقَّعُ وجودُ عيبٍ مصنعيٍّ فيهِ في شحنةٍ تحوي 5000 بنطالٍ؟

أستعملُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّعِ عددِ البناطيلِ الّتي يوجدُ فيها عيوبٌ مصنعيةٌ في الشحنةِ.

الخُطـوَةُ 1 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ:

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ وقوعِ الحادثِ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربةِ}}$$

$$= \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$$

الخُطـوَةُ 2 أضربُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِوجودِ بناطيلَ فيها عيوبٌ مصنعيةٌ في عددِ البناطيلِ التي تحويها الشحنةُ:

$$\frac{1}{40} \times 5000 = 125$$

إذنْ، يُتوقَّعُ وجودُ 125 بنطالًا فيها عيوبٌ مصنعيةٌ في الشحنةِ.

أتحققُ من فهمي:

رُصِدَتْ عددُ الأيامِ الماطرةِ في آخرِ 12 يومًا مِنْ شهرِ آذارَ فَوُجِدَ أَنَّها يومان. إذا استمرَّ هَطلُ الأمطارِ بالمعدلِ نفسِهِ، فَكَمْ يومًا مِنَ المتوقَّعِ أَنْ يكونَ ماطرًا في شهرِ نَيسانَ؟ $P(A) = \frac{2}{12}$ ، عدد الايام الماطرة $= \frac{2}{12} \times 30 = 5$

أتدرب وأحل المسائل

صورةٌ	37
كتابةٌ	63

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ نتائجَ رَمي قطعةٍ نقديةٍ 100 مرةٍ وَتسجيلَ الوجهِ العُلويِّ. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:

1 ظهورِ صورةٍ. $P(\text{صورة}) = \frac{37}{100}$

2 ظهورِ كتابةٍ. $P(\text{كتابة}) = \frac{63}{100}$

لدى كلٍّ مِنْ هاشمٍ وَميسونَ قرصٌ دوّارٌ يحتوي أربعةَ أقسامٍ مرقَّمةً مِنْ 1 إلى 4، أدارَ كلٌّ مِنْهُما قرصَهُ وَسجّلَ الرقْمَ الذي استقرَّ عندَهُ وسجّلَ النتائجَ في الجدولَيْنِ الآتيَيْنِ:

ميسونُ				
الرقْمُ	1	2	3	4
التّكرارُ	33	17	28	22

هاشمٌ				
الرقْمُ	1	2	3	4
التّكرارُ	11	14	10	15

3 كَمْ مرَّةً أدارَ كلٌّ مِنْهُما قرصَهُ؟ دار قرص ميسون 100 مرة ، وقرص هاشم 50

4 أجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ كلِّ رقْمٍ على القرصِ الدوّارِ. انظر الهامش

5 أيٌّ مِنْهُما قد يكونُ قرصُهُ مقسمًا إلى أقسامٍ متساويةٍ؟ أبرِّرُ إجابتي.
كلاهما لأن نتاجهما قريبة من الاحتمال النظري .

معلومة
اختُرِعَتْ في العامِ 1973 أوّلُ كاميرا مراقبةٍ تعملُ بِرُقاقةٍ صغيرةٍ.

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ أنواعَ المركباتِ وَأعدادَها الّتي رصدَتْها كاميرا مراقبةٍ عندَ مرورِها في أحدِ الشوارعِ خلالَ المدةِ الزمنيةِ مِنْ 5 p.m. حتّى 6 p.m.، أستعملُ الجدولَ لِأجِدَ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:

شاحنةٌ	درّاجةٌ	سيّارةٌ
8	8	19

6 مرورِ سيّارةٍ أمامَ الكاميرا. $P(\text{سيارة}) = \frac{19}{35}$

7 مرورِ درّاجةٍ أمامَ الكاميرا. $P(\text{دراجة}) = \frac{8}{35}$

8 مرورِ شاحنةٍ أمامَ الكاميرا. $P(\text{شاحنة}) = \frac{8}{35}$

9 **بيضٌ:** فحصَ تاجرٌ 20 طبقَ بيضٍ فَوجدَ أنَّ 3 أطباقٍ تحوي بيضًا مكسورًا. كَمْ طبقَ بيضٍ مِنَ المتوقَّعِ وجودُ بيضٍ مكسورٍ فيهِ مِنْ 1000 طبقٍ؟
$P(A) = \frac{3}{20}$ ، عدد الاطباق التي يتوقع ان يكون فيها بيض مكسور = $\frac{3}{20} \times 1000 = 150$

مسائل مهاراتُ التفكير

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (**مهارات التفكير العليا**)، وأطلب إليهم حل المسائل 14-18
- في المسألتين (14) و (15) أبين للطلبة أن عدد المباريات التي خاضها الفريق هو مجموع المباريات (الخسارة، التعادل، الفوز).

الواجب المنزلي:

- أطلب إلى الطلبة حل المسائل الواردة في الدرس جميعها من كتاب التمارين واجبًا منزليًا. لكن أُحدّد المسائل التي يمكنهم حلها في نهاية كل حصة بحسب ما يقدّم من أمثلة الدرس وأفكاره. يمكن أيضًا إضافة المسائل التي لم يحلها الطلبة داخل الغرفة الصفية إلى الواجب المنزلي.

إجابات (أتدرب وأحل المسائل):

4) قرص ميسون:

$$p(1) = \frac{33}{100} = 33\% , p(2) = \frac{17}{100} = 17\% ,$$
$$p(3) = \frac{28}{100} = 28\% , p(4) = \frac{22}{100} = 22\%$$

قرص هاشم:

$$p(1) = \frac{11}{50} = 22\% , p(2) = \frac{14}{50} = 28\% ,$$
$$p(3) = \frac{10}{50} = 20\% , p(4) = \frac{15}{50} = 30\%$$

5 الإثراء

البحث وحل المسائل:

- أستعمل نتائج كل تجربة مما يأتي لتصف شكل القرص الدوّار المستعمل في التجربة، على افتراض أن النتائج كلها قريبة من الاحتمال النظري.
- تدوير مؤشر القرص 50 مرة وكانت النتائج (اللون الأحمر تكرر 24 مرة، واللون الأزرق تكرر 12 مرة، واللون الأصفر تكرر 14 مرة). وصف القرص: (إجابة ممكنة: نصف القرص لونه أحمر، وربعه لونه أزرق، والربع الآخر لونه أصفر).
- تدوير مؤشر القرص 100 مرة وكانت النتائج (اللون الأحمر تكرر 53 مرة، واللون الأخضر تكرر 47 مرة). وصف القرص: (إجابة ممكنة: نصف القرص لونه أحمر، والنصف الآخر لونه أخضر).

توسعة: أطلب إلى الطلبة عرض نتائج إلقاء مكعب الأرقام عددًا من المرات ووصفه في كل مرة.

تعليمات المشروع:

- أطلب إلى الطلبة الرجوع إلى البيانات التي جمعوها لتنفيذ المهمة (9).

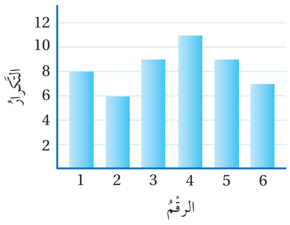
6 الختام

- أُوجّه الطلبة إلى فقرة (أكتب)؛ للتأكد من فهم الطلبة كيفية إيجاد الاحتمال التجريبي لحادث ما.

إرشاد

أَجِدُ أولًا عددَ مرّاتِ إلقاءِ حجرِ النّردِ، مستعينًا بِالتمثيلِ البيانيِّ.

يبيّنُ التمثيلُ بِالأعمدةِ المجاورُ نتائجَ تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ وَتسجيلِ الرقْمِ الظاهرِ على وجهِهِ العُلويِّ، أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ:



10 ظهورِ الرقْمِ 6 $P(6) = \frac{7}{50}$

11 عدمِ ظهورِ الرقْمِ 1 $P(\text{عدم ظهور } 1) = \frac{42}{50}$

12 ظهورِ رقْمٍ أقلَّ مِنْ 3 $P(\text{أقل من } 3) = \frac{14}{50}$

13 ظهورِ الرقْمَينِ 2 أَوْ 4 $P(2 \text{ أو } 3) = \frac{17}{50}$

مهاراتُ التفكيرِ العُليا

تبريرٌ: سجّلَ يوسفُ عددَ مرّاتِ فوزِ وَخسارةِ وَتعادُلِ فريقِ كرةِ السلةِ الّذي يشجعُهُ في موسمٍ واحدٍ في الجدولِ المجاورِ:

خسارةٌ	تعادلٌ	فوزٌ
19	25	36

14 أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِفوزِ الفريقِ. $P(\text{فوز الفريق}) = \frac{36}{80}$ ، احتمال فوز الفريق 45%

15 معتمدًا على نتائجِ الاحتمالِ التجريبيِّ، هَلْ مِنَ المتوقَّعِ فوزُ الفريقِ في المباراةِ القادمةِ؟ أبرّرُ إجابتي.

15) نعم . المباراة القادمة يصبح عدد المباريات 81 وعدد مباريات الفوز = 37 ، احتمال الفوز $P(\text{الفوز}) = \frac{37}{80}$ ، احتمال الفوز 45% وهو ضمن الاحتمال التجريبي.

تبريرٌ: قرصٌ دوّارٌ يحتوي أربعةَ أقسامٍ لِكُلٍّ مِنْها لونٌ مختلِفٌ. يبيّنُ الجدولُ المجاورُ نتائجَ تجربةِ تدويرِ مؤشرِهِ 200 مرةٍ:

	أسودُ	أزرقُ	زهريٌّ	أحمرُ
التَّكرارُ	34	72	58	36
الاحتمالُ التجريبيُّ	0.17	0.36	0.29	0.18

إرشاد

أكتبُ نتائجَ الاحتمالِ التجريبيِّ على الصورةِ العشريةِ؛ لِتسهيلِ المقارنةِ.

16 أكملُ الجدولَ.

17 أيُّ قسمَينِ في القرصِ مِنَ المتوقعِ أَنْ يكونَ لَهُما المقاسُ نفسُهُ؟ أبرّرُ إجابتي. الأحمر والأسود

18 **أكتبُ** كيفَ أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِحادثٍ ما؟
هو الاحتمال الذي يعتمد على عدد مرات تكرار التجربة واحتمال وقوع الحادث A يساوي عدد مرات وقوع الحادث مقسوما على عدد مرات اجراء التجربة

الوحدة 8

اختبار الوحدة:

- أطلب إلى الطلبة حل المسائل 5-1 فرديًّا، وأتجول بينهم، وأقدم لهم التغذية الراجعة، ثم أناقش حلّ بعض المسائل على اللوح مع الصف كاملًا.
- أقسم الطلبة مجموعات، ثم أطلب إليهم حل المسائل (21-6). أتابع الحلول وأقدم لهم التغذية الراجعة والمساعدة والدّعم وقت الحاجة. أختار المسائل التي واجه الطلبة صعوبة في حلها وأناقشها معهم على اللوح.

اختبارُ الوحدةِ

أختارُ رمزَ الإجابةِ الصحيحةِ:

1) جمعَتْ رنيمُ المعلوماتِ الآتيةَ عَنْ عددِ الكتبِ الّتي قرأتْها زميلاتُها في العطلةِ الصيفيةِ:

1	2	5	4	0	2	3	4	0
0	10	8	4	7	3	1	6	4

أيُّ المقاييسِ الآتيةِ قيمتُهُ تساوي 4؟

a) الوسطُ الحسابيُّ b) الوسيطُ
c) المِنوالُ d) المدى

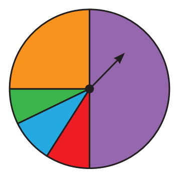
2) الوسطُ الحسابيُّ لِمجموعةِ القِيَمِ 70 ,80 , 70 , 90 , 80, 100, 70 يساوي:

a) 280 b) 90
c) 80 d) 70

3) مقياسُ مقدارِ تشتّتِ البياناتِ وَتباعدِها هُوَ:

a) الوسطُ الحسابيُّ b) الوسيطُ
c) المدى d) المِنوالُ

4) إذا دارَ مؤشّرُ القرصِ المجاورِ 600 مرةٍ، كَمْ مرّةً تقريبًا يُتوقَّعُ أَنْ يقفَ على القطاعِ الأحمرِ؟



a) 30 b) 40
c) 50 d) 60

5) يوجدُ في مدرسةٍ 1200 طالبٍ (ذكورٍ وَإناثٍ)، اختيرَتْ عيّنةٌ مِنْ 100 طالبٍ عشوائيًّا، فَكانَ عددُ الذكورِ فيها 45، أيُّ الأعدادِ الآتيةِ يمثّلُ عددَ الذكورِ المحتمَلِ في المدرسةِ؟

a) 450 b) 500 c) 540 d) 600

يلخصُ الجدولُ المجاورُ أعمارَ حضورِ حفلَينِ شِعريَّينِ بِالسنواتِ: 6 وَ 7 انظر الهامش

	الحفلُ (1)	الحفلُ (2)
الوسيطُ	38	37
الوسطُ الحسابيُّ	38.4	39.2
المَدى	64	48

6) أقارنُ تباعُدَ أعمارِ حضورِ الحفلَينِ. أفسّرُ إجابتي.

7) يريدُ أحمدُ أَنْ يحدّدَ الحفلَ الّذي حضرَهُ أُناسٌ أصغرُ سنًّا، فَما الصعوباتُ الّتي سوفَ تواجهُهُ؟

زراعةٌ: يبيّنُ مخططُ الساقِ وَالورقةِ المجاورُ كُتَلَ 25 تفاحةً رُصِدَتْ في مختبرٍ زراعيٍّ:

الساقُ	الورقةُ
9	2 4 5 6
10	0 2 4 5 5 8 8
11	1 1 4 4 4 7
12	2 3 5 6 8
13	1 4 9

المفتاحُ: 9|2 = 92 g

8) ما عددُ التفاحاتِ الّتي تقلُّ كُتلتُها عَنْ 100 g؟ 4

9) ما نسبةُ التفاحاتِ الّتي كُتلتُها بينَ 120 g وَ 130 g؟ 20%

10) ما كُتلةُ أثقلِ تفاحةٍ؟ 139 g

11) ما مَدى كُتَلِ التفاحاتِ؟ 47

12) أجِدُ المِنوالَ لِكُتَلِ التفاحاتِ. 114

13) أجِدُ الوسيطَ لِكُتَلِ التفاحاتِ. 111

إجابات (اختبار الوحدة):

6) أعمار الحضور في الحفل (1) أكثر تباعدًا من أعمار الحضور في الحفل (2)؛ لأن المدى أكبر.

7) الوسط الحسابي لأعمار الحضور في كلا الحفلين متقارب.

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

أشرح للطلبة المقصود بالاختبارات الدولية، وأطلب إليهم حلّ أسئلة (**تدريب على الاختبارات الدولية**) فرديًّا، ثم أناقش حلولها معهم على اللوح.

اختبارُ الوحدةِ

لدى هاني 20 بنطالاً لِبعضِها زرٌّ مِنَ الأمامِ وَلِبعضِها الآخرِ رباطٌ مطاطيٌّ، وَيبيّنُ الجدولُ أدناهُ أعدادَ هذِهِ البناطيلِ وَألوانَها:

	بنيٌّ	أسودُ	أزرقُ
بنطالٌ لَهُ زرٌّ مِنَ الأمامِ	4	5	3
بنطالٌ لَهُ رباطٌ مطاطيٌّ	3	2	3

إذا اختارَ هاني بنطالًا عشوائيًّا، فَأَجِدُ احتمالَ:

14 اختيارِ بنطالٍ برباطٍ مطاطيٍّ. 40%

15 اختيارِ بنطالٍ بُنّيٍّ برباطٍ مطاطيٍّ. 15%

16 اختيارِ بنطالٍ لونُهُ أسودُ. 35%

17 اختيارِ بنطالٍ برباطٍ مطاطيٍّ لونُهُ أسودُ أَوْ بُنّيٌّ. 25%

18 اختيارِ بنطالٍ لونُهُ أسودُ أَوْ بُنّيٌّ. 70%

يبيّنُ مخطّطُ الساقِ وَالورقةِ أدناهُ عددَ زائري متحفٍ في 20 يومًا:

الساقُ	الورقةُ
20	5 6 8
21	0 1 5 5 8
22	1 3 5 6 7 8 9
23	3 7 8
24	1 4

المفتاحُ: 20|5 = 205

19 أَجِدُ وسيطَ عددِ الزائرينَ. 224

20 أَجِدُ المنوالَ. 215

21 أَجِدُ المَدى. 39

تدريبٌ على الاختباراتِ الدّوليّةِ

22 اختيارٌ مِنْ متعدّدٍ: إذا كانَ وسيطُ القِيَمِ 27 ,42 ,□ ,29 ,56 ,48 يساوي 37 وَالمَدى يساوي 29، فَإِنَّ القيمةَ المجهولةَ هِيَ:

a) 47 b) 37 c) 32 d) 41

تقدّمَ طلبةُ شعبتَيْنِ مِنَ الصفِّ السابعِ لِاختبارِ رياضياتٍ، وَفي ما يأتي ملخّصٌ لِنتائجِ الطلبةِ:

السابعُ (أ)	السابعُ (ب)
الوسطُ الحسابيُّ: 65	الوسطُ الحسابيُّ: 55
الوسيطُ: 59	الوسيطُ: 56
المَدى: 72	المَدى: 48

إذا كانَ عددُ الطلبةِ في كلِّ شعبةٍ يساوي 30 طالبًا، فَأضعُ إشارةَ (✓) في المكانِ المناسِبِ أمامَ كلِّ جملةٍ مِمّا يأتي:

23 درجاتُ طلبةِ الصفِّ السابعِ (أ) متباعدةٌ أكثرَ مِنْ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب).

صحيحٌ ✓ خطأٌ ☐

24 درجاتُ طلبةِ الصفِّ السابعِ (أ) أعلى مِنْ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب).

صحيحٌ ✓ خطأٌ ☐

25 أقلُّ مِنْ نصفِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب) حصلوا على درجةٍ أعلى مِنْ 50 .

صحيحٌ ☐ خطأٌ ✓

26 مجموعُ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (أ) أعلى مِنْ مجموعِ درجاتِ طلبةِ الصفِّ السابعِ (ب).

صحيحٌ ✓ خطأٌ ☐

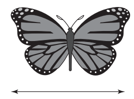
158

كتاب التمارين

الدرس 1 الوسطُ الحسابيُّ

1 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لأطوالِ أجنحةِ الفراشاتِ المبينَةِ أدناهُ، ثمَّ أرسمُ مخطَّطًا لِأبيّنَ أَنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنْهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَهُ وَبينَ القيمِ الأصغرِ مِنْهُ.

انظر الهامش



66	50	45	63	58
55	52	48	60	59

رصدَتْ سناءُ عددَ دقائِقِ تأخّرِ باصِ مدرستِها خلالَ أُسبوعٍ، فَكانَتِ النتائجُ كَما في الجدولِ المجاورِ:

الخميسُ	الأربعاءُ	الثلاثاءُ	الإثنين	الأحدُ
دقيقةٌ واحدةٌ	6 دقائقَ	8 دقائقَ	صفر دقيقةً	5 دقائقَ

2 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِعددِ دقائقِ تأخّرِ الباصِ. 4 دقائق

3 أرسمُ مخطَّطًا لِأبيّنَ أَنَّ مجموعَ المسافاتِ بينَ الوسطِ الحسابيِّ وَالقِيَمِ الأكبرِ مِنْهُ يساوي مجموعَ المسافاتِ بينَهُ وَبينَ القيمِ الأصغرِ مِنْهُ. انظر الهامش

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ الأشجارِ الموجودةِ في 60 حديقةً منزليةً:

عددُ الأشجارِ	0	1	2	3	4
التَّكرارُ	18	24	10	2	6

4 أَجِدُ الوسطَ الحسابيَّ لِعددِ الأشجارِ في الحديقةِ الواحدةِ لِأقربِ منزلةٍ عشريةٍ واحدةٍ. $\overline{x} = \frac{74}{60} \approx 1.2$

5 أصفُ التغيرَ في الوسطِ الحسابيِّ عندَ إضافةِ 4 حدائقَ جديدةٍ لِلجدولِ في كلِّ واحدةٍ مِنْها 5 شجراتٍ. $\overline{x} = \frac{94}{64} \approx 1.5$

ازداد الوسط الحسابي بمقدار 0.3 تقريبًا والسبب أن عدد الشجرات الجديدة أزاح الوسط الحسابي إلى اليمين باتجهه.

6 إذا كانَ الوسطُ الحسابيُّ لِكُتلةِ 6 حبّاتِ بسكويتٍ 23 g، وَكانَتْ كُتلةُ 5 حبّاتٍ كَالآتي:

24 g 23 g 25 g 19 g 20 g

أَجِدُ كتلةَ حبّةِ البسكويتِ السادسةِ. 27

36

الدرس 2 الوسيطُ، وَالمِنوالُ، وَالمَدى

الوحدة 8

الإحصاءُ وَالاحتمالاتُ

تمثّلُ البياناتُ المجاورةُ أطوالَ 15 نبتةً لِأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ مِنَ السنتيمترِ. أَجِدُ:

19.1	15.3	12.8	13.2	14.6
20.0	18.4	14.8	13.5	17.5
14.4	16.7	18.1	17.6	17.3

1 الوسطَ الحسابيَّ $\overline{x} = \frac{243.3}{15} \approx 16.2$

2 الوسيطَ 16.7

3 هلْ يمكنُ إيجادُ المِنوالِ لِأطوالِ النباتاتِ؟ أبرّرُ إجابتي. لا يمكن، لأن الأطوال جميعها لها التكرار نفسه.

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ العاملينَ في أحدِ المكاتبِ في 40 يومًا مختلفًا:

عددُ العاملينَ	11	12	13	14	15	16
التَّكرارُ	3	7	11	9	8	2

4 يقولُ سائدٌ: «إنَّ الوسطَ الحسابيَّ لِعددِ العاملينَ في اليومِ الواحدِ أكبرُ مِنَ المِنْوالِ». هلْ قولُهُ صحيحٌ؟ أبيّنُ ذلكَ بِالحلِّ. $\overline{x} = \frac{538}{40} \approx 13.5$ ، المنوال يساوي 13، قول سائد صحيح.

أحدّدُ ما إذا كانَ يجبُ استعمالُ الوسطِ الحسابيِّ أمِ الوسيطِ أمِ المِنوالِ أمِ المدى في كلٍّ مِنَ المواقفِ الآتيةِ:

5 تصنعُ رزانُ ملابسَ بِثلاثةِ مقاساتٍ: صغيرٍ، وَوسطٍ، وَكبيرٍ، وَتريدُ معرفةَ متوسطِ المقاساتِ. المنوال

6 يتقاضى 30 موظَّفًا رواتبَ مِنَ الشركةِ الّتي يعملونَ بِها. يُريد صاحبُ العملِ معرفةَ الراتبِ الّذي يتقاضى نصفُ الموظَّفينَ أقلَّ مِنْهُ. الوسيط

7 تراقبُ إدارةُ المرورِ سرعةَ السيّاراتِ على طريقٍ سريعٍ، وَتريدُ الإدارةُ معرفةَ تقارُبِ سُرُعاتِ السيّاراتِ أَوْ تباعدِها. المدى

8 فكّرَ كلٌّ مِنْ قاسمٍ وَماجدةَ بِمجموعةٍ مِنَ الأعدادِ فَكانَتْ كَما يأتي:

أعدادُ قاسمٍ	أعدادُ ماجدةَ
? ? 12 10	12 7 6 3

وسط أعداد ماجدة 7 فيكون وسط أعداد قاسم 9

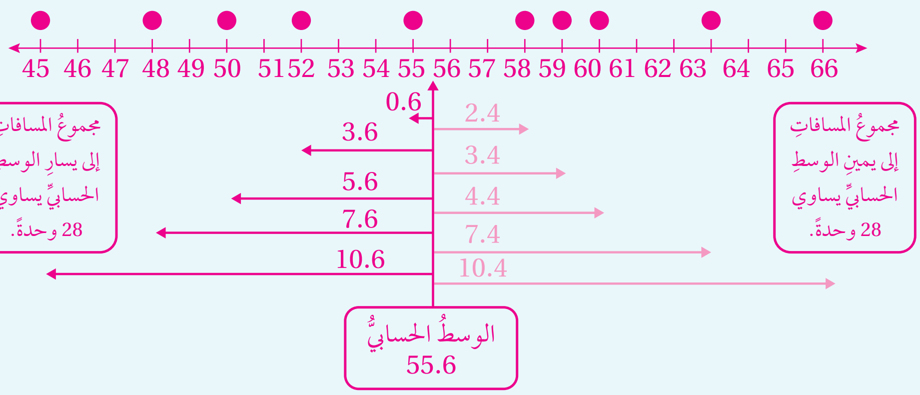
إذا كانَ عددانِ مِنْ أعدادِ قاسمٍ مفقودَينِ، وَكانَ الوسطُ الحسابيُّ لِأعدادِهِ يزيدُ عَنِ الوسطِ الحسابيِّ لِأعدادِ ماجدةَ بِمقدارِ 2، وَكانَ مَدى أعدادِ قاسمٍ وَمَدى أعدادِ ماجدةَ متساويَينِ، أَجِدُ العددَينِ المفقودَينِ.

مدى أعداد ماجدة 9، فيكون العدد الأصغر عند قاسم 3 وهو أحد العددين المجهولين، العدد المجهول الثاني عند قاسم هو 11

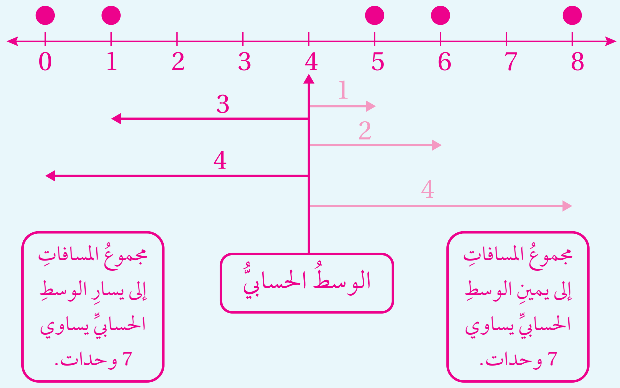
37

إجابات الدرس 1:

1) $\overline{x} = 55.6$



3)



كتاب التمارين

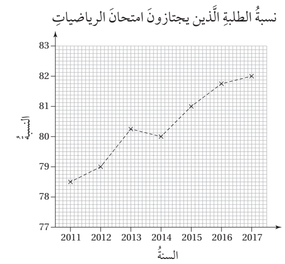
الدرسُ 3 التمثيلُ بِالساقِ وَالورقةِ

سجّل أوسٌ عددَ أطباقِ البيتزا الّتي باعَها في كلِّ يومٍ، وَنظمَ النتائجَ الّتي حصلَ عَلَيْها في مخطّطِ الساقِ وَالورقةِ المجاورِ:

الساق	الورقة
0	4 9
1	0 1 3 5 7 8
2	1 2 5 6 6 7 9
3	0 2 3 3 8
4	1 5 5 7
5	0 0 0

المفتاحُ: $2 \mid 1 = 21$

1. ما عددُ الأيامِ الّتي سجّلَ فيها هذِهِ المعلوماتِ؟ ....27 يوم
2. ما عددُ الأيامِ الّتي باعَ فيها 33 طبقًا؟ ....يومان
3. ما أقلُّ عددٍ مِنَ الأطباقِ باعَهُ في يومٍ واحدٍ؟ 4
4. ما عددُ الأيامِ الّتي باعَ فيها أكثرَ مِنْ 30 طبقًا؟ ....11 يوم
5. أَجِدَ مِنوالَ عددِ الأطباقِ الّتي بيعَتْ في يومٍ واحدٍ. ....50 طبق
6. أَجِدُ وسيطَ عددِ الأطباقِ الّتي بيعَتْ في يومٍ واحدٍ. 27
7. أَجِدُ مَدى عددِ الأطباقِ التي بيعتْ. 46



وضعَتْ بسمةُ الفرَضيةَ الآتيةَ، وَتريدُ أَنْ تختبرَ صحّتَها:

نسبةُ الطلبةِ الّذين يجتازونَ امتحانَ الرياضياتِ تزدادُ كلَّ عامٍ منذُ 2011 .

جمعَتْ بسمةُ بياناتٍ حولَ فرَضيّتِها، وَمثّلَتْها في الشكلِ المجاورِ. أجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ بناءً على هذِهِ البياناتِ:

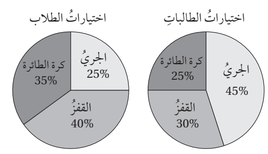
8. هلِ الفرَضيّةُ الّتي وضعَتْها بسمةُ صحيحةٌ؟ انظر الهامش
9. أكتبُ فرَضيّةً حولَ البياناتِ الّتي جمعَتْها بسمةُ، وَأختبرُ صحّتَها. انظر الهامش

10. مدرسةٌ فيها 360 طالبًا وَ 420 طالبةً، يختارُ كلُّ طالبٍ نشاطًا رياضيًّا لِيشاركَ بِهِ في اليومِ المفتوحِ. وضعَ معلّمُ التربيةِ الرياضيةِ الفرَضيّةَ الآتيةَ: انظر الهامش

عددُ الطلبةِ الّذينَ سَيختارونَ الجريَ أكبرُ مِنْ عددِ الطلبةِ الّذينَ سَيختارونَ القفزَ.

جمعَ المعلّمُ بياناتٍ حولَ النشاطِ المفضَّلِ لَدى الطلبةِ، وَمثّلَها في القطاعاتِ الدائريةِ المجاورةِ.

هلِ الفرَضيّةُ الّتي وضعَها المعلمُ صحيحةٌ؟



الدرسُ 4 الاحتمالاتُ

اختارَتْ ناديا بطاقةً عشوائيًّا مِنْ بينِ البطاقاتِ المجاورةِ، أَجِدُ احتمالَ اختيارِ:

1. بطاقةٍ تحملُ دائرةً. $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
2. بطاقةٍ تحملُ مستطيلًا وَالعددَ 3 $\frac{2}{12} = \frac{1}{6}$
3. بطاقةٍ تحملُ العددَ 1 $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
4. بطاقةٍ تحملُ شكلاً لَهُ أضلاعٌ. $\frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

5. يبيّنُ الجدولُ الآتي ألوانَ الجواربِ التي تبيعُها ماجدةُ في متجرِها للرّجالِ والنساءِ. أكملُ الجدولَ.

	أحمرُ	أبيضُ	أسودُ	أزرقُ	رماديٌّ	المجموعُ
رجالٌ	7	6	15	5	7	40
نساءٌ	6	8	10	5	6	35
المجموعُ	13	14	25	10	13	75

يوجد حلول أخرى للعمودين أسود وأحمر

6. كيسٌ يحتوي 12 كرةً متماثلةً، ألوانُها أحمرُ وأصفرُ وأزرقُ. اختارَ أحمدُ عشوائيًّا كرةً منَ الكيسِ، فإذا كانَ احتمالُ اختيارِ كرةٍ ليسَتْ حمراءَ $\frac{2}{3}$ ، واحتمالُ اختيارِ كرةٍ ليسَتْ صفراءَ $\frac{1}{2}$ ؛ فكَمْ كرةً زرقاءَ في الكيسِ؟ 2

يبيّنُ الجدولُ المجاورُ ألوانَ المركباتِ في موقفٍ لِلسيّاراتِ، إذا اختيرَتْ مركبةٌ عشوائيًّا، أَجِدُ احتمالَ:

	سيّارةٌ	شاحنةٌ
أحمرُ	7	2
أبيضُ	3	7
أسودُ	11	0
أزرقُ	4	1

7. اختيارِ شاحنةٍ. $\frac{10}{35} = \frac{2}{7}$
8. اختيارِ سيّارةٍ زرقاءَ. $\frac{4}{35}$
9. اختيارِ شاحنةٍ سوداءَ أَوْ سيّارةٍ. $\frac{25}{35} = \frac{5}{7}$

إجابات الدرس 3:

8) غير صحيحة، لأن النسبة نقصت في عام 2014 عن عام 2013.

9) مدى نسبة الطلبة الذين اجتازوا الامتحان بين عامي 2014 وَ 2017 أكبر منها بين عامي 2011 وَ 2014

اختبار صحة الفرضية: مدى النسبة بين عامي 2014 وَ 2017 يساوي 2، أما مدى النسبة بين عامي 2011 وَ 2014 فتساوي 1.75

10) عدد الطلبة الذين يفضلون الجري:

$0.25 \times 360 + 0.45 \times 420 = 309$

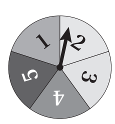
عدد الطلبة الذين يفضلون القفز:

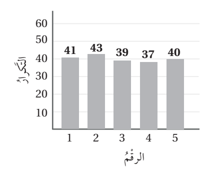
$0.40 \times 360 + 0.30 \times 420 = 270$

الفرضية غير صحيحة.

الدرسُ 5 الاحتمالُ التجريبيُّ

يبيّنُ التمثيلُ بِالأعمدةِ المجاورُ نتائجَ تدويرِ مؤشرِ القرصِ المجاورِ 200 مرةٍ وَتسجيلِ الرقْمِ الّذي يستقرُّ عندَهُ المؤشرُ، أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِـ :





1. توقُّفِ المؤشرِ عندَ الرقْمِ 3 $\frac{39}{200} = 0.195$
2. توقّفِ المؤشرِ عندَ رقْمٍ أكبرَ مِنْ 4 $\frac{40}{200} = 0.2$
3. توقّفِ المؤشرِ عندَ عددٍ غيرِ أوّليٍّ. $\frac{78}{200} = 0.39$

في تجربةِ إلقاءِ حجرِ نردٍ 75 مرةً وَتسجيلِ الرقْمِ الظاهرِ على الوجهِ العُلويِّ ظهرَ العددُ (6) 25 مرةً:

4. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِظهورِ العددِ 6 $\frac{25}{75} = \frac{1}{3}$
5. هلْ حجرُ النردِ المستعملُ في التجربةِ عادلٌ أَمْ لا؟ أبرّرُ إجابتي.

ليس عادلا يجب أن يكون الاحتمال التجريبي قريبا من $\frac{1}{6}$

مطاعمُ: يقدّمُ مطعمٌ عرضًا لِلزبائنِ بِاختيارِ طبقٍ إضافيٍّ مَعَ وجباتِهِمْ مِنْ بَينِ ثلاثةِ أطباقٍ: بطاطا، أَوْ أَرُزٍّ، أَوْ معكرونةٍ، وَيبيّنُ الجدولُ المجاورُ طلباتِ الزبائنِ في أحدِ الأيامِ.

الطلبُ الإضافيُّ	العددُ
أَرُزٌّ	29
بطاطا	13
معكرونةٌ	1

6. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِاختيارِ زبونٍ طبقَ البطاطا. $\frac{13}{43} \approx 0.3$
7. إذا ارتادَ المطعمَ في اليومِ التالي 80 شخصًا، فَكَمْ زبونًا مِنَ المتوقَّعِ أَنْ يختارَ طبقَ الأَرُزِّ. $\frac{29}{43} \times 80 \approx 54$

صمّمَتْ سارةُ القرصَ الدوّارَ المجاورَ، وَدوّرَتِ المؤشرَ 40 مرةً، ثُمَّ رصدَتِ النتائجَ الّتي حصلَتْ عليها في الجدولِ المجاورِ:

اللونُ	أحمرُ	أزرقُ
التّكرارُ	9	31

8. أَجِدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لِتوقّفِ المؤشرِ عندَ اللونِ الأزرقِ. $\frac{31}{40} \approx 0.78$
9. هلِ القرصُ الّذي صممَتْهُ سارةُ عادلٌ أَمْ لا؟

عادل لأن اللون الأزرق يَشّكل حوالي 80٪ من مساحة القرص فيكون الاحتمال التجريبي قريبا من الاحتمال النظري.

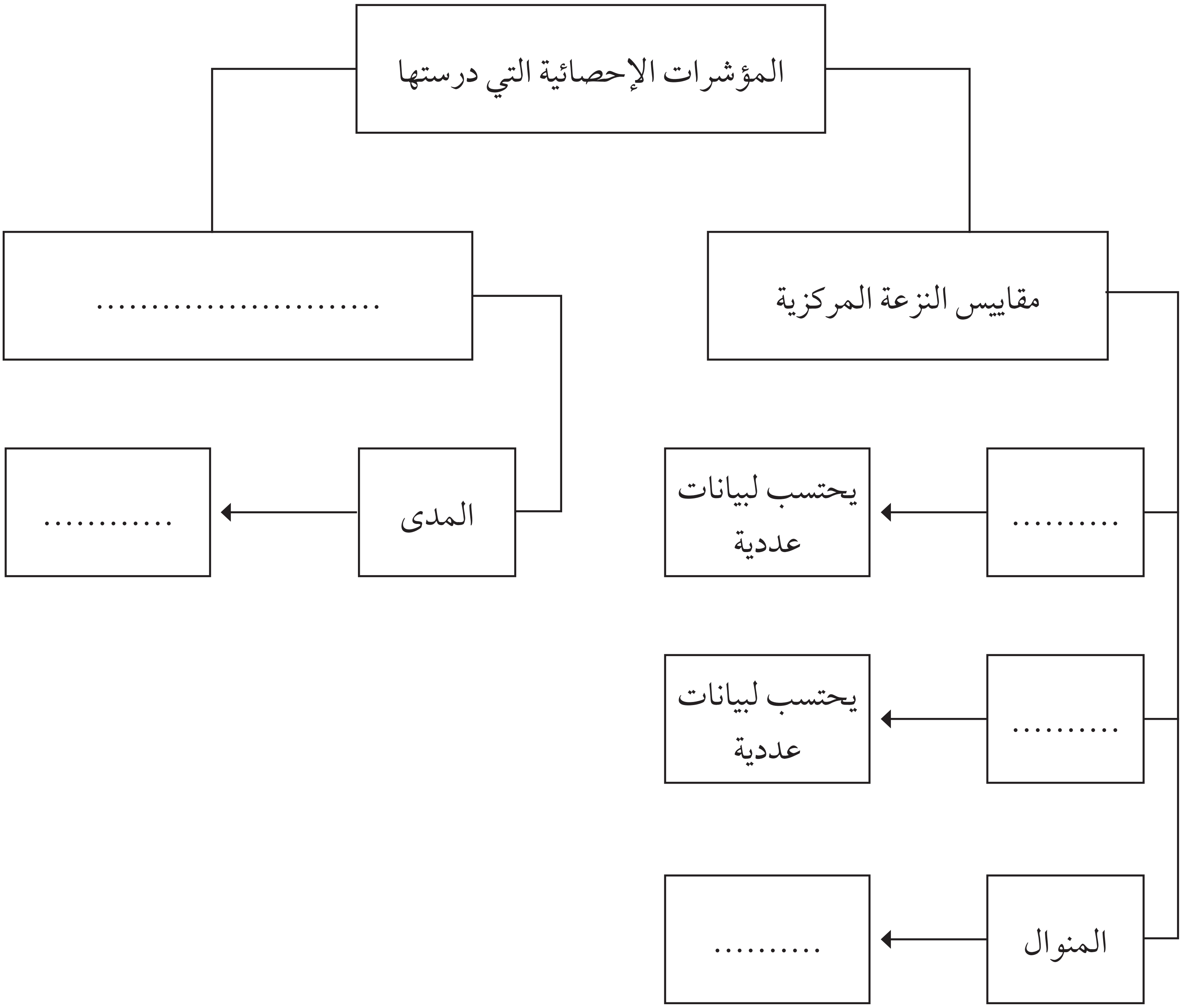
ورقة المصادر 1 : عائلات

الاسم: محمد العمر: 4 عائلة أحمد	الاسم: خالد العمر:5 عائلة أحمد	الاسم: سلمى العمر:9 عائلة أحمد	الاسم: ليلى العمر:15 عائلة أحمد	الاسم: علي العمر: 2 عائلة أحمد

الاسم: عدي العمر: 15 عائلة سلطان	الاسم: محمد العمر: 9 عائلة سلطان	الاسم: هبة العمر: 6 عائلة سلطان

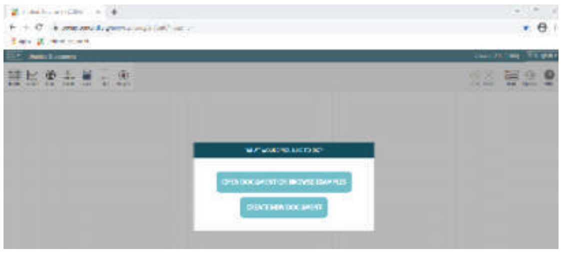
الاسم: خلود العمر: 4 عائلة عمر	الاسم: إيمان العمر: 5 عائلة عمر	الاسم: محمد العمر: 3 عائلة عمر

ورقة المصادر 2 : الخريطة المفاهيمية



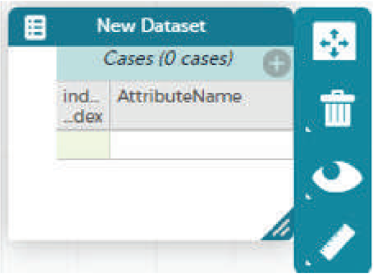
ورقة المصادر 3 : خطوات استخدام برمجية CODAP
(Common Online Data Analysis Platform)

1. أضغط على الرابط الآتي للوصول إلى الشاشـــة الرئيسة للبرمجية: ttps://codap.concord.org/app/static/dg/en/cert/index.html

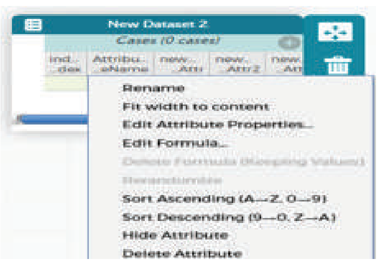


2. أضغط على زرّ "create new document"

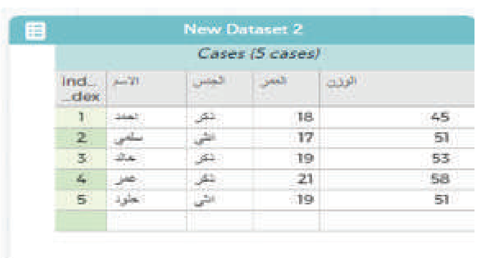
3. أضغط على زرّ " Tables " لإنشـــاء جـــدول البيانات الخاص بي. أُوجّه الطلبة إلى إدخال بيانات المشروع المجمّعة.



4. بعـــد الضغط علـــى زرّ "create new document" تظهر الشاشـــة المجاورة، وبالضغط على إشـــارة + تفتح أعمدة جديدة يمثل كل عامود منها متغيرًا من المتغيرات المراد تحليلها، كالوزن، والطول، العمر. وكل صفّ يمثل حالة من الحـــالات التي جمعت البيانات عنها.



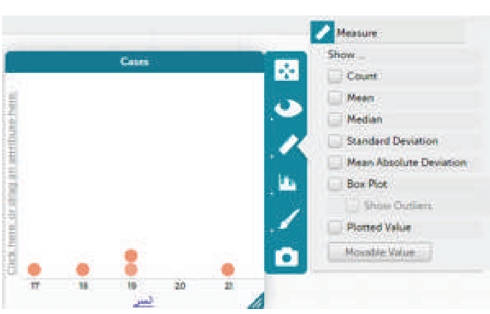
5. تتيـــح البرمجية إجراء التعديلات على الجـــدول، مثل تغيير عنوان العمود بالضغط على عنوان العمود.



6. ألاحظ بالنظر إلى الشاشة المجاورة إنشاء 4 متغيرات، هي: الاسم، الجنس، العمر، الوزن.

7. بعد تجهيـــز بيانات الجدول، أضغـــط على زرّ Graph وســـتُفتح نافذه جديدة. أســـحب متغير العمر وأفلته علـــى المحور الأفقي، فتحصل مباشـــرة على الشكل المجاور. أضغط على رمز المسطرة وأختار الإحصائيات التي ترغب بحسابها، مثل: الوسط الحسابي، والوسيط.

8. أُكرّر العملية لمتغيرات أخرى.



9. أنفذ النشاط مع الطلبة في مختبر الحاسوب بالمدرسة.

ورقة المصادر 4 : أحداث متوقعة

تساقط الثلوج غدًا	مشاهدة التلفاز مع العائلة
الحصول على تقدير ممتاز في الرياضيات	زيارة مدينة البترا الأثرية
غياب مدرس اللغة العربية	الذهاب للتسوق مع العائلة
زيارة طبيب الأسنان	استخدام الإنترنت هذا اليوم