



الرياضيات

الصف السابع - كتاب الطالب

الفصل الدراسي الثاني

7

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

إبراهيم أحمد عمارة

هبه ماهر التميمي

د. حسين عسكر الشرفات

د. عيسى عبد الوهاب الطراونة

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

☎ 06-5376262 / 237 📠 06-5376266 📧 P.O.Box: 2088 Amman 11941

📌 @nccd_jor 📧 feedback@nccd.gov.jo 🌐 www.nccd.gov.jo

قررت وزارة التربية والتعليم تدرّس هذا الكتاب في مدارس المملكة الأردنية الهاشمية جميعها، بناءً على قرار المجلس الأعلى للمركز الوطني لتطوير المناهج في جلسته رقم (2020/7)، تاريخ 2020/12/1 م، وقرار مجلس التربية والتعليم رقم (2020/161) تاريخ 2020/12/17 م بدءاً من العام الدراسي 2020 / 2021 م.

© Harper Collins Publishers Limited 2020.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 378 - 4

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2022/4/2074)

375.001

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

الرياضيات: الصف السابع: كتاب الطالب (الفصل الدراسي الثاني) / المركز الوطني لتطوير المناهج - ط 2؛

مزينة ومنقحة. - عمان: المركز، 2022

(158) ص.

ر.إ.: 2022/4/2074

الوصفات: / تطوير المناهج / المقررات الدراسية / مستويات التعليم / المناهج /

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه ولا يعبر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.



All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, sorted in retrieval system, or transmitted in any form by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise, without the prior written permission of the publisher or a license permitting restricted copying in the United Kingdom issued by the Copyright Licensing Agency Ltd, Barnard's Inn, 86 Fetter Lane, London, EC4A 1EN.

British Library Cataloguing -in- Publication Data

A catalogue record for this publication is available from the Library.

1441 هـ / 2020 م

2021 م - 2023 م

الطبعة الأولى (التجريبية)

أعيدت طباعته

المقدمة

انطلاقاً من إيمان المملكة الأردنية الهاشمية الراسخ بأهمية تنمية قدرات الإنسان الأردني، وتسليحه بالعلم والمعرفة؛ سعى المركز الوطني لتطوير المناهج، بالتعاون مع وزارة التربية والتعليم، إلى تحديث المناهج الدراسية وتطويرها، لتكون معيّنًا على الارتقاء بمستوى الطلبة المعرفي، ومجارات الأقران في الدول المتقدمة. ولما كانت الرياضيات إحدى أهم المواد الدراسية التي تنمّي لدى الطلبة مهارات التفكير وحلّ المشكلات، فقد أولى المركز هذا المبحث عنايةً كبيرةً، وحرص على إعداد كتب الرياضيات وفق أفضل الطرائق المُتبعة عالمياً على أيدي خبرات أردنية؛ لضمان انسجامها مع القيم الوطنية الراسخة، وتلبيتها لحاجات طلبتنا.

روعي في إعداد كتب الرياضيات تقديم المحتوى بصورة سلسلة، ضمن سياقات حياتية شائقة، تزيد رغبة الطلبة في التعلّم. وكذلك إبراز خطة حلّ المسألة، وإفراد دروس مستقلة لها تتيح للطلبة التدرّب على أنواع مختلفة من هذه الخطط وتطبيقها في مسائل متنوعة. وقد احتوت الكتب على مشروع لكل وحدة؛ لتعزيز تعلّم الطلبة المفاهيم والمهارات الواردة فيها وإثرائها. ولأنّ التدرّب المكثّف على حلّ المسائل يُعدّ إحدى أهم طرائق ترسيخ المفاهيم الرياضية وزيادة الطلاقة الإجرائية لدى الطلبة؛ فقد أعدّ كتاب التمارين على نحو يُقدّم للطلبة ورقة عمل في كل درس، تُحلّ بوصفها واجباً منزلياً، أو داخل الغرفة الصفية إن توافر الوقت الكافي. ولأنّنا ندرك جيداً حرص الكوادر التعليمية الأردنية على تقديم أفضل ما لديها للطلبة؛ فقد جاء كتاب التمارين أداة مساعدة تُوفّر عليها جهد إعداد أوراق العمل وطباعتها.

من المعلوم أنّ الأرقام العربية تُستخدم في معظم مصادر تعليم الرياضيات العالمية، ولا سيّما على شبكة الإنترنت، التي أصبحت أداة تعليمية مهمّة؛ لما تزخر به من صفحات تُقدّم محتوى تعليمياً تفاعلياً ذا فائدة كبيرة. وحرصاً منا على ألا يفوت طلبتنا أيّ فرصة، فقد استعملنا في هذا الكتاب الأرقام العربية؛ لجسر الهوة بين طلبتنا والمحتوى الرقمي العلمي، الذي ينمو بتسارع في عالم يخطو نحو التعليم الرقمي بوتيرة متسارعة.

ونحن إذ نُقدّم هذا الكتاب، نأمل أن ينال إعجاب طلبتنا والكوادر التعليمية الأردنية، ويجعل تعليم الرياضيات وتعلّمها أكثر متعةً وسهولةً، ونعد بأنّ نستمرّ في تحسين هذا الكتاب في ضوء ما يصلنا من ملاحظات.

المركز الوطني لتطوير المناهج

قائمة المحتويات

48	الوحدة 6 التتابع والتشابه
49	مشروع الوحدة: نموذج قصر الحرانية
50	الدرس 1 التتابع
56	الدرس 2 مقياس الرسم
61	معمل برمجة جيو جبراً: استكشاف الأشكال المتشابهة ...
62	الدرس 3 التشابه
69	الدرس 4 التكبير
75	معمل برمجة جيو جبراً: التكبير
76	الدرس 5 خطة حل المسألة: الرسم
78	اختبار نهاية الوحدة

6	الوحدة 5 التناسب وتطبيقاته
7	مشروع الوحدة: التناسب في الحياة اليومية
8	الدرس 1 معدّل الوحدة
13	الدرس 2 التناسب
18	الدرس 3 العلاقات التناسبية
23	الدرس 4 التناسب الطردي
29	معمل برمجة جيو جبراً: التناسب الطردي
30	الدرس 5 التناسب العكسي
36	الدرس 6 التقسيم التناسبي
41	الدرس 7 تطبيقات مالية
46	اختبار نهاية الوحدة

قائمة المحتويات

126	الوحدة 8 الإحصاء والاحتمالات
127	مشروع الوحدة: أتعرفُ إلى طلبة مدرستي
128	الدرس 1 الوسط الحسابي
133	الدرس 2 الوسط، وَالْمِنْوَالُ، وَالْمَدَى
138	الدرس 3 التمثيل بالساقِ وَالْوَرَقَةِ
144	الدرس 4 الاحتمالات
151	الدرس 5 الاحتمال التجريبي
157	اختبارُ نهايةِ الوحدة

80	الوحدة 7 المساحات والحجوم
81	مشروع الوحدة: صناعةُ الصابونِ
82	معملُ برمجية جيو جبرا: استكشافُ النسبةِ التقريبيةِ (pi)
84	الدرس 1 محيطُ الدائرة
90	نشاطُ مفاهيمي: قانونُ مساحةِ الدائرة
91	الدرس 2 مساحةُ الدائرة
96	الدرس 3 حجمُ المنشورِ وَالْأُسْطُوَانَةِ
102	نشاطُ مفاهيمي: حجمُ الهرمِ
103	الدرس 4 حجمُ الهرمِ وَالْمَخْرُوطِ
109	الدرس 5 مساحةُ سطحِ المنشورِ وَالْأُسْطُوَانَةِ ...
116	نشاطُ مفاهيمي: مساحةُ سطحِ المخروطِ
117	الدرس 6 مساحةُ سطحِ الهرمِ وَالْمَخْرُوطِ
124	اختبارُ نهايةِ الوحدة

التناسب وتطبيقاته

ما أهمية هذه الوحدة؟

للتناسب تطبيقات حياتية كثيرة، فهو يُستخدم مثلاً في تحديد كمية المواد الأولية اللازمة لصنع المواد الغذائية أو الطبية، ويُستخدم أيضاً في تقسيم الميراث وتوزيع الأرباح بين شركاء حصصهم مختلفة، وفي حل مسائل الخصم والضريبة، وتسهيل أعمال التجارة والسياحة الدولية بالتحويل بين العملات المختلفة.



سأتعلم في هذه الوحدة:

- إيجاد معدل الوحدة من نسب كسرية.
- حل مسائل باستخدام مفهوم التناسب.
- تمييز التناسبين: الطردني، والعكسي.
- توظيف التقسيم التناسبي لحل مسائل حياتية.
- تحديد السعر الأفضل لسلمة عرفت أسعارها في دولتين أو أكثر بعملاتها.

تعلمت سابقاً:

- ✓ كتابة النسبة بصور مختلفة.
- ✓ إيجاد نسب مكافئة لنسب معطاة.
- ✓ تطبيق معدل الوحدة في مواقف حياتية.
- ✓ حل مسائل حياتية على النسبة والنسبة المئوية.
- ✓ حل مسائل في البيع والشراء تتطلب تحويلات بين عملات محلية وعربية وأجنبية.



مشروع الوحدة: التناسب في الحياة اليومية

المهمة (2): تجارة في مقصف المدرسة

خطوات تنفيذ المشروع:

- 1 أختارُ ومجموعتي منتجاتٍ تُباع في مقصف المدرسة (عصيراً، أو قطع بسكويت، أو ساندويشات) وأكتبُ أسماءها في الجدول الآتي:

الربح	سعر البيع	تكلفة المنتج	المنتج

خصم على سعر بيع المنتج السابق					
الربح بعد الخصم	نسبة الخصم	الخصم	سعر البيع الجديد	سعر البيع القديم	المنتج

- 2 أحدد سعر البيع لكل منتج.
- 3 أحدد تكلفة المنتج.
- 4 أحدد نسبة الخصم لزيادة مبيعات المنتج.
- 5 أجد السعر الجديد والربح بعد الخصم.

عرض النتائج:

تعرضُ المجموعةُ جداولها، وتناقشُ كيفية اختيار المنتج وتحديد نسبة الخصم عليه، وأية أعمالٍ أخرى وثقتها المجموعة.

أستعدُّ ومجموعتي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي نطبق فيه ما نتعلمه في هذه الوحدة والمكون من مهمتين.

المهمة (1): التناسب في السوق

خطوات تنفيذ المشروع:

- 1 أبحث عن عبوات مياهٍ صحيةٍ تُنتجها شركة واحدة وبسعراتٍ مختلفة، وأقرأ ما تحويه من أملاح معدنية، ثم أختارُ أحد الأملاح المعدنية (صوديوم، بوتاسيوم، كالسيوم،...) وأملأ الجدول الآتي:

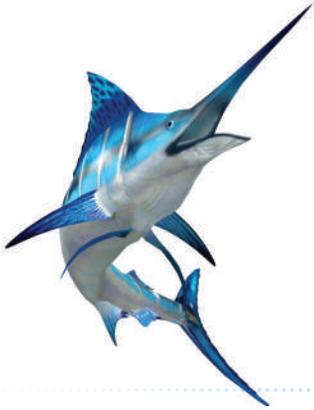


$\frac{y}{x}$	كتلة الملح المعدني (y)	سعة العبوة (x)
		0.25 L
		0.5 L
		1.5 L

- 2 أتأكد من أن x و y تربطان بعلاقة تناسبية، وأمثلها بيانياً.
- 3 أكتب العلاقة بين x و y على الصورة $y = kx$ ، وأحدد نوع التناسب.

عرض النتائج:

تعرضُ المجموعاتُ جداولها، وتناقشُ كيفية اختيار الشركة وقراءة كتلة الملح المعدني والصور التي التقطت لعبوات المياه، وتناقش أيضاً العمليات الحسابية والتمثيل البياني.



أستكشفُ

تُعدُّ سمكةُ الزعنفةِ الشراعيةِ أسرعَ أنواعِ أسماكِ القرشِ، إذ يُمكنُها أن تقطَعَ مسافةَ 275 km في ساعتينِ ونصفٍ. كم كيلومتراً يُمكنُ لهذه السمكةِ أن تقطَعَ في 8 ساعاتٍ؟



فكرة الدرس

أجدُ معدّلَ الوحدةِ مِنْ نِسَبٍ كسريةٍ.

المصطلحات

المعدّلُ، معدّلُ الوحدةِ.

المعدّلُ ومعدّلُ الوحدةِ

مفهومٌ أساسيٌّ



• **بالكلماتِ** المعدّلُ (rate) هو نسبةٌ تقارنُ بينَ كميتينِ لهُما وحدتانِ مختلفتانِ.

عندَ تبسيطِ المعدّلِ ليُصبحَ مقامُهُ 1 وحدةً، فإنّه يُسمّى **معدّلُ الوحدةِ** (unit rate).

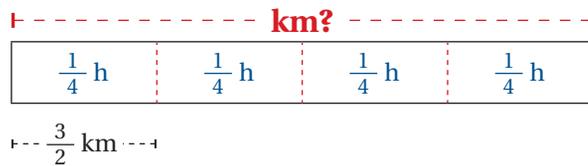
• **مثالٌ** المعدّلُ: الوحدتانِ مختلفتانِ $\frac{12 \text{ km}}{6 \text{ min}}$ معدّلُ الوحدةِ: المقامُ يُساوي 1 $\frac{2 \text{ km}}{1 \text{ min}}$

ومن معدلاتِ الوحدةِ الشائعةِ في الحياةِ اليوميةِ عددُ الكيلومتراتِ المقطوعةِ لكلِّ ساعةٍ (km/h)، وثمانُ الكيلوغرام الواحدِ (kg). إذا كان بسطُ المعدّلِ أو مقامُهُ أو كلاهُما كسراً، فإنّه يُمكنُ إيجادَ معدّلِ الوحدةِ برسمٍ مخطّطٍ أو قسمةِ البسطِ على المقامِ كما في قسمةِ الكسورِ.

مثال 1

يمشي ليثٌ مسافةَ 3 km كلّ $\frac{1}{4}$ h، فما معدّلُ المسافةِ التي يقطعها في الساعةِ الواحدةِ؟
الطريقةُ 1: أرسمُ مخطّطاً.

بما أن ليثاً يمشي 3 km كلّ $\frac{1}{4}$ h، أرسمُ مستطيلاً يعبرُ عن الساعةِ الكاملةِ، وأقسّمهُ إلى أربعةِ أجزاءٍ.



معدّلُ المسافةِ التي يقطعها ليثٌ في الساعةِ الواحدةِ (معدّلُ الوحدةِ) يُساوي: $\frac{3}{2}$ km \times 4 = 6 km/h

الوحدة 5

$$\begin{aligned}\frac{\frac{3}{2} \text{ km}}{\frac{1}{4} \text{ h}} &= \frac{3}{2} \div \frac{1}{4} \\ &= \frac{3}{2} \times \frac{4}{1} \\ &= \frac{6 \text{ km}}{1 \text{ h}}\end{aligned}$$

الطريقة 2: أستخدمُ قسمة الكسور.

أكتب المعدل على شكل مسألة قسمة

أضرب في النظير الضربي للعدد $\frac{1}{4}$

ثم أقسم على العوامل المشتركة

أضرب البسطين والمقامين

إذن، معدل الوحدة يساوي $\frac{6 \text{ km}}{1 \text{ h}}$

أتحقق من فهمي:



عمل منزلي: يمكن لمنذرٍ طلاء $7 \frac{1}{2} \text{ m}^2$ من مساحات الأوجه الداخلية لبيته في $\frac{3}{4} \text{ h}$. أجد معدل ما يطله مندرٌ من الجدران في الساعة الواحدة.

يمكننا استخدام معدل الوحدة في تطبيقات حياتية متعددة.



مثال 2: من الحياة



صحة: قاس ممرض عدد دقات قلب مريض فوجدها 52 دقة في $\frac{2}{3} \text{ min}$.

أستعمل هذا القياس في إيجاد عدد دقات قلب المريض في نصف ساعة.

الخطوة 1 أجد معدل الوحدة:

$$\begin{aligned}\frac{52 \text{ beat}}{\frac{2}{3} \text{ min}} &= 52 \div \frac{2}{3} \\ &= \frac{52}{1} \times \frac{3}{2} \\ &= \frac{78 \text{ beat}}{1 \text{ min}}\end{aligned}$$

أكتب المعدل على شكل مسألة قسمة

أضرب في النظير الضربي للكسر $\frac{2}{3}$

ثم أقسم على العوامل المشتركة

أبسط

إذن، معدل الوحدة لدقات قلب المريض $\frac{78 \text{ beat}}{1 \text{ min}}$

الخطوة 2 أستخدم معدل الوحدة في إيجاد عدد دقات قلب المريض في نصف ساعة:

$$78 \times 30 = 2340$$

أضرب معدل الوحدة في عدد دقائق نصف الساعة، ثم أجد الناتج:

إذن، عدد دقات قلب المريض في نصف ساعة 2340 دقة.

أتعلم

beat تعني دقة



أتحقق من فهمي:



حيوانات: إذا كان الأرنب قطني الذيل يقطع مسافة 8 km في $\frac{1}{6}$ h ، فكَمْ كيلومترًا يقطع هذا النوع من الأرانب في 3 ساعات؟

يُمكننا استعمال معدّل الوحدة لإجراء المقارنات بسهولة في مواقف حياتية كثيرة.

مثال 3: من الحياة



يحتوي 50 g من الجوّافة على 114 mg من فيتامين C ، ويحتوي 12.5 g من الفلفل الأصفر على 30 mg من هذا الفيتامين. أي الصنفتين يُعدُّ مصدرًا أفضل لفيتامين C؟

الخطوة 1 أجد معدّل الوحدة لكمية فيتامين C في الغرام الواحد من الجوّافة:

$$\frac{114 \text{ mg}}{50 \text{ g}}$$

أكتب المعدّل على صورة كسرٍ

$$= \frac{114 \text{ mg} \div 50}{50 \text{ g} \div 50}$$

أقسم البسط والمقام على 50

$$= \frac{2.28 \text{ mg}}{1 \text{ g}}$$

أجد الناتج

إذن، معدّل الوحدة لكمية فيتامين C في الغرام الواحد من الجوّافة هو $\frac{2.28 \text{ mg}}{1 \text{ g}}$

الخطوة 2 أجد معدّل الوحدة لكمية فيتامين C في الغرام الواحد من الفلفل الأصفر:

$$\frac{30 \text{ mg}}{12.5 \text{ g}}$$

أكتب المعدّل على صورة كسرٍ

$$= 30 \div 12.5$$

أكتب المعدّل على شكل مسألة قسمة

$$= 30 \div \frac{25}{2}$$

أكتب الكسر العشري على صورة كسرٍ غير فعليّ

$$= \frac{30}{1} \times \frac{2}{25}$$

أضرب في النظير الضربي للعدد $\frac{25}{2}$

$$= \frac{2.4 \text{ mg}}{1 \text{ g}}$$

أجد الناتج في أبسط صورة

إذن، معدّل الوحدة لكمية فيتامين C في الغرام الواحد من الفلفل الأصفر هو $\frac{2.4 \text{ mg}}{1 \text{ g}}$

الوحدة 5

الخطوة 3 أقرن معدلي الوحدة:

$$2.28 \text{ mg} < 2.4 \text{ mg}$$

بما أن معدلي الوحدة كسران هما المقام نفسه، أقرن البسطين فقط.

وبما أن البسط في معدل الوحدة لفيتامين C في الفلفل الأصفر أكبر من البسط في معدل الوحدة لفيتامين C في الجوافة، يكون الفلفل الأصفر مصدرًا أفضل لفيتامين C.

أتحقق من فهمي:



اشترت ميساء $\frac{4}{5}$ kg من التفاح الأحمر بمبلغ JD 1.2 و $\frac{5}{8}$ kg من التفاح الأخضر بمبلغ JD 1.25. أي نوعي التفاح سعره أعلى؟

أُتدرب وأحل المسائل

أجد معدل الوحدة لكل مما يأتي:

1 كوب من الماء إلى ثلث كوب من مركز عصير البرتقال.

2 قراءة 5 صفحات من كتاب في نصف ساعة.

3 JD 0.75 ثمن $\frac{3}{5}$ kg من الليمون.

4 **سباق الجري:** يمكن لمتسابق جري بطيء قطع مسافة $\frac{3}{5}$ km في $\frac{1}{12}$ h، أجد معدل ما يقطعه المتسابق في الساعة الواحدة.

5 **تجارة:** يقدم أحد المحال التجارية عرضًا لبيع 12 عبوة من المياه المعدنية بـ JD 3.6. أجد سعر العبوة الواحدة.

6 **نباتات:** ينمو نبات الكودزو بمعدل 7.5 cm في 6 h،

كم سنتيمترًا ينمو هذا النبات في اليوم الواحد؟

7 **شعارات:** يطبع نادٍ رياضي 300 شعار على قمصان متسببه ومشجعيه في $2\frac{1}{2}$ h.

أجد عدد الشعارات التي يطبعها في 5 h

معلومة

الكودزو نبات من فصيلة البازلاء، موطنه الأصلي اليابان، ينمو بعشوائية وبوتيرة سريعة؛ لذا، يُسمى (الوحش الكلوروفيلي).



8 **رياضة:** يُمكن لوداد مشي $7 \frac{1}{2}$ km في $1 \frac{1}{2}$ h . أجد معدل ما يمكن لوداد أن تمشيه في ساعة واحدة.

9 يبين الجدول الآتي أثمان 3 علبٍ مختلفة الكتلة من اللبنة. أجد كتلة العلب ذات سعر الوحدة الأقل:

أسعار اللبنة	كتلة العلب (kg)	1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	السعر (JD)	2.8	1.5	0.8

10 **ماء:** خزانا ماءً متماثلان، يُملأ الأول بمعدل $3 \frac{3}{4}$ m³ في $\frac{2}{3}$ h ، والثاني بمعدل $5 \frac{5}{8}$ m³ في $\frac{1}{2}$ h . أي الخزانين سيمتلئ أولاً؟

وقود: إذا كان معدل استهلاك الوقود لإحدى السيارات 10.6 L لكل 100 km :

11 ما معدل الوحدة لاستهلاك السيارة من الوقود؟

12 ما كمية الوقود التي تستهلكها السيارة إذا قطعت مسافة 50 km ؟

13 ما المسافة التي يمكن للسيارة أن تقطعها بـ 100 L من الوقود؟

14 **أسماك:** أعود إلى فقرة (أستكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

معلومة

تعد السيارات الهجينة والكهربائية البديل الأمثل لتقليل استهلاك الوقود.



تبرير: أبين ما إذا كانت كل من العبارات الآتية صحيحة دائماً أم صحيحة أحياناً أم غير صحيحة أبداً، موضحاً ذلك بأمثلة مناسبة:

15 كل نسبة معدل . كل معدل نسبة .

17 كل معدل وحدة نسبة . لا يمكن أن يكون بسط معدل الوحدة 1

تبرير: أي الحالات الآتيتين يزداد فيها المعدل $\frac{x(JD)}{z \text{ kg}}$ ؟ أعطي مثلاً يوضح ذلك:

19 عندما تزداد x ولا تتغير z . عندما تزداد z ولا تتغير x .

21 **مسألة مفتوحة:** أكتب مسألة حياتية أحول فيها النسبة إلى معدل الوحدة.

22 **أكتب** كيف أجد معدل الوحدة من نسب كسرية؟

مهارات التفكير العليا

إرشاد

لأحل المسائل 15-18، أوظف تعريفات النسبة والمعدل ومعدل الوحدة.



أستكشفُ

يحتوي كوبان من الحليب على 560 mg من الكالسيوم، تقولُ ديمه إنَّ كمية الكالسيوم في كوبٍ ونصفٍ من الحليب تساوي 420 mg، هل ما تقولُهُ ديمه صحيحٌ؟

فكرة الدرس

أميزُ التناسبَ من خلالِ نسبتين معلومتين، وأحلُهُ.

المصطلحات

التناسب، طرفا التناسب، نسبتان متكافئتان، وسطا التناسب، الضربُ التبادليُّ، حلُّ التناسب.

التناسب والنسب المتكافئة

مفهوم أساسي

• **بالكلمات** **التناسب** (proportion) هو مساواة بين نسبتين، وفي هذه الحالة تُسمى النسبتان **نسبتين متكافئتين** (equivalent ratios).

• **بالرموز** $a : b = c : d$ أو $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ حيث $b \neq 0, d \neq 0$ ، ويُسمى العددين a, d **طرفي التناسب** (extremes)، والعددين b, c **وسطي التناسب** (mean).

وسطا التناسب
 $a : b = c : d$
طرفا التناسب

وسط طرف
 $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$
طرف وسط

يُمكننا تحديد إن كانت النسبتان متكافئتين بتبسيطهما أو إيجاد مُعدّل الوحدة لكل منهما، ثم مقارنة الناتجين.

هل تمثل كل نسبتين مما يأتي تناسبًا؟

مثال 1

1 6 : 8 , 18 : 24

الطريقة 1: أبسط النسبتين:

$$\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$$

أقسم البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر 2

$$\frac{18}{24} = \frac{3}{4}$$

أقسم البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر 6

بما أن النسبتين متساويتان بعد التبسيط، إذن، فهما تشكّلان تناسبًا.

الطريقة 2: أجد معدّل الوحدة للنسبتين:

أقارن معدلي
الوحدة

$$0.75 = 0.75 \quad \checkmark$$

الخطوة 3

أجد معدّل الوحدة
لِلنسبة الثانية

$$\frac{18}{24} = \frac{18 \div 24}{24 \div 24} \\ = 0.75$$

الخطوة 2

أجد معدّل الوحدة
لِلنسبة الأولى

$$\frac{6}{8} = \frac{6 \div 8}{8 \div 8} \\ = 0.75$$

الخطوة 1

بما أن معدلي الوحدة متساويان، إذن، النسبتان تمثّلان تناسبًا، أي أن $18:24 = 6:8$

أتحقّق من فهمي:

2 5:3 , 25:15

3 1:4 , 3:16

في أيّ تناسب $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ يكون حاصل ضرب طرفي التناسب مساويًا لحاصل ضرب وسطَي التناسب $a \times d = b \times c$ ، وتُسمّى هذه الخاصية الضرب التبادلي (cross multiplication).

$$\frac{a}{b} \quad \frac{c}{d}$$

إذا كان أحد أطراف التناسب غير معروف فإنّه يُمكننا استعمال خاصية الضرب التبادلي لإيجاده، وهذا ما يُسمّى حلّ التناسب (solve proportion).

مثال 2

أحلّ كلاً من التناسبات الآتية:

1 $\frac{7}{8} = \frac{a}{40}$

$$a \times 8 = 7 \times 40$$

$$8a = 280$$

$$\frac{8a}{8} = \frac{280}{8}$$

$$a = 35$$

خاصية الضرب التبادلي

أضرب

أقسم طرفي المعادلة على 8

أبسط

الوحدة 5

$$2 \quad \frac{63}{28} = \frac{9}{y}$$

$$y \times 63 = 9 \times 28$$

$$63y = 252$$

$$\frac{63y}{63} = \frac{252}{63}$$

$$y = 4$$

$$3 \quad \frac{12}{x-2} = \frac{32}{x+8}$$

$$32(x-2) = 12(x+8)$$

$$32x - 64 = 12x + 96$$

$$\begin{array}{r} -12x \quad -12x \\ \hline \end{array}$$

$$20x - 64 = 96$$

$$\begin{array}{r} +64 \quad +64 \\ \hline \end{array}$$

$$20x = 160$$

$$\begin{array}{r} \div 20 \quad \div 20 \\ \hline \end{array}$$

$$x = 8$$

خاصية الضرب التبادلي

أضرب

أقسم طرفي المعادلة على 63

أبسط

خاصية الضرب التبادلي

خاصية التوزيع

أطرح $12x$ من الطرفين

أجمع 64 لكلا الطرفين

أقسم طرفي المعادلة على 20

أتحقق من فهمي:



$$4 \quad \frac{d}{5} = \frac{1}{35}$$

$$5 \quad \frac{7}{b} = \frac{28}{3}$$

$$6 \quad \frac{x}{12-x} = \frac{10}{30}$$



مثال 3: من الحياة



شركات: في إحدى شركات الحواسيب، كانت نسبة العاملين في قسم البرمجة إلى

العاملين في قسم التسويق 3 : 8، فإذا كان عدد المبرمجين 27، فما عدد العاملين في

قسم التسويق؟

أكتب تناسباً وأحلّه، وأفرض أن عدد العاملين في قسم التسويق x .

العاملون في قسم البرمجة

$$\frac{3}{8} = \frac{27}{x}$$

العاملون في قسم التسويق

خاصية الضرب التبادلي

أضرب

أقسم على 3

أبسط

$$3x = 8 \times 27$$

$$3x = 216$$

$$\frac{3x}{3} = \frac{216}{3}$$

$$x = 72$$

إذن، عدد العاملين في قسم التسويق 72 عاملاً.

أتتحقق من فهمي:



في أحد الصفوف الأساسية، كانت نسبة الطلاب إلى الطالبات 6 : 5، فإذا كان عدد الطالبات في الصف 18، فما عدد الطلاب؟



أدرب

وأحل المسائل



هل تمثل كل نسبتين مما يأتي تناسباً؟ أبرر إجابتي.

1 $\frac{3}{7}, \frac{15}{35}$

2 $\frac{7.5}{3}, \frac{30}{12}$

3 $\frac{44}{11}, \frac{18}{4}$

4 دفع أشرف 2.4 JD ثمناً لـ 3 kg من البرتقال، ثم دفع 4 JD ثمناً لـ 5 kg أخرى.

أتتحقق من تناسب ما دفعه أشرف ثمناً لـ 3 kg من البرتقال مع ما دفعه ثمناً لـ 5 kg للبرتقال، وأبرر إجابتي.

أحل كلاً من التناسبات الآتية:

5 $\frac{21}{84} = \frac{a}{12}$

6 $\frac{5}{3} = \frac{65}{y}$

7 $\frac{d}{3} = \frac{1}{18}$

8 $\frac{4}{b} = \frac{24}{3}$

9 $\frac{5}{15} = \frac{x}{x+8}$

10 $\frac{x-3}{x+7} = \frac{1}{3}$

11 **علوم:** نسبة الملح إلى الماء في سائل هي 1:5، إذا احتوى السائل على 60 g من الماء، فكم غراماً من الملح يحوي السائل؟

12 **عمل منزلي:** تُعدُّ سمرة عصير فاكهة بمزج 150 mL من عصير البرتقال مع 100 mL من عصير الجزر. إذا استعملت 600 mL من عصير البرتقال، فما كمية عصير الجزر الذي استعملته؟

أتذكر

يمكنني حل معادلة تحتوي على متغير واحد في أحد طرفيها باستخدام خصائص المساواة.

الوحدة 5

13 علوم: المرأة التي طولها 164 cm يكون عرض كتفيها 42 cm تقريباً. أجد طول امرأة عرض كتفيها 42.6 cm مقرباً لإجابة لأقرب جزء من عشرة.

14 محيطات: نسبة مساحة المحيط الهادي إلى مساحة سطح الأرض هي 3:10، أجد مساحة المحيط الهادي إذا كانت مساحة سطح الأرض 510072000 km^2



إذا كانت كتلة 5 بطاريات من نوع AA تساوي 115 g، أجد كتلة:

15 بطارية واحدة.

16 8 بطاريات.

17 حليب: أعود إلى فقرة (أستكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

معلومة

تغطي المياه حوالي 71% من سطح الأرض، والمحيط الهادي أكبر مسطح مائي على سطح الأرض.



مهارات التفكير العليا

الطالب	اللون الأزرق (كوب)	اللون الأحمر (كوب)
سامي	$\frac{2}{3}$	$1\frac{1}{3}$
لين	$1\frac{1}{4}$	$2\frac{1}{2}$
وليد	2	$4\frac{1}{2}$
سمر	$2\frac{1}{2}$	5

18 تبرير: مزج أربعة طلبية في حصة الفن اللون الأحمر واللون الأزرق للحصول على اللون الأرجواني، وبيّن الجدول المجاور الكميات التي استخدمها كل طالب. أي الطلبة حصل على درجة مختلفة من اللون الأرجواني؟ أبرر إجابتي.

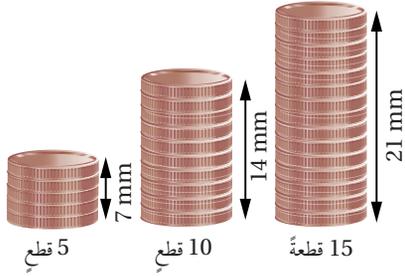
معلومة

كان مصدر اللون الأرجواني في العصور القديمة نوعاً من المحار الذي ينتج إفرازات ذات صبغة أرجوانية.



19 مسألة مفتوحة: أكتب موقفاً حياتياً فيه تناسب مبيّن السبب، ثم أشرح كيف أجعل الموقف لا يشكّل تناسباً.

20 أكتب كيف أحدد إن كانت نسبتان تمثلان تناسباً؟



ارتفاع المجموعة (mm) بالـ	عدد الأقراص	معدّل الوحدة لارتفاع القرص
7	5	
14	10	
21	15	

أستكشف

نشاط: بيّن الشكل المجاور ارتفاع 3 أعمدة من قطع بلاستيكية. أملأ الجدول المجاور، ثم أجب عن السؤالين الآتيين:

- أصف ما لاحظته.
- أكتب علاقة تربط بين عدد القطع البلاستيكية في أحد الأعمدة وارتفاع ذلك العمود.

فكرة الدرس

أتعرف علاقة تناسب، وأمثلها في المستوى الإحداثي.

المصطلحات

علاقة التناسب

علاقة التناسب (proportional relationship): هي علاقة بين كميتين لجميع نسيهما معدّل الوحدة نفسه. ويمكن تحديد ذلك باستخدام جدول يمثل تلك العلاقة.



عدد الدقائق (min)	2	6	18
عدد الصفحات	5	15	45

مثال 1: من الحياة

قراءة: سجلت سلوى الدقائق التي تحتاجها لقراءة عدد من الصفحات في الجدول المجاور، هل توجد علاقة تناسب بين عدد الصفحات والزمن بالدقائق؟

لتحديد وجود علاقة تناسب بين عدد الصفحات والزمن بالدقائق، أجد معدّل الوحدة لكل نسبة في الجدول:

$$\frac{\text{عدد الصفحات}}{\text{عدد الدقائق}} \rightarrow \frac{5}{2} = 2.5, \frac{15}{6} = 2.5, \frac{45}{18} = 2.5$$

بما أن معدّلات الوحدة لجميع النسب متساوية، إذن، توجد علاقة تناسب بين عدد الصفحات والزمن بالدقائق.

أتحقق من فهمي

العمر (yr)	4	6	9	12
الطول (m)	1	1.1	1.3	1.5

أعمار: بيّن الجدول المجاور العلاقة بين طول الإنسان وعمره بالسنوات، هل هذه علاقة تناسب؟ أبرر إجابتي.

الوحدة 5

ويمكننا أيضًا تحديد ما إذا كانت العلاقة بين كميتين تمثل علاقة تناسبٍ بإنشاء جدولٍ لتنظيم قيم العلاقة، وإيجاد معدّل الوحدة لكل نسبة في الجدول.



مثال 2: من الحياة

رياضة: اشترك باسل في سباقٍ للدراجات الهوائية، فكان يقطع $12 \frac{1}{2}$ km كل $\frac{1}{2}$ h، أبين ما إذا كانت العلاقة بين المسافة التي يقطعها باسل وعدد الساعات تمثل علاقة تناسب أم لا. كل مدة زمنية تزيد عن التي قبلها بمقدار $\frac{1}{2}$ h، وكذلك تزيد كل مسافة مقطوعة عن التي قبلها بمقدار $12 \frac{1}{2}$ km

الخطوة 1 أنشئ جدولًا يربط بين المسافة المقطوعة وعدد الساعات:

عدد الساعات (h)	$\frac{1}{2}$	1	$1 \frac{1}{2}$	2
المسافة المقطوعة (km)	$12 \frac{1}{2}$	25	$37 \frac{1}{2}$	50

الخطوة 2 أكتب النسب على شكل كسور، ثم أجد معدّل الوحدة لكل نسبة:

$$\frac{\text{المسافة المقطوعة}}{\text{عدد الساعات}} \rightarrow \frac{12 \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}} = 25, \frac{25}{1} = 25, \frac{37 \frac{1}{2}}{1 \frac{1}{2}} = 25, \frac{50}{2} = 25$$

بما أن معدّلات الوحدة لجميع النسب متساوية، إذن، العلاقة بين المسافة المقطوعة والزمن تمثل علاقة تناسب.

أتحقق من فهمي:

تدخّر لميس من مصر وفيها 3 دنانير كل أسبوعين. أبين ما إذا كانت العلاقة بين ما تدخّره لميس وعدد الأسابيع يمثل علاقة تناسب أم لا.

مثال 3: من الحياة

منتجع: إذا كان سعر تذكرة الدخول لأحد المنتجعات السياحية العائلية JD 7 للفرد إضافةً إلى JD 3 بدل خدمات للعائلة، أبين ما إذا كانت العلاقة بين المبلغ وعدد أفراد العائلة تمثل علاقة تناسب.

الخطوة 1 أنشئ جدولًا يربط بين عدد أفراد العائلة والمبلغ:

عدد الأفراد	1	2	3	4
المبلغ (JD)	10	17	24	31

الخطوة 2 أكتب النسب على شكل كسور، ثم أجد معدل الوحدة لكل نسبة:

$$\frac{\text{المبلغ}}{\text{عدد الأفراد}} \longrightarrow \frac{10}{1} = 10, \frac{17}{2} = 8.5, \frac{24}{3} = 8, \frac{31}{4} = 7.75$$

بما أن معدلات الوحدة لجميع النسب غير متساوية، إذن، العلاقة بين المبلغ وعدد أفراد العائلة لا تمثل علاقة تناسب.

أتحقق من فهمي:

عمل: يتقاضى عامل عن كل ساعة عمل 5 JD إضافة إلى 4 JD بدل وجبة طعام، هل العلاقة بين ما يتقاضاه العامل وعدد ساعات عمله علاقة تناسب؟ أبرر إجابتي.

يمكننا أيضًا تحديد ما إذا كانت العلاقة بين كميتين علاقة تناسب بتمثيلها في المستوى الإحداثي، فتكون العلاقة علاقة تناسب إذا كان تمثيلها البياني مستقيمًا يمر في نقطة الأصل.

مثال 4: من الحياة

ماء: يصب صنبور في خزان ماء بمعدل 6 L كل دقيقة. هل تمثل العلاقة بين عدد الدقائق وكمية الماء المضافة إلى الخزان علاقة تناسب؟

الخطوة 1 أنشئ جدولًا يربط بين كمية الماء والزمن:

الزمن (min)	1	2	3	4	5
كمية الماء (L)	6	12	18	24	30

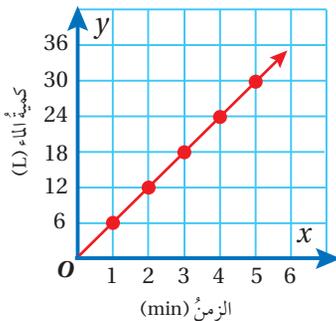
إرشاد

أضع الزمن على المحور x
وكمية الماء على المحور y

الخطوة 2 أكتب النسب في الجدول على شكل أزواج مرتبة:

الأزواج المرتبة: (1, 6), (2, 12), (3, 18), (4, 24), (5, 30)

الخطوة 3 أمثل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي، وأصل بينها بمستقيم.



بما أن التمثيل البياني مستقيم يمر في نقطة الأصل، إذن، العلاقة بين كمية الماء والزمن تمثل علاقة تناسب.

الوحدة 5

أتحقق من فهمي:



الزمن (yr)	0	10	20	30	50
القطر (cm)	10	14	18	22	30

أشجار: يبين الجدول المجاور العلاقة بين تزايد قطر جذع إحدى الأشجار بمرور السنوات. أستخدم التمثيل البياني لأبين ما إذا كانت العلاقة تمثل علاقة تناسب أم لا، وأبرر إجابتي.

أحدد أي العلاقات البيانية في الجداول الآتية تمثل علاقة تناسب، وأبرر إجابتي:

1

الزمن (s)	المسافة (m)
1	2
2	4
4	8

2

الزمن (JD)	عدد القطع
1	3
3	5
5	7

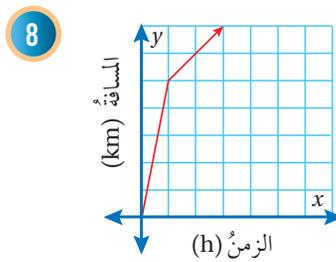
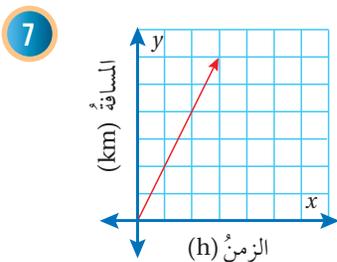
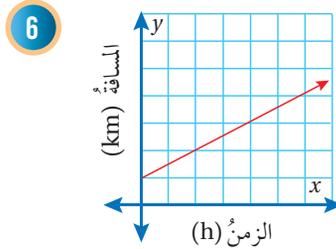
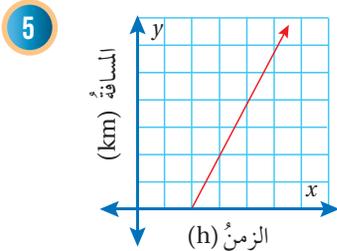
3

الزمن (h)	المبلغ (JD)
$\frac{1}{2}$	2
2	8
3	12

4

الزمن (m)	الزمن (JD)
2	2.5
3	3.5
4	4.5

أحدد أي التمثيلات البيانية الآتية يمثل علاقة تناسب، وأبرر إجابتي:



9 تطبع سعاد 45 كلمة في الدقيقة الواحدة. هل توجد علاقة تناسب بين عدد الكلمات التي تطبعها سعاد والزمن؟ أبرر إجابتي.

أدرب وأحل المسائل



أتذكر

تمثل العلاقة علاقة تناسب إذا كان تمثيلها البياني مستقيماً يمر في نقطة الأصل.

معلومة

يتطلب إتقان مهارات حل مسائل الرياضيات قدرًا كبيرًا من الصبر والمثابرة والتدريب.

واجب منزلي: يمكن لعامر حل 6 مسائل من مادة الرياضيات في $\frac{1}{4}h$. أكمل الجدول الآتي الذي يمثل العلاقة بين عدد المسائل التي يمكن لعامر حلها في كل مدة زمنية، ثم أبين ما إذا كانت العلاقة تمثل علاقة تناسب أم لا.

الزمن (h)	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{4}$	1
عدد المسائل	6			

11 **يبيّن الجدولان الآتيان المسافات التي قطعتها سيارتان. أيّ السيارتين تمثل العلاقة بين المسافة التي قطعتها والزمن علاقة تناسب؟ أبرر إجابتي.**

السيارة الأولى					السيارة الثانية				
الزمن (h)	2	3	5	6	الزمن (h)	1	3	4	6
المسافة (km)	140	210	350	420	المسافة (km)	60	135	280	360

درجات حرارة: لتحويل درجات الحرارة من مئوي إلى فهرنهايتي أضرب الدرجة المئوية في $\frac{9}{5}$ ثم أجمع 32°C إلى الناتج:

الدرجات المئوية $^\circ\text{C}$	0	10	20	30
الدرجات الفهرنهايتية				

12 **أكمل الجدول المجاور:**

13 **هل توجد علاقة تناسب بين**

درجات الحرارة المئوية والدرجات الفهرنهايتية؟

مهارات التفكير العليا

أفكر

كيف أحدد وجود علاقة تناسب باستخدام جدول يمثل تلك العلاقة؟

عدد حبات الرمان	السعر (JD)
4	1
6	2
8	3
10	4

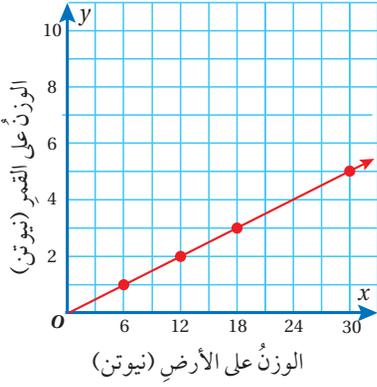
14 **أكتشف الخطأ:** يقول خليل: إن الجدول المجاور يمثل علاقة تناسب؛ لأن كلاً من السعر وعدد حبات الرمان يزداد بمقدار ثابت.

15 **تبرير:** إذا علمت أن هناك علاقة تناسب بين كميتين، وأعطيت زوجاً مرتباً من هذه العلاقة غير (0, 0)، فكيف أجد زوجاً مرتباً آخر؟ أبرر إجابتي.

16 **مسألة مفتوحة:** أكتب مسألة حياتية تمثل علاقة تناسب، وأمثلها بيانياً.

17 **أكتب:** كيف أستخدم معدل الوحدة لأحدد إن كانت العلاقة علاقة تناسب؟

أستكشفُ



يبيِّن الشكلُ المجاورُ العلاقةَ بينَ الوزنِ على الأرضِ والوزنِ على القمرِ.

- (1) هل توجدُ علاقةٌ تناسبٍ بينَ الوزنِ على الأرضِ والوزنِ على القمرِ؟
- (2) ما وزنُ شخصٍ على القمرِ إذا كانَ وزنهُ على الأرضِ 60 نيوتن؟

فكرةُ الدرسِ

أميزُّ التناسبَ الطرديَّ، وأكتبُ معادلتَهُ بإيجادِ ثابتِ التناسبِ.

المصطلحاتُ

ثابتُ التناسبِ، التناسبُ الطرديُّ.

تمثِّلُ العلاقةُ بينَ الكميَّتينِ المتغيِّرتينِ x و y تناسبًا طرديًّا (direct variation) إذا كانتِ النسبةُ بينَ جميعِ قيمِهِما ثابتةً، ولتكن k حيث $k \neq 0$ ، بحيثُ تؤدي الزيادةُ في إحدى الكميَّتينِ إلى زيادةٍ الأخرى، وكذلك العكسُ، ويُسمَّى k ثابتَ التناسبِ (constant of variation)، وهو يمثِّلُ معدَّلَ الوحدةِ.

التناسب الطردي

مفهومٌ أساسيٌّ

• بالكلماتِ: التناسبُ الطرديُّ هوَ علاقةٌ بينَ المتغيِّرينِ x و y تكونُ فيها النسبةُ $y : x$ ثابتةً.

• بالرموزِ: $k = \frac{y}{x}$ حيث $k \neq 0$

وتمثِّلُ المعادلةُ $y = kx$ معادلةَ التناسبِ الطرديِّ.

مثال 1

x	y
1	8
2	16
3	24
10	?

يمثِّلُ الجدولُ المجاورُ علاقةً بينَ المتغيِّرينِ x و y :

1 أبيِّنْ أن x و y متناسبانِ طرديًّا، ثمَّ أجدْ ثابتَ التناسبِ k .

أجدُ النسبةَ $\frac{y}{x}$ للقيمِ المتناظرةِ جميعِها:

$$\frac{y}{x} \longrightarrow \frac{8}{1} = 8, \quad \frac{16}{2} = 8, \quad \frac{24}{3} = 8$$

النسبةُ $y : x$ ثابتةٌ، إذن، x و y متناسبانِ طرديًّا، وثابتُ التناسبِ $k = 8$.

أنتذكر

يمثل ثابت التناسب معدّل الوحدة للعلاقة.

2 أكتب معادلة التناسب الطردي، ثم أجد القيمة المجهولة في الجدول.

$$y = 8x$$

$$y = 8x$$

$$= 8(10)$$

$$= 80$$

أكتب معادلة التناسب الطردي

أعوّض $x = 10$ في المعادلة

أجد الناتج

✓ **أتحقق من فهمي:**

يمثل الجدول المجاور علاقة بين المتغيرين x و y :

3 أبين أن x و y متناسبان طرديًا، ثم أجد ثابت التناسب k .

4 أكتب معادلة التناسب الطردي، ثم أجد القيمة المجهولة في الجدول.

x	y
3	1
6	2
9	3
12	?

مثال 2: من الحياة

يمثل الجدول المجاور علاقة تناسب بين عدد السيارات في محطة غسيل

للسيارات والمبلغ المستحق مقابل تقديم الخدمة:

1 أبين أن عدد السيارات والمبلغ متناسبان طرديًا، ثم أجد ثابت التناسب k .

$$\frac{\text{المبلغ (JD)}}{\text{عدد السيارات}} \longrightarrow \frac{20}{5} = 4, \quad \frac{40}{10} = 4, \quad \frac{60}{15} = 4, \quad \frac{80}{20} = 4$$

النسبة بين جميع القيم ثابتة، إذن، المبلغ وعدد السيارات متناسبان طرديًا، وثابت التناسب $k = 4$.

2 أكتب معادلة التناسب الطردي.

$$y = 4x$$

✓ **أتحقق من فهمي:**

يبين الجدول المجاور علاقة تناسب بين الزمن بالثواني اللازم لضخ عدد

من لترات البنزين في إحدى محطات الوقود:

3 أبين أن عدد اللترات والزمن متناسبان طرديًا، ثم أجد ثابت التناسب k .

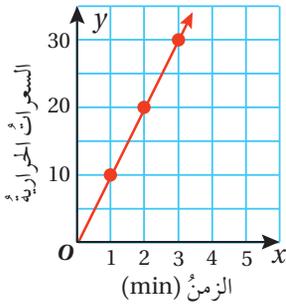
4 أكتب معادلة التناسب الطردي.

عدد اللترات	الزمن (s)
9.25	74
10.5	84
12	96
17	136

الوحدة 5

يُمكننا إيجاد ثابت التناسب لعلاقة تناسبٍ طرديٍّ ممثَّلةً بيانيًّا، وذلك بتحديد قيمة y عندما تكون $x = 1$ ، أو إيجاد معدل الوحدة لأيِّ نقطةٍ على التمثيل البيانيِّ.

مثال 3



يبيِّن التمثيل البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ الزمنِ بالدقائقِ والسرعاتِ الحرارية التي يحرقها شخصٌ في أثناءِ ممارستهِ التمارينِ الرياضيةِ:

1 أيبين أن العلاقة تمثل تناسبًا طرديًّا.

تمثَّل العلاقة في التمثيل البيانيِّ المجاورِ علاقةً تناسبٍ طرديٍّ؛ لأنَّ النقاطَ الممثَّلةَ تقعُ على مستقيمٍ يمرُّ بنقطةِ الأصلِ.

2 أجد ثابت التناسب k .

الطريقة 1: لإيجاد ثابت التناسب k ، أحدد قيمة y عندما $x = 1$.

إذن، ثابت التناسب $k = 10$.

الطريقة 2: أختار النقطة $(2, 20)$ ، ثمَّ أجد منها ثابت التناسب k .

$$\begin{aligned} k &= \frac{y}{x} \\ &= \frac{20}{2} \\ &= 10 \end{aligned}$$

أكتب معادلة التناسب الطرديِّ

$$x = 2, y = 20$$

أجد الناتج

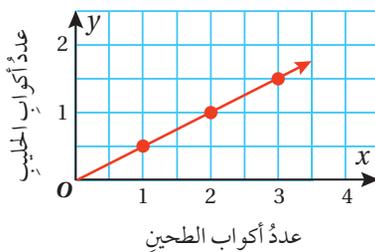
3 أكتب معادلة التناسب الطرديِّ.

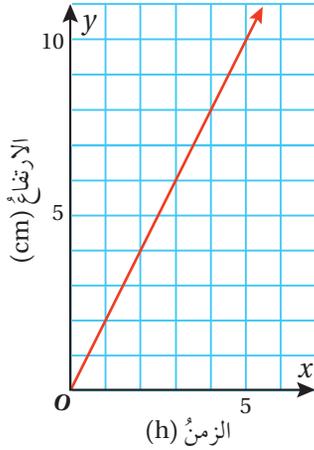
$$y = 10x$$

أتحقق من فهمي:



يبيِّن التمثيل البيانيُّ المجاورُ العلاقةَ بينَ عددِ أكوابِ الطحينِ وعددِ أكوابِ الحليبِ في وصفةٍ لإعدادِ الكعكِ. أكتب معادلةً لهذا التناسبِ.





مثال 4: من الحياة

رُصد ارتفاع الثلج على قمة أحد الجبال في أثناء عاصفة ثلجية، فوجد أنه يزداد بمقدار 2 cm كل ساعة.

1 أمثل العلاقة بيانياً.

أنشئ جدولاً، وأكتب النسب فيه على شكل أزواج مرتبة:

الزمن (h)	1	2	3	4
ارتفاع الثلج (cm)	2	4	6	8

الأزواج المرتبة: (1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)

2 أبين أن العلاقة تمثل تناسباً طردياً.

تمثل العلاقة تناسباً طردياً؛ لأن النقاط الممثلة لها تقع على مستقيم يمر بنقطة الأصل.

3 أكتب معادلة التناسب الطردي.

بما أن العلاقة تناسب طردي، إذن، يمكن إيجاد معادلة لها. وباستخدام النقطة (1, 2) نجد أن ثابت التناسب $k = 2$.

إذن، المعادلة: $y = 2x$

4 أجد ارتفاع الثلج بعد مرور 10 ساعات.

$$y = 2 \times 10 \\ = 20$$

أعوّض $x = 10$
أجد الناتج

إذن، ارتفاع الثلج بعد مرور 10 ساعات هو 20 cm

✓ **أتحقق من فهمي:**

يزداد طول نبتة بمقدار 1.5 cm كل أسبوع:

5 أبين أن العلاقة تمثل تناسباً طردياً.

6 أكتب معادلة لهذه العلاقة.



الوحدة 5

أحدُ أيِّ العلاقاتِ الخطيةِ الآتيةِ تمثلُ تناسبًا طرديًا، وإن كانت كذلك أجدُ ثابتَ التناسبِ لها:

1

x	y
2	5
4	10
6	15

2

x	y
185	60
235	32
275	40

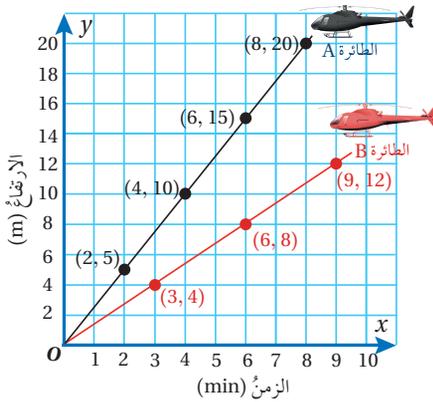
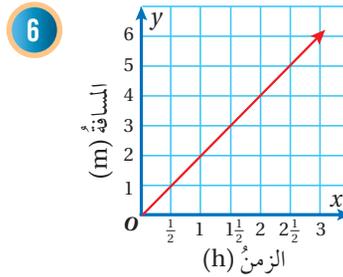
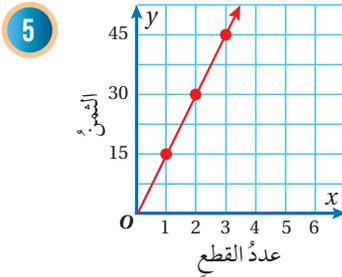
3

x	y
3	6
4	8
5	10

4

x	y
4	6
5	8
6	10

أكتبُ معادلةَ التناسبِ الطرديِّ في كلِّ ممَّا يأتي:



طائرات: انطلقت طائرتان عموديتان A و B في الوقت نفسه، ويمثل الشكل المجاور العلاقة بين ارتفاع كلٍّ منهما بالأمتار والزمن بالدقائق. هل توجد علاقة تناسبٍ طرديٍّ بين ارتفاع كلِّ طائرةٍ والزمن؟ أبرِّرْ إجابتي.

إذا كانت العلاقة تمثلُ تناسبًا طرديًا؛ أجدُ ثابتَ التناسبِ.

أوضحُ سببَ ارتفاعِ الطائرةِ A بصورةٍ أسرعٍ منِ الطائرةِ B.

يمثلُ كلُّ منِ الجدولينِ الآتيينِ علاقةَ تناسبٍ طرديِّ. أجدُ القيمَ المجهولةَ في كلِّ منهما:

10

x	2		6	12
y		10		30

11

x	8	10		16
y	12		18	

أَتَدْرِبُ وأحلُّ المسائل

معلومة

يبلغُ متوسطُ سرعةِ الطائراتِ العموديةِ 260 km/h ، إلاَّ أنَّ أسرعَ طائرةٍ عموديةٍ تبلغُ سرعتها 416 km/h.



7

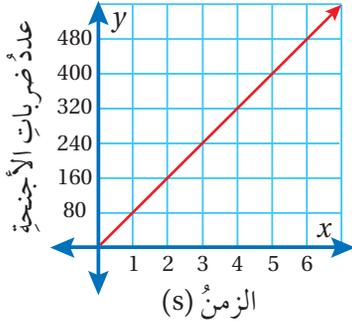
8

9

إرشاد

أستعينُ بثابتِ التناسبِ لتبريرِ إجابتي.

رحلات: نظّمت مدرسة ريان رحلة إلى غابات جرّش وعجلون، بحيث يرافق كلّ 14 طالباً معلّم واحد. أكتب معادلة تمثّل هذه العلاقة، وأمّثلها بيانياً.

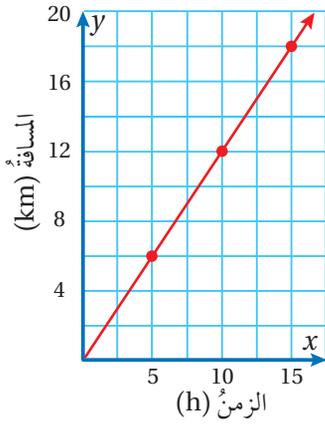


بيّن الشكل المجاور عدد ضربات جناحي طائر الطنان بالنسبة للزمن بالثواني (s):

ماذا تمثّل النقطة (2, 160)؟

أكتب معادلة تمثّل هذه العلاقة.

أجد عدد ضربات الجناح في 6 دقائق.



يمثّل الشكل المجاور العلاقة بين الزمن بالساعات (h) والمسافة بالكيلومترات التي يقطعها متسابق رياضية تسلقّ جبال:

أكتب معادلة تمثّل هذه العلاقة.

كم ساعة يحتاج المتسابق لقطع مسافة 30 km؟

معلومة

يعدّ طائر النحلة الطنان أصغر طائر على وجه الأرض، إذ يبلغ وزنه 1.8 g وطوله 5 cm



معلومة

تلقي رياضة تسلق الجبال اهتماماً متزايداً في الأردن؛ لتوافر البيئة الجبلية المناسبة في العديد من المحافظات.

مهارات التفكير العليا

مسألة مفتوحة: أكتب مسألة حياتية يكون ثابت التناسب فيها 6 km

الزمن (h)	السعر (JD)
10	x
20	y
z	150

تبرير: إذا كان ثابت تناسب العلاقة الطردية الممثلة في الجدول المجاور يساوي 5. أجد القيم المجهولة في الجدول، وأبرر خطوات الحل جميعها.

أكتب: كيف أحدد ما إذا كانت العلاقة بين متغيرين تمثّل علاقة تناسب طردي؟

إرشاد

أستعمل ثابت التناسب وحلّ المعادلات في إيجاد القيم المجهولة.

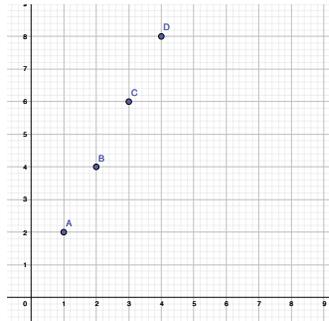
التناسب الطردي

يُمكنني استخدام برمجية جيوجبرا (GeoGebra) لتمثيل علاقة تناسب بيانياً وتحديد إن كانت تمثل تناسباً طردياً أم لا.

نشاط

x	1	2	3	4
y	2	4	6	8

يمثل الجدول المجاور علاقةً بين المتغيرين x و y . أستخدم برمجية جيوجبرا لأحدد ما إذا كان المتغيران x و y متناسبين طردياً أم لا، وإذا كانا متناسبين أجد معادلة التناسب، ثم أحدد ثابتته.



أكتب النسب المعطاة في الجدول على شكل أزواج مرتبة:

$$(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)$$

الخطوة 1

أمثل الأزواج المرتبة في المستوى الإحداثي:

- أختار أيقونة **A Point** من شريط الأدوات.
- أنقر بالمؤشر على مواقع الأزواج المرتبة.

الخطوة 2

أصل بين النقاط بمستقيم:

- أختار أيقونة **Line** من شريط الأدوات.
- أنقر بالمؤشر على نقطتين من النقاط الممثلة؛ لرسم مستقيم يصل بينهما.

الخطوة 3

ألاحظ أن المستقيم يمر بنقاط العلاقة جميعها إضافة إلى نقطة الأصل. إذن، تمثل العلاقة تناسباً طردياً.

أجد معادلة علاقة التناسب وثابتته:

- تظهر معادلة التناسب في شريط الإدخال وبجانبتها سهم صغير. $\rightarrow 2x - y = 0$

الخطوة 4

ويُمكنني كتابة المعادلة على الصورة $y = 2x$ ، عندها ألاحظ أن ثابت التناسب $k = 2$.

يمثل كل جدول في ما يأتي علاقةً بين المتغيرين x و y . أستخدم برمجية جيوجبرا لأمثل العلاقة بيانياً، وأحدد ما إذا كانت تمثل علاقة تناسب طردياً أم لا، وإن كانت تمثل علاقة طردية أجد معادلة العلاقة وثابت التناسب لها.

1

x	1	2	3	4
y	4	8	12	16

2

x	1	2	3	4
y	6	4	2	0





أستكشف

يحتاج صهريج محروقات 2.5 ساعة لتفريغ حمولته بمعدل 800 L/h . كم من الوقت يحتاج إذا فرغ حمولته بمعدل 1000 L/h ؟ هل يوجد تناسب بين معدل التفريغ والزمن؟ إن وجد تناسب ماذا نسميه؟



فكرة الدرس

أمير التناسب العكسي، وأكتب معادلته بإيجاد ثابت التناسب.

المصطلحات

التناسب العكسي.

علاقة التناسب العكسي (inverse variation): هي علاقة بين كميتين بحيث تؤدي زيادة الكمية الأولى إلى نقصان الكمية الثانية، وكذلك العكس.

التناسب العكسي

مفهوم أساسي

• **بالكلمات** إذا وجدت علاقة تناسب عكسي بين المتغيرين x و y فإن ناتج ضربهما يساوي ثابتاً هو k .

• **بالرموز** $x \times y = k$ ، حيث $k \neq 0$

وتمثل $y = \frac{k}{x}$ معادلة التناسب العكسي.

مثال 1

x	5	10	25	50
y	20	10	4	?

يمثل الجدول المجاور علاقة بين المتغيرين x و y :

1 أبين أن x و y متناسبان عكسيًا، ثم أجد ثابت التناسب k .

أجد $x \times y$ للقيم المتناظرة جميعها:

$$x \times y \longrightarrow 5 \times 20 = 100, \quad 10 \times 10 = 100, \quad 25 \times 4 = 100$$

ألاحظ أن ناتج $x \times y$ متساوٍ للأزواج المرتبة جميعها، إذن، توجد علاقة تناسب عكسي بين المتغيرين x و y ، وثابت

التناسب $k = 100$.

الوحدة 5

2 أكتب معادلة التناسب العكسي، ثم أجد القيمة المجهولة في الجدول السابق.

$$y = \frac{100}{x}$$

$$y = \frac{100}{x}$$

$$= \frac{100}{50}$$

$$= 2$$

أكتب معادلة التناسب العكسي

أعوّض $x = 50$ في المعادلة

أجد الناتج

✓ **أتحقق من فهمي:**

يمثل الجدول المجاور علاقة بين المتغيرين x و y :

x	3	6	9	12
y	12	6	4	?

3 أبين أن x و y متناسبان عكسيًا، ثم أجد ثابت التناسب k .

4 أكتب معادلة التناسب العكسي، ثم أجد القيمة المجهولة في الجدول.

مثال 2: من الحياة

يمثل الجدول المجاور العلاقة بين معدل السرعة والزمن اللازم لقطع المسافة بين عمان والطفيلة التي تساوي 180 km:

الزمن (h)	معدل السرعة (km/h)
2	90
2.5	72
3	60
4	45

1 أبين أن معدل السرعة والزمن متناسبان عكسيًا، ثم أجد ثابت التناسب k .

$$\text{معدل السرعة} \times \text{الزمن} \rightarrow 2 \times 90 = 180, \quad 2.5 \times 72 = 180, \quad 3 \times 60 = 180, \quad 4 \times 45 = 180$$

ألاحظ أن ناتج الضرب متساوٍ للقيم المتناظرة جميعها؛ إذن، معدل السرعة والزمن متناسبان عكسيًا، وثابت التناسب $k = 180$.

2 أكتب معادلة التناسب العكسي.

$$y = \frac{180}{x}$$

✓ **أتحقق من فهمي:**

يمثل الجدول المجاور العلاقة بين عدد العمال والزمن اللازم لبناء سور:

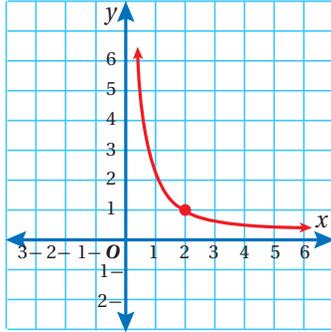
عدد العمال	الزمن (h)
2	12
4	6
6	4
8	3

3 أبين أن عدد العمال والزمن متناسبان عكسيًا، ثم أجد ثابت التناسب k .

4 أكتب معادلة العلاقة.

يُمكننا إيجاد ثابت التناسب لعلاقة تناسب عكسي ممثلة بيانياً، وذلك بتحديد زوج مرتب على التمثيل البياني، وتعويض قيمة x و y في معادلة التناسب العكسي.

مثال 3



بيِّن الشكل المجاور علاقة عكسية بين المتغيرين x و y :

1 أجد ثابت التناسب k :

أختار زوجاً مرتباً على التمثيل البياني للعلاقة، مثل (2, 1)،

وأعوضه في معادلة التناسب العكسي.

أكتب معادلة التناسب العكسي

$$x = 2, y = 1$$

بالضرب التبادلي

إذن، ثابت التناسب $k = 2$

2 أكتب معادلة التناسب العكسي:

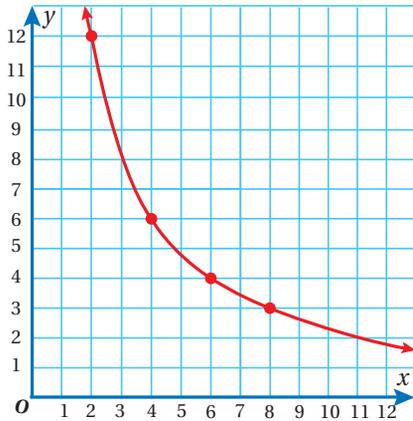
$$y = \frac{2}{x}$$

أنحقق من فهمي:

بيِّن الشكل المجاور علاقة عكسية بين المتغيرين x و y :

3 أجد ثابت التناسب k .

4 أكتب معادلة التناسب العكسي.



مثال 4: من الحياة

محيطات: بيِّن الجدول المجاور العلاقة بين عمق الماء ودرجات الحرارة في المحيط

الأطلسي:

1 أحدد ما إذا كانت العلاقة تمثل علاقة تناسب طردي أم عكسي.

ألاحظ من الجدول أنه كلما ازداد العمق انخفضت درجة الحرارة؛ لذا، لا يمكن أن

تمثل العلاقة تناسباً طردياً.

العمق (ft)	درجة الحرارة (°F)
500	28
1000	14
2000	7

أعلم

القدم من وحدات قياس الطول، ويُرمز له بالرمز ft وكل 1 ft يساوي 30.48 cm

الوحدة 5

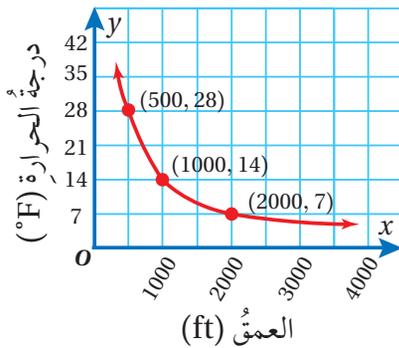
أختبر ما إذا كانت العلاقة تمثل تناسبًا عكسيًا:

$$500 \times 28 = 14000, \quad 1000 \times 14 = 14000, \quad 2000 \times 7 = 14000$$

ألاحظ أن ناتج الضرب متساوٍ للقيم المتناظرة جميعها، إذن، درجة الحرارة وعمق الماء متناسبان عكسيًا، وثابت التناسب $k = 14000$.

2 أكتب معادلة التناسب العكسي.

$$y = \frac{14000}{x}$$



3 أمثل علاقة التناسب بيانيًا.

أمثل الأزواج المرتبة في الجدول في المستوى الإحداثي، ثم أرسم خطًا منحنيًا يمرُّ بها جميعًا.

4 أجد درجة الحرارة على عمق 7000 ft:

أكتب معادلة التناسب العكسي

$$\begin{aligned} y &= \frac{14000}{x} \\ &= \frac{14000}{7000} \\ &= 2 \end{aligned}$$

$$x = 7000$$

أجد الناتج

إذن، درجة الحرارة على عمق 7000 ft تساوي 2°F

✓ **أتحقق من فهمي:**

عدد العمال	الزمن (h)
2	4
4	2
8	1

يبين الجدول المجاور العلاقة بين عدد العمال والزمن الذي يستغرقه في طلاء أحد المنازل:

5 أحدد ما إذا كانت العلاقة تمثل علاقة تناسبٍ طرديٍّ أم عكسيٍّ.

6 أمثل العلاقة بيانيًا.

7 أجد الزمن الذي يحتاجه 5 عمالٍ لطلاء المنزل.

أحدد أي العلاقات الآتية تمثل تناسبًا طرديًا وأيها تمثل تناسبًا عكسيًا:

1

x	-2	2	4	6
y	-1	1	2	3

2

x	0.5	1	3	6
y	6	3	1	0.5

3

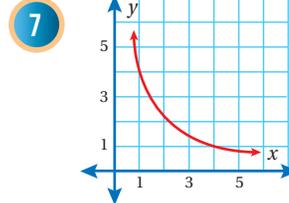
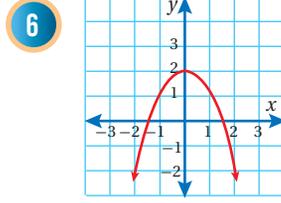
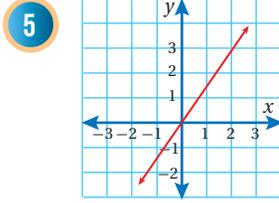
x	2	5	8	20
y	10	4	2.5	1

4

x	2	4	8	11
y	1.5	3	6	8.25

أَتَدْرِبُ
وأحل المسائل

أحدد أي العلاقات الآتية تمثل تناسباً طردياً وأيها تمثل تناسباً عكسياً، وأيها لا تمثل أيًا منهما، مبرراً إجابتي:



أحدد أي العلاقات الآتية تمثل تناسباً طردياً وأيها تمثل تناسباً عكسياً، وأيها لا تمثل أيًا منهما، مبرراً إجابتي:

8 $xy = 8$

9 $y - x = 0$

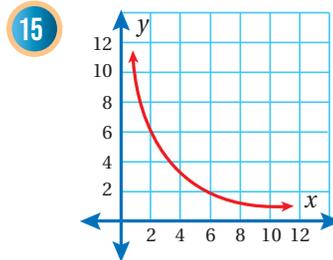
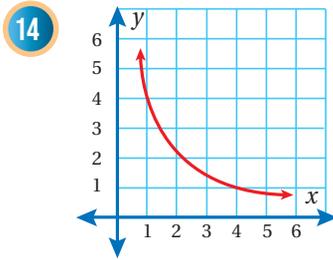
10 $y - 2 = \frac{7}{x}$

11 $2y = \frac{3}{x}$

12 $y = x + 9$

13 $y = \frac{5}{2x}$

أكتب معادلة التناسب العكسي في كل ممّا يأتي:



عدد العمّال	الزمن (h)
1	48
2	24
6	8
12	4

16 يمثل الجدول المجاور العلاقة بين عدد العمّال وساعات العمل اللازمة لتعبئة إنتاج بستان من البرتقال في صناديق. أبيت ما إذا كانت العلاقة بين عدد الساعات وعدد العمّال تمثل تناسباً عكسياً أم لا.

عرض قطعة الأرض (x)	طول قطعة الأرض (y)
4	30
6	
8	
10	

17 قطعة أرض مستطيلة الشكل مساحتها 120 m^2 أكمل الجدول المجاور الذي يمثل العلاقة بين طول القطعة وعرضها، ثم أحدد نوع التناسب وأمثله بيانياً.

معلومة

تعدّ ثمار الحمضيات المنتجة في الأردن من أفضل الأنواع على مستوى العالم، وهي بذلك تنافس في الأسواق العالمية جميعها.



الوحدة 5

في كلٍّ من الجدولين الآتيين يتناسب المتغيران x و y عكسيًا. اكتب معادلة كلٍّ تناسب، ثمَّ أجد القيم المجهولة.

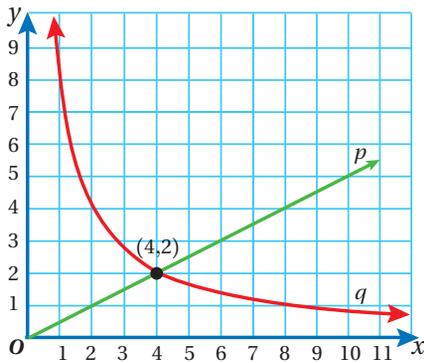
18

x	3	0.5	
y	4	12	144

19

x	20	2	
y	3	4	40

20 أعود إلى فقرة (أستكشف) بدايةً الدرس، وأحل المسألة مقرَّبًا لإجابة لأقرب جزءٍ من عشرة.



تبرير: يمثل أحد التمثيلين البيانيين المجاوزين p و q تناسبًا طرديًا ويمثل الآخر تناسبًا عكسيًا:

21 أكتب معادلة لكلٍّ منهما.

22 أصف التغير الذي يطرأ على y عندما تتغير x في كلِّ حالة. أبرر إجابتي.

23 **مسألة مفتوحة:** اكتب وأمثلة بيانيًا علاقتي تناسبٍ لهما ثابت التناسب نفسه إحداهما طرديةً والأخرى عكسيةً.

24 **تبرير:** إذا كانت النقطتان $(3, 8)$ و $(2, y)$ تقعان على منحنى العلاقة العكسية نفسه، فأجد قيمة y .

تحد: يتناسب الزمن (t) الذي يستلم فيه الزبائن طلباتهم من أحد المطاعم عكسيًا مع مربع عدد العاملين (n) . إذا احتاج زبون 20 دقيقة لاستلام طلبه عندما يكون عدد العاملين 4. فأجب عما يأتي:

25 أكتب معادلة تعطي t بدلالة n .

26 إذا أصبح عدد العاملين $2n$ ، كم سيوفر الزبون من الوقت لاستلام الطلب.

27 **اكتب** كيف أميز التناسب العكسي باستعمال التمثيل البياني؟

مهارات التفكير العليا

إرشاد

يمكن الاستفادة من النقطة $(4, 2)$ التي تقع على كلا المنحنيين في إيجاد معادلة كلٍّ منهما.



أستكشفُ

اشترك حسنٌ وسعيدٌ وسليمٌ في تجارةٍ، فدفعَ حسنٌ JD 2000، ودفعَ سعيدٌ JD 4000، ودفعَ سليمٌ JD 1000، وفي نهاية العام بلغت أرباح هذه التجارة JD 1400، كيف ستوزع الأرباح بينهم؟

فكرة الدرس

أستعملُ التقسيم التناسبي في حلِّ مسائل حياتية.

المصطلحات

التقسيم التناسبي

أتذكر

يُمكننا ضربُ النسبِ بالعددِ نفسه للحصولِ على نسبٍ مكافئةٍ.

التقسيم التناسبي (proportional division): هو تقسيم كميةٍ أو شيءٍ بنسبٍ معلومةٍ، مثل تقسيم مبلغٍ من المالِ على ورثةٍ، أو تقسيم أرباحِ تجارةٍ على شركاءٍ حسب مساهمةٍ كلٍّ واحدٍ منهم.

مثال 1



قسمَ عمَرٌ وسامي قطعَةَ أرضٍ مساحتها 1600 m^2 بينهما بنسبة 3 : 2، أجدُ مساحةَ الجزء الذي سيحصلُ عليه كلُّ منهما، وأتحققُ من صحة الحلِّ.

$$2 + 3 = 5$$

أجدُ عددَ الأجزاء جميعها

$$\frac{1600}{5} = 320 \text{ m}^2$$

أجدُ قيمةَ الجزء الواحدِ بالقسمةِ على عددِ الأجزاء

ولإيجاد مساحةِ الجزء الذي سيحصلُ عليه كلُّ من عمَرٍ وسامي؛ أضربُ النسبةَ الخاصةَ بكلِّ منهما في مساحةِ الجزء الواحدِ:

$$2 \times 320 = 640 \text{ m}^2$$

مساحةُ الجزء الخاصِّ بعمَرٍ من قطعةِ الأرض

$$3 \times 320 = 960 \text{ m}^2$$

مساحةُ الجزء الخاصِّ بسامي من قطعةِ الأرض

أتحققُ من صحة الحلِّ:

$$640 \text{ m}^2 + 960 \text{ m}^2 \stackrel{?}{=} 1600 \text{ m}^2$$

أجمعُ المساحتينِ

$$1600 \text{ m}^2 = 1600 \text{ m}^2 \quad \checkmark$$

الطرفانِ متساويانِ، إذن، الحلُّ صحيحٌ

أتحققُ من فهمي:

أقسمُ مبلغَ JD 1400 بين سُهَيٍّ وجميلٍ بنسبةٍ 3:7

اشترك ثلاثة أشخاص في تجارة، دفع الأول JD 18000 في رأس المال، ودفع الثاني JD 9000 ودفع الثالث JD 15000، وفي نهاية العام كان صافي الأرباح JD 7000. إذا وُزعت الأرباح حسب مساهمة كل منهم في رأس مال التجارة، أجد نصيب كل واحد منهم من الأرباح، وأتحقق من صحة الحل. لإيجاد نصيب كل منهم من أرباح التجارة، أتبع الخطوات الآتية:

الخطوة 1 أجد عدد أجزاء الربح التي يحصل عليها كل شخص.

أنظر

(ق. م. أ.) هو اختصار القاسم المشترك الأكبر.

$$18000 : 9000 : 15000$$

$$6 : 3 : 5$$

الأول إلى الثاني إلى الثالث

أقسم على (ق.م.أ.) للمبالغ وهو 3000

إذن، نصيب الشخص الأول 6 أجزاء من الأرباح، والشخص الثاني 3 أجزاء، والشخص الثالث 5 أجزاء.

الخطوة 2 أجد مقدار الجزء الواحد من الربح.

$$6 + 3 + 5 = 14$$

$$\frac{7000}{14} = 500$$

أجد عدد الأجزاء جميعها

أقسم الربح على عدد الأجزاء

إذن، قيمة الجزء الواحد من الربح تساوي JD 500.

الخطوة 3 أجد نصيب كل واحد من الأشخاص الثلاثة، بضرب عدد أجزائه في قيمة الجزء الواحد:

$$6 \times 500 = \text{JD } 3000$$

$$3 \times 500 = \text{JD } 1500$$

$$5 \times 500 = \text{JD } 2500$$

نصيب الأول من الأرباح

نصيب الثاني من الأرباح

نصيب الثالث من الأرباح

أتحقق من صحة الحل:

$$\text{JD } 3000 + \text{JD } 1500 + \text{JD } 2500 = \text{JD } 7000 \quad ?$$

$$\text{JD } 7000 = \text{JD } 7000 \quad \checkmark$$

أجمع نصيب كل منهم من الأرباح

الطرفان متساويان، إذن، الحل صحيح

أتحقق من فهمي: 



اشترك ثلاثة أشخاص في شراء سيارة أجرة بمبلغ JD 45000، واتفقوا على أن نسب ملكية السيارة بينهم الأول إلى الثاني إلى الثالث بالشكل 3 : 4 : 2، وأن يدفع كل منهم من ثمنها حسب نسبة ملكيته. أجد المبلغ الذي دفعه كل منهم، وأتحقق من صحة الحل.

مثال 3

تُوُفِّيَ رَجُلٌ وَتَرَكَ 20000 JD لورثته، وله زوجةٌ وولدانِ وبنْتٌ، أحسبُ نصيبَ كلِّ مِنَ الوَرَثَةِ علَمًا بأنَّ للزوجةِ $\frac{1}{8}$ التَّرَكَةِ، وللذكرِ مثلُ حظِّ الأنثيينِ بعدَ أخذِ حصَّةِ الزوجةِ.

الخطوة 1 أجدُ نصيبَ الزوجةِ مِنَ التَّرَكَةِ:

$$20000 \times \frac{1}{8} = 2500$$

أضربُ المبلغَ في $\frac{1}{8}$ ، وأبسِّطُ

إذن، نصيبُ الزوجةِ 2500 JD

الخطوة 2 أجدُ ما تبقى مِنَ التَّرَكَةِ بعدَ أن أخذتِ الزوجةُ نصيبها:

$$20000 - 2500 = 17500 \text{ JD}$$

أطرحُ نصيبَ الزوجةِ مِنَ المبلغِ

الخطوة 3 أوزعُ ما تبقى مِنَ التَّرَكَةِ على الولدينِ والبنْتِ بحيثُ تكونُ النسبُ 2:2:1

$$2 + 2 + 1 = 5$$

أجدُ عددَ الأجزاءِ جميعها

$$17500 \div 5 = 3500 \text{ JD}$$

أجدُ قيمةَ الجزءِ الواحدِ بالقسمةِ على عددِ الأجزاءِ

$$3500 \times 2 = 7000 \text{ JD}$$

أجدُ نصيبَ كلِّ ولدٍ بالضربِ في 2

إذن، نصيبُ البنْتِ هوَ الجزءُ الواحدُ 3500 JD، ونصيبُ كلِّ ولدٍ 7000 JD.

أتحقَّقُ مِنَ صحَّةِ الحلِّ:

$$3500 + 7000 + 7000 + 2500 = 20000 \text{ JD}$$

أجمعُ نصيبَ كلِّ منهمُ مِنَ الميراثِ

$$20000 = 20000 \checkmark$$

الطرفانِ متساويانِ، إذن، الحلُّ صحيحٌ

أتحقَّقُ من فهمي: 

تُوُفِّيَ رَجُلٌ وَتَرَكَ 30000 JD لورثته وهم: ولدٌ، وثلاثُ بناتٍ، إذا أوصى بِسُدُسِ تَرَكَتِهِ للجمعياتِ الخيريةِ، فأحسبُ نصيبَ كلِّ مِنَ الوَرَثَةِ.

مثال 4

حضَّرَ الطَّلَبَةُ فِي مَخْبَرِ الكيمياءِ محلولًا مِنْ مُذِيبٍ وَمُذَابٍ بنسبةِ 5:1، إذا كانتُ

كميةُ المحلولِ 216 mL، فما كميَّةُ كلِّ مِنَ المُذِيبِ والمُذَابِ؟

$$5 + 1 = 6$$

أجدُ عددَ الأجزاءِ جميعها

$$216 \div 6 = 36$$

أجدُ مقدارَ الجزءِ الواحدِ بالقسمةِ على 6

$$36 \times 5 = 180 \text{ mL}$$

أجدُ كميَّةَ المُذِيبِ بالضربِ في عددِ أجزاءه

إذن، كميَّةُ المُذِيبِ فِي المحلولِ 180 mL وكميَّةُ المُذَابِ 36 mL



الوحدة 5

$$180 \text{ mL} + 36 \text{ mL} = 216 \text{ mL}$$

$$216 \text{ mL} = 216 \text{ mL} \quad \checkmark$$

أتحقق من صحة الحل:

أجمع كمية كل من المذيب والمذاب
الطرفان متساويان، إذن، الحل صحيح

أتحقق من فهمي:



إذا كانت نسبة المذيب إلى المذاب في محلول 3:2، وكانت كمية المحلول 250 mL، أجد كمية كل من المذيب والمذاب.

أُدرِّب



وأحل المسائل

1 **طعام:** وُزِعَ طَبَقٌ بيتزا مكون من 14 جزءاً متماثلاً بين شخصين بنسبة 3:4، أجد نصيب كل واحد منهما.

2 **حدائق:** حديقة مثلثة الشكل، النسبة بين أطوال أضلاعها 3:4:5، فإذا كان محيطها 120 m، أحسب أطوال أضلاع هذه الحديقة.

3 **مشاريع صغيرة:** اشتركت ثلاث سيدات في مشروع بيتي لصناعة الصابون وبيعته، فدفعت الأولى 500 JD، والثانية 300 JD والثالثة 400 JD، وفي نهاية العام كان صافي الأرباح 2400 JD. أجد نصيب كل واحدة منهن إذا وزعت الأرباح حسب مساهمة كل منهن في رأس مال المشروع، وأتحقق من صحة الحل.

4 **ميراث:** توفيت سيدة، وتركت لورثتها، وهم زوج وولد وبنات، مبلغ 18000 JD، أحسب نصيب كل من الورثة علماً أن للزوج $\frac{1}{4}$ التركة، وللولد مثلي البنت.

5 قُطِعَ أنبوب بلاستيكي طوله 1.2 m إلى ثلاثة أجزاء بنسبة 2:3:5، أجد طول كل جزء بالسنتيمتر.

6 **هندسة:** مثلث متطابق الضلعين، نسبة طول أحد الضلعين المتطابقين إلى طول الضلع الثالث هي 2:3، إذا كان محيط المثلث 70 cm، أجد أطوال أضلاعه.

7 **طقس:** إذا كانت نسبة عدد الأيام العاصفة إلى عدد الأيام المشمسة إلى عدد الأيام الماطرة في شهر نيسان هي 3:2:5، أجد عدد الأيام العاصفة، وعدد الأيام الماطرة.

8 **معادن:** معدن كتلته 187 g مكون من نحاس وفضة بنسبة $\frac{1}{7} : \frac{1}{4}$ ، ما كمية كل من النحاس والفضة في المعدن؟



مؤسسة نهر الأردن
Jordan River Foundation

معلومة

تهدف مؤسسة نهر الأردن إلى توفير فرص عمل للسيدات تمكّنهن من تحسين مستوى معيشتهم، إضافة إلى بناء قدراتهن في مجال إدارة المشاريع وتطويرها.

إرشاد

أضرب النسب بـ م.م.أ للمقامين.

9 قَسَمَ مبلغُ JD 2800 بينَ عاملٍ وَفَتَيٍّ وَمهندسٍ بنسبةٍ 1: $\frac{1}{2}$: $\frac{1}{4}$ ، أَجِدْ نصيبَ كلِّ واحدٍ مِنْهُم مِنَ المبلغِ.

10 إذا كانتِ النسبةُ بينَ قياساتِ زوايا مثلثٍ 1:2:3، أَجِدْ قياساتِ زواياه.

11 أعودُ إلى فقرةٍ (أستكشف) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

مهاراتُ التفكير العُلَيَا

أكتشفُ الخطأ: خليطٌ مكوَّنٌ مِنْ ثلاثةِ ألوانٍ: الأحمرِ، والأزرقِ، والأبيضِ، بنسبةٍ 3:2:1، كميَّتهُ 660 mL. لتحديدِ الكميَّةِ المستخدمةِ مِنْ كلِّ لونٍ في الخليطِ، استخدمَ سليمٌ طريقتينِ، وحصلَ على إجابةٍ خاطئةٍ في كلِّ منهما:

الطريقةُ 2	
الأحمرُ	$660 \div 3 = 220$
الأزرقُ	$660 \div 2 = 330$
الأبيضُ	$660 \div 1 = 660$

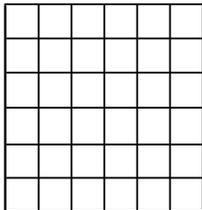
الطريقةُ 1	
	$3 + 2 + 1 = 6$
	$660 \div 6 = 110$
الأحمرُ	$2 \times 110 = 220$
الأزرقُ	$1 \times 110 = 110$
الأبيضُ	$3 \times 110 = 330$

12 أوضِّحُ الخطأَ الَّذي وقعَ فيه سليمٌ في كلِّ طريقةٍ.

13 ما الإجابةُ الصحيحةُ؟

14 **تحدُّ:** قطعةُ أرضٍ مستطيلةُ الشكلِ، نسبةُ طولها إلى عرضها 5:3، فإذا كانَ محيطُها 160 m، أَجِدْ مساحتها.

15 **تبرِّرُ:** أعددُ رامسي خليطاً مِنْ العصيرِ الطبيعيِّ يحتوي البرتقالَ والليمونَ والزنجبيلَ بالنسبةِ 9:40، وأعددتُ ميسُ خليطاً مِنْ المكوِّناتِ نفسها ولكنَّ بالنسبةِ 1:2:10، أيُّ الخليطينِ فيه نسبةٌ أكبرُ مِنَ الزنجبيلِ؟ أبرِّرُ إجابتي.



16 **تحدُّ:** أقسمُ شبكةَ المربَّعاتِ المجاورةِ إلى ثلاثةِ أجزاءٍ مستخدِماً خطَّينِ، بحيثُ تكونُ النسبةُ بينَ المساحاتِ الناتجةِ 2:3:4

17 **أكتبُ** كيفَ أوظفُ التقسيمَ التناسبيَّ في حلِّ مسائلٍ

حياتيةٍ؟

إرشاد

أقسمُ الشبكةَ إلى 3 مناطقٍ مستعملاً التقسيمَ التناسبيَّ.



أستكشفُ

سعرُ علبَةِ عِطْرِ في مدينةِ الرِّياضِ SAR 140،
وَسعرُها في السُّوقِ الحُرَّةِ في مطارِ المَلِكَةِ عِلْياءِ
الدُّوليِّ USD 32، وسعرُها في عَمَّانَ JD 25،
أَيُّ الأَسعارِ أَفضَلُ لِمسافرٍ يَريدُ أن يَشترِيَ عِلبَةَ
عِطْرِ مِن هَذا النُّوعِ؟



فكرة الدرس

أحلُّ مسائلَ ماليَّةٍ تتضمَّنُ:
البيعَ والشراءَ، ومقارنَةَ
الأَسعارِ.

المصطلحات

التكلفةُ، سعرُ البيعِ، الربحُ،
الخسارةُ، التكلفةُ الكليَّةُ،
سعرُ الصرْفِ.

توجدُ تطبيقاتُ ماليَّةٌ عديدةٌ في حياتنا اليوميَّةِ مثلُ: **الربح (P)** (profit)، و**الخسارة (loss)**، وهناكُ مصطلحاتٌ عديدةٌ مرتبطةٌ بالربحِ والخسارةِ منها: **التكلفة (cost)**: وهي ما يدفعهُ البائعُ ثمنًا للسلعةِ، و**التكلفة الكليَّة (TC)** (total cost) وهي مجموعُ تكلفةِ السلعةِ وما ينفقهُ البائعُ من مصروفاتٍ أُخرى على السلعةِ، مثلَ أجورِ نقلٍ وتخزينٍ وضرائبٍ، وغيرها. أما **سعرُ البيع (SP)** (sale price) فهو المبلغُ الذي يقبضهُ البائعُ عندَ بيعِ سلعةٍ. ويحققُ البائعُ الربحَ عندما يكونُ سعرُ البيعِ أكبرَ من التكلفةِ، ويكونُ $P = SP - TC$. ويخسرُ البائعُ عندما يكونُ سعرُ البيعِ أقلَّ من التكلفةِ.

مثال 1

1 اشترى تاجرٌ سيارةً بمبلغِ JD 12500 ودفعَ رسومَ تسجيلٍ لها JD 350، ثمَّ باعها بسعرِ JD 14000، هل ربحَ التاجرُ أمَّ خسَرَ في عمليةِ البيعِ؟ أجدُ مقدارَ الربحِ أو الخسارةِ.

1 **الخطوة** أجدُ تكلفةَ السيارةِ الكليَّةَ، وهي سعرُ الشراءِ مضافاً إليه رسومُ التسجيلِ:

$$JD 12500 + JD 350 = JD 12850 \quad \text{تكلفةُ السيارةِ الكليَّة (TC)}$$

بما أن سعرَ البيعِ أكبرُ من التكلفةِ الكليَّةِ؛ إذن، ربحَ التاجرُ.

2 **الخطوة** أجدُ الربحَ بطرحِ التكلفةِ الكليَّةِ من سعرِ البيعِ:

$$JD 14000 - JD 12850 = JD 1150 \quad P = SP - TC$$

إذن، ربحَ التاجرُ مبلغَ JD 1150.

2 اشترى حسامٌ ثلاجةً بمبلغ 980 JD، ودفعَ أجورَ نقلٍ وتركيبٍ لها 65 JD، ثمَّ باعها بسعرٍ 1000 JD. هل ربحَ حسامٌ أمَّ خسَرَ في عمليةِ البيعِ؟ أجدُ مقدارَ الربحِ أو الخسارة.

الخطوة 1 أجدُ تكلفةَ الثلاجةِ الكليةً، وهيَّ سعرُ الشراءِ مضافاً إليه أجورُ النقلِ والتركيبِ:

$$JD 980 + JD 65 = JD 1045 \quad \text{تكلفةُ الثلاجةِ الكليةُ (TC)}$$

بما أنَّ سعرَ البيعِ أقلُّ منَ التكلفةِ الكليةِ؛ إذن، خسَرَ حسامٌ.

الخطوة 2 أجدُ الخسارةَ بطرحِ سعرِ البيعِ منَ التكلفةِ الكليةِ:

$$JD 1045 - JD 1000 = JD 45$$

إذن، خسَرَ حسامٌ مبلغَ 45 JD

✓ **أتحقّق من فهمي:**

3 اشترى تاجرٌ 30 كيساً أرزاً بسعرٍ 5 JD للكيس الواحد، ودفعَ أجرةَ نقلها 16 JD، وقبضَ 180 JD ثمنَ بيعِ الكميّةِ كلّها، هل ربحَ التاجرُ أمَّ خسَرَ في عمليةِ البيعِ؟ أجدُ مقدارَ الربحِ أو الخسارة.

تُستخدمُ النسبةُ المئويةُ كثيراً في التطبيقاتِ الحياتيةِ مثلَ تحديدِ سعرِ سلعةٍ بعدَ إضافةِ ضريبةِ المبيعاتِ.



أتذكّر

يُمكنُ كتابةُ النسبةِ المئويةِ بالصورةِ العشريةِ، مثلاً: $5\% = 0.05$ ، أو الكسريةِ $4\% = \frac{4}{100} = \frac{1}{25}$

مثال 2

اشتركتُ ليلي في إنترنت منزليٍّ بمبلغ 300 JD سنويّاً مضافاً إليه ضريبةٌ مقدارها 16%، كمَّ ستدفعُ ليلي شهريّاً؟

الخطوة 1 أجدُ قيمةَ الضريبةِ بضربِ نسبةِ الضريبةِ في المبلغِ:

$$\frac{16}{100} \times JD 300 = JD 48 \quad \text{قيمةُ الضريبةِ}$$

الخطوة 2 أجمعُ قيمةَ الضريبةِ إلى قيمةِ الاشتراكِ لأجدَ المبلغَ الكليَّ:

$$JD 300 + JD 48 = JD 348 \quad \text{المبلغُ الكليُّ يساوي الاشتراكَ مضافاً إليه الضريبةُ}$$

الخطوة 3 أجدُ المبلغَ المستحقَّ شهريّاً:

$$JD 348 \div 12 = JD 29 \quad \text{أقسمُ المبلغَ الكليَّ على 12 (عددِ أشهرِ السنة)}$$

إذن، مبلغُ الاشتراكِ الشهريُّ الَّذي ستدفعُهُ ليلي 29 JD.

الوحدة 5

أتحقق من فهمي: ✓

اشترى عليّ إطاراتٍ لسيّارته بمبلغ 205 JD، ما المبلغ الذي سيدفعه عليّ ثمنًا للإطاراتِ علمًا أنّ نسبة الضريبة 10%؟

يُمكننا استخدام النسبة المئوية في تحديد سعر سلعةٍ بعد الخصم.

مثال 3

أعلن متجر عن خصمٍ نسبته 20% على محتويات المحلّ جميعها، ما سعر سلعةٍ بعد الخصم إذا كان سعرها الأصلي 85 JD؟

أتعلم

السعر بعد الخصم: sale price (SP)
السعر الأصلي: marked price (MP)
مقدار الخصم: discount (D)

1 الخطوة: أجد مقدار الخصم بضرب نسبة الخصم في سعر السلعة:

$$\frac{20}{100} \times \text{JD } 85 = \text{JD } 17 \quad \text{مقدار الخصم (D)}$$

2 الخطوة: أجد السعر بعد الخصم:

$$\text{JD } 85 - \text{JD } 17 = \text{JD } 68$$

$$\text{SP} = \text{MP} - \text{D}$$

إذن، سعر السلعة بعد الخصم 68 JD.

أتحقق من فهمي: ✓

ترغب مريم في شراء مكبسة كهربائية ثمنها 90 JD، إذا كانت نسبة الخصم على المكبسة 15%، ما المبلغ الذي ستدفعه مريم ثمنًا للمكبسة؟

سعر الصرف (exchange rate) للعملة A بالعملة B هو قيمة وحدة من العملة A بالعملة B. فمثلاً $\text{USD } 1 = \text{JD } 0.705$ ،

وكذلك $\text{JD } 1 = \text{USD } 1.41$.

لكي أحوّل من العملة A إلى العملة B أستخدم المعادلة $y = k \times x$

$$\begin{array}{ccc} \text{المبلغ بالعملة B} & & \text{المبلغ بالعملة A} \\ & \searrow & \swarrow \\ & y = k \times x & \\ & \uparrow & \\ & \text{سعر صرف العملة A بالعملة B} & \end{array}$$

أتذكر

JD: دينار أردني
USD: دولار أمريكي
SAR: ريال سعودي

يستخدم سعر الصرف للتحويل بين العملات والمقارنة بين أسعار السلع في دولٍ مختلفة.

مثال 4



سعر حاسوبٍ محمولٍ في الأردنّ JD 500 ، وسعرُهُ في أمريكا USD 648.6 ، وسعرُهُ في المملكة المتحدة £ 504 ، أحددُ أيُّ الأسعارِ أفضلٍ لشخصٍ يريدُ شراءَ جهازٍ حاسوبٍ من هذا النوع، إذا علمتُ أنّ سعرَ صرفِ الدولارِ الأمريكيِّ بالدينارِ الأردنيّ 0.71 ، والجنيهِ الاسترلينيِّ بالدينارِ الأردنيّ 0.99 (أقرّبُ الإجابةَ لأقربِ عددٍ صحيحٍ).

لأتمكنَ من المقارنةِ أُحوّلُ سعرَ الحاسوبِ من العُمَلاتِ الأخرى إلى الدينارِ الأردنيِّ باستعمالِ المعادلة: $y = k \times x$

$$\text{JD } 648.6 \times 0.71 \approx \text{JD } 461$$

$$\text{JD } 504 \times 0.99 \approx \text{JD } 499$$

أحوّلُ سعرَ الحاسوبِ من الدولارِ الأمريكيِّ إلى الدينارِ الأردنيِّ

أحوّلُ سعرَ الحاسوبِ من الجنيهِ الاسترلينيِّ إلى الدينارِ الأردنيِّ

ألاحظُ أنّ أقلَّ سعرٍ هو JD 461 ، أي USD 648.6 .

أتحقق من فهمي:



زار سائحٌ سعوديٌّ مدينةَ البترا الأثريةَ، واشترى أشياءَ تراثيةً من البنية الأردنية بقيمة JD 200 ، كم ريالاً سعودياً دفع السائحُ علماً أنّ سعرَ صرفِ الدينارِ الأردنيِّ مقابلَ الريالِ السعوديّ 5.29؟

أدرب

وأحل المسائل



1 زراعة: قطفَ مزارعٌ 82 صندوقاً من التفاح من بستانه، ودفعَ JD 106 أجرَةَ عمالٍ ونقلٍ. إذا تلفَ صندوقان أثناء النقلِ وباعَ الباقيَ بسعرِ JD 3 للصندوق الواحد، أجدُ صافيَ ربحِ المزارعِ من بيعِ التفاحِ.

2 هاتف: إذا كان سعرُ الشحنِ الشهريِّ لهاتفِ سماح JD 8 يضافُ إليه 15% ضريبةً، أجدُ المبلغَ السنويَّ الذي تدفعُهُ سماحُ.

3 سيارة: اشترى تاجرٌ سيارةً بمبلغِ JD 14000 ، ودفعَ JD 150 مقابلَ تسجيلِ ونقلِ ملكيةِ، وباعها بمبلغِ JD 15848 . أجدُ ربحَ التاجرِ في هذه السيارة، وأتحقق من صحةِ الحلِّ.

4 مكنسة: سعرُ مكنسةٍ كهربائيةٍ في الأردنّ JD 50 ، وسعرُها في اليابانِ 7045 ينًا يابانيًا، وسعرُها في اليونانِ 64 يورو، أجدُ أيُّ الأسعارِ أفضلٍ لشخصٍ يريدُ شراءَ مكنسةٍ من هذا النوع، إذا علمتُ أنّ سعرَ صرفِ الينِ اليابانيِّ بالدينارِ الأردنيّ 0.0068 ، واليورو بالدينارِ الأردنيّ 0.84 (أقرّبُ الإجابةَ لأقربِ عددٍ صحيحٍ).

معلومة

تُسمى عملةُ اليابانِ الين، ويُرمزُ لها بالرمزِ (¥).

الوحدة 5

5 **معلومة** صُرفَ JD 200 بـ 86 دينارًا كويتيًّا، أجدُ كمَ دينارًا كويتيًّا قيمةُ JD 1450؟

6 استوردَ تاجرٌ أردنيٌّ بضاعةً من الصينِ بقيمةِ 89700 يوانٍ صينيٍّ ودفعَ 5382 يوانًا أجرةَ شحنٍ، ثمَّ باعَها بمبلغِ JD 12720، أجدُ ربحَ التاجرِ (سعرُ صرفِ اليوانِ الصينيِّ بالدينارِ الأردنيِّ 0.10).

7 **عُطُورٌ:** أعودُ إلى فقرةٍ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وأحددُ أفضلَ سعرٍ لعلبةِ العطرِ.

تختلفُ رائحةُ العطرِ من شخصٍ إلى آخرٍ؛ لاختلافِ نسبِ المركَّباتِ الكيميائيةِّ المكوِّنةِ للجلدِ من شخصٍ لآخر.

مهاراتُ التفكيرِ العُلَيَّا

8 **أكتشفُ المختلفَ:** القيمةُ الأولى في كلِّ زوجٍ ممَّا يأتي هي سعرُ البيعِ الأصليِّ لسلعةٍ، والقيمةُ الثانيةُ هي سعرُ بيعِها بعدَ التنزيلاتِ. أحددُ الزوجَ الذي نسبةُ التنزيلاتِ فيه مختلفةٌ عن باقي الأزواجِ، وأبرِّرُ إجابتي.

JD 16, JD 12

JD 28, JD 21

JD 30, JD 25

JD 48, JD 36

تبريرٌ: معطفٌ ثمنه JD 25 وفي موسمِ التنزيلاتِ خُفِّصَ بنسبةٍ 20% من ثمنه. أوجدَ كلٌّ من محمودٍ وعليٍّ ثمنَ المعطفِ بعدَ التخفيضِ كالآتي:

محمودٌ
$\frac{20}{100} \times 25 = 5$
$25 - 5 = 20$
ثمن المعطف JD 20

عليٌّ
$\frac{80}{100} \times 25 = 20$
ثمن المعطف JD 20

9 ما الفرقُ بينَ طريقةِ عليٍّ وطريقةِ محمودٍ في إيجادِ ثمنِ المعطفِ؟ هل طريقةُ كلِّ منهما صحيحةٌ؟

10 هل يمكنُ استخدامَ طريقةِ عليٍّ لإيجادِ ثمنِ أيِّ سلعةٍ بعدَ الخصمِ؟ أبرِّرُ إجابتي.

11 **أكتبُ** كيفَ أحددُ الربحَ أو الخسارةَ في عملياتِ البيعِ والشراءِ؟

اختبار نهاية الوحدة

7 يُمكن لستة أشخاص أن يقطفوا ثمار كرم عنب في 10 أيام. أجد عدد الأشخاص الذين يمكنهم قطف ثمار الكرم في 12 يومًا.

- a) 7 b) 5 c) 4 d) 8

8 يتسع رف لـ 30 كتابًا سُمك الواحد منها 2 cm، أجد كم كتابًا سُمك الواحد منها 5 cm يُمكن وضعها في هذا الرف؟

- a) 12 b) 6 c) 15 d) 23

9 يقسم معلم زمن حصته الصفية للتدريس وحل المسائل بنسبة 2:3. إذا كان زمن الحصة 45 دقيقة، أجد زمن حل المسائل بالدقيقة:

- a) 9 b) 18 c) 27 d) 24

10 اشترك حمزة وأخوه حسن وأخته سارة في تجارة. إذا كانت أرباحهم في نهاية العام JD 12000 ووُزعت الأرباح بالنسبة 5:2:3، أجد نصيب سارة بالدينار.

- a) 1200 b) 2400
c) 3600 d) 6000

11 سعر حذاء JD 25. إذا كانت نسبة الخصم 26% فإن سعر الحذاء بعد الخصم:

- a) 18.5 b) 18
c) 17.5 d) 17

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 قرأ عماد $\frac{3}{8}$ صفحة في $\frac{1}{3}$ دقيقة. أجد معدل الوحدة لقراءة عماد بالصفحة لكل دقيقة.

- a) $\frac{4}{11}$ b) $\frac{9}{8}$ c) $\frac{1}{8}$ d) $\frac{8}{9}$

2 تنمو نبتة بمعدل 0.5 cm في اليوم الواحد، أجد كم يومًا تحتاج لتنمو بمقدار 10 cm:

- a) 5 b) 10 c) 20 d) 24

3 أحل التناسب $\frac{9}{12} = \frac{x}{8}$:

- a) $10\frac{2}{3}$ b) $13\frac{1}{2}$
c) 7 d) 6

4 أحدد أي الآتي يشكّل تناسبًا:

- a) $\frac{3.5}{14}$ ، $\frac{2}{8}$ b) $\frac{18}{10}$ ، $\frac{5.1}{3}$
c) $\frac{9}{3.6}$ ، $\frac{10}{4.2}$ d) $\frac{7}{16}$ ، $\frac{3}{7}$

5 تستهلك شاحنة 80 L من الديزل لقطع مسافة 280 km، كم المسافة بالكيلومتر التي تقطعها بخزان ممتلئ سعته 100 L؟

- a) 300 b) 320 c) 350 d) 380

6 تحتاج مروحة 210 g من السمن لعمل 12 قطعة من البسكويت، أجد كم غرامًا تحتاج لعمل 18 قطعة من البسكويت نفسه.

- a) 140 b) 250 c) 300 d) 315

التطابق والتشابه

ما أهمية هذه الوحدة؟

لِتشابه الأشكال الهندسية وتطابقها أهمية كبيرة في حياتنا، فهي تُستعمل في كثير من المجالات؛ مثل تحديد المسافات بين المدن على الخريطة ومعرفة ارتفاعات المباني، وتصميم نماذج فنيّة مكبرة مثل المبخرة الجميلة المقامة عند مدخل مدينة سحاب.



سأتعلم في هذه الوحدة:

- العلاقة بين الأضلاع والزوايا المتناظرة في شكلين متشابهين.
- العلاقة بين الأضلاع والزوايا المتناظرة في شكلين متطابقين.
- حلّ مسائل باستعمال مقياس الرسم.
- رسم شكل هندسي تحت تأثير تكبير.

تعلمت سابقاً:

- ✓ حلّ مسائل باستخدام مفهوم التناصب.
- ✓ مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمثلث والمضلع.
- ✓ رسم انسحاب ودوران وانعكاس لشكل في المستوى الإحداثي.



مشروع الوحدة: نموذج قصر الحرائة

5 أحدّد بعض الأشكال الهندسية المتشابهة في القصر الحقيقي.

أستعدّ وزملائي لتنفيذ مشروعنا الخاصّ الذي سنوظّف فيه ما نتعلّمه في هذه الوحدة حول الأشكال الهندسية وتطابقها وتشابهها، ومقياس النموذج في تصميم نموذج لقصر الحرائة.

عرض النتائج:

أصمّم مطويةً مبتكرةً وأكتبُ فيها:

- خطوات عمل المشروع والنتائج التي توصلتُ إليها.
- المواد التي استعملتها في تصميم النموذج، ومدى استفادتي من المواد في البيئة من حولي.
- معلومة جديدةً عرفتُها في أثناء العمل على المشروع ومقترحًا لتوسعة المشروع.
- بعض الصعوبات التي واجهتني في أثناء العمل على المشروع، وكيف تغلّبتُ عليها.
- أعرّض المطوية والنموذج أمام زملائي في الصفّ، وأخبرهمُ بأبعاد النموذج.

خطوات تنفيذ المشروع:

1 أبحثُ في الإنترنت عن أبعاد قصر الحرائة، وعن صور له من الداخل والخارج.



- 2 أجهّز الأدوات والمواد اللازمة لصنع النموذج، مستغلًا - قدر الإمكان - المواد المتوافرة في البيئة من حولي.
- 3 أختارُ مقياسَ نموذجٍ مناسبًا، وأستعمله لتحديد أبعاد القصر في النموذج.
- 4 أحدّد بعض الأشكال الهندسية المتطابقة في القصر الحقيقي.



أستكشفُ

التنغرام لعبةٌ صينيةٌ عُمرُها 1000 سنةٍ، تحتوي مجموعةً من الأشكالِ بمقاساتٍ ثابتةٍ تُجمَعُ معًا لتشكيلِ شكلٍ معيّنٍ. أيُّ الأشكالِ الهندسيةِ في اللعبةِ لها الشكلُ والقياسُ نفسُهُما؟

فكرة الدرس

أميزُ المضلَّعاتِ المتطابقةَ، وأحلُّ مسائلَ تعتمدُ على مفهومِ التطابقِ.

المصطلحات

الأضلاعُ المتناظرةُ، الزوايا المتناظرةُ، مضلَّعاتٌ متطابقةٌ.

درستُ سابقًا أنَّ الشكلَ الأصليَّ وصورتهُ تحت تأثيرِ التحويلاتِ الهندسيةِ (الدورانِ، والانعكاسِ، والانسحابِ) لهما الشكلُ والمقاسُ نفسُهُما، إذن، فهما متطابقان، ومن ثمَّ، يمكننا التحققُ من تطابقِ شكلينِ بإجراءِ انسحابٍ، أو دورانٍ، أو انعكاسٍ لأحدهما والتأكدِ من انطباقِهِ على الشكلِ الآخرِ تمامًا.

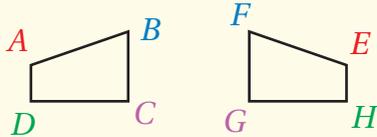


المضلَّعاتُ المتطابقةُ (congruent polygons) مضلَّعاتٌ أجزاءُها المتقابلةُ متطابقةٌ، فالأضلاعُ المتقابلةُ تُسمَّى الأضلاعُ المتناظرةُ (corresponding sides)، والزوايا المتقابلةُ تُسمَّى الزوايا المتناظرةُ (corresponding angles). ويُستعملُ الرمزُ (\cong) للدلالةِ على أنَّ الشكلينِ متطابقان.

المضلَّعاتُ المتطابقةُ

مفهومٌ أساسيٌّ

• **بالكلماتِ** يكونُ المضلعانِ متطابقينِ إذا كانتِ الأضلاعُ المتناظرةُ متطابقةً والزوايا المتناظرةُ متطابقةً.



• **بالرموزِ** إذا كان $ABCD \cong EFGH$ فإنَّ:

الزوايا المتطابقةُ: $\angle A \cong \angle E$, $\angle B \cong \angle F$, $\angle C \cong \angle G$, $\angle D \cong \angle H$

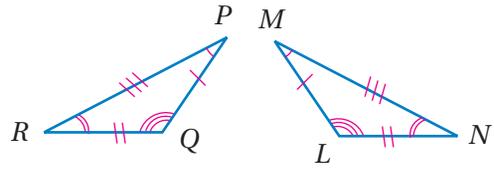
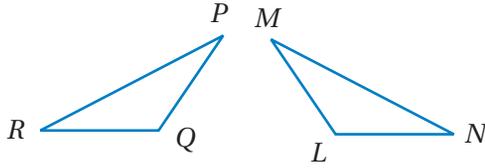
والأضلاعُ المتطابقةُ: $\overline{AB} \cong \overline{EF}$, $\overline{BC} \cong \overline{FG}$, $\overline{CD} \cong \overline{GH}$, $\overline{DA} \cong \overline{HE}$

الوحدة 6

مثال 1

أكتب جُمَل التتَابِقِ لِكُلِّ مِنْ أَزْوَاجِ الْمُضْلَعَاتِ الْمُتطَابِقَةِ الْآتِيَةِ:

1



الخطوة 1 أستخدمُ عددًا متساويًا مِنَ الأَقْوَاسِ لِلدَّلَالَةِ عَلَى الزَّوَايَا المتناظرة المتطابقة، وَعَدَدًا متساويًا مِنَ الخَطُوطِ الصَّغِيرَةِ لِلدَّلَالَةِ عَلَى الأَضْلاعِ المتناظرة المتطابقة.

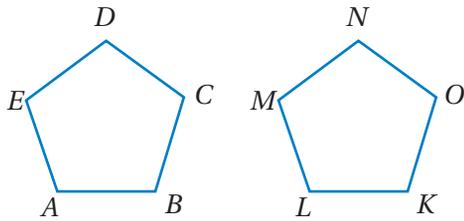
الخطوة 2 أكتب جُمَل التتَابِقِ:

الزوايا المتناظرة: $\angle M \cong \angle P$, $\angle L \cong \angle Q$, $\angle N \cong \angle R$

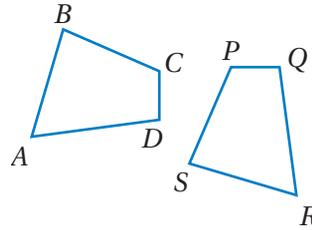
الأضلاع المتناظرة: $\overline{ML} \cong \overline{PQ}$, $\overline{LN} \cong \overline{QR}$, $\overline{MN} \cong \overline{PR}$

أتحقق من فهمي: ✓

2

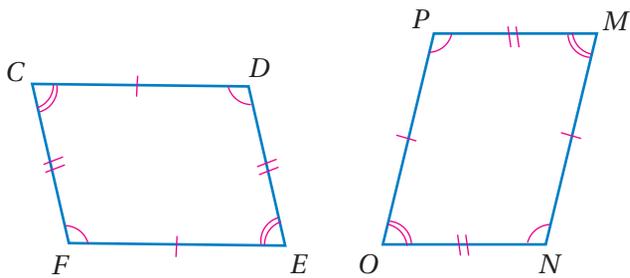


3



يُمكنني استخدام خواص تطابق المضلعات لإيجاد قياسات زوايا وأضلاع مجهولة.

مثال 2



في الشكل المجاور إذا كان $FCDE \cong NOPM$ ، وكان $m\angle P = 104^\circ$ ، $CD = 7 \text{ cm}$ ، فأجد: قياس $\angle D$.

بما أن $\angle P$ و $\angle D$ متناظران في مضلعين متطابقين، إذن، فهما متطابقتان. ومنه $m\angle D = 104^\circ$.

2 طول \overline{OP} .

بما أن \overline{OP} و \overline{CD} متناظران في مضلعين متطابقين، إذن، فهما متطابقتان.

ومنه $OP = 7 \text{ cm}$

أذكر

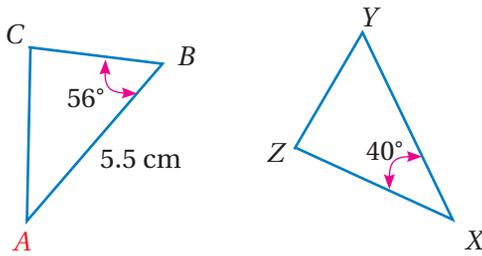
الرمز OP يعني طول القطعة المستقيمة \overline{OP}

✓ **أتحقق من فهمي:**

في الشكل المجاور $\triangle ABC \cong \triangle XYZ$ ، أجد:

3 قياس $\angle A$

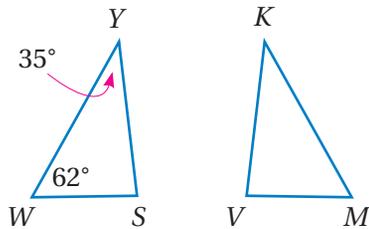
4 طول \overline{XY}



يمكن استعمال مجموع قياسات زوايا المضلع في إيجاد زوايا مجهولة.

مثال 3

1 في الشكل المجاور $\triangle WYS \cong \triangle MKV$ ، أجد $m\angle V$.



1 **الخطوة** أجد قياس الزاوية $m\angle S$

$$m\angle Y + m\angle W + m\angle S = 180^\circ$$

$$35^\circ + 62^\circ + m\angle S = 180^\circ$$

$$97^\circ + m\angle S = 180^\circ$$

$$m\angle S = 83^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث

$$m\angle Y = 35^\circ \text{ و } m\angle W = 62^\circ$$

أجمع

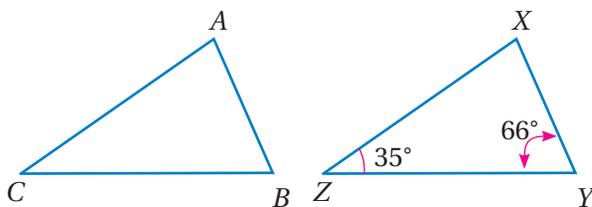
أطرح 97° من الطرفين

2 **الخطوة** أستخدم خواص المثلثات المتطابقة.

بما أن $\angle V$ و $\angle S$ متناظران في مضلعين متطابقين، إذن، فهما متطابقتان، ومنه $m\angle V = 83^\circ$

✓ **أتحقق من فهمي:**

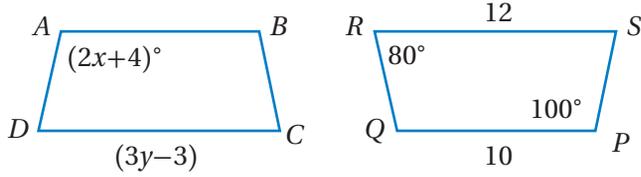
2 في الشكل المجاور $\triangle CAB \cong \triangle ZXY$ ، أجد $m\angle A$.



الوحدة 6

يمكن استعمال المعادلات في إيجاد قياسات زوايا وأضلاع مجهولة في المضلعات المتطابقة.

مثال 4



في الشكل المجاور $ABCD \cong PQRS$ ،
أجد:

1 قيمة المتغير x .

بما أن $\angle A, \angle P$ متناظرتان في شكلين متطابقين، إذن، $(2x + 4)^\circ$ تساوي 100°

$$2x + 4 = 100$$

$$\underline{-4 \quad -4}$$

$$2x = 96$$

$$\underline{\div 2 \quad \div 2}$$

$$x = 48$$

أكتب المعادلة

أطرح 4 من الطرفين

أقسم على 2

أجد الناتج

إذن، قيمة x تساوي 48

✓ **أتحقق من فهمي:**

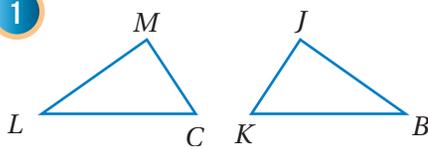
2 قيمة المتغير y

أُتدربُ

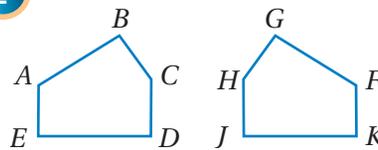
وأحل المسائل

أكتب جمل التوافق لكل من أزواج المضلعات المتطابقة الآتية:

1

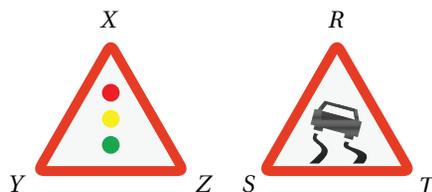


2



إشارات مرور: يبين الشكل المجاور إشارتي مرور متطابقتين، إذا كان $m\angle Y = 60^\circ$ ،

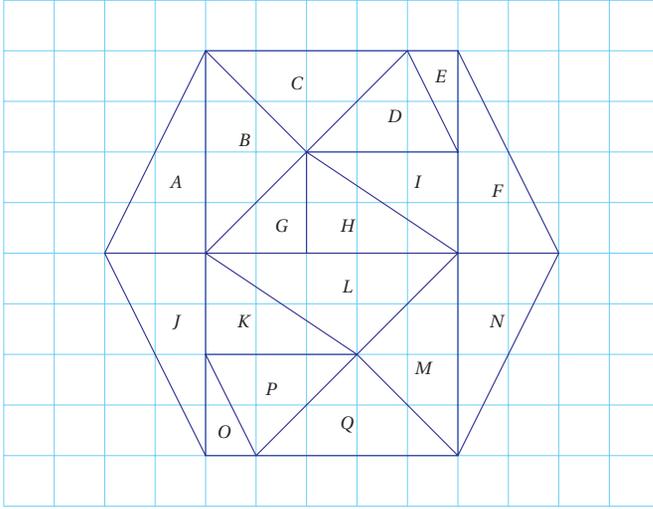
و $ZX = 55 \text{ cm}$ ، فأجد:



3 قياس $\angle S$

4 طول \overline{TR}

بيِّن الشكل الآتي مضلعاً سداسياً منتظماً مقسماً إلى 17 مثلثاً:



أتذكر

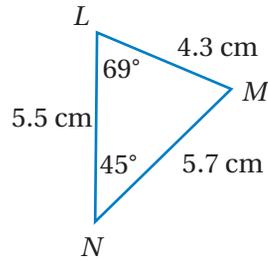
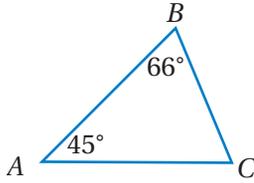
المضلع المنتظم هو مضلع لجميع أضلاعه الطول نفسه، ولزواياه الداخلية القياس نفسه.

5 أحدد المثلثات جميعها المتطابقة مع المثلث C .

6 أي المثلثات يتطابق مع المثلث D ؟

7 أي المثلثات يطابق المثلث H ؟

في الشكل الآتي $\triangle ABC \cong \triangle NML$ ؛ أجد:



8 قياس $\angle M$

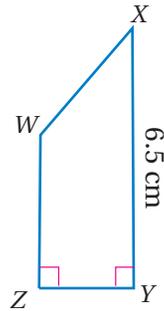
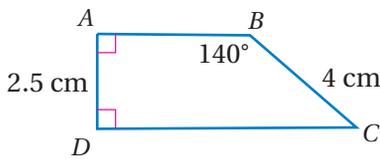
9 طول \overline{BC}

10 طول \overline{AB}

أتذكر

مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي 180°

في الشكل الآتي إذا كان $ABCD \cong ZWXY$ ، فأجد:



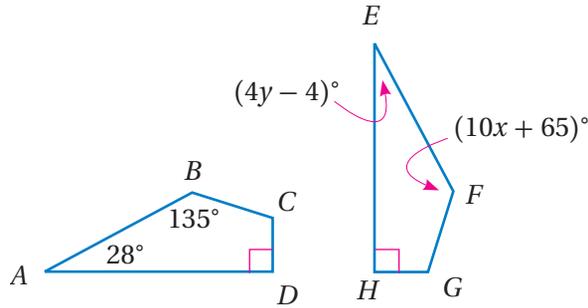
11 طول \overline{WX}

12 قياس $\angle W$

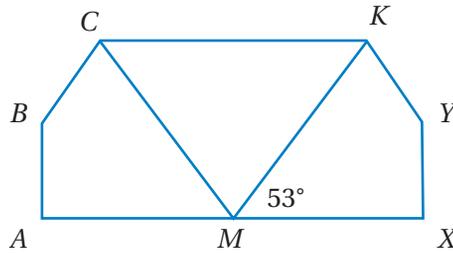
13 قياس $\angle X$

الوحدة 6

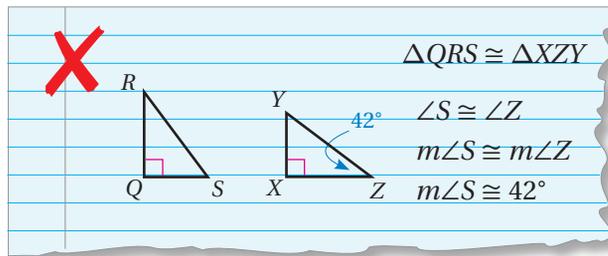
14 في الشكل الآتي إذا كان $ABCD \cong EFGH$ ، فأجد قيمة كل من المتغيرين x و y :



15 تبرير: في الشكل الآتي إذا كان $ABCM \cong XYKM$ ، فأجد $m\angle KMC$ مبرراً إجابتي.



16 أكتشف الخطأ: أحدد الخطأ في الحل الآتي، وأصححه:



17 تحد: في ما يلي وصف للمثلثين ΔABC و ΔZXW قائمي الزاوية:

ΔABC
طول الوتر 10 cm، وطول أحد أضلاعه 6 cm

ΔZXW
طول الوتر 10 cm وقياسا زاويتين فيه 25° و 65°

أحدد ما إذا كان المثلثان ΔABC و ΔZXW متطابقين، مبرراً إجابتي.

18 أكتب كيف أحدد ما إذا كان مضلعان متطابقين أم لا؟

مهارات التفكير العليا

أتذكر

مجموع قياسات الزوايا المتجاورة على مستقيم يساوي 180°

إرشاد

عند البحث في تطابق مثلثين يمكننا رسمهما أولاً.



أستكشف

إذا كان طول ملعب مدرسة فراس 12 m، وعرضه 9 m، وأراد رسم الملعب بحيث يقابل كل 1 cm على الرسم 3 m في الحقيقة، فما أبعاد الملعب على الرسم؟



فكرة الدرس

أحل مسائل مستعملاً مقياس الرسم.

المصطلحات

مقياس الرسم، مقياس النموذج، عامل المقياس.

يُستعمل مقياس الرسم (scale drawing) لرسم أشكال ثنائية الأبعاد بشكل مشابه للشكل الأصلي بمقاس أكبر أو أصغر. يمثل مقياس الرسم أو مقياس النموذج نسبة تقارن بين قياسات الرسم أو النموذج وقياسات الأشياء الحقيقية، فقياسات الرسم أو النموذج تتناسب مع القياسات الحقيقية.

مثال 1



يُستعمل ما يقارب 700000 زهرة لتشكيل سجادة مستطيلة الشكل في بلجيكا مرة كل عامين، وقبل صنع السجادة يُعد المصممون مقياس رسم للسجادة. إذا كان عرض السجادة الحقيقي 40 m وعرضها على الرسم 20 cm، فأجد مقياس الرسم.

لإيجاد مقياس الرسم أجد النسبة بين الطول على الرسم والطول الحقيقي، ثم أبسط النسبة بحيث يصبح البسط يساوي 1:

$$\frac{20 \text{ cm}}{40 \text{ m}} \leftarrow \begin{array}{l} \text{في الرسم} \\ \text{في الحقيقة} \end{array}$$

$$\frac{1}{2} \frac{20 \text{ cm}}{40 \text{ m}} \quad \text{أقسم على 20}$$

$$\frac{1 \text{ cm}}{2 \text{ m}} \quad \text{أبسط}$$

إذن، مقياس الرسم هو 1 cm : 2 m

الوحدة 6

أتحقق من فهمي:



إذا كان الطول الحقيقي لقطعة أرض 15 m، وطولها على الرسم 30 cm، أجد مقياس الرسم.

يمكن استعمال مقياس الرسم لإيجاد المسافة الفعلية بين منطقتين باستعمال الخريطة.

مثال 2

تظهر في الشكل المُجاور خريطة المملكة الأردنية الهاشمية:

1 أجد المسافة الحقيقية بين عمّان والعقبة.



مقياس الرسم:
1 cm : 100 km

2 أستخدم مسطرة السنتيمترات لإيجاد المسافة بين عمّان والعقبة على الخريطة، والتي تبلغ 3.3 cm تقريباً.

2 أفتراض أن المسافة الحقيقية بين عمّان والعقبة تساوي x ، ثم أكتب تناسباً مستعملاً مقياس الرسم.

$$\begin{array}{ccc} \text{الطول} & & \text{المقياس} \\ \text{على الخريطة} & \longrightarrow & \frac{1 \text{ cm}}{100 \text{ km}} = \frac{3.3 \text{ cm}}{x} \\ \text{المسافة الحقيقية} & \longrightarrow & \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1 \times x = 100 \times 3.3 \\ x = 330 \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{خاصية ضرب التبادلي} \\ \text{أبسط} \end{array}$$

إذن، المسافة الحقيقية بين عمّان والعقبة تساوي 330 km تقريباً.

أتحقق من فهمي:



أجد المسافة الحقيقية بين عمّان والرويشد.

يُستعمل مقياس النموذج (scale model) لتصميم نموذج ثلاثي الأبعاد مشابه لشيء يُراد تكبيره أو تصغيره.

مثال 3



يبين الشكل المجاور نموذجًا لصاروخ فضاء استعمل لتصميمه مقياس النموذج $1 \text{ cm} : 5 \text{ m}$

فإذا كان ارتفاع الصاروخ 20 m ، فأجد ارتفاع نموذج الصاروخ.

أفترض أن ارتفاع نموذج الصاروخ يساوي x ، ثم أكتب تناسبًا مستعملًا مقياس النموذج:

	المقياس	الطول		المقياس	
على النموذج	→	1 cm	=	$x \text{ cm}$	← على النموذج
في الحقيقة	→	5 m	=	20 m	← في الحقيقة

$$5 \times x = 1 \times 20$$

خاصية الضرب التبادلي

$$x = 4$$

أبسط

إذن، ارتفاع نموذج الصاروخ 4 cm

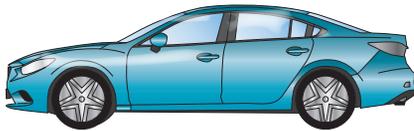
أتحقق من فهمي:

أجد طول جناح الصاروخ إذا كان طول الجناح في النموذج 2 cm

يمكن كتابة مقياس الرسم أو مقياس النموذج من دون وحدات إذا كان للقياسات في الحقيقة وفي الرسم الوحدات نفسها، وعندئذ تسمى النسبة بينهما **عامل المقياس** (scale factor).

مقياس مع وحدات		مقياس من دون وحدات
$1 \text{ cm} : 2 \text{ m}$	→ $\frac{1 \text{ cm}}{2 \text{ m}}$	→ $\frac{1 \text{ cm}}{200 \text{ cm}}$ → $1 : 200$

مثال 4



أجد عامل المقياس لنموذج سيارة إذا كان مقياس النموذج $1 \text{ cm} : 0.5 \text{ m}$

$$\frac{1 \text{ cm}}{0.5 \text{ m}} = \frac{1 \text{ cm}}{50 \text{ cm}}$$

$$= \frac{1}{50}$$

أحول وحدة m إلى cm

أختصر الوحدات المشتركة

إذن، عامل المقياس $1 : 50$

أتحقق من فهمي:



أستعمل عامل المقياس في السؤال السابق لإيجاد الطول الحقيقي للسيارة إذا كان طولها في النموذج 5 cm

أَتَدْرِبُ وأحل المسائل



1 صمّم هاني نموذجًا لمبنى، إذا كان الارتفاع الحقيقي له 7 m، وارتفاعه في النموذج 14 cm، فأجد مقياس النموذج.

مقياس رسم يمثل كل 1 cm فيه 8 m في الحقيقة، أجد المسافات في الحقيقة التي تمثلها المسافات الآتية على الرسم:

- 2 7 cm 3 4.5 cm 4 25 cm 5 4 cm



مقياس الرسم:
1 cm : 750 km

6 **خريطة:** أستخدم الخريطة المجاورة لأجد المسافة بين مدينتي عمان والرياض.

أكتب عامل المقياس لكل مما يأتي:

7 1 cm على الخريطة تقابل 0.4 m في الحقيقة.

8 2 cm على الخريطة تقابل 2 m في الحقيقة.

9 5 cm على الخريطة تقابل 25 m في الحقيقة.

10 **رياضة:** ملعب لكرة السلة في دوري المحترفين (NBA) طوله 28 m وعرضه 15 m،

أجد أبعاد الملعب في الرسم إذا كان مقياس الرسم 1 cm : 4 m

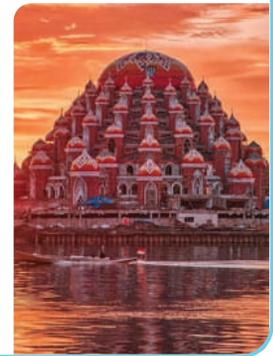
11 **مسجد:** صمّم مهندس نموذجًا لمسجد (الأسماء الحسنى) بمقياس نموذج

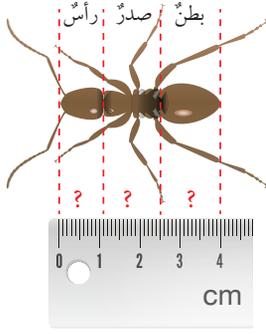
1 cm : 2 m، إذا كان طول قطعة الأرض التي بُني عليها المسجد 72 m وعرضها

45 m، فأجد أبعاد قطعة الأرض في النموذج.

معلومة

يقع مسجد (الأسماء الحسنى) ذو الـ 99 قبة على حافة شاطئ لوساكار في إندونيسيا، وتمثل قبابه عدد أسماء الله الحسنى.





12 نملة: يبيّن الشكل المجاورُ رسمًا لِنملة النّجارِ، إذا كانَ مقياسُ رسمِ النملةِ $1 \text{ cm} : 2.5 \text{ mm}$ ، أجدُ الطولَ الحقيقيَّ لرأسِ النملةِ، وصدرِها، وبطنِها.

معلومة

تتواجدُ نملةُ النّجارِ في العديدِ منْ أنحاءِ العالمِ، وتفضّلُ لبناءَ أعشاشِها الخشبَ الرطبَ غيرَ المستعملِ.



13 شريان: صمّمَ نموذجٌ لشريانٍ بمقياسِ رسمٍ $1 \text{ cm} : 0.3 \text{ mm}$ ، إذا كانَ قُطرُ الشريانِ الحقيقيِّ 2.7 mm ، فأجدُ قُطرَ الشريانِ في النموذجِ.

معلومة

الأبهرُ (الوتينُ) هو الشريانُ الأكبرُ في جسمِ الإنسانِ، ويقاربُ قُطرُهُ 2.5 cm

مهاراتُ التفكيرِ العُلَيَا

تبرير: يبيّنُ الصندوقُ الآتي أربعة مُعاملاتٍ مقياسٍ مختلفة:

1:50

1:10000

1:10

1:10000000

أختارُ منَ الصندوقِ عاملَ المقياسِ المناسبِ لكلِّ ممّا يأتي مبررًا إجابتي:

15 خريطة مدينة

14 خريطة العالم

17 نموذج بركان

16 خريطة مدرسة

18 تحد: صمّمتُ زينبُ نموذجينَ للمجسمِ نفسه باستعمالِ معاملي مقياسٍ مختلفين، الأول $1:50$ ، والثاني $1:100$ ، أيّ النموذجينِ أكبرُ؟ أبررُ إجابتي.

أتذكر

أستعملُ خواصَّ النسبة لتحديد أيّ النموذجينِ أكبرُ.

19 مسألة مفتوحة: أكتبُ مقياسَ نموذجٍ لمجسمٍ أبعاده أصغرُ 20 مرةً من أبعادِ الشيء الحقيقي.

20 أكتب: كيف يمكنني إيجاد عامل المقياس لمقياس رسم؟

استكشاف الأشكال المتشابهة

الهدف: استكشاف العلاقة بين أطوال الأضلاع وقياسات الزوايا المتناظرة في شكلين متشابهين باستعمال برمجية جيو جبراً.

نشاط

الخطوة 1

أرسم مثلثين

- أرسم $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(2, 1), B(4, 3), C(6, 1)$ ، وذلك باختيار أيقونة  من شريط الأدوات، ثم انقر بال مؤشر على مواقع الأزواج المرتبة التي تقع عندها رؤوس المثلث في المستوى الإحداثي، وأغلق الشكل بالنقر على الرأس الأول مرة أخرى.
- أرسم $\triangle DEF$ الذي إحداثيات رؤوسه $D(8, 1), E(12, 5), F(16, 1)$ ، ماذا ألاحظ؟ ما العلاقة بين المثلثين؟

الخطوة 2

أجد أطوال الأضلاع في المثلثين وقياسات زواياهما

$\triangle ABC$		$\triangle DEF$	
$AB =$	$m\angle A =$	$DE =$	$m\angle D =$
$AC =$	$m\angle B =$	$DF =$	$m\angle F =$
$BC =$	$m\angle C =$	$EF =$	$m\angle E =$

- أجد أطوال أضلاع $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ ، وذلك باختيار أداة قياس أطوال الأضلاع  من شريط الأدوات، ثم انقر على الضلع المطلوب، وأسجل النتائج في الجدول المجاور.

- أجد قياسات زوايا $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ ، وذلك باختيار أداة قياس الزوايا  من شريط الأدوات، ثم انقر على ضلعي الزاوية المطلوبة، وأسجل النتائج في الجدول.

الخطوة 3

أجد النسب بين أطوال الأضلاع المتناظرة

- أكتب أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين على شكل نسبة بأبسط صورة:

$$\frac{DE}{AB} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{DF}{AC} = \frac{\quad}{\quad}$$

$$\frac{EF}{BC} = \frac{\quad}{\quad}$$

أحلل النتائج:

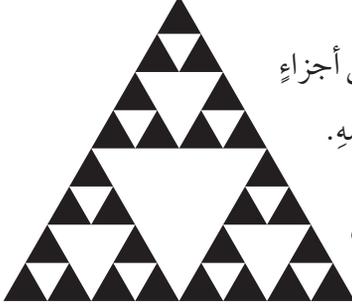
معتدداً على الجدول الذي أنشأته، أجب عن الأسئلة الآتية:

- ما العلاقة بين قياسات زوايا المثلثين وأطوال أضلعهما؟
- ماذا ألاحظ حول النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة في المثلثين؟
- اقترح اسماً مناسباً يصف العلاقة بين $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$.

أفكر:

- أرسم مثلثين قائمي الزاوية لهما الشكل نفسه والنسب بين أضلعهما المتناظرة متساوية.

أستكشفُ



الفراكتلات أشكال هندسية يمكن تقسيمها إلى أجزاء أصغر من الكل مع المحافظة على الشكل نفسه. أحوط مثلثين بمقاسين مختلفين لهما شكل المثلث الكبير نفسه.

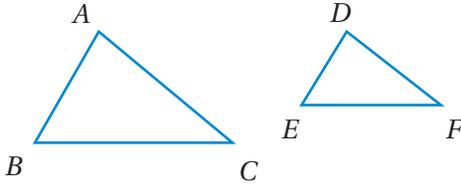
فكرة الدرس

أميز المضلعات المتشابهة، وأحل مسائل تعتمد على مفهوم التشابه.

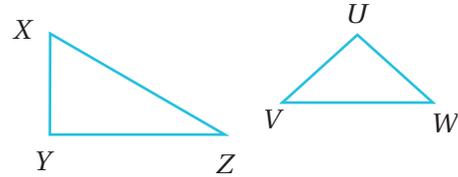
المصطلحات

أشكال متشابهة، مضلعات متشابهة.

يكون الشكلان متشابهين (similar figures) إذا كان لهما الشكل نفسه، وليس بالضرورة أن يكون لهما المقاس نفسه. ويُستخدم الرمز (\sim) للدلالة على أن الشكلين متشابهان.



$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ يشابه المثلث ΔDEF

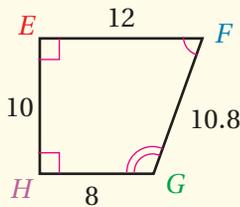
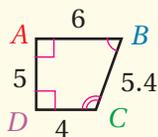


ΔXYZ لا يشابه المثلث ΔVUW

المضلعات المتشابهة (similar polygons) مضلعات زواياها المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعها المتناظرة متناسبة.

المضلعات المتشابهة

مفهوم أساسي



• **بالكلمات** إذا تشابه مضلعان فإن زواياهما المتناظرة متطابقة، وأطوال أضلاعهما المتناظرة متناسبة.

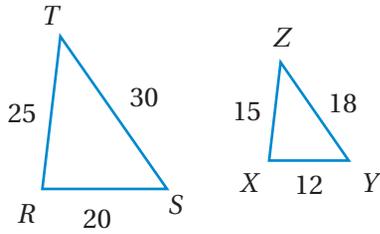
• **بالرموز** إذا كان $ABCD \sim EFGH$ فإن:

الزوايا المتطابقة: $\angle A \cong \angle E$, $\angle B \cong \angle F$, $\angle C \cong \angle G$, $\angle D \cong \angle H$

والنسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة متساوية: $\frac{EF}{AB} = \frac{FG}{BC} = \frac{GH}{CD} = \frac{HE}{DA} = \frac{2}{1}$

الوحدة 6

مثال 1



في الشكل المجاور $\Delta RST \sim \Delta XYZ$

أكتب أزواج الزوايا المتناظرة:

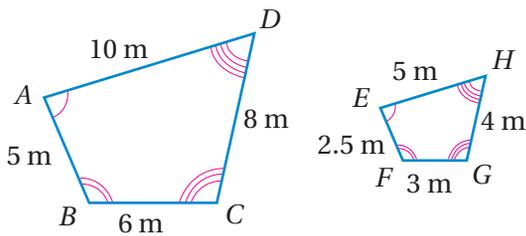
$$\angle R \cong \angle X, \angle S \cong \angle Y, \angle T \cong \angle Z$$

أجد النسبة بين طولَي كُلِّ ضلعين متناظرين بأبسط صورة، ثم أكتب جملة التناسب:

$$\frac{RS}{XY} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \quad \frac{ST}{YZ} = \frac{30}{18} = \frac{5}{3} \quad \frac{TR}{ZX} = \frac{25}{15} = \frac{5}{3}$$

إذن، جملة التناسب هي $\frac{RS}{XY} = \frac{ST}{YZ} = \frac{TR}{ZX}$

أتحقق من فهمي:



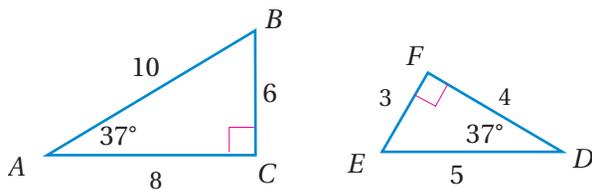
في الشكل المجاور $ABCD \sim EFGH$

أكتب أزواج الزوايا المتناظرة.

أجد النسبة بين طولَي كُلِّ ضلعين متناظرين بأبسط صورة، ثم أكتب جملة التناسب.

تسمى النسبة بين طولَي الضلعين المتناظرين في المضلعين المتشابهين عامل المقياس.

مثال 2



أبين ما إذا كان المثلثان المجاوران متشابهين، ثم أجد عامل

المقياس:

الخطوة 1 أجد قياس الزاوية الثالثة في كل من المثلثين:

$$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$$

$$37^\circ + m\angle B + 90^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle B + 127^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle B = 53^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث

أعوّض $m\angle A = 37^\circ$ و $m\angle C = 90^\circ$

أجمع

أطرح 127° من الطرفين

إذن، قياس $\angle B$ يساوي 53°

$$m\angle E + m\angle D + m\angle F = 180^\circ$$

$$m\angle E + 37^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle E + 127^\circ = 180^\circ$$

$$m\angle E = 53^\circ$$

مجموع قياسات زوايا المثلث

$$m\angle D = 37^\circ \text{ و } m\angle F = 90^\circ$$

أجمع

أطرح 127° من الطرفين

إذن، قياس $\angle E$ يساوي 53°

$$\angle B \cong \angle E, \angle A \cong \angle D, \angle C \cong \angle F$$

إذن، الزوايا المتناظرة متطابقة.

الخطوة 2 أجد النسبة بين طولَي كُلِّ ضلعين متناظرين:

$$\frac{AB}{ED} = \frac{10}{5} = 2$$

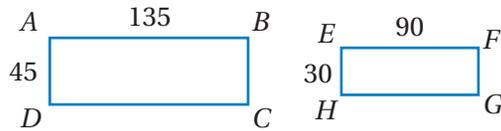
$$\frac{AC}{FD} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\frac{BC}{EF} = \frac{6}{3} = 2$$

النسب متساوية، إذن، أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.

بما أن الزوايا المتناظرة متطابقة، وأطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة، إذن، $\triangle ABC \sim \triangle DEF$ ، وعامل المقياس يساوي 2

أتحقق من فهمي:

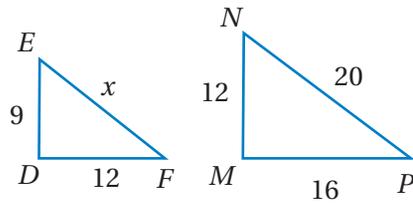


2 أبين ما إذا كان المستطيلان المجاوران متشابهين،

ثم أجد عامل المقياس:

يمكن استعمال خواص المضلعات المتشابهة في إيجاد القياسات المجهولة.

مثال 3



في الشكل المجاور $\triangle DEF \sim \triangle MNP$ ، أجد قيمة المتغير x

$$\frac{MP}{DF} = \frac{NP}{EF}$$

$$\frac{16}{12} = \frac{20}{x}$$

$$16x = 240$$

$$x = 15$$

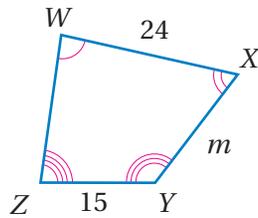
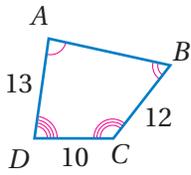
أكتب تناسبًا

$$MP = 16, DF = 12, NP = 20$$

خاصية الضرب التبادلي

أبسط

الوحدة 6



أتتحق من فهمي:

في الشكل المجاور $WXYZ \sim ABCD$ ، أجد قيمة المتغير m

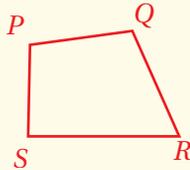
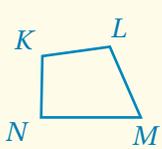
إذا تشابه مضلعان وكان عامل المقياس لهما يساوي k ، فإن النسبة بين محيطيهما تساوي k أيضًا.

محيط المضلع المتشابهة

مفهوم أساسي

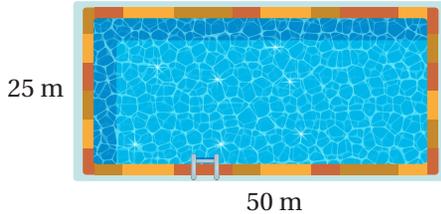
• **بالكلمات** إذا تشابه مضلعان فإن النسبة بين محيطيهما تساوي النسبة بين الأضلاع المتناظرة.

• **بالرموز** إذا كان $PQRS \sim KLMN$ فإن:



$$\frac{PQ + QR + RS + SP}{KL + LM + MN + NK} = \frac{PQ}{KL} = \frac{QR}{LM} = \frac{RS}{MN} = \frac{SP}{NK}$$

مثال 4: من الحياة



مسبح: مسبح في صالة رياضية، طوله 50 m وعرضه 25 m، بُني مسبح آخر في الصالة مشابه للمسبح القديم طوله 40 m. أجد محيط المسبح الجديد.

1 **الخطوة** أجد عامل المقياس:

بما أن المسبح الأول يشابه المسبح الثاني فإن عامل المقياس يساوي النسبة بين أطوال الأضلاع

$$\text{المتناظرة، إذن، عامل المقياس} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5}$$

2 **الخطوة** أجد محيط المسبح القديم:

$$P = 2l + 2w$$

$$= 2(50) + 2(25)$$

$$= 150$$

محيط المستطيل

$$l = 50, w = 25$$

أجد الناتج

إذن، محيط المسبح القديم 150 m

أجدُ محيطَ المسبِحِ الجَديدِ باستعمالِ عاملِ المقياسِ:

الخطوة 3

$$\frac{x}{150} = \frac{4}{5}$$

$$5x = 4 \times 150$$

$$5x = 600$$

$$x = 120$$

النسبة بين محيطي مضلعين متشابهين

بالضرب التبادلي

أبسط

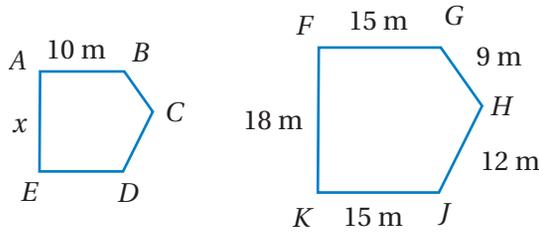
أقسم على 5

إذن، محيط المسبِحِ الجَديدِ 120 m

أتتحقق من فهمي:

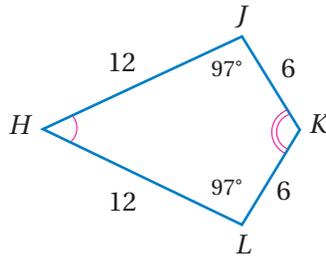
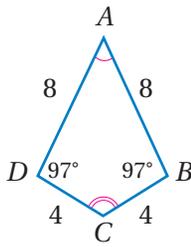


نافذتان زجاجيتان متشابهتان على شكل مضلع خماسي، أجدُ محيط النافذة الصغيرة.

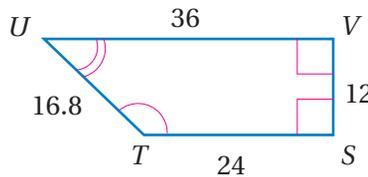
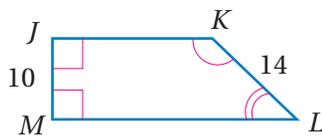


أكتبُ أزواجَ الزوايا المتناظرة، ثم أجدُ عاملَ المقياسِ لكلِّ من أزواجِ المضلعات المتشابهة الآتية:

1



2



أندرب

وأحل المسائل

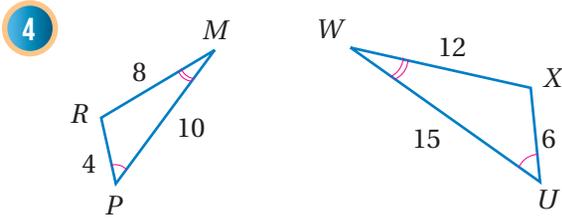
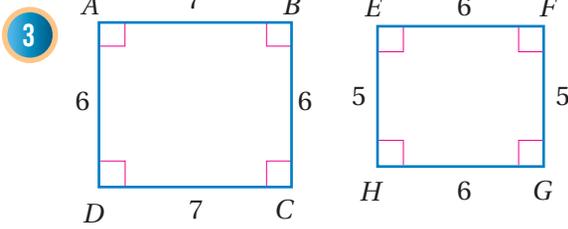


أتذكر

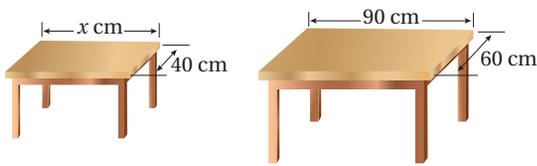
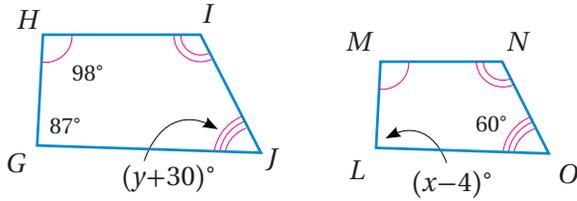
يبدلُ العدد المتساوي من الأضلاع على الزوايا المتناظرة المتطابقة.

الوحدة 6

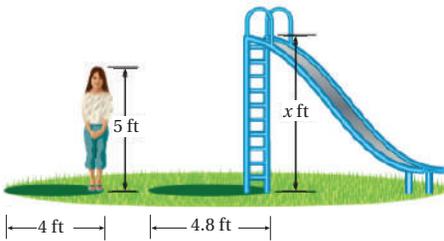
أبيّن ما إذا كان كل زوج من المضلعات الآتية متشابهين، ثم أجد عامل المقياس للمتشابه منها:



أجد قيمة كل من المتغيرين x و y في زوج المضلعات المتشابه الآتي:



6 **أثبات:** يبيّن الشكل المجاور طاولتين متشابهتين إحداهما مخصّصة للأطفال والأخرى للكبار. أجد طول طاولة الأطفال.



7 **حديقة:** وقفت ميار بجانب لعبة في حديقة. إذا كان طول ميار 5 ft، وطول ظلّها 4 ft، وكان طول ظلّ اللعبة 4.8 ft، فأجد ارتفاع اللعبة، علماً أنّ المثلثات متشابهة.

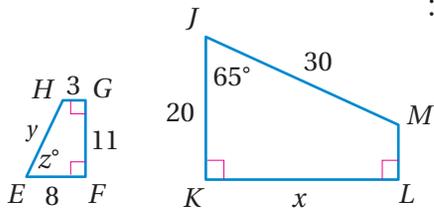
إرشاد: المثلثات القائمة التي تتشكّل في لحظة ما من النهار والناجمة عن الأجسام القائمة عمودياً على سطح الأرض وظلالها تكون مثلثات قائمة متشابهة.

إرشاد

يمكن أيضاً كتابة عامل المقياس على صورة كسرٍ عشريّ.

أتذكر

القدم من وحدات قياس الطول، ويُرْمَزُ لَهُ بِالرَّمْزِ ft وكل 1 ft يساوي 30.48 cm



في الشكل المجاور $EFGH \sim JKLM$ ، أجد:

عامل المقياس.

قيمة كل من المتغيرات z و y و x .

محيط كل مضلع.

8

9

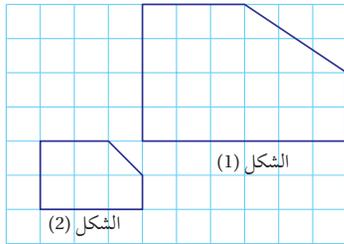
10

مهارات التفكير العليا

11 **تحذّر:** مستطيلان متشابهان، النسبة بين أضلاعهما المتناظرة هي $1:4$. أجد النسبة بين مساحتهما.

أكتشف الخطأ: أحدد الخطأ، وأصححه في كيفية إيجاد محيط ΔZWY ، علمًا أنّ ΔABC و ΔZWY متشابهان.

12



13 **تبرير:** في الشكل المجاور، أغير موقع رأس واحد في الشكل (1) ليصبح الشكلان (1) و (2) متشابهين. أبرر إجابتي.

13

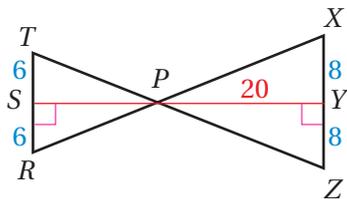
14 **تبرير:** أبين صحة العبارة الآتية، مبررًا إجابتي.

14

أيّ مضلعين منتظمين لهما العدد نفسه من الأضلاع متشابهان.

إرشاد

أبعاد المضلعات المتشابهة متناسبة.

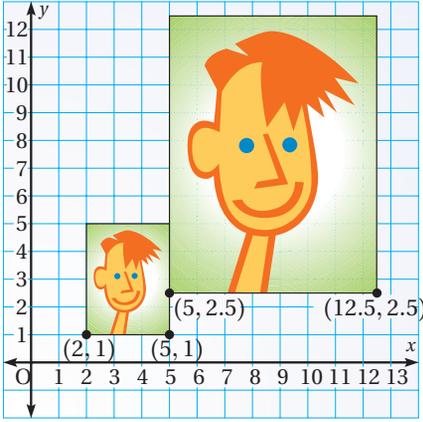


15 **تبرير:** في الشكل المجاور $\Delta TPR \sim \Delta XPZ$ ، أجد طول PS ، وأبرر إجابتي.

15

16 **أكتب:** كيف أحدد ما إذا كان مضلعان متشابهين أم لا؟

16



أستكشفُ

استعمل مصمّم برمجية حاسوبٍ لتعديل قياسات الصورة الصغيرة في الشكل المجاور. ما العلاقة بين الصورتين؟

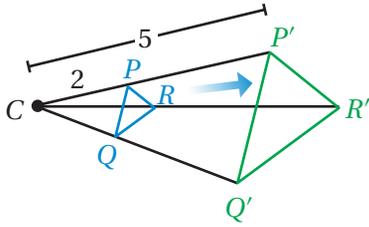


فكرة الدرس

أرسم شكلاً تحت تأثير تكبيرٍ بمعاملٍ صحيح موجبٍ.

المصطلحات

التكبير، مُعامل التكبير، مركزُ التكبير.

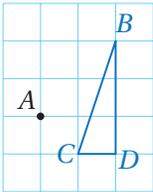


التكبيرُ (enlargement) تحويلٌ هندسيٌّ تزيدُ فيه أبعادُ الشكلِ الأصليِّ بنسبةٍ ثابتةٍ، ويُسمّى الشكلُ الجديدُ صورةً. وَصورةُ الشكلِ تحت تأثيرِ التكبيرِ مشابهةٌ للشكلِ الأصليِّ، ما يعني أنّ أطوالَ الأضلاعِ المتناظرةِ متناسبةٌ، والزوايا المتناظرةِ متطابقةٌ.

تُسمّى النسبةُ بينَ طولِ ضلعِ الصورةِ وطولِ الضلعِ المناظرِ لَهُ في الشكلِ الأصليِّ **مُعاملُ التكبيرِ** (scale factor)، وَقيمتُهُ k ، وَهُوَ يدلُّ على عددِ مراتِ تكبيرِ الصورةِ. أما **مركزُ التكبيرِ** (center of enlargement) فَهُوَ النقطةُ الثابتةُ الَّتِي يُكَبَّرُ منها الشكلُ. يمكنُ رسمُ صورةٍ شكلٍ تحت تأثيرِ تكبيرٍ باستعمالِ شبكةِ المربّعاتِ.

مثال 1

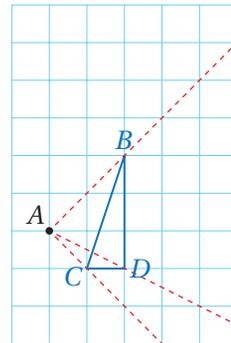
أرسمُ صورةَ $\triangle CBD$ تحت تأثيرِ تكبيرٍ مركزُهُ النقطةُ A ومُعاملُهُ 2



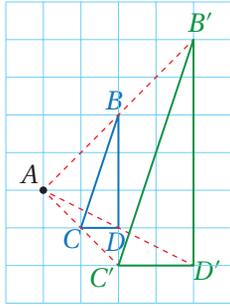
الخطوة 2

أقيسُ المسافةَ بينَ مركزِ التكبيرِ وَكلِّ رأسٍ من رؤوسِ المثلثِ باستعمالِ المسطرةِ، ثمَّ أضربُ القياساتِ الَّتِي حصلتُ عليها في 2 (مُعاملِ التكبيرِ).

الخطوة 1

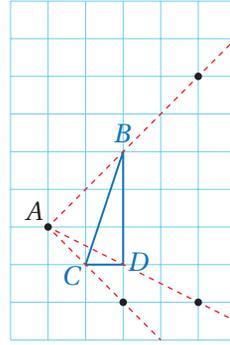


أبدأُ برسمِ خطوطٍ باستعمالِ المسطرةِ ابتداءً من مركزِ التكبيرِ بحيثُ يمرُّ كلُّ منها بأحدِ رؤوسِ المثلثِ، وأمدُّ الخطوطَ على استقامتها.



الخطوة 4

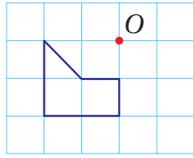
أصل بين النقاط،
وأسمي المثلث
الجديد $B'C'D'$



الخطوة 3

أقيس المسافات الجديدة
على الخطوط التي رسمتها
في الخطوة 1 ابتداءً من مركز
التكبير، وأحدّد علامة لكل منها.

أتحقّق من فهمي:

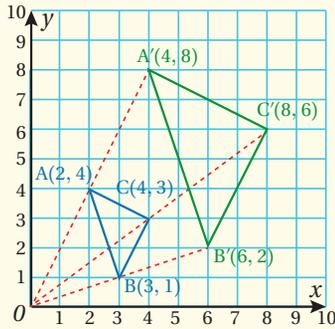


أنسخ المضلع المرسوم جانباً على ورقة مربّعات، ثمّ أرسم صورته تحت تأثير تكبير مركزه
النقطة O ومُعامله 3.

يمكن أيضاً استعمال إحداثيات رؤوس الشكل لرسم صورته في المستوى الإحداثي تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل
ومُعامله k .

التكبير في المستوى الإحداثي

مفهوم أساسي

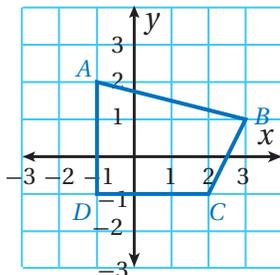


• **بالكلمات** لإيجاد صورة شكل تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومُعامله k ، أضرب إحداثي كل رأس من رؤوس الشكل الأصلي في مُعامل التكبير k حيث $k > 1$ ، وذلك لإحصل على إحداثيات رؤوس الصورة.

• **بالرموز** $(x, y) \rightarrow (kx, ky)$

مثال 2

1 أرسم المضلع $ABCD$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(-1, 2)$, $B(3, 1)$, $C(2, -1)$, $D(-1, -1)$ في المستوى الإحداثي، ثمّ أرسم صورته تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومُعامله 3.

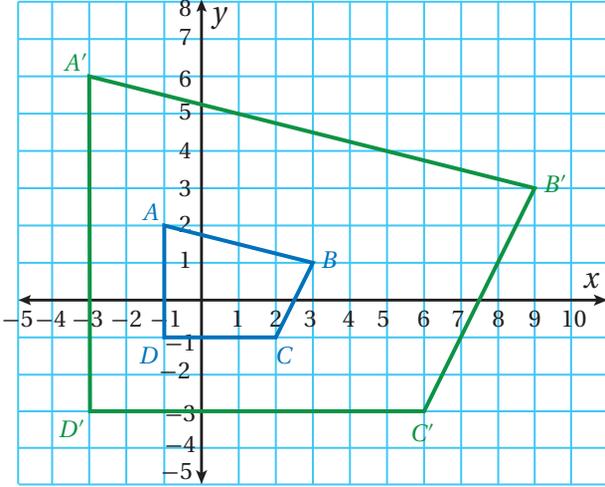


1 **الخطوة** أرسم المضلع $ABCD$ في المستوى الإحداثي:

الوحدة 6

الخطوة 3

أرسم المضلع $A'B'C'D'$ في المستوى الإحداثي.



الخطوة 2

أجد إحداثيات رؤوس الصورة بضرب الإحداثي x والإحداثي y لكل رأس من رؤوس الشكل الأصلي في 3

إحداثيات رؤوس
الشكل الأصلي

إحداثيات
الصورة

$$(x, y) \rightarrow (3x, 3y)$$

$$A(-1, 2) \rightarrow A'(-3, 6)$$

$$B(3, 1) \rightarrow B'(9, 3)$$

$$C(2, -1) \rightarrow C'(6, -3)$$

$$D(-1, -1) \rightarrow D'(-3, -3)$$

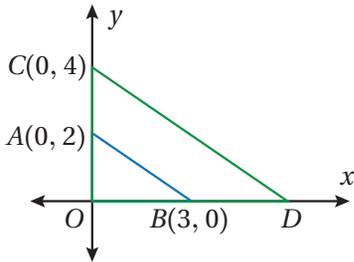
أتحقق من فهمي:



2 أرسم $\triangle ABC$ الذي إحداثيات رؤوسه $A(0, 2)$, $B(2, -1)$, $C(-2, -1)$ في المستوى الإحداثي، ثم أرسم صورته تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله 4.

بما أن الشكل وصورته الناتجة عن تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله k متشابهان، فإنه يمكن إيجاد معامل التكبير k بإيجاد النسبة بين أطوال الأضلاع المتناظرة، أو بإيجاد النسبة بين الإحداثي x أو الإحداثي y لأحد رؤوس الشكل بعد التكبير والإحداثي المناظر له في الشكل الأصلي.

مثال 3



يبين الشكل المجاور المثلث $\triangle OAB$ وصورته $\triangle OCD$ الناتجة عن تكبير مركزه نقطة الأصل:

1 أجد معامل التكبير.

الطريقة 1: بما أن $\triangle OAB \sim \triangle OCD$ فإن النسبة بين طولَي أي ضلعين متناظرين

$$\text{تساوي معامل التكبير: } \frac{OC}{OA} = \frac{4}{2} = 2$$

إذن، معامل التكبير 2

الطريقة 2: أجد النسبة بين الإحداثي y للرأس C والإحداثي y للرأس A المناظر له: $\frac{y_C}{y_A} = \frac{4}{2} = 2$

إذن، معامل التكبير يساوي 2

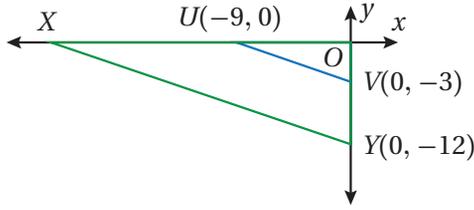
2 أجد إحداثي الرأس D .

ينتج إحداثي الرأس D عن ضرب إحداثي الرأس B المناظر له في معامل التكبير:

$$(3, 0) \rightarrow (3 \times 2, 0 \times 2) \rightarrow (6, 0)$$

إذن، $D(6, 0)$.

أتحقق من فهمي:



يبين الشكل المجاور ΔUOV وصورته ΔXOY الناتجة عن تكبير مركزه نقطة الأصل، أجد:

4 إحداثي الرأس X .

3 معامل التكبير.



مثال 4: من الحياة

عدسات: تُظهر العدسة المكبرة المجاورة الأجسام أكبر بـ 5 مرات من حجمها الأصلي. إذا كان طول الدُّعسوقة المجاورة تحت العدسة 3.9 cm، فأجد الطول الحقيقي لها.

$$3.9 = 5 \times l$$

طول الصورة يساوي معامل التكبير \times الطول الحقيقي

$$0.78 = l$$

أقسم طرفي المعادلة على 5

إذن، الطول الحقيقي للدُّعسوقة 0.78 cm



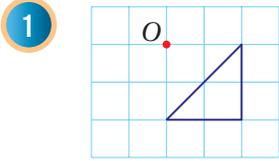
أتحقق من فهمي:

تُظهر العدسة المكبرة المجاورة الأجسام أكبر بـ 7 مرات من حجمها الأصلي. إذا كان طول بذرة التفاح المجاورة تحت العدسة 1.75 cm، فأجد الطول الحقيقي لبذرة التفاح.

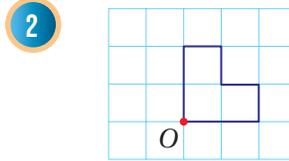
الوحدة 6

أندرب وأحل المسائل

أنسخ كل مضلع مما يأتي على ورقة مربعات، ثم أرسم صورته تحت تأثير تكبير مركزه النقطة O ، مستعملًا معامل التكبير المعطى أسفله:

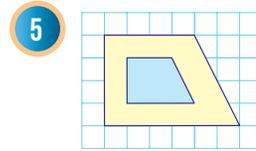
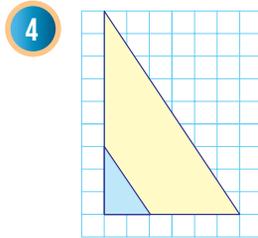
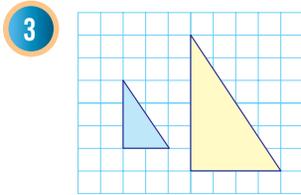


معامل التكبير 3

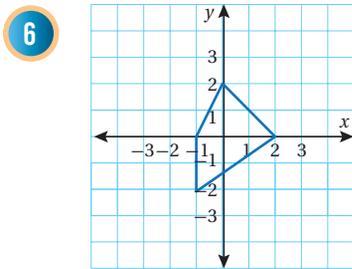


معامل التكبير 4

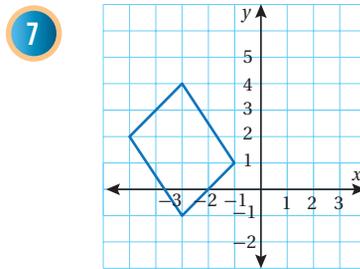
أجد معامل التكبير في كل مما يأتي:



أنسخ كل مضلع مما يأتي على ورقة مربعات، ثم أرسم صورته له تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل، مستعملًا معامل التكبير المعطى أسفله:

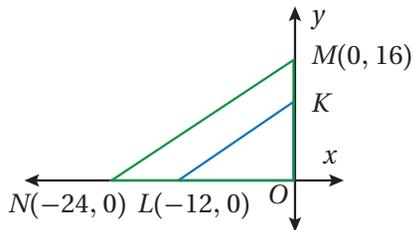


معامل التكبير 3



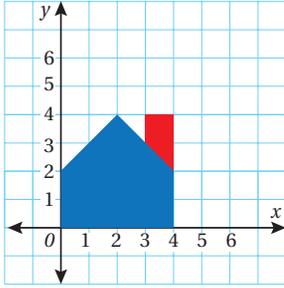
معامل التكبير 4

بيِّن الشكل المجاور المثلث ΔOKL وصورته ΔOMN الناتجة عن تكبير مركزه نقطة الأصل، أجد:



معامل التكبير.

إحداثي الرأس K .



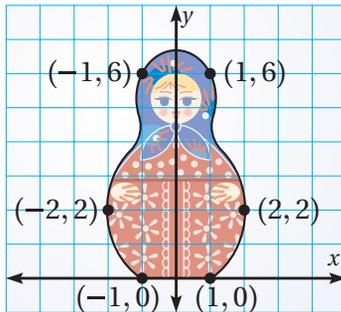
10 عدسات: تُظهر العدسة المكبّرة المجاورة الأجسام أكبرَ بمَرَّتَيْنِ مِنْ حَجْمِهَا الْأَصْلِيِّ. إِذَا كَانَ طَوْلُ بصمة الإبهام المجاورة تحت العدسة 2.5 cm، أَجْدُ طَوْلَ البصمة الحقيقيّ.

11 تصميم جرافيكي: أنشأ مصمّم الشعار المجاور لشركة عقارات، ولكنه يحتاج إلى جعله أكبر مرتين لإستخدامه على لافتة. أرسّم الشعار تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله 2.

تبرير: مثلث إحداثيات رؤوسه $A(1, 2)$, $B(1, 0)$, $C(3, 1)$ ، كَبِّرْ بِاسْتِعْمَالِ نَقْطَةِ الْأَصْلِ كَمَرْكَزٍ لِلتَّكْبِيرِ. إِذَا كَانَ إِحْدَاثِيًّا أَحَدِ رُؤُوسِ الصُّورَةِ $(18, 6)$ ، أَجْدُ كَلًّا مِمَّا يَأْتِي مَبْرَرًا إِجَابَتِي: معامَل التَّكْبِيرِ.

12 إحداثيات الرؤوس الأخرى.

13 أكتشف الخطأ: رسّم عدنان مستطيلًا طوله 3cm وعرضه 2 cm، ثمّ أوجد صورةً له تحت تأثير معامَل تكبير قيمته 5، فكان عرض المستطيل الجديد 15 cm، أبين الخطأ الذي وقع فيه عدنان، وأصححه.



14 تحد: يُظهر الشكل المجاور صورةً لإحدى دُمى الماتريوشكا. أرسّم صورةً للدُمى تحت تأثير تكبير معامله 2 ومركزه نقطة الأصل.

15 أكتب: كيف أجّد معامَل التَّكْبِيرِ لِشَكْلِ مرسومٍ فِي الْمَسْتَوَى الْإِحْدَاثِيِّ؟

معلومة

بصمة الإصبع علامة مميزة لكل شخص، وتُعمد في التعرف إلى هويّة الشخص، وعادة ما تُستعمل بصمة الإبهام.

مهارات التفكير العليا

أفكر

أي الأزواج المرتبة يقابل الزوج المرتب $(18, 6)$ ؟

معلومة

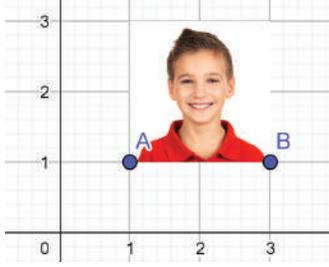
الماتريوشكا دُمى روسية شهيرة على شكل امرأة تحوي بداخلها دُمى أخرى لها الشكل نفسه ولكن أصغر حجمًا.



التكبير

يمكنني استعمال برمجية جيوجبرا لتكبير صورتي الشخصية مع المحافظة على جودة الصورة وهيئتها.

نشاط



الخطوة 1 ألتقط صورة:

• ألتقط لِنفسي صورةً بالهاتف المحمول، وأحفظها في ملف على جهاز الحاسوب.

الخطوة 2 أدرج الصورة في المستوى الإحداثي:

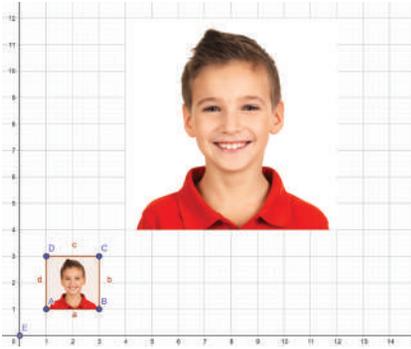
• أختار أيقونة  من شريط الأدوات، ثم أختار الصورة التي حفظتها.

• أعدل موقع الصورة، وأختار مقياساً مناسباً لها بتحريك النقطتين A و B اللتين تظهران عليها.

الخطوة 3 أحدد الصورة بنقاط، وأحدد مركز التكبير:

• أختار أيقونة  من شريط الأدوات، ثم أنقر على الرأسين الآخرين للصورة لتظهر نقطة عند كل رأس، ثم أنقر على نقطة الأصل.

• أرسم مستطيلاً حول الصورة، وذلك باختيار أيقونة  من شريط الأدوات، ثم أنقر على النقاط الأربعة التي تظهر على رؤوس الصورة. ولإغلاق الشكل أنقر على النقطة الأولى مرة أخرى.



الخطوة 4 أكبر الصورة:

• أختار أيقونة  من شريط الأدوات.

• أنقر وسط الصورة، ثم أنقر على مركز التكبير (نقطة الأصل).

• أحدد معامل التكبير الذي أريد في مربع الحوار الذي يظهر، ثم أنقر

على 



ألتقط صوراً أخرى، وأحفظها على جهاز الحاسوب، ثم أكبرها تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل باختيار معامل التكبير الذي أريد.



ظل: أراد محمد معرفة طول مبنى قريب من منزله، فقرر استعمال المثلثات المتشابهة في ذلك، فقاس طول ظلّه فوجدّه 0.9 m ، وقاس طول ظلّ المبنى في الوقت نفسه فوجدّه 7.6 m ، إذا كان طول محمد 1.8 m فأحسب طول المبنى.

فكرة الدرس

حل المسألة باستخدام خطة "الرسم".

1 أفهم

المعطيات:

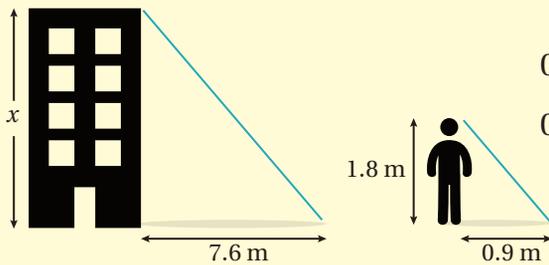
- طول محمد 1.8 m وطول ظلّه 0.9 m ، وطول ظلّ المبنى 7.6 m
 - المثلثان الناتجان من طول محمد وطول ظلّه وطول المبنى وطول ظلّه متشابهان.
- المطلوب:** إيجاد طول المبنى.

2 أخط

أرسم شكلاً أثبت عليه معطيات المسألة مفترضاً أن طول المبنى المراد إيجاده x .

3 أدل

بما أن المثلثين متشابهان، إذن، أطوال الأضلاع المتناظرة متناسبة.



$$\frac{x}{1.8} = \frac{7.6}{0.9}$$

$$0.9x = 1.8 \times 7.6$$

$$0.9x = 13.68$$

$$x = 15.2$$

أكتب تناسباً

خاصية الضرب التبادلي

أضرب

أقسم على 0.9

إذن، يبلغ طول المبنى 15.2 m

4 اتحقق

أعوّض قيمة x في التناسب لإتحقق من تساوي النسبتين.

$$\frac{15.2}{1.8} \stackrel{?}{=} \frac{7.6}{0.9}$$

$$x = 15.2$$

$$8.4 = 8.4 \checkmark$$

الطرفان متساويان، إذن، الحل صحيح

أَتَدْرِبُ وأحل المسائل



1 **شاحنة:** صندوق شاحنة قاعدته على شكل مستطيل طوله 11 m وعرضه 3 m ، صمم نموذج مشابه له عرض قاعدته 0.4 m . أجد طول النموذج، مقرباً إجابتي لأقرب عدد صحيح.

2 **تنس:** طاولة تنس على شكل مستطيل طوله 2.5 m وعرضه 1.5 m ، وملعب تنس حقيقي طوله 23.5 m وعرضه 11 m . هل الملعب والطاولة متشابهان؟ أبرر إجابتي.

3 **أبراج:** يبلغ ارتفاع لعبة في مدينة الألعاب 25 m ، وطول ظلها 9 m . أجد طول رجل طول ظلها في الوقت نفسه 70 cm

4 **غرفة:** غرفة طعام على شكل مستطيل طولها 5 m وعرضها 4 m ، أما طولها في مخطط المنزل 20 cm ، أجد عرض غرفة الطعام في المخطط.

5 **سيارة:** صممت شركة سيارات نموذج لعبة مشابه لإحدى سيارات السباق التي تُنتجها، فإذا كان طول السيارة الحقيقي 5 m وعرضها 1.8 m ، وكان عرض اللعبة 6.3 cm . أجد طول اللعبة.

6 **لوحة إعلانية:** قررت شركة تكبير شعارها الخاص وتحويله إلى لوحة إعلانية، فإذا كان الشعار مستطيل الشكل وكان طوله 6 cm وعرضه 4 cm ، وكان طول اللوحة الإعلانية 2.5 m . فأجد محيط اللوحة.

7 **أرض:** قطعة أرض مستطيلة الشكل محيطها 72 m ، وطولها 18 m ، تتشابه مع قطعة أرض أخرى محيطها 120 m ، أجد عرض قطعة الأرض الثانية.

8 **أكتب:** أكتب مسألة يمكنني حلها باستخدام خطة حل المسألة (الرسم)، ثم أحلها.

معلومة

يُطلق على تنس الطاولة أيضًا (بينج بونج)؛ وذلك بسبب صوت الارتطام الناتج عن تصادم الكرة بالضرب ثم بطاولة التنس.

معلومة

يستغرق تصميم الطراز الجديد من السيارة حوالي ثلاث سنوات.

اختبار نهاية الوحدة

5 إذا كان $\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ، فإن $m\angle A$ يساوي:

- a) $m\angle B$ b) $m\angle D$
c) $m\angle E$ d) $m\angle F$

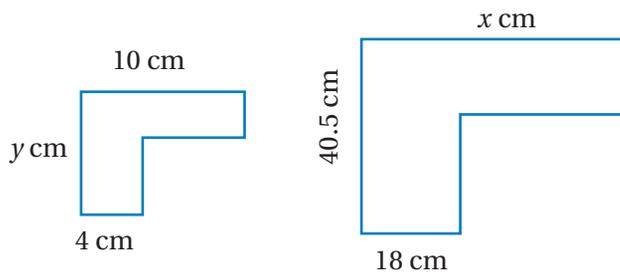
6 إذا كان ارتفاع برج 160 m، وصُمم له نموذج بمقياس 1 : 2000، فإن ارتفاع نموذج البرج:

- a) 0.16 m b) 0.8 m
c) 0.08m d) 320000 m

7 مقياس الرسم الذي يعطي أكبر نموذج هو:

- a) 1 : 4000 b) 1 : 300
c) 1 : 200 d) 1 : 100

8 إذا كان الشكلان الآتيان متشابهين، أجد قيمة كلٍّ من x و y .



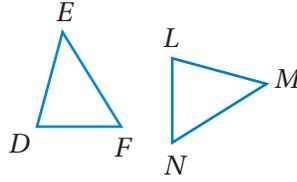
إذا كان ΔABC قائم الزاوية في B ، وكان

$\Delta ABC \sim \Delta DEF$ ، وكان $AB = 21 \text{ cm}$ ،

أجد: $BC = 15 \text{ cm}$ $DE = 7 \text{ cm}$

9 طول \overline{EF} مساحة ΔDEF

أختار رمز الإجابة الصحيحة لكلِّ مما يأتي:

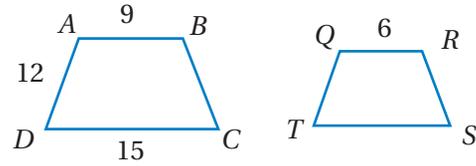


1 إذا كان $\Delta DEF \cong \Delta LMN$

أي الآتيه هي جملة تطابق صحيحة:

- a) $\overline{DE} \cong \overline{LN}$ b) $\overline{FE} \cong \overline{NL}$
c) $\angle N \cong \angle F$ d) $\angle M \cong \angle F$

2 إذا كان الشكلان الآتيان متشابهين فإن طول \overline{TQ} يساوي:



- a) 8 b) 12 c) 6 d) 18

3 مستطيل طوله 8 cm إذا رسمت صورة له تحت تأثير تكبير معاملته 2، فإن طول الصورة يساوي:

- a) 4 cm b) 10 cm
c) 12 cm d) 16 cm

4 كُبر ΔCDE إلى $\Delta C'D'E'$ ، إذا كان

$D'E' = 3.25 \text{ cm}$ ، $CD = 2.5 \text{ cm}$

$C'D' = 7.5 \text{ cm}$ فإن طول \overline{DE} مقرباً لأقرب

منزلتين عشريتين يساوي:

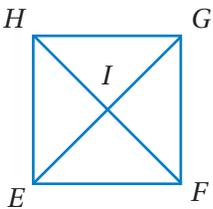
- a) 1.08 cm b) 5 cm
c) 9.75 cm d) 19 cm

15 طابع برید طوله 4 cm، وعرضه 3 cm، إذا تم تكبيره ليصبح عرضه 11.5 cm، أجد طول الطابع بعد التكبير. أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة.

16 صمم معاوية نموذجاً لديناصور، فإذا كان طول النموذج 5.2 m، والطول الحقيقي للديناصور 13 m، أجد مقياس النموذج.

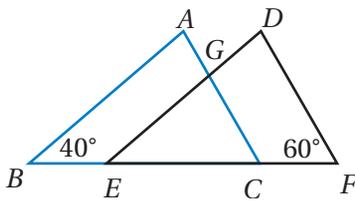
تدريب على الاختبارات الدولية

17 في المربع EFGH، أي العبارات الآتية غير صحيحة؟



- (a) المثلثان EIF, EIH متطابقان
(b) المثلثان GHF, GHI متطابقان
(c) المثلثان EFH, EGH متطابقان
(d) المثلثان EIF, GIH متطابقان

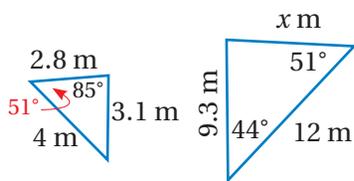
18 إذا كان المثلثان ABC, DEF متطابقين، فإن



$m\angle AGD$ يساوي:

- a) 100° b) 80°
c) 60° d) 40°

19 إذا كان المثلثان الآتيان متشابهين، فإن قيمة المتغير

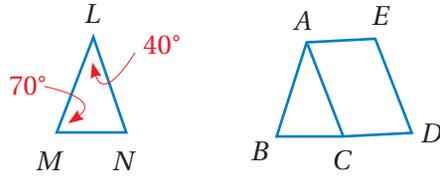


x تساوي:

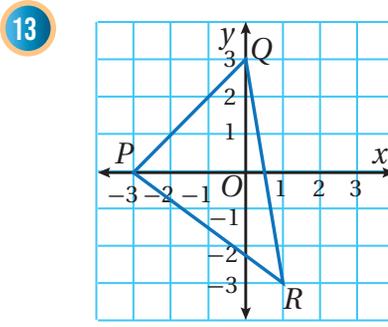
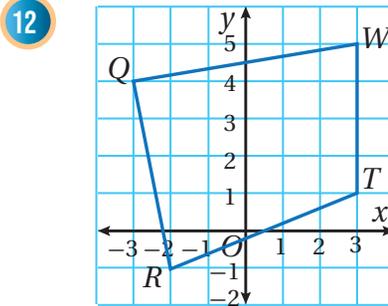
- a) 4.2 b) 4.65
c) 5.6 d) 8.4

11 في الشكل المجاور، إذا كان $\triangle ABC \cong \triangle LMN$

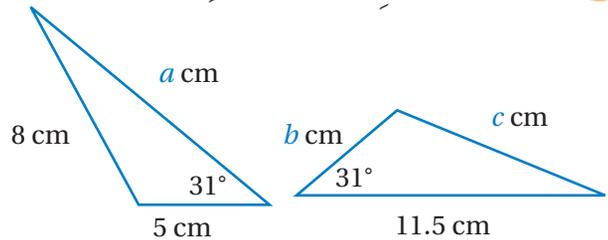
وكان \overline{AE} يوازي \overline{BD} ، أجد: $m\angle ACD$



أنسخ كل مضلع مما يأتي على ورق مربعات، ثم أرسّم صورة له تحت تأثير تكبير مركزه النقطة O، ومعامله 3:



14 إذا كان المثلثان الآتيان متطابقين:



أجد قيمة كل من a و b و c .

المساحات والحجوم

ما أهمية هذه الوحدة؟

تُعَدُّ دراسة المساحات والحجوم من أكثر الموضوعات أهمية في علم الرياضيات، لما لها من استعمالات حياتية، ولا سيما في علم العمارة، إذ يوظف المهندسون المعماريون قوانين المساحات والحجوم في فن العمارة مثلما يظهر في تصميم المباني الجميلة في منطقة بوليفارد العبدلي.



سأتعلم في هذه الوحدة:

- حساب مساحة الدائرة ومحيطها.
- إيجاد المساحة الكلية وحجوم أشكال ثلاثية الأبعاد.
- توظيف قوانين المساحة الكلية والحجوم في حل مسائل رياضية وتطبيقات حياتية.

تعلمت سابقاً:

- ✓ حساب مساحات الأشكال الثنائية الأبعاد.
- ✓ فهم الدائرة، وتعرف عناصرها، ورسمها.
- ✓ فهم العلاقة بين زوايا المضلعات وأضلاعها.

مشروع الوحدة: صناعة الصابون



أستعدُّ وزملائي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي سنوظف فيه ما تعلمه في هذه الوحدة حول حساب المساحات والحجوم للأشكال الثلاثة الأبعاد.



3 أبدأ عملية تصنيع الصابون بمساعدة أحد أفراد عائلتي، مع الحذر عند استخدام الأدوات.

4 أعطي أرقامًا لقطع الصابون التي أصنعها، وأحسب حجم كل قالب ومساحة سطحه، وأدون ما أتوصل إليه في الجدول الآتي:

رقم قالب	شكل القالب الهندسي	حجم القالب	مساحة سطح الصابون الكلية

5 أحدد سعرًا لكل قالب اعتمادًا على حجمه ومساحة سطحه الكلية، وأغلّفه تغليفًا جميلًا.

6 أصمّم مطوية تحوي صورًا لقوالب الصابون التي أعددتها، وفوائدها الصحية للبشرة، إضافة إلى معلومات عن حجم كل قالب ومساحة سطحه الكلية.

عرض النتائج:

• أحدد مع معلمي ومدير مدرستي يومًا مفتوحًا لعرض منتجاتنا وبيعها في المدرسة، بحيث يمكن أن يحضر فيه أهالي الطلبة والمجتمع المحلي.

• أوضح للزائرين مراحل تصنيع الصابون والمواد اللازمة في تصنيعه، وأزودهم بالمطوية التي أعددتها.

خطوات تنفيذ المشروع:

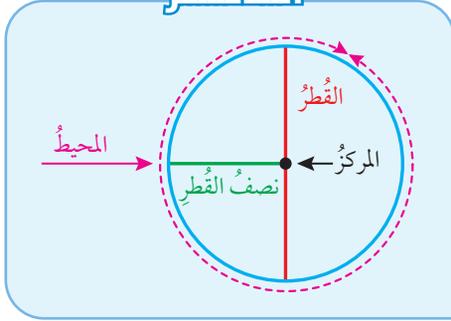
1 أبحث في الإنترنت عن طريقة تصنيع مادة الصابون في المنزل، وأسجل المواد اللازمة وكمياتها مثل: زيت نباتي، وهيدروكسيد الصوديوم، وزيت عطري، وملونات طبيعية، وغيرها، موظفًا قوانين التناسب عند الحاجة لمضاعفة الكميات المطلوبة في التصنيع. يمكنني إضافة مواد طبيعية مفيدة للبشرة.

2 أحضر الأدوات اللازمة لتصنيع الصابون مثل: كأس مدرّج، وملعقة خشبية، وقفازات لليدين، وقوالب لتشكيل الصابون، مراعيًا توفير قوالب سهلة الاستخدام كالمصنوعة من السيليكون بأشكال متنوعة وأحجام مختلفة تمثل المجسمات التي سأدرسها في هذه الوحدة.



استكشاف النسبة التقريبية (pi)

أتذكر

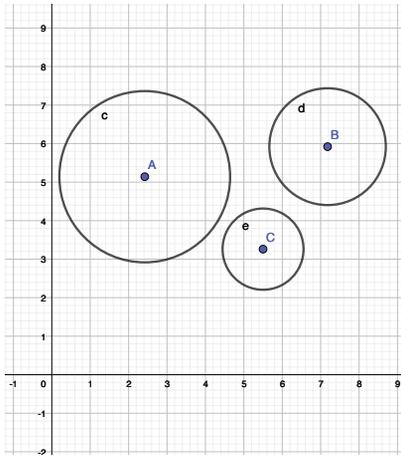


الهدف: استكشاف العلاقة بين محيط الدائرة وقطرها،

باستعمال برمجية جيوجبرا (GeoGebra)

ما العلاقة بين محيط الدائرة وطول قطرها؟

نشاط 1



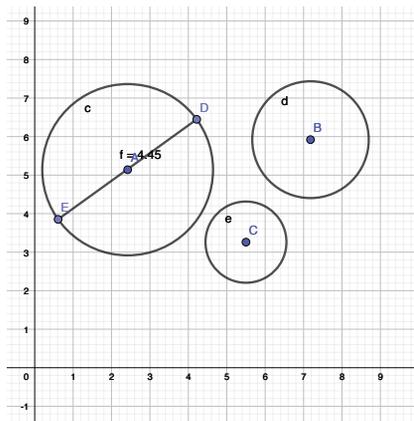
أرسم ثلاث دوائر بأنصاف أقطار مختلفة:

الخطوة 1

- أختار أيقونة من شريط الأدوات.
- أنقر زرّ الفأرة الأيسر مع السحب لرسم دائرة مركزها A.
- أكرر الخطوة السابقة؛ لأرسم دائرتين مركز كل منهما B و C على الترتيب.

أجد طول قطر كل دائرة:

الخطوة 2



- أختار أيقونة من شريط الأدوات.

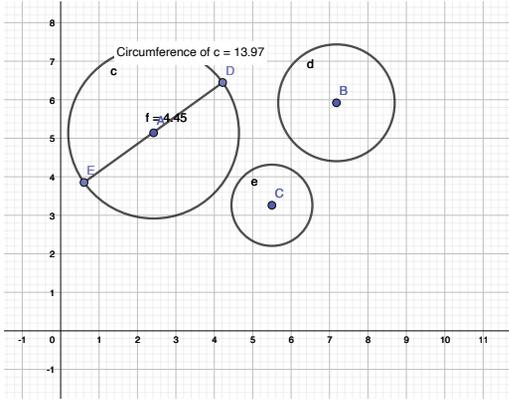
- أرسم قطرًا للدائرة A بالنقر عليها لتظهر نقطة، ثم أنقر لأحدد نقطة أخرى على الدائرة؛ بحيث تمر القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين في المركز.

- أختار أيقونة من شريط الأدوات، ثم أنقر على القطر الذي رسمته، ليظهر طولُه.

- أكرر الخطوتين السابقتين لأرسم قطرًا لكل من الدائرتين B و C، وأجد طولَه.

- أسجّل أطوال أقطار الدوائر الثلاث في الجدول الآتي:

الدائرة	محيط الدائرة (C)	قُطر الدائرة (d)	$\frac{C}{d}$
A			
B			
C			



أجدُ محيطَ كلِّ دائرة:

الخطوة 3

- اختارُ أيقونة  من شريط الأدوات.
- أنقرُ على الدائرة؛ ليظهرَ محيطُها.
- أكتبُ محيطَ كلِّ دائرة في الجدول.

أجدُ النسبةَ بينَ المحيطِ والقُطر:

الخطوة 4

- أستخدمُ الآلة الحاسبة لأجدَ النسبةَ بينَ المحيطِ والقُطرِ، بقسمة المحيط (C) على القُطر (d) لكلِّ دائرة.
- أقربُ الناتجَ لأقربِ جزءٍ من مئة.

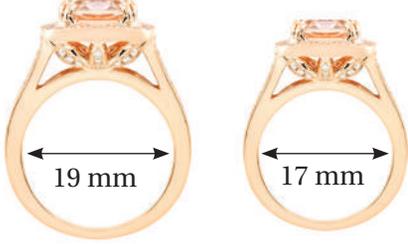
أحلُّ النتائج:

- معتمداً على الجدول الذي أنشأته، ماذا ألاحظُ حولَ النسبِ $\frac{C}{d}$ التي حصلتُ عليها؟
- أكتبُ قاعدةً تربطُ بينَ محيطِ الدائرة وطولِ قُطرها.

أتحربُ 

أستعملُ القاعدةَ التي تربطُ بينَ المحيطِ وطولِ القُطرِ والتي حصلتُ عليها في إيجاد:

- 1 محيط دائرة قُطرها 4 cm
- 2 طول قُطر دائرة محيطها 9.42 cm
- 3 هل طول قُطر الدائرة ومحيطها متناسبان طردياً؟ أبررُ إجابتي.



أستكشفُ

أرادتُ علماً شراء خاتم، إذا كان محيطُ إصبعيها 59 mm، أيُّ الخاتمين المجاورين سيناسبها؟

فكرة الدرس

أحسبُ محيطَ الدائرة.

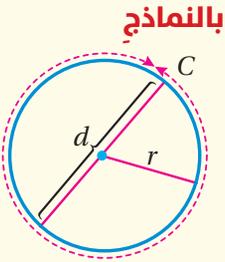
المصطلحات

محيطُ الدائرة، النسبة التقريبية.

توصلتُ في النشاط المفاهيمي الذي يسبق هذا الدرس إلى أن نسبة محيط أيِّ دائرة إلى قطرها تساوي تقريباً 3.14، ويسمى هذا العددُ **النسبة التقريبية** (pi)، ويعبرُ عنه بالرمز الإغريقي (π) الذي تساوي قيمته 3.1415926...، فالمنزل العشريُّ فيه لا تنتهي؛ لذا، يُمكنُ استخدام قيمة تقريبية له وهي 3.14 أو $\frac{22}{7}$ ، وتُستعملُ هذه النسبة لإيجاد **محيط الدائرة** (circumference) وهو المسافة حولها.

محيط الدائرة

مفهوم أساسي



بالنماذج

محيطُ الدائرة (C) يساوي ناتج ضرب طول القطر (d) في (π)، أو يساوي مثلي ناتج ضرب طول نصف القطر (r) في (π).

بالكلمات

بالرموز

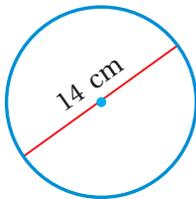
$$C = 2\pi r \quad \text{أو} \quad C = \pi d$$

مثال 1

أجدُ محيطَ كلِّ دائرةٍ ممَّا يأتي، وأستعملُ الآلة الحاسبة لأتحقق من صحة إجابتي:

بما أن 14 أحد مضاعفات 7، إذن، أستعملُ $\frac{22}{7} \approx \pi$:

1



$$C = \pi d$$

$$\approx \frac{22}{7} \times 14$$

صيغة محيط الدائرة

$$\text{أعوّضُ } \pi \approx \frac{22}{7} \text{ و } d = 14$$

الوحدة 7

$$\approx \frac{22}{17} \times 14^2$$

$$\approx 44$$

أقسّم على العوامل المشتركة

أجد الناتج

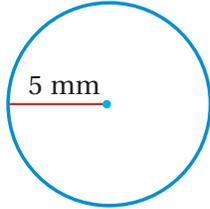
إذن، محيط الدائرة يساوي 44 cm تقريباً.

أستعمل الآلة الحاسبة العلمية لأتحقق من صحة إجابتي على النحو الآتي:

SHIFT π × 14 = s↔d 43.98229715

وعند تقريب الإجابة لأقرب جزء من عشرة، يكون المحيط 44 cm تقريباً. إذن، إجابتي صحيحة.

2



$$C = 2\pi r$$

$$\approx 2 \times 3.14 \times 5$$

$$\approx 31.4$$

صيغة محيط الدائرة

أعوّض $r = 5$ و $\pi \approx 3.14$

أجد الناتج

إذن، محيط الدائرة يساوي 31.4 mm تقريباً.

أستعمل الآلة الحاسبة لأتحقق من صحة إجابتي على النحو الآتي:

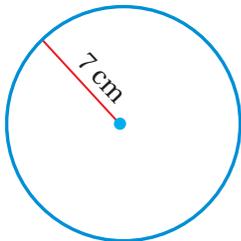
2 SHIFT π × 5 = s↔d 31.41592654

وعند تقريب الإجابة لأقرب جزء من عشرة، يكون المحيط 31.4 mm تقريباً. إذن، إجابتي صحيحة.

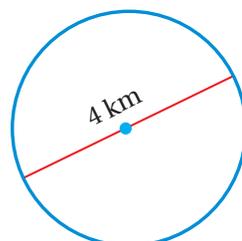
أتحقق من فهمي:



3



4



يُمكن إيجاد طول نصف قطر الدائرة أو طول قطرها إذا علمت محيطها، باستعمال خطوات حل المعادلة.

مثال 2

1 أجد طول نصف قطر دائرة محيطها 18.84 cm، أستعمل $\pi \approx 3.14$:

$$C = 2\pi r$$

$$18.84 = 2 \times 3.14 \times r$$

$$\frac{18.84}{2 \times 3.14} = \frac{2 \times 3.14 \times r}{2 \times 3.14}$$

$$3 = r$$

صيغة محيط الدائرة
أعوّض $\pi \approx 3.14$ و $C = 18.84$

أقسم الطرفين على 2×3.14
أبسط

إذن، طول نصف قطر الدائرة 3 cm

2 أجد طول قطر دائرة محيطها 62.8 m، أستعمل $\pi \approx 3.14$:

$$C = \pi d$$

$$62.8 = 3.14 \times d$$

$$\frac{62.8}{3.14} = \frac{3.14 \times d}{3.14}$$

$$20 = d$$

صيغة محيط الدائرة
أعوّض $\pi \approx 3.14$ ، $C = 62.8$

أقسم الطرفين على 3.14
أبسط

إذن، طول قطر الدائرة يساوي 20 m

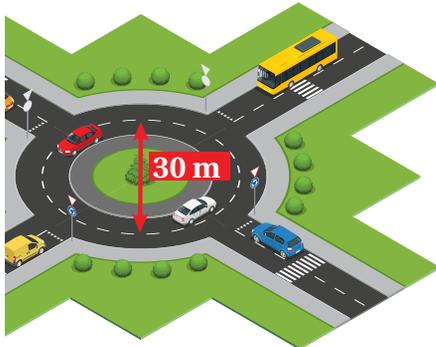
✓ **أتتحقق من فهمي:**

3 أجد طول نصف قطر دائرة محيطها 75.36 cm، أستعمل $\pi \approx 3.14$.

4 أجد طول قطر دائرة محيطها 47.1 km، أستعمل $\pi \approx 3.14$.

يُمكن استعمال قانون محيط الدائرة في مواقف حياتية متنوعة وكثيرة.

مثال 3: من الحياة



دوارٌ مروريٌّ: تحركت حافلةٌ حول دوارٍ مروريٍّ في مسارٍ دائريٍّ طول قطره 30 m، أجد المسافة التي قطعتها الحافلة بعد أن سارت حول الدوار المروري مرة واحدة. المسافة التي قطعتها الحافلة تساوي محيط المسار الدائري، وبما أنه على شكل دائرة فينبغي أن أجد محيط الدائرة.

الوحدة 7

$$C = \pi d$$

$$\approx 3.14 \times 30$$

$$\approx 94.2$$

صيغة محيط الدائرة

أعوّض $d = 30$ و $\pi \approx 3.14$

أجد الناتج

إذن، المسافة التي قطعتها الحافلة تساوي 94.2 m تقريبًا.



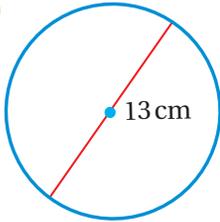
أتدرب من فهمي:



مقود: أجد محيط مقود سيارة إذا كان قطره 45 cm

أجد محيط كل دائرة مما يأتي، وأستعمل الآلة الحاسبة لأتحقق من صحة إجابتي:
(أقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة).

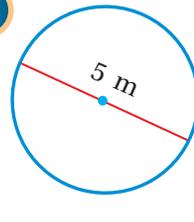
1



2

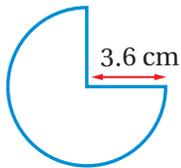


3



4 أجد طول نصف قطر دائرة محيطها 94.2 cm، أستخدم $\pi \approx 3.14$

5 أجد طول قطر دائرة محيطها 36.11 m، أستخدم $\pi \approx 3.14$



6 أجد محيط الشكل المجاور الذي يمثل ثلاثة أرباع دائرة طول نصف قطرها 3.6 cm

7 **ساعة:** يبلغ قطر ساعة بيغ بن البريطانية 7 m، أجد المسافة التي يقطعها رأس عقرب الدقائق في اليوم الواحد.

أتدرب

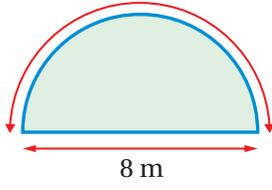


وأحل المسائل

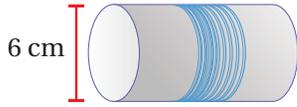
معلومة

بدأ عمل ساعة "بيغ بن" في لندن عام 1859 م، و"بيغ بن" اسم جرسها الضخم الذي يدق كل ساعة.





8 سياج: صمّم عليّ حديقةً على شكل نصف دائرة قُطرها 8 m، وأراد إحاطتها بسياج؛ لإغلاقها. ما طول السياج الذي يلزمه لإغلاق الحديقة؟ إذا كان سعر المتر الواحد من السياج 4 JD، أجد تكلفة السياج.



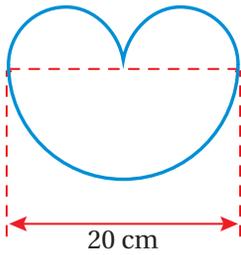
9 خيط: بكرّة خيوط على شكل أسطوانة طول قُطرها 6 cm، إذا لفّ خيط حولها 150 مرة. أجد طول الخيط.



10 عجلة: يبيّن الشكل المجاور درّاجتين من ذوات العجلة الواحدة. إذا كان طول نصف قطر الدراجة الأولى 48 cm، وطول نصف قطر الدراجة الثانية 33 cm. بكم تزيد المسافة التي تقطعها العجلة الأولى عن المسافة التي تقطعها العجلة الثانية في الدورة الواحدة لكلّ منهما؟ أقرب إجابتني لأقرب سنتيمتر.



11 صمّمت فادية مجسمًا يشبه شعار دورة الألعاب الأولمبية من حلقات بلاستيكية صنعتها باستعمال أنبوب بلاستيكي، بحيث كان طول نصف قطر كل حلقة دائرية 75 cm، كم ستيمترًا من الأنبوب استعملت فادية؟



12 يتكوّن الشكل المجاور من 3 أنصاف دوائر، إذا علمت أنّ نصفَي الدائرتين الصغيرتين متطابقان، أجد محيط الشكل مقربًا إجابتني لأقرب جزء من عشرة.

13 خواتم: أعود إلى فقرة (استكشف) بداية الدرس وأحلّ المسألة.

معلومة

بدأت صناعة خيوط النسيج وإنتاج الغزل في العصور القديمة في الهند والصين ومصر، إذ عُرفت فيها زراعة القطن.

معلومة

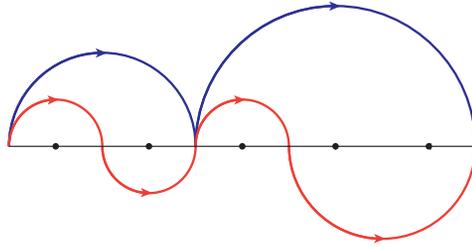
ترمز الحلقات الخمس المتشابكة في شعار دورة الألعاب الأولمبية إلى روح التضامن والأخوة بين سكان الأرض، إذ تُمثّل كل حلقة قارة من قارات العالم.

الوحدة 7

مهارات التفكير العليا

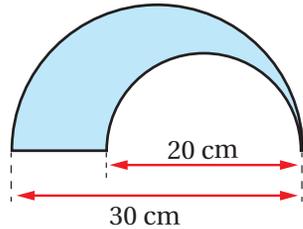
14 **تبرير:** أحدد ما إذا كان محيط دائرة طول نصف قطرها 4 m أقل أم أكبر من 24 m من دون إجراء الحسابات، وأبرر إجابتي.

15 **تبرير:** ركض محمود على طول المسار الأزرق، وركضت سميرة على طول المسار الأحمر، أيهما قطع مسافة أكبر: محمود أم سميرة؟ أبرر إجابتي. علماً بأن المسارات مكونة من مجموعة من أنصاف دوائر، والمسافات بين النقاط متساوية.



16 **تبرير:** إذا أصبح طول قطر دائرة مثلي طول قطرها الأصلي، ما تأثير ذلك في محيطها؟ أبرر إجابتي.

17 **أكتشف الخطأ:** يتكوّن الشكل المظلل الآتي من نصفَي دائرة، طول قطر الدائرة الصغيرة 20 cm، وطول قطر الدائرة الكبيرة 30 cm. تقول ريماء: إن محيط المنطقة المظلمة 88.5 cm، أمّا عاصم فيقول: إن محيطها 78.5 cm، فأَيُّ منهما على صواب؟ أبرر إجابتي.



18 **أكتب:** كيف أجد محيط دائرة علمت نصف قطرها؟

قانون مساحة الدائرة

الهدف: أستكشف قانون مساحة الدائرة، وعلاقته بالنسبة التقريبية π .

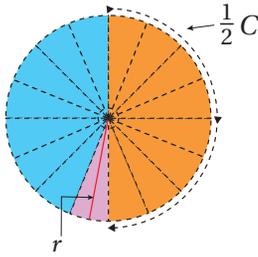
ما العلاقة بين مساحة الدائرة وطول نصف قطرها؟

نشاط 1

الخطوة 1

أقسم قرصاً دائرياً إلى أجزاء متطابقة:

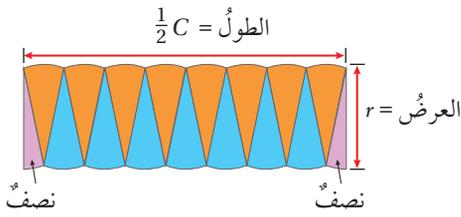
- أنني قرصاً دائرياً 4 مرات من المنتصف؛ لأكون 16 جزءاً متطابقاً.
- أختار أحد الأجزاء، وأقسمه جزأين متطابقين.
- أسمي نصف قطر الدائرة r ومحيطها C .



الخطوة 2

أكون مستطيلاً:

- أقص الأجزاء، وأعيد ترتيبها لتكون مستطيلاً كما في الشكل المجاور.
- يمثل طول المستطيل، ويمثل عرضه.



أتذكر

مساحة المستطيل = الطول \times العرض
وبالرموز: $A = l \times w$
حيث l : الطول، w : العرض،
 A : المساحة.

الخطوة 3

أجد مساحة المستطيل الذي كونه:

- أعوض قيمتي الطول والعرض الجديدتين اللتين حصلت عليهما من الخطوة 2، في قاعدة مساحة المستطيل $A = l \times w$ لأحصل على قاعدة جديدة وهي:
- أعوض $2\pi r$ بدلاً من C في المعادلة، وأبسط المعادلة، ثم أصف الناتج.

أتحرب

أستعمل قاعدة المساحة التي حصلت عليها في إيجاد:

- 1 مساحة دائرة طول نصف قطرها 4 cm
- 2 مساحة دائرة طول قطرها 12 km
- 3 هل العلاقة بين قطر الدائرة ومساحتها علاقة تناسب؟ أبرر إجابتي.



أستكشفُ

أعلن محلُّ بيعِ فطائرٍ عن عرضٍ لبيعِ فطيرة بيتزا كبيرة طولُ قطرِها 30 cm بِسعرٍ JD 7.99، وفطيرتي بيتزا متوسطتيين طولُ قطرِ كلِّ واحدةٍ 20 cm بِسعرٍ JD 7.99، أيُّ العرضين أفضلُّ؟

فكرة الدرس

أحسبُ مساحةَ الدائرة.

المصطلحات

مساحةُ الدائرة



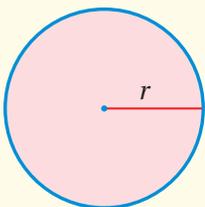
توصّلتُ في النشاط المفاهيمي الذي يسبقُ هذا الدرسَ إلى صيغةٍ لحسابِ مساحةِ الدائرة (area of a circle)، مستعملًا فيها النسبة التقريبية π .

مساحةُ الدائرة

مفهومٌ أساسي



• بالنماذج



• مساحةُ الدائرة (A) تساوي ناتج ضرب π في مربع نصف القطر.

• بالكلمات

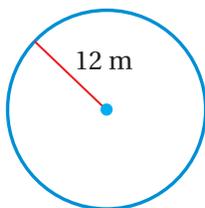
$$A = \pi r^2$$

• بالرموز

مثال 1

أجدُ مساحةَ كلِّ دائرةٍ ممّا يأتي، وأستعملُ الآلة الحاسبة لأتحقق من صحة إجابتي:

1



$$A = \pi r^2$$

$$\approx 3.14 \times (12)^2$$

$$\approx 452.16$$

صيغةُ مساحةِ الدائرة

$$\text{أعوّضُ } \pi \approx 3.14 \text{ و } r = 12$$

أجدُ الناتج

إذن، مساحةُ الدائرة تساوي 452.16 m^2 تقريبًا.

أتذكر

الديسيمتر (dm)، هي إحدى وحدات قياس الطول، وتساوي 10 cm

أستعمل الآلة الحاسبة لأتحقق من صحة إجابتي على النحو الآتي:

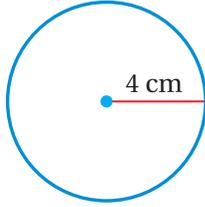
SHIFT π × 12 x² = s↔d 452.3893421

الإجابة قريبة. إذن، إجابتي صحيحة.

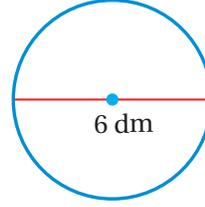
أتتحقق من فهمي:



2



3



يمكن إيجاد طول نصف قطر دائرة أو طول قطرها إذا علمت مساحتها، باستعمال خطوات حل المعادلة.

مثال 2

1 أجد طول نصف قطر دائرة مساحتها 1256 cm^2 ، أستعمل $\pi \approx 3.14$

$$A = \pi r^2$$

$$1256 = 3.14 \times r^2$$

$$\frac{1256}{3.14} = \frac{3.14 \times r^2}{3.14}$$

$$400 = r^2$$

$$20 = r$$

صيغة مساحة الدائرة

أعوّض $\pi \approx 3.14$ و $A = 1256$

أقسم الطرفين على 3.14

أبسّط بإيجاد الجذر التربيعي للطرفين

$$20 \times 20 = 400$$

إذن، طول نصف قطر الدائرة يساوي 20 cm

أتتحقق من فهمي:



2 أجد طول نصف قطر دائرة مساحتها 113.04 cm^2 ، أستعمل $\pi \approx 3.14$.

3 أجد طول قطر دائرة مساحتها 153.86 m^2 ، أستعمل $\pi \approx 3.14$.

الوحدة 7

يُمكن استخدام قانون مساحة الدائرة في مواقف حياتية متنوعة وكثيرة.

مثال 3: من الحياة



عملة: يبلغ قطر القطعة النقدية من فئة الخمسة قروشٍ 26 mm تقريبًا، أجد مساحة الوجه الظاهر منها، وأقرب إجابتي لأقرب عدد صحيح.

قطر القطعة النقدية 26 mm. إذن، طول نصف قطرها 13 mm

$$A = \pi r^2$$

$$\approx 3.14 \times (13)^2$$

$$\approx 530.66$$

$$\approx 531$$

صيغة مساحة الدائرة

$$\text{أعوّض } \pi \approx 3.14 \text{ و } r = 13$$

أجد الناتج

أقرب الإجابة لأقرب عدد صحيح

إذن، مساحة الوجه الظاهر من القطعة النقدية يساوي 531 mm² تقريبًا.

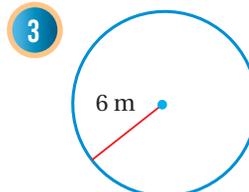
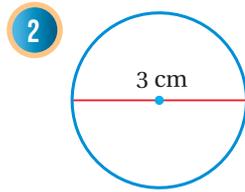
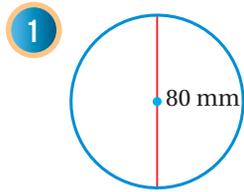


أتتحقق من فهمي:



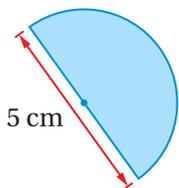
إشارة: يبلغ قطر إشارة منع التدخين المجاورة 20 cm، أجد مساحتها، وأقرب إجابتي لأقرب عدد صحيح.

أجد مساحة كل دائرة مما يأتي، وأستعمل الآلة الحاسبة لأتحقق من صحة إجابتي:



4 أجد طول نصف قطر دائرة مساحتها 314 cm²، أستخدم $\pi \approx 3.14$

5 أجد مساحة نصف الدائرة الظاهر في الشكل المجاور.



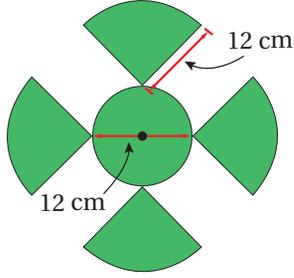
أدرب



وأحل المسائل

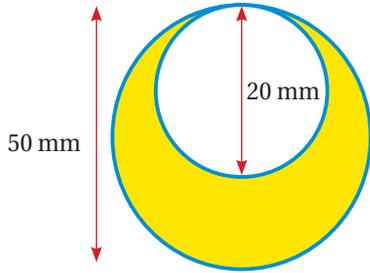


6 صحة: إذا كان طول قطر الزجاجة الدائرية في جهاز قياس ضغط الدم 18 cm، أجد مساحتها.



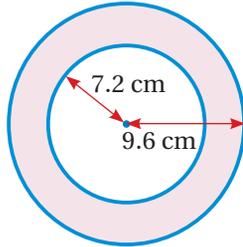
7 مراوح: تتكوّن المروحة المجاورة من 4 أجزاء متطابقة كل جزء منها على شكل رُبع دائرة، ودائرة داخلية، أجد مساحة سطح المروحة الخارجي.

8 دراجة: تقطع عجلة دراجة مسافة 197 cm في كل دورة كاملة لها، أجد مساحة الدائرة التي لها قطر العجلة نفسه. أقرب إجابتني لأقرب عدد صحيح.



9 عقدة: صنعت ريماس عقدة باستخدام دائرتين. لوئت جزءاً من العقدة باللون الأصفر مثلما يظهر في الشكل المجاور، أحسب مساحة الجزء الذي لوئته ريماس مقرباً إجابتني لأقرب جزء من عشرة.

10 أجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل الآتي. أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة.



11 فطائر: أعود إلى فقرة (أستكشف) بداية الدرس وأحل المسألة.

إرشاد

ضغط الدم هو قوة دفع الدم على جدران الأوعية الدموية التي ينتقل خلالها لإمداد كافة أنسجة الجسم وأعضائه بالغذاء.

إرشاد

في السؤالين 9 و 10، ما العلاقة بين مساحة المنطقة المظللة ومساحتي الدائرتين في كل شكل؟

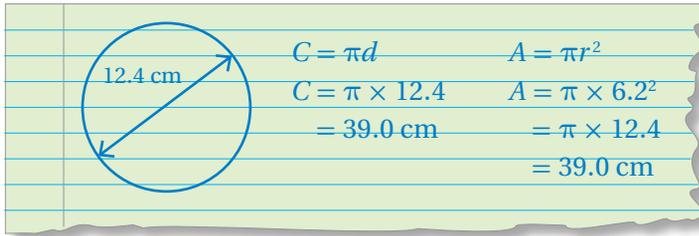
الوحدة 7

تبرير: تأمل العبارتين الآتيتين، ثم أصفهما بما يناسبهما مما بين القوسين (صحيحة دائماً، صحيحة أحياناً، ليست صحيحة) مبرراً إجابتي، مع تدعيمها بأمثلة دالة:

12 محيط الدائرة أكبر من قُطرها.

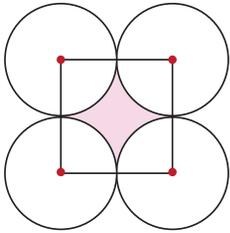
13 مساحة الدائرة أكبر من 1 cm^2

14 **أكتشف الخطأ:** أوجد أسامةً محيطاً دائرة طول قُطرها 12.4 cm ومساحتها، فكانت إجابته كما يأتي:

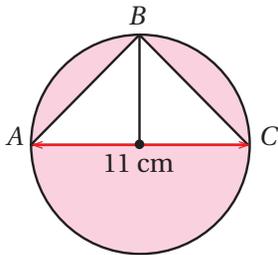


$C = \pi d$	$A = \pi r^2$
$C = \pi \times 12.4$	$A = \pi \times 6.2^2$
$= 39.0 \text{ cm}$	$= \pi \times 12.4$
	$= 39.0 \text{ cm}$

أبين الخطأ الذي وقع فيه أسامة، وأصححه.



15 **تحذ:** يبين الشكل المجاور 4 دوائر متماسية طول نصف قُطر كل منها 6 cm ، وُصَلت مراكز الدوائر الأربعة لتشكّل مربعاً. أجد مساحة المنطقة المظللة.



16 **تحذ:** يبين الشكل المجاور دائرة قُطرها AC . أجد مساحة المنطقة المظللة.

17 **أكتب:** كيف أجد مساحة دائرة علمت قُطرها؟

مهارات التفكير العليا

إرشاد

ألاحظ أن أسامة قرّب إجابته لأقرب عدد صحيح.

أتذكر

مساحة المثلث تساوي $\frac{1}{2} \times \text{طول القاعدة} \times \text{الارتفاع}$

الدرس 3 حجم المنشور والأسطوانة



أستكشف

مقياس المطر أداة تُستخدم لقياس كمية الأمطار التي تسقط في مكان معين في مدة زمنية محددة، ويتكون من أنبوب على شكل أسطوانة يعلوها قُمع. ما كمية الماء التي ستملأ مقياس مطر ارتفاعه 30 cm وطول نصف قطر قاعدته 2.5 cm؟



فكرة الدرس

أجد حجم المنشور والأسطوانة.

المصطلحات

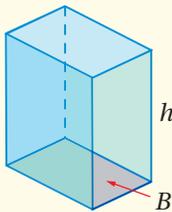
الحجم، المنشور، الأسطوانة.

الحجم (volume) هو الحيز الذي يشغله الجسم في الفضاء، ويُقاس بالوحدات المكعبة.

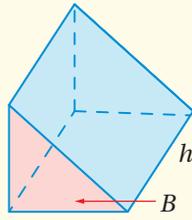
المنشور (prism) شكل ثلاثي الأبعاد له قاعدتان متطابقتان ومتوازيتان. ويسمى المنشور بحسب شكل قاعدته.

حجم المنشور

مفهوم أساسي



• بالنماذج



حجم المنشور (V) يساوي ناتج ضرب مساحة قاعدته (B) في ارتفاعه (h).

$$V = Bh$$

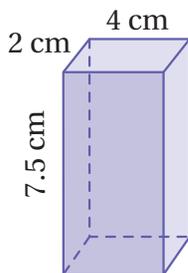
• بالكلمات

• بالرموز

مثال 1

أجد حجم كل منشور مما يأتي:

1



$$\begin{aligned} V &= Bh \\ &= (l \times w)h \\ &= (4 \times 2) \times 7.5 \\ &= 60 \end{aligned}$$

صيغة حجم المنشور

القاعدة مستطيل، إذن، $B = l \times w$

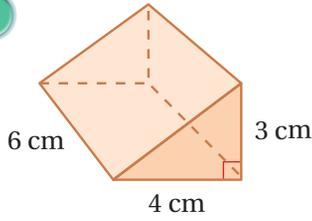
أعوّض $l = 4$ ، $w = 2$ ، $h = 7.5$

أجد الناتج

إذن، حجم المنشور يساوي 60 cm^3

الوحدة 7

2



$$\begin{aligned} V &= Bh \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right)h \\ &= \left(\frac{1}{2} \times 4 \times 3\right) \times 6 \\ &= 36 \end{aligned}$$

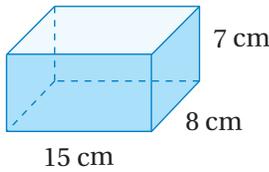
صيغة حجم المنشور
القاعدة مثلث، إذن، $B = \frac{1}{2} \times 4 \times 3$
أعوّض $h = 6$
أجد الناتج

إذن، حجم المنشور يساوي 36 cm^3

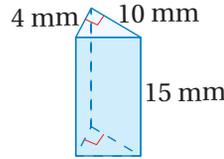
أتحقق من فهمي:



3



4



يُمكننا استخدام قانون حجم المنشور في مواقف حياتية كثيرة ومتنوعة.



مثال 2: من الحياة



زراعة: الزراعة الرأسية تكون في مبانٍ مُكوّنة من طوابق متعددة يُستغنى فيها عن التربة الزراعية. إذا كان أحد هذه المباني على شكل منشور قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 60 m، وارتفاعه 111 m، أجد حجم المبنى.

القاعدة مربعة الشكل، إذن؛ أفترض أن طول ضلعها s

$$\begin{aligned} V &= Bh \\ &= (s^2)h \\ &= (60)^2 \times 111 \\ &= 399600 \end{aligned}$$

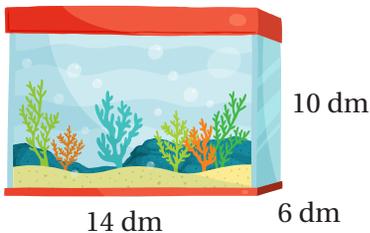
صيغة حجم المنشور
القاعدة مربعة، إذن، $B = s^2$
أعوّض $s = 60$, $h = 111$
أجد الناتج

إذن، حجم المبنى 399600 m^3

أتحقق من فهمي:

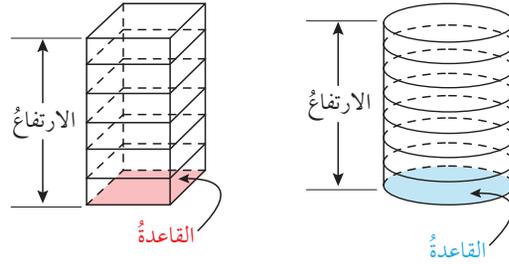


أحواض: أجد حجم حوض الأسماك المجاور.



الأسطوانة (cylinder) هي مجسمٌ له قاعدتان دائريتان متطابقتان ومتوازيتان، ترتبطان معاً بسطحٍ مُنحَنٍ، وارتفاعُ الأسطوانة (h) هو المسافة العمودية بين قاعدتيها، ويسمى نصف قطر القاعدة نصف قطر الأسطوانة (r).

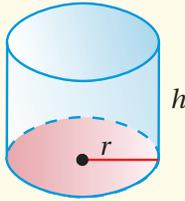
عند المقارنة بين أسطوانة ومنشور لهما الارتفاع نفسه، نلاحظ أن كلا الجسمين مكون من قاعدتين، ولو قسمنا المنشور والأسطوانة إلى طبقات لوجدنا أن مساحة سطح كل طبقة مساوية لمساحة القاعدة، وبما أن ارتفاع الطبقات مساوٍ لارتفاع المنشور والأسطوانة، نستنتج أنه يمكن حساب حجم الأسطوانة بطريقة مشابهة لطريقة حساب حجم المنشور، وذلك بضرب مساحة قاعدتها في ارتفاعها.



حجم الأسطوانة

مفهوم أساسي

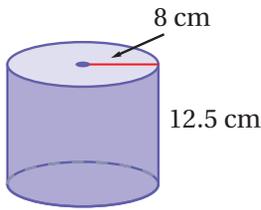
• بالنماذج



• **بالكلمات** حجمُ الأسطوانة (V) التي نصف قطرها (r) يساوي ناتج ضرب مساحة قاعدتها (B) في ارتفاعها (h)

• **بالرموز** $V = Bh$ أو $V = \pi r^2 h$

مثال 3



أجد حجم الأسطوانة المجاورة وأقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة.

$$V = \pi r^2 h$$

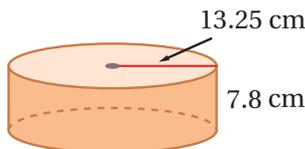
$$= \pi(8^2)(12.5)$$

صيغة حجم الأسطوانة
أعوّض $r = 8$, $h = 12.5$

SHIFT π × 8 x² × 12.5 = s⇌d 2513.274123

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، حجمُ الأسطوانة يساوي 2513.3 cm^3 تقريباً.



✓ **أتحقق من فهمي:**

أجد حجم الأسطوانة المجاورة، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من مئة.

الوحدة 7

يُمكننا استخدام قانون حجم الأُسطوانية في مواقف حياتية كثيرة ومتنوعة.



مثال 4: من الحياة



صوامع: الصَّومعةُ الأُسطوانيةُ مبنَى مَجَهَّزٌ لِتخزينِ الحُبوبِ وَحفظِها في مكانٍ آمِنٍ بعيدٍ عَن أسبابِ الإِتلافِ. أَجْدُ حجمَ صومعةٍ يبلغُ ارتفاعُها 30 m وطولُ قُطرِها 20 m ، وَأَقْرَبُ إيجابتي لِأقربِ جزءٍ مِن عَشرةِ.

$$V = \pi r^2 h$$

$$= \pi(10^2)(30)$$

$$\approx 9424.8$$

صيغةُ حجمِ الأُسطوانيةِ

$$r = 10 , h = 30 \text{ أَعوُصُ}$$

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذن، حجمُ الصومعةِ يساوي 9424.8 m^3 تقريباً.



أتتحقق من فهمي:



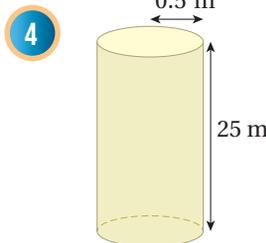
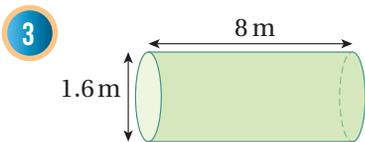
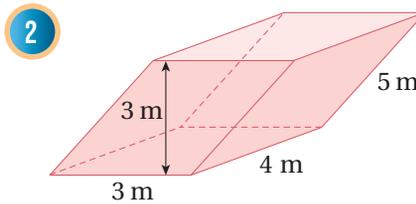
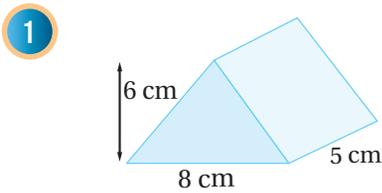
كوب: كم ستستمتراً مكعباً من القهوة يتسع له الكوب المجاور.

أتحرب



وأحل المسائل

أجد حجم كل مجسم مما يأتي:



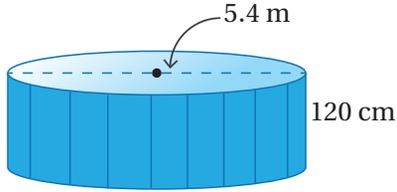
أتذكر

إذا لم تتوفر الآلة الحاسبة يمكنني استعمال قيمة تقريبية لـ (π) وهي 3.14

أجد حجم كل مجسم مما يأتي:

5 منشور قاعدته مربعة طول ضلعها 4 m، وارتفاعه 15 m

6 أسطوانة طول قطرها 21.4 dm وارتفاعها 33.7 dm



7 حوض سباحة: يبين الشكل المجاور حوض

سباحة على شكل أسطوانة، طول قطرها

5.4 m، وارتفاعها 120 cm

7 أجد حجم الحوض.

8 ما كمية الماء بالليتر التي يمكن أن يتسع لها الحوض؟

9 ما المدة الزمنية التي يحتاجها الحوض حتى يمتلئ إذا كانت سرعة تعبئته 50 L/min؟

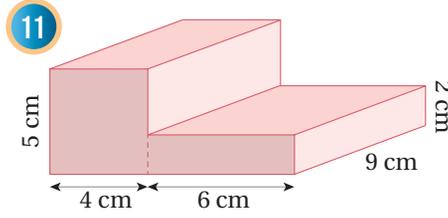
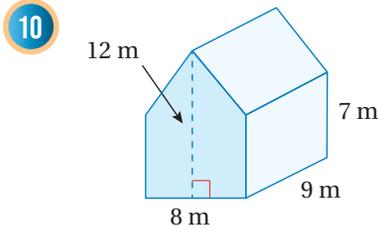
أتذكر

كل 1 m^3 تساوي 1000 L

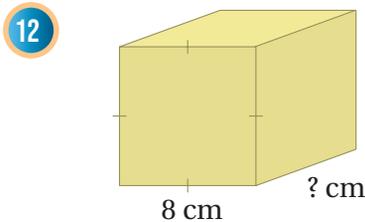
إرشاد

لأجد حجم مجسم مركب أفكك أجزاءه إلى مجسمات أعرفها وأجد حجم كل جزء، ثم أجد مجموع الحجم التي أوجدتها.

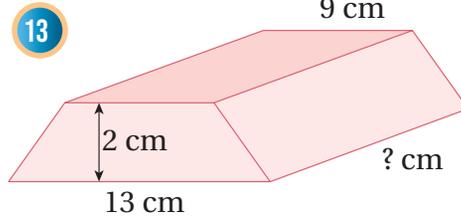
أجد حجم كل مجسم مما يأتي:



أستعمل المعلومات الموضحة على كل شكل مما يأتي لإيجاد البعد المفقود:



$$V = 608 \text{ cm}^3$$



$$V = 110 \text{ cm}^3$$

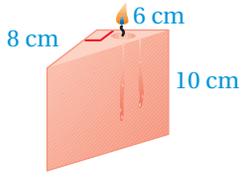
أتذكر

مساحة شبه المنحرف تساوي $\frac{1}{2} \times$ مجموع طولي القاعدتين المتوازيين \times الارتفاع

14 أمطار: أعود إلى فقرة (أستكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.

الوحدة 7

مهارات التفكير العليا

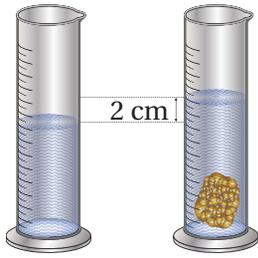


تبرير: ذوّب كمال منشورًا رباعيًا من الشمع أبعاده 10 cm, 9 cm, 20 cm لتشكيل شمعات على شكل منشورٍ قاعدته مثلثة كما في الشكل المجاور. كم شمعةً يستطيع كمال أن يصنع من كمية الشمع التي لديه؟ أبرّر إجابتي.

15

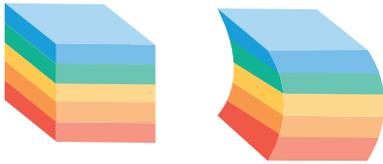
أفكر

ما العلاقة بين حجم الحجر وحجم الماء المزاح؟



تبرير: تأمل الشكل المجاور، ثم أصف كيف يمكنني إيجاد حجم الجسم المغمور بالماء، مبررًا إجابتي، علمًا بأن طول نصف قطر قاعدة الدورق 1.5 cm، ثم أجد الحجم.

16



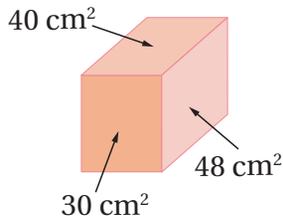
تبرير: تتكوّن كل مجموعة من أوراق التذكير المجاورة من 500 ورقة. هل يوجد اختلاف بين حجمي المجموعتين؟ أبرّر إجابتي، ثم أجد حجم كل مجموعة،

17

علمًا أن أبعاد الورقة الواحدة 6 cm, 6 cm, 0.02 cm

إرشاد

أستخدم خطة التخمين والتحقق لإيجاد أبعاد المنشور.



تحديد: منشور قاعدته على شكل مستطيل، وأبعاده أعدادٌ كلية، ومساحات أوجهه 30 cm^2 , 40 cm^2 , 48 cm^2 أجد حجم المنشور موضحًا خطوات الحل.

18

كيف أجد حجم منشور ثلاثي؟



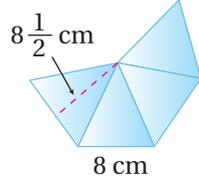
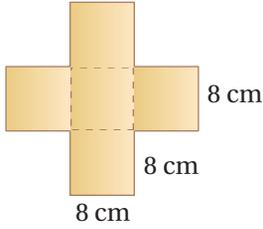
19

حجم الهرم

الهدف: أكتشف العلاقة بين حجمي هرم ومنشور تتساوى فيهما مساحة القاعدة والارتفاع.
الهرم (pyramid) هو شكل ثلاثي الأبعاد، قاعدته مضلع، وأوجهه الجانبية مثلثات تشترك في نقطة تسمى الرأس.

نشاط 1

الخطوة 1

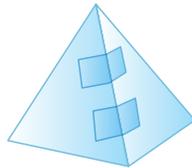
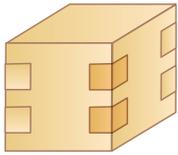


أصمم شبكة مكعب وهرم:

• أصمم شبكة مكعب مفتوح من الأعلى طول ضلعيه 8 cm

• أصمم شبكة هرم رباعي من دون قاعدة برسم

4 مثلثات متطابقة الضلعين طول قاعدة كل منها 8 cm وارتفاعه $8 \frac{1}{2}$ cm



أنشئ هرمًا ومكعبًا:

• أقص الشبكات، وألصق الحواف معًا، لينتج مجسم هرم

رباعي ومكعب كما في الشكل المجاور.

• أضع الهرم الرباعي والمكعب على الطاولة أمامي، وأقارن ارتفاعي المجسمين. ماذا ألاحظ؟

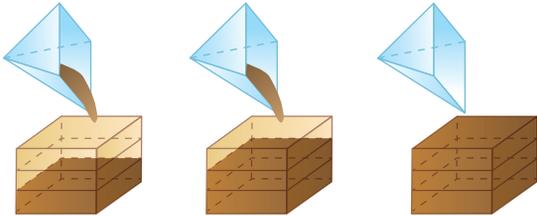
• أضع قاعدة الهرم على سطح المكعب، وأقارن قاعدتي المجسمين، ماذا ألاحظ؟

الخطوة 3

• أستخدم الرمل للمقارنة بين حجم الهرم وحجم المنشور:

• أملأ الهرم الرباعي بالرمل وأفرغه في المكعب،

وأكرر العملية حتى يمتلئ المكعب.



أحلل النتائج:

• كم مرة ملأت الهرم لتعبئة المكعب؟

• ما العلاقة بين حجم الهرم وحجم المنشور الذي يتساوى معه في القاعدة والارتفاع؟

أندرب

1 أجد حجم هرم رباعي يتساوى في القاعدة والارتفاع مع منشور رباعي حجمه 27 cm^3

2 أجد حجم هرم ثلاثي يتساوى في القاعدة والارتفاع مع منشور ثلاثي حجمه 36 m^3

أستكشف



يعودُ بناءُ هَرَمِ خوفو إلى العام 2560 قبل الميلاد تقريبًا،
إذا علمتُ أن ارتفاعَ هذا الهرمِ 139 m تقريبًا،
وقاعدتهُ مربعةٌ الشكلِ طولُ ضلعِها 230 m،
فكم حجمه؟

فكرة الدرس

أجدُ حجمَ الهرمِ
والمخروطِ.

المصطلحات

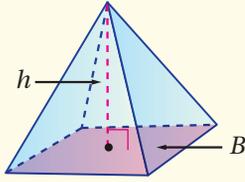
المخروطُ

توصلتُ في النشاطِ المفاهيمي الذي يسبقُ هذا الدرسَ إلى أن حجمَ الهرمِ يساوي ثلثَ حجمِ المنشورِ المُساوي لهُ في مساحةِ القاعدةِ والارتفاعِ.

حجم الهرم

مفهوم أساسي

• بالنماذج



حجمُ الهرمِ (V) يساوي ثلثَ مساحةِ قاعدتهِ (B)
في ارتفاعه (h)

$$V = \frac{1}{3} Bh$$

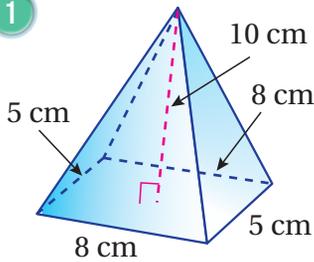
• بالكلمات

• بالرموز

مثال 1

أجدُ حجمَ كلِّ هَرَمٍ ممَّا يأتي، وأقربُ إجابتي لأقربِ جزءٍ من مئة:

1



$$V = \frac{1}{3} Bh$$

$$= \frac{1}{3} (l \times w)h$$

$$= \frac{1}{3} (8 \times 5) \times 10$$

$$\approx 133.33$$

صيغةُ حجمِ الهرمِ

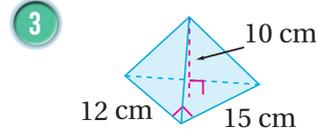
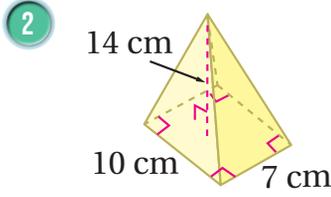
القاعدةُ مستطيلةٌ، إذن، $B = l \times w$

أعوُضُ $l = 8$ ، $w = 5$ ، $h = 10$

أجدُ الناتجَ

إذن، حجمُ الهرمِ يساوي 133.33 cm^3 تقريبًا.

أتحقق من فهمي:



يُمكننا استخدام قانون حجم الهرم في مواقف حياتية كثيرة ومتنوعة.



مثال 2: من الحياة



محميات: تتكوّن محمية مونتارت للنباتات في كندا من 4 بيوت زجاجية كلٌّ منها على شكل هرمٍ قاعدته مربعة الشكل، ويحتوي كلُّ بيتٍ منها على مُناخٍ مختلفٍ وأنواعٍ متباينةٍ من النباتات. أجد حجم الهرم الأكبر علمًا أن ارتفاعه 24 m، وطول ضلع قاعدته المربعة 25 m

$$V = \frac{1}{3} Bh$$

$$= \frac{1}{3} (s^2) h$$

$$= \frac{1}{3} (25)^2 \times 24$$

$$= 5000$$

صيغة حجم الهرم

القاعدة مربعة، إذن، $B = s^2$

أعوّض $s = 25$ ، $h = 24$

أجد الناتج

إذن، حجم الهرم يساوي 5000 m^3

أتحقق من فهمي:

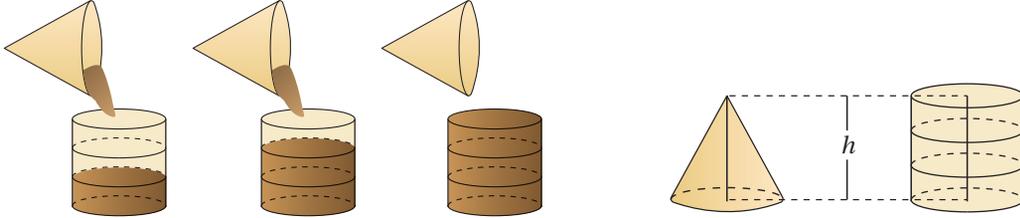


أجد حجم أصغر هرم في المحمية علمًا أن ارتفاعه 18 m وطول ضلع قاعدته المربعة 19.5 m. أقرّب إجابتي لأقرب جزء من عشرة.

الوحدة 7

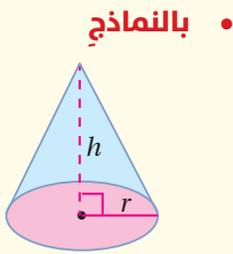
المخروط (cone) هو شكل ثلاثي الأبعاد، له قاعدة دائرية واحدة، و سطح مُنحَن يصل القاعدة بالرأس.

علاقة حجم المخروط بحجم الأسطوانة مثل علاقة حجم الهرم بحجم المنشور، أي أن حجم المخروط يساوي ثلث حجم الأسطوانة المساوية له في مساحة القاعدة والارتفاع.



حجم المخروط

مفهوم أساسي



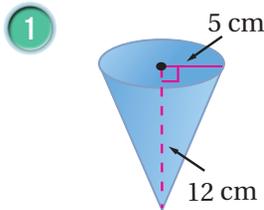
• **بالكلمات** حجم المخروط (V) الذي طول نصف قطره (r) يساوي ثلث مساحة قاعدته (B) في ارتفاعه (h)

• **بالرموز**

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h \text{ أو } V = \frac{1}{3} Bh$$

مثال 3

أجد حجم كل مخروط مما يأتي، وأقرب إجابتي إلى أقرب جزء من مئة:



$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi r^2 h \\ &= \frac{1}{3} \pi (5^2)(12) \\ &\approx 314.16 \end{aligned}$$

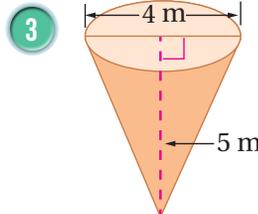
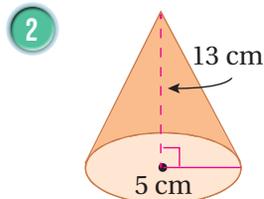
صيغة حجم المخروط

أعوّض $r = 5$, $h = 12$

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، حجم المخروط يساوي 314.16 cm^3 تقريباً.

أتحقق من فهمي:



يُمكننا استخدام قانون حجم المخروط في مواقف حياتية كثيرة ومتنوعة.

مثال 4: من الحياة



ملح: من طرائق إنتاج الملح شق أفنية لجمع المياه المالحة في مسطحات، ثم تركها لتجف تحت أشعة الشمس، ثم جمع الملح على شكل أكوام مخروطية. إذا كان طول قطر كومة ملح 120 cm وارتفاعها 55 cm، فأجد حجمها. أقرّب إجابتي لأقرب جزء من مئة: بما أن كومة الملح على شكل مخروط، إذاً أجد حجم المخروط.

$$V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$$

$$= \frac{1}{3} \pi (60^2)(55)$$

$$\approx 207345.12$$

صيغة حجم المخروط

$$r = 60, h = 55 \text{ أعرّض}$$

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، حجم كومة الملح يساوي 207345.12 cm^3 تقريباً.

أتتحقق من فهمي:

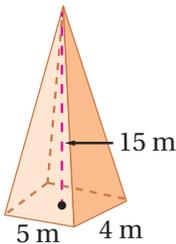
في المثال السابق، إذا كان طول نصف قطر كومة ملح 35 cm، وارتفاعها 40 cm، أجد حجم الكومة، وأقرّب إجابتي لأقرب جزء من عشرة.

أدرب

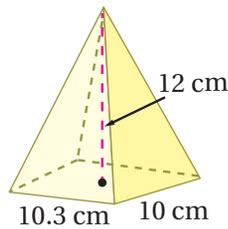
وأحل المسائل

أجد حجم كل مجسم مما يأتي، وأقرّب إجابتي لأقرب جزء من مئة:

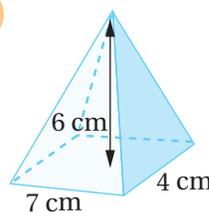
1



2

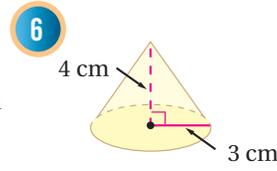
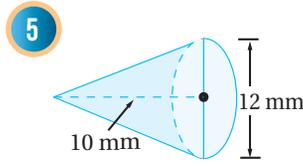
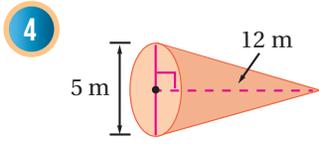


3



الوحدة 7

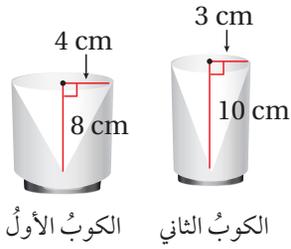
أجد حجم كل مخروط مما يأتي، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة:



أجد حجم كل مجسم مما يأتي، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة:

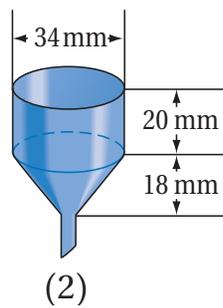
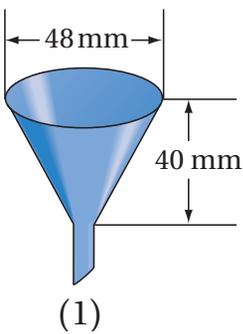
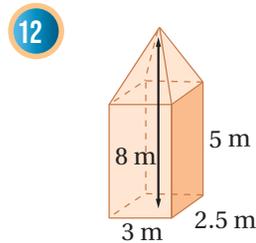
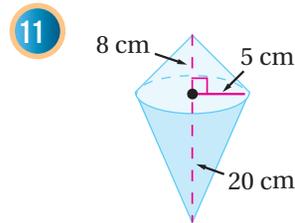
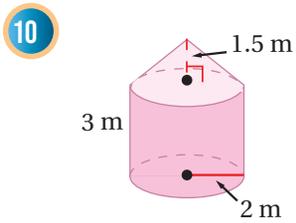
هرم ارتفاعه 5 dm ومساحة قاعدته 18 cm^2

مخروط طول نصف قطره 4 mm وارتفاعه 6.5 mm



9 **أكواب:** بين الشكل المجاور كويين، المنطقة الداخلية في كل منهما على شكل مخروط. أي الكويين يتسع لكمية أكبر من السائل؟ أبرر إجابتي.

أجد حجم كل مجسم مما يأتي، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من مئة:



13 **علوم:** بين الشكل المجاور قمعين يُستخدمان في مختبرات العلوم، القمع (1) على شكل مخروط، والقمع (2) على شكل مخروط مع أسطوانة متصلة بقاعدته. أي القمعين حجمه أكبر؟ أبرر إجابتي.

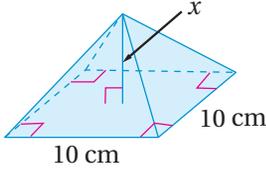
إرشاد

في السؤال 7 أنبه إلى توحيد الوحدات قبل إيجاد الحجم.

أستعملُ المعلوماتِ الموضَّحةَ على كلِّ شكلٍ ممَّا يأتي لإيجادِ البُعدِ المفقودِ:

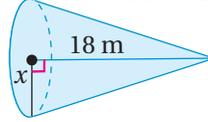
14

$$V = 200 \text{ cm}^3$$

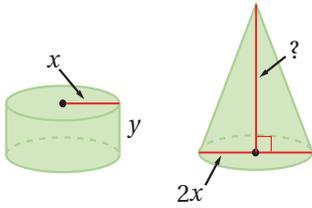


15

$$V = 216\pi \text{ m}^3$$



16 **أهرامُ مصرَ:** أعودُ إلى فقرة (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ وأحلُّ المسألة.



17 **تبريرُ:** يبيِّنُ الشكلُ المجاورُ مخروطًا وأسطوانةً لهُما الحجمُ نفسه، ما علاقةُ ارتفاعِ المخروطِ بارتفاعِ الأسطوانة؟ أبرِّرْ إجابتي.

18 **أكتشفُ الخطأ:** أبيِّنُ الخطأَ في إيجادِ حجمِ كلِّ مجسمٍ من المجسمين الآتين، وأصحِّه.

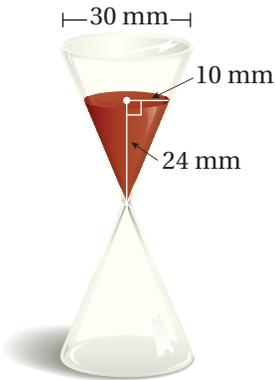
$$V = \frac{1}{3} \pi (9^2)(15)$$

$$= 405 \pi$$

$$\approx 1272 \text{ cm}^3$$

$$V = \frac{1}{2} (49)(10)$$

$$= 245 \text{ cm}^3$$



19 **تبريرُ:** يسقطُ الرَّمْلُ في الساعةِ الرَّمليَّةِ المجاورةِ بمعدَّلٍ 50 cm^3 لكلِّ دقيقةٍ. كمَّ من الوقتِ يحتاجُ الرَّمْلُ لیسقطَ كلُّهُ في الجزء السفليِّ؟

20 **أكتبُ** أصفُ العلاقةَ بينَ حجمِ الهرمِ وحجمِ المنشورِ المساوي لهُ في القاعدةِ والارتفاعِ.

مهاراتُ التفكيرِ العُلَيَّا

أفكر

كيفَ أوظفُ حلَّ المعادلاتِ في حلِّ السؤَالِ 17؟

معلومة

استُعمِلَتِ الساعةُ الرَّمليَّةُ قديمًا لقياسِ الوقتِ في الرحلاتِ البحريَّةِ، وظلَّتْ قرونًا عدَّةً تُستخدَمُ على مَتَنِ السُّفنِ.

أستكشفُ



يمثّل الجزء الأمامي من راصفة الطرّق في الصورة المجاورة أسطوانة طولها 1.07 m وطول قطر قاعدتها الدائرية 1.28 m، ما مساحة التي ترصّفها الآلية من الطريق في الدورة الواحدة؟

فكرة الدرس

أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح المنشور والأسطوانة.

المصطلحات

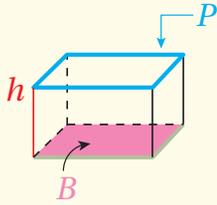
المساحة الجانبية للسطح،
المساحة الكلية للسطح.

المساحة الكلية (S.A) (total surface area) لسطح أي مجسم تساوي مجموع مساحات أوجهه جميعها.

المساحة الجانبية (L.A) (lateral area) لسطح المنشور هي مجموع مساحات أوجهه الجانبية.

المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح المنشور

مفهوم أساسي



بالنماذج

المساحة الجانبية (L.A) لسطح المنشور تساوي ناتج ضرب ارتفاع المنشور h في محيط القاعدة P أما المساحة الكلية (S.A) لسطح المنشور فتساوي مجموع مساحته الجانبية ومساحتي قاعدتيه.

$$L.A = Ph$$

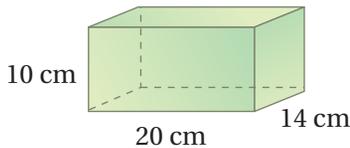
$$S.A = L.A + 2B$$

بالكلمات

بالرموز

مثال 1

1



$$P = 2l + 2w$$

$$P = 2(20) + 2(14)$$

$$= 68$$

أجد المساحة الكلية لسطح كل منشور مما يأتي:

أجد محيط القاعدة:

1 الخطوة

القاعدة مستطيل، إذن، $P = 2l + 2w$

أعوض $l = 20$ ، $w = 14$

أجد الناتج

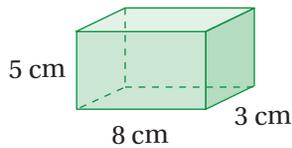
إذن، محيط القاعدة 68 cm

$$\begin{aligned}
 L.A &= Ph \\
 &= 68 \times 10 \\
 &= 680
 \end{aligned}$$

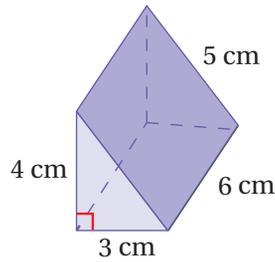
$$\begin{aligned}
 B &= l \times w \\
 &= 20 \times 14 \\
 &= 280
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 S.A &= L.A + 2B \\
 &= 680 + 2(280) \\
 &= 1240
 \end{aligned}$$

2



3



الخطوة 2 أجد المساحة الجانبية لسطح المنشور:

صيغة المساحة الجانبية لسطح المنشور

$$P = 68, h = 10$$

أجد الناتج

إذن، المساحة الجانبية لسطح المنشور 680 cm^2

الخطوة 3 أجد مساحة القاعدة:

صيغة مساحة المستطيل

$$l = 20, w = 14$$

أجد الناتج

إذن، مساحة قاعدة المنشور 280 cm^2

الخطوة 4 أجد المساحة الكلية لسطح المنشور:

صيغة المساحة الكلية لسطح المنشور

$$L.A = 680, B = 280$$

أجد الناتج

إذن، المساحة الكلية لسطح المنشور تساوي 1240 cm^2

أتحقق من فهمي:



الوحدة 7

يُمكننا استخدام قانوني المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح المنشور في مواقف حياتية كثيرة ومتنوعة.

مثال 2: من الحياة



ناطحات سحاب: المبنى الظاهر في الصورة على شكل خماسي منتظم ارتفاعه 124 m، وطول ضلع قاعدته الخماسية 41 m، أجد المساحة الجانبية لسطحه.

بما أن قاعدة المبنى على شكل خماسي منتظم، إذن، محيط القاعدة يساوي ناتج ضرب عدد الأضلاع في طول الضلع الواحد.

$$P = 5 \times s$$

$$= 5 \times 41$$

$$= 205$$

$$L.A = Ph$$

$$= 205 \times 124$$

$$= 25420$$

صيغة محيط الخماسي المنتظم

$$s = 41 \text{ أَعْوَض}$$

أجد الناتج

صيغة المساحة الجانبية لسطح المنشور

$$P = 205, h = 124 \text{ أَعْوَض}$$

أجد الناتج

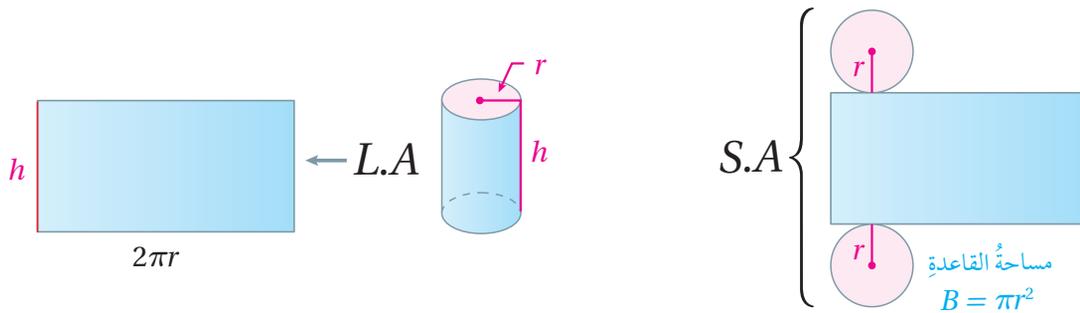
إذن، المساحة الجانبية لسطح المبنى 25420 m^2

أتحقق من فهمي:



أجد المساحة الكلية لسطح المبنى إذا علمت أن مساحة قاعدته 10450 m^2

يُمكنني إيجاد المساحة الكلية للأسطوانة عن طريق شبكتها. فعند فتح أسطوانة، أجد أن مساحة المستطيل الناتج يساوي المساحة الجانبية للأسطوانة، والمساحة الكلية لسطحها يساوي مجموع مساحتها الجانبية ومساحتي القاعدتين.



• بالكلمات

المساحة الجانبية ($L.A$) لسطح الأسطوانة هي مساحة سطحها المنحني، وتساوي حاصل ضرب محيط قاعدتها في ارتفاعها.

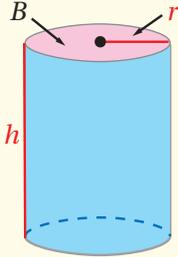
أما المساحة الكلية ($S.A$) للأسطوانة فتساوي مجموع مساحتها الجانبية ومساحتي قاعدتيها.

• بالرموز

$$L.A = 2\pi rh \quad \text{أو} \quad L.A = \pi dh$$

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2 \quad \text{أو} \quad S.A = L.A + 2B$$

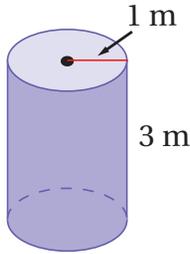
• بالنماذج



مثال 3

أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح الأسطوانة المجاورة. أقرب إجابتني لأقرب جزء من مئة.

1



$$L.A = 2\pi rh$$

$$= 2\pi(1)(3)$$

$$\approx 18.85$$

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$\approx 18.85 + 2\pi(1)^2$$

$$\approx 25.13$$

صيغة المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة

$$\text{أعوّض } r = 1, h = 3$$

أستعمل الآلة الحاسبة

صيغة المساحة الكلية لسطح الأسطوانة

$$\text{أعوّض } L.A = 18.85, r = 1$$

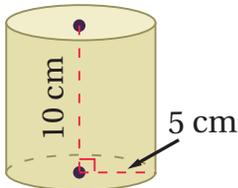
أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة تساوي 18.85 m^2 تقريباً، والمساحة الكلية له تساوي 25.13 m^2 تقريباً.

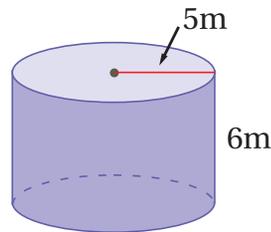
أتحقق من فهمي:



2



3



الوحدة 7

يُمكننا استخدام قانوني المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح الأسطوانة في مواقف حياتية كثيرة ومتنوعة.

مثال 4: من الحياة

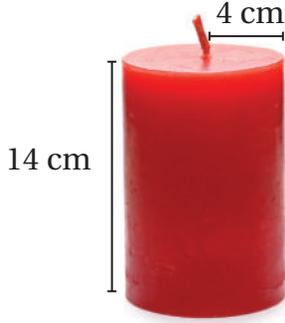


تغليف: أرادت لمياء تغليف الشمعة المجاورة هدية لصديقتها في عيد ميلادها.

كم سنتيمتراً مربعاً على الأقل تحتاج لمياء من ورق التغليف؟

أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة.

بما أن التغليف للشمعة كاملة، إذن، أجد المساحة الكلية لسطح الأسطوانة:



$$L.A = 2\pi rh$$

$$= 2\pi(4)(14)$$

$$\approx 351.9$$

$$S.A = 2\pi rh + 2\pi r^2$$

$$\approx 351.9 + 2\pi(4)^2$$

$$\approx 452.4$$

صيغة المساحة الجانبية لسطح الأسطوانة

$$r = 4, h = 14 \text{ أَوْض}$$

أستعمل الآلة الحاسبة

صيغة المساحة الكلية لسطح الأسطوانة

$$L.A = 351.9, r = 4 \text{ أَوْض}$$

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، تحتاج لمياء تقريباً 452.4 cm^2 على الأقل من الورق لتغليف الشمعة.

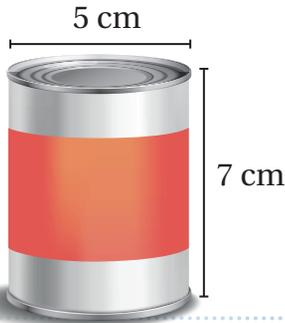
أتدقق من فهمي:



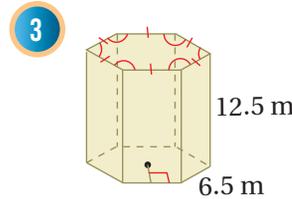
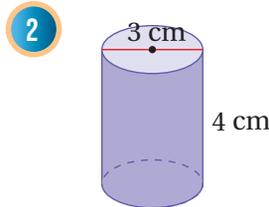
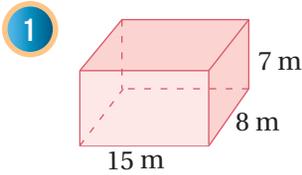
علب: يُنتج مصنع علباً أسطوانية الشكل، ارتفاع الواحدة منها 7 cm،

وطول قطرها 5 cm. أجد المساحة الكلية لسطح العلب.

أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة.



أجد المساحة الجانبية لسطح كل مجسم مما يأتي:



أَتَدْرِبُ وَأَحِلُّ الْمَسَائِلَ

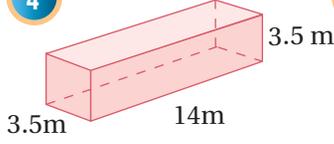


أتذكر

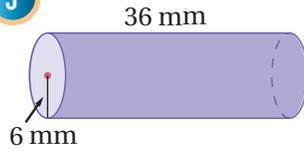
محيط قاعدة المضلع المنتظم يساوي ناتج ضرب عدد الأضلاع في طول الضلع الواحد.

أجد المساحة الكلية لسطح كل مجسم مما يأتي:

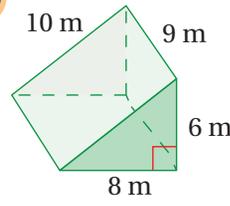
4



5



6



أجد المساحة الكلية لسطح كل مجسم مما يأتي:

7 منشور قاعدته مستطيلة الشكل، طولها 6.2 cm وعرضها 4 cm، وارتفاعه 8.5 cm

8 أسطوانة طول نصف قطرها 5 mm وارتفاعها 15 mm

9 أسطوانة طول قطرها 4 m، وارتفاعها 20 m



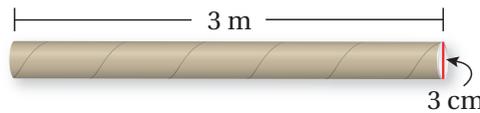
10 أقلام: قلم تلوين على شكل منشور سداسي، طول ضلع قاعدته 4 mm، وارتفاعه 170 mm، أجد المساحة الجانبية لسطح القلم.

11 ناطحات سحاب: ناطحة سحاب على شكل منشور قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 64 m، وارتفاعه 414 m، أجد المساحة الجانبية لسطح ناطحة السحاب.



12 أبراج: يبلغ ارتفاع برج الساعة في مكة المكرمة 250 m تقريباً، وهو على شكل منشور قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 43 m، أجد المساحة الجانبية لسطح البرج.

13 أجد مساحة الكرتون اللازمة لصنع الأنبوب الآتي:



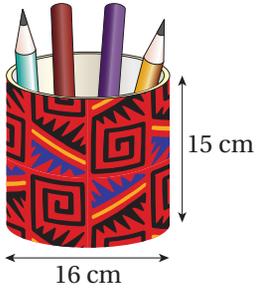
معلومة

تُصنَعُ الأقلامُ الملونة من الجرافيت مع إضافة أصباغ ومادة شمعية لتسهيل حركته على السطوح.

معلومة

تعد الساعة الواقعة أعلى برج مكة أكبر ساعة في العالم، ويمكن قراءة الوقت منها من بُعد سبعة عشر كيلومتراً.

الوحدة 7

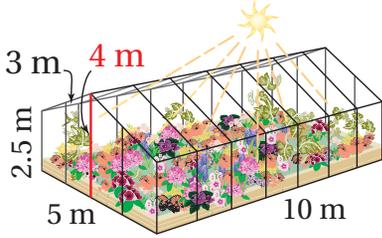


عَلَبٌ: عَلفَت منارَ جوانبِ عُلْبَةِ الأَقلامِ المجاورةِ وَقاعدَتَها بورقٍ للترزينِ. أجدُ مساحةَ ورقِ التغليفِ الذي استعملتُهُ منارُ.

14

إرشاد

لا يوجد وجهٌ علويٌّ لعلبةِ الأَقلامِ.



بيوت زجاجية: يبيّن الشكلُ المجاورُ بيتًا زجاجيًا للنباتاتِ، أجدُ مساحةَ الزجاجِ التي استعملتُ في بناءِ البيتِ.

15

معلومة

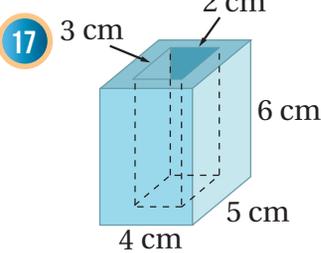
البيتُ الزجاجيُّ مبنيٌّ مصمّمٌ لحمايةِ النباتاتِ غيرِ الموسميةِ مِنَ البرودةِ القاسيةِ أو الحرارةِ الشديدةِ.

راصفةٌ طريقي: أعودُ إلى فقرةِ (أستكشف) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

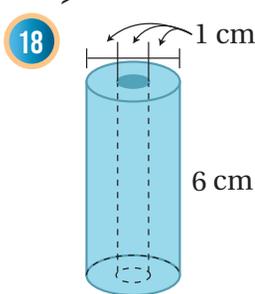
16

مهاراتُ التفكيرِ العليا

تحدّ: أجدُ المساحةَ الكليةَ لسطحِ كلِّ مجسّمٍ ممّا يأتي:



17



18

إرشاد

في السؤالين 17 و 18، ألاحظُ أنّ هناك جزءًا مفقودًا من قاعدتي كلِّ مجسّمٍ.

تبرير: إذا أصبحت أطوالُ أضلاعِ مكعبٍ مثليّ طولها الأصليّ، فما تأثيرُ ذلك في المساحةَ الكليةَ لسطحِهِ؟ أبرّرُ إجابتي.

19

أكتشفُ الخطأ: يقولُ سيفٌ: إذا تساوى حجما أسطوانتين، فإنَّهُ يكون لهُما المساحةُ الجانبيةُ نفسُها. هل ما يقوله سيفٌ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

20



تحدّ: يبيّن الشكلُ المجاورُ 4 كراتٍ تنسٍ موضوعةً في عُلْبَةٍ أسطوانيةِ الشكلِ. إذا كانَ قطرُ كلِّ كرةٍ منها 7 cm، فأجدُ المساحةَ الجانبيةَ لسطحِ العُلْبَةِ، وأبرّرُ إجابتي.

21

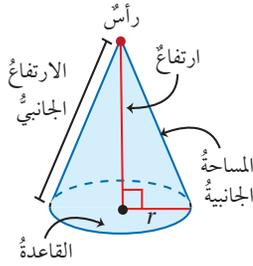
أفكر

ما علاقةُ مجموعِ أطوالِ أقطارِ الكراتِ الأربعةِ بارتفاعِ الأسطوانةِ؟

أكتبُ: كيف أجدُ المساحةَ الجانبيةَ والمساحةَ الكليةَ لسطحِ المنشورِ؟

22

مساحة سطح المخروط

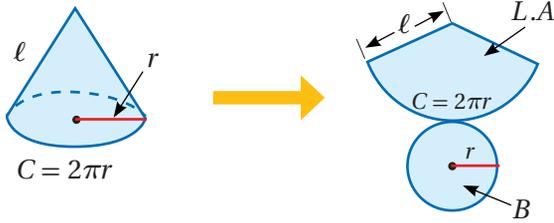


الهدف: أستكشف المساحة الكلية لسطح المخروط.

الارتفاع الجانبي (ℓ) (slant height) للمخروط هو المسافة بين الرأس ونقطة على حافة القاعدة.

نشاط 1

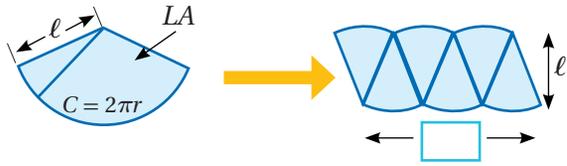
الخطوة 1 أحدد أبعاد المخروط من شبكته:



• أحضر مخروطاً وأحدد أبعاده.

• أقص المخروط على طول ارتفاعه الجانبي، وأفتحهُ لتشكل شبكة.

الخطوة 2 أكون متوازي أضلاع:



• أقسم السطح المنحني للمخروط إلى 6 أجزاء متساوية.

• أقص الأجزاء، وأعيد ترتيبها لتكون متوازي أضلاع كما في الشكل المجاور.

• أكتب مقداراً جبرياً يمثل طول متوازي الأضلاع.

الخطوة 3 أجد مساحة متوازي الأضلاع الذي كوّنته:

• أستخدم المقدار الجبري الذي حصلت عليه في الخطوة 2؛ لأكتب قاعدة لمساحة متوازي الأضلاع التي تمثل المساحة الجانبية لسطح المخروط.

• أكتب قاعدة المساحة الكلية لسطح المخروط.

أدرب

1 أجد المساحة الجانبية لسطح مخروط طول نصف قطره 5 cm، وارتفاعه الجانبي 7 cm، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من عشرة.

2 أجد المساحة الكلية لسطح مخروط طول قطره 4 m، وارتفاعه الجانبي 6.5 m، وأقرب إجابتي لأقرب جزء من مئة.



أستكشف

إذا كان طول نصف قطر فتحة وحدة الإنارة المجاورة 20 cm، وارتفاعها الجانبي 30 cm، أجد مساحة المعدن التي استخدمت في تصنيع الوحدة.

فكرة الدرس

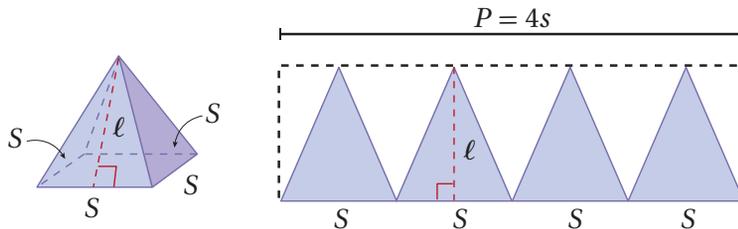
أجد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح الهرم المنتظم والمخروط.

المصطلحات

هرم منتظم، الارتفاع الجانبي.

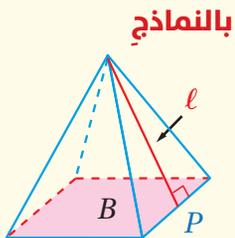
الهرم المنتظم (regular pyramid) هرم قاعدته مضلع منتظم، وأوجهه الجانبية مثلثات متطابقة كل منها متطابق الضلعين، وارتفاع كل مثلث يسمى **الارتفاع الجانبي** (l) (slant height) للهرم.

نلاحظ أنه عند إعادة ترتيب الأوجه الجانبية للهرم المنتظم؛ فإنها تشكل نصف مستطيل طوله يساوي محيط قاعدة الهرم، وعرضه مساوٍ لارتفاع الهرم الجانبي، وعليه، فإن مساحة سطح الهرم الجانبية تساوي نصف محيط القاعدة مضروباً في ارتفاعه الجانبي.



المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح الهرم

مفهوم أساسي



بالنماذج

المساحة الجانبية ($L.A$) لسطح الهرم المنتظم تساوي نصف محيط القاعدة (P) مضروباً في الارتفاع الجانبي (l).
المساحة الكلية ($S.A$) لسطح الهرم المنتظم تساوي مجموع مساحته الجانبية ومساحة قاعدته (B).

بالكلمات

$$L.A = \frac{1}{2} P l$$

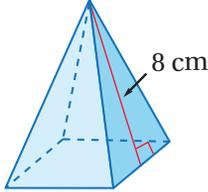
$$S.A = L.A + B$$

بالرموز

مثال 1

أجد المساحة الكلية لسطح كل هَرَمٍ منتظمٍ مما يأتي:

1



5 cm

$$P = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$$

$$B = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} L.A &= \frac{1}{2} P\ell \\ &= \frac{1}{2} (20) \times 8 \\ &= 80 \end{aligned}$$

الخطوة 1 أجد محيط القاعدة ومساحتها:

$$P = 4 \times s \text{، إذن:}$$

$$B = s^2 \text{ مساحة القاعدة}$$

الخطوة 2 أجد المساحة الجانبية لسطح الهرم المنتظم:

صيغة المساحة الجانبية لسطح الهرم

$$P = 20, \ell = 8 \text{ أعوض}$$

أجد الناتج

إذن، المساحة الجانبية لسطح الهرم تساوي 80 cm^2

الخطوة 3 أجد المساحة الكلية لسطح الهرم المنتظم:

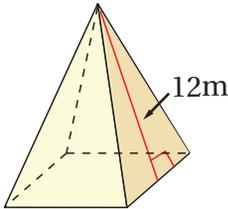
صيغة المساحة الكلية لسطح الهرم

$$L.A = 80, B = 25 \text{ أعوض}$$

أجد الناتج

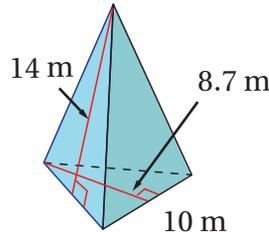
إذن، المساحة الكلية لسطح الهرم المنتظم تساوي 105 cm^2

2



8m

3



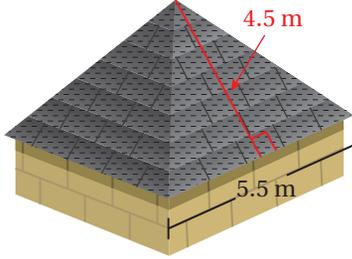
10 m

أتحقق من فهمي:



الوحدة 7

يُمكننا استخدام قانون المساحة الكلية لسطح الهرم في مواقف حياتية كثيرة ومتنوعة.



مثال 2: من الحياة



منزل: يظهر في الشكل المجاور سقف منزل على شكل هرم رباعي منتظم، يُراد تغطيته بقطع خشبية مساحة كل منها 2.5 m^2 . كم قطعة خشبية نحتاج لتغطية السقف؟

أجد المساحة الجانبية لسطح الهرم:

$$P = 4 \times s \text{، إذن: } P = 4 \times 5.5 = 22 \text{ m}$$

$$L.A = \frac{1}{2} P \ell$$

$$= \frac{1}{2} (22)(4.5)$$

$$= 49.5$$

صيغة المساحة الجانبية لسطح الهرم

$$P = 22, \ell = 4.5 \text{ أَوْض}$$

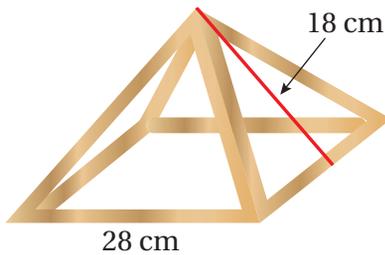
أجد الناتج

إذن، المساحة الجانبية للسطح تساوي 49.5 m^2

وبما أن القطعة الخشبية الواحدة تغطي مساحة 2.5 m^2 ، فيمكن إيجاد عدد القطع التي نحتاجها لتغطية السطح بقسمة مساحة السطح على مساحة القطعة الخشبية الواحدة:

$$49.5 \div 2.5 = 19.8$$

إذن، نحتاج 20 قطعة خشبية تقريباً لتغطية سطح المنزل.



أتحقق من فهمي:

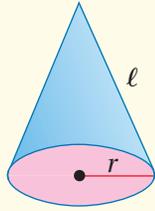


خيمة: صمم بنال الهرم المجاور الذي يمثل الأعمدة الأساسية لنموذج خيمة، ما مساحة القماش التي يحتاجها لإكمال النموذج وتغطية الأعمدة؟

توصلت في النشاط المفاهيمي الذي يسبق هذا الدرس إلى أن المساحة الجانبية للمخروط تساوي نصف محيط قاعدته في ارتفاعه الجانبي، وأن مساحته الكلية هي مجموع المساحة الجانبية ومساحة قاعدته.

المساحة الجانبية والمساحة الكلية لسطح المخروط

مفهوم أساسي



بالنماذج

المساحة الجانبية ($L.A$) لسطح المخروط تساوي ناتج ضرب نصف محيط قاعدة مخروط طول نصف قطرها (r) في الارتفاع الجانبي (l) له.
أما المساحة الكلية ($S.A$) لسطح المخروط فتساوي مجموع مساحته الجانبية ومساحة القاعدة.

$$L.A = \pi r l$$

$$S.A = L.A + B$$

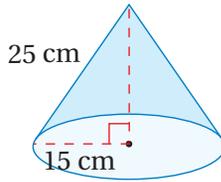
بالكلمات

بالرموز

مثال 3

أجد المساحة الكلية لسطح كل مخروط مما يأتي، وأقرب الإجابة لأقرب جزء من عشرة:

1



$$\begin{aligned} L.A &= \pi r l \\ &= \pi(15)(25) \\ &\approx 1178.1 \end{aligned}$$

أجد المساحة الجانبية لسطح المخروط:

صيغة المساحة الجانبية لسطح المخروط

$$r = 15, l = 25$$

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، المساحة الجانبية لسطح المخروط تساوي 1178.1 cm^2

أجد مساحة القاعدة:

$$\begin{aligned} B &= \pi r^2 \\ &= \pi(15^2) \\ &\approx 706.9 \end{aligned}$$

صيغة مساحة الدائرة

$$r = 15$$

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، مساحة القاعدة 706.9 cm^2

الوحدة 7

الخطوة 3 أجد المساحة الكلية لسطح المخروط:

$$S.A = L.A + B$$

$$= 1178.1 + 706.9$$

$$= 1885$$

صيغة مساحة سطح المخروط

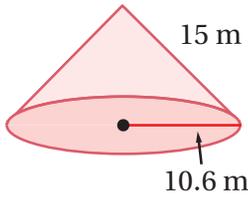
$$L.A = 1178.1, B = 706.9$$

أجد الناتج

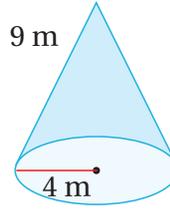
إذن، المساحة الكلية لسطح المخروط تساوي 1885 cm^2 تقريباً.

أتحقق من فهمي:

2

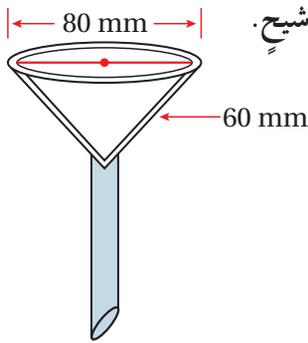


3



يمكننا استخدام قانون المساحة الكلية لسطح المخروط في مواقف حياتية كثيرة ومتنوعة.

مثال 4: من الحياة



كيمياء: تُستخدم في بعض التجارب الكيميائية أقماغ على شكل مخروط يوضع بداخلها ورق ترشيح.

أجد مساحة ورق الترشيح اللازمة للقمع المجاور. أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة.

أجد المساحة الجانبية لسطح المخروط:

$$L.A = \pi r \ell$$

$$= \pi (40)(60)$$

$$\approx 7539.8$$

صيغة المساحة الجانبية لسطح المخروط

$$r = 40, \ell = 60$$

أستعمل الآلة الحاسبة

إذن، مساحة ورق الترشيح تساوي 7539.8 mm^2 تقريباً.

أتحقق من فهمي:



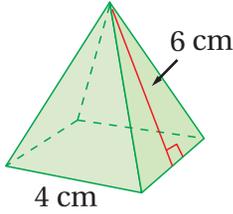
مخروط مرور: مخروط مرور طول نصف قطره 25 cm وارتفاعه الجانبي 75 cm.

أجد المساحة الجانبية لسطح المخروط. أقرب إجابتني لأقرب عدد صحيح.

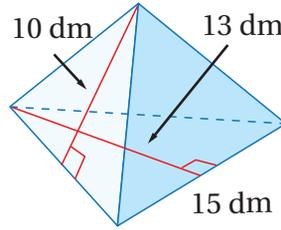
أُتَدْرَبُ وَأُحَلِّمُ الْمَسَائِلَ

أَجِدُ الْمَسَاحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِسَطْحِ كُلِّ هَرَمٍ مُنْتَظِمٍ مِمَّا يَأْتِي:

1

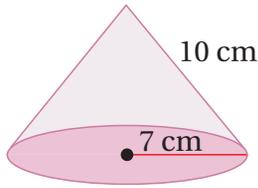


2

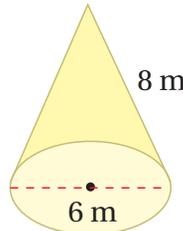


أَجِدُ الْمَسَاحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِسَطْحِ كُلِّ مَخْرُوطٍ مِمَّا يَأْتِي:

3



4



أَجِدُ الْمَسَاحَةَ الْكُلِّيَّةَ لِسَطْحِ كُلِّ مَجَسِّمٍ مِمَّا يَأْتِي:

5 هَرَمٌ رِبَاعِيٌّ مُنْتَظِمٌ طَوَّلُ قَاعِدَتِهِ 5 m، وَارْتِفَاعُهُ الْجَانِبِيُّ 6 m

6 مَخْرُوطٌ طَوَّلُ نِصْفِ قَاعِدَتِهِ 16 m، وَارْتِفَاعُهُ الْجَانِبِيُّ 28 m



7 **مِصْبَاحٌ طَائِلِيٌّ:** قَاعِدَةُ غَطَاءِ مِصْبَاحِ الطَّائِلَةِ الْمَجَاوِرِ عَلَى شَكْلِ هَرَمٍ سُدَّاسِيٍّ مُنْتَظِمٍ طَوَّلُ ضِلْعِهِ 8 in، أَقْدَرُ مَسَاحَةَ الزَّجَاجِ اللَّازِمَةَ لِصِنْعِ الْغَطَاءِ.

أَتَذَكَّرُ

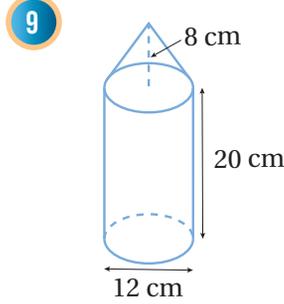
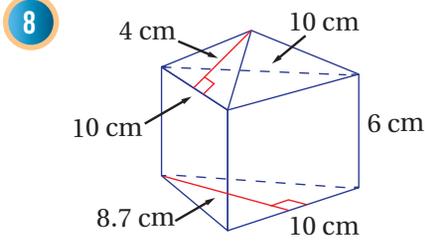
الهِرَمُ الْمُنْتَظِمُ هَرَمٌ قَاعِدَتُهُ مُضَلَّعٌ مُنْتَظِمٌ.

أَتَذَكَّرُ

inch وحدة قياس للطول واختصارها in وتُعادَلُ 2.54 cm

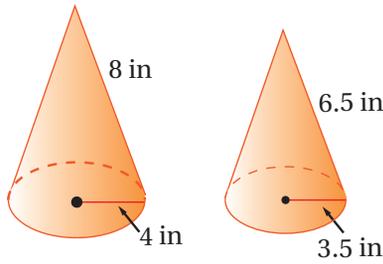
الوحدة 7

أجد المساحة الكلية لسطح كل مجسم مما يأتي:



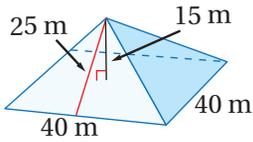
أفكر

في السؤالين 8 و 9، كم قاعدة للشكل يلزم حساب مساحتها لإيجاد المساحة الكلية لسطح كل مجسم؟



10 **أقماع:** صنّع القمعان المجاوران من البلاستيك، أجد الفرق بين مساحتي البلاستيك المستخدمة في صنّع القمعين. أقرب إجابتني لأقرب جزء من عشرة.

11 **وحدات إنارة:** أعود إلى فقرة (استكشف) بداية الدرس، وأحل المسألة.



12 **أكتشف الخطأ:** أوجد جمال المساحة الكلية لسطح الهرم المجاور، وكان حلّه كالآتي:

$$\begin{aligned} S.A &= 40^2 + \frac{1}{2}(160)(15) \\ &= 1600 + 1200 \\ &= 2800 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

أبين الخطأ الذي وقع فيه جمال، وأصحّحه.

13 **تبرير:** أيهما أطول؛ ارتفاع الهرم المنتظم، أم ارتفاعه الجانبي؟ أبرر إجابتني.

14 **تبرير:** إذا تقلص نصف قطر قاعدة مخروط إلى النصف وبقي الارتفاع نفسه. ما تأثير ذلك في المساحة الجانبية لسطح المخروط؟ أبرر إجابتني.

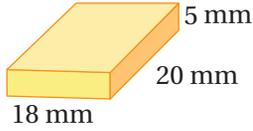
15 **أكتب:** كيف أجد المساحة الكلية لسطح المخروط؟

مهارات التفكير العليا

إرشاد

يمكنني تعويض نصف قطر القاعدة الجديدة في قاعدة المساحة الجانبية، ثم ملاحظة تأثيره.

اختبار نهاية الوحدة

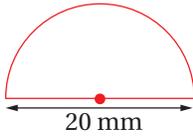


6 المساحة الكلية
للصندوق المجاور:

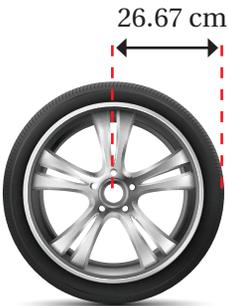
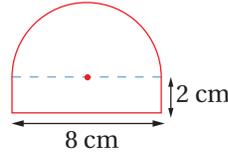
- a) 380 mm^2 b) 900 mm^2
c) 1100 mm^2 d) 1800 mm^2

أجد محيط كل شكل من الشكلين الآتيين:

7



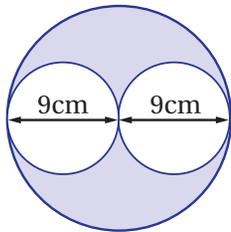
8



9 عجلة دائرية طول نصف
قطرها 26.67 cm، كم دورة
تدور العجلة عندما تقطع
السيارة مسافة 335.28 m؟

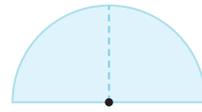
10 أجد الفرق بين محيط مربع طول ضلعه 12 cm،
ومحيط دائرة طول قطرها 12 cm، أقرب إجابتني
لأقرب جزء من عشرة.

11 أجد مساحة المنطقة المظللة في الشكل الآتي:



أختار رمز الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 الصيغة التي تعبر عن مساحة الشكل المجاور:



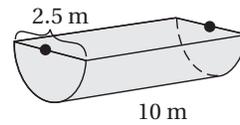
- a) $2\pi r$ b) πr^2
c) $\frac{1}{2}\pi$ d) $\frac{1}{2}\pi r^2$

2 دائرة محيطها $20\pi \text{ cm}$ ، فإن طول نصف قطرها
يساوي:

- a) 4.5 cm b) 10 cm
c) 20 cm d) 17.5 cm

3 إذا كان حجم المنشور
المجاور يساوي 1، فإن
قيمة x تساوي:

- a) $\frac{1}{4}$ b) $\frac{\ell}{4}$ c) ℓ d) 4



4 حجم المجسم المجاور
يساوي:

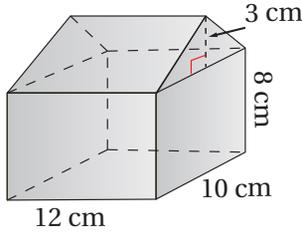
- a) 24.5 m^3 b) 20.5 m^3
c) 48 m^3 d) 49 m^3

5 المساحة الكلية لأسطوانة ارتفاعها 30.5 cm وطول
نصف قطرها 3 cm، حيث باي 3.14 (مقرَّبًا إجابتني
لأقرب جزء من مئة) تساوي:

- a) 274.90 cm^2 b) 603.19 cm^2
c) 631.14 cm^2 d) 688.01 cm^2

الوحدة 7

تدريب على الاختبارات الدولية:



18 حجم المجسم
المجاور يساوي:

- a) 1080 cm^3 b) 1320 cm^3
c) 960 cm^3 d) 1140 cm^3

19 أي الآتية يعدُّ أفضل تقدير لحجم مكعبٍ طول ضلعيه
 18.79 mm ؟

- a) 80 mm^3 b) 800 mm^3
c) 8000 mm^3 d) 80000 mm^3

20 المساحة الكلية لسطح أسطوانة طول قطرها 15 cm
وارتفاعها 2 cm تساوي تقريبًا:

- a) 30 cm^2 b) 117.8 cm^2
c) 353.4 cm^2 d) 447.5 cm^2

21 المساحة الكلية لسطح مخروطٍ طول نصف قطر قاعدته
 7 cm ، وارتفاعه الجانبي 11.4 cm تساوي تقريبًا:

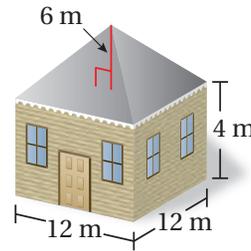
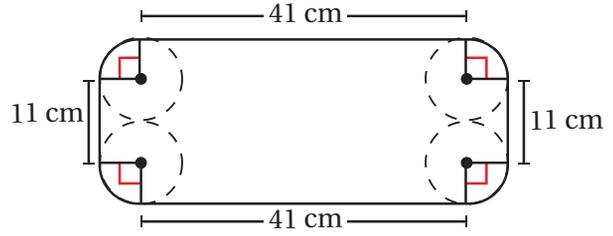
- a) 153.9 cm^2 b) 250.7 cm^2
c) 272.7 cm^2 d) 404.6 cm^2

22 المساحة الجانبية لسطح هرمٍ رباعيٍّ منتظمٍ طول
ضلعي قاعدته 5 cm ، وارتفاعه الجانبي 7 cm يساوي:

- a) 17.5 cm^2 b) 35 cm^2
c) 70 cm^2 d) 95 cm^2

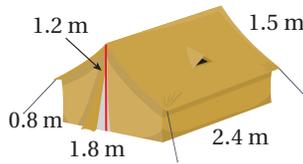
12 منشورٌ قاعدته مستطيلة الشكل، طولُه 4.2 m ،
وعرضُه 3.2 m ، وحجمُه 83.3 m^3 ، أجد ارتفاعه.

13 أجد محيط الشكل الآتي علمًا بأن الدوائر الأربعة في
الشكل متطابقة:



14 أجد حجم المنزل
المجاور.

15 قمة بُرجٍ على شكل مخروطٍ ارتفاعه الجانبي 33.5 m
وطول نصف قطر قاعدته 15 m ، أجد المساحة
الجانبية لقمة البُرج.



16 أجد مساحة القماش
اللازمة لصنع الخيمة
المجاورة.

17 مبنى على شكل هرمٍ سداسيٍّ منتظمٍ، طول ضلعي
قاعدته 8 m ، وارتفاعه الجانبي 14 m ، أجد المساحة
الجانبية لسطح المبنى.

الإحصاء والاحتمالات

ما أهمية هذه الوحدة؟

للإحصاء أهمية كبيرة في حياتنا، فهو يساعد على تنظيم البيانات وتحليلها، واتخاذ القرارات الصحيحة اعتمادًا على البيانات المتاحة. وفي هذه الوحدة سوف أتعلّم الكثير حول تمثيل البيانات وتحليلها باستخدام مقاييس النزعة المركزية وكتابة استنتاجات دقيقة.



سأتعلّم في هذه الوحدة:

- تمثيل البيانات باستخدام الساق والورقة.
- تمثيل البيانات بالجدول ذات الاتجاهين.
- تعرّف القيم المتطرفة وتحديد مقياس النزعة المركزية المناسب لوصف البيانات.
- تعرّف الاحتمال النظري والتجريبي.

تعلّمت سابقًا:

- ✓ تمثيل البيانات في جداول تكرارية.
- ✓ حساب الوسط الحسابي.
- ✓ حساب الوسيط والمنوال والمدى.
- ✓ حساب احتمالات الحوادث البسيطة.



مشروع الوحدة: أتعرف إلى طلبة مدرستي



أستعدُّ وزملائي لتنفيذ مشروعنا الخاص الذي سنستعمل فيه ما أتعلَّمه في هذه الوحدة حول مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال)، والمدى، والاحتمالات؛ لأجمع وأحلل بيانات تتعلق بعينة من طلبة مدرستي.

خطوات تنفيذ المشروع:

4 أمثل البيانات العددية التي حصلت عليها باستعمال مخطط الساق والورقة.

5 أمثل البيانات النوعية التي حصلت عليها باستعمال مخطط الأعمدة البيانية أو القطاعات الدائرية.

6 أجد ما يمكن حسابه من المقاييس الإحصائية التي تعلمتها (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال، المدى) لكل مجموعة بيانات.

7 أكتب فرضيتين وأختبر صحة كل منهما اعتماداً على البيانات التي جمعتها.

8 أصف حادثاً احتمال وقوعه أكيد وآخر احتمال وقوعه مستحيل اعتماداً على البيانات التي جمعتها.

9 أجد الاحتمال التجريبي لاختيار طالب تنطبق عليه إحدى الصفات التي جمعت بيانات حولها؛ مثلاً: (احتمال اختيار طالب لون عيون بني).

1 أختار ثلاثة أشياء من كل قائمة مما يلي، وأكتب سؤالاً إحصائياً حول كل منها. مثلاً: ما عدد أفراد أسرتك؟ ما لونك المفضل؟

بيانات نوعية

لون العيون، الرياضة

المفضلة، اللون المفضل،

لون الشعر

بيانات عددية

الوزن، الطول، العمر، عدد

أفراد الأسرة، دخل الأسرة

الشهري



عرض النتائج:

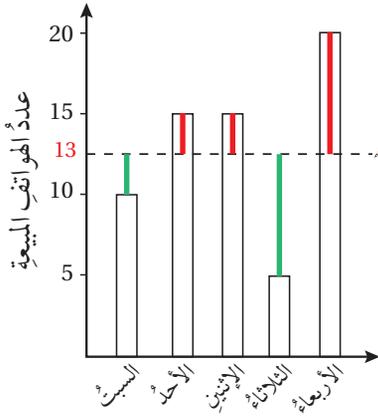
• أكتب وأفراد مجموعتي تقريراً يلخص خطوات تنفيذ المشروع والنتائج التي توصلنا إليها.

• أعرِّض وأفراد مجموعتي التمثيلات البيانية أمام الصف، وأبين قيم المقاييس الإحصائية للبيانات.

2 أصمّم استبانة بطريقة جاذبة موظفاً مهاراتي الحاسوبية، وأكتب فيها الأسئلة الإحصائية الست التي أعدتها في الخطوة السابقة، ثم أطبع منها 20 نسخة على الأقل.

3 أطلب إلى 20 طالباً من مدرستي على الأقل الإجابة عن أسئلة الاستبانة الست جميعها.

أستكشف



أتملّ التمثيل بالأعمدة المجاور، ثم أجيب:

- أجد مجموع أطوال الخطوط الحمراء، ثم مجموع أطوال الخطوط الخضراء، ماذا ألاحظ؟
- ماذا يمثل ارتفاع الخط المنقط بالنسبة لعدد الهواتف المباعة؟
- إذا بيع يوم الخميس 50 هاتفًا، ما تأثير ذلك في الخط المنقط؟

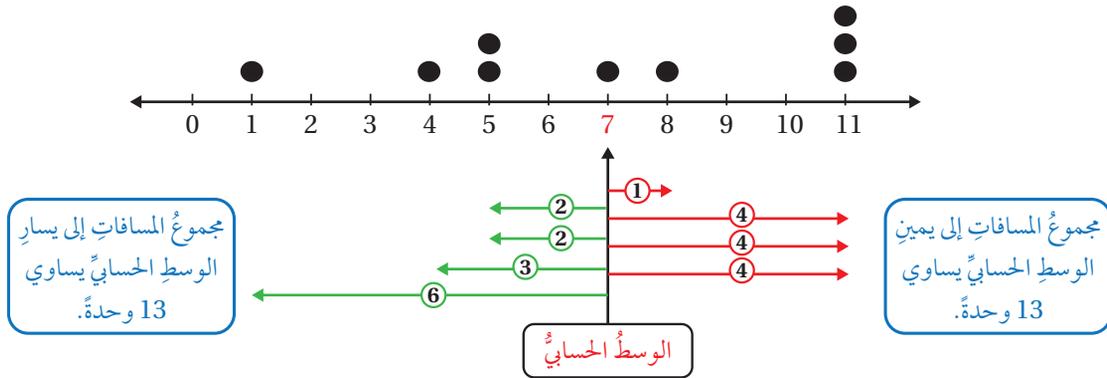
فكرة الدرس

أصف أثر القيمة المتطرفة على الوسط الحسابي لمجموعة بيانات.

المصطلحات

مقياس النزعة المركزية، الوسط الحسابي، القيمة المتطرفة.

تسمى القيمة التي تصف مركز البيانات **مقياس نزعة مركزية** (measure of central tendency)، وأكثر مقاييس النزعة المركزية استخدامًا **الوسط الحسابي** (mean)، وهو القيمة التي مجموع المسافات بينها وبين القيم الأكبر منها يساوي مجموع المسافات بينها وبين القيم الأصغر منها. في الشكل أدناه، العدد 7 هو الوسط الحسابي للبيانات.



يمكن إيجاد الوسط الحسابي أيضًا بجمع القيم ثم قسمة الناتج على عددها، ويرمز له بالرمز (\bar{x}) ، وتقرأ x بار.

مثال 1

أجد الوسط الحسابي للبيانات 18, 19, 3, 23, 22، ثم أرسم مخططاً سهمياً لأبين أن مجموع المسافات بين الوسط الحسابي والقيم الأكبر منه يساوي مجموع المسافات بينه وبين القيم الأصغر منه.

الخطوة 1 أجد الوسط الحسابي.

$$\bar{x} = \frac{18+19+3+23+22}{5} = \frac{85}{5} = 17$$

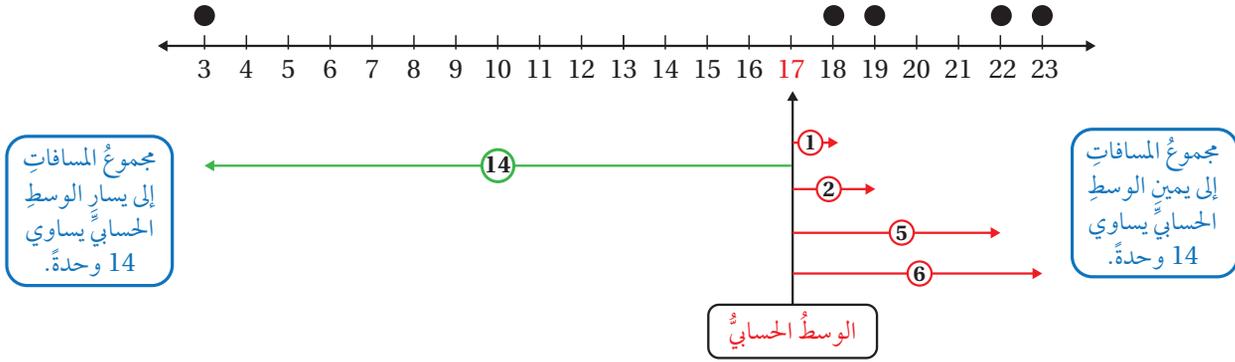
أجمع القيم، وأقسمها على عددها، أبسط

إذن، الوسط الحسابي يساوي 17

الوحدة 8

الخطوة 2 أرسم مخططاً سهمياً.

عند تمثيل البيانات بالنقاط ألاحظ أن مجموع المسافات بين العدد 17 والقيم الأكبر منه يساوي 14، ومجموع المسافات أيضاً بين العدد 17 والقيمة الأصغر منه يساوي 14 مثلما في الشكل أدناه.



أتحقق من فهمي:

أجد الوسط الحسابي للبيانات 45, 52, 40, 39, 41, 50, 48، ثم أرسم مخططاً سهمياً لأبين أن مجموع المسافات بين الوسط الحسابي والقيم الأكبر منه يساوي مجموع المسافات بينه وبين القيم الأصغر منه.

تسمى القيمة الأكبر بكثيرٍ أو الأصغر بكثيرٍ من بقية البيانات قيمةً متطرفةً (outlier). ألاحظ في المثال السابق أن العدد 3 أصغر كثيراً من بقية البيانات؛ إذن، فهو قيمةً متطرفةً. ألاحظ أيضاً أن العدد 3 أدى إلى إزاحة الوسط الحسابي نحوه (إلى اليسار) بعيداً عن معظم القيم. إذن، فوجود القيم المتطرفة يؤثر في الوسط الحسابي، ويجعله أقل دقة عند وصف مركز البيانات.

مثال 2

أحدد القيمة المتطرفة في كل مجموعة بيانات مما يأتي، وأصف أثرها في الوسط الحسابي:

1 93, 81, 94, 43, 89, 92, 94, 99

القيمة 43 أصغر بكثيرٍ من بقية القيم؛ لذا، فهي متطرفة، وعند حساب الوسط الحسابي فإن هذه القيمة المتطرفة سوف تؤثر في قيمته وتسحبها نحوها (لأسفل) بحيث تصبح أقل من معظم القيم.

2 $8\frac{1}{2}, 6\frac{5}{8}, 3\frac{1}{8}, 5\frac{3}{4}, 6\frac{5}{8}, 5\frac{5}{8}, 19\frac{1}{2}, 4\frac{7}{8}$

القيمة $19\frac{1}{2}$ أكبر بكثير من بقية القيم؛ لذا، فهي متطرفة، وعند حساب الوسط الحسابي فإن هذه القيمة المتطرفة سوف تؤثر في قيمته وتسحبها نحوها (لأعلى) بحيث تصبح أعلى من معظم القيم.

أتتحقق من فهمي: 

3 43, 37, 35, 30, 41, 23, 33, 31, 82, 21

4 68, 55, 70, 6, 71, 58, 81, 82, 63, 79

إذا علمت قيمة الوسط الحسابي فإنه يمكن استعمالها لحساب قيمة مجهولة في البيانات.

مثال 3: من الحياة 



نقود: لدى باسمة 6 قطع نقدية دائرية من بلدانٍ متنوعة. إذا كانت أطوال أقطار 5 من هذه القطع بالستيمترات 2.9, 5.1, 3.1, 4.9, 2.4، والوسط الحسابي لأطوال أقطار القطع النقدية الستة معاً يساوي 3.5 cm، فما طول قطر القطعة النقدية السادسة؟

الخطوة 1 أجد مجموع أطوال أقطار القطع النقدية الستة بضرب الوسط الحسابي في عدد القطع النقدية جميعها.

$$3.5 \times 6 = 21 \text{ cm}$$

2.4	4.9	3.1	5.1	2.9	?
21					
3.5	3.5	3.5	3.5	3.5	3.5

الخطوة 2 أترح مجموع أطوال أقطار القطع النقدية الخمسة المعلومة من المجموع الذي حصلت عليه في الخطوة السابقة.

$$21 - (2.4 + 4.9 + 3.1 + 5.1 + 2.9) = 2.6$$

إذن، طول قطر القطعة النقدية السادسة يساوي 2.6 cm

أتتحقق من فهمي: 

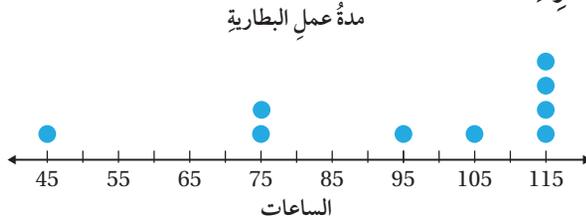
تتكون عائلة سعد من 8 أشخاص، والوسط الحسابي لأطوالهم جميعاً يساوي 150 cm، إذا كانت أطوال 7 أشخاص من العائلة بالستيمترات هي 170, 186, 114, 96, 178, 143, 135، فما طول الشخص الثامن؟

الوحدة 8

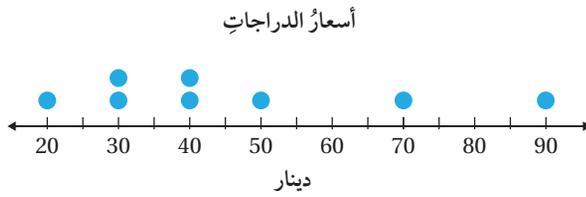


أجد الوسط الحسابي لكل مجموعة بيانات مما يأتي، ثم أرسم مخططاً لأبين أن مجموع المسافات بين الوسط الحسابي والقيم الأكبر منه يساوي مجموع المسافات بينه وبين القيم الأصغر منه:

1



2



أحدد القيمة المتطرفة في كل مجموعة بيانات مما يأتي، وأصف أثرها في الوسط الحسابي:

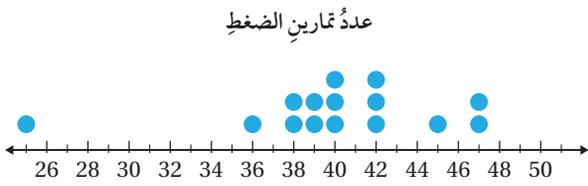
- 3 97, 105, 88, 116, 92, 100, 97, 22, 100
- 4 -15, 13, -7, -9, -11, -13, -14, -14
- 5 1.2, 2.3, -0.9, 0.8, 7.9, 0, 2.6, 1.7, 3.2

أطوال الأشجار			
2.19	3.82	1.85	0.9
2.1	1.98	1.95	2.2

6 **أشجار:** يبين الجدول المجاور أطوال بعض الأشجار بالمتر. أحدد القيمة المتطرفة في البيانات وأحدد أثرها في الوسط الحسابي.

7 إذا كان الوسط الحسابي للقيم Δ , 142, 145, 149، فأجد قيمة Δ .

8 إذا كان الوسط الحسابي للقيم 14, 32, \square , 77, -17, -52، فأجد قيمة \square .



رياضة: يمثّل الشكلُ المجاورُ عددَ تمارينِ الضغطِ التي يمكنُ لمجموعةٍ من الأشخاصِ القيامَ بها خلالَ دقيقةٍ واحدةٍ.

9 أجدُ الوسطَ الحسابيَّ للبياناتِ.

10 أحددُ القيمةَ المتطرّفةَ، وأصفُ أثرها في الوسطِ الحسابيِّ.

مهارات التفكير العليا

11 **مسألة مفتوحة:** أنشئُ مجموعتي بياناتٍ مختلفتين، تتكوّن كلٌّ منها من 6 قيمٍ وسطها الحسابيُّ 21

دفتر هيثم

عدد الأهداف التي أحرزها فريق كرة القدم في 25 مباراة

عدد الأهداف	التكرار
0	4
1	7
2	6
3	3
4	3
5	1
المجموع	25

الوسط الحسابي لعدد الأهداف يساوي 1.88

12 **أكشف الخطأ:** لم يحضر هيثمُ حصّة الرياضيات؛ لأنّه ذهبَ ليمثّل المدرسة في المسابقة العلمية، لكنّه نسّخ دفتر زميله. شاهد المعلم دفتر هيثم، فأخبره أنّه أخطأ في نسّخ أحد أعداد الجدول المجاور، لكنّ العددين 25 و 1.88 صحيحان. ما العدد الذي أخطأ هيثم في نسّخه؟ أبرّر إجابتي.

إرشاد

أجدُ أولاً مجموع تكرارات عدد الأهداف باستعمال القيمتين اللتين أعلم أنّهما صحيحتان.

13 **تحدّ:** إذا كان الوسط الحسابي لعددين يساوي 3، والوسط الحسابي لثلاثة أعدادٍ أخرى يساوي 7، أجدُ الوسط الحسابي للأعداد الخمسة معاً. أبرّر إجابتي.

14 **أكتب:** ما تأثير القيمة المتطرّفة الأكبر من جميع البيانات على الوسط الحسابي؟



أستكشفُ

تمثلُ الأعدادُ الآتيةُ كتَلَّ غزلانِ الرِّيمِ في حديقةِ حيواناتٍ:

38, 22, 41, 29, 36, 40, 33

(1) ما الكتلةُ التي تتوسطُ البياناتِ؟

(2) ما عددُ الكتلِ الأكبرِ مِنْهَا؟

فكرةُ الدرسِ

أحسبُ الوسيطَ وَالْمِنْوَالُ وَالْمَدَى، وَأحددُ المقياسَ الأنسبَ لوصفِ البياناتِ.

المصطلحاتُ

الوسيطُ، الْمِنْوَالُ، الْمَدَى

تعلمتُ في الدرسِ السابقِ الوسيطَ الحسابيَّ وكيفيةَ استعمالِهِ لوصفِ مركزِ البياناتِ، ويمكنُ أيضًا وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ الوسيطِ (median)، وهو العددُ الأوسطُ في البياناتِ المرتبةِ تصاعديًا أو تنازليًا عندما يكونُ عددُها فرديًا، أو هو الوسيطُ الحسابيُّ للعددَيْنِ الأوسطَيْنِ عندما يكونُ عددُ البياناتِ زوجيًّا.

أفكر

هل يتأثرُ الوسيطُ
بِالقيمِ المتطرفةِ؟

عددُ البياناتِ زوجيٌّ

2, 2, 3, 5, 9, 11, 12, 15

$$\frac{5+9}{2} = 7 \text{ الوسيطُ هو } 7$$

عددُ البياناتِ فرديٌّ

1, 3, 3, 6, 7, 8, 9

الوسيطُ يساوي 6

يمكنُ أيضًا وصفُ مركزِ البياناتِ باستعمالِ المنوالِ (mode)، وهو القيمةُ الأكثرُ تكرارًا في البياناتِ.

مثال 1: من الحياةِ



الرفقُ بِالْحَيَوَانِ: يبيِّنُ الجدولُ المجاورُ عددَ الحيواناتِ المريضةِ التي عالجتُها جمعيةٌ لرعايةِ الحيواناتِ في 8 أشهرٍ. أجدُ الوسيطَ وَالْمِنْوَالُ لهذهِ البياناتِ.

لِحسابِ الوسيطِ أتبعُ الخُطواتِ الآتيةَ:

الخُطوةُ 1 أرّبتُ البياناتِ تصاعديًا.

29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94

عددُ الحيواناتِ المريضةِ			
29	44	50	38
47	38	56	94

الخطوة 2 أحدد موقع الوسيط.

بما أن عدد البيانات زوجي فإن الوسيط يقع بين العددين الأوسطين. أحدد العددين الأوسطين، ثم أحسب الوسط الحسابي لهما.

29, 38, 38, 44, 47, 50, 56, 94

$$\frac{44 + 47}{2} = 45.5$$

إذن، الوسيط يساوي 45.5

لإيجاد المنوال، أحدد القيمة الأكثر تكرارًا وهي 38. إذن، المنوال يساوي 38

تحقق من فهمي:

تمثل البيانات الآتية عدد الشُّعرات الحرارية في عددٍ من حبات الفاكهة. أجد الوسيط والمنوال لهذه البيانات.

40, 32, 50, 42, 40, 52, 48, 28

معلوم أن الوسط الحسابي والوسيط والمنوال مقياس نزع مركزي تصف مركز البيانات بطرائق مختلفة، إلا أنها لا تقدم أي معلومة حول تشتت البيانات وتباُعدها. ولقياس مقدار تشتت البيانات وتباُعدها نستعمل المدى (range) وهو يساوي الفرق بين أكبر قيم البيانات وأصغرها. وتدل القيمة الكبيرة للمدى على أن البيانات متباعدة، أما القيمة الصغيرة له فتدل على أن البيانات قريبة من بعضها بعضًا.



مثال 2: من الحياة

الأربعاء	الثلاثاء
4.8 3.8 2.7	4.6 3.8 2.9
4.2 1.9 3.1	3.9 3.5 3.3
3.1 3.9	2.9 4.1

يبين الجدول المجاور كتل الأطفال الذين وُلدوا في أحد المستشفيات يومي الثلاثاء والأربعاء بالكيلوغرام. أجد مدى كتل المواليد في كل يوم، ثم أحدد اليوم الذي كانت فيه كتل المواليد أكثر تجانسًا.

الثلاثاء: أكبر قيم البيانات هي 4.6، وأصغر القيم هي 2.9، إذن، المدى هو: $4.6 - 2.9 = 1.7$
الأربعاء: أكبر قيم البيانات هي 4.8، وأصغر القيم هي 1.9، إذن، المدى هو: $4.8 - 1.9 = 2.9$
إذن، كتل الأطفال الذين وُلدوا يوم الثلاثاء أكثر تجانسًا؛ لأن قيمة المدى لكتلتهم أقل.

المحل الأول	المحل الثاني
88 44 55	78 45 50
23 40 140	95 65 61
50 35	40 75

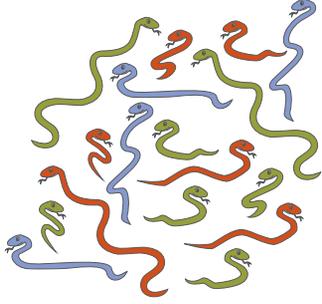
تحقق من فهمي:

يبين الجدول المجاور أسعار عبوات عطور بالدينار في محلين مختلفين. أجد مدى أسعار عبوات العطور في كل محل، ثم أحدد المحل الذي فيه أسعار عبوات العطور أكثر تجانسًا.

الوحدة 8

في بعض الأحيان يكون استخدام أحد المقاييس مناسباً أكثر من استخدام المقاييس الأخرى، وذلك بحسب نوع البيانات (عددية أو نوعية) أو بحسب تباعدها واحتوائها على قيم متطرفة.

مثال 3



أحدّد ما إذا كان يجب استعمال الوسط الحسابي أو الوسيط أو المنوال أو المدى في كلِّ من المواقف الآتية:

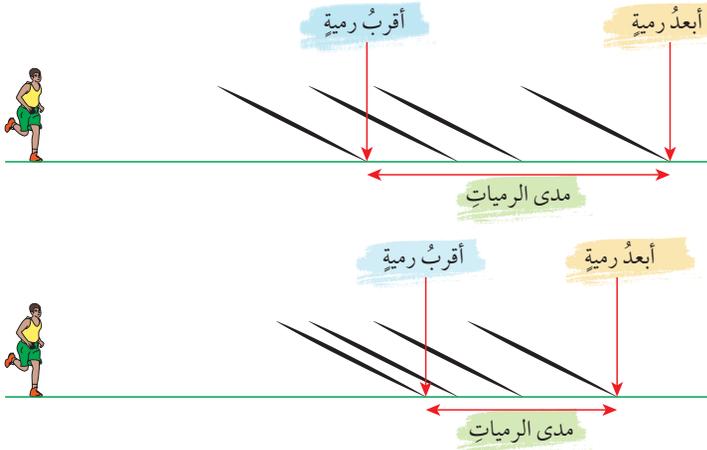
1 تحديد لون الأفاعي السامة الأكثر شيوعاً:

ألوان الأفاعي بيانات نوعية، لذلك لا يمكن وصفها باستعمال الوسط الحسابي أو الوسيط أو المدى. إذن، المقياس الوحيد الذي يمكن استعماله لوصف هذه البيانات هو المنوال. منوال هذه البيانات هو اللون الأخضر؛ لأنه الأكثر تكراراً.

2 تحديد الرياضي الذي رمياته أكثر تجانساً

في لعبة رمي الرمح:

الرميات القريبة من بعضها بعضاً هي الأكثر تجانساً. استعمل المدى لأحدّد مقدار تباعد الرميات.



3 وصف مركز القيم في الشكل الآتي والتي تمثل رواتب عشرة موظفين، أحدهم مدير:



تحتوي البيانات قيمة متطرفة إلى أقصى اليمين، ويبدو أنها راتب المدير. إذن، استعمال الوسيط أنسب في هذه الحالة من استعمال الوسط الحسابي؛ لأنه لا يتأثر بالقيم المتطرفة.

أنعلم

يمكن استعمال كلمة المتوسط للدلالة على مقياس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، والوسيط، والمنوال).

أتحقّق من فهمي:

4 تريد مريم أن تعرف متوسط لون العيون في صفّها.

5 يريد ريان إيجاد مركز القيمة الآتية التي تمثل درجات زملائه في امتحان مادة العلوم:

15 18 15 12 15 17 14 15 15

طقس: قاست شروق كمية هطل الأمطار في حديقة منزلها خلال 14 يوماً من شهر كانون الأول، وسجلت القيم كما يأتي:

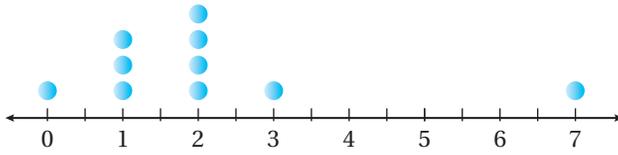
1.5 cm	3.9 cm	0.0 cm	0.7 cm	0.0 cm
5.9 cm	2.4 cm	3.4 cm	4.7 cm	0.0 cm
2.1 cm	4.5 cm	1.7 cm	3.1 cm	

أجد:

- 1 الوسيط 2 الوسط الحسابي 3 المنوال 4 المدى

أسرة: سألت أسماء بعض طالبات صفها عن عدد إخوانهن، ثم مثلت الإجابات كما في الشكل أدناه. أجد الوسيط والوسط الحسابي، ثم أحدد أيهما أفضل لوصف مركز هذه البيانات.

عدد الأخوة الذكور



عبدالله وكنان سباحان يتنافسان دائماً في البطولات، ويبيّن الجدول الآتي ملخصاً للنتائج التي أحرزها في آخر 10 بطولات. بناءً عليه، أكمل الجمل الآتية:

	الوسيط (بالتواني)	المدى (بالتواني)
عبدالله	72.3	3.9
كنان	71.6	7.2

6 أسرع بالمتوسط من

7 النتائج التي يحرزها منسجمة أكثر من النتائج التي يحرزها

أفكر

أيها يتأثر بالقيم المتطرفة:
الوسط الحسابي، أم
الوسيط؟

الوحدة 8

أحدّد ما إذا كان يجب استعمال الوسط الحسابي أم الوسيط أم المنوال أم المدى في كلٍّ من المواقف الآتية:

8 تريد منار أن تجد مركز القيم الآتية والتي تمثل أعمار 7 من أفراد عائلتها:

12 34 25 18 32 88 5

9 يريد معلم الرياضيات تحديد الدرجة التي نصف درجات الطلبة أقل منها.

أجد القيم الممكنة جميعها للعدد المجهول على البطاقة السابعة في كلٍّ من الحالات الآتية:

13	12	18	16
17	10	?	

10 إذا كان وسيط الأعداد السبعة يساوي 14

11 إذا كان وسيط الأعداد السبعة يساوي 16

12 إذا كان وسيط الأعداد السبعة يساوي 13 والمدى يساوي 9

مهارات التفكير العليا

إرشاد

ألاحظ أنّ عدد البيانات زوجي؛ لذا، فإنّ الوسيط يساوي الوسط الحسابي للعددين الأوسطين.

13 **تبرير:** إذا كان الوسيط للقيم المرتبة تصاعدياً 2, 3, Δ , \square , 8, 12، فأجد القيم الممكنة جميعها لكلٍّ من Δ و \square .

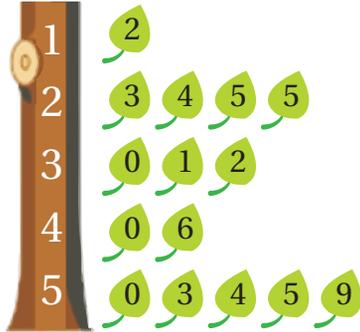
14 **مسألة مفتوحة:** أكتب مجموعة أعداد وسطها الحسابي 28، ووسيطها 29، ومداها 18.

15 **مسألة مفتوحة:** أصف موقفاً حياتياً لا يكون فيه استعمال الوسط الحسابي مناسباً لوصف مركز البيانات، ثمّ أحدد المقياس الأنسب لوصف هذه البيانات.

16 **مسألة مفتوحة:** أكتب مثلاً لبيانات يكون فيها الوسط الحسابي يساوي الوسيط ويساوي قيمة المنوال.

17 **أكتب** كيف أحدد المقياس الأنسب لوصف البيانات؟

الدرس 3 التمثيل بالساق والورقة



أستكشف

رسمت رشا الصورة المجاورة
وقالت لزميلاتها: إنَّ فيها 15 عددًا
مِنْ منزلتين. ماهذه الأعداد؟

فكرة الدرس

أمثل البيانات بمخطط الساق
والورقة وأختبر صحة فرضية
بالاعتماد على بيانات مُعطاة.

المصطلحات

مخطط الساق والورقة، الفرضية.

مخطط الساق والورقة (stem-and-leaf diagram) هو طريقة لتنظيم البيانات تقسم فيها كل قيمة في البيانات إلى جزأين هما: الساق وهو الرقم (أو الأرقام) الذي في المنزلة الكبرى، والورقة وهي الأرقام الأخرى.

15, 16, 21, 23, 23, 26, 26, 30, 32, 41

الساق	الورقة
1	5 6
2	1 3 3 6 6
3	0 2
4	1

طريقة تمثيل
العدد 32



مثال 1: من الحياة

تمثل الأعداد الآتية كتل عدد من طلبة الصف التاسع. أمثل الكتل باستعمال مخطط

الساق والورقة:

46	52	71	67	55	72	63	60	48	54
49	61	56	58	52	64	48	45	65	57

أجد أكبر وأصغر عدد في البيانات، ثم أحدد الرقم الذي في المنزلة الكبرى لكل منهما:

أكبر عدد 72، والرقم الذي في منزلته الكبرى 7، وأصغر عدد 45، والرقم الذي في منزلته الكبرى 4

الساق	الورقة
4	
5	
6	
7	

أرسم خطأ رأسيًا وآخر أفقيًا، وأكتب كلمتي (الساق) و(الورقة) كما في

الشكل المجاور، ثم أكتب السيقان من 4 إلى 7

الوحدة 8

الساق	الورقة
4	6 8 9 8 5
5	2 5 4 6 8 2 7
6	7 3 0 1 4 5
7	1 2

الخطوة 3 أكتب الأوراق المناظرة لكل ساق على الجانب الأيمن من الخط، فمثلاً للعدد 46 أكتب الرقم 6 إلى يمين الرقم 4. أكرّر الورقة بعدد مرات ظهورها في البيانات.

الساق	الورقة
4	5 6 8 8 9
5	2 2 4 5 6 7 8
6	0 1 3 4 5 7
7	1 2

الخطوة 4 أرتب الأوراق تصاعدياً، ثم أضع مفتاحاً يوضح كيف تُقرأ البيانات.

المفتاح: $4|5 = 45$

أنحقق من فهمي:



تمثل الأعداد الآتية أطوال 16 طفلاً زاروا طبيب الأطفال في أحد الأيام، أمثل البيانات باستعمال مخطط الساق والورقة:

58 cm 67 cm 91 cm 50 cm 72 cm 49 cm 61 cm 86 cm

72 cm 83 cm 97 cm 45 cm 70 cm 99 cm 57 cm 63 cm

عند تمثيل البيانات بمخطط الساق والورقة فإنه يمكن تفسيرها ووصف توزيعها، ويمكن أيضاً إيجاد الوسيط والمنوال لها بسهولة؛ لأنها مرتبة تصاعدياً.

الساق	الورقة
0	1 5
1	0 3 7
2	5 7
3	0 1 2 2 3 3 5 7 9 9
4	5 7
6	3 8 9

المفتاح: $0|1 = 1$

مثال 2

يمثل مخطط الساق والورقة المجاور أعمار ركاب حافلة سياحية:

1 ما عدد الركاب الذين تقل أعمارهم عن 30 سنة؟

الساق	الورقة
0	1 5
1	0 3 7
2	5 7
3	0 1 2 2 3 3 5 7 9 9
4	5 7
6	3 8 9

تمثل قيم الساق 0 و 1 و 2 الأعمار الأقل من 30، وعدد الأوراق التي تقابلها يساوي 7، إذن، عدد الركاب الذين يقل عمرهم عن 30 سنة يساوي 7

الساق	الورقة
0	1 5
1	0 3 7
2	5 7
3	0 1 2 2 3 3 5 7 9 9
4	5 7
6	3 8 9

أجد المدى.

أكبر قيم البيانات 69، وأصغر القيم 1

$$\text{المدى} = 69 - 1 = 68$$

أتحقق من فهمي:

يمثل مخطط الساق والورقة المجاور عدد النقاط التي أحرزها فريق كرة السلة المدرسي في عدد من المباريات:

الساق	الورقة
0	2
1	2 2 3 5 8
2	0 0 1 1 3 4 6 6 6 8 9
3	0 0 1

المفتاح: $1|2 = 12$

ما عدد المباريات التي أحرز فيها الفريق أكثر من 20 نقطة؟

أجد المدى.

أجد الوسيط.

أصف توزيع عدد النقاط التي أحرزها الفريق.

الفرضية (hypothesis) هي توقع حول ظاهرة معينة نريد أن نختبر صحتها بجمع بيانات مناسبة، وتمثيلها، وتحليلها، ثم كتابة استنتاجات بالاعتماد على البيانات.

اختبار الفرضيات

مفهوم أساسي

عند دراسة ظاهرة ما فإننا عادة نتبع الخطوات الأربعة الآتية:

الخطوة (1): نضع فرضية حول الظاهرة.

الخطوة (2): نجمع بيانات مناسبة.

الخطوة (3): نمثل البيانات تمثيلاً واضحاً، ونجري الحسابات (مثلاً: نحسب الوسط الحسابي أو المدى).

الخطوة (4): نكتب استنتاجات من خلالها نقبل الفرضية أو نرفضها.

مثال 3: من الحياة

كرة قدم: يريد مدرب فريق كرة قدم أن يستقصي اللياقة البدنية للاعبين في فريقه، فوضع الفرضية الآتية:

يمكن لأقل من نصف اللاعبين أن يقطعوا المسافة حول الملعب ركضاً في أقل من 60 ثانية.

الوحدة 8

السائق	الورقة
4	5 6 7 8 9 9
5	0 1 2 2 4 5 6 7 8 9 9
6	1 1 2 3 3 3 4 5 5 6 7 8
7	0 2 5

المفتاح: $4|5 = 45$

جمع المدرب بيانات بتسجيل الزمن الذي استغرقه كل لاعب ليقطع المسافة حول الملعب ركضاً، ومثلها في مخطط السائق والورقة المجاور. بناءً على هذه البيانات، هل الفرضية التي وضعها المدرب صحيحة؟

عدد اللاعبين يساوي 32، قطع 17 منهم المسافة في أقل من 60 ثانية، وهذا العدد أكبر من نصف عدد اللاعبين. إذن، أكثر من نصف عدد اللاعبين استطاع أن يقطع المسافة في زمن أقل من 60 ثانية؛ لذا، فإن الفرضية التي وضعها المدرب ليست صحيحة.

أتحقق من فهمي:



أكتب استنتاجاً حول صحة الفرضية الآتية اعتماداً على البيانات:

أقل من ربع اللاعبين يحتاجون إلى 70 ثانية على الأقل ليقطعوا المسافة حول الملعب ركضاً.

أُتدرب



وأحل المسائل

السائق	الورقة
7	5 9
8	0 2 6 7 7
9	1 7 8
10	2 6

المفتاح: $8|2 = 82$

1 أكتب جميع الأعداد الممثلة في مخطط السائق والورقة المجاور.

أمثل كل مجموعة بيانات مما يأتي باستعمال مخطط السائق والورقة:

2	56	57	59	61	64	65	67	69
	70	75	77	77	79	81	82	

3	19	21	45	35	53	26	38
	27	36	34	52	35	33	41

4	13.1	12.5	14.7	12.8	13.6	13.4
	15.2	12.5	13.4	14.3	14.8	13.9

إرشاد

أجعل السائق رقمين والورقة رقم واحد.

المفتاح: $14|3 = 14.3$

الورقة	الساق
0	07
1	23559
2	0124567
3	126789
4	135
5	2

المفتاح: $1|2 = 12$

رياضة: جمع سعة معلومات عن عدد الدقائق اليومي التي يقضيها 24 طالباً من طلبة صفه في ممارسة رياضة الجري، ونظم البيانات في مخطط الساق والورقة المجاور. اكتب فرضية حول عدد الدقائق اليومي التي يقضيها الطلبة في ممارسة هذه الرياضة، واختبر صحتها باستعمال البيانات.

5

معلومة

يُفضّل تناول وجبات خفيفة وغير دسمة قبل ممارسة رياضة الجري ولا تحتوي على نسبة عالية من السعرات الحرارية.

وضعت مريم الفرضية الآتية، وتريد أن تختبر صحتها:

وسيط أطوال طالبات الصف العاشر 155 cm

الورقة	الساق
13	69
14	3466
15	22346789
16	0112455678
17	135668
18	2345
19	1

المفتاح: $13|4 = 134$

جمعت مريم بيانات بتسجيل أطوال عينية عشوائية تحتوي على 35 طالبة في الصف العاشر، ثم مثلتها في مخطط الساق والورقة المجاور. بناءً على هذه البيانات، هل الفرضية التي وضعتها مريم صحيحة؟

6

معلومة

يبلغ طول أطول حشرة في العالم 62.4 cm، وقد اكتشفت في غابات الصين.



الورقة	الساق
1	25689
2	135678
3	11235679
4	155567
5	04558

المفتاح: $1|2 = 1.2 \text{ cm}$

حشرات: يبين مخطط الساق والورقة المجاور أطوال 30 حشرة.

ما عدد الحشرات التي طولها 4.5 cm؟

ما نسبة الحشرات التي طولها أكبر من 3.8 cm؟

ما مدى أطوال الحشرات؟

أجد المنوال لأطوال الحشرات.

أجد الوسيط لأطوال الحشرات.

7

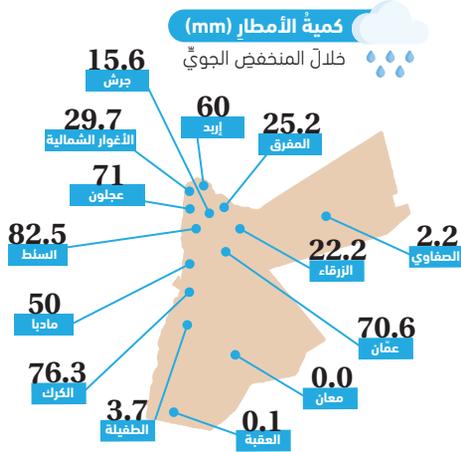
8

9

10

11

الوحدة 8



طقس: تبين الصورة المجاورة كميات الأمطار التي هطلت في مختلف مناطق المملكة بالمليمتير خلال منخفض جوي:

12 أمثل البيانات بمخطط الساق والورقة.

13 أجد الوسيط والمنوال والمدى لكميات الأمطار التي هطلت.

مهارات التفكير العليا

الساق	الورقة
15	2 4
16	0 6 3 9
17	5 8 2 1 0
18	5 7 1 4 8 7
19	6 1 4

14 **أكتشف الخطأ:** رصدت منار أطوال 20 نبتة بالسنتيمتر في حديقتها ومثلتها في مخطط الساق والورقة المجاور. هل مثلت منار أطوال النباتات تمثيلاً صحيحاً؟ أبرر إجابتي.

الساق	الورقة
4	5
5	0 2 6
6	4 5 6 6 8 9
7	0 1 4 7 8
8	
9	2

المفتاح: $4|5 = 45$

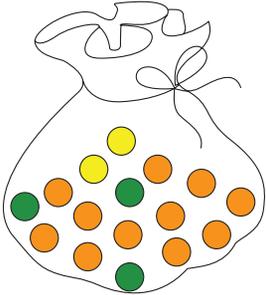
15 **تبرير:** تقدم طلبة الصف السابع لإختباري رياضيات وعلوم، ويبن مخطط الساق والورقة المجاور درجاتهم في اختبار الرياضيات. إذا كان الوسيط الحسابي والمدى لدرجاتهم في اختبار العلوم كما يأتي: الوسيط الحسابي: 68 المدى: 31، فأقارن بين درجات الطلبة في الإختبارين، وأبرر إجابتي.

إرشاد

أجد الوسيط الحسابي والمدى لدرجات الطلبة في اختبار الرياضيات.

16 **أكتب** كيف أجد الوسيط لبيانات ممثلة بمخطط الساق والورقة؟

أستكشف



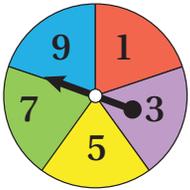
- 1) ما الكسر الذي يمثل الكرات الخضراء في الكيس المجاور؟
- 2) إذا أغمض سميّر عينيّ واختارَ كرةً عشوائياً من الكيس، فما احتمال أن يختارَ كرةً ليست صفراء؟

فكرة الدرس

أحسب احتمالات وقوع الحوادث.

المصطلحات

الفضاء العينيّ، الحادث، احتمال الحادث، الجدول ذو الإتجاهين.



الفضاء العينيّ (sample space) هو مجموعة النواتج المتوقع حدوثها عند إجراء تجربة عشوائية ما. لمؤشّر القرص المجاور خمس نواتج ممكنة، لذلك فإنّ الفضاء العينيّ هو $\{1, 3, 5, 7, 9\}$.

الحادث (event) هو ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، ويُرمز له بأحد الأحرف مثل A .

وا احتمال الحادث (event probability) هو فرصة وقوعه، ويُرمز له بالرمز $P(A)$ ، فإذا كانت نواتج التجربة العشوائية متساوية الاحتمال فإنّ احتمال وقوع أي حادث يساوي نسبة عدد عناصر الحادث إلى عدد النواتج الممكنة جميعها (الفضاء العينيّ).

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحادث}}{\text{عدد عناصر الفضاء العينيّ}}$$

مثال 1



تحتوي الحقيبة المجاورة على كراتٍ متماثلةً بالألوانٍ مختلفةٍ، سُحِبَتْ مِنْهُ كرةً عشوائياً؛ فأجد:

1 احتمال سحب كرة خضراء:

عدد النواتج الممكنة للفضاء العينيّ لهذه التجربة العشوائية يساوي 7، وعدد عناصر هذا الحادث يساوي 1؛ لأنّ الحقيبة تحتوي كرة خضراء واحدة.

$$P(\text{خضراء}) = \frac{1}{7}$$

2 احتمال سحب كرة زرقاء أو حمراء

وعدد عناصر هذا الحادث يساوي 6، لأنّ الحقيبة تحتوي 4 كرات زرقاء، وكرتان حمراوين، ومجموعهما معاً يساوي 6:

$$P(\text{زرقاء أو حمراء}) = \frac{6}{7}$$

الوحدة 8

أتحقق من فهمي:



1 احتمال سحب كرة حمراء.

2 احتمال سحب كرة حمراء أو خضراء.

إنَّ احتمال اختيار العدد 4 عشوائياً من مجموعة الأعداد الآتية يساوي $\frac{1}{10}$ ، ويمكن أن نكتب هذا الاحتمال على الصورة 0.1 أو 10%

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

لكن إذا أردنا أن نحسب احتمال عدم اختيار العدد 4 فإن ذلك يعني احتمال اختيار أحد الأعداد 1, 2, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10 والذي يساوي $\frac{9}{10}$ أو 0.9 أو 90%

1	2	3	4	5
6	7	8	9	10

ألاحظ أن $0.1 + 0.9 = 1$

لذلك فإن $0.9 = 1 - 0.1$

احتمال عدم وقوع الحادث

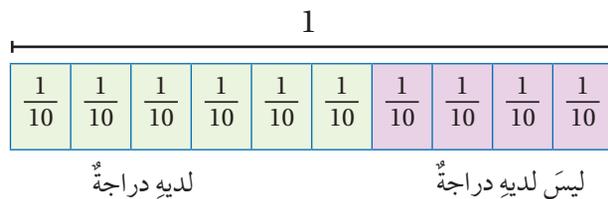
مفهوم أساسي



إذا كان احتمال وقوع الحادث A يساوي $P(A)$ فإن احتمال عدم وقوع الحادث A يساوي $1 - P(A)$.

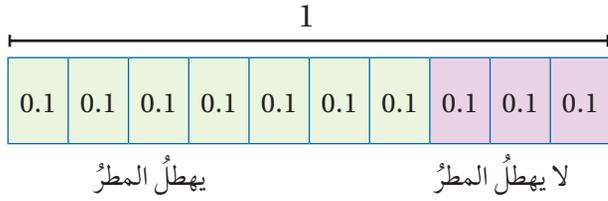
مثال 2

1 إذا كان احتمال اختيار طالب من الصف السابع لديه دراجة هوائية يساوي $\frac{6}{10}$ ، فما احتمال اختيار طالب ليس لديه دراجة هوائية؟



$$\begin{aligned}
 P(\text{ليس لديه دراجة}) &= 1 - P(\text{لديه دراجة}) \\
 &= 1 - \frac{6}{10} \\
 &= \frac{4}{10} \\
 &= \frac{2}{5}
 \end{aligned}$$

2 إذا كان احتمال أن يهطل المطر غدًا يساوي 0.7 ، فما احتمال ألا يهطل المطر غدًا؟



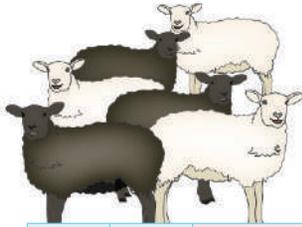
$$\begin{aligned} P(\text{لا يهطل المطر}) &= 1 - P(\text{يهطل المطر}) \\ &= 1 - 0.7 \\ &= 0.3 \end{aligned}$$

✓ **أتحقق من فهمي:**

3 إذا كان احتمال خسارة الفريق المباراة 0.4 ، فما احتمال ألا يخسر الفريق المباراة؟

4 إذا كان احتمال اختيار طالبة من الصف السابع ترتدي نظارة يساوي $\frac{1}{9}$ ، فما احتمال اختيار طالبة لا ترتدي نظارة؟

الجدول ذو الاتجاهين (two-way table) هو جدول تكراري يعرض بيانات تنتمي إلى فئتين بينهما عناصر مشتركة، بحيث تظهر الفئة الأولى في صفوفه والفئة الثانية في أعمده.



	أبيض	أسود	المجموع
أنثى			
ذكر			
المجموع			18

مثال 3

لدى مزارع 18 خروفاً مقسمةً كما يأتي:

9 ذكور 10 سواداً 5 إناث بيضاء

أنظّم هذه البيانات في جدول ذي اتجاهين.

يجب أن يظهر الجدول ما إذا كان الخروف ذكراً أو أنثى، وإن كان أسوداً أم أبيض.

لذلك يمكن أن أستخدم صفّاً للذكور و صفّاً آخر للإناث، وأن أستخدم عموداً

للخراف البيضاء وعموداً آخر للخراف السوداء. وأحتاج إلى صف وعمود

إضافيين لأكتب فيهما المجموع.

يمكنني الآن أن أكتب في الجدول البيانات المُعطاة في السؤال.

	أبيض	أسود	المجموع
أنثى	5		
ذكر			9
المجموع		10	18

	أبيض	أسود	المجموع
أنثى	5	4	9
ذكر	3	6	9
المجموع	8	10	18

أستعمل المجموع الكلي للخراف لإيجاد القيم المجهولة.

الوحدة 8

أتحقق من فهمي:



لدى أماني 32 بطاقةً مقسّمةً كما يأتي:

15 خضراء 18 مستطيلة 5 حمراء مربعة

أنظّم هذه البيانات في جدولٍ ذي اتجاهين.

تُستعمل الجدول ذات الاتجاهين كثيرًا في حساب الاحتمالات.

مثال 4

سُئِلَ 60 طفلًا عن اللون المفضّل لهم، ونظّمت إجاباتهم في الجدول المجاور:

	أخضر	أحمر	أزرق
ولد	8	8	12
بنت	8	16	8

1 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًا، فما احتمال أن يكون ولدًا يفضّل اللون الأزرق؟

عددُ الأولاد الذين يفضّلون اللون الأزرق يساوي 12، ومجموع عدد الأطفال الذين سُئِلوا يساوي 60 ولايجاد الاحتمال أقسم 12 على 60

$$P(\text{ولد يفضّل اللون الأزرق}) = \frac{\text{عددُ الأولاد الذين يفضّلون اللون الأزرق}}{\text{العدد الكلي للأطفال}} = \frac{12}{60} = \frac{1}{5}$$

2 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائيًا، فما احتمال أن يكون طفلًا يفضّل اللون الأزرق؟

عددُ الأطفال الذين يفضّلون اللون الأزرق يساوي 12+8، ولايجاد الاحتمال، أقسم هذا العدد على عدد الطلبة جميعهم.

	أخضر	أحمر	أزرق
ولد	8	8	12
بنت	8	16	8

$$P(\text{طفل يفضّل اللون الأزرق}) = \frac{\text{عددُ الأطفال الذين يفضّلون اللون الأزرق}}{\text{العدد الكلي للأطفال}} = \frac{12 + 8}{60} = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$$

	أخضر	أحمر	أزرق
ولد	8	8	12
بنت	8	16	8

3 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائياً، فما احتمالُ أن يكونَ ولداً؟

عددُ الأولادِ يساوي $12+8+8$ ، ولإيجادِ الاحتمالِ، أقسمُ هذا العددَ على عددِ الطلبةِ جميعِهِمْ.

$$P(\text{طفلٌ ولدٌ}) = \frac{\text{عددُ الأطفالِ الأولادِ}}{\text{العددُ الكليُّ للأطفالِ}}$$

$$= \frac{12 + 8 + 8}{60} = \frac{28}{60} = \frac{7}{15}$$

✓ **أتحقق من فهمي:**

4 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائياً، فما احتمالُ أن تكونَ بنتاً تفضلُ اللونَ الأخضرَ؟

5 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائياً، فما احتمالُ أن يكونَ طفلاً يفضلُ اللونَ الأحمرَ؟

6 إذا اختيرَ طفلٌ عشوائياً، فما احتمالُ ألا تكونَ بنتاً؟



أدارتُ رنيمُ مؤشِّرَ القرصِ المجاورِ المقسَّمِ إلى 4 قطاعِ متطابقةٍ، أجدُ احتمالَ أن يقفَ المؤشِّرُ عند:

1 قطاعٍ لونهُ أخضرٌ.

2 قطاعٍ لونهُ أحمرٌ.

3 قطاعٍ يحملُ عدداً أولياً.

4 قطاعٍ يحملُ عدداً أكبرَ من 3.

5 قطاعٍ لا يحملُ عدداً زوجياً.

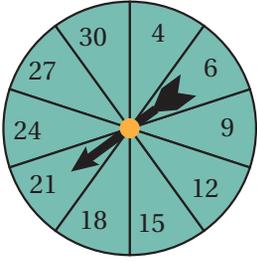
6 إذا كانَ احتمالُ فوزِ فريقِ كرةِ القدمِ الذي تشجعهُ نادياً يساوي $\frac{3}{7}$ ، فما احتمالُ ألا يفوزَ الفريقُ؟

أندرب **وأحل المسائل**

أتذكر

احتمالُ عدمِ وقوعِ الحادثِ
يساوي $1 - P(A)$

الوحدة 8



أدار حسان مؤشّر القرص المُجاوِر المُقسّم إلى 10 قطاعاتٍ مُتطابِقةٍ؛ أجدُ احتمالَ أن يقفَ المؤشّرُ عند:

7 عددٍ من مضاعفاتِ العددِ 3

8 عددٍ يقبلُ القسمةَ على 6

9 عددٍ فرديٍّ

10 عددٍ أكبرَ من 3

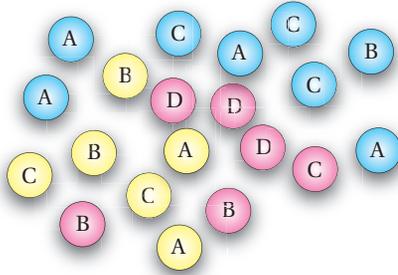
11 عددٍ أكبرَ من 20

12 عددٍ لا يقبلُ القسمةَ على 3

13 إذا كانَ احتمالُ أن تصلَ الحافلةُ في موعدها يساوي $\frac{8}{11}$ ، فما احتمالُ أن تتأخّرَ الحافلةُ؟

أكمل الجدولَ الآتي الذي يُظهرُ أعدادَ الأقراصِ الملونةِ المُجاورةِ لهُ وألوانها:

	أزرقُ	ورديُّ	أصفرُ
A	4		2
B			
C		1	
D	0		



إذا اختيرَ قرصٌ واحدٌ عشوائياً من مجموعةِ الأقراصِ في السؤالِ السابقِ، فأجدُ:

14 احتمالَ اختيارِ حرفِ A مكتوباً على قرصٍ أصفر.

15 احتمالَ اختيارِ قرصٍ أزرق.

16 احتمالَ اختيارِ قرصٍ مكتوبٍ عليه الحرفُ C.

معلومة

الدراسة الطيبة هي ممارسة علمية لها ضوابط محددة تهدف للحصول على معلومات عن مرض معين أو اختبار علاج ما.

اختير 38 شخصاً من محافظتي الزرقاء والعقبة للمشاركة في دراسة طبية، وكان توزيعهم كما يأتي، أنظّم هذه البيانات في جدول ذي اتجاهين، ثم أستعمله للإجابة عن الأسئلة الآتية:

18 شخصاً من محافظة الزرقاء منهم 7 رجال.

8 نساء من محافظة العقبة.

17 ما عدد الأشخاص الذين شاركوا في الدراسة من محافظة العقبة؟

18 ما عدد الرجال الذين شاركوا في الدراسة؟

19 ما عدد الرجال الذين شاركوا في الدراسة من محافظة العقبة؟

	برتقال	فراولة	شوكولاته
مغلقة	3	4	2
غير مغلقة	8	3	5

تبرير: يبين الجدول المجاور عدد قطع الحلوى المغلقة وغير المغلقة التي اشترتها فدوى، وهي بثلاث نكهات مختلفة، إذا اختارت فدوى قطعة حلوى عشوائياً، فأكمل الجمل الآتية بما يناسبها مبرراً إجابتي:

20 احتمال أن تكون قطعة الحلوى التي اختيرت مغلقة وبنكهة البرتقال يساوي

21 احتمال أن تكون قطعة الحلوى التي اختيرت غير مغلقة وبنكهة الشوكولاته يساوي

22 احتمال أن تكون قطعة الحلوى التي اختيرت بنكهة الفراولة يساوي

23 يساوي 16%

24 أو يساوي 48%

25 **أكتب** ما الفرق بين الحادث واحتمال الحادث؟

أستكشف:

نشاط: أرمي قطعة نقدية 20 مرة، وأسجل النتائج التي أحصل عليها في الجدول المجاور.

(1) أجد الفرق بين عدد مرّات ظهور الكتابة وعدد مرّات ظهور الصورة.

(2) أعيد التجربة، ولكن برمي القطعة النقدية 100 مرة، ثمّ أجيب عن السؤال 1 مرة أخرى. ماذا ألاحظ؟



فكرة الدرس

أجد الاحتمال التجريبي لوقوع حادث.

المصطلحات

الاحتمال النظري،
الاحتمال التجريبي.

تعلمت في الدرس السابق كيفية إيجاد احتمال وقوع حادث، وذلك بإيجاد نسبة عدد عناصر حادث إلى عدد النواتج الممكنة جميعها، وهو ما يُسمى **الاحتمال النظري** (theoretical probability)، أمّا **الاحتمال التجريبي** (experimental probability) لحادث ما فهو تقديرٌ لاحتمال النظري بالاعتماد على عدد مرّات وقوع الحادث عند إجراء التجربة عدّة مرّات.

الاحتمال التجريبي

مفهوم أساسي

• **بالكلمات:** الاحتمال التجريبي هو الاحتمال الذي يعتمد على عدد مرّات تكرار التجربة.

$$P(A) = \frac{\text{عدد مرّات وقوع الحادث}}{\text{عدد مرّات إجراء التجربة}}$$

مثال 1



الرقم	1	2	3	4	5	6
التكرار	7	8	2	3	6	4

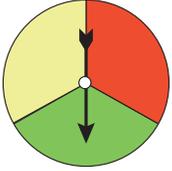
ألقت نور حجر النرد المجاور 30 مرة، وسجّلت الرقم الظاهر على الوجه العلوي، فكانت النتائج كما في الجدول المجاور:

1 أجد الاحتمال التجريبي لظهور الرقم 4.

$$P(A) = \frac{\text{عدد مرّات ظهور الرقم 4}}{\text{عدد مرّات إجراء التجربة}} = \frac{3}{7+8+2+3+6+4} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$$

2 أجدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لظهورِ عددٍ أوليٍّ.

$$P(A) = \frac{\text{عددُ مرّاتِ ظهورِ عددٍ أوليٍّ}}{\text{عددُ مرّاتِ إجراءِ التجربة}} \\ = \frac{8 + 2 + 6}{30} \\ = \frac{16}{30} = \frac{8}{15}$$



اللون	أحمر	أصفر	أخضر
التكرار	2	5	3

✓ **أتحقّق من فهمي:**

دورٌ ليثٌ مؤشّر القرصِ المجاورِ 10 مرّاتٍ، فكانتِ النتائجُ كما في الجدولِ الآتي:

3 أجدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لتوقّف المؤشّرِ عندَ اللونِ الأخضرِ.

4 أجدُ الاحتمالَ التجريبيَّ لتوقّف المؤشّرِ عندَ اللونِ الأصفرِ.

يمكنُ التنبؤُ ما إذا كانتِ الأداةُ المستخدمةُ في التجربة العشوائية عادلةً أم لا بمقارنةِ قيمِ الاحتمالِ التجريبيِّ بقيمِ الاحتمالِ النظريِّ المقابلةِ لها.

مثال 2

ألقي كلٌّ من ريمٍ ورائدٍ حجرَ نردٍ 100 مرةً، فكانتِ النتائجُ كما في الجدولين أدناه:

		رائد					
الرقم	التكرار	1	2	3	4	5	6
		18	18	15	17	17	15

		ريم					
الرقم	التكرار	1	2	3	4	5	6
		5	10	20	10	30	25

1 أقرنُ بينَ قيمِ الاحتمالِ النظريِّ وقيمِ الاحتمالِ التجريبيِّ لتجربةِ كلِّ من ريمٍ ورائدٍ.

1 **الخطوةُ** أجدُ الاحتمالَ النظريَّ لظهورِ كلِّ رقمٍ على حجرِ النردِ:

$$P(1) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(2) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(3) = \frac{1}{6} = 0.17,$$

$$P(4) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(5) = \frac{1}{6} = 0.17, \quad P(6) = \frac{1}{6} = 0.17$$

الوحدة 8

الخطوة 2 أجد الاحتمال التجريبي لظهور كل رقم على حجر النرد:

رائد

$$P(1) = \frac{18}{100} = 0.18, \quad P(2) = \frac{18}{100} = 0.18,$$

$$P(3) = \frac{15}{100} = 0.15, \quad P(4) = \frac{17}{100} = 0.17,$$

$$P(5) = \frac{17}{100} = 0.17, \quad P(6) = \frac{15}{100} = 0.15$$

ريم

$$P(1) = \frac{5}{100} = 0.05, \quad P(2) = \frac{10}{100} = 0.1,$$

$$P(3) = \frac{20}{100} = 0.20, \quad P(4) = \frac{10}{100} = 0.1,$$

$$P(5) = \frac{30}{100} = 0.30, \quad P(6) = \frac{25}{100} = 0.25$$

أعلم

قد تكون سطوح حجر النرد الذي استعملته ريم غير منتظمة.



الخطوة 3 أقرن بين الاحتمالات النظرية والتجريبية:

ألاحظ أن قيم الاحتمال التجريبي في تجربة ريم ليست قريبة من قيم الاحتمال النظري المقابلة لها. أما قيم الاحتمال التجريبي في تجربة رائد ف قريبة من قيم الاحتمال النظري المقابلة لها.

2 أي منهما قد يكون استعمل حجر نرد عادلاً؟ أبرر إجابتي.

قيم الاحتمال النظري قريبة من قيم الاحتمال التجريبي في تجربة رائد؛ لذا، من المتوقع أن تكون حجر النرد التي استخدمها رائد عادلاً.

أتحقق من فهمي:



يحتوي قرص دوار أربعة أقسام مرقمة من 1 إلى 4، وعند تسجيل الرقم الذي يستقر عنده المؤشر كانت النتائج كما في الجدول المجاور. هل القرص مقسم إلى أقسام متساوية؟ أبرر إجابتي.

الرقم	1	2	3	4
التكرار	10	10	9	11

يمكننا استعمال الاحتمال التجريبي في مواقف حياتية كثيرة، من أهمها بناء توقعات لأحداث يصعب حساب احتمالات وقوعها نظرياً.

مثال 3: من الحياة



يأخذ خبراء التفثيش في المطارات والموانئ البحرية عينات عشوائية من البضاعة المستوردة لاختبار مدى مطابقتها للمواصفات. فإذا وجد ضابط الجودة في 5 بناطيل عيوباً مصنعية من 200 بنطال في أحد صناديق الشحن، فكَم بنطالاً يُتوقَّع وجود عيبٍ مصنعيٍّ فيه في شحنة تحوي 5000 بنطالٍ؟

أستعمل الاحتمال التجريبي لتوقع عدد البناتيل التي يوجد فيها عيوب مصنعية في الشحنة.

الخطوة 1 أجد الاحتمال التجريبي:

$$P(A) = \frac{\text{عدد مرّات وقوع الحادث}}{\text{عدد مرّات إجراء التجربة}} \\ = \frac{5}{200} = \frac{1}{40}$$

الخطوة 2 أضرب الاحتمال التجريبي لوجود بناطيل فيها عيوب مصنعية في عدد البناتيل التي تحويها الشحنة:

$$\frac{1}{40} \times 5000 = 125$$

إذن، يُتوقَّع وجود 125 بنطالاً فيها عيوب مصنعية في الشحنة.

أتحقّق من فهمي:

رُصدت عدد الأيام الماطرة في آخر 12 يوماً من شهر آذار فوجد أنّها يومان. إذا استمر هطل الأمطار بالمعدل نفسه، فكَم يوماً من المتوقع أن يكون ماطرًا في شهر نيسان؟

أندرب

وأحل المسائل

صورة	37
كتابة	63

بيّن الجدول المجاور نتائج رمي قطعة نقدية 100 مرة وتسجيل الوجه العلوي. أجد الاحتمال التجريبي لـ:

1 ظهور صورة.

2 ظهور كتابة.

الوحدة 8

لدى كلٍّ من هاشم وميسون قرصٌ دوَّارٌ يحتوي أربعة أقسامٍ مرقَّمةٍ من 1 إلى 4، أدار كلٌّ منهما قرصه وسجَّل الرقم الذي استقرَّ عنده وسجَّل النتائج في الجدولين الآتيين:

هاشم				
الرقم	1	2	3	4
التكرار	11	14	10	15

ميسون				
الرقم	1	2	3	4
التكرار	33	17	28	22

3 كم مرَّةً أدار كلٌّ منهما قرصه؟

4 أجد الاحتمال التجريبي لتوقف المؤشر عند كل رقم على القرص الدوار.

5 أيٌّ منهما قد يكون قرصه مقسمًا إلى أقسامٍ متساويةٍ؟ أبرِّر إجابتي.

سيارة	دراجة	شاحنة
19	8	8

يبين الجدول المجاور أنواع المركبات وأعدادها التي رصدتها كاميرا مراقبة عند مرورها في أحد الشوارع خلال المدة الزمنية من 5 p.m. حتى 6 p.m.، أستمِل الجدول لإجد الاحتمال التجريبي لـ:

6 مرور سيارة أمام الكاميرا.

7 مرور دراجة أمام الكاميرا.

8 مرور شاحنة أمام الكاميرا.

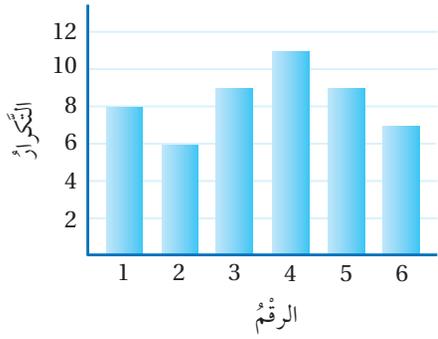
9 **بيض**: فحص تاجر 20 طبق بيض فوجد أن 3 أطباق تحوي بيضًا مكسورًا. كم طبق بيض من المتوقع وجود بيض مكسور فيه من 1000 طبق؟

معلومة

اخترعت في العام 1973 أول كاميرا مراقبة تعمل برفاقية صغيرة.



يبين التمثيل بالأعمدة المجاور نتائج تجربة إلقاء حجر نرد وتسجيل الرقم الظاهر على وجهه العلوي، أجد الاحتمال التجريبي لـ:



10 ظهور الرقم 6

11 عدم ظهور الرقم 1

12 ظهور رقم أقل من 3

13 ظهور الرقمين 2 أو 4

إرشاد

أجد أولاً عدد مرات إلقاء حجر النرد، مستعيناً بالتمثيل البياني.

مهارات التفكير العليا

فوز	تعادل	خسارة
36	25	19

تبرير: سجل يوسف عدد مرات فوز وخسارة وتعادل فريق كرة السلة الذي يشجعه في موسم واحد في الجدول المجاور:

14 أجد الاحتمال التجريبي لفوز الفريق.

15 معتمداً على نتائج الاحتمال التجريبي، هل من المتوقع فوز الفريق في المباراة القادمة؟ أبرر إجابتي.

تبرير: قرص دوار يحتوي أربعة أقسام لكل منها لون مختلف. بين الجدول المجاور نتائج تجربة تدوير مؤشره 200 مرة:

	أحمر	زهري	أزرق	أسود
التكرار	36		72	
الاحتمال التجريبي		0.29	0.36	

16 أكمل الجدول.

17 أي قسمين في القرص من المتوقع أن يكون لهما المقاس نفسه؟ أبرر إجابتي.

إرشاد

أكتب نتائج الاحتمال التجريبي على الصورة العشرية؛ لتسهيل المقارنة.

18 **أكتب** كيف أجد الاحتمال التجريبي لحدث ما؟

اختبار نهاية الوحدة

أختار رمز الإجابة الصحيحة:

1 جمعت رنيم المعلومات الآتية عن عدد الكتب التي قرأتها زميلاتها في العطلة الصيفية:

1	2	5	4	0	2	3	4	0
0	10	8	4	7	3	1	6	4

أي المقاييس الآتية قيمته تساوي 4؟

(a) الوسط الحسابي (b) الوسيط
(c) المنوال (d) المدى

2 الوسط الحسابي لمجموعة القيم

70, 80, 90, 80, 100, 70 يساوي:

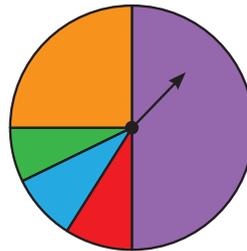
(a) 280 (b) 90
(c) 80 (d) 70

3 مقياس مقدار تشتت البيانات وتباعدها هو:

(a) الوسط الحسابي (b) الوسيط
(c) المدى (d) المنوال

4 إذا دار مؤشر القرص

المجاور 600 مرة، كم مرة تقريباً يتوقع أن يقف على القطاع الأحمر؟



(a) 30 (b) 40
(c) 50 (d) 60

5 يوجد في مدرسة 1200 طالب (ذكور وإناث)، اختيرت عينة من 100 طالب عشوائياً، فكان عدد الذكور فيها 45، أي الأعداد الآتية يمثل عدد الذكور المحتمل في المدرسة؟

(a) 450 (b) 500 (c) 540 (d) 600

يلخص الجدول المجاور أعمار حضور حفلين شعريين بالسنوات:

	الحفل (1)	الحفل (2)
الوسيط	38	37
الوسط الحسابي	38.4	39.2
المدى	64	48

6 أقارن تباعد أعمار حضور الحفلين. أفسر إجابتي.

7 يريد أحمد أن يحدد الحفل الذي حضره أناس أصغر سناً، فما الصعوبات التي سوف تواجهه؟

الساق	الورقة	زراعة: يبين مخطط الساق والورقة المجاور كتل 25 تفاحة رصدت في مختبر زراعي:
9	2 4 5 6	المفتاح: $9 \times 2 = 92 \text{ g}$
10	0 2 4 5 5 8 8	
11	1 1 4 4 4 7	
12	2 3 5 6 8	
13	1 4 9	

8 ما عدد التفاحات التي تقل كتلتها عن 100 g؟

9 ما نسبة التفاحات التي كتلتها بين 120 g و 130 g؟

10 ما كتلة أثقل تفاحة؟

11 ما مدى كتل التفاحات؟

12 أجد المنوال لكتل التفاحات.

13 أجد الوسيط لكتل التفاحات.

اختبار نهاية الوحدة

تدريب على الاختبارات الدولية

22 اختيار من متعدد: إذا كان وسيط القيم

27, 42, □, 29, 56, 48 يساوي 37 والمدى

يساوي 29، فإن القيمة المجهولة هي:

a) 47 b) 37 c) 32 d) 41

تقدم طلبة شعبتين من الصف السابع لاختبار رياضيات،
وفي ما يأتي ملخص لنتائج الطلبة:

السابع (ب)

الوسيط الحسابي: 55

الوسيط: 56

المدى: 48

السابع (أ)

الوسيط الحسابي: 65

الوسيط: 59

المدى: 72

23 إذا كان عدد الطلبة في كل شعبة يساوي 30 طالباً، فأضع

إشارة (✓) في المكان المناسب أمام كل جملة مما يأتي:

درجات طلبة الصف السابع (أ) متباعدة أكثر من

درجات طلبة الصف السابع (ب).

صحيح خطأ

24 درجات طلبة الصف السابع (أ) أعلى من درجات

طلبة الصف السابع (ب).

صحيح خطأ

25 أقل من نصف طلبة الصف السابع (ب) حصلوا على

درجة أعلى من 50.

صحيح خطأ

26 مجموع درجات طلبة الصف السابع (أ) أعلى من

مجموع درجات طلبة الصف السابع (ب).

صحيح خطأ

لدى هاني 20 بنطالاً لبعضها زر من الأمام ولبعضها
الآخر رباط مطاطي، ويبيّن الجدول أدناه أعداد هذه
البنطال وألوانها:

	أزرق	أسود	بني
بنطال له زر من الأمام	3	5	4
بنطال له رباط مطاطي	3	2	3

إذا اختار هاني بنطالاً عشوائياً، فأجد احتمال:

14 اختيار بنطال برباط مطاطي.

15 اختيار بنطال بني برباط مطاطي.

16 اختيار بنطال لونه أسود.

17 اختيار بنطال برباط مطاطي لونه أسود أو بني.

18 اختيار بنطال لونه أسود أو بني.

يبيّن مخطط الساق والورقة أدناه عدد زائري
متحف في 20 يوماً:

الساق	الورقة
20	5 6 8
21	0 1 5 5 8
22	1 3 5 6 7 8 9
23	3 7 8
24	1 4

المفتاح: $20|5 = 205$

19 أجد وسيط عدد الزائرين.

20 أجد المنوال.

21 أجد المدى.