المادة التعليمية للبرنامج العلاجي

المرحلة التحضيرية

للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات

الصف: العاشر الأساسي

منهاجي
متعة التعليم الهادف

المصدر: مادة التعلم المبني على المفاهيم والنتاجات الأساسية لمبحث الرياضيات

ثالثًا: تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟
- العبارةُ التربيعيَّةُ.
- تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

لوحــةٌ مستطيلةُ الشكلِ مِساحتُها بالوحداتِ المربَّعةِ (س^{٢} + ٤ س + ٣). إذا كانَ طولُها (س + ٣) وحدةَ طولٍ؛ فما عرضُها؟ ٩

يُسمّى المقدارُ **أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ٠** ، أ ، ب ، ج أعدادٌ حقيقيَّةٌ؛ **العبارةَ التربيعيَّةَ**.

تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

- أوَّلًا: إذا كانَ معاملُ س^{٢} ، أ = ١
- ثانيًا: إذا كانَ معاملُ س^{٢} ، أ ≠ ١

مثالٌ (١)

أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^{٢}+ ٥س + ٦   ٢) س^{٢} - ١١س + ٢٤   ٣) س^{٢} + ٣ س – ٤

الحلُّ:

١) س^{٢}+ ٥ س + ٦

= (س + ٢) (س + ٣)   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٦، وناتجُ جمعِهما ٥ (هما: ٢ و٣).

٢) س^{٢} - ١١س + ٢٤

= (س – ٣) (س – ٨)   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٢٤، وناتجُ جمعِهما -١١ (هما: -٣، -٨).

٣) س^{٢} + ٣ س – ٤   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما -٤ وناتجُ جمعِهما ٣ (هما: -١، ٤).

- س

= (س – ١) (س + ٤)

+ ٤س

+ ٣س

للتأكّدِ من الحدِّ الأوسطِ؛ نضربُ الحدَّينِ على الطرفينِ والحدَّينِ الأوسطَينِ ونجمعُهُما (- س + ٤ س = ٣ س).

أحاولُ أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^{٢} + ٧ س + ١٢ ٢) س^{٢} - ٨ س + ١٦ ٣) س^{٢} – ٤ س - ٦٠

مثالٌ (٢)

أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) ٣ س^{٢} + ٤ س + ١ ٢) ٢ س^{٢} – ٧ س -٤

الحلُّ:

١) ٣س^{٢}+ ٤ س + ١

+ س

= (٣ س + ١) (س+ ١)

+٣س

تحليلُ ٣ س^{٢} إلى عواملِها وتحليلُ الحدِّ المطلقِ إلى عواملِهِ؛ معَ مراعاةِ إشاراتِ الحدودِ.

أتأكَّدُ منَ التحليلِ؛ بضربِ الحدَّينِ في الطرفَينِ والحدَّينِ الأوسطينِ ثمَّ أجمعُهُما.

٢) ٢ س^{٢} – ٧س -٤

٢س× - ٤

= (٢ س +١)(س – ٤)

١×س

للتأكُّدِ منَ الحدِّ الأوسطِ: (حاصلُ ضربِ الطرفَينِ + حاصلِ ضربِ الوسطَينِ = الحدَّ الأوسطَ).

أحاولُ أُحلِّلُ ما يأتي إلى عواملِهِ:

١) ٢ س^{٢} + ١٠ س + ٨ ٢) ٥ س^{٢} + ٤٥ س + ٧٠

أختبرُ تعلّمي

١) أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي، وأجدُ البطاقةَ الصحيحةَ:

أ) س^{٢} + ١٤س – ٣٢

(س + ٨) (س – ٤)	(س + ٢) (س – ١٦)	(س + ١٦) (س – ٢)	(س + ٨) (س + ٤)

ب) س^{٢} + ١١س + ٢٨

(س + ٧) (س + ٤)	(س + ٢) (س + ١٤)	(س + ١٤) (س + ١٤)	(س + ٤) (س - ٧)

جـ) ٦ س^{٢} – س – ٢

(٢س + ١) (٣س – ٢)	(٢س - ٣) (٢س + ١)	(٢س - ١) (٣س + ٢)	(٦س - ١) (س - ٢)

٢) أجدُ ٣ قِيَمٍ للرمزِ (ك) لتُصبحَ العبارةُ التربيعيَّةُ الآتيةُ قابلةً للتحليلِ إلى العواملِ، ثمَّ أُحلِّلُ كلَّ حالةٍ:

س^{٢} – ٣ س + ك

٣) أكتبُ تعبيرًا جبريًّا يُمثِّلُ محيطَ لوحِ خلايا شمسيَّةٍ مستطيلةِ الشكلِ، مِساحتُها (س^{٢}+٢٤س – ٨١) وحدةً مربَّعةً.

٤) ما قِيَمُ (ك) التي تجعلُ تحليلَ كلٍّ ممّا يأتي صحيحًا:

أ) س^{٢} + ك س – ١٩ = (س - ١٩) (س + ١).

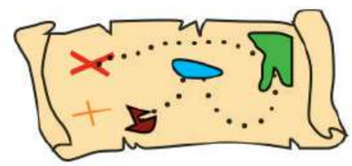
ب) ٢ س^{٢} + ك س - ٢١ = (٢ س – ٣) (س + ٧).

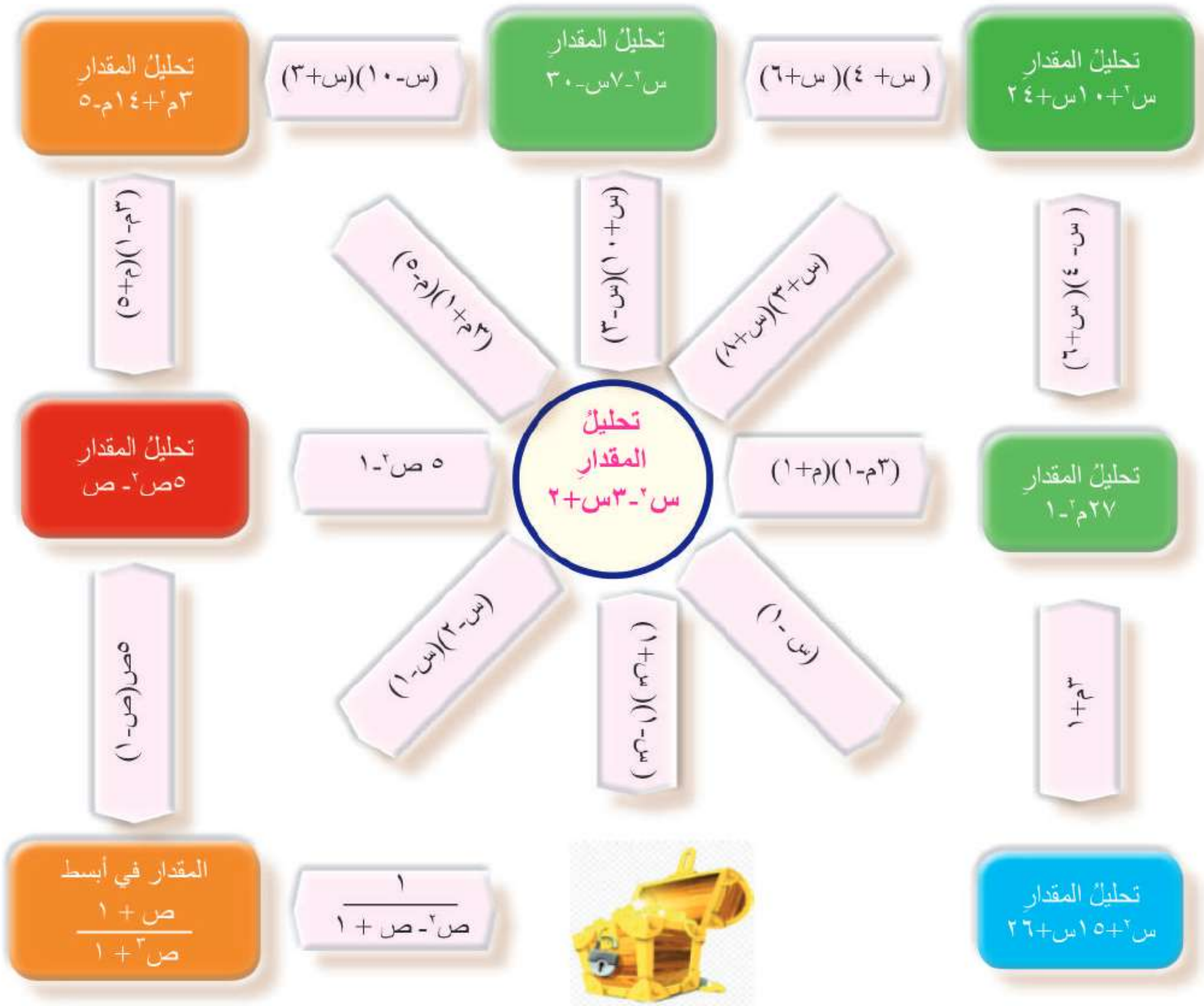
٥) أنا أحدُ عواملِ العبارةِ التربيعيَّةِ ٥ س^{٢}-٢١ س+ ٤، إذا كان أحد العوامل (س–٤)؛ فما العاملُ الآخرُ؟

لعبةٌ

لعبةُ المتاهةِ

لا تنظرْ إلى الخلفِ، ولا تُعدِ الطريقَ مرَّتَينِ.



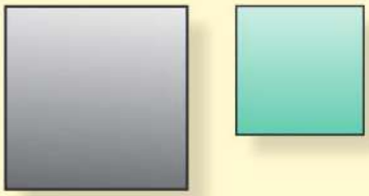


ثانيًا: حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- المعادلةُ التربيعيَّةُ.
- حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- القانونُ العامُّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- مميِّزُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

مربَّعانِ يزيدُ طولُ أحدِهِما على الثاني بالسنتيمتراتِ بمقدارِ ٣، وكانَ مجموعُ مساحتِهِما بالسنتيمتراتِ المربَّعةِ ٢٦٩ ما طولُ ضلعِ كلٍّ منْهُما؟



الصـورةُ العامَّـةُ **للمعادلـةِ التربيعيَّـةِ** بمتغيِّـرٍ واحـدٍ هـيَ: أس^٢ + ب س + جـ =٠: أ، ب، جـ أعـدادٌ حقيقيَّـةٌ أ $\neq$ ٠

أمَّـا **حـلُّ المعادلـةِ** فهـوَ إيجـادُ قِيَـمِ (س) التـي تُحقِّـقُ المعادلـةَ، وتُسمَّـى جـذورَ المعادلـةِ. ويوجـدُ عـدَّةُ طرائـقَ لحـلِّ المعادلـةِ التربيعيَّـةِ.

حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ إلى العواملِ:

خطواتُ حلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ:

١) أكتبُ المعادلةَ التربيعيَّةَ بالصورةِ العامَّةِ أ س^٢ + ب س + جـ = ٠

٢) أُحلِّـلُ المعادلـةَ التربيعيَّـةَ إلـى عواملِهـا الأوَّليَّـةِ؛ بكتابتِهـا علـى شـكلِ حاصـلِ ضـربِ عبارتَيـنِ خطِّيَّتَيـنِ.

٣) أستعملُ الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ.

٤) أحلُّ المعادلتَينِ الخطِّيَّتَينِ التي حصلتُ عليهِما في الخطوةِ السابقةِ.

أتعلَّمُ

إذا كانَ أ، ب عددَيـنِ حقيقيَّيـنِ، وكانَ أ×ب = صفـرًا؛ فـإنَّ أ = صفـرًا أوْ ب = صفـرًا أوْ كلَيْهِمـا يسـاوي صفـرًا.

تُسمّى هذِهِ الخاصِّيَّةُ **الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ**.

مثالٌ (١)

أحلُّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^٢ - ٤ = ٥

٢) س^٢ + ٧ س – ٨ = ٠

الحلُّ:

١) س^٢ – ٤ -٥ = ٠ كتابةُ المعادلةِ بالصورةِ العامَّةِ.

س^٢ – ٩ = ٠

(س – ٣) (س + ٣) = ٠ تحليلُ المعادلةِ باستعمالِ الفرقِ بينَ مربَّعَينِ.

إمّا س – ٣ = ٠ ، ومنهُ س = ٣ استعمالُ الخاصّيَّةِ الصفريَّةِ.

أوْ س + ٣ = ٠ ، ومنهُ س = -٣

إذنْ: مجموعةُ الحلِّ هيَ: {٣ ، -٣}.

٢) س^٢ + ٧ س – ٨ = ٠

(س – ١) (س + ٨) = ٠ البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما (-٨) ومجموعُهُما (+٧).

إمّا س -١ = صفر ، ومنهُ س = ١ باستعمالِ الخاصّيَّةِ الصفريَّةِ.

أوْ س + ٨ = ٠ ، ومنهُ س = -٨

مجموعةُ حلِّ المعادلةِ هيَ: {١ ، -٨}.

أحاولُ أجدُ حلَّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^٢ + ٣ س + ٢ = ٠

٢) س^٢ -٤ س - ٥ = ٠

حلَّ المعادلةِ التربيعيَّةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ:

أتأمَّلُ المعادلاتِ الآتيةَ: ٢س^٢ – ٤ س – ١ = ٠، س^٢ – ٢ س - ١٠ = ٠، س^٢ +٣ س + ٧ = ٠

سأجدُ صعوبةً في حلِّ هذهِ المعادلاتِ بالتحليلِ إلى العواملِ الأوَّليَّةِ؛ لذا، **أستعملُ القانونَ العامَّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.**

أيُّ معادلـةٍ تربيعيَّـةٍ أ $س^2$ + ب س + جـ = ٠، حيثُ أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيـةٌ، أ ≠ ٠، يُمكنُنـي حلُّها باستـعمالِ القانـونِ العـامِّ للمعادلـةِ التربيعيَّـةِ، وهـو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

ويُسـمّى المقـدارُ $ب^2$ - ٤ أ حـ **مميِّزَ المعادلـةِ التربيعيَّـةِ** ويُرمـزُ لـهُ بالرمـز Δ: $ب^2$ - ٤ أ جـ ≤ ٠ (لمـاذا؟)

أُلاحـظُ أنَّ المميِّـزَ يُمكـنُ استـعمالُهُ للكشـفِ عـنْ إمكانيَّـةِ تحليـلِ المعـادلاتِ التربيعيَّـةِ وتحديـدِ عـددِ الحلـولِ الحقيقيَّـةِ (إنْ وجـدتْ).

إذا كانَ:

١) Δ > ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرَينِ حقيقيَّينِ مختلفَينِ.

٢) Δ < ٠ فإنَّهُ لا يوجدُ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذورٌ حقيقيَّةٌ.

٣) Δ = ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرًا حقيقيًّا مكرَّرًا هوَ $س = \frac{-ب}{٢أ}$

مثالٌ (٢)

أجدُ قيمةَ المميِّزِ للمعادلةِ التربيعيَّةِ ٣ $س^2$ ـ ٤ س = - ١٠، ثمَّ أتبيَّنُ إذا كانَ للمعادلةِ حلولٌ حقيقيَّةٌ.

الحلُّ:

٣ $س^2$ ـ ٤ س + ١٠ = ٠	كتابةُ المعادلـةِ بالصورةِ العامَّةِ.
أ = ٣ ، ب = -٤ ، جـ = ١٠	تحديدُ معاملاتِ الحدودِ
Δ = $ب^2$ - ٤ أ جـ	كتابةُ مميِّزِ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
= $(-٤)^2$ ـ ٤ × (٣) × (١٠)	تعويضُ قيَمِ أ ، ب ، جـ.
= ١٦ ـ ١٢٠	
= - ١٠٤ المميِّزُ < ٠	

∴ لا يوجدُ حلولٌ حقيقيَّةٌ للمعادلةِ التربيعيَّة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أحاولُ أجدُ قيمةَ المميِّزِ للمعادلةِ التربيعيَّةِ $٢ س^٢ + ١ + ٣ س = ٠$؛ ثمَّ أتبيَّنُ إذا كانَ للمعادلةِ حلولٌ حقيقيَّةٌ.

مثالٌ (٣)

أجدُ حلَّ المعادلةِ $٢ س^٢ + ٣ س - ٣ = ٠$ باستعمالِ القانونِ العامِّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ.

الحلُّ:

$أ = ٢ ، ب = ٣ ، جـ = -٣$ تحديدُ معاملاتِ الحدودِ.

$\Delta = ب^٢ - ٤ \times أ \times جـ$ كتابةُ مميِّزِ المعادلةِ التربيعيَّةِ.

$= (٣)^٢ - ٤ (٢) (-٣)$ تعويضٌ.

$= ٩ + ٢٤ = ٣٣ > ٠$

إذنْ: يوجدُ للمعادلةِ حلّانِ حقيقيّانِ.

$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^٢ - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$ كتابةُ القانونِ العامِّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.

$س = \frac{-٣ \pm \sqrt{٣٣}}{٤}$ التعويضُ في القانونِ، ثمَّ التبسيطُ.

أحاولُ أجدُ حلَّ المعادلةِ $س^٢ - ٣ س = ٤$ باستعمالِ القانونِ العامِّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ.

حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ على الصورةِ: $(أ س + ب)^٢ = جـ^٢$

مثالٌ (٤)

أجدُ حلَّ المعادلة $(س + ٤)^٢ = ٣^٢$

الحلُّ:

$(س + ٤)^٢ = ٣^٢$

$\sqrt{(س + ٤)^٢} = \sqrt{٣^٢}$ أخذُ الجذرِ التربيعيِّ لطرفَي المعادلةِ.

$س + ٤ = \pm ٣$ تطبيقُ القاعدةِ.

$س + ٤ = ٣$ ، ومنهُ $س = -١$ حلُّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ.

أوْ $س + ٤ = -٣$ ، ومنهُ $س = -٧$

فائدةٌ

$\sqrt{س^٢} = |س|$

إذا كانَ $|س| = أ$؛ حيثُ $أ \geq ٠$ ، فإنَّ:

$س = أ$ أو $س = -أ$

أحاولُ أحلُّ المعادلةَ $(س - ٣)^{٢} - ٤٩ = ٠$

أُفكِّرُ

هلْ للمعادلةِ $س^{٢} = -٤$ حلٌّ؟ لماذا؟

أختبرُ تعلُّمي

١) أحلُّ المعادلاتِ الآتيةَ:

أ) $٤ س^{٢} - ٢٥ = ٠$ ب) $ص^{٢} + ٦ = ٥ ص$

٢) إذا كانتْ $أ س^{٢} + ٤ س + ٣ = ٠$، فأجدُ قيمةَ (أ) التي تجعلُ للمعادلةِ حلًّا وحيدًا.

٣) يُنتجُ مصنعٌ للحديدِ والصلبِ قطعةً على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ أبعادُها بالسنتيمتراتِ: ٤، (س+٢)، (س+٢)، وحجمُها يُساوي ١٠٠ $سم^{٣}$. أجدُ قيمةَ (س).

٤) أحلُّ المعادلةَ $٣ س^{٢} + ٤ س - ١ = ٠$

٥) ما العددُ الحقيقيُّ الذي ينقصُ مربَّعُهُ عنْ خمسةِ أمثالِهِ بمقدارِ ٤؟

٦) حلَّتْ بيانُ المعادلةَ $(س + ١)^{٢} = ١٠٠$ كالآتي:

$(س + ١)^{٢} = ١٠٠$

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ

$س + ١ = ١٠$

$س = ٩$

أُبيِّنُ الخطأَ الذي وقعتْ فيهِ.

أوّلًا: الأُسسُ النسبيَّةُ وقوانينُها

ماذا سأتعلَّمُ؟

- الأُسسُ النسبيَّةُ.
- قوانينُ الأُسسِ.
- تبسيطُ التعابيرِ.

هلْ أنا بارعٌ بلعبِ المكعَّبِ السحريِّ (روبيك)؟

إذا علمتُ أنَّ حجمَ المكعَّبِ السحريِّ المسموحَ بهِ في المباراةِ هوَ ٢٧٠٠٠ مم^٣، فما طولُ ضلعِ هذا المكعَّبِ؟

نشاطٌ أتأمَّلُ البطاقاتِ الآتيةَ، وأملأُ الفراغَ في كلٍّ مِنْها:

$٨^٣$ $٨^{-٣}$ $٨^{\frac{١}{٣}}$

$٨ \times ٨ \times ٨ = \square$

$\frac{١}{٨} \times \frac{١}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$

؟

ألاحظُ أنَّ:

البطاقتَينِ الأولى والثانيةَ، تحتوي على أُسسٍ لأعدادٍ صحيحةٍ وقدْ درستُها سابقًا. ولكنْ، كيفَ سأجدُ الحلَّ في البطاقةِ الثالثةِ؟ ما نوعُ الأُسِّ فيها؟

تُكتَب $(٨)^{\frac{١}{٣}}$ على الصورةِ $\sqrt[٣]{٨}$ ويُسمّى $(\frac{١}{٣})$ **أسًّا نسبيًّا.**

أتعلَّمُ

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$ (إذا كانَ (ن) عددًا زوجيًّا موجبًا، و(س) عددًا حقيقيًّا ليسَ سالبًا).

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$ (إذا كانَ (ن) عددًا فرديًّا موجبًا، و(س) عددًا حقيقيًّا).

مثلُ: $\sqrt[٤]{١٣^٣} = (١٣)^{\frac{٣}{٤}}$

دليلُ الجذرِ — الأُسُّ — الأُسُّ النسبيُّ

مثالٌ (١)

أكتبُ $\sqrt[٣]{(\frac{-١}{٦٤})}$ على صورةِ أُسسٍ نسبيَّةٍ، ثم أجدُ قيمتَها:

الحلُّ: $\sqrt[٣]{(\frac{-١}{٦٤})} = (\frac{-١}{٦٤})^{\frac{١}{٣}} = \frac{-١}{٤}$

أحاولُ أجدُ قيمة كلٍّ منْ: $(٦٢٥)^{\frac{١}{٤}}$ ، $\sqrt[٦]{\frac{٧٢٩}{٦٤}}$

إذا كانَ (س) عددًا حقيقيًّا، وكانَ (م)، (ن) عددَينِ نسبيَّينِ؛ فإنَّ:

$س^م \times س^ن = س^{م+ن}$	$\frac{س^م}{س^ن} = س^{م-ن}$ ، س $\neq$ صفرًا	$(س^م)^ن = (س^ن)^م = س^{ن\times م}$
$(٧)^{\frac{٣}{٢}} \times (٧)^{\frac{١}{٢}} = ٧^{\frac{٣}{٢}+\frac{١}{٢}}$	$\frac{(\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{٨}}{(\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{-٤}}$	$\sqrt{(١١^{٤})^{٣}} = ١١^{٦}$
$٧^{\frac{٤}{٢}} = ٧^{٢} = ٤٩$	$= (\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{١٢}$	$(١١^{١٢})^{\frac{١}{٢}} = ١١^{٦}$

أحاولُ أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

$(٦٤)^{\frac{١}{٢}} \times (٦٤)^{\frac{١}{٦}}$ ، $\frac{(\sqrt{٧} - \sqrt{٣})^{١٨}}{(\sqrt{٧} - \sqrt{٣})^{١٦}}$ ، $\sqrt[٣]{(٦٢)^{-٤}}$

إذا كانَ (س) و(ص) عددَينِ حقيقيَّينِ، حيثُ س $\neq$ ٠، ص $\neq$ ٠، وكانَ (م) عددًا نسبيًّا؛ فإنَّ:

$س^م \times ص^م = (س\times ص)^م$	$\frac{س^م}{ص^م} = \left(\frac{س}{ص}\right)^م$	$س^٠ = ١$	$س^{-م} = \frac{١}{س^م}$	إذا كانَ (م) عددًا طبيعيًّا، و(ن) عددًا نسبيًّا، و(س) عددًا حقيقيًّا موجبًا؛ فإنَّ:
$٢^{\frac{١}{٩}} \times ٧^{\frac{١}{٩}}$	$\left(\frac{-٣٢}{٢٤٣}\right)^{\frac{١}{٥}}$	$س^٨ \div س^٨$	$٦^{-٢} = \frac{١}{٣٦}$	$\sqrt[م]{س^ن} = (\sqrt[م]{س})^ن$
$= (٢\times ٧)^{\frac{١}{٩}} = ١٤^{\frac{١}{٩}}$	$= \frac{-٢}{٣}$	$س^{٨-٨} = س^٠$ $= ١$	$= \frac{١}{٣٦}$	$= (س^ن)^{\frac{١}{م}} = س^{\frac{ن}{م}}$

يمكنُني تبسيطُ العباراتِ التي تتضمَّنُ أُسسًا نسبيَّةً؛ عنْ طريقِ: تحويلِ الأُسسِ السالبةِ إلى موجبةٍ، ثمَّ التبسيطِ باستعمالِ قوانينِ الأُسسِ.

مثالٌ (٢) أجدُ قيمةَ المقدارِ الآتي في أبسطِ صورةٍ: $\left(\sqrt[٩]{\frac{٣^{٢٠} \times ٥^{-٩}}{٣^{١١}}}\right)$

الحلُّ: $\sqrt[٩]{٣^{٢٠-١١} \times ٥^{-٩}} = \sqrt[٩]{٣^{٩} \times ٥^{-٩}}$ تبسيطُ ما داخلَ الجذرِ باستعمالِ قوانينِ الأُسسِ.

$= (٣^{٩} \times ٥^{-٩})^{\frac{١}{٩}}$ تحويلُ الجذرِ إلى أُسٍّ نسبيٍّ.

$= (٣^{\frac{٩}{٩}} \times ٥^{\frac{-٩}{٩}}) = ٣^{١} \times ٥^{-١} = \frac{٣}{٥}$ تغييرُ الأُسِّ السالبِ إلى موجبٍ ($٥^{-١} = \frac{١}{٥}$).

أحاولُ أجدُ قيمةَ المقاديرِ الآتيةِ في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\left(\frac{٤^{٥} \times ٧^{٦}}{٧^{-٤} \times ٤^{-٣}}\right)^{\frac{١}{٢}}$ ب) $\sqrt[٥]{\frac{٨^{٥} \times ٩^{١٥}}{(٢ \times ٤)^{١٠}}}$

أختبرُ تعلُّمي

١) أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $(٢٥)^{\frac{٣}{٢}}$ ب) $(٦٤)^{\frac{-٤}{٣}}$ جـ) $\frac{(٣٢)^{\frac{١}{٣}}}{\sqrt[٣]{٤}}$ د) $(\sqrt[٧]{١٣})^{-٧}$

٢) أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\frac{(\sqrt{١١} - \sqrt{٦})^{-٥}}{(\sqrt{١١} - \sqrt{٦})^{-١٠}}$ ب) $\left(\frac{١}{(\sqrt{٣})^{-٥}}\right)^{٢}$

جـ) $\sqrt{٨^{-٦} \times (٨^{-٤})^{٢}}$ د) $\sqrt[٣]{\frac{(٥ \times ٢)^{٧} \times ٢^{٦}}{١٠^{٣} \times ٨٠}}$

٣) أجابَ رشيدٌ عنْ ورقةِ عملٍ خاصَّةٍ بقوانينِ الأسسِ كالآتي، أُساعدُهُ على الحكمِ على صحَّةِ إجابةِ كلِّ سؤالٍ؛ موضحًا ذلكَ في العمودِ الثاني منَ الجدولِ:

السؤالُ	الإجابةُ (معَ التوضيحِ)
$٤^{٠,٢٥} \times ٤^{٠,٧٥} = ٤$	
$ع^{-٧} \div ع^{١٠} = ع^{٣}$	
$\sqrt[٦]{س^{-٦}} = -س$	
$(-٣ ل^{٣})^{٢} = -٣ ل^{٦}$	
$\sqrt{ص^{-٨} \times (ص^{-٢})^{٣}} = ص^{٧}$	
$\sqrt[٩]{٥} + \sqrt[٩]{٥} = \sqrt[١٠]{٥}$	
$\left(\sqrt[٤]{\frac{٤٥}{١٢٥}}\right)^{٢} = \frac{٣}{٥}$	

مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ مسألةً رياضيَّةً تعتمدُ على الأُسسِ، تُوضِّحُ انتشارَ فيروسِ كورونا.

أمسحُ رمزَ الاستجابةِ السريعةِ المجاورَ؛ لمشاهدةِ الفيديو الذي يشرحُ النموَّ المتسارعَ لفيروسِ كورونا.

أبحثُ عنْ اسمِ العالِمِ المسلمِ الذي يُعدُّ أوَّلَ منْ استعملَ الأُسسَ السالبةَ، وعنْ اسمِ أوَّلِ عالِمٍ استعملَ الأُسسَ النسبيَّةَ في الرياضيّاتِ.

نشاطٌ أُجيبُ عنْ كلِّ سؤالٍ في ما يأتي:

أوَّلًا: المسافةُ بينَ نقطتَينِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

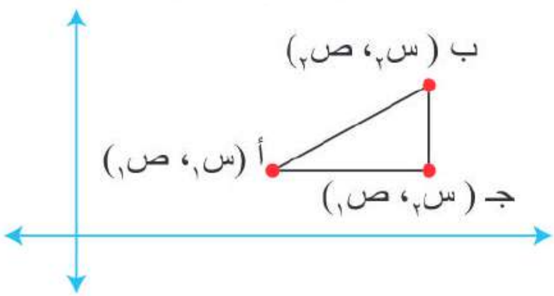
- المسافةُ بينَ نقطتَينِ.

كيفَ يعملُ نظامُ GPS؟

تستطيعُ طائرةُ الإنقاذِ المروحيَّةُ التحليقَ ٩٠٠ كم قبلَ إعادةِ تزويدِها بالوقودِ. إذا كانتْ مهمَّةُ الطائرةِ نقلَ شخصٍ منْ مكَّةَ المكرَّمةِ إلى الرياضِ، وافترضْنا أنَّ المدينةَ المنوَّرةَ هيَ نقطةُ الأصلِ، ومكةَ المكرَّمةَ عندَ النقطةِ (٠، -٤٠٠) والرياضَ عندَ النقطةِ (٨٠٠، ٠)؛ فهلْ يُمكنُ للطائرةِ إكمالُ المهمَّةِ منْ دونِ التزوُّدِ بالوقودِ في أثناءِ الطريقِ؟

نشاطٌ

في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ إحداثيَّا النقطةِ أ (س$_{١}$، ص$_{١}$)، وإحداثيَّا النقطةِ ب (س$_{٢}$، ص$_{٢}$) ، فإنَّ:



طولَ $\overline{\text{ب جـ}}$ = ص$_{٢}$ − ص$_{١}$

وطولَ $\overline{\text{أجـ}}$ = ...

باستعمالِ نظريَّةِ فيثاغورس،

طولُ $\overline{\text{أ ب}}$ = ...

أتعلَّمُ

إذا كانتِ النقطتانِ أ (س$_{١}$، ص$_{١}$)، ب(س$_{٢}$، ص$_{٢}$) نقطتَينِ في المستوى الإحداثيِّ؛ فإنَّ المسافةَ بينَهما هيَ: أ ب = $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$

مثالٌ (١)

أجدُ المسافةَ بينَ النقطتَينِ ل (٣ ، -٣) ، ن (-٢ ، ٩)

س$_{١}$ = ٣ ، ص$_{١}$ = -٣ ، س$_{٢}$ = -٢ ، ص$_{٢}$ = ٩ — تحديدُ الإحداثيِّ السينيِّ والصاديِّ في كلِّ نقطةٍ؛ (المعطياتِ).

المسافةُ بينَ النقطتَينِ ل، ن هيَ طولُ $\overline{\text{ل ن}}$ = $\sqrt{(س_{٢} - س_{١})^{٢} + (ص_{٢} - ص_{١})^{٢}}$ — القانونُ

= $\sqrt{(-٢ - ٣)^{٢} + (٩ - -٣)^{٢}}$ — التعويضُ.

= $\sqrt{(-٥)^{٢} + (١٢)^{٢}}$ — التبسيطُ.

= $\sqrt{٢٥ + ١٤٤}$

= $\sqrt{١٦٩}$ = ١٣ وحدة طولٍ

أحاولُ أجدُ المسافةَ بينَ النقطتَينِ س (-٧ ، ١١) ، ص (٥ ، ٦)

مثالٌ (٢)

أجدُ القِيَمَ الممكنةَ جميعَها للمتغيِّرِ (أ)، إذا علمتُ أنَّ المسافةَ بينَ النقطتين ك(-٥، أ)، ل(٣، ١) تُساوي $\sqrt{٨٩}$ وحدةَ طولٍ.

الحل: س$_١$ = -٥ ، ص$_١$ = أ ، س$_٢$ = ٣ ، ص$_٢$ = ١ — تحديدُ الإحداثيين السينيِّ والصاديِّ في كلِّ نقطةٍ.

المسافة بين النقطتين = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$ — القانونُ.

$\sqrt{٨٩} = \sqrt{(٣ - -٥)^٢ + (١ - أ)^٢}$ — التعويضُ.

$٨٩ = (٨)^٢ + (١ - أ)^٢$ — تربيعُ الطرفينِ للتخلُّصِ منَ الجذورِ.

$٨٩ = ٦٤ + (١ - أ)^٢$ — تبسيطُ المعادلةِ.

$٢٥ = (١ - أ)^٢$ — طرحُ ٦٤ منَ الطرفينِ.

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ: إمّا ١ ــ أ = ٥ ومنها أ = -٤

وإمّا ١ ــ أ = -٥ ومنها أ = ٦

أتعلَّمُ

إذا كانَ | س | = ب،
فإنَّ س = ب ،
أو س = - ب

أحاولُ إذا كانتْ أ ب قطعةً مستقيمةً طولُها ($\sqrt{٤١}$) وحدةَ طولٍ، وكانتْ أ(-١، س)، ب (٤، -٤) ، فما قِيَمُ (س) الممكنةُ؟

أختبرُ تعلُّمي

١) أُحدِّدُ اسمَ البطاقةِ التي تحملُ الإجابةَ الصحيحةَ، للمسافةِ بينَ النقطتَينِ لكلٍّ مِنَ النقاطِ الآتيةِ:

البطاقةُ الصفراءُ	البطاقةُ الزرقاءُ	البطاقةُ الورديَّةُ	البطاقةُ الخضراءُ
٧	٨,٤٩	٩	١٠

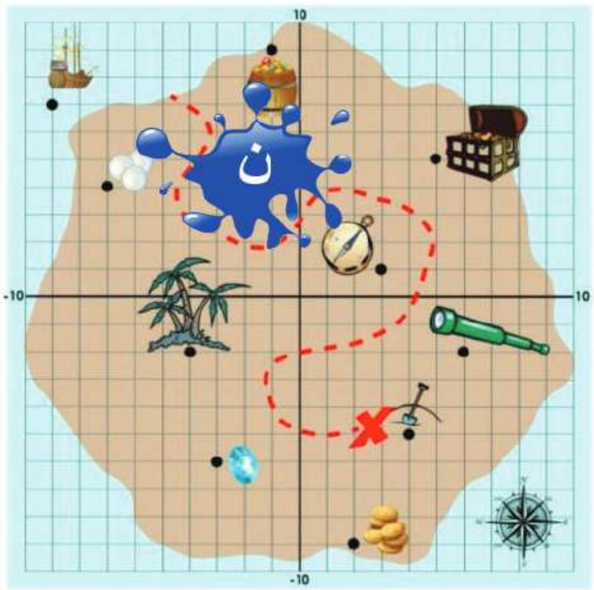
أ) م (٥ ، -٢) ، ن (-١ ، ٦) : ....

ب) س (٣ ، -٢) ، ص (-٣ ، ٤) : ....

جـ) ل (٣ ، ٣) ، ع (-٤ ، ٣) : ....

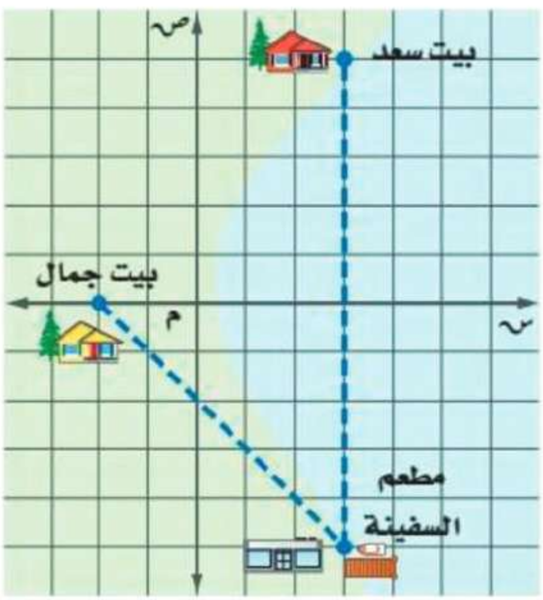
٢) باستعمالِ قانونِ المسافةِ بينَ نقطتَينِ؛ أجدُ طريقةً لتحديدِ إذا كانَ المثلَّثُ أ ب ج قائمَ الزاويةِ أمْ لا:
حيثُ: أ(-٧ ، ٣)، ب(٤ ، ٠)، ج(-٤ ، ٤).

٣) دائرةٌ مركزُها النقطةُ م (٠ ، ٨)، وتمرُّ بالنقطةِ هـ (٨ ، ١٤). ما طولُ قطرِها؟



٤) بينَما كانَ أيهمُ يحسُبُ المسافةَ الأقصرَ ليصلَ إلى الكنزِ، وقعتْ بقعةٌ منَ الحبرِ على إحدى النقاطِ المهمَّةِ، ولمْ يتمكَّنْ منْ تذكُّرِ أحدِ إحداثيّاتِها. أُساعدُ أيهمَ على إيجادِ القيمةِ (القِيَمِ المحتملةِ) لهذِهِ النقطةِ؛ علمًا بأنَّ المسافةَ بينَ النقطتَينِ:
م (أ، ٧)، ن (-٢، ٣) هي ٥ وحداتِ طولٍ.

أُفسّرُ لماذا توجدُ قيمتانِ ممكنتانِ عندَ البحثِ عنِ الإحداثيِّ المجهولِ لنقطةٍ؛ عندَ إعطاءِ إحداثيَّاتِ نقطتَينِ والمسافةِ بينهُما؟



٥) أرادَ سعدٌ وجمالٌ أنْ يلتقيا في مطعمِ السفينةِ، فاستعملَ سعدٌ القاربَ ليصلَ إلى المطعمِ، بينَما استعملَ جمالٌ سيّارتَهُ (أتأمَّلُ الشكلَ المجاورَ).
أ) ما المسافةُ التي قطعَها كلٌّ منهُما ليصلَ إلى المطعمِ؟
ب) مَنْ منهُما كانتْ طريقُهُ أقصرَ منْ حيثُ المسافةُ؟
جـ) كمْ يبعدُ بيتُ سعدٍ عنْ بيتِ جمالٍ؟

٦) أجدُ مِساحةَ الشكلِ الذي يقعُ في المستوى الإحداثيِّ عندَ النقاطِ: ن (٩ ، ٣)، ل (٥ ، ٣)، هـ (٩ ، ٥).
(مساعدة :أحدد النقاط بالمستوى الإحداثي ثم أصل بينها لأعرف الشكل الناتج)

أبحثُ نظرًا لأنَّ الأرضَ ليستْ مسطَّحةً ولأنَّها سطحٌ منحنٍ؛ فهلْ حسابُ المسافةِ باستعمالِ نظامِ تحديدِ المواقعِ العالميِّ (GPS) تُقاس كما تعلَّمتُ اليومَ باستعمالِ المسافةِ بينَ نقطتَينِ على المستوى الإحداثيِّ، أم تُستعملُ طريقةٌ أُخرى؟ أبحثُ عنِ الإجابةِ الصحيحةِ موضِّحًا إجابتي.

ثانيًا: معادلةُ الخطِّ المستقيمِ

ماذا سأتعلّمُ؟

- ميلُ الخطِّ المستقيمِ.
- معادلةُ الخطِّ المستقيمِ.

هلْ مدرستي مُعدّةٌ لدمجِ الطلبةِ ذوي الإعاقةِ؟

منَ الإرشاداتِ الخاصَّةِ التي يُمكنُ اتِّباعُها لدمجِ الطلبةِ ذوي الإعاقةِ في مدارسِنا، توفيرُ السطوحِ المائلةِ لهُم؛ لتسهيلِ حركةِ الكراسي المدولبةِ الخاصَّةِ بِهِم. ويُمكنُ استعمالُ القياساتِ الموصى بِها عالميًّا بارتفاعٍ عموديٍّ مقدارُهُ مترٌ واحدٌ لكلِّ ١٢ مترًا أُفقيًّا للسطوحِ المائلةِ*.

النسبةُ $\left(\frac{١}{١٢}\right)$ تُسمّى ميلَ السطحِ المائلِ وتصفُ شدَّةَ انحدارِهِ.
إذا كانَ الارتفاعُ العموديُّ $\left(\frac{١}{٢}\right)$ م، فما أقلُّ بعدٍ أفقيٍّ مناسبٍ؟ وما ميلُ سطحِهِ؟

أتعلّمُ

ميلُ الخطِّ المستقيمِ الذي يمرُّ بالنقطتَينِ $(س_١ ، ص_١)$، $(س_٢ ، ص_٢)$ = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

$س_١ \neq س_٢$ ، ويُرمزُ للميلِ بالرمزِ (م).

مثالٌ (١)

أجدُ ميلَ الخطِّ المستقيمِ المارِّ بالنقطتَينِ (٣ ، ٥)، (٠ ، -٢).

الحلُّ: $س_١ = ٣$، $ص_١ = ٥$، $س_٢ = ٠$، $ص_٢ = -٢$ المعطياتُ.

$م = \frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ قانونُ ميلِ الخطِّ المستقيمِ.

$= \frac{-٢-٥}{٠-٣} = \frac{-٧}{-٣} = \frac{٧}{٣}$ تعويضٌ.

أحاولُ أجدُ ميلَ الخطِّ المستقيمِ المارِّ بالنقطتَينِ (-٤ ، ٣)، (٨ ، ١٥).

أتعلّمُ

معادلةُ الخطِّ المستقيمِ الذي ميلُهُ (م) ويمرُّ بالنقطةِ أ $(س_١ ، ص_١)$ هيَ:

$ص - ص_١ = م (س - س_١)$.

* https://www.discountramps.com/how-to/mobility/wheelchair-ramp-length/a/B٣٠/

معادلةُ الخطِّ المستقيمِ

الذي يمرُّ بالنقطتَينِ أ $(س_1، ص_1)$، ب $(س_2، ص_2)$.	الذي ميلُهُ (م) ويمرُّ بالنقطةِ أ $(س_1، ص_1)$ هيَ:
أوّلًا: أجدُ الميلَ كما تعلّمتُ سابقًا. ثانيًا: أُعوِّضُ في المعادلةِ: $ص - ص_1 = م(س - س_1)$	$ص - ص_1 = م(س - س_1)$
مثالٌ: أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ الذي يمرُّ بكلٍّ منَ النقطتينِ أ (٢ ، ٤)، ب (-٢ ، ٨).	مثالٌ: أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ الذي ميلُهُ (٥) ويمرُّ بالنقطةِ أ (-٢، ٢).
الحلُّ: ص = ٦ - س	الحلُّ: ص = ٥س + ١٢

مثالٌ (٢)

أكتبُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ، في كلِّ حالةٍ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

أ) ميلُهُ ٤ ويمرُّ بالنقطة (٣ ، -٥). ب) يمرُّ بالنقطتَينِ أ (١، ٧)، ب (٤ ، -٢).

الحلُّ: أ) $م = ٤$، $س_1 = ٣$، $ص_1 = -٥$ المعطياتُ.

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$ معادلةُ الخطِّ المستقيمِ.

$ص - (-٥) = ٤ (س - ٣)$ تعويضٌ.

$ص + ٥ = ٤ س - ١٢$ تبسيطٌ

$ص = ٤ س - ١٧$

ب) $س_1 = ١$ ، $ص_1 = ٧$ ، $س_2 = ٤$ ، $ص_2 = -٢$ المعطياتُ.

$م = \frac{ص_2 - ص_1}{س_2 - س_1} = \frac{-٢-٧}{٤-١} = \frac{-٩}{٣} = -٣$ قانونٌ، تعويضٌ، تبسيطٌ.

$ص - ص_1 = م(س - س_1)$ معادلةُ الخطِّ المستقيمِ.

$ص - (٧) = -٣ (س - ١)$ تعويضٌ (يجوزُ استعمالُ النقطةِ (ب) بالتعويض).

$ص - ٧ = -٣ س + ٣$ تبسيطٌ.

$ص = ١٠ - ٣س$

أحاولُ

أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ لكلٍّ ممّا يأتي:

أ) ميلُهُ يُساوي ٥، ويمرُّ بالنقطةِ ن (-٢ ، -٣).

ب) يمرُّ بالنقطتَينِ: أ (٢ ، -١)، ب (١ ، ١).

المقطعُ الصاديُّ للمستقيمِ عندَما تكونُ قيمةُ الإحداثيِّ السينيِّ صفرًا، وتكونُ إحداثيّاتُ النقطةِ (٠ ، ص).
المقطعُ السينيُّ للمستقيمِ عندَما تكونُ قيمةُ الإحداثيِّ الصاديِّ صفرًا، وتكونُ إحداثيّاتُ النقطةِ (س ، ٠).

أختبرُ تعلّمي

١) أكتبُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ميلُهُ -٦، ويمرُّ بنقطةِ الأصلِ.

ب) يمرُّ بالنقطتَينِ (-٤ ، -٣)، (١ ، ٠).

٢) أُساعدُ سلمى في البحثِ عنِ الحالةِ الصحيحةِ التي تكونُ فيها معادلةُ الخطِّ المستقيمِ، هيَ:

ص = ٥س + ١٣

الميلُ = ٥
المقطعُ الصاديُّ = ٣

يمرُّ بالنقطتَينِ:
(٢، -٥)
(-٢، ٣)

الميلُ = ٥
يمرُّ بالنقطةِ (-٢، ٣)

٣) إذا كانتِ النقطةُ (١ ، -٢) تقعُ على الخطِّ المستقيمِ الذي معادلتُهُ أس + ٢ص – ٧ = صفرًا؛ فأحسُبُ قيمةَ (أ).

نشاطٌ في مسابقةِ منْ سيربحُ المليونَ، بقيَ لدَي ٤ أسئلةٍ فقطْ وأحصلُ على المليونِ! ولكنْ مع الأسفِ لم يبقَ لدَي أيُّ وسيلةِ مساعدةٍ.

١) دائرةٌ مركزُها نقطةُ الأصلِ وطولُ نصفِ قطرِها وحدتانِ، أيُّ النقاطِ الآتيةِ تقعُ على الدائرةِ:

أ) (١ ، ٢)
ب) (-٢ ، ١)
جـ) (√٣ ، ١)
د) (√٢ ، ١)

٢) إذا كانَ البعدُ بينَ النقطتَينِ (أ ، ٧)، (-٢ ، ٣) يُساوي ٥؛ فإنَّ قِيَمَ (أ) تُساوي:

أ) -١ ، ٥
ب) -٧ ، ٣
جـ) -٥ ، ١
د) -٣ ، ٧

٣) معادلةُ الخطِّ المستقيمِ الذي ميلُهُ (-٠,٥)، ويمرُّ بالنقطةِ (-٢ ، ٥)، هيَ:

أ) ص = ٤ – ٠,٥ س
ب) ص = ٠,٥س – ٤
جـ) ص = ٠,٥س + ٦
د) ص = ٠,٥س - ٦

٤) ميلُ الخطِّ المستقيمِ الذي معادلتُهُ ص – ٤ = ٧ (٤ – س)، يُساوي:

أ) ٤
ب) -٤
جـ) ٧
د) -٧

أوَّلًا: النسبُ المثلثيةُ الأساسيةُ للزاويةِ الحادَّةِ

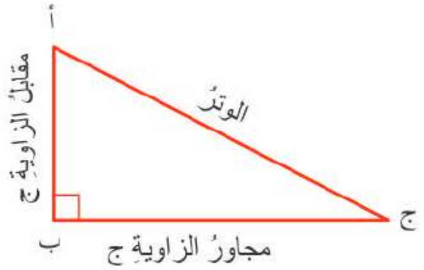
ماذا سأتعلَّمُ؟

- جيبُ الزاويةِ (جا).
- جيبُ التمامِ (جتا).
- الظلُّ (ظا).
- مقابلُ الزاويةِ.
- مجاورُ الزاويةِ.

هلْ سمعتُ بطائرِ الكويتزال؟

وقعَ طائرُ الكويتزال بشِباكِ أحدِ الصيّادينَ؛ فأرادتْ لجنةُ حمايةِ البيئةِ إنقاذَهُ لأنَّهُ مهدَّدٌ بالانقراضِ. ثُبِّت سلَّمٌ طولُهُ ١٠م على غصنِ شجرةٍ بزاويةِ ٥٧° بينَ حافَّةِ السلَّمِ وسطحِ الأرضِ. ما ارتفاعُ الشجرةِ؟

أُلاحظُ أنَّ إيجادَ المطلوبِ في مسألةِ طائرِ الكويتزال؛ يتطلَّبُ قانونًا يربطُ الزاويةَ معَ الوترِ، فهُما المعطيانِ الوحيدانِ في المسألةِ.
يُمكنُني إيجادُ ارتفاعِ الشجرةِ باستعمالِ نسبةِ جيبِ الزاويةِ، إذْ إنَّ:



جيبَ الزاويةِ ج = جا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{\text{أب}}{\text{أج}}$

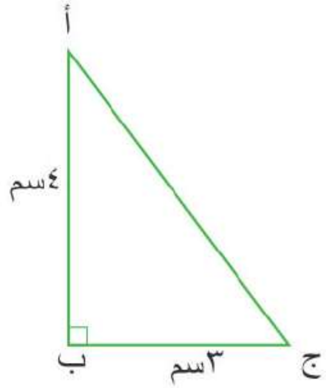
جيبُ تمامِ الزاويةِ ج = جتا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}} = \frac{\square}{\square}$

- الزاويتانِ ج ، أ زاويتانِ ______ ؛ لأنَّ قياسَ كلٍّ منْهُما أكبرُ منْ صفرٍ وأقلُّ من ٩٠°
- أُسمّي المثلَّثَ أ ب ج مثلَّثًا ________ ؛ لأنَّ قياسَ الزاويةِ ب = ٩٠°
- الضلعُ المقابلُ للزاويةِ أ هوَ ________ ، وجيبُ الزاويةِ أ = جا أ = $\frac{\square}{\square}$
- الضلعُ المجاورُ للزاويةِ أ هوَ ________ ، وجيبُ تمامِ الزاويةِ أ = جتا أ = $\frac{\square}{\square}$
- ظلُّ الزاويةِ أ = ظا أ = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ أ}}{\text{طولُ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ أ}} = \frac{\square}{\square}$

أتعلَّمُ

- جيبُ الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المقابلَ}}{\text{الوترِ}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الوترِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (جا) وبالإنجليزيَّةِ (Sine) واختصارًا (sin).
- جيبُ تمامِ الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المجاورَ}}{\text{الوترِ}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الوترِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (جتا) وبالإنجليزيَّةِ (Cosine) واختصارًا (cos).
- ظلُّ الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المقابلَ}}{\text{المجاورِ}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الضلعِ المجاورِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (ظا) وبالإنجليزيَّةِ (Tangent) واختصارًا (tan).

مثالٌ (١)



الشكلُ المجاورُ يُبيِّنُ المثلَّثَ أ ب ج القائمَ الزاويةِ في ب، فيهِ أ ب = ٤ سم، ب ج = ٣ سم. أجدُ: جا أ ، جا ج، جتا ج، ظا ج.

الحلُّ: أجدُ طولَ الوترِ (أ ج) باستعمالِ نظريَّةِ فيثاغورس.

(الوتر)^{٢} = (أ ب)^{٢} + (ب ج)^{٢} — نظريَّةُ فيثاغورس.

(أ ج)^{٢} = ٤^{٢} + ٣^{٢} — تعويضٌ.

(أج)^{٢} = ١٦ + ٩ = ٢٥

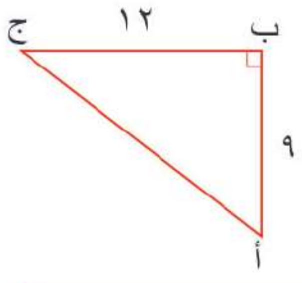
∴ أج = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم — أخذُ الجذرِ التربيعيِّ للطرفين.

جا أ = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ أ}}{\text{طولِ الوترِ}}$ = $\frac{٣}{٥}$ — نسبةُ جيبِ الزاويةِ، تعويضٌ.

جا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}}$ = $\frac{٤}{٥}$ — نسبةُ جيبِ الزاويةِ، تعويضٌ.

جتا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}}$ = $\frac{٣}{٥}$ — نسبةُ جيبِ تمامِ الزاويةِ، تعويضٌ.

ظا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}$ = $\frac{٤}{٣}$ — نسبةُ ظلِّ الزاويةِ، تعويضٌ.



أحاولُ بناءً على الشكلِ المجاورِ، أجدُ جا أ ، جا ج، جتا أ، ظا أ

أتعلَّمُ

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ جيبِ زاويةٍ معلومةٍ حسبَ الخطواتِ الآتيةِ:

أتأكَّدُ أنَّ النظامَ في الآلةِ الحاسبةِ بالدرجاتِ (Degrees). ← أُدخلُ قياسَ الزاويةِ المطلوبةِ. ← أضغطُ على المفتاحِ (sin).

تنويهٌ: - في بعضِ الآلاتِ الحاسبةِ؛ أحتاجُ إلى الضغطِ على مفتاحِ (sin) أوَّلًا، ثمَّ إدخالِ قياسِ الزاويةِ المطلوبةِ.

- لإيجادِ جيبِ تمامِ زاويةٍ معلومةٍ، أستعملُ المفتاحَ (cos).
- لإيجادِ ظلِّ زاويةٍ معلومةٍ، أستعملُ المفتاحَ (tan).

مثالٌ (٢)

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ جا ٤٨°

الحلُّ:

١) أتأكَّدُ منْ ضبطِ نظامِ الدرجاتِ (Deg).

٢) أُدخلُ قياسَ الزاويةِ (٤٨).

٣) أضغطُ على المفتاحِ (sin).

٤) الناتجُ: جا ٤٨° ≈ ٠,٧٤

أحاولُ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجاد ما يأتي:

١) جا ٧٩°   ٢) - جا ١٥°   ٣) جتا ٦٥°   ٤) ظا ٨٠°

أتعلَّمُ

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ؛ إذا علمتُ قيمةَ الجيبِ لَها حسبَ الخطواتِ الآتيةِ:

أُدخلُ قيمةَ جيبِ الزاويةِ. ← أضغطُ على مفتاحِ (Inv) أوْ (shift). ← أضغطُ على المفتاحِ (sin).

تنويهٌ

١) توجدُ آلاتٌ حاسبةٌ فيها مفتاحُ ($\sin^{-1}$)، وبهذِهِ الحالةِ أضغطُ على المفتاحِ ($\sin^{-1}$)، ثمَّ أُدخلُ قيمةَ الجيبِ لأحصلَ على الزاويةِ المطلوبةِ.

٢) توجدُ آلاتٌ حاسبةٌ أُخرى أضغطُ بِها على مفتاحِ (Inv) ثمَّ (sin) أوْ ($\sin^{-1}$)، وبعدَها أُدخلُ قيمةَ النسبةِ المثلَّثيَّةِ للزاويةِ المطلوبةِ ثمَّ (=) أوْ (enter).

مثالٌ (٣)

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ س؛ حيثُ جا س = ٠,٧

الحلُّ:

١) أتأكَّدُ منْ ضبطِ الآلةِ على نظامِ الدرجاتِ.

٢) أُدخلُ قيمةَ جيبِ الزاويةِ ٠,٧

٣) أضغطُ على المفتاحِ (Inv) ثمَّ (sin).

٤) الناتجُ: قيمةُ الزاويةِ س ≈ ٤٤,٤°

أحاولُ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ س في كلٍّ ممّا يأتي:

١) جا س = ٠,٦٥   ٢) جتا س = ٠,٣٧   ٣) ظا س = ٠,٥٨