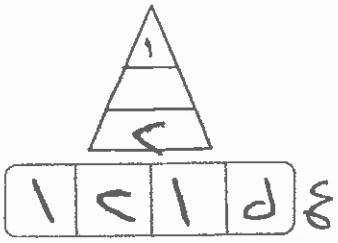


المملكة الأردنية الهاشمية

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

**امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ / الدورة الشتوية**

(وثيقة محمية/محدود)

**البحث : الرياضيات / المستوى الرابع** — **مدة الامتحان : ٣ : ٠٠ د س**

**الفرع : العلمي** — **اليوم والتاريخ : الأحد ٢٠١٢/١/٨**

**ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).**

## السؤال الأول : (١٨ علامة)

جد التكاملات الآتية:

أ) $\int_{\frac{1}{2}}^{1} \frac{(1+س)^{٥}}{س^{٧}}$ دس (٦ علامات)

ب) $\int \frac{س \, جتا \, س}{جا^{٣} س}$ دس (٦ علامات)

ج) $\int \frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} + ٢ س}$ دس (٦ علامات)

## السؤال الثاني : (١٦ علامة)

أ) يسير جُسيم على خط مستقيم حسب العلاقة $ت = ف \, ع^{\frac{١}{٣}}$ ، $ع > ٠$ ، حيث ت تسارع الجُسيم،

ع سرعة الجُسيم. إذا تحرك الجُسيم من السكون، فجد قيمة الثابت ف التي تجعل سرعته ٨ سم/ث

بعد ٣ ثوانٍ من بدء حركته. (٦ علامات)

ب) جد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنيات الاقترانات الثلاثة:

$ق(س) = -س^{٣}$ ، $هـ(س) = \frac{١}{٢} س$ ، $ل(س) = ٦ - س$ (١٠علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

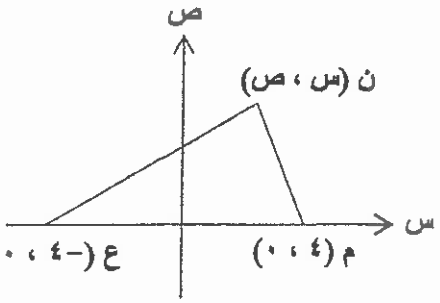
## السـؤال الثالث : (١٦ علامة)

أ ) قطع زائد معادلته ٤ ص$^{٢}$ − ٣ س$^{٢}$ + ٨ ص + ١٦ = صفر ، جـد كلاً مما يأتي لهذا القطع:

١) إحداثيي المركز. ٢) إحداثيي كل من البؤرتين. ٣) طول المحور المرافق. (٨ علامات)

ب) جـد معادلة القطع المكافئ الذي محوره يوازي محور الصادات وبؤرته (١ ، ٢) ويمرّ بالنقطة (٥ ، −١) ويقع رأسه أسفل بؤرته. (٨ علامات)

## السـؤال الرابع : (١٣ علامة)

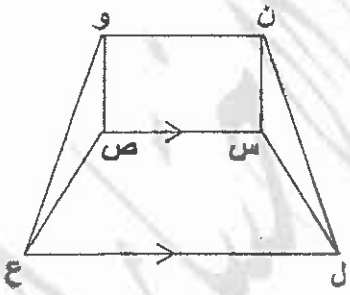



أ ) في الشكل المجاور إذا تحركت النقطة ن (س ، ص) في المستوى بحيث يكون ن م + ن ع + م ع = ٢٨ سم. جـد معادلة المحـل الهندسي للنقطة المتحركة ن (س ، ص).

(٦ علامات)

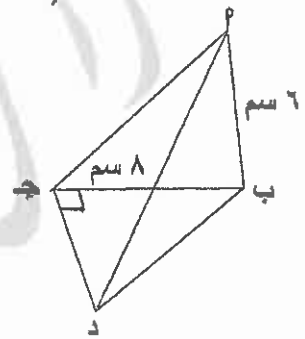
ب) برهن أنه إذا كان مستقيم معلوم عمودياً على مستوى معلوم فكلّ مستوى يحوي ذلك المستقيم يكون عمودياً على المستوى المعلوم. (٧ علامات)

## السـؤال الخامس : (١٣ علامة)




أ ) في الشكل المجاور س ل ع ص شبه منحرف فيه $\overline{س ص} \parallel \overline{ل ع}$ . رُسم من س ، ص عمودان على مستوى شبه المنحرف ثم رُسـم مستوى يمرّ بالضلع $\overline{ل ع}$ ويقطع العمودين في النقطتين ن ، و على الترتيب. أثبت أن الشكل ن ل ع و شبه منحرف.

(٦ علامات)




ب) في الشكل المجاور ب جـ د مثلث قائم الزاوية في جـ . أقيم العمود $\overleftrightarrow{ب أ}$ على مستوى المثلث، ثم وصل $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{أ د}$ .

إذا كان ب أ = ٦ سم ، ب جـ = ٨ سم ، أجب عما يأتي :

١) أثبت أن $\overleftrightarrow{جـ د}$ عمودي على المستوى أ ب جـ .

٢) إذا كان قياس الزاوية أ د جـ = ٦٠° ، فجـد طول $\overline{جـ د}$ . (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة ...

## السـؤال السادس : (٢٤ علامة)

يتكوّن هذا السؤال من (١٢) فقرة من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بدائل، واحد منها فقط صحيح.
انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها:

١) إذا كان ق اقتراناً متصلاً على ح وكان $\int_{١}^{ح} (ق(س) + ٢)\, د س = س^{٣} + ٢ س^{٢} + ٩$ ،

ق (١) = ٧ ، فإن قيمة الثابت ٢ تساوي :

أ) $-١$ ب) ٢ ج) ٦ د) ٣

٢) إذا كان ح > ١ ، وكان $\int_{١}^{ح} \frac{١}{س}\, د س = ٣$ ، فما قيمة الثابت ح ؟

أ) $هـ^{٤}$ ب) $هـ^{٣}$ ج) ٤ د) ٣

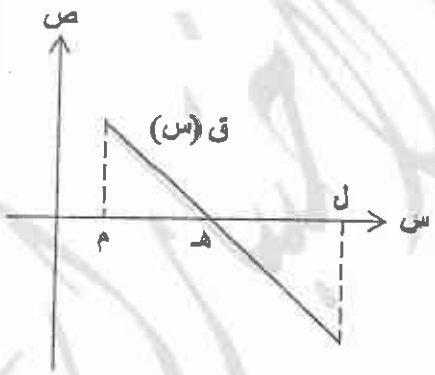
٣) إذا كان $\int_{١}^{٣} \frac{١}{٢} ق(س)\, د س = ٢$ ، $\int_{٥}^{٣} ق(س)\, د س = -٥$ ، فإن $\int_{١}^{٥} ق(س)\, د س =$

أ) ٧ ب) ٩ ج) $-٣$ د) $-١$

٤) إذا كان ق (س) = $هـ^{٢}$ + لـو$_{هـ}$ جـاس ، فإن ق$'$(س) تساوي :

أ) ظتـا س ب) – ظتـا س ج) ٢ هـ + ظتـا س د) $هـ^{٢}$ + ظتـا س

٥) في الشكل المجاور التكامل الذي يُعبّر عن المساحة المحصورة بين منحنى الاقتران ق (س) ومحور السينات والمستقيمين س = م ، س = ل هو :




أ) $\int_{م}^{ل} ق(س)\, د س$ ب) $\int_{م}^{ل} -ق(س)\, د س$

ج) $\int_{م}^{ل} |ق(س)|\, د س$ د) $\int_{م}^{ل} ٢ |ق(س)|\, د س$

٦) إذا كان ق (س) اقتراناً قابلاً للتكامل على الفترة [١ ، ٢] وكان ق (١) = ١ ، ق (٢) = ٤ ،

فإن قيمة $\int_{١}^{٢} ٣ ق'(س) \sqrt{ق(س)}\, د س =$

أ) ١٤ ب) $\frac{٦٣}{٢}$ ج) ٧ د) $\frac{١٤}{٣}$

يتبع الصفحة الرابعة ...

٧) دائرة معادلتها $س^{٢} + ص^{٢} + ٦ س + جـ = صفر$ ، ما قيمة الثابت جـ التي تجعل طول نصف قطر هذه الدائرة (٤) وحدات؟

أ) ٤ ب) ١٦ ج) ٧ د) -٧

٨) معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم $ص = ٧ - ٢ س$ وتمسّ محور الصادات عند النقطة (٠ ، ٣) هي :

أ) $(س + ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٤$ ب) $(س - ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٩$

ج) $(س - ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ٤$ د) $(س - ٢)^{٢} + (ص - ٣)^{٢} = ١$

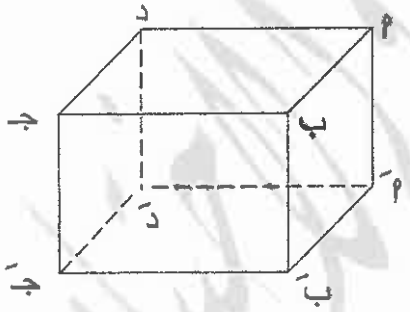
٩) قطع ناقص طول محوره الأكبر مثلي طول محوره الأصغر، جـد اختلافه المركزي :

أ) $\frac{\sqrt{٣}}{٢}$ ب) $\frac{١}{\sqrt{٣}}$ ج) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٣}{٤}$

١٠) المعادلة $٤ س^{٢} + ٦ ص - ١٢ = ٤ ص^{٢} + ٨ س$ تُمثّل معادلة :

أ) دائرة ب) قطع ناقص ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

١١) الشكل المجاور يُمثّل متوازي مستطيلات، ما عدد الأحرف التي تخالف الحرف $\overline{أ ب}$ في هذا الشكل؟




أ) ٢ ب) ٣

ج) ٥ د) ٤

١٢) ما رقم العبارة الصحيحة من بين العبارات الآتية :

(١) أيّ نقطتين في الفضاء يمرّ بهما مستوى واحد فقط.

(٢) رؤوس متوازي الأضلاع تُعيّن مستوى.

(٣) إذا توازى مستويان فكل مستقيم في أحدهما يوازي أي مستقيم في المستوى الآخر.

(٤) إذا وازى مستقيم كل من مستويين كان هذان المستويان متوازيين.

أ) (١) ب) (٢) ج) (٣) د) (٤)

**( انتهت الأسئلة )**

بسم الله الرحمن الرحيم

# امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٢ (الدورة الشتوية).

صفحة رقم ( ١ )

وزارة التربيـــــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

المبحث : الرياضيات
الفرع : العلمي ( ٤ م )

مدة الامتحان : د / ٢ س
التاريـــخ : ٨ / ١ / ٢٠١٢ م

الإجابة النموذجية :

| رقم الصفحة في الكتاب | |
|---|---|
| | السؤال الأول : ( ١٨ علامة ) |
| ٢٦٣ | ٦ أ) $\int \frac{(1+س)^{1/2}}{س^{2}} \, دس = \int \frac{1}{س^{2}} \times \frac{(1+س)^{1/2}}{س^{-1/2}} \, دس$ ① |
| | $= \int \frac{1}{س^{2}} \left(\frac{1+س}{س}\right)^{1/2} دس = \int \frac{1}{س^{2}} \left(\frac{1}{س}+1\right)^{1/2} دس$ ① |
| | نفرض أن $\frac{1}{س}+1 = ص$ ومنه $-\frac{دس}{س^{2}} = دص$ ① |
| | $س = \frac{1}{2} \Leftarrow ص = 3$ ، $س = 1 \Leftarrow ص = 2$ |
| | $= -\int_{3}^{2} ص^{1/2} \, دص = -\left[\frac{2}{3} ص^{3/2}\right]_{3}^{2}$ ① |
| | $= -\frac{1}{6}(2\sqrt{2} - 6\sqrt{3}) = \frac{6\sqrt{3} - 4\sqrt{2}}{3}$ ① |
| ٢٦٨ | ٦ ب) $\int \frac{س \, ظتا س}{جا^{2} س} \, دس = \int س \times \frac{1}{جا^{2} س} \times \frac{جتا س}{جا س} \, دس$ |
| | $= \int س \, قتا^{2} س \, ظتا س \, دس$ ① |
| | نفرض أن $س = ص \Leftarrow دس = دص$ |
| | $قتا^{2} س \, ظتا س \, دس = دهـ \Leftarrow -\frac{1}{2} ظتا^{2} س = هـ$ ① |
| | $\int س \, قتا^{2} س \, ظتا س \, دس = -\frac{1}{2} س \, ظتا^{2} س + \frac{1}{2} \int ظتا^{2} س \, دس$ ① + ① وقطعة قانونية |
| | $= -\frac{1}{2} س \, ظتا^{2} س + \frac{1}{2} \int (قتا^{2} س - 1) \, دس$ ① فقط نقت |
| | $= -\frac{1}{2} س \, ظتا^{2} س + \frac{1}{2} (-ظتا س - س) + جـ$ ① |
| ٣٠٣ | ٦ ج) $\int \frac{س^{3} - 1}{س^{4} + 4س^{2}} \, دس = \int \left[(س - 2) + \frac{4س - 1}{س^{4} + 4س^{2}}\right] دس$ ① |
| | $\frac{4س - 1}{س^{2}(س^{2} + 4)} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س^{2}} + \frac{جـ س + د}{س^{2} + 4} = \frac{أ(س^{2} + 4) + (ب + جـ س)س + د س^{2}}{س^{2}(س^{2} + 4)}$ ① |
| | $أ(س^{2} + 4) + (ب + جـ)س^{2} + د س = 4س - 1$ |
| | $أ + ب = 0 \Leftarrow ب = 4$ ① ، $4 = -1 \Leftarrow أ = -\frac{1}{4}$ ① |
| | $\int \left[(س - 2) + \frac{4س - 1}{س^{2}(س^{2} + 4)}\right] دس = \int \left[س - 2 + \frac{-\frac{1}{4}}{س^{2}} + \frac{\frac{9}{4}}{س^{2} + 4}\right] دس$ |
| | $= \frac{1}{2} س^{2} - 2س + \frac{1}{4} \frac{1}{س} + \frac{9}{8} \tan^{-1}\left(\frac{س}{2}\right) + جـ$ ② |

رقم الصفحة في الكتاب

## السؤال الثاني (١٦ علامة)

٢٥٢

٦) م) $ن = أ\, ع^{\frac{1}{3}}$ ①

$\frac{دع}{دن} = أ\, ع^{\frac{1}{3}} \Leftarrow$ ① $ع^{-\frac{1}{3}}\, دع = أ\, دن$

$\int ع^{-\frac{1}{3}}\, دع = \int أ\, دن$

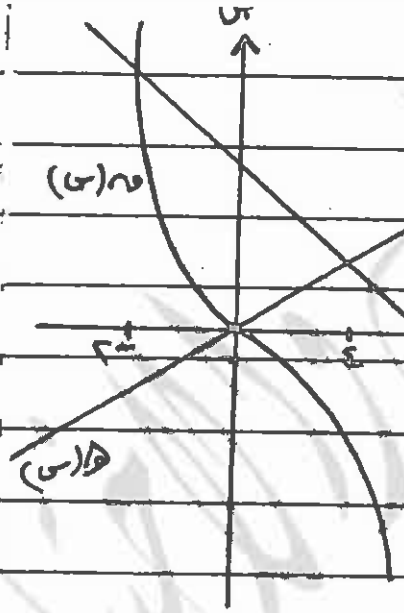
① $\frac{3}{2} ع^{\frac{2}{3}} = أن + جـ$

عندما $ن = ٠$ ، $ع = ٠ \Leftarrow$ ① $جـ = ٠$

$\frac{3}{2} ع^{\frac{2}{3}} = ٢ن$ ، عندما $ن = ٣$ ، $ع = ٨$

① $\frac{3}{2} (٨)^{\frac{2}{3}} = ٣ \times أ$

① $٢أ = ٨^{\frac{2}{3}} \Leftarrow ٢أ = ٤ \Leftarrow أ = ٢$




٢٧٦

١٠) ب) نجد نقاط التقاطع بين المنحنيات

$ه(س) = هـ(س)$

$-س^٢ = \frac{1}{2} س$

$س^٣ + \frac{1}{2} س = ٠$

① $\frac{1}{2} س (٢س^٢ + ١) = ٠$ ومنه $س = ٠$

$ه(س) = ل(س)$

$-س^٣ = ٦ - س \Leftarrow س^٢ - س + ٦ = ٠$

① $(س+٢)(س^٢ - ٢س + ٣) = ٠$ ومنه $س = -٢$

$ل(س) = هـ(س)$

① $٦ - س = \frac{1}{2} س \Leftarrow \frac{3}{2} س = ٦$ ومنه $س = ٤$

$م_١ = \int_{-٢}^{٠} (٦ - س + س^٢)\, دس = [٦س - \frac{1}{2} س^٢ + \frac{1}{3} س^٣]_{-٢}^{٠}$ ① ① ①

$= ٠ - (-١٢ - ٢ + \frac{٤}{3}) = ١٠$ وحدات مربعة

$م_٢ = \int_{٠}^{٤} (٦ - س - \frac{1}{2} س)\, دس = \int_{٠}^{٤} (٦ - \frac{3}{2} س)\, دس$

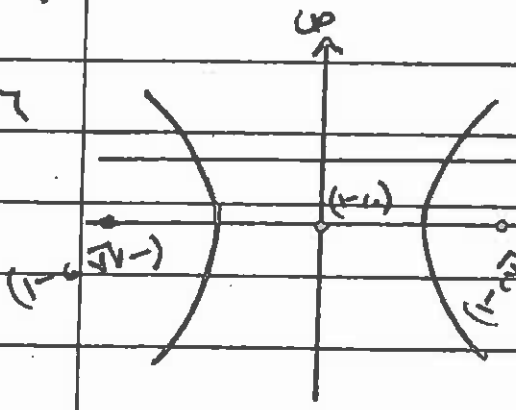
$= [٦س - \frac{3}{4} س^٢]_{٠}^{٤} = ٢٤ - ١٢ = ١٢$ وحدة مربعة ①

$م = م_١ + م_٢ = ١٠ + ١٢ = ٢٢$ وحدة مربعة ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثالث : ( ١٦ علامة )

٣٦٦




٨ أ) $٤ص^{٢} + ٨ص - ٣س^{٢} = -١٦$ ①

$٤(ص^{٢} + ٢ص + ١) - ٣س^{٢} = -١٦ + ٤$

$٤(ص+١)^{٢} - ٣س^{٢} = -١٢$ بالقسمة على $-١٢$

$\frac{س^{٢}}{٤} - \frac{(ص+١)^{٢}}{٣} = ١$ ①

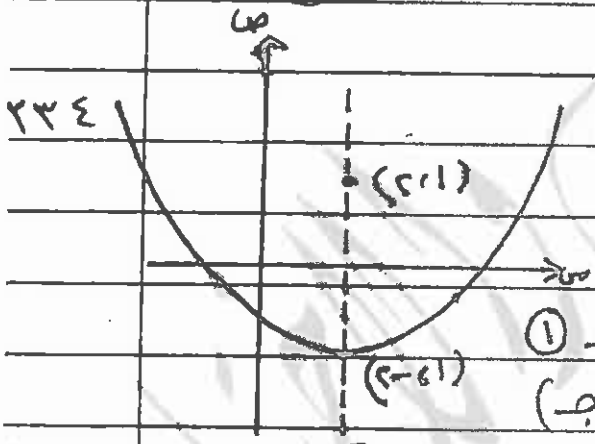
$أ = ٢$ وحدة ، $ب = \sqrt{٣}$ وحدة ①

$جـ^{٢} = أ^{٢} + ب^{٢} = ٤ + ٣ = ٧$ ، $جـ = \sqrt{٧}$ وحدة ①

١) احداثيا المركز $(٠، -١)$ ①

٢) البؤرتان $(ك \pm جـ ، هـ) : (\sqrt{٧}-١، ٠)$ ، $(-\sqrt{٧}-١، ٠)$ ②

٣) طول المحور المرافق $= ٢ب = ٢\sqrt{٣}$ وحدة ①




٢٣٤

٨ ب) الصورة العامة لمعادلة هذا القطع

$(س - ك)^{٢} = ٤جـ(ص - هـ)$ ①

البؤرة $(ك ، هـ + جـ) = (١ ، -٢)$ ①

$ك = ١$ ، $هـ + جـ = -٢$ ومنه $هـ = -٢ - جـ$ ①

رأس القطع $(ك ، هـ) = (١ ، -٢ - جـ)$

معادلة القطع : $(س - ١)^{٢} = ٤جـ(ص - (-٢ - جـ))$ ①

النقطة $(٥ ، -١)$ تحقق معادلة القطع

$(٥ - ١)^{٢} = ٤جـ(-١ - ٢ + جـ)$ ① $\Leftarrow$ $١٦ = -١٢جـ + ٤جـ^{٢}$

$٤جـ^{٢} - ١٢جـ - ١٦ = ٠ \Leftarrow ٤(جـ^{٢} - ٣جـ - ٤) = ٠$

$٤(جـ - ٤)(جـ + ١) = ٠$ ① ومنه $جـ = ٤$ ، $-١$ يهمل $-١$

نجد قيمة هـ : ①

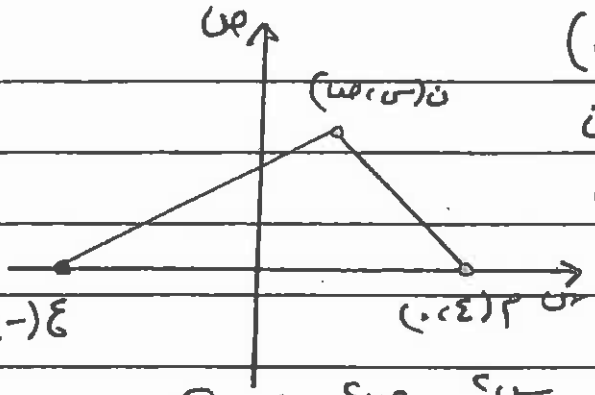
$هـ = -٢ - ٤ = -٦ \Leftarrow$ رأس القطع $(١ ، -٦)$

معادلة القطع $(س - ١)^{٢} = ١٦(ص + ٦)$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

٣٥٣

السؤال الرابع : (١٣ علامة)




٦ أ) المحل الهندسي لحركة النقطة ن هو قطع ناقص بؤرتاه م، ع ①
ومركزه (٠، ٠) ومحوره الأكبر ينطبق على محور السينات .

الصورة العامة لمعادلة هذا القطع $\frac{س^2}{أ^2} + \frac{ص^2}{ب^2} = 1$ ①

$2جـ = م ع = 8$ وحدة $\Leftarrow$ $جـ = 4$ وحدة ①

$2أ = ن م + ن ع = 28 - 8 = 20 \Leftarrow أ = 10$ وحدة ①

$ب^2 = أ^2 - جـ^2 = 100 - 16 = 84$ ①

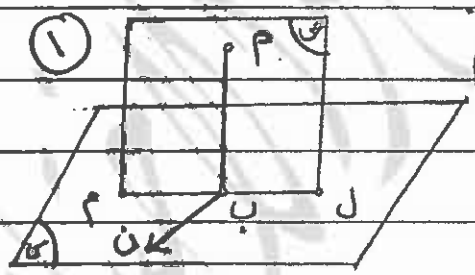
معادلة القطع هي :

$\frac{س^2}{100} + \frac{ص^2}{84} = 1$ ①

٤٠٣

٧ ب) المعطيات : ①

$\overleftrightarrow{م ب}$ عمودي على المستوى س وملاقيه في النقطة ب . المستوى ص يحوي المستقيم $\overleftrightarrow{م ب}$ ويقطع المستوى س في $\overleftrightarrow{ل م}$ .




المطلوب : إثبات أن المستوى ص عمودي على المستوى س .

العمل : نرسم في المستوى س المستقيم $\overleftrightarrow{ب ن}$ يعامد $\overleftrightarrow{ل م}$ ①

البرهان :-

$\overleftrightarrow{م ب} \perp \overleftrightarrow{ل م}$ لأن $\overleftrightarrow{م ب} \perp$ المستوى س ①

$\overleftrightarrow{ب ن} \perp \overleftrightarrow{ل م}$ بالعمل

إذن $\overleftrightarrow{ل م} \perp$ المستوى م ب ن ①

إذن قياس الزاوية م ب ن هو قياس الزاوية الزوجية بين المستويين س ، ص ①

لكن الزاوية م ب ن قائمة لأن $\overleftrightarrow{م ب} \perp \overleftrightarrow{ب ن}$ ($\overleftrightarrow{م ب} \perp$ المستوى س)

إذن المستوى ص $\perp$ المستوى س ①

رقم الصفحة في الكتاب

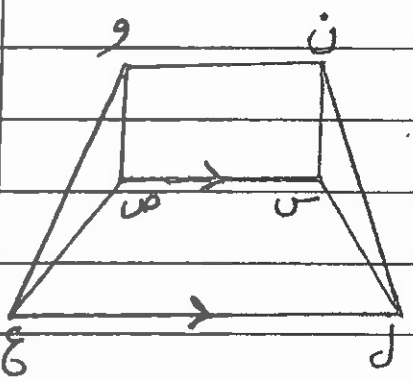
السؤال الخامس : ( ١٣ علامة )

٦ أ) المعطيات ①

٣٩٠ ، ٢٩٣

س ل ص ع شبه منحرف فيه س ص // ل ع .

س ن ، ص و عموديان على مستوى شبه المنحرف ، ن ل ع و مستوى يمر بالضلع ل ع ويقطع العمودين المتبقيين من س ، ص في النقطتين ن ، و على الترتيب .




المطلوب :

اثبات أن الشكل ن ل ع و شبه منحرف

البرهان :

س ن // ص و ( عموديان على مستوى واحد / نظرية ) ①

اذن س ن ، ص و يشكلان المستوى ن س ص و ①

$\overleftrightarrow{ل ع}$ خارج المستوى ن س ص و ، $\overleftrightarrow{س ص}$ يقع في المستوى ن س ص و ،

$\overleftrightarrow{ل ع}$ // $\overleftrightarrow{س ص}$ ①

اذن $\overleftrightarrow{ل ع}$ // المستوى ن س ص و ( نظرية ) ... (*)

المستويان ن ل ع و ، ن س ص و متقاطعان في المستقيم $\overleftrightarrow{ن و}$ ، (**)

$\overleftrightarrow{ل ع}$ مرسوم في المستوى ن ل ع و

من (*) ، (**) $\overleftrightarrow{ل ع}$ // $\overleftrightarrow{ن و}$ ( نظرية ) ①

ومنه ن ل ع و شبه منحرف ①

رقم الصفحة في الكتاب

## السؤال السادس: (٢٤ علامة)

| رقم الفقرة | ١ | ٢ | ٣ | ٤ | ٥ | ٦ | ٧ | ٨ | ٩ | ١٠ | ١١ | ١٢ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| رمز الإجابة الصحيحة | د | ب | ب | ب | جـ | ب | د | جـ | ب | جـ | د | ب |

علامتان لكل فقرة

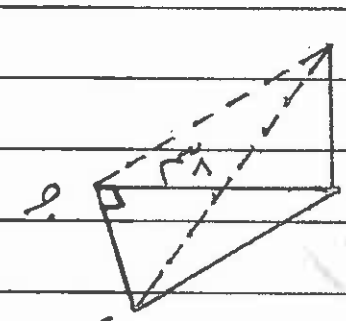
٤١٢، ٤١٣

تابع السؤال الخامس:

ب) المعطيات:

ب جـ د مثلث قائم الزاوية في جـ . ٣٦ سم

$\overleftrightarrow{ب م} \perp$ مستوى المثلث، وصل $\overline{م جـ}$، $\overline{م د}$




المطلوب: اثبات أن

١) $\overleftrightarrow{جـ د}$ عمودي على المستوى م ب جـ .

٢) إيجاد طول $\overline{جـ د}$ إذا كان قياس الزاوية م د جـ = ٦٠°

البرهان:

١) $\overline{م جـ}$ مائل على المستوى ب جـ د وسقطه $\overline{ب جـ} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ بالفرض ①

اذن $\overleftrightarrow{م جـ} \perp \overleftrightarrow{جـ د}$ ①

$\overleftrightarrow{جـ د}$ يعامد كل من المستقيمين المتقاطعين $\overleftrightarrow{ب جـ}$، $\overleftrightarrow{م جـ}$ ①

اذن $\overleftrightarrow{جـ د} \perp$ المستوى م ب جـ

٢) $\overline{م ب} \perp \overline{ب جـ}$ لأن $\overline{م ب}$ عمودية على المستوى م ب جـ

أي أن المثلث م ب جـ قائم الزاوية في ب ①

$(م جـ)^2 = (م ب)^2 + (ب جـ)^2 = ٣٦ + ٦٤$

$(م جـ)^2 = ١٠٠$ ومنه $م جـ = ١٠$ سم ①

المثلث م جـ د قائم الزاوية في جـ من فرع (١) ،

$\therefore$ ظا ٦٠° $= \frac{م جـ}{جـ د}$

$\sqrt{٣} = \frac{١٠}{جـ د}$ ① ومنه $جـ د = \frac{١٠}{\sqrt{٣}}$ سم ①

ملاحظات المستوى الرابع / على

السؤال الأول :-

أ) تفك الأقواس والقسمة على المقام والتجزئة للحدود في البسط وإجراء التكامل يأخذ العلامة الكاملة (٦) .

كالآتي :-

تفك الأقواس ← ١ علامة

التجزئة ← ١ علامة

التكامل ← ٢ علامة

التعويض ← ٢ علامة .

ب) يأخذ العلامة على الخطوة الأخيرة حتى إذا لم يكتب $+c$

( لا يحاسب على $+c$ )

ج) أي خطأ في الخطوة الأخيرة يخسر علامة

السؤال الثاني :-

ب) يأخذ علامة حدود التكامل إذا بسط على $\frac{1}{4}$ ( ٣ علامات )

* إذا وضع حدود للتكامل خاطئة دون أن يقوم بأي عمليات يصحح الوزن من (٥) كحيث يخسر علامتا تحديد النقطة الأولى والثانية و(٣) علامات حدود التكامل .