الوحدة الأولى: المتجهات

الدرس 1: الكمياتُ القياسيةُ والكميات المِتجهة Scalar and Vector Quantities

الكميات الفيزيائية Physical Quantities

تنقسم الكميات الفيزيائية إلى قسمين رئيسين ، هما :

أ. **الكميات القياسية** : هي الكميات التي تحدد فقط بالمقدار ، ولا يوجد لها اتجاه.

مثل : الوزن ، درجة الحرارة ، الحجم ، الطاقة ، الضغط.

ب. **الكميات المتجهة**: هي الكميات التي تحدد بالمقدار والاتجاه معا.

مثل : السرعة ، الإزاحة ، التسارع ، القوة.

وهناك نوعان من الكميات الفيزيائية:

الكميات الأساسية (Basic Units): هي الكميات التي لا يمكن التعبير عنها بدلالة كميات أساسية أخرى، حيث اتفق على اعتماد سبع كميّاتٍ أساسية (مثل: الزمن، ودرجةِ الحرارةِ، والكتلةِ، والطول).

وثانيهما **الكميات المشتقة** (Derived Units) وهي الكميات التي يتم اشتقاقها من الكميات الأساسية. (مثل القوّةِ، والسرعة ، والتسارِع). ويعبّر عن الكميّةِ الفيزيائيةِ بقيمة عدديّة غالباً تتبعها وحدة قياس.

سؤال ؟ صنف الكميات الفيزيائية الآتية إلى كميات متجهة أو قياسية :

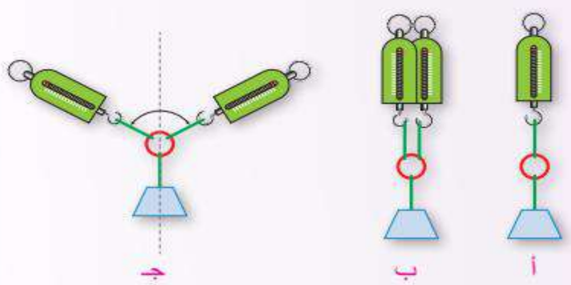
الكمية الفيزيائية	كمية متجهة / كمية قياسية	السبب
الكتلة (4 Kg)	قياسية	لأنها حُددت فقط بمقدار
التسارع (غربا , $20\ m/s^2$)	متجهة	لأنها حُددت بمقدار واتجاه
الشغل (200 J)	قياسية	لأنها حُددت فقط بمقدار
القوة (شمالا , 120 N)	متجهة	لأنها حُددت بمقدار واتجاه

تجربة استهلالية صفحة (9): ناتج جمع قوتين عمليا

ادَّعَتْ هيا أنَّ مجموعَ قوّتيْنِ مقدارُ كلٍّ منْهُما 5 N تُؤثِّرانِ في جسمٍ، هوَ $5\ N + 5\ N = 5\ N$، في حينِ ادَّعى يَمانٌ أنَّ مجموعَ القُوّتيْنِ $5\ N + 5\ N = 10\ N$. أيّهُما تُؤيِّدُ؟

الموادُّ والأدواتُ: ثِقْلٌ كتلتُهُ 500g، ميزانانِ نابضيّانِ، ثلاثةُ خيوطٍ متساويةٍ في الطولِ، حلقةٌ مُهمَلةُ الوزنِ تقريبًا.

إرشاداتُ السلامةِ: الحذرُ منْ سقوطِ الأجسامِ والأدواتِ على القدميْنِ.



التحليل والاستنتاج:

1. ماذا تمثل قراءة الميزان الأول في الحالة (أ)؟

تمثل قراءة الميزان الأول في الحالة A وزن الثقل: $W = mg = 0.5 \times 10 = 5N$

2. كيف تغيرت قراءة كل من الميزانين في الحالتين (ب) و (ج)؟

الميزان الأول: تناقصت قراءة الميزان إلى النصف في الحالة B (2.5N) ، ثم ازدادت لتعود إلى قيمتها الأولى في الحالة C(5N).

الميزان الثاني: تشابهت قراءة الميزان تشابهاً تاماً مع قراءة الميزان الأول في الحالتين:B (2.5N) ، و C(5N) ؛ إذ ازدادت القراءة.

3. أقارن مجموع قراءة الموازين في الحالة (ب) والحالة (ج) بوزن الثقل.

الحالةB : مجموع قراءة الميزان الأول وقراءة الميزان الثاني (2.5 + 2.5 =5N) يساوي وزن الثقل 5N .

الحالةC : المجموع المتجهي لقراءة الميزان الأول وقراءة الميزان الثاني(2.5 + 2.5 =5N) يساوي وزن الثقل 5.N

4. أقوم: أحدد أيهما أؤيد: ادعاء هيا أم ادعاء يمان، ماذا أستنتج؟

صحة ادعاء كل من هيا ويمان تعتمد على مقدار كل من القوتين واتجاهها؛ ففي الحالةC ، حيث الزاوية بين المتجهين120^{o} ، يكون ادعاء يمان صحيحا (5 + 5 = 5 N) . وفي الحالة B ، حيث القوتان متوازيتان (الزاوية بينهما 0)، يكون ادعاء هيا صحيحا. نستنتج من ذلك أن ناتج جمع القوى يعتمد على مقادير واتجاهات تلك القوى.

طرائق تمييز الكمية المتجهة من الكمية القياسية :

– وضع سهم فوق رمز الكمية المُتجهة مثل $\vec{F}$ لتمييز متجهة القوة.

ويعبر عن مقدار المتجهة على النحو الآتي :

F أو $|\vec{F}|$

– كتابة رمز الكمية المتجهة بالخط الغامق (Bold) ، مثل ***F*** لتمييز متجهة القوة ، وبالخط العادي للدلالة على مقدار المتجهة ، مثل *F*.

تمرين صفحة (12): في أثناء جلوسي في غرفة الصف سقط قلم باتجاه سطح الأرض. أحدد كميتين قياسيتين وكميتين متجهتين لها صلة بذلك.

الكميات القياسية: كتلة القلم، زمن سقوط القلم.

الكميات المتجهة: وزن القلم (قوة جذب الأرض للقلم)، تسارع القلم.

أتحقق صفحة (12): أقارن بين الكميات المتجهة والكميات القياسية.

الكميات المتجهة: كميات لها مقدار واتجاه، وهي تحدد بالمقدار والاتجاه معاً.

الكميات القياسية: كميات لها مقدار، وليس لها اتجاه، وهي تحدد بالمقدار فقط.

المثال 2

أجيبُ بـ (نعمْ) أوْ (لا)، مُعزِّزًا إجابتي بمثالٍ على كلٍّ ممّا يأتي:

- تشيرُ الإشارةُ السالبةُ أوِ الإشارةُ الموجبةُ إلى اتجاهِ الكميةِ المُتَّجِهةِ. هلْ يُمكِنُ أنْ تكونَ الكميةُ القياسيةُ سالبةً؟
- قدْ يكونُ للكميةِ المُتَّجِهةِ والكميةِ القياسيةِ الوحدةُ نفسُها.
- قدْ تتساوى كميتانِ مُتَّجِهتانِ في المقدارِ، وتختلفانِ في الاتجاهِ.

الحلُّ:

- نعمْ، فدرجةُ الحرارةِ قدْ تكونُ سالبةً، وهيَ كميةٌ قياسيةٌ. والإشارةُ السالبةُ هنا لا تعني اتجاهًا.
- نعمْ، فطولُ المسارِ الفعليِّ بينَ نقطتَيِ البدايةِ والنهايةِ كميَّةٌ قياسيةٌ، لكنَّ الإزاحةَ (الخطُّ المستقيمُ منْ نقطةِ البدايةِ إلى نقطةِ النهايةِ) كميةٌ مُتَّجِهةٌ، ووحدةُ قياسِ كلٍّ منْ هاتيْنِ الكميتيْنِ هيَ نفسُها (المترُ في النظامِ الدوليِّ).
- نعمْ، فالكمياتُ المُتَّجِهةُ قدْ تتساوى في المقدارِ وتختلفُ في الاتجاهِ. فمثلًا، تُؤثِّرُ في الجسمِ قُوَّتانِ متساويتانِ في المقدارِ؛ إحداهُما باتجاهِ الشرقِ، والأُخرى باتجاهِ الشمالِ. وقدْ تكونُ هذهِ الكمياتُ مختلفةً في المقدارِ ومُتماثِلةً في الاتجاهِ.

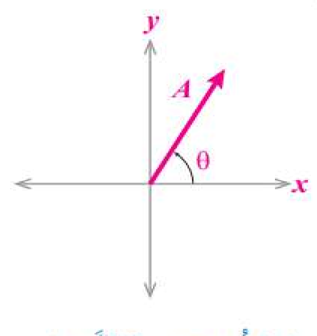
تمثيل المتجهات بيانياً Representation of Vectors : Graphical Method

إنَّ التعاملَ مع الكمياتِ القياسيةِ وإجراءَ العملياتِ الحسابيةِ عليها أسهلُ منَ التعاملِ مع الكميات المتجهة. فمثلاً من السهل المقارنة بين كميّتين قياسيّتين، خلافاً للمقارنةِ بين كميّتين متّجهتين؛ وذلك لأنّ لكلٍّ منهما مقداراً واتّجاها، لذا نلجأُ أحياناً إلى **تمثيلِ الكمياتِ المُتَّجِهةِ** (Representation of vector quantities) ؛ تمثيلاً بيانياً ؛ يُسهِّلُ التعامل معها، في إيجاد محصلة كميات مُتَّجِهةٍ عِدَّة، وإجراء عمليّات حسابيّة من جمع وطرحٍ وضربٍ وغيرها. للكمية المتجهة مقدار يُحدد بعدد ووحدة قياس ، ولها اتجاه أيضا.

ولتمثيلها بيانيا ، نختار مستوى إحداثيا مثل (x–y) ، ونقطة اسناد مثل نقطة الأصل (0,0) ، ثم نرسم سهما بحيث يقع ذيله (نقطة بدايته) عند نقطة الأصل ، وذلك على النحو الآتي :

– طول السهم يُمثل مقدار المتجه ، ويحدد باستخدام مقياس رسم مناسب.

– اتجاه السهم يُحدد نسبة إلى اتجاه مرجعي ؛ إما جغرافيا باستخدام الجهات الأربع (شمال ، جنوب ، شرق ، غرب) ، وإما باستخدام الزاوية التي يصنعها مع محور مرجعي ، مثل محور (+x) ، بعكس دوران عقارب الساعة ، وتُسمى الزاوية المرجعية.



الشكلُ (2): رسمٌ لمُتَّجِهٍ A على المستوى x-y.

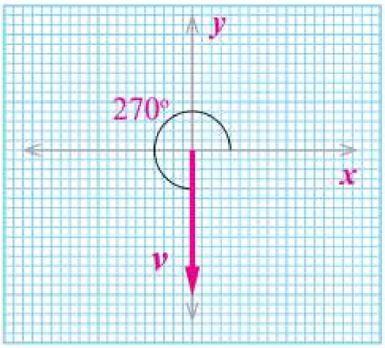
فمثلا المتجهة A في الشكل (2) يُكتب بصورة $A = A,\theta$ ؛ ما يعني أن المتجه A يصنع زاوية مرجعية مقدارها θ مع محور (+x).

المثالُ 3

اكتسبَ جسمٌ سرعةً $v = 3\ m/s, 270^{o}$. أُمثِّلُ مُتَّجِهَ السرعةِ بيانيًّا.

الحلُّ:

- أختارُ مقياسَ رسمٍ مناسبًا، مثلَ (1cm : 1 m/s)؛ أيْ إنَّ كلَّ 1 cm على الورقةِ يُمثِّلُ 1 m/s، فيكونُ طولُ السهمِ: $3\ m/s \times (1cm/(1\ m/s)) = 3\ cm$.
- أرسمُ سهمًا طولُهُ 3 cm، ولهُ نقطةُ بدايةٍ (تُسمّى ذيلَ المُتَّجِهِ) عندَ نقطةِ الأصلِ (0,0)، ونقطةُ نهايةٍ (تُسمّى رأسَ المُتَّجِهِ)، بحيثُ يصنعُ اتجاهُ السهمِ زاويةً مقدارُها 270^{o} معَ المحورِ $(+x)$ بعكسِ دورانِ عقاربِ الساعةِ (باتجاهِ الجنوبِ)، كما في الشكلِ (3).

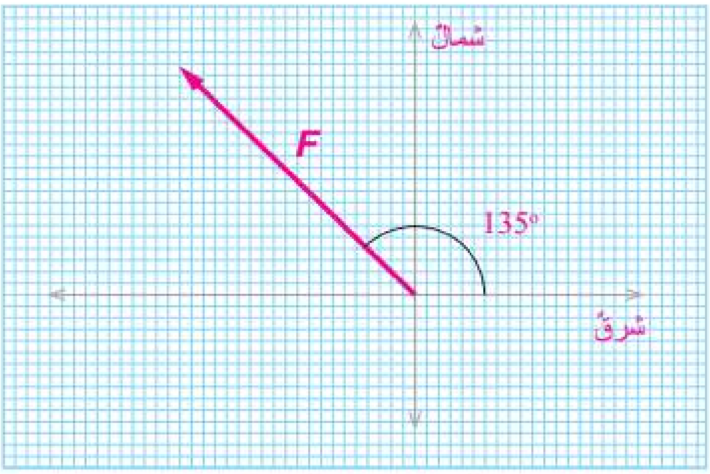


الشكلُ (3): رسمٌ لمُتَّجِهِ السرعةِ v.

المثالُ 4

تُؤثِّرُ قوَّةُ F مقدارُها 60 N في جسمٍ باتجاهٍ يصنعُ زاويةً مقدارُها 45^{o} شمالَ الغربِ. أُمثِّلُ مُتَّجِهَ القوَّةِ F بيانيًّا.

* **ملحوظة:** إذا كانَ المُتَّجِهُ يَصنعُ زاويةَ θ (45^{o} مثلًا) شمالَ الغربِ، فهذا يعني وجوبَ البدءِ منَ الغربِ، وقطعَ زاويةِ 45^{o} باتجاهِ الشمالِ، أمّا إذا كانتِ الزاويةُ غربَ الشمالِ فيجبُ البدءُ منَ الشمالِ باتجاهِ الغربِ، وهكذا.



الشكلُ (4): رسمٌ لمُتَّجِهِ القُوَّةِ F.

الحلُّ:

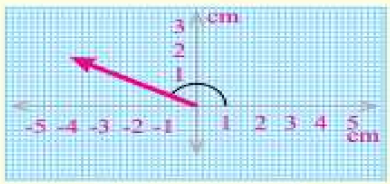
- أختارُ مقياسَ رسمٍ مناسبًا، مثلَ (1cm :10 N)، فيكونُ طولُ السهمِ:

$$60\ N \times (1cm / 10\ N) = 6\ cm$$

- أرسمُ سهمًا طولُهُ 6 cm، بحيثُ يَصنعُ زاويةً مقدارُها 135^{o} معَ محورِ $(+x)$، أوْ زاويةً مقدارُها 45^{o} شمالَ الغربِ، كما في الشكلِ (4).

اعداد المعلم
مصطفى دعمس

أفكر: استخدمَ أحمدُ مقياسَ الرسمِ (1 cm: 20 m) لرسمِ مُتَّجِهٍ يُمثِّلُ بُعْدَ المسجدِ عنْ منزلِهِ، كما في الشكلِ (5). أحدِّدُ بُعْدَ المسجدِ عنْ منزلِ أحمدَ، مُبيِّنًا الاتجاه.



الشكلُ (5): مُتَّجِهٌ يُمثِّلُ بُعْدَ المسجدِ عنْ منزلِ أحمدَ.

الحل:

طول السهم بحسب نظرية فيثاغورس:

$$\sqrt{(-4)^2+2^2} = \sqrt{20} = 4.47\ cm$$

إذن، بُعْد المسجد:

$$\frac{4.47\ cm}{\frac{1cm}{20\ m}} = 89.4\ m$$

$$\theta = tan^{-1}\frac{2}{-4} = 153^{\circ}$$

أيْ في اتجاه يصنع زاوية 153° مع محور $+x$ كما في الشكل (5).

أتحقق صفحة (14): كيف يمكن تحديد كل من طول السهم واتجاهه عند تمثيل المتجه بيانياً؟

لتحديد طول السهم، يُختار مقياس رسم مناسب، ثم يُحسب طول السهم باستعمال العلاقة الآتية:

طول السهم = مقدار الكمية الفيزيائية × مقياس الرسم

أما اتجاه السهم فهو المتجه نفسه.

تمرين صفحة (14): تسير سيارة بسرعة v مقدارها 80 km/h ، في اتجاه يصنع زاوية مقدارها °37 جنوب الشرق. أمثل متجهة السرعة بيانياً

مقياس الرسم (1cm :10 km/ h)

طول السهم في الاتجاه المبين في الشكل الآتي:

سؤال:

مُثِّلت قوة F_1 مقدارها 300 N بيانيًّا بسهم طوله 6 cm في اتجاه الشمال. إذا استُعمِل مقياس الرسم نفسه في تمثيل قوة أخرى F_2، برسم سهم طوله 10 cm، في اتجاه يصنع زاوية °37 جنوب الشرق، فجد:

أ . مقياس الرسم المُستعمَل.

ب . مقدار القوة الثانية F_1، واتجاهها.

الحلُّ:

أ.

$$6\ cm = 300\ N \times scale$$

$$Scale = 6\ cm/300\ N = (\frac{1cm}{50\ N})$$

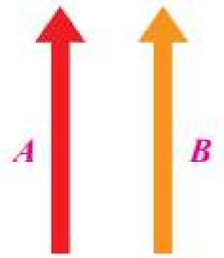
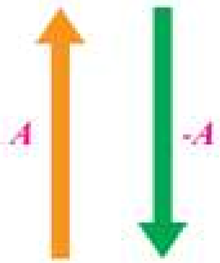
ب.

$$10\ cm = F_2 \times (\frac{1cm}{50\ N})$$

$$F_2 = 10 \times (\frac{50}{1}) = 500\ N$$

خصائص المتّجهات

للكميات المتجهة العديد من الخصائص، وخصائص هذه الكميات أكثر من خصائص الكميات القياسيّة كون الكميات المتجهة تحتاج إلى مقدار واتجاه ليتم التعبير عنها، وتمتاز المتجهات بخصائص عدة تميزها من الكميات القياسية وهذه بعضها :

تساوي المتجهات: يكون المتّجهان متساويين فقط إذا كانا يمتلكان نفس الطول أي المقدار نفسه، ويُشيران إلى الاتجاه نفسه أي لهما نفس الإتجاه، كما في الشكل (6). فعلى سبيل المثال: يمكن القول إنّ متجهين يُشيران إلى الشمال ومقدار كلٍّ منهما 5، إذاً، هذان المتجهان متساويان، إضافة إلى أنهما من النوع نفسه. اعتماد على هذه الخصيصة ، فإنه يُمكن نقل المتجه من مكان إلى آخر شرط المحافظة على ثبات كل من مقداره واتجاهه.	 الشكل (6): تساوي المُتَّجِهَيْن: A، و B.
سالب (معكوس) المتجه Negative of a Vector: هو متجه له مقدار المتجه الأصلي نفسه ، ولكنه يعاكسه في الاتجاه ؛ أي إن الزاوية بين المتجه وسالب المتجه هي $180°$. ويُبيّن الشكل (7) أن المتَّجِه A ، و المتَّجِه $-A$ يتساويان في المقدارِ، ويتعاكسانِ في الاتجاه. لو كان لدينا المتجه (A)، فإنّ المتّجه السالب منه هو المتجه الذي يُعطي صفراً عند جمعه مع المتجه (A)	 الشكل (7): المُتَّجِهُ A وسالِبُ هذا المُتَّجِهِ (-A).

ضرب متّجه بكميّة قياسيّة: عمليّة ضرب المتّجه بكميّة قياسيّة هي ليست إلا تغييراً لطول المتجه، أي تغييراً لمقداره؛ أمّا اتّجاهه فلن يتغيّر إذا تمّ ضربه بأيّ رقم.

يُمكن ضرب متجه ما مثل C في كمية قياسية مثل n للحصول على متجه جديد مثل nC مقداره nC حيث n عدد حقيقي.

أما اتجاهه فيعتمد على إشارة n ؛ فإذا كانت هذه الإشارة موجبة ، فإن المتجه nC يكون في الاتجاه نفسه للمتجه C. وفي حال كانت إشارة n سالبة، فإن المتجهة nC يكون عكس اتجاه المتجه C .

من الأمثلة الفيزيائية على ضرب المتجه في كمية قياسية القانون الثاني لنيوتن ؛ إذ أن متجه محصلة القوى هو حاصل ضرب الكتلة m في متجه التسارع a بحسب العلاقة الآتية :

$$\sum F = ma$$

أفكر صفحة (15): لماذا يكون اتجاه التسارع a دائماً في نفس اتجاه محصلة القوى $\sum F$؟

لأن الكتلة m دائماً موجبة، وناتج ضرب كمية متجهة (a) في كمية قياسية موجبة (m) يكون كمية متجهة (F = a m) في اتجاه المتجه نفسه

أتحقق صفحة (15): ما المقصود بكل مما يأتي:

تساوي متجهين؟

متجهان لهما المقدار نفسه، والاتجاه نفسه.

ضرب متجه في عدد سالب؟

متجه جديد مقداره يساوي مقدار المتجه الأصلي مضروباً في القيمة المطلقة للعدد السالب، واتجاهه عكس اتجاه المتجه الأصلي.

المثالُ 5

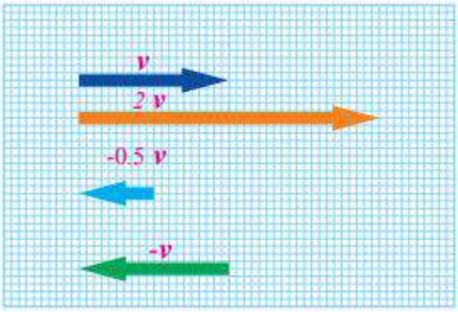
تتحرّكُ عربةٌ بسرعةٍ مُتّجهةٍ v مقدارُها 40 m/s في اتجاهِ الشرقِ. أُمثِّلُ بيانيًا:

أ . مُتّجِه السرعةِ v

ب . المُتَّجِه $2\,v$

جـ . المُتَّجِه $-0.5\,v$

د . سالبَ المُتَّجِهِ v



الشكلُ (8): خصائصُ المُتّجِهاتِ.

الحلُّ:

أ . أختارُ مقياسَ الرسمِ (1cm:10 m/s)، ثمَّ أرسمُ سهمًا طولُهُ 4 cm ليُمثِّلَ المُتَّجِه (v) باتجاهِ الشرقِ، كما في الشكلِ (8).

ب . أرسمُ سهمًا طولُهُ 8 cm ليُمثِّلَ المُتَّجِه ($2v$)، ومقدارُهُ 80 m/s باتجاهِ الشرقِ.

جـ . أرسمُ سهمًا طولُهُ 2 cm ليُمثِّلَ المُتَّجِه ($-0.5v$)، ومقدارُهُ 20 m/s باتجاهِ الغربِ.

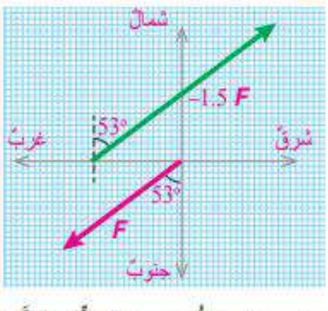
د . أرسمُ سهمًا طولُهُ 4 cm ليُمثِّلَ المُتَّجِه ($-v$)، ومقدارُهُ 40 m/s باتجاهِ الغربِ.

المثالُ 6

تُؤثِّرُ قُوّةٌ F مقدارُها 250 N في جسمٍ باتجاهٍ يَصنعُ زاويةً مقدارُها 53° غربَ الجنوبِ. أُمثِّلُ بيانيًا:

أ . مُتّجِه القُوّةِ F.

ب . المُتَّجِه ($-1.5\,F$).



الشكلُ (9): تمثيل ناتج ضرب كمية متجهة بكمية قياسية.

الحلُّ:

أ . أختارُ مقياسَ الرسمِ (1cm : 50 N)، ثمَّ أرسمُ سهمًا طولُهُ 5 cm ليُمثِّلَ المُتَّجِه F، كما في الشكلِ (9).

ب . أرسمُ سهمًا طولُهُ 7.5 cm ليُمثِّلَ المُتَّجِه ($-1.5\,F$)، ومقدارُهُ 375 N، واتجاهُهُ معاكسٌ لاتجاهِ F؛ أيْ بزاويةٍ مقدارُها 53° شرقَ الشمالِ (أوْ بزاويةٍ مقدارُها 37° شمالَ الشرقِ)، كما في الشكلِ.

اعداد المعلم
مصطفى دعمس

تمرين صفحة (16): تسير سيارة بتسارع ثابت $a = 3\ m/s^2$ في اتجاه يصنع زاوية مقدارها 30^o شرق الشمال.

أمثل بيانيا

أ- سالب المتجهه a .

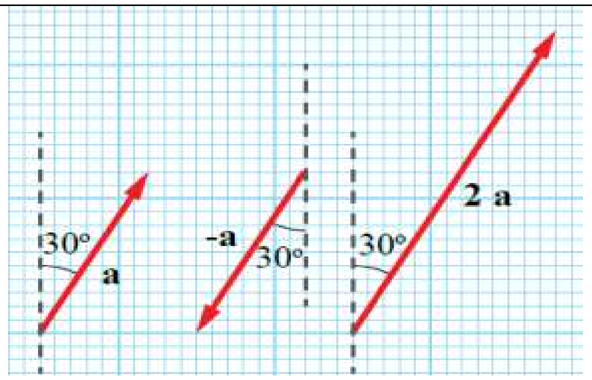
ب- ضرب المتجهه a في العدد (2).

الحل:

مقياس الرسم ($1cm : 1m/s^2$)، إذن، طول السهم الذي يمثل المتجهه a هو 3 cm كما في الشكل.

أ- سالب المتجهه a ‏(‎−a‎)‏: هو متجه طوله 3 cm ، بعكس اتجاه a كما في الشكل.

ب- ضرب المتجهه a في العدد (2) ‏(2 a)‏: هو متجه طوله 6 cm ، باتجاه المتجه a .



ضرب المتجهات

1- الضرب القياسي (النقطي) Scalar(Dot) Product

ويعرف الضرب القياسي لمتجهين (مثل : A و B) بينهما زاوية ، كما في الشكل ، على النحو الآتي :

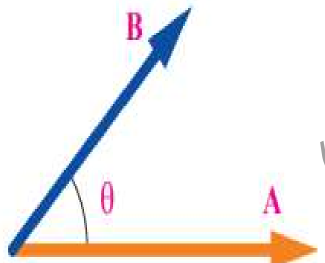
$$A \cdot B = A\,B \cos\theta$$

حيثُ :

A : مقدار المتجه A.

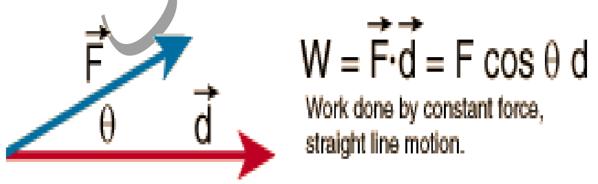
B : مقدار المتجه B.

θ : الزاوية الصغرى بين المتجهين تكون محصورة بين 0 و 180.



أما الناتج من عملية الضرب القياسي فيكون كمية قياسية لها مقدار فقط، وهو مقدار يتغير بتغير مقدار الزاوية بين المتجهين.

من التطبيقات الفيزيائية على الضرب القياسي الشغل W ، وهو حاصل الضرب القياسي لمتجه القوة F في متجه الإزاحة d: ‏($W = F.d = Fd \cos\theta$)



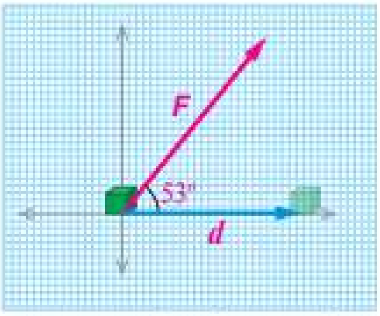
المثال 7

أثّرت قوّةٌ F مقدارُها 120 N في جسم، فحرّكَتْهُ إزاحةً d مقدارُها 5 m في اتجاهِ الشرق. إذا علمتَ أنّ الشغل W الذي تُنجزُهُ القوّةُ F يُعطى بالعلاقةِ: $W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d}$، وأنّ الزاويةَ بينَ اتجاهِ F واتجاهِ d $(53°)$، فأجِبْ عمّا يأتي:

أ . أمثّلُ المتّجِهيْنِ F وَ d بيانيًا.

ب . هل يُعَدُّ الشغلُ W كميةً متّجِهةً؟ أوضّحُ ذلكَ.

جـ . أجِدُ مقدارَ الشغلِ الذي أنجزتْهُ القوّةُ.



الشكلُ (11): تمثيلُ المُتّجِهيْنِ F وَ d بيانيًا.

المعطياتُ: $\theta = 53°$، $d = 5$ m، $F = 120$ N.

المطلوبُ: $W = ?$.

الحلُّ:

أ . مقياسُ الرسمِ (1 cm: 20 N) للقوّةِ، وَ (1 cm: 1 m) للإزاحةِ، وتمثيلُ المُتّجِهيْنِ مُبيّنٌ في الشكلِ (11).

ب . لا، لا يُعَدُّ الشغلُ W كميةً مُتّجِهةً، فهوَ كميةٌ قياسيةٌ؛ لأنّهُ ناتجٌ منَ الضربِ القياسيِّ لمُتّجِهي القوّةِ والإزاحةِ.

جـ . يُمكِنُ إيجادُ مقدارِ الشغلِ الذي أنجزتْهُ القوّةُ باستخدامِ العلاقةِ الآتيةِ:

$$W = \mathbf{F} \cdot \mathbf{d} = F\, d \cos\theta$$
$$= 120 \times 5 \times \cos 53° \quad , \quad \cos 53° = 0.6$$
$$= 360 \text{ J}$$

2- الضرب المتجهي (التقاطعي) Vector (Cross) Product

ناتج الضرب المتجهي لمتجهين (مثل : A و B) بينهما زاوية يُكتب في صورة (A × B) ، ويكون كمية متجهة لها مقدار واتجاه، ويكون الاتجاه دائما متعامدا مع كل من اتجاه المتجهين : A و B ، كما في الشكل ، ويُعطى مقداره على النحو الآتي :

$$|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = A\, B \sin\theta$$

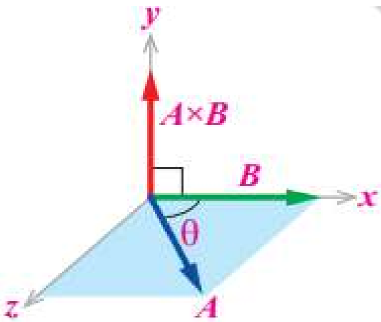
حيثُ :

$|A \times B|$: قيمة ناتج الضرب المتجهي للمتجهين : A و B.

A : مقدار المتجه A.

B : مقدار المتجه B.

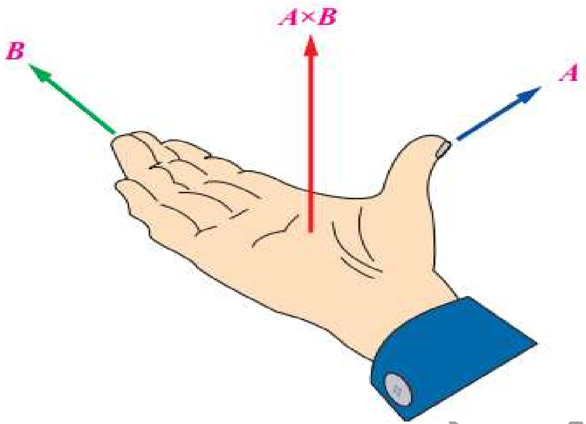
θ : الزاوية الصغرى بين المتجهين تكون محصورة بين 0 و 180. حين ينطلقان المتجهان من النقطة نفسها.



الشكلُ (12): الضربُ المُتّجِهيُّ للمُتّجِهيْنِ: A، وَ B.

اعداد المعلم
مصطفى دعمس

لتحديد اتجاه حاصل الضرب المتجهي ، **تُستخدم قاعدة كف اليد اليمنى** ، كما في الشكل ؛ إذ يشير اتجاه الإبهام إلى اتجاه المتجه الأول A ، وتشير الأصابع إلى اتجاه المتجه الثاني B ، فيكون اتجاه المتجه الناتج من حاصل ضربهما المتجهي B × A عموديا على الكف ، وخارجا منها.



الشكلُ (13): تطبيقُ قاعدةِ كفِّ اليدِ اليمنى لتحديدِ اتجاهِ $\boldsymbol{A \times B}$.

ويوجه عام يكون المتجه الناتج دائما عموديا على المستوى الذي يحوي المتجهين A و B.

من التطبيقات الفيزيائية على الضرب المتجهي القوة المغناطيسية F المؤثرة في شحنة كهربائية q متحركة بسرعة v في مجال مغناطيسي B ، وهي تعطى بالعلاقة : $F = q\,(v \times B)$

وكذلك عزم القوة t ويعطى بالعلاقة ($\tau = r \times F$)، حيث:

F : القوة المؤثرة

r : متجه الموقع

أفكر صفحة (19): إذا أشارت الأصابع إلى المتجه A، وأشار الإبهام إلى المتجهB ، فهل تتغيَّر نتيجة الضرب المتجهي؟ وضح ذلك.

نعم؛ إذ ينعكس ناتج الضرب المتجهي، أما المقدار فلا يتغير. وهذه الحالة تمثل A x B

أتحقق صفحة (19): ما الفرق بين الضرب المتجهي والضرب القياسي؟

الضرب القياسي: عملية ضرب كمية متجهة في كمية أخرى متجهة أخرى، يكون ناتجها كمية قياسية غير متجهة، لها مقدار فقط على النحو الآتي:

$$\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = AB\cos\theta$$

الضرب المتجهي: عملية ضرب كمية متجهة في كمية أخرى متجهة، يكون ناتجها كمية متجهة لها مقدار واتجاه.

$$|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = A\,B\sin\theta$$

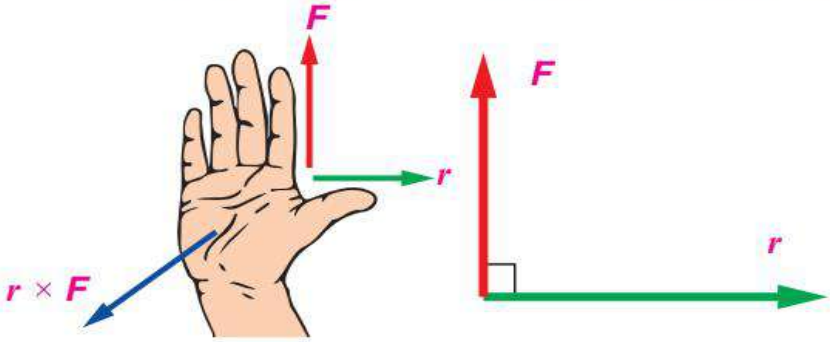
أما الاتجاه فيحدد باستعمال قاعدة الكف اليمنى.

المثالُ 8

في الشكلِ (14)، إذا كانَ $F = 250$ N، وَ $r = 0.4$ m، فأُجيبُ عمّا يأتي:

أ . أَجِدُ مقدارَ عزمِ القُوَّةِ ($r \times F$)، واتجاهَهُ.

ب. إذا تغيَّرَتِ الزاويةُ بينَ r وَ F لتصبحَ 135°، فما مقدارُ $r \times F$، واتجاهُهُ؟



الشكلُ (14): تطبيقُ قاعدةِ كفِّ اليدِ اليمنى.

الحلُّ:

أ . مقدار عزم القوة ($r \times F$):

$$|\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}| = r \times F \sin \theta$$

$= 0.4 \times 250 \times \sin 90^{\circ}$, $\sin 90^{\circ} = 1$

$= 100$ N.m

بحسبِ قاعدةِ كفّ اليد اليمنى ، يشير الإبهام إلى اتجاه $\boldsymbol{r}$ ، وتشير الأصابع إلى اتجاه $\boldsymbol{F}$ ، فيكون اتجاه عزم القوة خارجاً من الورقة (باتجاه محور z +).

ب . مقدار $\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$

$$|\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}| = r \times F \sin \theta$$

$= 0.4 \times 250 \times \sin 135^{\circ}$, $\sin 135^{\circ} = 0.7$

$= 70$ N.m

تمرين صفحة (20): متجهان A ،B : مقدار كل منهما 20 u(الرمز u يعني وحدة unit).

أجد مقدار الزاوية بين المتجهين في الحالتين الآتيتين:

أ. A . B = 320 u

ب. | A × B | = 200 u

الحل: أ. $\boldsymbol{A} \cdot \boldsymbol{B} = AB \cos\theta$

$320 = 20 \times 20 \times \cos \Theta$

$\cos \Theta = 0.8$

$\Theta = 37^{\circ}$

ب. $|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = A B \sin \theta$

$|\mathbf{A} \times \mathbf{B}| = 20 \times 20 \times \sin \Theta$

$\sin \Theta = 0.5$

$\Theta = 30^{\circ} , 150^{\circ}$

سؤال: كميتان متجهتان (A، و B) متساويتان في المقدار والاتجاه نفسه، وناتج ضربهما النقطي 64 N.m جد مقدار كل متجه، ووحدة قياسه؟

الحل:

$$\boldsymbol{A} = \boldsymbol{B}\ ,\ \theta = 0^{\circ}$$

$$\boldsymbol{A}\ .\ \boldsymbol{B} = AB \cos\theta$$

$$64 = A \times A \times \cos 0^{\circ}$$

$$64 = A^2 \times 1$$

إمّا $A = 8\ N\ ,\ B = 8\ m$، وإمّا $A = 8\ m\ ,\ B = 8N$.

....

إجابات أسئلة مراجعة الدرس 1، ص 21

السؤال الأول: الفكرة الرئيسة: أذكر اختلافاً واحداً وتشابهاً واحداً بين:

أ- الكمية المتجهة والكمية القياسية.

الكمية المتجهة لها مقدار واتجاه، أما الكمية القياسية فلها مقدار فقط، ولكل منهما مقدار ووحدة.

ب- المتجه وسالب المتجه.

اتجاه كل منهما عكس اتجاه الآخر، ولكل منهما المقدار نفسه.

ج- الضرب القياسي والضرب المتجهي.

ناتج الضرب المتجهي كمية متجهة، وناتج الضرب القياسي كمية قياسية، ولكن ناتج كل منهما يتغير بتغير الزاوية بين المتجهين.

السؤال الثاني: أصنف: الكميات الآتية إلى متجهةٍ، وقياسيةٍ:

زمن الحصة الصفية: قياسية.

قوة الجاذبية الأرضية: متجهة.

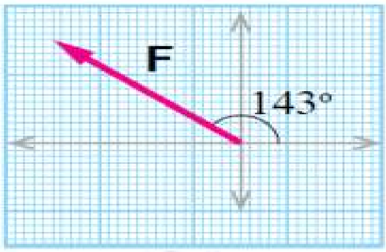
درجة حرارة المريض: قياسية.

المقاومة الكهربائية: قياسية.

كتلة الحقيبة المدرسية: قياسية.

السؤال الثالث: أمثل بيانياً: الكمتين المتجهتين الآتيتين:

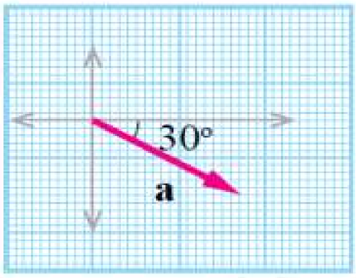
أ- قوة مغناطيسية مقدارها 0.25 N في اتجاه يصنع زاوية مقدارها 143^o مع محور +x .



(1cm: 0.05 N)

طول السهم: 5 cm

ب- تسارع ثابت مقداره $4 m/s^2$ في اتجاه يصنع زاوية مقدارها 30^o جنوب الشرق.



$(1cm:1\ m/s^2)$

طول السهم: 4 cm

السؤال الرابع: ما مقدار الزاوية بين الكميتين المتجهتين F و L في الحالتين الآتيتين

أ. $F \times L = 0$ ؟ ب. $F.L = 0$ ؟ بافتراضّ أن $(L \neq 0$ ،و $F \neq 0)$

أ . $F \times L = FL \sin \theta$

$0 = FL \sin \theta$

وبما أنَّ $F \neq 0$, $L \neq 0$ ، فإنَّ:

$\sin \theta = 0$

$\theta = \sin^{-1} 0 = 0^o , 180^o$

ب. $F. L = FL \cos \theta$

$0 = FL \cos \theta$

$\cos \theta = 0$

$\theta = \cos^{-1} 0 = 90^o , 270^o$

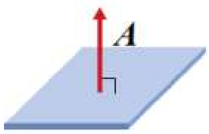
جـ. $F. L = FL \cos \theta$

$F L = FL \cos \theta$

$\cos \theta = 1$

$\theta = \cos^{-1} (1) = 0^o$

السؤال الخامس: أحسب: اعتماداً على العلاقة الآتية للتدفق المغناطيسي $\emptyset = A . B$:$\emptyset$



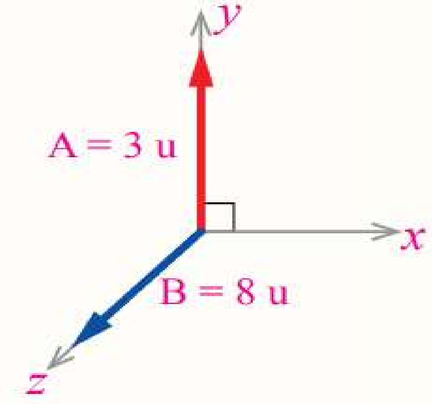
أحسب مقدار التدفق المغناطيسي عندما تكون $A = 2 \times 10^{-6}\ m^2$ ، $B = 0.1$ Tesla ، ومقدار الزاوية بين المتجهين A و B 45^o .

الحل: $\emptyset = A . B$

$\emptyset = 2 \times 10^{-6} \times \cos 45^o = 2.8 \times 10^5\ T.m^2$

يُذكر أن المتجه A هنا هو المتجه العمودي على المساحة كما في الشكل المجاور.

السؤال السادس: أحسب: اعتماداً على البيانات في الشكل المجاور، أحسب مقدار حاصل الضرب المتجهي (B xA)، محدداً الاتجاه (الرمز u يعني وحدة unit).

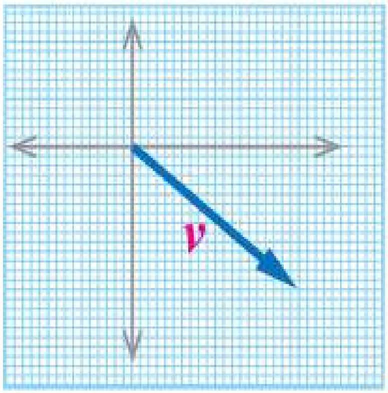


$$|\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}| = B\,A \sin\theta$$

$$|\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}| = 8 \times 3 \sin 90^{\circ} = 24$$

بحسب قاعدة كف اليد اليمنى، فإنَّ الإبهام يشير إلى اتجاه $\boldsymbol{B}$، والأصابع تشير إلى اتجاه $\boldsymbol{A}$؛ لذا، فإنَّ اتجاه $\boldsymbol{B} \times \boldsymbol{A}$ يكون في اتجاه (-x).

السؤال السابع: أحسب: سيارة تسير بسرعة ثابتة v ، وفي اتجاه محدد. مثلت سرعة السيارة بيانياً برسم سهم طوله 5 cm باستخدام مقياس الرسم (1cm :10 m/s) على النحو المبين في الشكل المجاور. أحسب مقدار سرعة السيارة، محدداً اتجاهها.



الحل:

طول السهم 5 cm. وبحسب مقياس الرسم (1 cm: 10 m/s)، فإنَّ مقدار سرعة السيارة $\boldsymbol{v}$ هو:

$$v = 5 \times 10 = 50 \text{ m/s}$$

الاتجاه: بناءً على الرسم البياني، فإنَّ ظل الزاوية θ بين متجه السرعة $\boldsymbol{v}$ ومحور ^{+}x هو:

$$\tan\theta = \frac{4}{3} = 1.33 \rightarrow \theta = \tan^{-1} 1.33 = 306.9^{\circ}$$

أيْ إنَّ: $(\boldsymbol{v} = 50 \text{ m/s}, 306.9^{\circ})$.

السؤال الثامن: أحسب: مقدار الزاوية بين المتجهين: F و r ، التي يتساوى عندها مقدار الضرب القياسيّ ومقدار الضرب المتجهي للمتجهين؛ أي إن: $|r \times F| = r.F$

$$|\boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}| = \boldsymbol{r} \,.\, \boldsymbol{F}$$

$$r\,F \sin\theta = r\,F \cos\theta$$

$$\sin\theta = \cos\theta$$

$$\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = \frac{\cos\theta}{\cos\theta}$$

$$\tan\theta = 1$$

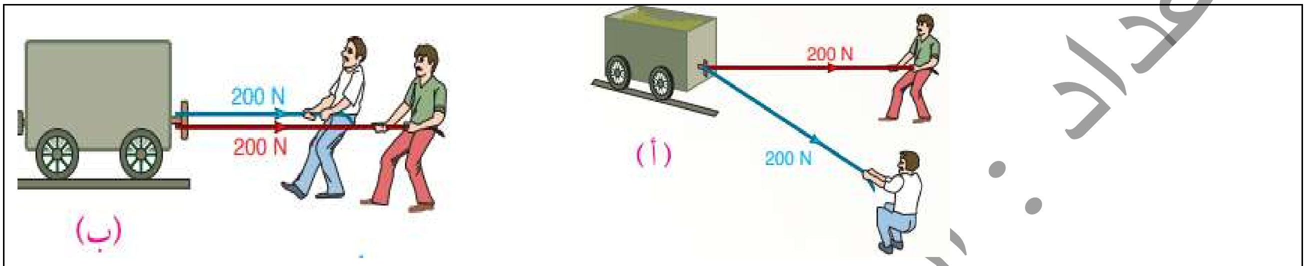
$$\theta = \tan^{-1} 1 = 45^{\circ}$$

الدرس الثاني: جمع المتجهات وطرحها Addition and Subtraction of Vector

جمع الكميات المتجهة أو طرحها يكون إما بيانيا ، وإما رياضيا عن طريق تحليل الكميات المتجهة إلى مركباتها

جمع المتجهات Addition of Vector

عند جمع الكميات المتجهةُ (Addition of vector quantities) يجب مراعاة الاتجاه والمقدار. فمثلاً ، إذا جمعت القوّتانِ اللتانِ يُؤثِّرُ بهما الرجلانِ لسحب العربة في الشكل (15/أ) جبريّاً (200 + 200 =400 N) فإن الإجابة تكون غير صحيحة ، أمّا إذا أثّرَ الرجلانِ في الاتجاهِ نفسِه، وبالقوّةِ نفسِها، كما في الشكل (15/أ) فإنَّ مجموع القوتين 400 N في اتجاه إحدى القوتين يكون صحيحاً.



الشكل (15): أ. قوّتانِ في اتجاهينِ مختلفينِ. ب. قوّتانِ في الاتجاهِ نفسِه

ان ناتج جمع متجهين مثل A و B هو متجه جديد (A + B) يختلف مقداره واتجاهه باختلاف المقدار والاتجاه لكل من المتجهين. وأنَّ ما ينطبق على جمع متجهين ينطبق على جمع متجهات عدة.

بشكلٍ عام يُسمى المتجه الناتج من الجمع المتجهي لمتجهات عدة (مثل : A و B و C) متجه المحصلة Resultant vector ويرمز له بالرمز R، ($R= A + B + C$) ؛ على أن تكون المتجهات من النوع نفسه.

المثالُ 9

مِزْلاجٌ كتلتُهُ m_1=70 kg، وُضِعَ فوقَهُ صندوقٌ حجمُهُ 1 m^3، وكتلتُهُ m_2=80 kg. سُحِبَ المِزْلاجُ بقُوّةٍ مقدارُها F_1=400 N باتجاهِ الشرقِ، وأثّرَتْ فيهِ قوّةٌ أخرى F_2=100 N باتجاهِ الغربِ، فتحرَّكَ بتسارُعٍ مقدارُهُ a =2 m/s² باتجاهِ الشرقِ:

أ . أحدِّدُ الكمياتِ القياسيةَ التي يُمكِنُ جمعُها معًا، ثمَّ أجِدُ ناتجَ الجمعِ.

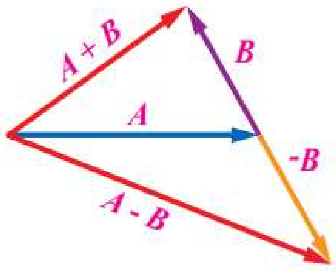
ب . أحدِّدُ الكمياتِ المُتَّجِهةَ التي يُمكِنُ جمعُها معًا، ثمَّ أُعبِّرُ عنْ ناتجِ الجمعِ (المحصلةِ) بالرموزِ.

الحلُّ:

أ . الكمياتُ القياسيةُ، هيَ: كتلةُ المِزْلاجِ، وحجمُ الصندوقِ، وكتلةُ الصندوقِ. أمّا الكمياتُ التي يُمكِنُ جمعُها معًا فيجبُ أنْ تكونَ منَ النوعِ نفسِهِ، وهيَ: m_1 = 70 kg، وَ m_2 = 80 kg، وناتجُ جمعِهِما: 80 + 70 = 150 kg، وهوَ كميةٌ قياسيةٌ.

ب . الكمياتُ المُتَّجِهةُ، هيَ: القُوَّةُ الأولى F_1، والقُوَّةُ الثانيةُ F_2، والتسارُعُ a. أمّا الكمياتُ التي يُمكِنُ جمعُها معًا فيجبُ أنْ تكونَ منَ النوعِ نفسِهِ، وهيَ: F_1=400 N، وَ F_2=100 N، ومحصلتُهُما: $R = F_1 + F_2$، وهيَ كميةٌ مُتَّجِهةٌ.

طرح المتجهات Subtraction of Vectors

إن عملية طرح المتجهات تشبه عملية جمعها. والإشارة السالبة تعني معكوس المتجه المراد طرحه. مثال : عند طرح المتجه B من المتجه A (أي : A − B) فإن المتجه A يجمع مع معكوس المتجه −B كما في الشكل ويكتب بالصورة الآتية : $\boldsymbol{A - B = A + (-B)}$	الشكلُ (16): جمعُ المُتَّجِهاتِ وطرحُها.

محصلة متجهات عدة Resultant of Many Vectors

لإيجاد محصلة متجهين أو أكثر ؛ سواء أكانت في بعد واحد مثل محور x أو محور y ، ام في بعدين مثل مستوى (x−y) فإننا نستخدم إحدى الطريقتين الآتيتين :

1− الطريقة البيانية (الرسم) Graphical Method

هي طريقة تتلخص في تمثيل المتجهات المراد جمعها بأسهم ، ثم تركيب تلك الأسهم بطريقة متوازي الأضلاع ، أو بطريقة المُضلع (الذيل على الرأس) ، وسنتناول في هذا الدرس طريقة المضلع.

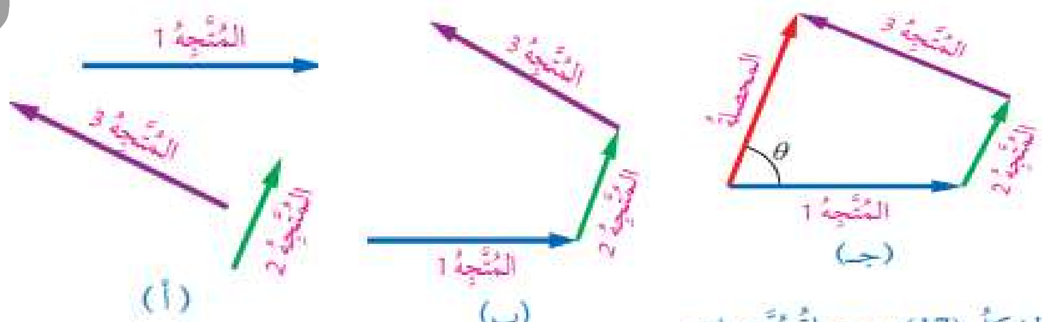
طريقة المضلع (الذيل على الرأس) Polygon (head−to−tail) Method

وتتلخص غي الخطوات الآتية :

– اختبار مقاس رسم مناسب ، ورسم أسهم تُمثل المتجهات التي يراد إيجاد محصلتها (جمعُها).

– رسم المتجه الأول ، ثم رسم المتجه الثاني ، بحيث يقع ذيله عند رأس المتجه الأول ، وهكذا الحال لبقية المتجهات حتى آخر متجه، كما في الشكل(17) ، مع المحافظة على طول السهم واتجاهه عند نقله.

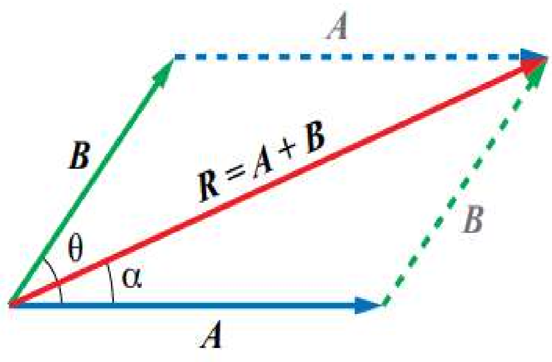
– رسم سهم من ذيل المتجه الأول إلى رأس المتجه الأخير ؛ ليُمثل طوله مقدار المحصلة ، مع مراعاة مقياس الرسم ، ويُمثل اتجاهه (من الذيل إلى الرأس) اتجاه المحصلة (قياس الزاوية بين اتجاه المحصلة ومحور +x بعكس دوران عقارب الساعة).



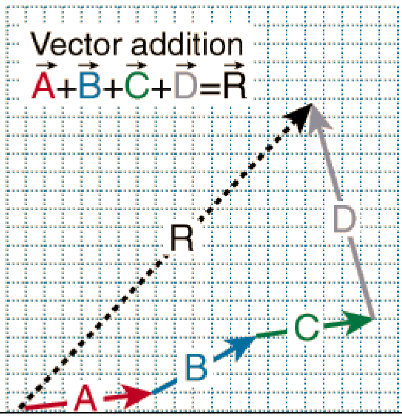
الشكلُ (17): محصلةُ مُتَّجِهاتٍ عدّةٍ بطريقةِ المُضلَّعِ.

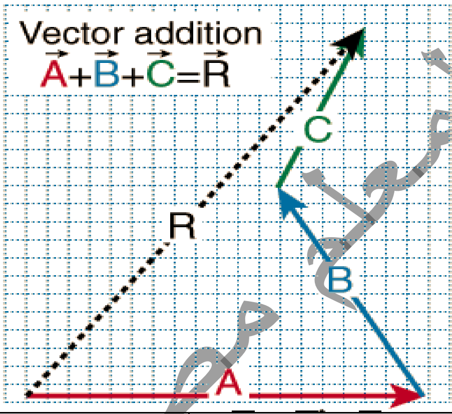
طريقة متوازي الأضلاع (Parallelogram Method):

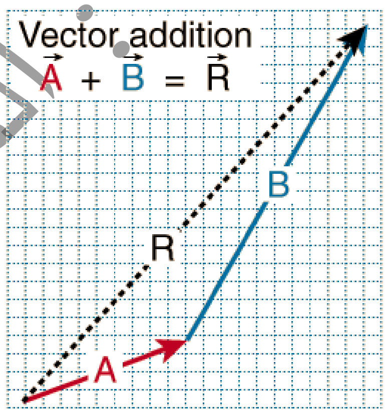
لإيجاد محصلة متجهين (مثل: A، وB) بيانيًّا بطريقة متوازي الأضلاع، ارسم المتجه الأول A، ثم ارسم المتجه الثاني B، بحيث تنطبق بدايته (ذيله) على بداية المتجه A، ثم أكمل رسم متوازي الأضلاع، ثم ارسم قُطْر متوازي الأضلاع الذي يتحد مع هذين المتجهين في نقطة البداية، ليُمثِّل محصلة المتجهين $(R = A + B)$ كما في الشكل.

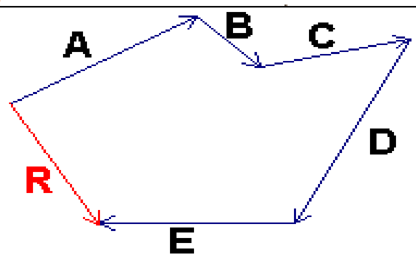
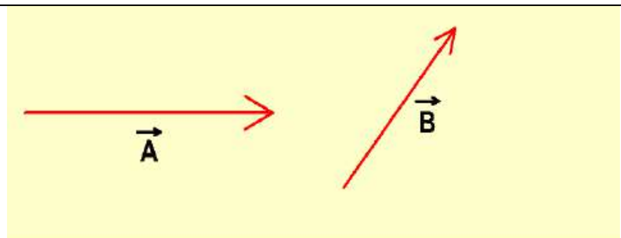
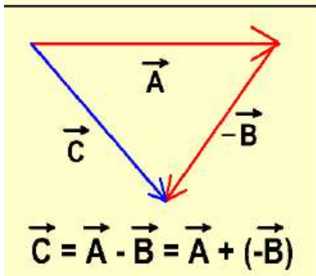
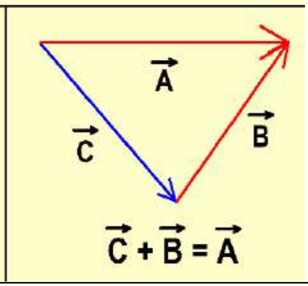
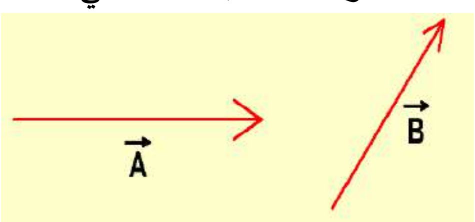


تعتمد طريقة الرسم على أنه اذا نقلنا المتجه بحيث نحافظ على مقداره ويظل اتجاهه موازيا" للاتجاه الاصلي , فأننا نحصل على نفس المتجه .ولجمع المتجهات بهذه الطريقة نصل المتجهات رأسياً الواحد بذيل الآخر , ويكون المجموع هو متجه يبدأ من ذيل المتجه الأول إلى رأس المتجه الأخير .







	إن المحصلة تمثل المتجه الناتج عن اغلاق المتجهات السابقة كما بالرسم الموضح: تكون المحصلة هي: $R = A + B + C + D + E$
	تتم عملية طرح المتجهات vector subtraction كما في الجمع مع مراعاة رسم المتجه B في الاتجاه المعاكس باعتبار ان B هو المتجه المطروح من المتجه الاول A كما بالشكل التالي: 

أتحقق صفحة (23): ما المقصود بمتجه المحصلة؟

متجه المحصلة: متجه ناتج من الجمع المتجهي لمتجهين أو أكثر.

أتحقق صفحة (24): ما المقصود بطرح المتجه؟

هو جمع سالب المتجه.

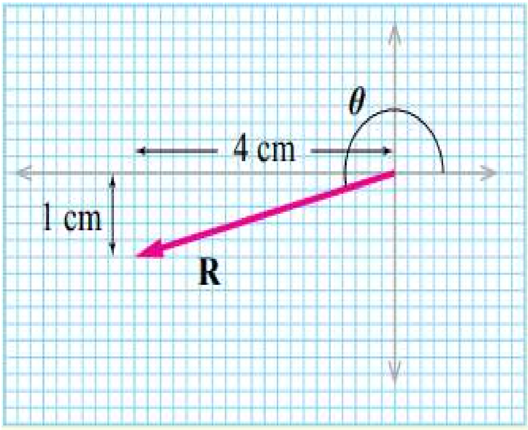
أتحقق صفحة (25): أوضح المقصود بطريقة المضلع لإيجاد محصلة متجهات عدّة بيانياً

طريقة المضلع: هي طريقة بيانية لإيجاد محصلة متجهين أو أكثر عن طريق تمثيل المتجهات بأسهم، ثم تركيبها بوضع ذيل المتجه الثاني على رأس المتجه الأول، وهكذا بالترتيب حتى آخر متجه، فيمثل طول السهم الواصل من ذيل المتجه الأول إلى رأس المتجه الأخير مقدار المحصلة، ويمثل اتجاه السهم اتجاه المحصلة.

أفكر صفحة (25): هل يمكن إيجاد الزاوية θ بطريقة رياضية من دون استخدام المنقلة في المثال 10 ؟ أوضح ذلك.

يمكن إيجاد الزاوية θ بين متجه المحصلة R ومحور x+ باستعمال النسب المثلثية؛ سواء كان sin ، أو cos ، أو tan . ففي المثال 10، يمكن حساب الزاوية θ المبينة في الشكل أدناه على النحو الآتي:

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{-1}{-4}\right) = \tan^{-1} 0.25 = 194^{o}$$



التجربة 1: إيجاد محصلة قوتين بصورةٍ عملية ص26


التحليل والاستنتاج:
1. أحسُبُ القوى الثلاث المؤثِّرة في الحلقة باستخدام العلاقة: $F = mg$، حيث: m (كتلة حامل الثقل + كتلة الثقل). ما مقدار محصلة تلك القوى؟
2. أحسُبُ بيانيًا محصلة القوّتين: الأولى، والثانية.
3. أقارنُ محصلة هاتين القوّتين بالقوّة الثالثة من حيث: المقدار، والاتجاه.
4. أستنتجُ، استنادًا إلى تجربتي، علاقة محصلة أيّ قوّتين بالقوّة الثالثة عند الاتزان (انطباق مركز الحلقة على مركز الطاولة).
5. أحسُبُ بيانيًا محصلة القوى الثلاث، ثمّ أفسّرُ النتيجة.
6. أقارنُ نتائجَ مجموعتي بنتائج المجموعات الأخرى.

تحليل النتائج:

1. $F_1 = F_2 = F_3 = (m_{\text{الثقل}} + m_{\text{حامل الثقل}})\, g$
2. باستعمال مقياس رسم مناسب، وتطبيق طريقة مضلع القوى، يُمكِن إيجاد محصلة القوتين بيانياً.
3. بما أنَّ الحلقة في حالة اتزان، فإن محصلة القوتين تساوي في المقدار القوة الثالثة، وتعاكسها في الاتجاه. ولكن، عمليًّا، قد لا تتساوى تلك الكميات بصورة كاملة؛ نظرا إلى وجود أخطاء في القياس، ودقة الرسم.
4. مصلة أي قوتين من القوى الثلاث تساوي في المقدار القوة الثالثة، وتعاكسها في الاتجاه.
5. صفر ؛ فعند تمثيل القوى الثلاث بيانيا، تِشكل الأسهم الممثلة لتلك القوى مثلثاً مغلقاً، بحيث تنطبق نقطة ذيل القوة الأولى على رأس القوة الثالثة، فتكون المحصلة صفر

المثال 10

تؤثر ثلاث قوى في جسم: القوة الأولى F_1 مقدارها 30 N في اتجاه الشمال، والقوة الثانية F_2 مقدارها 50 N في اتجاه يصنع زاوية مقدارها 37° شمال الغرب، والقوة الثالثة F_3 مقدارها 70 N في اتجاه الجنوب. أجد مقدار محصلة القوى المؤثرة في الجسم واتجاهها بيانيًا.

المعطيات: $F_1 = 30\ N, +y$ ، $F_2 = 50\ N, 143°$ ، $F_3 = 70\ N, -y$.

المطلوب: $R = ?$.

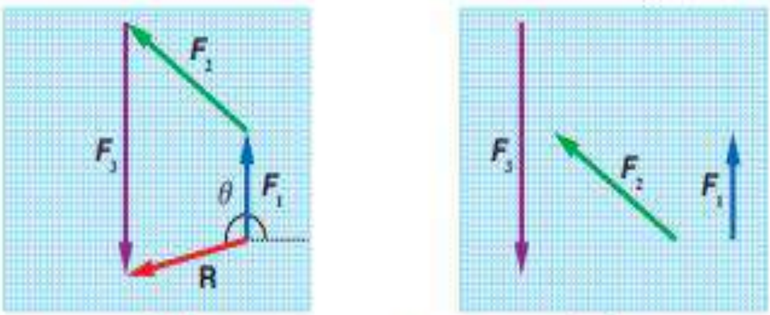
الحلُّ:

أ . أختارُ مقياسَ رسم مناسبًا، وليكنْ (1 cm: 10 N)، ثمَّ أرسمُ ثلاثةَ أسهم تُمثِّلُ مُتَّجهاتِ القوى الثلاث، كما في الشكلِ (18/أ)، بحيثُ يكونُ طولُ الأولِ F_1: 3 cm، وطولُ الثاني F_2: 5 cm، وطولُ الثالثِ F_3: 7 cm.

ب. أرسمُ السهمَ الذي يُمثِّلُ مُتَّجهَ القوَّةِ F_1، كما في الشكلِ (18/ب)، ثمَّ أرسمُ السهمَ الذي يُمثِّلُ مُتَّجهَ القوَّةِ F_2، بحيثُ يقعُ ذيلُهُ على رأسِ سهمِ F_1، ثمَّ أرسمُ السهمَ الذي يُمثِّلُ مُتَّجهَ القوَّةِ F_3، بحيثُ يقعُ ذيلُهُ على رأسِ سهمِ F_2. بعدَ ذلكَ أرسمُ سهمًا منْ ذيلِ المُتَّجهِ الأولِ F_1 إلى رأسِ المُتَّجهِ الثالثِ (الأخيرِ)؛ ليُمثِّلَ طولُهُ مقدارَ المحصلةِ، ويُمثِّلَ اتجاهُهُ اتجاهَ المحصلةِ.

جـ. أقيسُ -بالمسطرةِ- طولَ مُتَّجهِ المحصلةِ R منَ الشكلِ (4.1 cm). وبحسبِ مقياسِ الرسمِ (1cm: 10 N)، فإنَّ مقدارَ المحصلةِ: $R = 4.1 \times 10 = 41\ N$.

د . أقيسُ -بالمنقلةِ- الزاويةَ بينَ مُتَّجهِ المحصلةِ ومحورِ x + بعكسِ دورانِ عقاربِ الساعةِ ($\theta = 194°$)؛ لتُمثِّلَ اتجاهَ المحصلةِ.



الشكلُ (18): أ . تمثيلُ مُتَّجهاتِ القوى بأسهمٍ. ب . محصلةُ مُتَّجهاتِ القوى بالرسمِ.

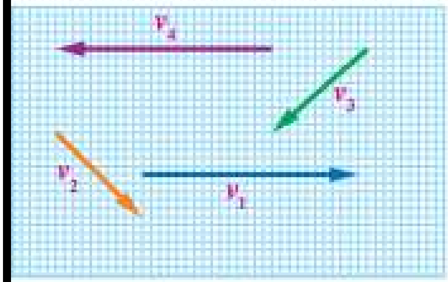
اعداد : المعلم مصطفى دعمس

المثال 11

مثّلت أربعة مُتّجهاتٍ للسرعة (v_1 ، v_2 ، v_3 ، v_4) بالرسم، كما في الشكل (19)، وذلك باستخدام مقياس الرسم (1 cm:5 m/s). أجِدُ:

أ . مقدارَ مُتّجهِ محصلةِ السرعةِ، واتجاهَهُ.

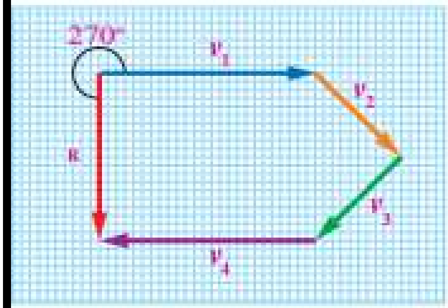
ب. $v_1 + v_2 + 2v_3 - v_4$



الشكلُ (19): مُتّجِهاتُ السرعةِ.

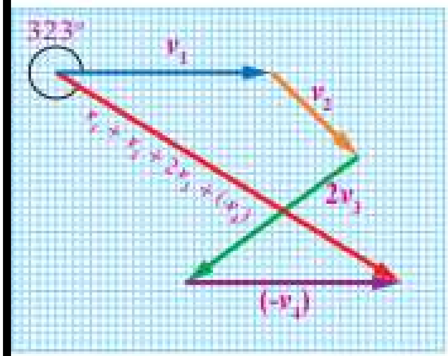
الحلُّ:

أ . بتطبيقِ طريقةِ المُضلّعِ، كما في الشكلِ (20)، فإنَّ طولَ سهمِ المحصلةِ R هوَ 4 cm. ووفقًا لمقياسِ الرسمِ (1cm: 5 m/s)، فإنَّ مقدارَ المحصلةِ: $R = 4 \times 5 = 20$ m/s، واتجاهَها نحوَ الجنوبِ: (R = 20 m/s, 270°).



الشكلُ (20): محصلةُ السرعةِ.

ب. بتطبيقِ طريقةِ المُضلّعِ، كما في الشكلِ (21)، فإنَّ طولَ السهمِ الناتجِ منْ جمعِ $v_1 + v_2 + 2v_3 + (-v_4)$ هوَ 10 cm. ووفقًا لمقياسِ الرسمِ (1cm: 5 m/s)، فإنَّ مقدارَ مُتّجهِ المحصلةِ: $R = 10 \times 5 = 50$ m/s، وباستخدامِ المنقلةِ نجدُ أنَّ اتجاهَها يميلُ بزاويةٍ θ مقدارُها 323° عنْ محورِ $+x$.



الشكلُ (21): مجموعُ المُتّجِهاتِ.

تمرين: شحنة كهربائية تُؤثر فيها ثلاث قوى كهربائية على النحو الآتي: 200 N في اتجاه الجنوب، 300 N في اتجاه يصنع زاوية مقدارها 53° شمال الغرب، 500 N في اتجاهِ الغرب. أجد مقدار محصلةِ القوى الكهربائية المؤثِّرةِ في الشحنة واتجاهَها بيانياً

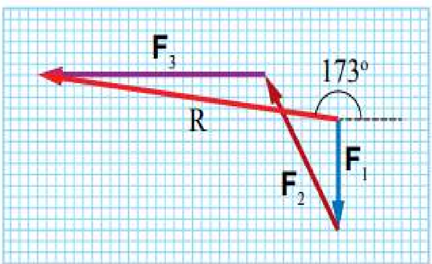
الحل: مقياس الرسم: (1cm : 100N) ، إذن

F_1 = 2 cm،F_2 = 3 cm ،F_3 = 5 cm

طول سهم المحصلة R هو 6.4،cm إذن: مقدار المحصلة R هو:

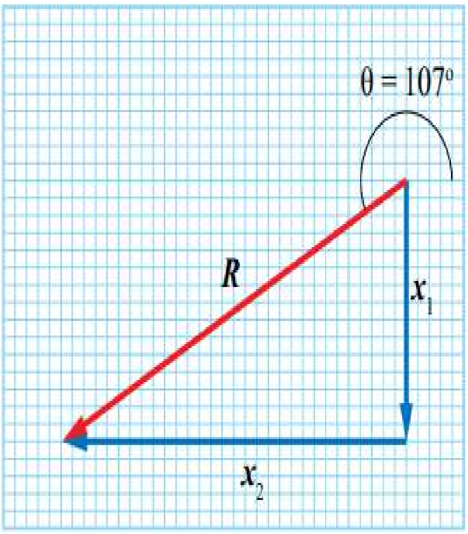
$$R = 6.4\ \text{cm} \times \frac{100\ N}{1\ \text{cm}} = 640\ \text{N}$$

باستعمال المنقلة، يتبيّن أنَّ الزاوية بين متجه المحصلة ومحور $+x$ هي: (173°)؛ أيْ إنَّ: R = 640 N, 173°



سـؤال:

استعملت الموظفة تقوى المصعد للنزول من الطابق الخامس إلى الطابق الأرضي، ثم اتجهت نحو الغرب، وقطعت مسافة 30 m لتصل إلى إدارة الشركة. إذا كان ارتفاع الطابق الخامس 15 m، فأَجِدُ بيانيًّا محصلة الإزاحة التي تحرَّكتها الموظفة من الطابق الخامس إلى إدارة الشركة.



المعطيات: $x_1 = 15$ m ,$x_2 = 30$ m

المطلوب: المحصلة: $R = ?$

الحل:

تمثيل الإزاحتين x_2 , و x_1 بيانيًّا باستعمال مقياس الرسم ($1\,u : 5$ m) كما في الشكل، ثم رسم سهم من ذيل x_1 إلى رأس x_2 ليُمثِّل المحصلة R.

طول سهم المحصلة R هو $6.6\,u$

مقدار المحصلة واتجاهها:

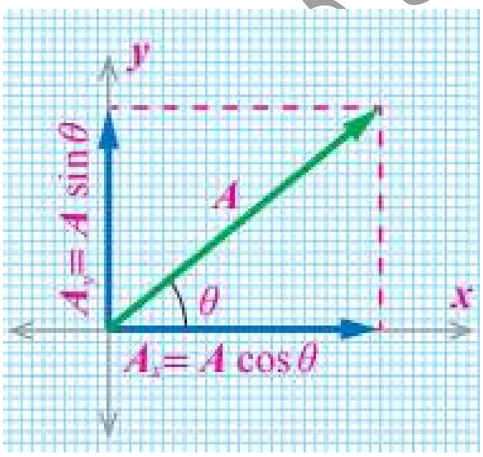
$R = 6.6 \times 5 = 33$ m,107°

2- الطريقة التحليلية Analytical Method

إن استخدام الطريقة البيانية في إيجاد محصلة متجهات عدة ليست عملية دقيقية ، لذا سنستخدم طريقة أكثر دقة وهي تحليل المتجهات إلى مركباتها.

تحليل المتجهات إلى مركباتها Resolving Vectors into Components

وهنا نقوم بتحليل المتجه الواحد والإستعاضة عنه بمتجهين متعامدين (على محوري x و y مثلا) يُسميان مركبتي المتجه ، وتكون محصلتهما المتجه نفسه، ويتحدان معه في نقطة البداية. نطلق على هذه العملية **تحليل المتجه إلى مركبته** Resolving Vectors into Components.



ويبين الشكل تحليل المتجه A إلى مركبتيه.

المركبة الأفقية A_x : تمثل مسقط المتجه A على محور +X.

– المركبة العمودية A_y : تمثل مسقط المتجه A على محور +y.

يكـون المجمــوع المتجهي للمركبتين مساويا المتـجـه A ؛ أي أن : $A_x + A_y = A$

وبتطبيق النسب المثلثية ، فإنّ :

$$\cos\theta = \frac{A_x}{A} \rightarrow A_x = A\cos\theta$$

$$\sin\theta = \frac{A_y}{A} \rightarrow A_y = A\sin\theta$$

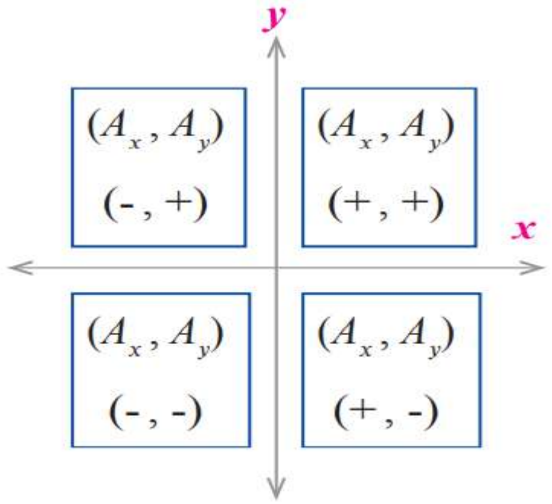
إذ تتغير إشارات المركبات الأفقية والعمودية بحسب الربع الذي يقع فيه المتجه.

ونحسب مقدار المتجه من نظرية فيثاغورس :

$$A = \sqrt{A_x^{\,2} + A_y^{\,2}}$$

اما الزاوية المرجعية بين المتجه ومحور +x فنحسبها من العلاقة الآتية :

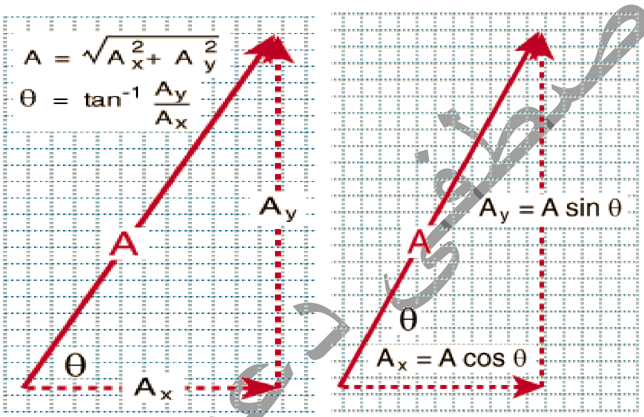
$$\tan\theta = \frac{A_y}{A_x} \rightarrow \theta = \tan^{-1}\frac{A_y}{A_x}$$



إشارات المَركبتين: (Ax , Ay).

سؤال:

أثبتْ أنَّ: $A_x^2 + A_y^2 = A^2$.



الحل:

$Ax = A\cos\theta$

$A y = A\sin\theta$

$$A_X^2 + A_Y^2 = A^2\cos^2\theta + A^2\sin^2\theta$$

$$= A^2(\cos^2\theta + \sin^2\theta)$$

ولكن: $(\cos^2\theta + \sin^2\theta) = 1$

وبذلك، فإن: $A_X^2 + A_Y^2 = A^2$

أتحقق صفحة (29): ما المقصود بتحليل المتجه؟

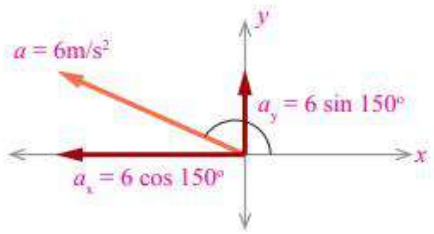
تحليل المتجه: استبدال المتجه بمتجهين متعامدين (على محوري x–y مثلاً) يُسميان مركبتي المتجه، ومحصلتهما المتجه نفسه، وهما يتحدان معه في نقطة البداية.

أفكر صفحة (29): ما علاقة صورة لاعب كرة السلة –في بداية الوحدة– بتحليل المتجهات؟

سدد لاعب كرة السلة نحو المرمى بسرعة محددة v، وفي اتجاه يصنع زاوية محددة(مثل θ) مع الأفق، فأصبح للسرعة مركبتان: مركبة أفقية (v cos θ)، تؤثر في المسافة الأفقية بين الكرة والمرمى.

مركبة عمودية (v sin θ) ، تؤثر في المسافة العمودية بين الكرة والمرمى.

المثالُ 12



الشكلُ (25): المُركَّبةُ الأفقيةُ، والمُركَّبةُ العموديةُ للتسارعِ.

تتحرَّكُ مركبةٌ بتسارعٍ ثابتٍ ($a = 6\ m/s^2$, 150°). أَجِدْ مقدارَ المُركَّبتيْنِ الأفقيةِ والعموديةِ للتسارعِ، ثمَّ أُحدِّدُ اتجاهَ كلٍّ منهما.

المعطياتُ: ($a = 6\ m/s^2$, 150°).

المطلوبُ: $a_x = ?$ ، $a_y = ?$.

الحلُّ:

المُركَّبةُ الأفقيةُ: $a_x = a \cos\theta = 6 \times \cos 150° = 6 \times -\cos 30° = -5.2\ m/s^2$

المُركَّبةُ العموديةُ: $a_y = a \sin\theta = 6 \times \sin 150° = 6 \times \sin 30° = 3\ m/s^2$

يُلاحَظُ أنَّ إشارةَ a_x سالبةٌ؛ ما يعني أنَّ اتجاهَها هوَ في اتجاهِ (-x)، وأنَّ إشارةَ a_y موجبةٌ؛ ما يعني أنَّ اتجاهَها هوَ في اتجاهِ (+y)، حيثُ إنَّ المُتَّجِهَ a يقعُ في الربعِ الثاني. أنظرُ الشكلَ (25).

مثال 13: يسحبُ عامر صندوق ألعاب بقوة مقدارها 100N في اتجاه يَصنع زاوية θ مقدارها 30° مع محور +x كما في الشكل ، أجد مقدار كل من المركبتين الأفقيةِ والعموديةِ للقوة ، محددا اتجاههما.

الحل:

المركبة الأفقية للقوّة F_x

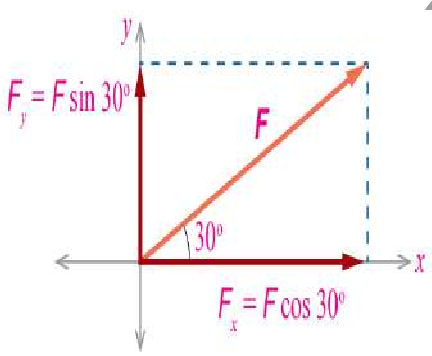
$F_x = F \cos\theta = 100 \times \cos 30° = 100 \times 0.87 = 87N$

باتجاهِ محور x + ، كما في الشكل

المركبة العمودية للقوّة F_y

$F_y = F \sin\theta = 100 \times \sin 30° = 100 \times 0.5 = 50N$

باتجاهِ محور y +



ماذا يحدثُ للمركبتينِ الأفقيةِ والعموديةِ للقوّةِ إذا قلّت الزاوية θ عن 30° في المثال السابق؟

إذا قلت الزاوية θ ، فإن المركبة الأفقية تزداد، في حين تقلُّ المركبة العمودية لها .

اعداد : المعلم مصطفى دعمس

تمرين ص 30: أُطلِقت قذيفة بسرعة v ، وكانت المركبة الأفقية للسرعة (-20 m/s) والمركبة العمودية 40 m/s . أجد مقدار السرعة v، واتجاهَها.

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$$

$$v = \sqrt{(-20)^2 + 40^2} = 44.7\,m/s$$

أمّا اتجاه السرعة فيُحدَّد بإيجاد الزاوية θ بين متجه السرعة والمُركّبة الأفقية v_x:

$$\theta = \tan^{-1}\frac{v_y}{v_x} = \tan^{-1}\frac{40}{-20} = \tan^{-1}(-2) = 107^{\circ}$$

محصلة المتجهات بالطريقة التحليلية Resultant by Analytical Method

لإيجاد المقدار والاتجاه لمحصلة متجهين أو أكثر **بالطريقة التحليلية** (Analytical method)، اتبع الخطوات الآتية :

- ارسم المتجهات ، بحيث يبدأ كل متجه بنقطة الأصل.
- أحلل كل متجه إلى مُركّبتيه ، مراعيا أن تلتقي نقطة البداية (الذيل) لجميع المتجهات عند نقطة الأصل.
- أجد محصلة المركبات على محور ***x*** (R_x) ومحصلة المركبات على محور ***y*** (R_y).
- أجد مقدار المحصلة الكلية ***R*** باستخدام العلاقة الآتية :

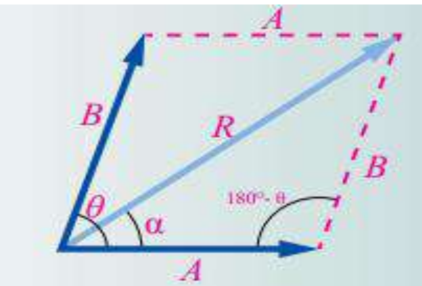
$$R = \sqrt{R_x^{\ 2} + R_y^{\ 2}}$$

- أحدد اتجاه المحصلة الكلية ***R*** باستخدام العلاقة الآتية :

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$

حيثُ α الزاوية بين اتجاه المحصلة ***R*** ومحور X+.

الربط بالرياضيات



لإيجادِ المحصلةِ ***R*** للمُتَّجِهيْن: ***A***، و ***B*** اللذيْنِ بينَهُما زاويةٌ (θ) بطريقةٍ رياضيةٍ، يُستخدَمُ قانونُ جيبِ التمامِ:

$$R^2 = A^2 + B^2 - 2AB\cos(180^{\circ} - \theta)$$
$$\rightarrow R^2 = A^2 + B^2 + 2AB\cos\theta$$

ولتحديدِ اتجاهِ المحصلةِ (الزاويةُ α)، يُستخدَمُ قانونُ الجيبِ:

$$\sin\alpha = \frac{B\sin\theta}{R}$$

اعداد : المعلم مصطفى دعمس

أتحقق صفحة (31): أحدد اتجاه المحصلة عندما تتساوى محصلة المركبات على محور x + مع محصلة المركبات على محور y+ .

يُحدَّد اتجاه المحصلة باستعمال العلاقة الآتية:

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$

ولكن:

$$R_x = R_y$$

$$\alpha = \tan^{-1}(1) = 45^{\circ}$$

وهي الزاوية نفسها (45°) التي تتساوى عندها المُركَّبة الأفقية مع المُركَّبة العمودية.

أفكر صفحة (31): إذا كانت محصلة المركبات على محور y (R_y) لمجموعة من المتجهات صفراً، فهل يعني ذلك بالضرورة أن جميع تلك المتجهات تقع فقط على محور x ؟ أفسّر إجابتي.

لا، ليس شرطاً أن تقع تلك المتجهات جميعها على محور فقط، ولكن يشترط أن يكون مجموع المركبات العمودية الموجبة مساوياً لمجموع المركبات العمودية السالبة ($R_y = 0$)

سؤال: انطلقت كرة جولف بسرعة v، في اتجاه يصنع زاوية 25° مع الأفق كما في الشكل. إذا كانت المركبة الأفقية لسرعة انطلاق الكرة 36 m/s ، فما مقدار مُركّبتها العمودية؟

الحل:

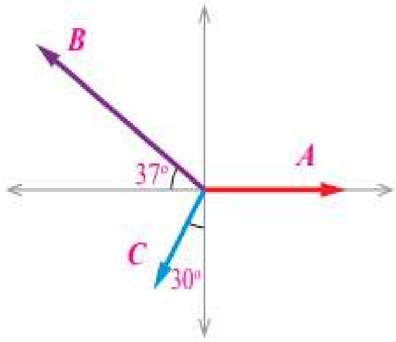
$$v_x = v\cos\theta$$

$$36 = v\cos 25^{\circ} \rightarrow v = \frac{36}{0.9} = 40\ m/s$$

$$v_y = v\sin\theta =$$

$$40\sin 25^{\circ} = 17\ m/s$$

المثالُ 14

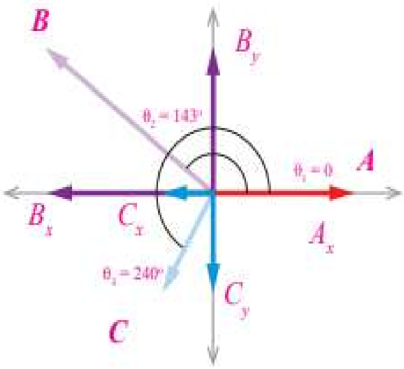


الشكلُ (28): محصلةُ مُتَّجِهاتٍ عِدَّةٍ.

ثلاثةُ مُتَّجِهاتٍ (A, B, C) قيمُها: $(3\,u, 5\,u, 2\,u)$ على الترتيبِ، كما في الشكلِ (28). أجِدُ مقدارَ المحصلةِ واتجاهَها بالطريقةِ التحليليةِ.

الحلُّ:

- أُحلِّلُ كلَّ مُتَّجِهٍ إلى مُركَّبتيهِ: المُركَّبةِ الأفقيةِ على محورِ x والمُركَّبةِ العموديةِ على محورِ y، كما في الشكلِ (29)، على النحوِ الآتي:



الشكلُ (29): تحليلُ المُتَّجِهاتِ إلى مُركَّباتِها.

$A_x = A\cos\theta_1 = 3\cos 0° = 3 \times 1 = 3\,u$

$A_y = A\sin\theta_1 = 3\sin 0° = 3 \times 0 = 0$

$B_x = B\cos\theta_2 = 5\cos 143° = 5 \times -0.8 = -4\,u$

$B_y = B\sin\theta_2 = 5\sin 143° = 5 \times 0.6 = 3\,u$

$C_x = C\cos\theta_3 = 2\cos 240° = 2 \times -0.5 = -1\,u$

$C_y = C\sin\theta_3 = 2\sin 240° = 2 \times -0.87 = -1.74\,u$

- أَجِدُ مجموعَ المُركَّباتِ على محورِ x:

$$R_x = A_x + B_x + C_x$$

$R_x = 3 - 4 - 1 = -2\,u$ .... في اتجاهِ محورِ $-x$.

- أَجِدُ مجموعَ المُركَّباتِ على محورِ y:

$$R_y = A_y + B_y + C_y$$

$R_y = 0 + 3 - 1.74 = 1.26\,u$ .... في اتجاهِ محورِ $+y$.

- أَجِدُ مقدارَ المحصلةِ R باستخدامِ العلاقةِ الآتيةِ:

$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$$

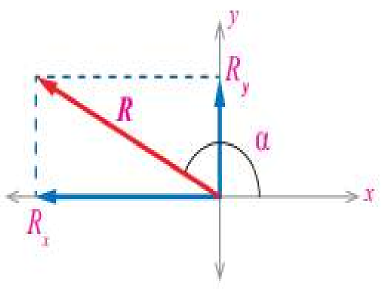
$$R = \sqrt{(-2)^2 + 1.26^2} = 2.36\,u$$

• أُحدِّدُ اتجاهَ المحصلةِ؛ أي الزاويةَ α بينَ اتجاهِ المحصلةِ R ومحورِ $+x$، كما في الشكلِ (30)، وذلكَ باستخدامِ المعادلةِ الآتيةِ:

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{R_y}{R_x}$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{1.26}{-2} = 148^{\circ}, 328^{\circ}$$

أيُّ الزاويتيْنِ تُمثِّلُ الزاويةَ الصحيحةَ: 328° أمْ 148°؟

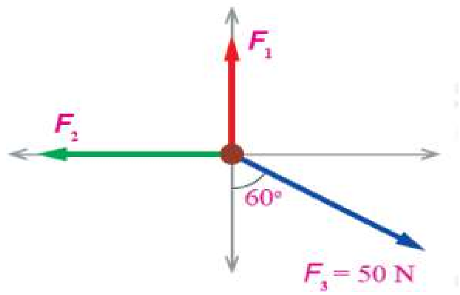


الشكلُ (30): تحديدُ مقدارِ المحصلةِ، واتجاهِها.

تمرين صفحة (33):

– أجد مقدار المحصلة واتجاهها في المثال السابق بيانياً، ثم أقارن النتائج. ماذا أستنتج؟

– تؤثر ثلاث قوى في نقطة مادية كما في الشكل. إذا كانت محصلة هذه القوى صفراً، فما مقدار كل من القوتين الأولى والثانية.



الحل: المحصلة تساوي صفراً، وهذا يعني أن كلاً من محصلة المركبات السينية والمركبات الصادية تساوي صفراً ($F_y = 0$, $F_x = 0$) ؛ لذا، فإن:

$$F_x = F_{1x} + F_{2x} + F_3\cos(60^{\circ} + 270^{\circ})$$

$$0 = 0 + F_{2x} + (50 \times 0.87) \rightarrow F_{2x} = -43.5\text{N} \rightarrow F_2 = 43.5\text{N}$$

$$F_y = F_{1y} + F_{2y} + F_3\sin 330^{\circ}$$

$$0 = F_{1y} + 0 + (50 \times -0.5) \rightarrow F_{1y} = 25\text{ N} \rightarrow F_1 = 25\text{ N}$$

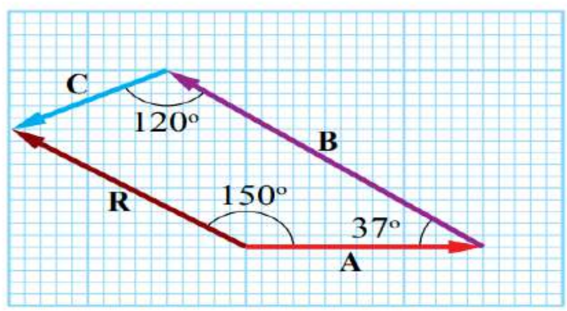
من الملاحظ أن النتائج متقاربة ولكن إيجاد المحصلة رياضياً هو أكثر دقّة منه بيانياً؛ نتيجة الأخطاء في دقة القياس.

المعطيات:

$F_{1x} = 0$, $F_{2y} = 0$, $\mathbf{F}_3 = 50$ N,330°.

المطلوب: $F_2 = ?$, $F_1 = ?$.

• مقياس الرسم ($1\text{cm} : 1\,u$)، والتمثيل البياني مُوضَّح في الشكل التالي:



المحصلة $\boldsymbol{R}$:

$$R = 2.3\,u,\ 150^{\circ}$$

إجابات أسئلة مراجعة الدرس(جمع المتجهات وطرحها) : ص 34

السؤال الأول: أقارن بين كل مما يأتي:

أ- جمع المتجهات وتحليلها.

جمع المتجهات: إيجاد محصلة المتجهين بيانياً أو رياضياً عن طريق تحليل تلك المتجهات.

تحليل المتجهات: استبدال متجهين متعامدين، يُسميان مركبتي المتجه، ومحصلتهما المتجه نفسه، بالمتجه.

ب- جمع المتجهات ومحصلتها.

جمع المتجهات: محصلة المتجهات نفسها.

ج- جمع المتجهات وطرحها.

طرح الكميات المتجهة: جمع متجهي لسالب الكميات المتجه.

د- الطريقة التحليلية والطريقة البيانية في جمع المتجهات.

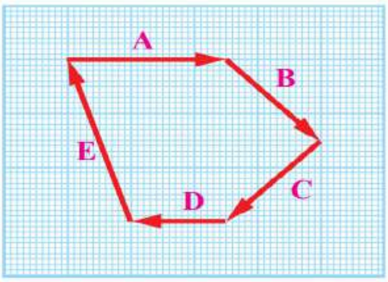
الطريقة البيانية: طريقة لإيجاد محصلة متجهين أو أكثر عن طريق الرسم باستعمال مقياس رسم مناسب.

الطريقة التحليلية: طريقة رياضية لإيجاد محصلة متجهين أو أكثر عن طريق تحليل المتجهات إلى مركباتها.

السؤال الثاني: أحلل: أكمل الفراغ بما هو مناسب في الجدول الآتي الذي يمثل تحليل المتجهات إلى مركباتها

المتجه	المُركّبة الأفقية	المُركّبة العمودية
(A = 8 m , 53°)	4.8 m	6.4 m
(B = 10 N , 37°)	6 N	- 8 N
(C = √200 m/s, 45°)	10	m/s 10 m/s

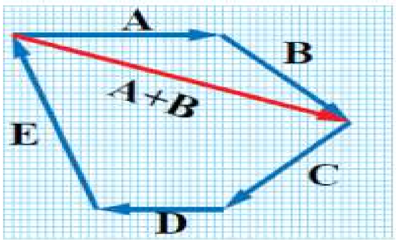
السؤال الثالث: أحلل: اعتماداً على الشكل المجاور:



أ- ما محصلة المتجهات المبينة في الرسم؟

المحصلة تساوي صفراً؛ لأن نقطة البداية ونقطة النهاية هما نفساهما (تُشكل المتجهات مضلعاً مغلقاً).

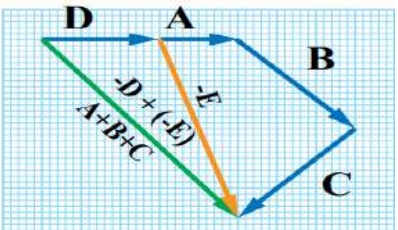
ب- أجد بيانياً محصلة المتجهين: B و A .



رسم سهم من ذيل المتجهه A إلى رأس المتجه B كما في الشكل، ثم قياس طول السهم بالمسطرة؛ لتمثيل مقدار مجموع A و B ($A + B = 8.5u$) واتجاه المحصلة باتجاه السهم (يمكن استعمال المنقلة لتحديد اتجاه B+A) .

ج- أثبت بالرسم أن: $A + B + C = -D + (-E)$

الإثبات مبين في الشكل المجاور.



السؤال الرابع: أقارن: قوتان متساويتان في المقدار، ما أكبر قيمة لمحصلتهما؟ ما أقل قيمة لمحصلتهما؟

أكبر قيمة لمحصلتهما تساوي مثلي قيمة أحدهما عندما تكون القوتان في الاتجاه نفسه، وأقل قيمة لمحصلتهما تساوي صفراً عندما تكون القوتان متعاكستان في الاتجاه.

السؤال الخامس: **أحسب:** ما مقدار الزاوية التي تطلق بها كرة القدم بسرعة متجهة v ، بحيث:

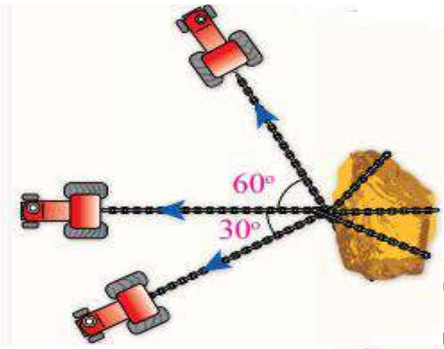
أ– تساوي المركبة العمودية للسرعة v_y صفراً؟

$$v_y = 0$$
$$v \sin \theta = 0$$
$$\sin \theta = 0$$
$$\theta = \sin^{-1}(0) = 0^o$$

ب– تساوي المركبة الأفقية للسرعة v_x صفراً؟

$$v_x = 0$$
$$v \cos \theta = 0$$
$$\cos \theta = 1$$
$$\theta = \cos^{-1}(1) = 0^o$$

السؤال السادس: أحلل: ثلاثة جرارات تحاول سحب صخرة كبيرة. إذا أثر كل منها بقوة سحب مقدارها 4000N في الاتجاهات المبينة في الشكل المجاور:



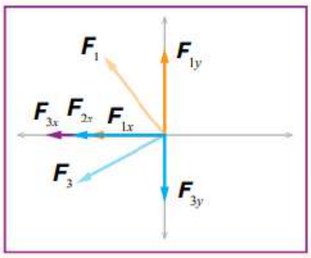
أ– أجد مقدار محصلة القوى التي تؤثر بها الجرارات في الصخرة.

ب– في أيّ اتجاه ستتحرك الصخرة

$\theta_1 = 120^o$, $F_1 = F_2 = F_3 = 4000N$

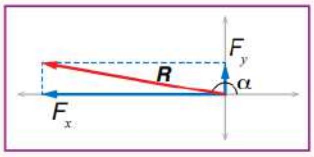
$\theta_3 = 210^o$ ، $\theta_2 = 180^o$

الحل:



$$F_{1x} = F_1 \cos \theta_1 = 4000 \cos 120^o = 2000\ N$$
$$F_{2x} = F_2 \cos \theta_2 = 4000 \cos 180^o = -4000\ N$$
$$F_{3x} = F_3 \cos \theta_3 = 4000 \cos 210^o = -3400\ N$$

$$F_{1y} = F_1 \cos \theta_1 = 4000 \cos 120^o = 3800\ N$$
$$F_{2y} = F_2 \cos \theta_2 = 4000 \cos 180^o = 0\ N$$
$$F_{3y} = F_3 \cos \theta_3 = 4000 \cos 210^o = -2000\ N$$



$$F_x = 2000 - 4000 - 3480 = -5480\ N$$
$$F_y = 3480 + 0 - 2000 = 1480\ N$$
$$F = R = \sqrt{Fx^2 + Fy^2} = \sqrt{(-5480)^2 + 1480^2} = 5676\ N$$
$$\alpha = \tan\text{-}1 \frac{F_y}{F_x} = \frac{1480}{-5480} = 165^o$$

أسئلة مراجعة الوحدة ص36

1- أضعُ دائرةً حولَ رمزِ الإجابةِ الصحيحةِ لكلِّ جملةٍ ممّا يأتي .

1. الكميةُ المُتَّجِهةُ منَ الكمياتِ الفيزيائيةِ الآتيةِ، هيَ:

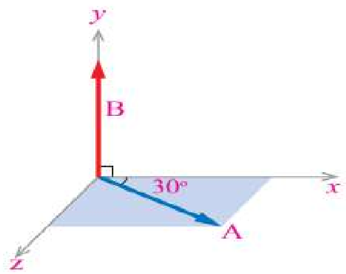
أ. عددُ المسافرينَ في الطائرةِ. ب. المدَّةُ الزمنيةُ لإقلاعِ الطائرةِ.

ج. تسارعُ الطائرةِ في أثناءِ إقلاعِها. د. حجمُ وقودِ الطائرةِ.

2. عندَ جمعِ القُوَّتيْنِ: 30 N و 20 N جمعًا مُتَّجِهًا، فإنَّ الناتجَ غيرَ الصحيحِ منَ النواتجِ المُحتملةِ الآتيةِ، هوَ:

أ . 10 N ب . 20 N ج . 50 N د . 55 N

3. ناتجُ الضربِ المُتَّجِهيِّ | A × B | في الشكلِ المجاورِ، هوَ:



أ. $AB \sin 90^{o}$ ب. $AB \sin 30^{o}$

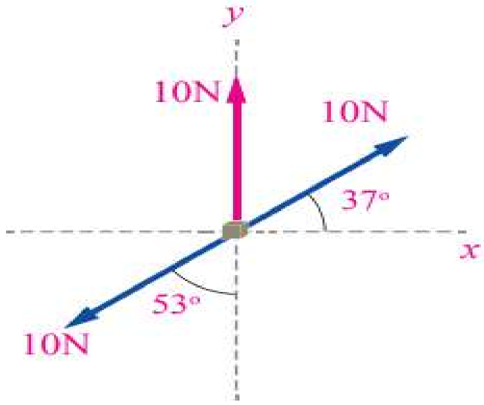
ج. $AB \sin 120^{o}$ د. $AB \cos 90^{o}$

4. العلاقةُ بينَ مُتَّجِهَي التسارُعِ a_1،a_2 بناءً على العلاقةِ ($a_1 - a_2 = 0$) هيَ:

أ . متساويانِ في المقدارِ، ومتعاكسانِ في الاتجاهِ. ب . متساويانِ في المقدارِ، وفي الاتجاهِ نفسِهِ.

ج . مختلفانِ في المقدارِ، وفي الاتجاهِ نفسِهِ. د . مختلفانِ في المقدارِ، ومتعاكسانِ في الاتجاهِ.

5. مقدارُ محصلةِ القوى واتجاهُها في الشكلِ المجاورِ، هما:



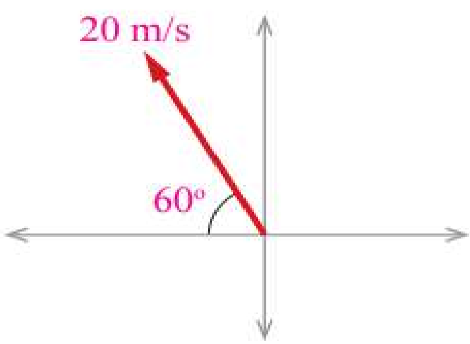
أ . 30 N باتجاهِ محورِ +y

ب . 30 N باتجاهِ محورِ −y

ج . 10 N باتجاهِ محورِ +y

د . 0

6. صوَّبَتْ سعادُ كرةَ السَّلَّةِ بسرعةٍ مقدارُها 20 m/s في الاتجاهِ المُبيَّنِ في الشكلِ المجاورِ. أيُّ الآتيةِ تُمثِّلُ المُركَّبةَ الأفقيةَ للسرعةِ:



أ . $20 \cos 120^{o}$

ب . $20 \cos 60^{o}$

ج . $20 \sin 120^{o}$

د . $20 \cos 30^{o}$

2. أُحلِّلُ: ركلَ لاعبٌ كرةَ قدمٍ كتلتُها 0.4 kg لتنطلقَ بسرعةِ 30 m/s في اتجاهٍ يَصنعُ زاويةً مقدارُها 37^{o} معَ سطحِ الأرضِ الأفقيّ، وبتسارُعٍ مقدارُهُ $10\ m/s^2$. استغرقَتِ الكرةُ مدَّةً زمنيةً مقدارُها 6 s لتعودَ إلى مستوى سطحِ الأرضِ:

أ . أُحدِّدُ الكمياتِ المُتَّجِهةَ والكمياتِ القياسيةَ.

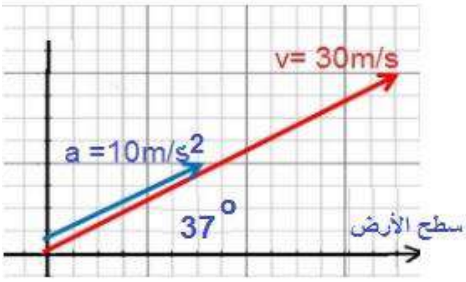
ب . أُمثِّلُ الكمياتِ المُتَّجِهةَ بيانيًّا.

ج . هلْ يُمكِنُ إيجادُ محصلةِ تلكَ الكمياتِ المُتَّجِهةِ؟ أُفسِّرُ إجابتي.

الحل: أ. الكميات المتجهة: السرعة والتسارع,

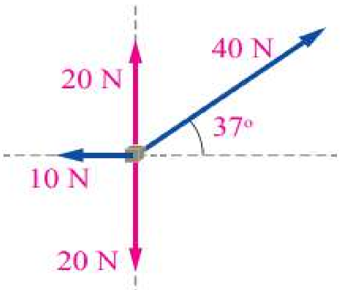
الكميات القياسية: الكتلة والزمن والزاوية

ب. التمثيل البياني:



جـ. لا، لأنها ليستا من نفس النوع (السرعة والتسارع).

3. أُحلِّلُ: تُؤثِّرُ قوًى عِدَّةٌ في جسمٍ، كما في الشكلِ التالي. أَجِدُ المقدارَ والاتجاهَ لمحصلةِ القوى المُؤثِّرةِ في الجسمِ بالطريقةِ التحليليةِ



الحل:

$$F_x = 40\cos 37^{o} + 20\cos 90^{o} + 10\cos 180^{o} + 20\cos 270^{o} = 22\ N$$

$$F_y = 40\sin 37^{o} + 20\sin 90^{o} + 10\sin 180^{o} + 20\sin 270^{o} = 24\ N$$

$$F = R = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} = \sqrt{22^2 + 24^2} = 32.6\ N$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{F_y}{F_x} = \frac{24}{22} = 47.5^{o}$$

السؤال الرابع: أحسب: متجهان: الأول $F = 8\ N$ في اتجاه محور $(-y)$، والثاني $r = 5\ m$ في اتجاه محور $(+x)$. أجد:

أ- $3F$: $3F = 3 \times 8 = 24\ N, -y$

ب . $-0.5\,r$: $-0.5\,r = 0.5 \times 5 = 2.5\ m, -x$

جـ. $|r \times F|$: $|r \times F| = 5 \times 8 \times \sin 90^\circ = 40\ N.m$, باتجاه $-z$

د. $|r \times r|$: $|r \times r| = 5 \times 5 \times \sin 0^\circ = 0$

هـ . $F . r$: $F.r = 8 \times 5 \times \cos 90^\circ = 0$

السؤال الخامس: حل المشكلات: انطلقت نور من منزلها سيراً على الأقدام، وقطعت مسافة $400\ m$ باتجاه الغرب، ثم اتجهت شمالاً، وقطعت مسافة $200\ m$ لتصل منزل صديقتها. إذا أرادت نور العودة مباشرة إلى منزلها بخط مستقيم، فكم متراً يجب أن تسير؟ في أيّ اتجاه يتعيّن عليها السير حتى تصل منزلها؟

الحل: $d_1 = 400m, 180^\circ$, $d_2 = 200m, 90^\circ$

لأن المتجهين متعامدان؛ تُستعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد محصلة المتجهين:

$$d = \sqrt{400^2 + 200^2} = 447\ m$$

$$\alpha = \tan^{-1}\frac{d_2}{d_1} = \tan^{-1}\frac{-200}{400}$$

$$\tan^{-1} - 0.5 = 153.4^\circ , 333.4^\circ$$

الزاوية الصحيحة هي $\alpha = 153.4^\circ$ ؛ لأن المتجه يقع في الربع الثاني.

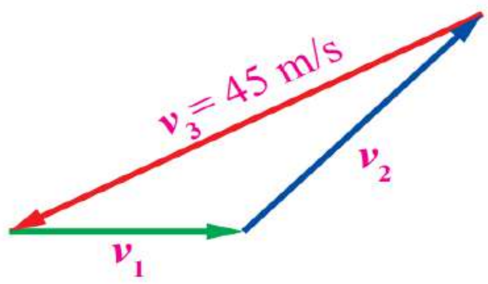
أما الإزاحة التي يجب أن تقطعها نور للعودة إلى منزلها فتساوي المحصلة في المقدار $447m$ ، ولكن في اتجاه معاكس لاتجاه المحصلة d ؛ أي بزاوية $\alpha = 333.4^\circ$ عن محور $+x$.

السؤال السادس: ثلاثة متجهات للسرعة تشكل مثلثا مغلقا كما في الشكل المجاور. أجد:

أ . $v_1 + v_2$

$v1 + v2 = -v3 = 45\ m/s$

في اتجاه معاكس لاتجاه المتجه v3، ويُمكِن استعمال المنقلة لقياس الزاوية بين محور +x والمتجه$(v_1 + v_2)$



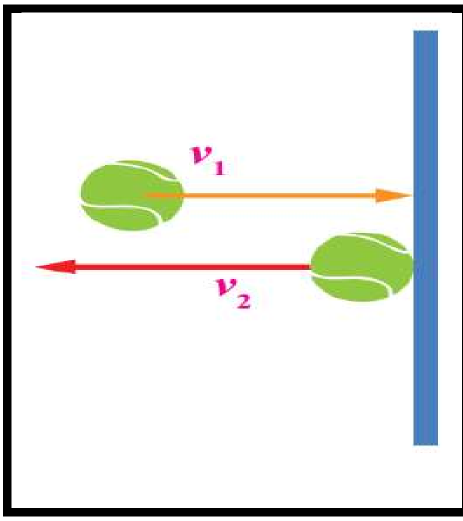
ب. محصلة المتجهات الثلاثة.

المحصلة تساوي صفراً ؛ لأنها تشكل مثلثا مغلقا (نقطة البداية تنطبق على نقطة النهاية).

السؤال السابع: أحسب: صوبت سارة كرة تنس أفقياً نحو جدار عمودي، فاصطدمت به بسرعة أفقية v_1 مقدارها 10 m/s باتجاه الشرق كما في الشكل المجاور، ثم أرتدت عنه أفقياً نحو الغرب بسرعة v_2 مقدارها 7m/s أجد التغير في سرعة الكرة ($\Delta v = v_2 - v_1$)

الحل:

$\Delta v = v_2 - v_1 = (-7) - 10 = -17$ m/s



السؤال الثامن: أستنتج: ما مقدار الزاوية بين المتجهين: A و B في الحالتين الآتيتين:

أ. $A \times B = |A\,B|$

$A\,B \sin\theta = A\,B$

$\sin\theta = 1 \rightarrow \theta = 90o$

ب. $A\,.B = A\,B$

$A\,B \cos\theta = A\,B$

$\cos\theta = 1 \rightarrow \theta = 0o$

السؤال التاسع: أستخدم الطريقة البيانية في حساب ناتج جمع المتجهات وطرحها، كما هو مبين في الشكل الآتي:

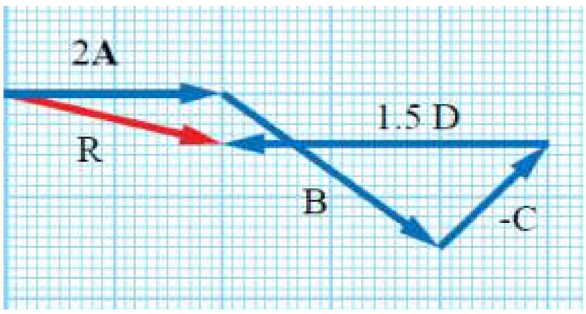
المُتَّجِهات: *A*، و *B*، و *C*، و *D* حيثُ يُمثِّل كلّ مربع في الرسم وحدةً واحدة ($1u$).

المحصلة *R*

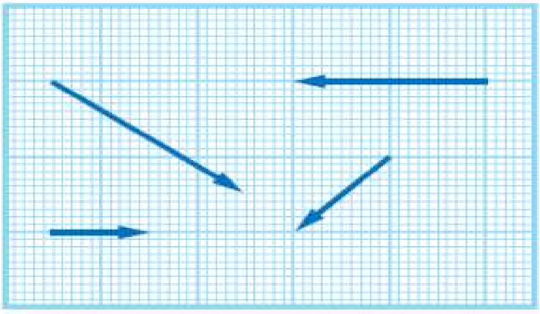
ناتِجُ جمع: $2A + B - C + 1.5\,D$

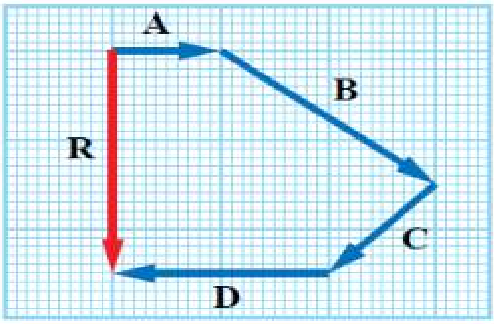
ناتج جمع:

$2A + B - C + 1.5D = 4.1u, 346°$



المحصلة R : $R = 5\,u, 270°$





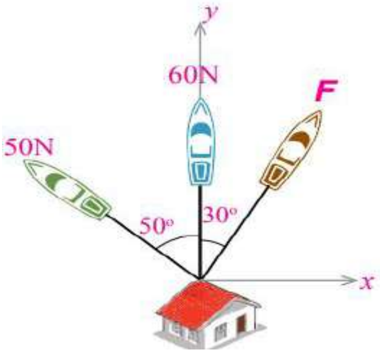
المتجهات: A , B , C , D

u يمثل كل مربع في الرسم وحدة (1) واحدة.

السؤال العاشر: أحلل: ثلاثة قوارب، كل منها يؤثر بقوة في منزل عائم على الماء لسحبه، كما في الشكل المجاور. إذا تحرك المنزل باتجاه محور (+y) ، فأجد:

أ . مقدار القوة F

ب. مقدار محصلة القوى الثلاث ، محدِّدًا اتجاهَها.



الحل:

تحرك المنزل في اتجاه الشمال +y ، وهذا يعني أن اتجاه المحصلة R هو في اتجاه +y أيضاً ؛ لذا، فإن: $R_y = R$, $R_x = 0$

أ. $R_x = F\cos 60^\circ + 60\cos 90^\circ + 50\cos 140^\circ$

$0 = 0.5\,F + 0 + (50 \times -0.76)$

F=76 N

ب. $R_y = F\sin 60^\circ + 60\sin 90^\circ + 50\sin 140^\circ$

$R = (70 \times 0.87) + 60 + (50 \times 0.64)$

$R = 152$

اعداد المعلم

مصطفى دعمس

0797018943

موقعي على جوجل

منتدى المعلم مصطفى دعمس

https://mustafa.jordanforum.net/t1487-topic