

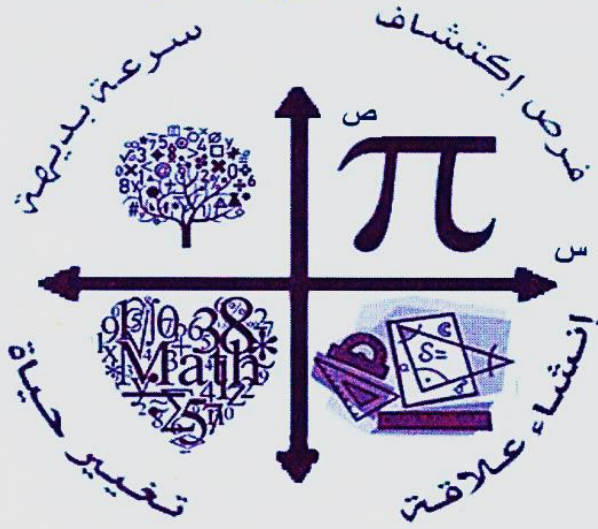
2019



الوحدة الثانية  
الإحتمالات والإحصاء

إعداد الأستاذ ناصر حشكي

ملكة الرياضيات



الفرع الأدبي

الفصل الثاني

0785968199

0797852004

facebook

أستاذ ناصر حشكي

مركز أكاديمية الإنتماء الثقافي

0795226781

الفصل الأول : طرائق العد

أولاً : مبدأ العد

تعريف :-

إذا أتممت إجراء عملية ما في مرحلتين متتاليتين ، بحيث أتممت المرحلة الأولى بطرائق عددها  $n_1$  ، والمرحلة الثانية بطرائق عددها  $n_2$  ، فإنه يمكن إتمام المرحلتين الأولى والثانية معاً .

$n_1 \times n_2$

قانون :-

عدد طرقه =  $n_1 \times n_2 \times n_3 \times \dots \times n_m$   
 (المرحلة 1) (المرحلة 2) (المرحلة 3) (المرحلة m)

مثال 1 :- أراد أحمد تناول وجبة المساء في أحد مطاعم عمان فوجد أمامه ثلاثة من الاطبايه الرئيسية وهو في سلك الخبز ، لحم ، دجاج و نوعين من شوربات في عدس ، سعيدي في و 4 أنواع عصائر في بسبب ، مشاي ، قهوة ، برتقال . فبكم طريقة يمكنه اختيار وجبة المساء مكونة من نوع واحد من الاطبايه والشوربات والعصائر ؟!

$n_1 = 3 \quad n_2 = 2 \quad n_3 = 4$

عدد طرقه =  $n_1 \times n_2 \times n_3$

طريقة =  $3 \times 2 \times 4 = 24$

الأملى هي تلك النافذة الصغيرة، التي مهما صغر حجمها، إلا أنها تفتح آفاقاً واسعة في الحياة

مثال 2 :- محل لبيع الخضروات والفواكه عيوي على أربعة أصناف من الفاكهة في صوز ، برتقال ، تفاح ، دراهم و صنفين من الخضروات في كوسا ، بطاطا . دخلت آية المحل لشراء صنف واحد من الفواكه وصنف آخر من الخضروات ، ما الخيارات المتوفرة لها ؟!

$n_1 = 4 \quad n_2 = 2$

عدد طرقه =  $n_1 \times n_2 = 4 \times 2 = 8$  طرقه

مثال 3 :- مجموعة مكونة من الأرقام { ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٩ } كم عدداً مكونة من منزلة

(أ) إذا سمح التكرار

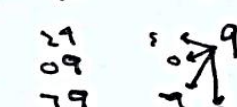
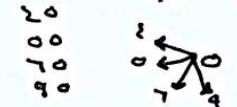
$n_1 = 4 \quad n_2 = 4$

عدد طرقه =  $n_1 \times n_2 = 4 \times 4 = 16$

(ب) إذا لم يسمح التكرار

$n_1 = 4 \quad n_2 = 3$

عدد طرقه =  $n_1 \times n_2 = 4 \times 3 = 12$



مثال ١٠- كم عدداً مكوناً من ثلاثة منازل

يكنه تكوينه من بينه مجموعة الأرقام

{ ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ٠ }

(١) إذا سمح التكرار

ن = ١ = ٤  
ن = ٢ = ٤  
ن = ٣ = ٤

عدد طوره = ن × ن × ن

٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

(٢) إذا لم يسمح التكرار

ن = ١ = ٩  
ن = ٢ = ٨  
ن = ٣ = ٧

عدد طوره = ن × ن × ن

٩ × ٨ × ٧ = ٥٠٤

مثال ١١- كم كلمة من ٣ حروف يمكنه

تكوينها من حروف كلمة (توحيدهم)

عندما بأنه ليس من الضروري أنه يكون للكلمة

معنى وبدون تكرار أي حرف .

ن = ١ = ٥  
ن = ٢ = ٤  
ن = ٣ = ٣

عدد طوره = ن × ن × ن

٥ × ٤ × ٣ = ٦٠

مثال ١٢- بكم طريقة يمكنه الاجابة على

على ثلاثة أسئلة من الاختيار من متعدد

إنما كان لكل سؤال اربعة خيارات للاجابة

ن = ١ = ٤  
ن = ٢ = ٤  
ن = ٣ = ٤

عدد طوره = ن × ن × ن

٤ × ٤ × ٤ = ٦٤

× تكرار مسموح .

مثال ١٣- كم كلمة مكونة من ٣ حروف

يكنه تكوينها من مجموعة الحروف

{ ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ٠ }

ليس مهم أنه تكونه معنى للكلمة

(١) إذا سمح تكرار

١٦ : ٢

(٢) إذا لم يسمح التكرار

١٠ : ٤

مثال ١٤- إذا كان لدينا مجموعة الحروف

{ ١, ٢, ٣, ٤, ٥, ٦, ٧, ٨, ٩, ٠ }

نريد تكوينه لوحة تحتوي كل منها حرفين

متبوعين بثلاثة أرقام ، ما عدد اللوحات

التي يمكنه اذا

(١) لم يسمح بتكرار الحروف والأرقام

١٤٤ : ٤

(٢) لم يسمح بتكرار الحروف وسمح الأرقام

٢٨٤ : ٢

(٣) سمح بتكرار الحروف ولم يسمح بتكرار الأرقام

١٦ : ٢

مضروب العدد الصحيح غير السالب.

إذا كان  $n$  عدداً صحيحاً غير سالب

فإن مضروب عدده  $n$  يرمز به:

$$n! = n(n-1)(n-2)\dots \times 3 \times 2 \times 1$$

يعني :- هو حاصل ضرب العدد بنفسه متتالياً

واحد في كل مرة حتى نصل لعدد (1) ويرمز

له !

$$1! = 1 \quad 0! = 1$$

مثال ① :- جد قيمة كل مما يلي :-

$$① \quad 2! = 1 \times 2 = 2$$

$$② \quad 3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$③ \quad 4! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 = 24$$

$$④ \quad 5! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 = 120$$

$$⑤ \quad 6! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 = 720$$

$$⑥ \quad 7! = 1 \times 2 \times 3 \times 4 \times 5 \times 6 \times 7 = 5040$$

$$⑦ \quad 2! + 4! = 2 + 24 = 26$$

$$⑧ \quad 3! \times 2! = 6 \times 2 = 12$$

$$⑨ \quad 1!(2+1) = 1 \times 3 = 3$$

$$⑩ \quad 1!(6-9) = 1 \times (-3) = -3$$

$$⑪ \quad 3! + 5! - 2! = 6 + 120 - 2 = 124$$

مثال ⑨ :- بكم طريقة يمكنني الجلوس  
في 8 أشخاص في 8 أماكن مختلفة.

مثال ⑩ :- بكم طريقة يمكنني الجلوس  
في 16 أشخاص في 8 أماكن فارغة.

ضع أمامك مثل أعلى، أشرف الخلق  
رسول الله صلي الله عليه وسلم

سؤال ٥ - سبط كل مما يلي باسطة هورن؟!

$$\textcircled{1} \frac{!6}{!(1-0)!3}$$

$$\textcircled{2} \frac{!3 \times !8}{!(3-7) \times !3}$$

$$\textcircled{3} \frac{!5 \times !(4+2)}{!6}$$

$$\textcircled{4} \frac{!n}{!(1-n)}$$

$$\textcircled{5} \frac{!(1+n)}{!(1-n)}$$

$$\textcircled{6} \frac{!(2+n)}{!n}$$

$$\textcircled{13} !0 - !4$$

$$\textcircled{13} !2 \times 5$$

$$\textcircled{14} !1 + !3 - 8$$

$$\textcircled{15} !3 \times 4 - !6$$

$$\textcircled{16} !0 + !5 - 3$$

$$\textcircled{17} \frac{!5}{!4}$$

$$\textcircled{18} \frac{!1}{!(2-9)}$$

$$\textcircled{19} \frac{!6}{!4 \times !3}$$

$$\textcircled{20} \frac{!(1-0) \times !0}{!(3+2)}$$

مثال ١٠ - إذا كان  $16 = 100$   
بجد قيمة  
 $100$

$160$

$16 \times 10$

مثال ١١ - إذا كان  $10 = 100$   
بجد قيمة  
 $100$

$160$

$10 \times 16$

مثال ١٢ - حل لكلٍّ من المعادلات الآتية

①  $28 = (n!)^2$

②  $100 = n!$

③  $50 = (n!)^2 + 2$

④  $17 + 10 = (n+1)! + 6$

⑤  $16 = (n!)^2 + 10$

$$!(2+n) 5 = !(2+n) \textcircled{11}$$

$$!(1+n) = !(1-n) 7 \textcircled{12}$$

$$7 \times !(3-n) = !n \textcircled{13}$$

$$96 = !4 - !n \textcircled{14}$$

$$5 \cdot 6 \cdot 0 = !(3+n) \textcircled{15}$$

$$120 = !(1+n) \textcircled{6}$$

$$12 = \frac{n!}{!(3-n)} \textcircled{7}$$

$$9 = \frac{n!}{!(1-n)} \textcircled{8}$$

$$12 = \frac{n!}{!(3-n)} \textcircled{9}$$

$$24 = \frac{n!}{!(3-n)} \textcircled{10}$$

## الفصل الأول : طرائق العد

ثانياً : التباديل

تعريف :-

ص عدد العناصر عددها  $r$  من مجموعة عددها  $n$  عناصرها  $n$  ، بحيث يكون ترتيب الاختيار مهماً ،

قانون :-

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$r \geq 0$$

④ ل (١٠٥)

⑤ ل (٢٥)

⑥ ل (٢٤)

⑦ ل (٥٥)

مثال ① :- جد قيمة كل ما يلي :-

① ل (٢٥) =  $\frac{5!}{(5-5)!} = \frac{5!}{1!} = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

c. =

⑤ ل (٢٦٦)

④ ل (٢٦٦) + ل (٥٦٧) + ٢!

③ ل (١٦٤)

$$\frac{(٢٦٦)د}{(٣٠٥)د} \textcircled{١٤}$$

$$(٤١٤)د + (١٠٧)د \times (٢٦٣)د \textcircled{١٠}$$

$$(٥٠٦)د - (٢٦٤)د \textcircled{١١}$$

$$(١١٤)د + (٥٠٥)د + (٠٦٣)د \textcircled{١٥}$$

مثال :- جد قيمة ن في الآتية :-

$$٥ = (١٦)د \textcircled{١}$$

$$\frac{(٣٦٨)د}{٣} \textcircled{١٤}$$

$$\frac{(٥٦٩)د}{(٢٦٨)د} \textcircled{١٣}$$

$$٩ = (١٦)د \textcircled{٥}$$

٩

الإحتمالات والإحصاء الفرع الأدبي

0797852004

T.Nasser Heshki

الإستاذ ناصر حشكي

0785968199

$$\text{د (ن-٣ ٦١) = ٦٠} \quad \text{Ⓐ}$$

$$\text{د (ن ٢٦) = ٥٦} \quad \text{Ⓒ}$$

$$\text{د (١, ٣) = ٢١٦} \quad \text{Ⓐ}$$

$$\text{د (٢, ٤) = ٤٠} \quad \text{Ⓒ}$$

$$\text{د (٣, ٥) = ١٢٠} \quad \text{Ⓒ}$$

$$\text{د (٣, ٥) = ١٢٠} \quad \text{Ⓒ}$$

$$\text{د (٣, ٦) = ٢١٠} \quad \text{Ⓒ}$$

$$\textcircled{14} \quad 4 \leq \text{ل} (ن, 1) = 2 \leq \text{ل} (ن, 3)$$

$$\textcircled{10} \quad \text{ل} (ن, 36) = 20 \leq \text{ل} (ن, 5)$$

مثال<sup>٣</sup> جد قيمة ر في كلاً مما يلي :-

$$\textcircled{1} \quad \text{ل} (1, 5) = 6$$

$$\textcircled{11} \quad \text{ل} (ن, 5) = 7 \leq \text{ل} (ن, 3)$$

$$\textcircled{5} \quad \text{ل} (6, 6) = 27$$

$$\textcircled{12} \quad \text{ل} (ن, 2) - 2 = 4$$

$$\textcircled{3} \quad \text{ل} (1, 6) = 1680$$

$$\textcircled{13} \quad \text{ل} (ن, 2) - 14 = 96$$

### الاسئلة النصية :-

$$\textcircled{4} \quad 5(169) = 0.6$$

① كم عدد التباديل لمجموعة من ستة عناصر مأخوذة من ٤ عناصر في كل مرة .

$$\textcircled{5} \quad 10 - 3(166) = 10 + 66$$

② كم عدد تباديل لمجموعة من ٨ عناصر مأخوذة منها ٥ عناصر في كل مرة .

$$\textcircled{6} \quad 2 + 2(166) = 16 + 39$$

③ ما عدد تباديل مجموعة من ٤ عناصر

$$\textcircled{7} \quad \text{إذا علمت أنه } 2(167) = 62$$

$$\text{فجد قيمة } 2(161 + 16)$$

٤) بكم طريقة يمكن ترتيب ٦ كتب في ٨ أماكن فارغة

٤) بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من رئيس ونائبه من بين ٣ موظف.

٥) كم كلمة مكونة من ٣ أحرف مختلفة يمكن تكوينها من مجموعة الأحرف أ، ب، ج، د، هـ، ز، ح، ط، ي.

٥) بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية من بين ١٠ معلمين بحيث يكون مدير، نائب مدير، مرشد

٦) بكم طريقة يمكن ظهور هـ مرة مرة واحدة على المراكز الثلاثة الأولى.

T.Nasser Heshki

$$\textcircled{4} \binom{9}{0}$$

## الفصل الأول : طرائق العد

## ثالثاً : التوافيق

هو عدد طرقيه التي يمكنه فيها اختيار رمن

العناصر من ضمن ن من العناصر دون

سراعاة الترتيب ورمزها

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

تقرأ ن فوم ر

$$n \geq r \geq 0$$

$$\textcircled{5} \binom{7}{7}$$

سؤال :- جد قيمة كلاً مما يلي :-

$$\textcircled{1} \binom{5}{3}$$

$$\textcircled{2} \binom{1}{1}$$

$$\textcircled{3} \binom{5}{2}$$

$$\textcircled{4} \binom{6}{2}$$

$$\textcircled{5} \binom{6}{4}$$

$$\textcircled{6} \binom{2}{2}$$

١٤

الإحتمالات والإحصاء الفرع الأدبي

0797852004

T. Nasser Heshki

الإستاذ ناصر حشكي

0785968199

$$\frac{\binom{9}{3}}{\binom{30}{3}} \quad (١٤)$$

$$\binom{5}{3} \quad (١٥)$$

$$\frac{\binom{9}{2} \times \binom{7}{5}}{1!} \quad (١٥)$$

$$\binom{3}{1} + \binom{7}{2} \quad (١٥)$$

$$\binom{4}{2} \times \binom{0}{1} \quad (١٤)$$

$$\frac{\binom{n}{r}}{r!} = \binom{n}{r} \quad \text{ملاحظة}$$

$$\text{مثال: } \frac{\binom{n}{r}}{r!} = \binom{n}{r} \quad \text{إذا كان } r = 0 \text{ فجد نتيجة}$$

$$\binom{n}{r}$$

$$\binom{4}{1} - \binom{4}{2} \quad (١٣)$$

١٠ إذا كان  $(\binom{n}{2}) = 20$  نجد قيمة  $n$

١١  $(\binom{6}{2}) + 16 - n = 20$

ملاحظة:  $(\binom{n}{r}) = (\binom{n}{n-r})$

١٢ إذا كانت  $(\binom{n}{r}) = (\binom{n}{s})$  فإن  $r = s$  أو  $n = r + s$ .

١٣ إذا كانت  $n! = 2(8!) + (\binom{n}{2})$  نجد قيمة  $n$ .

مثال: حل المعادلات الآتية:-

١٤  $(\binom{5}{3}) = (\binom{5}{r})$

إما  $3 = r$  أو  $5 - 3 = r$   
 $3 = r$

١٥  $(\binom{6}{2}) = (\binom{6}{r})$

١٦ اوجد  $(\binom{7}{2}) + 3 - n = 20$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \quad \text{①}$$

$$\binom{14}{10} = \binom{14}{4} \quad \text{②}$$

$$\binom{n}{r} = \binom{n}{n-r} \quad \text{③}$$

$$\binom{0}{1} = \binom{0}{1+0} \quad \text{④}$$

$$1 = \binom{4}{r} \quad \text{⑤}$$

$$\binom{n}{0} = \binom{n}{n} \quad \text{⑥}$$

$$10 = \binom{10}{r} \quad \text{⑦}$$

$$7 = \binom{n}{1} \quad \text{⑧}$$

١٧

الإحتمالات والإحصاء الفرع الأدبي

0797852004

T.Nasser Heshki

الإستاذ ناصر حشكي

0785968199

$$\textcircled{13} \text{ إذا كان } \binom{17}{r} = \binom{17}{4+r} \text{ فـ}$$

$$\textcircled{11} \text{ إذا كان } \binom{n}{3} = 10 \text{ فـ } n =$$

لـ  $\binom{20}{n}$  ثم جد قيمة  $n$

$$\textcircled{14} \text{ إذا كان } \binom{9}{2} = \binom{9}{x} \text{ فـ } x =$$

اصب قيمة  $x$

$$\textcircled{15} \text{ إذا كان } \binom{n}{5} = 252 \text{ فـ } n =$$

$$\textcircled{16} \text{ إذا كان } \binom{n-1}{2} = 10 \text{ فـ } n =$$

الاسئلة القصبة :-

① فاعدد التوافيق لمجموعة من ٤ عناصر  
ماخوذ منها ٣ عناصر في كل مرة

② فاعدد التوافيق لمجموعة من ٥ عناصر

③ فاعدد طرق اختيار لجنة ثلاثية من بين  
٥ أشخاص.

④ فاعدد طرق اختيار لجنة من ٤ رابعية  
من بين ٣ أشخاص.

⑤ فاعدد طرق اختيار فريق كرة سلة مكون  
من ٥ لاعبين من بين ١٠ لاعبين.

⑥ بكم طريقة يمكن تشكيل فريق كرة قدم ١١ لاعب  
من بين ١٥ لاعب.

T.Nasser Heshki

٩ مجموعة مكونة من ٥ عملية و ٦ عمليات  
بكم طريقة يمكن تشكيل لجنة رباعية في حالات  
الآتية:-

٥ أن تتكون من ٣ عملية و عملية واحدة .

٤ بكم طريقة يمكن بها اختيار أربعة أمرف من  
مجموعة الأرفف اللفة العربية و عددها ٢٨ بدون  
تكرار؟!

٦ أن تتكون من ٣ عملية على الأقل .

٨ امتحان رياضيات مكون من ٧ أسئلة  
بكم طريقة يمكن اختياره أسئلة للإجابة عنها .

٥ أن تتكون من عملية على الأكثر .

٩ ملاحظة:- عند صاه عدد الطرق فإن  
و تعني عملية الضرب

أو تعني عملية الجمع

أي أسئلة نهم بالترتيب ← التباديل

أي أسئلة لانهم بالترتيب ← التوافيق

٣ أن لا تتكون من أي عملية .

١١. مجموعة مكونة من ٨ رجال و ٤ نساء  
جد عدد طرقه التي يمكنه فيها تكوين لجنة رباعية منهم  
في الحالات الآتية :-  
١) تتكون من رجلين و الباقي من النساء .

٢) أن تتكون من رجلين و الباقي من النساء .

٣) أن تتكون من رئيس ونائيه من الرجال و الباقي من النساء .

٤) أن تتكون امرأة واحدة و الباقي من الرجال .

١٠. مجموعة مكونة من ٤ طلاب و ٥ طالبات  
يراد تشكيل لجنة ثلاثية ، بكم طريقة يمكنه  
تشكيل هذه اللجنة في الحالات الآتية :-  
٢) أن تتكون من طالبان و الباقي من الطالبات .

٣) أن تتكون من طالبين و الباقي من الطالبات .

٤) أن تتكون من طالب و الباقي من الطالبات .

٥) أن تتكون من رئيس و نائيه من الطلاب و الباقي من الطالبات

٢١

الفرع الأدبي

0797852004

الإحتمالات والإحصاء

T.Nasser Heshki

الإستاذ ناصر حشكي

0785968199

١١) صندوق يحتوي على ٧ كرات بيضاء  
و ٣ كرات سوداء ، ما عدد الطرق الممكنة في الخيارات  
الارتيبة :-

١٢) سحب كرتان بيضاء دفعة واحدة ؟!

$$٢١ = \frac{١٥ \times ١٤}{٢ \times ١} = \frac{١٧}{١ \times ١} = \binom{٧}{٢}$$

١٣) سحب كرتان سوداء على التوالي بدون إرجار

$$٦ = \frac{١٣}{١ \times ١} = \binom{٣}{٢}$$

١٤) سحب كرتان معاً مختلفاً اللون

$$٢١ = ٣ \times ٤ = \binom{٣}{١} \times \binom{٤}{١}$$

١٥) سحب ٣ كرات معاً اثنين منها على الأقل  
سوداء

$$\binom{٤}{٠} \times \binom{٣}{٣} + \binom{٤}{١} \times \binom{٣}{٢}$$

$$٢٤ = ١ + ٦ \times ٣$$

الفضاء العيني :- هو جميع النتائج الممكنة  
لتجربة ما ويرمز له س .

مثال ① :- أكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء  
قطعة نقد مرة واحدة .

س = { ص , ع }

مثال ② :- أكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء  
مربنتين .

مثال ③ :- أكتب الفضاء العيني لتجربة إلقاء  
قطعة نقد ٣ مرات .

مثال ④ :- أكتب فضاء العيني لتجربة إلقاء حجر نرد  
مرة واحدة .

مثال ⑤ :- أكتب الفضاء العيني لتجربة تحديد نوع المولود  
لعائلة لديها ٤ أطفال .

الفصل الثاني : المتغيرات

العشوائية المنفصلة والمتصلة

أولاً : المتغير العشوائي

المنفصل و توزيع ذات الحدين

تعريف :-

هو اقتران معرف من الفضاء العيني س  
إلى مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية (R)  
حيث تتقم الرموز س , ص , ع , ...  
للدلالة على المتغيرات العشوائية

أما إذا كانت القيم التي يأخذها المتغير العشوائي  
مجموعة معدودة فإن يسمى بتغير العشوائي  
منفصل .

دائماً :-

جاله : الفضاء العيني

و داه : مجموعة جزئية من الأعداد الحقيقية .

احتمال حدوث الحادث "ل"  $P(L)$

$$P(L) = \frac{عدد عناصر الحادث ل}{عدد عناصر الفضاء لعيني س} = \frac{ع(ل)}{ع(س)}$$

مثال ١:- في تجربة إلقاء قطعة نقد مرتين

وذلك المتغير العشوائي  $X$  على عدد مرات ظهور

صورة اجب عمائبي :-

١) اكتب قيم المتغير العشوائي  $X$  من

$$س = \{(ص, ص), (ص, ل), (ل, ص), (ل, ل)\}$$

٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي.

س	٠	١	٢
ل(س)	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{4}$	$\frac{1}{4}$

٠ : تقني عدم ظهور صورة

١ : تقني ظهور صورة مرة واحدة

٢ : تقني ظهور صورة مرتين.

$$\{(0, \frac{1}{4}), (1, \frac{2}{4}), (2, \frac{1}{4})\}$$

يسمى الكتابة على شكل أزواج مرتبة

ب التوزيع الاحتمالي.

ملاحظة :-

يسمى ل اقتران احتمال للمتغير العشوائي

المختل اذا حقق شرطين :-

$$١) \sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$$

٢) داغماً الاحتمال محصور بين ٠ و ١.

$$٣) \sum_{i=1}^n P(A_i) = 1$$

٤) داغماً مجموع الاحتمالات = ١.

مثال ٢:- في تجربة تحديد نوع المولود لعائلة لديها

٣ أطفال وذلك المتغير العشوائي  $X$  على عدد مرات

ظهور بنت اجب عمائبي :-

١) جد القيم الممكنة للمتغير العشوائي  $X$  من

٢) اكتب جدول التوزيع الاحتمالي.



سؤال (١٠) :- إذا كان التوزيع الاحتمالي يعطى بالمجموعة  
 $\{ (0, \frac{3}{11}), (1, \frac{2}{11}), (2, \frac{6}{11}) \}$  فجد قيمة  $P$ .

سؤال (١١) :- صندوق يحتوي على ٣ كرات سوداء  
 و ٣ كرات بيضاء ، سحب من الصندوق ٣ كرات معاً  
 إذا قل المتغير العشوائي  $X$  على عدد الكرات البيضاء  
 المسحوبة أكتب جدول لتوزيع الاحتمالي.

من  $0, 1, 2, 3$   
 لا يمكنه ان يكون ٣ كرات المسحوبة بيضاء

س	٠	١	٢
ل (احتمال)	$\frac{1}{11}$	$\frac{2}{11}$	$\frac{6}{11}$

سؤال (١٢) :- إذا كان التوزيع الاحتمالي لمتغير عشوائي  
 هو  $\{ (0, 0.2), (1, 0.3), (2, 0.4) \}$  فجد قيمة  $P$ .

سؤال (١٣) :- بالاعتماد على جدول لتوزيع الاحتمالي  
 الآتي اوجد قيمة  $P$ .

س	٠	١	٢
ل (احتمال)	٢	٣	٤

$$1 = (0.2) + (0.3) + (0.4) + P$$

$$1 = 0.2 + 0.3 + 0.4 + P$$

$$1 = 0.9 + P \Rightarrow P = 1 - 0.9 = 0.1$$

$$P = 0.1$$

سؤال (١٤) :- بالاعتماد على جدول الآتي الذي يمثل  
 جدول التوزيع الاحتمالي اوجد قيمة  $P$ .

س	٠	١	٢	٣	٤
ل (احتمال)	٥	٣	٢	٣	٤

سؤال (١٥) :- عيّن الجدول الآتي توزيعاً احتمالياً للمتغير  
 العشوائي  $X$  وكانت  $P = 0.4$  اوجد قيمة  $P$ .

س	٦	٨	١٠
ل (احتمال)	٦	٨	١٠

## توزيع ذات الحدين

إذا أُجريت تجربة برنولي  $n$  من المرات وكان احتمال النجاح  $p$  وكان من متغيراً عشوائياً ذا حدين معامله  $p, n$  فإن احتمال النجاح  $r$  في  $r$  من المرات هو:-

$$P(X=r) = \binom{n}{r} p^r (1-p)^{n-r}$$

$$r = 0, 1, 2, \dots, n$$

مثال ١:- إذا كان من متغيراً عشوائياً ذا حدين

معامله  $n = 5$  و  $p = 0.3$  نجد

١)  $P(X=0)$       ٢)  $P(X=5)$

٣)  $P(X=4)$       ٤)  $P(X \geq 1)$

٥)  $P(X > 3)$       ٦)  $P(X \geq 2)$

مثال ٢:- إذا كان من متغيراً عشوائياً يتخذ القيم  $1, 2, 3, 4$  وكان  $P(X=1) = 0.2$  نجد قيمة  $p$ .

مثال ٣:- أي من التوزيعات التالية يعد توزيعاً احتمالياً:-

أ)  $\{ (0, 0.5), (1, 0.2), (2, 0.4), (3, 0.1) \}$

ب)  $\{ (0, 0.3), (1, 0.4), (2, 0.2), (3, 0.1) \}$

ج)  $\{ (0, 0.1), (1, 0.3), (2, 0.4), (3, 0.2) \}$

د)  $\{ (0, 0.6), (1, 0.1), (2, 0.3), (3, 0.2) \}$

مثال (٣) إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً ذا حدين ومعامله  $n = 3$ ،  $p = 0.2$  و  $q = 0.8$  نجد قيمة

- ١)  $P(X=3)$       ٢)  $P(X \geq 2)$   
٣)  $P(X < 1)$       ٤)  $P(X > 1)$

مثال (٤) - إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً يخفض

التوزيع الاحتمالي ذا الحدين حين  $n = 4$

وكان  $P(X=3) = \frac{10}{16}$  نجد قيمة  $p$ .

$$P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 1$$

$$P(X=3) = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=4)$$

$$1 - \frac{10}{16} = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=4)$$

$$1 - \frac{10}{16} = P(X=0) + P(X=1) + P(X=2) + P(X=4)$$

$$P(X=0) = 1 - \frac{10}{16} = \frac{6}{16}$$

$$P(X=0) = \binom{4}{0} p^0 q^4 = \frac{6}{16}$$

$$p = \frac{1}{2}$$

مثال (٥) - إذا كان  $X$  متغيراً عشوائياً يخفض لتوزيع ذات الحدين حين  $n = 3$ ،  $P(X=1) = \frac{19}{24}$

- ١) قيمة  $p$       ٢)  $P(X=2)$

سؤال ٤ - إذا كان احتمال نحو بذور البازلاء عند زراعتها ٥٧٥. إذا تمت زراعة ٤ بذرات اجدهم جميعاً -

- ١ احتمال انه تنبت ٤ بذرات .  
 ٢ احتمال انه تنمو بذره واحدة مع الآخر  
 ٣ احتمال انه تنمو ٣ بذرات مع الأقل .

سؤال ٥ - إذا كانت س متغيراً عشوائياً ذا الحدين معاملاً  $n = 3$  ,  $p = 2$  و  $q = 1$  .  
 ا) قيم المتغير العشوائي  
 ب) جدول التوزيع الاحتمالي .

سؤال ٦ - لدى عائلة ٧ أطفال ما احتمال انه يكون ٤ اطفال منهم ذكور

مثال ١٥- إذا كان احتمال نجاح عملية جراحية للدكتور ناصر ياتي ٩٥% مما احتمال نجاح عملية على الأقل انما ايجابية ٣ عمليات

مثال ١٥- عند رمي حجر نرد ٤ مرات متتالية ما احتمال ظهور عدد فردي مرة واحدة على الأقل.

مثال ١٦- قررت احدى شركات استيراد مصابيح كهربائية ورفضت أية شحنة من مستورديها اذا وجدت وحدتان معيبتان او اكثر في عينته عشوائية مكونة من ٨ وحدات اذا كانت نسبة المصيب في اسواق الشركة ٤٠% فما احتمال قبول الشركة الشحنة

$$L(s > 2) = L(s = 0) + L(s = 1)$$

$$n = 8, p = 0.4, q = 0.6$$

$$= \binom{8}{0} (0.4)^0 (0.6)^8 + \binom{8}{1} (0.4)^1 (0.6)^7$$

$$= 0.81$$

مثال ١٧- إذا كان احتمال انه يصيب أحمد هدفاً ياتي (٠.٨) فاذا اطلقه ٥ طلقات على الهدف فما احتمال

١ اصابة الهدف ٣ مرات

٢ عدم اصابة الهدف

٣ انه يخطأ الهدف مرتين

٤ اصابة الهدف مرة واحدة على الأقل

٥ اصابة الهدف مرة على الأقل

مثال ١ :-

إذا كان الوسط الحسابي لعلامات طلاب في امتحان رياضيات ٨٠ والاختلاف المعياري هو ٦ نجد  
 (أ) العلامة التي تتخرف فوق المتوسط اربعة احرفان معيارية  
 (ب) العلامة التي تتخرف تحت المتوسط خط احرامين معيارية

مثال ٢ :- جد قيمة المتوسط الحسابي لعلامات طلاب في مادة الجغرافيا علماً بأن الاختلاف المعياري للعلامات ٤ وعلامة رغد تتخرف فوقه هذا المتوسط بمقدار  $\frac{1}{2}$  احرفان معيارية.

الفصل الثاني : المتغيرات

العشوائية المنفصلة والمتصلة

ثانياً : العلامة المعيارية

تعريف :-

العلامة المعيارية للمشاهدة من هي نسبة احرف المشاهدة من عن المتوسط الحسابي من ابي الاختلاف المعياري ع ويرمز لها ز

$$Z = \frac{X - \bar{X}}{S}$$

X :- العلامة " المشاهدة "

X̄ :- الوسط الحسابي

S :- الاختلاف المعياري

Z :- العلامة المعيارية

$$\bar{X} = \frac{\sum X}{N} = \frac{\text{مجموع العلامات (المشاهدات)}}{\text{عددها}}$$

الاخرف المعيارية به هو متوسط تباعد أو شقة العن (المشاهدات) عن الوسط الحسابي.

العلامة المعيارية Z من تكون

موجبة + : قيمة مشاهدة أكبر (فوق) الوسط الحسابي  
 سالبة - : - : قيمة مشاهدة اقل (تحت) الوسط الحسابي

مشاركون

مفقداً على الجدول الآتي اوجد عمداً يلي :-

عمداً هبة	عمداً هناء	الاحتراف المعياري	متوسط حادي	
٨٣	٧٣	٥	٧٨	اللغة الانجليزية
٧٢	٦٨	٤	٦٠	الرياضيات

١) لأي المحبسين كان تحصيل هناء أفضل ؟!

٢) لأي المحبسين كانت هبة أفضل ؟!

سؤال ٤ - إذا كان الوسط الحسابي لمجموعة من

المتاحات (٤٠) والاحتراف المعياري ٥

اوحد العلامة المعيارية للمتاحات

٤. ٦ ٤. ٦ ٦.

سؤال ٤ - اوحد نتيجة الاحتراف المعياري للعلامة

١. والتي تقابل العلامة المعيارية ٣ وكان

الوسط الحسابي ٥٨.

T.Nasser Heshki

سؤال ٨- صنف مكونات من ٥ طالب فإذا  
كانت علاقات الطلاب أحمد، ياسر، معاذ  
هي ١٠٠، ٩٠، ٨٠ من على الترتيب وعلافتهم بالعمودية  
بالترتيب ٣٦٣، ٦١، ٦١

سؤال ٩- وفقاً الجدول الحمار الذي يبين العلاقات  
صنف ٢٠١٨ المعيارية لطالب في أربعة فصول  
والمتجه الذي يكون كحاصل الطالب فيه أفضل

المتجه	الرياضيات	التاريخ	الجغرافيا	اللغة العربية
المعيارية	١	٠	٣	٢

١٢ الرياضيات (ب) التاريخ  
٦١ الجغرافيا (ج) اللغة العربية

سؤال ١٠- إذا كان الوسط الحسابي لعلاقات طلبة  
شرفي ٢٠١٢ في أحد الصفوف في مادة العلوم

٦٠ والاختلاف المعياري ٦٠، ٦٠

١- جد العلاقة التي تعرفها الاختلاف المعياري  
نوعه الوسط الحسابي -

٢- إذا كان الفرق بين علامتين طالبت من

الصف نفسه في مادة العلوم هو ٩

٣- فما الفرق بين العلامتين المعياريتين المناظرتين  
لهما تسمية العلامتين .

متار (٩) - إذا كانت علامات المعاينة  
للمطالبات هبة, رغذ, فاري هي  
١,٥ ٦ ٦١ - ٢ على الترتيب وكان لورث  
الساحي للعلامات الصف ٤٠ والفرد  
بينه علامتي هبة, رغذ سيادي ١٠  
اصب العلامات الفعلية لكل من.

مثال :- جد قيمة كلا مما يلي :-

$$① P(Z \geq 0.5)$$

$$② P(Z \geq 1.2)$$

$$③ P(Z \geq 1.5)$$

$$④ P(Z < 1)$$

$$⑤ P(Z < 1.6)$$

$$⑥ P(Z < 1.3)$$

$$⑦ P(Z \geq -1)$$

$$⑧ P(Z \geq -1.3)$$

$$⑨ P(Z \geq 1.6)$$

ثالثاً :- التوزيع الطبيعي :-

التوزيع الطبيعي :- هو التوزيع الذي وسطه الحسابي (متوسط) وانحرافه المعياري (1).

خصائص التوزيع الطبيعي :-

① مقائل حول محور الرأسي.

② مسافة المنطقة تحت منحنى الطبيعي تساوي 1.

قوانين :-

$$① P(Z \geq 1) \text{ مباشرة من الجدول.}$$

$$② P(Z < 1) = 1 - P(Z \geq 1)$$

$$③ P(Z \leq 1) = P(Z \geq -1)$$

$$④ P(Z \geq -1) = P(Z < 1) = 1 - P(Z \geq 1)$$

$$⑤ P(Z > 1) = P(Z < -1)$$

$$= P(Z \geq 1)$$

⑩ د (ز &lt; -)

⑪ د (ز &lt; ٥٠)

⑫ د (١ &gt; ز &gt; ٢)

⑬ د (- &gt; ز &gt; ٢)

مثال ٤ - إذا كانت أوزان الأطفال عند الولادة تتبع التوزيع الطبيعي وسطه الحسابي ٣,٢ وانحرافه المعياري ٤,٥، إذا اختير طفل عشوائياً عند الولادة فما احتمال أنه يكون أكبر من ٤ كغم.

قانون -

$$Z = \frac{M - \mu}{\sigma}$$

Z : العلاقة المعيارية (على قبة Z الموضع النسبي)  
(٢ د)

μ : الولاة

M : الوسط الحسابي

σ : الانحراف المعياري

مثال ٥ - يخضع معامل الذكاء للطلبة المسجلين في إحدى الجامعات لتوزيع طبيعي وسطه الحسابي ١٠٥ وانحرافه المعياري ١٠. فإذا تم اختيار طلبة عشوائياً

① فما احتمال أنه يكون من الطلبة الذين معامل ذكائهم أقل من ١١٠

② فما احتمال أنه يكون معامل ذكائهم أكبر من ١١٠

مثال ٤: تخضع عبوات إحدى المنتجات الزراعية لتوزيع طبيعي وسطه ٥٥ كغم وانحرافه المعياري ٢ كغم ، إذا اقتربت إحدى العبوات عشوائياً مما احتمال أنه

① يزيد وزنها عن ٧٥ كغم .

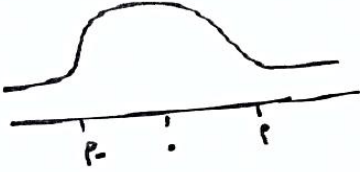
② ينحصر وزنها بين ٤٥ كغم و ٥٥ كغم .

مثال ٥: إذا كانت علاقات (١٠٠٠) طالب تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان الوحد الحادي للعلامات ٦٥ والانحراف المعياري ١٠ وكان عدد الناجحين ٧٥٨ فما علامة النجاح

ملاحظة :-  
نسبة النجاح =  $\frac{\text{عدد الطلبة الناجحين}}{\text{عدد الكلي}}$

عدد الطلبة = نسبة النجاح  $\times$  العدد الكلي

سؤال ٤٥ - الشكل المجاور يمثل مخططاً لتوزيع طبيعي  
ليسايات إحدى الدراسات انا علمت أنه  
ل (ز)  $(P - z) = 0.3$  فما هي قيمة ل (ز)  $(P)$



(P) 0.3    0.3    0.3    0.3    0.3

سؤال ٤٦ - إذا كانت أوزان ١٠٠٠ طالب تتخذ  
شكل التوزيع الطبيعي بوسطه ٥٠ كغ  
واخلاف المعياري ٦ فما عدد الطلبة الذين  
تنحصر أوزانهم بينه ٤٤ كغ و ٥٦ كغ

سؤال ٤٧ - إذا كانت رواتب ١٠٠٠ معلم ومعلمة  
تتخذ شكل التوزيع الطبيعي بوسط حسابي ٢٠٠  
ديناراً شهرياً واخلاف معياري ما دينار  
فما عدد المعلمين والمعلمات الذين تنحصر  
رواتبهم بينه ١٨٠ ديناراً و ٢٢٠ ديناراً  
دنانير

T.Nasser Heshki

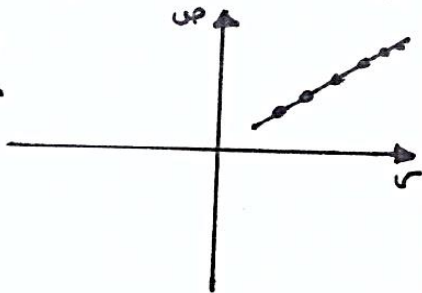
متار (٨) إذا كانت علامات ١٠٠٠ طالب  
تتخذ شكل التوزيع الطبيعي وكان  
الوسط احادي للعلامات ٥٨ والانحراف  
المعياري ١٠ وكان عدد الطلبة الناجحين  
١٧٩ طاباً فجد العلامة النجاء .

تقدم ١٥٠٠٠ طالباً لامتحان ما وكان  
نتائجهم تتخذ شكل توزيع الطبيعي  
وكان الوسط احادي لعلاماتهم ٦٥  
والانحراف المعياري ٥ وعلامة النجاء ٦٠  
جد عدد الطلبة الناجحين في الامتحان .

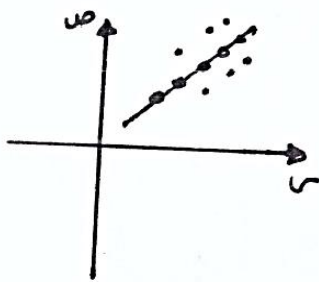
## شكل الانتشار

رسم بياني لعلاقة بين الأزواج المرتبة في المستوى الديكارتي

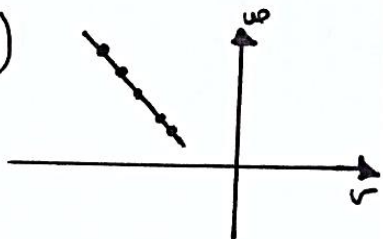
(طردني تام)  
جميع النقاط على خط مستقيم



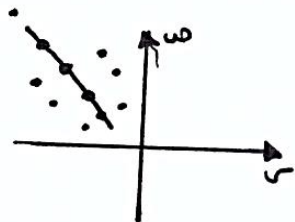
طردني



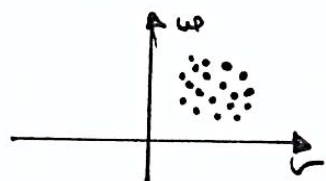
(عكسي تام)  
جميع النقاط على خط مستقيم



عكسي



معدوم الارتباط



## الفصل الثاني : الارتباط

## والانحدار

## أولاً : الارتباط

الارتباط :- هو علاقة بين متغيرين (س و ص)

مثل : عدد ساعات دراسة ومعدل التحصيلي

عدد ساعات العمل ، كمية الإنتاج

وزن ، ضغط

الدفء العائلي ، الانفاق

## أنواع الارتباط

① الارتباط الطردني (إيجابي)

كلما زاد احد المتغيرين زاد الآخر

② الارتباط العكسي (سلبى)

كلما زاد احد المتغيرين نقص الآخر

وعلنة إيجاد قوة الارتباط مفضلات .

① الرسم البياني " شكل الانتشار " .

② معامل الارتباط بيرسون

مثال: احسب معامل الارتباط بيرسون بينه المتغيرين من الجدول الآتي

س	11	10	13	14	8
ص	6	10	6	9	11

س	ص	س-ص	ص-ص	(س-ص) <sup>2</sup>	(ص-ص) <sup>2</sup>	(س-ص)(ص-ص)
11	6	5	5	25	25	25
10	10	0	0	0	0	0
13	6	7	7	49	49	49
14	9	5	5	25	25	25
8	11	3	3	9	9	9
00	00					

$$\bar{س} = \frac{\sum س}{n} = \frac{55}{5} = 11$$

$$\bar{ص} = \frac{\sum ص}{n} = \frac{50}{5} = 10$$

= r

### معامل الارتباط بيرسون

يستخدم معامل الارتباط بيرسون لقياس قوة والعلاقة العكسية بين المتغيرين من حيث شكل العلاقات

$$r = \frac{\sum (س-ص)(ص-ص)}{\sqrt{\sum (س-ص)^2 \times \sum (ص-ص)^2}}$$

$$r = \frac{\sum (س-ص)(ص-ص)}{\sqrt{\sum (س-ص)^2 \times \sum (ص-ص)^2}}$$

س: الوسط الحسابي لقيم س

ص: الوسط الحسابي لقيم ص

$$r = 1 \text{ أو } 0.8 \text{ أو } 0.6 \text{ أو } 0.4 \text{ أو } 0.2 \text{ أو } 0$$

معامل الارتباط نوع العلاقة وقوتها

نوع العلاقة وقوتها	معامل الارتباط
طردني تام	r = 1
طردني قوي	0.8 > r > 0.6
طردني متوسط	0.6 > r > 0.4
طردني ضعيف	0.4 > r > 0.2
عدم الارتباط	r = 0
عكس ضعيف	-0.2 > r > -0.4
عكس متوسط	-0.4 > r > -0.6
عكس قوي	-0.6 > r > -0.8
عكس تام	r = -1

T.Nasser Heshki

بينه الجدول الجاور علاقات

٥ طلاب في عادي الفيزياء

والرياضيات في امتحان قصير

الرضا العظمى (١٠) احد معاني الالتيام بيكون

مثال ٣

صفي ١٠٠  
اغ

مثال ٤ احسب معاني الالتيام بيكون

بينه المتغيرين ٥٠٠

٥	٤	٣	٢	١
١٠	٩	٨	٧	٦

٥	٤	٣	٢	١	رقم الطالب
٤	٦	٣	٥	٢	الفيزياء (س)
٩	٧	٣	٦	٥	الرياضيات (ه)

مسألة ١٠ -  
اصب معامل الارتباط بيرسون الخطي  
بين المتغيرين من رص في الجدول الآتي

س	١٠	٩	١٣	١٥	٨
ص	١٠	١١	٥	٧	١٢

بين الجدول الآتي علامات  
٥ طلاب في مادتي الرياضيات (س) و العلوم (ص) في امتحان قصير

نوعية الفطس ١٠

١) اقل اى دفتر اجابته الجدول تم اطلاء

الاعمدة الواردة فيه

٢) معداى الجدول اصب معامل الارتباط بيرسون

س	٦	٧	٥	١	٤	٢٥
ص	٥	٦	٥	١	٤	٢٥

T.Nasser Heshki

مثال ١٥ - ضع دائرة حول رمز الإجابة الصحيحة

١ أي معاملات الارتباط التالية الأقوى :-

(٢) -٠.٨ و (٥) ٠.٧ و (٣) ٠.١ و (٤) ٠.٥ و

٢ إذا كان معامل الارتباط بين س١ وس٢ يساوي

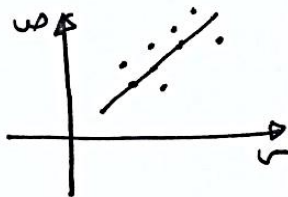
-٠.٩٨ و فإيه معامل الارتباط

(٢) عكس تام (ب) طردي قوي

(ج) طردي ضعيف (٤) عكس قوي

٣ صمّم على الشكل التالي فإيه نوع الارتباط

بين س١ وس٢ هو



(ب) طردي

(٢) عكس

(٤) طردي تام

(٤) عكس

٥

مثال ١٦ - إذا كان س١ وس٢ متغيرين عدد  
المتغيرين قيم كل منهما ٦ و كان

$$\sum_{i=1}^6 (S_1 - \bar{S}_1)(S_2 - \bar{S}_2) = 12$$

$$\sum_{i=1}^6 (S_1 - \bar{S}_1)^2 = 9$$

$$\sum_{i=1}^6 (S_2 - \bar{S}_2)^2 = 16$$

احسب معامل الارتباط بين س١ وس٢

مثال ١٧ - إذا كان س١ وس٢ متغيرين عدد  
المتغيرين قيم كل منهما ٥ و كان

$$\sum_{i=1}^5 (S_1 - \bar{S}_1)(S_2 - \bar{S}_2) = 4$$

$$\sum_{i=1}^5 (S_1 - \bar{S}_1)^2 = 10$$

$$\sum_{i=1}^5 (S_2 - \bar{S}_2)^2 = 20$$

جد معامل الارتباط بين س١ وس٢

مثال ٤٥ :- إذا كان معامل الارتباط بينه  $S_1$  و  $S_2$  هو - آو. نجد معامل الارتباط بينه  $S_1^*$  و  $S_2^*$  في حالات :-

١)  $S_1^* = S_1 + 5$  ,  $S_2^* = S_2 - 3$

٢)  $S_1^* = S_1 - 5$  ,  $S_2^* = S_2 + 5$

٣)  $S_1^* = S_1 - 8$  ,  $S_2^* = S_2 - 9$

٤)  $S_1^* = S_1 + 1$  ,  $S_2^* = S_2 + 3$

أثر التعديل على معامل الارتباط

إذا كان معامل الارتباط بين  $S_1$  و  $S_2$  يساوي  $r$  وتم تعديل كل من  $S_1$  و  $S_2$  بـ  $a$  و  $b$  على التوالي ، فإن معامل الارتباط بين  $S_1^*$  و  $S_2^*$  هو :-

$S_1^* = S_1 + a$  ,  $S_2^* = S_2 + b$  ,  $r \neq 0$  ,  $a \neq 0$  ,  $b \neq 0$

فإن معامل الارتباط بين  $S_1^*$  و  $S_2^*$  هو :-

١) إذا كانت إشارة  $a$  و  $b$  متساوية

٢) إذا كانت إشارة  $a$  و  $b$  مختلفة

نضرب معامل الارتباط  $r$  بـ  $\frac{a}{b}$ .

مثال ٤٥ :- إذا كان معامل الارتباط بين  $S_1$  و  $S_2$  يساوي  $r$  بين  $S_1$  و  $S_2$  هو  $0.5$  أو  $0.6$  نجد معامل الارتباط بين  $S_1^*$  و  $S_2^*$  في الحالات الآتية

١)  $S_1^* = S_1 + 10$  ,  $S_2^* = S_2 - 1$

٢)  $S_1^* = S_1 + 20$  ,  $S_2^* = S_2 - 5$

٣)  $S_1^* = S_1 - 14$  ,  $S_2^* = S_2 - 3$

٤)  $S_1^* = S_1 + 3$  ,  $S_2^* = S_2 - 20$

الخط في التنبؤ = لعينة واحدة - القيمة المتباينة

عند المعادلة  
تتولين  
مكان س

عند الجدول

ويمكن أن يكون صواب، سواب.

مثال :- بين الجدول الآتي علاجات خمس طلاب في مادة الرياضيات والعلوم حيث النهاية العظمى (٢٠) جد معادله خط الاختار للتنبؤ بقيم هـ إذا علمت قيم هـ من

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
علاقة رياضية بين س و هـ	١١	١٣	١٠	١٣	١٤
علاقة بين هـ والعلوم	١٣	١٦	١٠	١٤	١٨

الفصل الثاني : الارتباط

والانحدار

ثانياً : خط الانحدار

هي علاقة خطية تربط بين متغيرين وتستخدم في التنبؤ بقيمة أحد المتغيرين إذا علمت قيمة معينة .

معادلة خط الاختار :-

$$ص = P س + ب$$

P :- معامل س

ب :- الحد الثابت

$$P = \frac{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})(ص_i - \bar{ص})}{\sum_{i=1}^n (س_i - \bar{س})^2}$$

$$ب = \bar{ص} - P \bar{س}$$

$$س = \frac{ص - ب}{P} \quad \text{رسم ص و س لقيم هـ}$$

$$\bar{ص} = \frac{\sum_{i=1}^n ص_i}{n} \quad \text{ورق ص و س لقيم هـ}$$



T.Nasser Heshki

مثال ١٠- بينه الجدول الآتي ستة طلاب  
في مبحث الرياضيات (س) والتربية الوطنية (س)  
في امتحان قصر رياضية الفطس (١٠) اجبه على ما يلي

رقم الطالب	١	٢	٣	٤	٥
الرياضيات (س)	٢	٣	٤	٥	٥
التربية الوطنية (س)	٥	٥	٦	٦	١٠
الاجابة	٣	٧	٩	٦	٦

- ١) اصبه معامل الاحتمال ليرتبون بينه س١ س٢
- ٢) جد معادلة خط الاحتمال بينه س١ س٢
- ٣) قدر علاقة الرياضيات لطالب حصل في التربية الوطنية
- ٤) جد الخطأ في التباين عملة طالب في الوطنية  
اذا كانت عملة الرياضيات ٥

مثال ١١- اذا كانت معادلة خط الاحتمال  
للغرفة بينه معدل الطالب في الثانوية

العامة (س) ومعدل في اجامعه (س) هي:

$$\hat{y} = 2x + 20$$

فتنبأ معدل الطالب في اجامة اذا كان

معدل في الثانوية العامة ٨٥

مثال ١٢- لوصل قسم الاتساع في مصنع ما  
لمعدلة الاحتمال الخطي البسيط للعلاقة بينه  
عدد ساعات العمل اليومي (س) وكمية الإنتاج  
المتحصل منه الكهرياد بالكيلو/واحد/ساعة  
(س) فكانت

$$\hat{y} = 200 + 3x \text{ من } 1 \text{ حتى } 10$$

١) استخرج قيمة  $\hat{y}$

٢) قدر قيمة الاحتمال اذا كانت  
عدد ساعات العمل ليوم ما ٨ ساعات

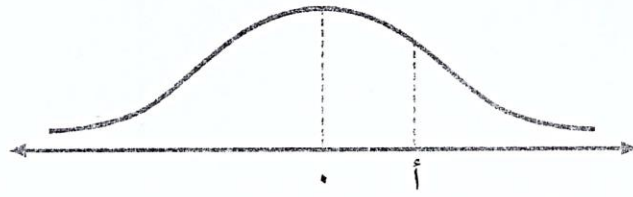
مثال ٩ - إذا كان  $X \sim B(10, 0.5)$  فاحسب  
 $P(X=18)$  ،  $P(X=15)$  ،  $P(X=10)$  ،  $P(X=5)$   
 فجد معادلات خطأ الاحتمال

مثال ١٠ - إذا كانت معادلات الخطأ الاحتمال  
 هي  $X \sim B(10, 0.5)$  و كانت  $(963)$   
 نقطة منه تقام بشكل الانتشار بينه  $100$   
 فجد الخطأ في التنبؤ بينه  $100$  ،  $100$  عند  
 $X=10$

مثال ١١ - إذا كان  $X \sim B(10, 0.5)$  فاحسب  
 الحد الأدنى اليومي  $(X)$   
 والحد الأعلى اليومي  $(X)$  فجد  
 $P(X=10)$  ،  $P(X=5)$  ،  $P(X=10)$  ،  $P(X=5)$   
 فجد معادلات خطأ الاحتمال

مثال ١٢ - إذا كان  $X \sim B(10, 0.5)$  فاحسب  
 عدد قيم كل منها  $6$  و كان  $X=6$   
 $P(X=6)$  ،  $P(X=5)$  ،  $P(X=10)$  ،  $P(X=5)$   
 فجد معادلات خطأ الاحتمال

# جدول التوزيع الطبيعي



٠,٠٩	٠,٠٨	٠,٠٧	٠,٠٦	٠,٠٥	٠,٠٤	٠,٠٣	٠,٠٢	٠,٠١	٠,٠٠	f
٠,٥٣٥٩	٠,٥٣١٩	٠,٥٢٧٩	٠,٥٢٣٩	٠,٥١٩٩	٠,٥١٦٠	٠,٥١٢٠	٠,٥٠٨٠	٠,٥٠٤٠	٠,٥٠٠٠	٠,٠
٠,٥٧٥٣	٠,٥٧١٤	٠,٥٦٧٥	٠,٥٦٣٦	٠,٥٥٩٦	٠,٥٥٥٧	٠,٥٥١٧	٠,٥٤٧٨	٠,٥٤٣٨	٠,٥٣٩٨	٠,١
٠,٦١٤١	٠,٦١٠٣	٠,٦٠٦٤	٠,٦٠٢٦	٠,٥٩٨٧	٠,٥٩٤٨	٠,٥٩١٠	٠,٥٨٧١	٠,٥٨٣٢	٠,٥٧٩٣	٠,٢
٠,٦٥١٧	٠,٦٤٨٠	٠,٦٤٤٣	٠,٦٤٠٦	٠,٦٣٦٨	٠,٦٣٣١	٠,٦٢٩٣	٠,٦٢٥٥	٠,٦٢١٧	٠,٦١٧٩	٠,٣
٠,٦٨٧٩	٠,٦٨٤٤	٠,٦٨٠٨	٠,٦٧٧٢	٠,٦٧٣٦	٠,٦٧٠٠	٠,٦٦٦٤	٠,٦٦٢٨	٠,٦٥٩١	٠,٦٥٥٤	٠,٤
٠,٧٢٢٤	٠,٧١٩٠	٠,٧١٥٧	٠,٧١٢٣	٠,٧٠٨٨	٠,٧٠٥٤	٠,٧٠١٩	٠,٦٩٨٥	٠,٦٩٥٠	٠,٦٩١٥	٠,٥
٠,٧٥٤٩	٠,٧٥١٧	٠,٧٤٨٦	٠,٧٤٥٤	٠,٧٤٢٢	٠,٧٣٨٩	٠,٧٣٥٧	٠,٧٣٢٤	٠,٧٢٩١	٠,٧٢٥٧	٠,٦
٠,٧٨٥٢	٠,٧٨٢٣	٠,٧٧٩٤	٠,٧٧٦٤	٠,٧٧٣٤	٠,٧٧٠٤	٠,٧٦٧٣	٠,٧٦٤٢	٠,٧٦١١	٠,٧٥٨٠	٠,٧
٠,٨١٣٣	٠,٨١٠٦	٠,٨٠٧٨	٠,٨٠٥١	٠,٨٠١٣	٠,٧٩٩٥	٠,٧٩٦٧	٠,٧٩٣٥	٠,٧٩١٠	٠,٧٨٨١	٠,٨
٠,٨٣٨٩	٠,٨٣٦٥	٠,٨٣٤٠	٠,٨٣١٥	٠,٨٢٨٩	٠,٨٢٦٤	٠,٨٢٣٨	٠,٨٢١٢	٠,٨١٨٦	٠,٨١٥٩	٠,٩
٠,٨٦٢١	٠,٨٥٩٩	٠,٨٥٧٧	٠,٨٥٥٤	٠,٨٥٣١	٠,٨٥٠٨	٠,٨٤٨٥	٠,٨٤٦١	٠,٨٤٣٨	٠,٨٤١٣	١,٠
٠,٨٨٣٠	٠,٨٨١٠	٠,٨٧٩٠	٠,٨٧٧٠	٠,٨٧٤٩	٠,٨٧٢٩	٠,٨٧٠٨	٠,٨٦٨٦	٠,٨٦٦٥	٠,٨٦٤٣	١,١
٠,٩٠١٥	٠,٨٩٩٧	٠,٨٩٨٠	٠,٨٩٦٢	٠,٨٩٤٤	٠,٨٩٢٥	٠,٨٩٠٧	٠,٨٨٨٨	٠,٨٨٦٩	٠,٨٨٤٩	١,٢
٠,٩١٧٧	٠,٩١٦٢	٠,٩١٤٧	٠,٩١٣١	٠,٩١١٥	٠,٩٠٩٩	٠,٩٠٨٢	٠,٩٠٦٦	٠,٩٠٤٩	٠,٩٠٣٢	١,٣
٠,٩٣١٩	٠,٩٣٠٦	٠,٩٢٩٢	٠,٩٢٧٩	٠,٩٢٦٥	٠,٩٢٥١	٠,٩٢٣٦	٠,٩٢٢٢	٠,٩٢٠٧	٠,٩١٩٢	١,٤
٠,٩٤٤١	٠,٩٤٢٩	٠,٩٤١٨	٠,٩٤٠٦	٠,٩٣٩٤	٠,٩٣٨٢	٠,٩٣٧٠	٠,٩٣٥٧	٠,٩٣٤٥	٠,٩٣٣٢	١,٥
٠,٩٥٤٥	٠,٩٥٣٥	٠,٩٥٢٥	٠,٩٥١٥	٠,٩٥٠٥	٠,٩٤٩٥	٠,٩٤٨٤	٠,٩٤٧٤	٠,٩٤٦٣	٠,٩٤٥٢	١,٦
٠,٩٦٣٣	٠,٩٦٢٥	٠,٩٦١٦	٠,٩٦٠٨	٠,٩٥٩٥	٠,٩٥٩١	٠,٩٥٨٢	٠,٩٥٧٣	٠,٩٥٦٤	٠,٩٥٥٤	١,٧
٠,٩٧٠٦	٠,٩٦٩٩	٠,٩٦٩٣	٠,٩٦٨٦	٠,٩٦٧٨	٠,٩٦٧١	٠,٩٦٦٤	٠,٩٦٥٦	٠,٩٦٤٩	٠,٩٦٤١	١,٨
٠,٩٧٦٧	٠,٩٧٦١	٠,٩٧٥٦	٠,٩٧٥٠	٠,٩٧٤٤	٠,٩٧٣٨	٠,٩٧٣٢	٠,٩٧٢٦	٠,٩٧١٩	٠,٩٧١٣	١,٩
٠,٩٨١٧	٠,٩٨١٢	٠,٩٨٠٨	٠,٩٨٠٣	٠,٩٧٩٨	٠,٩٧٩٣	٠,٩٧٨٨	٠,٩٧٨٣	٠,٩٧٧٨	٠,٩٧٧٢	٢,٠
٠,٩٨٥٧	٠,٩٨٥٤	٠,٩٨٥٠	٠,٩٨٤٦	٠,٩٨٤٢	٠,٩٨٣٨	٠,٩٨٣٤	٠,٩٨٣٠	٠,٩٨٢٦	٠,٩٨٢١	٢,١
٠,٩٨٩٠	٠,٩٨٨٧	٠,٩٨٨٤	٠,٩٨٨١	٠,٩٨٧٨	٠,٩٨٧٥	٠,٩٨٧١	٠,٩٨٦٨	٠,٩٨٦٤	٠,٩٨٦١	٢,٢
٠,٩٩١٦	٠,٩٩١٣	٠,٩٩١١	٠,٩٩٠٩	٠,٩٩٠٦	٠,٩٩٠٤	٠,٩٩٠١	٠,٩٨٩٨	٠,٩٨٩٦	٠,٩٨٩٣	٢,٣
٠,٩٩٣٦	٠,٩٩٣٤	٠,٩٩٣٢	٠,٩٩٣١	٠,٩٩٢٩	٠,٩٩٢٧	٠,٩٩٢٥	٠,٩٩٢٢	٠,٩٩٢٠	٠,٩٩١٨	٢,٤
٠,٩٩٥٢	٠,٩٩٥١	٠,٩٩٤٩	٠,٩٩٤٨	٠,٩٩٤٦	٠,٩٩٤٥	٠,٩٩٤٣	٠,٩٩٤١	٠,٩٩٤٠	٠,٩٩٣٨	٢,٥
٠,٩٩٦٤	٠,٩٩٦٣	٠,٩٩٦٢	٠,٩٩٦١	٠,٩٩٦٠	٠,٩٩٥٩	٠,٩٩٥٧	٠,٩٩٥٦	٠,٩٩٥٥	٠,٩٩٥٣	٢,٦
٠,٩٩٧٤	٠,٩٩٧٣	٠,٩٩٧٢	٠,٩٩٧١	٠,٩٩٧٠	٠,٩٩٦٩	٠,٩٩٦٨	٠,٩٩٦٧	٠,٩٩٦٦	٠,٩٩٦٥	٢,٧
٠,٩٩٨١	٠,٩٩٨٠	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٧٩	٠,٩٩٧٨	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٧	٠,٩٩٧٦	٠,٩٩٧٥	٠,٩٩٧٤	٢,٨
٠,٩٩٨٦	٠,٩٩٨٦	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٥	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٤	٠,٩٩٨٣	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨٢	٠,٩٩٨١	٢,٩
٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٩٠	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٩	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٨	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٠,٩٩٨٧	٣,٠
٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩٢	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩١	٠,٩٩٩٠	٣,١
٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٤	٠,٩٩٩٣	٠,٩٩٩٣	٣,٢
٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٦	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٠,٩٩٩٥	٣,٣
٠,٩٩٩٨	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٠,٩٩٩٧	٣,٤

