م. محمد اسعد الخطيب

الوحدة الاولى

1

الدرس الاول

1

الجذور التربيعية

Square Root

$$\sqrt[2]{a}$$

تعريف الجذر Radical

الجذر ويكتب بالشكل التالي $\sqrt[n]{a}$

حيث ان

$\sqrt{\ }$	شكل يرمز للجذر (نستخدم هذا الشكل للتعبير عن الجذر) **radical sign**
a	هو الرقم الذي يكون تحت الجذر ويسمى المجذور **radicand**
n	درجة الجذر وبها يتم تسمية نوع الجذر (تربيعي او تكعيبي الخ **index root**

يسمى الجذر بالنسبة للرقم الذي اعلى الجذر (تربيعي او تكعيبي او الجذر الرابع او الجذر الخامس)

$\sqrt[\text{اعلى الجذر}]{\text{تحت الجذر}}$	الرقم تحت الجذر يسمى المجذور الرقم اعلى الجذر منه نعرف اسم ودرجة الجذر
$\sqrt[2]{a}$	الجذر التربيعي (لان رقم اعلى الجذر = 2)
$\sqrt[3]{a}$	الجذر التكعيبي (لان الرقم اعلى الجذر =3)
$\sqrt[4]{a}$	الجذر الرابـــــع (لان الرقم اعلى الجذر =4)
$\sqrt[5]{a}$	الجذر الخـــــامس (لان الرقم اعلى الجذر =5)
وهكـــــــــــــــــــــــــــــــذا index (root) $\sqrt[a]{R}$ radicand *a is a positive integer > 1* *R is a real number*	الجذر السادس الجذر السابع . .

درسنا يتكلم عن الجذر من الدرجة الثانية اي الجذر التربيعي (الرقم اعلى الجذر = 2)

ويسمى **Square Root**

ماذا يعني اوجد الجذر التربيعي لرقم تحت الجذر

$\sqrt[2]{a}$	هذا يعني ما هو العدد الذي اضربه بنفسه مرتين يعطني العدد a اوجد العدد الذي اذا ضربته بنفسه يعطني الجواب العدد تحت الجذر (المجذور)
مثال	
$\sqrt[2]{4}$	ما هو الرقم الذي اضربه بنفسه مرتين يعطيني الجواب =4 الاجابة هو العدد 2 لان 2 **x** 2 = 4
$\sqrt[2]{9}$	ما هو الرقم الذي اضربه بنفسه مرتين يعطيني الجواب =9 الاجابة هو العدد 3 لان 3 **x** 3 = 9
$\sqrt[2]{16}$	ما هو الرقم الذي اضربه بنفسه مرتين يعطيني الجواب =16 الاجابة هو العدد 4 لان 4 **x** 4 = 4

اذن ناتج الجذر هو رقم يكون حاصل ضربه في نفسه الرقم الذي تحت الجذر (المجذور)

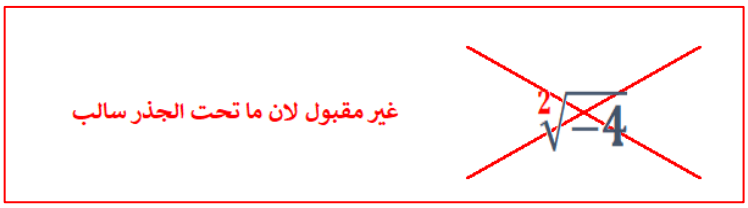
ملاحظة هامة : مهم اذا لم يتم ذكر الرقم الاعلى بالجذر فهذا يعني انه يقصد الجذر التربيعي بالعادة عندما يكون الجذر تربيعي لا نضع الرقم اعلى الجذر

$$\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$$

قواعد مهمة

اولا : الجذر التربيعي لا يقبل رقم تحت الجذر بالسالب (عندما تكون درجة الجذر 2 يعني تربيعي فان المجذور دائما رقم موجب)

$\sqrt[2]{-4}$	$\sqrt[2]{15}$	$\sqrt[2]{-16}$	$\sqrt[2]{144}$
لايجوز لان ما تحت الجذر التربيعي سالب	يجوز لان ما تحت الجذر التربيعي موجب	لايجوز لان ما تحت الجذر التربيعي سالب	يجوز لان ما تحت الجذر التربيعي موجب



اذا كان الرقم تحت الجذر التربيعي سالبا يطلق عليه رقم خيالي او غير حقيقي وهو جزء من الارقام المركبة **complex number**

ثانيا : الاجابة التي تحصل عليها عتد ايجاد قيمة الجذر التربيعي يجب ان تكون اجابتين (نفس الرقم ، مرة موجب ومرة سالب) لماذا ؟

لانك تعملت سابقا انه اذا تم ضرب عدد سالب في عدد سالب = يكون الجواب موجب

اذن لنعيد السؤال في مثال 1 مرة اخرى

$+\sqrt[2]{4}$	جد الجذر الموجب فقط الاجابة = **+2**
$-\sqrt[2]{4}$	جد الجذر السالب فقط الاجابة = **-2**
$\pm\sqrt[2]{4}$	جد الجذريين السالب والموجب (نفس الرقم مرة سالب ومرة موجب) الاجابة هي = ± 2

- **الجذر التربيعي يقبل اشارة السالب اذا كانت خارج الجذر**
- **مثال : $-\sqrt[2]{16}$ هذه الصيغة مقبولة والاجابة تكون فقط الجذر السالب**
  - -4 **دائما الجواب سالب**

مربع العدد : هو ان تضرب العدد بنفسه ، عندما نضرب العدد بنفسه يكون الناتج رقم يسمى المربع الكامل (perfect square)

نفهم هذا الجدول اولا ثم نحفظه جيدا سنحتاجه دائما (في تبسيط الجذور)

جـــــــــــــــــــــــــــــــــــــدول رقـــــــــــــــــــم (1)

الرقم	الصيغة	الجواب	العملية
1	1^2	1	1x1 = 1
2	2^2	4	2x2 = 4
3	3^2	9	3x3 = 9
4	4^2	16	4x4 = 16
5	5^2	25	5x5 = 25
6	6^2	36	6x6 = 36
7	7^2	49	7x7 = 49
8	8^2	64	8x8 = 64
9	9^2	81	9x9 = 81
10	10^2	100	10x10 = 100
11	11^2	121	11x11 = 121
12	12^2	144	12x12 = 144
13	13^2	169	13x13 = 169
14	14^2	196	14x14 = 196
15	15^2	225	15x15 = 225
16	16^2	256	16x16 = 256

الاجابة	ما هو جذر كل من ؟
1	$\sqrt[2]{1}$
2	$\sqrt[2]{4}$
3	$\sqrt[2]{9}$
4	$\sqrt[2]{16}$
5	$\sqrt[2]{25}$
6	$\sqrt[2]{36}$
7	$\sqrt[2]{49}$
8	$\sqrt[2]{64}$
9	$\sqrt[2]{81}$
10	$\sqrt[2]{100}$
11	$\sqrt[2]{121}$
12	$\sqrt[2]{144}$
13	$\sqrt[2]{169}$
14	$\sqrt[2]{196}$
15	$\sqrt[2]{225}$
16	$\sqrt[2]{256}$

مســــــــــــــــــــاعدة مهمة

انتبه : قد تكون صيغة الرقم في كشر عشري ويبقى مربع كامل مثل

العدد 11 مربعه هو 121 وكذلك العدد 1.1 مربعه هو 1.21 (جرب على الالة الحاسب) المهم الرقمين فيهما 11

العدد 12 مربعه هو 144 وكذلك العدد 1.2 مربعه هو 1.44 (جرب على الالة الحاسبة)) المهم الرقمين فيهما 12

العدد 15 مربعه هو 225 وكذلك العدد 0.15 مربعه 0.0225 (جرب على الاحاسبة)) المهم الرقمين فيهما 15

حل مثال 1 الكتاب صفحة 8 (حل اتقق من فهمي للدرس) صفحة 9

اجد كلا من الجذور التربيعية الاتية

1	$\sqrt[2]{36}$	ما هو الرقم الذي اضربه بنفسه يعطي 36 (ناخذ الجذر الموجب فقط)	هو 6
②	$\pm\sqrt[2]{1.69}$	ما هو الرقم الذي اذا ضربته بنفسه يعطي 1.69 (راجع المساعدة تحت جول 1) يعني ابحث في الجول عن الرقم 169 مع مراعاة الفواصل للرقم العشري ناخذ الجذر السالب والموجب	هو 1.3 لكن مع مراعاة الفواصل للرقم العشري يعني الاجابة عي ± 1.3
3	$-\sqrt{\frac{25}{64}}$	سيتم شرح العمليات على الجذور لاحقا لكن : القسمة توزع على الجذور يعني يصبح السوال كما يلي $-\frac{\sqrt{25}}{\sqrt{64}}$ ثم نحل البسط لوحده والمقام لوحده	$-\frac{5}{8}$
		اتحقق من فهمي صفحة 9	
4	$\sqrt{81}$	ما هو العدد الذي اذا ضربته في نفسه مرتين يعطي 81	الجواب (9)
5	$-\sqrt{1.96}$	ماهو الرقم الذي اذا ضربته في نفسه يعطي 1.96 راجع الجدول رقم 1 مع مراعاة الفواصل للارقم العشرية	$-(1.4)$
6	$\pm\sqrt{\frac{4}{121}}$	وزع القسمة على الجذر تصبح $\pm\frac{\sqrt{4}}{\sqrt{121}}$	$\pm\frac{2}{11}$

المـــــعـــــادلـــــــــة التربـــيـــعية

حل المعادلات التربيعية : يعني ايجاد الجذر التربيعي للمتغير $n^2 = c$

كما ذكرنا سابقا انه يوجد اجابتين (نفس الرقم مرة سالب ومرة موجب)

$$n^2 = c$$

$$n = \pm\sqrt{c}$$

مثال 2 في الكتاب صفحة 9

①	$X^2=144$	الموجود في المعادلة هو X^2 ونحن نريد فقط قيمة X اذن لايجاد قيمة X ناخذ الجذر التربيعي للمعادلة فتصبح x $X= \pm\sqrt{144}$	$= \pm 12$ **ناخذ الجذر التربيعي لايجاد x**
②	$t^2=\frac{1}{36}$	$t = \pm\sqrt{\frac{1}{36}} \longrightarrow t = \pm\frac{\sqrt{1}}{\sqrt{36}} = \pm\frac{1}{6}$	ناخذ الجذر التربيعي لايجاد t
اتحقق من فهمي صفحة 10			
③	$x^2=\frac{16}{169}$	$X = \pm\sqrt{\frac{16}{169}} = \pm\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{169}} = \pm\frac{4}{13}$	ناخذ الجذر التربيعي ثم نوزع الجذر على القسمة
④	$y^2 = 2.25$	$Y=\pm\sqrt{2.25}= \pm 1.5$	راجع جدول واحد مع مراعاة فواصل الاعداد العشرية

كيف نتعامل مع ايجاد الجذر التربيعي للارقام الكبيرة مثل رقم 50625

نتبع الخطوات التالية :

اولا: استذكار جدول رقم 1 الذي تم توضيحه في 5

ثانيا : نبحث عن رقم نضربه بنفسه يعطي الجواب (عن طريق تحليل الرقم الى العوامل الاولية)

ثالثا: اشكل من الارقام الناتجة من (التحليل للعوامل) رقمين متساويين

مثال الرقم 50625

50625	
3	16875
3	5625
3	1875
3	625
5	125
5	25
5	5
5	1

÷

يوجد 3 اربع مرات نقسمها بالتساوي بين الرقمين . 3x3x5x5=225 الرقم الاول

يوجد 5 اربع مرات نقسمها بالتاسوي بين الرقمين 3x3x5x5=225 الرقم الثاني

$\sqrt{50625} = \pm 225$

أتحققُ من فهمي:

صورةٌ مربعةُ الشــكلِ مســاحتُها $3136\ cm^2$، أرادَتْ ريما وضعَها في برواز مربعِ الشكلِ طولُ ضلعِهِ الداخليِّ 58 cm، هَلْ يمكنُها ذلكَ؟ أبرّرُ إجابتي.

مساحة المربع = الضلع x نفسه (ولايجاد ضلع نطبق الجذر) $A = l^2$

يوجد الصورة وهي مربعة الشكل ومساحتها = 3136 نجد طول ضلع الصورة

ويوجد البرواز وطول ضلعه 58 ، اذن يجب ان يكون طول ضلع الصورة اقل من طول ضلع البرواز

3136	
2	1568
2	784
2	392
2	196
2	98
2	49
7	7
7	1

÷

يوجد 2 ستة مرات نقسمها بالتساوي بين الرقمين . 2X2X2X7=56 الرقم الاول

يوجد7 مرتين نقسمها بالتاسوي بين الرقمين 2X2X2X7=56 الرقم الثاني

$\sqrt{3136} = \pm 56$

طول ضلع الصورة اصغر من ضلع البرواز اذن يمكن وضع الصورة داخل البرواز

اتدرب واحل المسائل ص 11

اجد كلا من الجذور التربيعية		
1	$\sqrt{\frac{49}{169}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{169}} = \frac{7}{13}$	نوزع القسمة على الجذر ونجد الحل للبسط وللمقام
②	$-\sqrt{2.56} = -1.6$	مراجعة جدول 1 مع مراعاة الفواصل للارقام العشرية
3	$\pm\sqrt{576}$	
4	$\sqrt{0.0001} = 0.01$	= 0.01 X 0.01 = 0.0001

576	
2	288
2	144
2	72
2	36
2	18
3	6
2	3
3	1

÷

يوجد 2 ستة مرات نقسمها بالتساوي بين الرقمين . 2X2X2X3=56 الرقم الاول

يوجد3 مرتين نقسمها بالتاسوي بين الرقمين 2X2X2X3=56 الرقم الثاني

$\sqrt{576} = \pm 24$

قاعدة : دائما اذا كان المجذور مرفوع للقوة 2 فانه يلغي الجذر (القوة 2 تلغي الجذر التربيعي)

اذا كانت القوة على الرقم X او مرفوعة على قوس نفس الشيء	$\left(\sqrt{X}\right)^2 = \sqrt{X^2} = X$
عندما تتساوى قوة الرقم تحت الجذر مع الرقم الاعلى للجذر فان الجذر والقوة تلغي بعضهما البعض	
القوة المرفوعة للرقم 2 و الجذر هو جذر تربيعي اذن الجواب هو ما داخل الجذر مباشرة	$\left(\sqrt{81}\right)^2 = 81$
القوة المرفوعة للرقم 2 و الجذر هو جذر تربيعي اذن الجواب هو ما داخل الجذر مباشرة	$\sqrt{81^2} = 81$

اذا ضربنا جذر بنفسه (نفس درجة الجذر ونفس المجذور) تلغي الجذور ويكون الجواب هو ما تحت الجذر مباشرة	$\sqrt{y} \times \sqrt{y} = y$
ضرب الجذر بنفسه الجواب ما تحت الجذر مباشرة	$\sqrt{81} \times \sqrt{81} = 81$
فك المربع (يعني نضرب الجذر بنفسه نطبق القاعدة)	$\left(\sqrt{81}\right)^2 = \sqrt{81} \times \sqrt{81} = 81$

5	$\left(\sqrt{81}\right)^2 = \sqrt{81} \times \sqrt{81} = 81$
6	$\left(-\sqrt{0.01}\right)^2 = -\sqrt{0.01} \times -\sqrt{0.01} = 0.01$
	اذا وجد قوة 2 فوق الجذر التربيعي فان القوة تلغي الجذر ويكون الجواب مباشرة الرقم الذي تحت الجذر (يعني الجواب هو المجذور مباشرة)

7	$\frac{\sqrt{100-36}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{16}} = \frac{8}{4} = 2$ (100-36 = 64)	نستطيع اجراء العمليات الحسابة (الجمع و الطرح و الضرب و القسمة) داخل الجذور ثم نكمل الحل باخراج الجذر التربيعي للناتج
8	$\sqrt{0.25 + 1.44} = \sqrt{1.69} = 1.3$	
9	$\sqrt{2.61 - 0.36} = \sqrt{2.25} = 1.5$	
10	$0.4^2 + \sqrt{2.25}$ $0.16 + 1.5 = 1.66$	

احل كل من المعادلات الاتية واتحقق من صحة الحل		
حل معادلة تربيعة باخذ الجذر التربيعي	11	$t^2=\frac{64}{100}$ $t=\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{100}}=\frac{8}{10}=\frac{4}{5}$
	12	$y^2=0.0144$ $y=\sqrt{0.0144}=0.12$
بتربيع الطرفين : لحل اي معادلة نحن نحتاج الى المتغير كامل (لا يكون مربع و لايكون تحت الجذر) هنا المتغير تحت الجذر للتخلص من الجذر نقوم بتربيع الطرفين	13	$\sqrt{y}=\frac{3}{5}$ لايجاد y نقوم بتربيع الطرفين $(\sqrt{y})^2=(\frac{3}{5})^2=\frac{9}{25}$

14	رياضةٌ: تُستعمَلُ العلاقةُ $l = 0.0625\ s^2$ لإيجادِ السرعةِ القصوى للجريِ s بالمترِ لكلِّ ثانيةٍ لشخصٍ طولُ ساقِهِ l سنتيمترًا. أجدُ أقصى سرعةٍ لشخصٍ طولُ ساقِهِ 64 cm

المعادلة هي

$L= 0.0625\ s^2$

المطلوب ايجاد s

نقسم المعادلة على 0.0625 لكي نبقي s في طرف

ثم نعوض قيمة L في المعادلة

ثم ناخذ الجذر لنحصل على S

$S^2=\frac{L}{0.025}=\frac{64}{0.0625}$

$S=\frac{\sqrt{64}}{\sqrt{0.0625}}=\frac{8}{0.25}=8\ X\ \frac{100}{25}=\frac{800}{25}=32\ m/s$

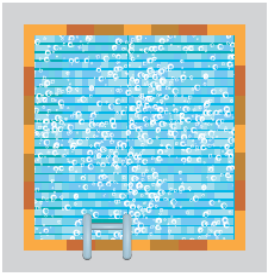
بناءٌ: بلّطَ بنّاءٌ أرضيةَ غرفةٍ مربعةِ الشكلِ بـ 75 بلاطةً بيضاءَ وَ 75 بلاطةً صفراء وَ 75 بلاطةً بُنّيّةً. ما عددُ البلاطاتِ الّتي تشكّلُ طولَ ضلعِ قاعدةِ الغرفةِ؟	15

- عدد البلاطات التي استخدمها البناء 75+75+75 = 225
- بما ان الشكل مربع يعني عدد البلاطات للاضلاع تكون متساوية
- يعني السوال يقول ما هو الرقم الذي اذا ضربته بنفسه ينتج 225
- لحل السوال هذا تعريف الجذر يعني ناخذ الجذر
- مساحة المربع بعدد البلاطات يساوي 225 جد طول الضلع

A= L^2

225= L^2 ⟶ **L = $\sqrt{225}$ = 15** بلاطة

16

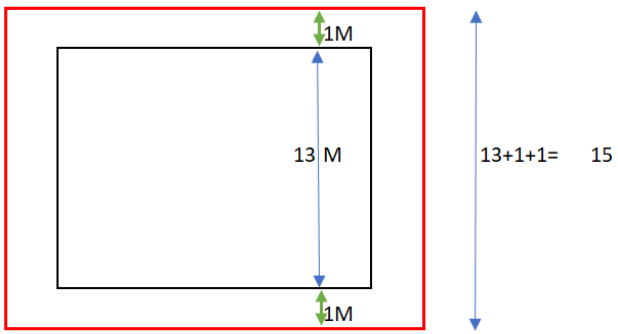


مسابحُ: مسبحٌ مربعُ الشكلِ، مساحتُهُ $169\ m^2$، يحيطُ بِهِ ممرٌّ عرضُهُ 1 m. أجدُ محيطَ الممرِّ.

- اولا قانون المحيط هو مجموع الاضلاع .
- ثانيا نجد طول ضلع المسبح .

- **A= L^2**
- **169= L^2** ⟶ **L = $\sqrt{169}$ = 13**

- اذن طول الضلع 13 يحيط به ممر عرضه 1 م اذن طول ضلع الممر 13+ 1+1 ، تم اضافة 1 مرتين لانه من الجانبين
- طول ضلع المرر = 15
- محيط الممر = 15+15+15+15 = 60 م



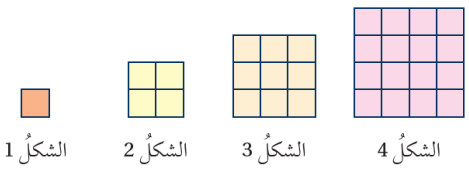
	اضع اشارة < او >او = في المربع لاكون عبارة صحيحة
17	$\sqrt{2.61-0.36} \square 1.6$ $\sqrt{2.25} \square 1.6$ $1.5 < 1.6$
18	$1.3^2 \square \sqrt{1.27+1.29}$ $1.3^2 \square \sqrt{2.56}$ $1.69 > 1.6$
19	$\sqrt{0.81} \square 0.9^2$ $0.9 > 0.81$
20	$\sqrt{1.24+0.2} \square 1.2$ $\sqrt{1.44} \square 1.2$ $1.2=1.2$

21

أنماطٌ: أعودُ إلى فقرةِ (أستكشفُ) بدايةَ الدرسِ، وأحلُّ المسألةَ.

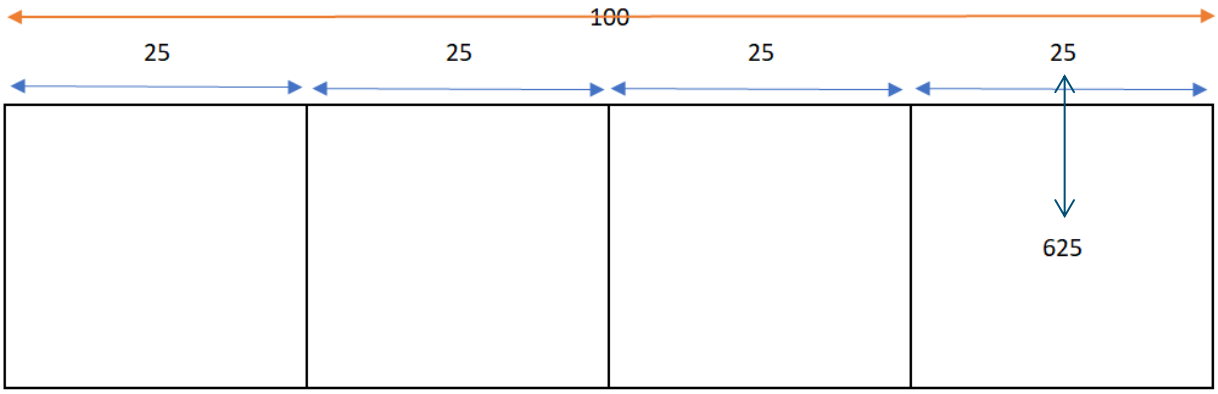
أستكشفُ

إذا استمرَّ النمطُ في الشكلِ الآتي، فما رقمُ أولِ شكلٍ يحتوي أكثرَ مِنْ 180 وَحدةً مربعةً؟



نكمل العد الشكل 5 يوجد فيه 25 وهكذا حتى تصل الى الشكل رقم 14 يكون فيه 196 وهو اول شكل يحتوي اكثر من 180 وحدة مربعة (راجع واستعن بجدول رقم 1)

22 **تبرير:** في حفلِ تخريجٍ للطلبةِ في إحدى الجامعاتِ، وُزّعَتِ المقاعدُ على 4 أقسـام كلٌّ مِنْها على شكلِ مربعٍ فيهِ العددُ نفسُهُ مِنَ المقاعدِ، لتشكّلَ الأقسامُ الأربعةُ معًا مربعًا كبيرًا. إذا كانَ في أحدِ الأقسـامِ 625 مقعدًا، فما عددُ المقاعـدِ الموضوعةِ على ضلعِ المربعِ الكبيرِ؟ أبرّرُ إجابتي.



- الاشكال الاربعة مربعة ومتساوية
- اذا عرفنا عدد المقاعد على ضلع واحد منهم فاننا نعرف عدد المقاعد على الاضلاع للاشكال الاخرى
- من المعطيات يوجد قسم فيه 625 ناخذ الجذر لمعرفة الضلع = 25
- اذن كل شكل يوجد على ضلعه 25 مقعد
- الاشكال الاربعة تشكل ضلع يحتوي عل 25+25+25+25 = 100 مقعد للمربع الكبير
- العلاقة بين عدد المقاعد على الضلع الكبير و الضلع الصغير هي $\frac{1}{4} = \frac{25}{100}$

23 **تبرير:** هَلْ يمكنُ إيجادُ $\sqrt{-100}$؟ أبرّرُ إجابتي.

لا يمكن ايجاد جذر تربيعي لعدد سالب :
عندما يكون درجة الجذر زوجي فانه لا يمكن ان يكون المجذور عددا سالبا و الجذر التربيعي من الدرجة الثانية اي درجة زوجية وبالتالي لا يقبل عدد سالب!

24 **تحدٍّ:** قرّرَ مصمّمٌ تغطيةَ أرضيةِ مسرحٍ مربعةِ الشكلِ بنوعٍ خاصٍّ مِنَ الخشبِ سعرُ المترِ المربعِ الواحدِ مِنْهُ 4 JD، فبلغَتِ التكلفةُ 1024 JD. أجدُ طولَ المسرحِ.

التكلفة = سعر المتر الواحد **X** المساحة

A X 4 = 1024

A = $\frac{1024}{4}$ = 256 متر مربع

بما ان المساحة اصبحت معلومة نستطيع ايجاد طول الضلع عن طريق اخذ الجذر التربيعي

- **A= L^2**
- **256= L^2** ⟶ **L = $\sqrt{256}$ = 16 m**
- طول المسرح هو مجموع الاضلاع الاربعة
- 16+16+16+16 = 64 م

25 **أكتشــفُ الخطأَ:** يقولُ مالــكٌ: إنَّ $\sqrt{64} = \pm 8$؛ لأنَّ $(\pm 8)^2$. هَلْ مــا يقولُهُ مالكٌ صحيحٌ؟ أبرّرُ إجابتي.

- ما يقوله مالك غير صحيح لاننا نبحث فقط عن الجذر الموجب للرقم 64 ، نستخدم الاجابتين السالب والموجب في حل المعادلة التربيعة فقط

26 **أكتبُ** كيفَ أجدُ الجذرَ التربيعيَّ لعددٍ ما؟

نبحث عن رقميين متساويين حاصل ضربهما يساوي العدد المطلوب (نقوم بتحليل الرقم الى عوامله الاولية ونبحث عن رقمين متساويين)