

ملاحظات هامة على تطبيقات التفاضل

- * ميل المماس = المشتقة الأولى عند نقطة التماس
 - * إذا كان المماس أفقي يعني ميله صفر ، وبذلك تكون المشتقة الأولى صفر
 - * ميل المماس = ظا (الزاوية) مع محور السينات الموجب
 - * ميل العمودي على المماس = - ١ مقسوم على ميل المماس
 - * معادلة المماس... ص - ص ١ = م المماس (س - س ١)
- حيث:

(س ١، ص ١) نقطة التماس أو أي نقطة على المماس

م المماس: المشتقة عند نقطة التماس

* معادلة العمودي على المماس ص-ص ١ = م العمودي (س-س ١)

حيث، (س ١، ص ١) نقطة التماس أو أي نقطة على العمودي على المماس

* إذا كان المماس أو العمودي على المماس يمر بنقطة ليس شرطاً أن تكون النقطة هي نقطة التماس

* نقطة التماس هي نقطة مشتركة بين الإقتران والمماس والعمودي، وبذلك فإن إحداثيات نقطة التماس تحقق كل معادلاتهم.

* إذا وازى مستقيم ، مستقيم آخر فإن ميل المستقيم الأول = ميل المستقيم الثاني، وبذلك إذا وازى مستقيم المماس فإن ميلهما نفسه

* إذا عامد مستقيم، مستقيم آخر فإن ميل المستقيم الأول = - ١ مقسوم على ميل المستقيم الثاني، وبذلك يمكننا إيجاد ميل المماس إذا عامده مستقيم ما

* إذا كان هنالك أكثر من نقطة تماس، فهناك أكثر من مماس مرسوم

* ميل المماس هو: ١ - المشتقة الأولى عند نقطة التماس

٢- ظل الزاوية مع محور السينات الموجب

٣- معامل س لمعادلة المماس بعد جعل ص موضوع للقانون

تطبيقات فيزيائية

* السرعة المتوسطة = التغير في المسافة مقسومة على التغير في الزمن

$$\bar{v} = \frac{\Delta f}{\Delta n} = \frac{f(n) - f(n+\Delta n)}{\Delta n}$$

* السرعة اللحظية هي مشتقة المسافة بالنسبة إلى الزمن أو =

$$v = \frac{df}{dn}$$

* اقتران السرعة = مشتقة اقتران المسافة

* اقتران التسارع = مشتقة اقتران السرعة

* اللحظة (الزمن) التي تنعدم فيها السرعة... ع = ٠

* اللحظة (الزمن) التي ينعدم فيها التسارع... ت = ٠

* اللحظة (الزمن) التي يعود فيها الجسم إلى سطح الأرض.... ف = ٠

* اللحظة (الزمن) حتى يصل الجسم إلى أقصى ارتفاع... ع = ٠

* سرعة الجسم الابتدائية.... عندما يكون الزمن = ٠

* إذا كان هنالك مقذوفين وكان السؤال في اللحظة التي يتساوى فيها ارتفاعهما، نقوم بمساواة ارتفاع المقذوفين

* إذا كان هنالك مقذوفين وكان السؤال في اللحظة التي تتساوى فيها سرعتيهما، نقوم بمساواة سرعة المقذوفين

* إذا كان هنالك مقذوفين وكان السؤال في اللحظة التي يتساوى فيها تسارعهما، نقوم بمساواة تسارع المقذوفين

* لا ننسى في الإشتقاق الضمني أن مشتقة ع هي ت ومشتقة ف هي ع.

المعدلات المرتبطة بالزمن

* يجب حفظ القوانين كاملة

* في هذا الدرس فقط تكون:

مشتقة s هي $\frac{ds}{dt}$ مشتقة v هي $\frac{dv}{dt}$ مشتقة a هي $\frac{da}{dt}$

* نعرف أن السؤال على هذا الدرس عندما يطلب معدل تغير شيء بالنسبة إلى شيء عندما يكون..... الخ

* خطوات حل السؤال:

١- قراءة السؤال بتمعن

٢- رسم السؤال

٣- كتابة المعطيات

٤- تحديد الثوابت والمتغيرات وتعريفهم (الفرض)

٥- إيجاد العلاقة الرئيسية (وتكون عندما يذكر السؤال: أوجد معدل تغير شيء، والشيء هنا هي العلاقة الرئيسية)

٦- يجب أن يكون السؤال بدلالة متغير واحد فقط لذا، يجب إيجاد علاقة مساعدة (مساندة) وتكون العلاقة المساندة في نص السؤال أو من رسم السؤال

٧- نقوم بإشتقاق العلاقة الرئيسية بالنسبة إلى الزمن وتعويض المعطيات واللحظة في السؤال

٨- إيجاد المطالب

* يمنع استخدام اللحظة في السؤال إلا عند التعويض النهائي

* أحيانا نعرف المعطيات بدلالة (ن) حتى نستطيع حل السؤال

النقط الحرجة

- * تكون النقطة حرجة عندما تكون مشتقتها تساوي صفر أو غير موجودة
- * المشتقة دائما عند أطراف الفترات غير موجودة
- * هنالك فرق بين الإحداثي السيني للنقط الحرجة والنقط الحرجة (س، ص)
- * لحل السؤال، نقوم بإشتقاق المشتقة الأولى ومن ثم جعل البسط = ٠ (الذي يجعل المشتقة تساوي صفر)، والمقام = ٠ (الذي يجعل المشتقة غير موجودة)
- * بعد إيجاد قسم س الحرجة يجب أن نتأكد بأنها تنتمي إلى الفترة المعطاة في السؤال
- * لإيجاد النقط الحرجة في الرسم البياني، تكون المشتقة غير موجودة عند النقط المفتوحة (غير المغلقة)، والمشتقة تساوي صفر عند تقاطع الإقتران مع محور السينات

التزايد والتناقص

* خطوات حل السؤال:

- ١- إيجاد النقط الحرجة (مع الإلتزام الفترة المعطاة في السؤال)
- ٢- وضع قيم س الحرجة على خط الأعداد
- ٣- إيجاد إشارة المشتقة الأولى من خلال تعويض الأرقام داخل الفترة
- ٤- * إذا كانت إشارة المشتقة..... موجبة (+) تزايد
- * إذا كانت إشارة المشتقة..... سالبة (-) تناقص
- * إذا كانت إشارة المشتقة..... صفر (٠) ثابت
- ٥- نقوم بكتابة التزايد والتناقص على شكل فترات

* لحل السؤال عن طريق الرسم البياني، وإذا كانت رسمة المشتقة الأولى موجودة، نبحث عن المنحنى في الفترات التي تقع فوق محور السينات (المشتقة موجبة) وبذلك يكون الإقتران متزايد، أما إذا كان المنحنى في الفترات تحت محور السينات (المشتقة سالبة) يكون الإقتران متناقص.

القيم القصوى

* للقيم القصوى ٤ أنواع:

١- قيم عظمى محلية (قد تكون أيضا محلية ومطلقة)

٢- قيم صغرى محلية (قد تكون أيضا محلية ومطلقة)

٣- قيم صغرى مطلقة (ممنوع أن تكون محلية)

٤- قيم عظمى مطلقة (ممنوع أن تكون محلية)

* القيمة الصغرى المحلية هي أقل قيمة بين ما حولها (جيرانها)

* القيمة العظمى المحلية هي أعلى قيمة بين ما حولها (جيرانها)

* القيمة الصغرى المحلية والمطلقة هي أقل قيمة بين ما حولها (جيرانها) وأقل قيمة على كامل فترة الإقتران

* القيمة العظمى المحلية والمطلقة هي أعلى قيمة بين ما حولها (جيرانها) وأعلى قيمة على كامل فترة الإقتران

* القيمة العظمى المطلقة هي أعلى قيمة على كامل فترة الإقتران، ولكنها لن تكون محلية لأنها محاطة (بجيران) من جهة واحدة فقط

* القيمة الصغرى المطلقة هي أقل قيمة على كامل فترة الإقتران، ولكنها لن تكون محلية لأنها محاطة (بجيران) من جهة واحدة فقط

* هنالك فرق بين قيمة س التي تكون عندها القيمة القصوى والقيمة القصوى.

* القيمة القصوى هي ناتج تعويض قيمة س في الإقتران الأصلي

خطوات حل السؤال:

١- إيجاد النقط الحرجة

٢- إيجاد التزايد والتناقص

٣- إيجاد قيم س

٤- تعويض قيم س في الإقتران وتعريف النقطة هل هي عظمى أو صغرى ، محلية ، مطلقة.

* إذا كان للإقتران قيمة قصوى عند نقطة، فإن المشتقة عند هذه النقطة تكون صفر أو غير موجودة (نفس فكرة النقط الحرجة)

*تكون القيم القصوى موجودة في الرسم البياني لمنحنى المشتقة حيثما كانت تساوي صفر أو كانت غير موجودة (نفس فكرة النقط الحرجة)

اختبار المشتقة الثانية للقيم القصوى:

*تستخدم إذا أُجبرك السؤال على استخدامها أو أن التعويض في المشتقة الأولى كان صعبا لمعرفة إشارة المشتقة

*خطوات حل السؤال:

١- إيجاد النقط الحرجة

٢- إيجاد التزايد والتناقص

٣- إيجاد المشتقة الثانية

٤- تعويض قيم s القصوى في إقتران المشتقة الثانية.....

إذا كان ناتج التعويض (+) تكون هنالك قيمة صغرى محلية عند تلك النقطة

إذا كان ناتج التعويض (-) تكون هنالك قيمة عظمى محلية عند تلك النقطة

(عكس المنطق)

٥- تعويض قيم s القصوى لإيجاد القيم القصوى في الإقتران الأصلي

التقعر

*خطوات حل السؤال:

١- إيجاد المشتقة الأولى والنقط الحرجة

٢- إيجاد المشتقة الثانية

٣- تعويض أرقام بين حدود الفترات لمعرفة إشارة المشتقة الثانية:

- إذا كانت إشارة المشتقة الثانية عند هذه النقطة (+) يكون الإقتران مقعر للأعلى على هذه الفترة

- إذا كانت إشارة المشتقة الثانية عند هذه النقطة (-) يكون الإقتران مقعر للأسفل على هذه الفترة

٤- كتابة التقعر للأعلى أو للأسفل على شكل فترات

*نقطة الإنعطاف تعني أن منحنى الإقتران يغير اتجاه تقعره عند هذه النقطة

* لإيجاد قسم س لنقط الإنعطاف، نقوم بمساواة المشتقة الثانية بالصفر فقط

* إذا كان لدينا رسم بياني يمثل منحنى المشتقة الثانية فإن نقط الإنعطاف هي نقط تقاطع منحنى المشتقة الثانية مع محور السينات

* إذا كان لدينا رسم بياني يمثل منحنى المشتقة الثانية فإن الإقتران يكون مقعر للأعلى على الفترات عندما يكون منحنى الإقتران فوق محور السينات، ويكون مقعر للأسفل عندما تكون الفترات لمنحنى الإقتران تحت محور السينات

تطبيقات القيم القصوى

*في هذا الدرس فقط مشتقة s و v و e هي ١
*نقوم بمعرفة إذا ما كان السؤال على هذا الدرس إذا جاء فيه:
أكبر ما يمكن، أصغر ما يمكن، أبعد ما يمكن، أقصر ما يمكن، (بطيخ) ما يمكن... الخ
* يجب حفظ القوانين

*خطوات حل السؤال:

- ١- نقوم برسم السؤال
 - ٢- تحديد الثوابت والمتغيرات
 - ٣- كتابة العلاقة الرئيسية (التي يوجد فيها المطلوب) وتكون قبل "أكبر-أصغر ما يمكن"
 - ٤- كتابة العلاقة المساعدة (المساندة)، وتكون في نص السؤال أو من خلال رسم السؤال
 - ٥- القيام باشتقاق العلاقة الرئيسية بعد أن أصبحت بدلالة متغير واحد فقط
 - ٦- إيجاد القيم القصوى
 - ٧- إيجاد مطالب السؤال
-
-