مراجعة وحدة المتجهات

☐ مثال (1) : إذا كانت : A(5, -3, 6) ، B(2, 1 , -6)

أ) أعين النقاط في نظام الإحداثيات ثلاثي الأبعاد.

ب) المسافة بين A,B

ت) أجد منتصف المسافة بين النقطتين A,B

ث) اكتب المتجه AB بالصورة الاحداثية ، ثم أجد مقداره.

ج) اكتب المتجه AB بدلالة متجهات الوحدة الأساسية.

ح) أجد متجها له نفس إتجاه المتجه AB ومقداره 52

☐ مثال (2): إذا كان $\vec{v}=\langle -4 , 3 , -6\rangle$ ، $\vec{u}=\langle 3 , 5 , -7\rangle$

أ) هل المتجهين متعامدين؟

ب) أجد الزاوية المحصورة بين المتجهين u , v

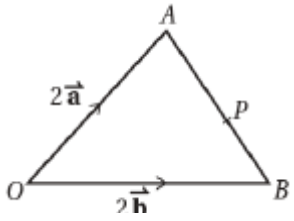
ت) أجد $4\vec{a}-2\vec{b}$

ث) أجد قيمة كل من الأعداد الحقيقية : a , b , c التي تحقق المعادلة الآتية : $a\,\vec{u}+5\,\vec{v}=\langle -2 , b , c\rangle$

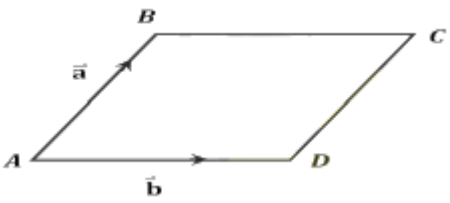
ج) أجد متجه الموقع للقطة m التي تقع على uv علما بأن $vm=\frac{1}{2}um$

أ. حسام الكوفحي

☐ مثال (3) : في المثلث OAB المجاور ، تقع النقطة P على الضلع AB ، حيث AP:PB = 5:3 ، إذا كان OP=k(3a + 5b) ، فما قيمة العدد الحقيقي k؟



☐ مثال (4) : متوازي أضلاع ABCD ، فيه AB = a ، و AD = b ، و AC = 2i + 3j + 4k ، و BD = -6i + 7j + 2k أجد كلا من a , b بدلالة متجهات الوحدة الأساسية .



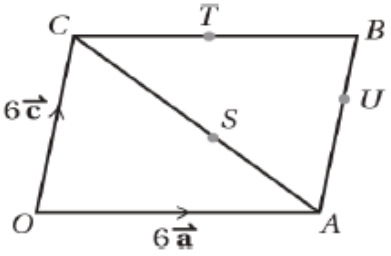
☐ مثال (5) : إذا كان : c = **<-5 , 3 , 1>** ، b = **<2 , 0 , -3>** ، a = **<1 , 0 , 4>** ، فأجد الأعداد الحقيقية p,q,r التي تحقق pa + qb + rc = <28 , -12 , -5>

☐ مثال (6) : إذا كان متجها الموقع للنقطة H والنقطة G هما : h = <c-1 , -4, c+2> ، g = <-2, c+1 , -8> على الترتيب ، فأجد قيمة c علما بأن |GH| = 19 وأن c > 0.

☐ مثال (7) : إذا كان H(4 , 4 , -4) و G(7 , 5 , -11) ، L(7 , 7 ,3) و K(4 , 5 , 3)

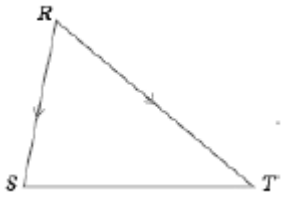
فأحدد إن كان GH || KL متوازيين أم لا

مثال (8) : في الشكل المجاور OABC متوازي أضلاع ، فيه : OA = 6a, OC = 6c ، والنقطة T هي منتصف الضلع BC ، والنقطة U تقع على الضلع AB ، حيث : AU : UB = 1 : 2 ، وال نقطة S تقع على القطر CA ، حيث : CS : SA = 2 : 3 ، أكتب كلا من المتجهات الآتية بدلالة c, a

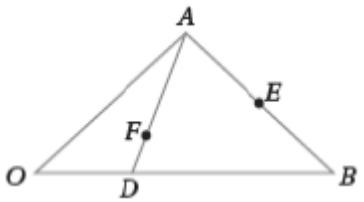


1) OB
2) AC
3) OU

☐ مثال (9) : في المثلث RST المجاور ، إذا كان RT = 6b , RS = 4 a والنقطة U منتصف RS ، والنقطة V منتصف RT ، فأثبت أن UV يوازي ST .



مثال (10) : يظهر في الشكل المجاور المثلث OAB ، إذا كان OB = b ، OA = a ، وكانت النقطة D تقع على OB ، والنقطة E منتصف AB والنقطة F تقع على AD حيث $OF = \frac{2}{5}(a + b)$ ، فأثبت أن O,F,E تقع على استقامة واحدة

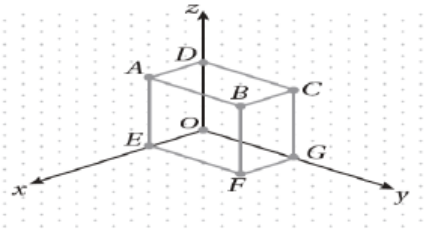


أ. حسام الكوفحي

☐ مثال (11) : أوجد معاملة متجهة للمستقيم l المار بالنقطتين (9- , 4- , 3) M , (3 ,4- , 2)N.

☐ مثال (12) : r = <3 , 7 , 9-> + t<1 , 11 , 12-> معادلة متجهة للمستقيم *l1*
وكانت : r = <30- , 6- , 30> + u<4 , 6- , 3> معادلة متجهة للمستقيم *l2* ، فأحدد إذا كان المستقيمان : *l1 , l2* متوازيين أو متقاطعين أو متخالفين ، ثم أجد إحداثيات نقط تقاطعهما إذا كانا متقاطعين.

☐ مثال (13) : في متوازي المستطيلات المجاور، إذا كانت إحداثيات الرأس B هي (6 , 5 , 3) ، فاكتب إحداثيات مركز متوازي المستطيلات ABCDOEFG



☐ مثال (14) : إذا كانت r = <5- , 8 , 4> + t<3 , 2- , 9> معادلة متجهة للمستقيم l ، فأجيب عن الأسئلة الثلاثة الآتية تباعا :

أ) هل تقع النقطة (11 , 7 , 3) على المستقيم l ؟ أبرر إجابتي.

ب) إذا وقعت النقطة (c , b , 1) على المستقيم l ، فأجد قيمة كل من b , c

ت) ما إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم l مع المستوى xz ؟

☐ مثال (15) : n = <-5 , 4 , a> ، m = <1 , -2 , 3> ،
وكان المتجه : 3n + bm يوازي المتجه <5 , -3 , 3> فأجد قيمة كل من a , b

---

☐ مثال (16) : إذا كان v = a<3 , -5 , 6> + b<1 , 4 , c> فأجد قيمة كل من : a, b, c ، علما بأن إتجاه v في اتجاه محور y الموجب وطول المتجه v يساوي 34

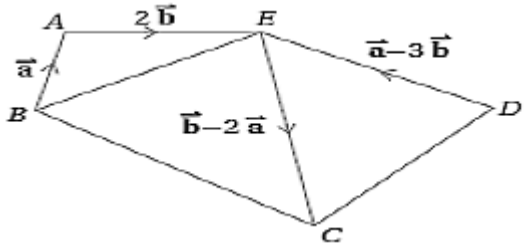
☐ مثال (17) : متجهات الموقع للنقاط: A ، و B ، و C الواقعة على مستقيم واحد هي كالتالي :

$$\vec{a} = 2\,\hat{i} + p\,\hat{j} + q\,\hat{k}, \quad \vec{b} = -4\,\hat{i} + 13\,\hat{j} - \hat{k}, \quad c = 14\,\hat{i} + \hat{j} + 5\,\hat{k}$$

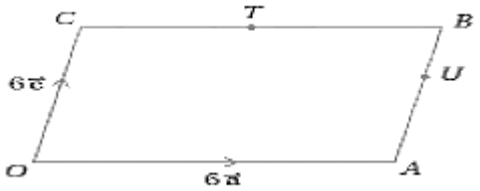
1) أجد قيم p
2) أجد قيمة q
3) اجد إحداثيات نقطة تقاطع المستقيم المار بالنقطتين A,B مع المستوى yz.

أ.حسام الكوفحي

☐ مثال (18) : معتمدا على المعلومات المعطاة في الشكل المجاور، أثبت أن EDCB متوازي أضلاع.



☐ مثال (19) : في متوازي الأضلاع OABC المجاور , OA = 6a
OC = 6c والنقطة T هي منتصف الضلع CB والنقطة U تقسم AB بنسبة 2:1 ، إذا مد الضلع OA على استقامته إلى النقطة X، حيث : OA=AX ، فأثبت أن النقاط T , U , X تقع على استقامة واحدة.



☐ مثال (20) : تقع النقطة C على المستقيم الذي يحوي النقطتين : A(13 , -10 , 15) , B(22, -22 , 9) إذا كان بعد C عن B مثلي بعد C عند A ، فأجد جميع إحداثيات النقطة C الممكنة، مبررا إجابتي.

☐ مثال (21) : أجد جميع النقاط على المستقيم : r = <3 , -2 , -6> + t <1 , 2 ,3> التي تبعد 29 وحدة عن نقطة الأصل.

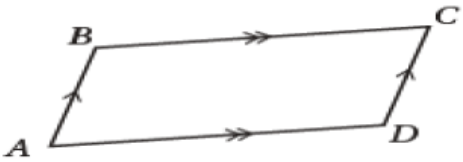
☐ مثال (22) : أطلق صاروخ من النقطة (1 , 2 , 1) ثم وصل بعد ثانيتين إلى النقطة (21 , 13 , 9) وفي الوقت نفسه أطلق صاروخ آخر من النقطة (2 , -3 , 4) ووصل بعد ثانيتين إلى النقطة (18 , 1 , 14) ما قياس الزاوية بين مساري الصاروخين؟

☐ مثال (23) : إذا كان المتجه a = <٨ , -3 , 4> والمتجه b = <٨ , 4 , ٨> متعامدين ، فما قيمة (قيم) ٨؟

☐ مثال (24) : إذا كان قياس الزاوية بين المتجهين <4 , 0 , 0> , <v , 0 , -1> هو 60 درجة ، فما قيمة v؟

☐ مثال (25) : إذا كان B(-6 , 0 , 8) , A(-3 , 6 , 2) فأجد مساحة المثلث AOB حيث O نقطة الأصل؟

☐ مثال (26) : أجد مساحة متوازي الأضلاع ABCD في الشكل المجاور حيث : AB = <6 , -2 , 11> و AC =<15 , 8 , 5> .



☐ مثال (27) : إحداثيات النقاط A,B,C هي (4 , -2 , 3) , (6 , -5 , 1) , (-1 , 5 , -4) على الترتيب ، والمستقيم l يمر بالنقطة A وله المعادلة المتجهة : r = <3 , -2 , 4> + u <7 , -7 , 5> :

1) أبين أن النقطة C تقع على المستقيم l
2) أجد معادلة متجهة للمستقيم المار بالنقطة A والنقطة B

☐ مثال (28) : إذا كانت r = <8 , 2 , 0> + t <2 , -1 , -2> معادلة متجهة للمستقيم l1 وكانت r = <-9 , 21 , -4> + u <1 , -2 , 2> معادلة متجهة للمستقيم l2 ، فأجب عن الأسئلة التالية تباعا :

1) أبين أن المستقيم l1 والمستقيم l2 متعامدان
2) أبين أن المستقيم l1 والمستقيم l2 يتقاطعان في النقطة (10 , 7 , -2)

☐ مثال (29) : إذا كانت A(3 , 5 , -4) و B(7 , 4 , -3) ، وO نقطة الأصل فأجد قياس الزاوية OAB إلى أقرب درجة.

☐ مثال (30) : هرم ثلاثي إحداثيات رؤوسه هي , A(4, 3 , -1) , B(-4 , 5 , 2) , C(6 , -1 , 0)

D(10 , 11 , 19) فأجب عن الأسئلة الآتية تباعا :

1) أجد مساحة المثلث ABC في صورة $a\sqrt{6}$
2) أثبت أن قياس الزاوية AED = 90 حيث E(1 , 2 , 1)

☐ مثال (31) : إذا كانت A(3 , 1 , -6) , B(5 , -2 , 0) , C(8 , -4 , -6) فأجب عن الأسئلة التالية :

1) أبين أن AC = n <1 , -1 , 0> ، حيث n عدد صحيح.
2) أبين أن قياس الزاوية ACB هو $\cos^{-1}\frac{5\sqrt{2}}{14}$
3) أكتب معادلة متجهة للمستقيم AC