

إجابات تدريبات الدرس

المشتقة الأولى

تدريب ١

أجب عن كل مما يأتي:

(١) إذا كان ق(س) = س^٢ + ٢س، فجد ق'(١-).

(٢) إذا كان ق'(٠) = ٦، فجد نهبا $\frac{ق(٠) - ق(٥٥)}{٥٣}$.

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$(١) \text{ ق'(١-)} = \frac{ق(س) - ق(١-)}{١ - س}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - (١-)}{١ - س}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س - ١ + ١}{١ - س}$$

$$= \frac{س^٢ + ٢س}{١ - س}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$= \frac{٢(س+١)}{١-س} + \frac{س(س+١)}{١-س}$$

$$= ٥ = ٢ + (١+١+١)$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(٢) بفرض أن م = ٥ هـ = ٥ هـ = $\frac{م}{٥}$

عندما هـ = ٠، فإن م = ٠.

$$\frac{ق(٠) - ق(م)}{٠ - م} = \frac{ق(٠) - ق(٥)}{٥ - ٥} = \frac{٥}{٥} = ١$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

$$= \frac{٥}{٥} = ١ = ١ - ٠ = ١$$

عند $s = 1$ نجد النهاية من اليمين ومن اليسار

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^+} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^+} -(s-1) = 0$$

$$f(s) = \frac{(s-1)^2}{1-s} = \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

$$\lim_{s \rightarrow 1^-} f(s) = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{1-s} = \lim_{s \rightarrow 1^-} \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

$$f(s) = \frac{(s-1)^2}{1-s} = \frac{(s-1)^2}{-(s-1)} = \lim_{s \rightarrow 1^-} -(s-1) = 0$$

نجد (1) غير موجودة لأنه

$$\lim_{s \rightarrow 1^+} f(s) \neq \lim_{s \rightarrow 1^-} f(s)$$

تدريب ٤

إذا كان $f(s) = \frac{s}{s^2+1}$ فجد $f'(s)$ باستخدام تعريف المشتقة.

الحل

$$f'(s) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(s+h) - f(s)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{s+h}{(s+h)^2+1} - \frac{s}{s^2+1}}{h}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2+1) - s((s+h)^2+1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2+1) - s(s^2+2sh+h^2+1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} \times \frac{(s+h)(s^2+1) - s(s^2+2sh+h^2+1)}{(s+h)^2+1)(s^2+1)}$$

$$\frac{1}{(1+\epsilon)(1+\epsilon)} \times \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times 1 + \frac{(1-\epsilon)}{\epsilon} \times \frac{\epsilon}{1-\epsilon} = \frac{1}{1+\epsilon}$$

$$\frac{1}{1+\epsilon} \times (1 + (1-\epsilon)) = \frac{1}{1+\epsilon} \times (2-\epsilon)$$

$$\frac{1}{1+\epsilon} \times (2-\epsilon) =$$

$$\frac{2-\epsilon}{1+\epsilon} =$$

تدريب ٥

صفيحة معدنية مربعة الشكل تتمدد بانتظام محافظة على شكلها. جد معدل التغير في مساحة هذه الصفيحة بالنسبة إلى طولها، عندما يكون طولها ٢٠ سم.

الحل

$$\text{المساحة } M = (s)^2$$

$$\text{المطرفة } M' = 2s$$

$$\frac{M'(20)}{M(20)} = \frac{M'(s)}{M(s)} = \frac{2s}{s^2} = \frac{2}{s}$$

$$\frac{2}{20} = \frac{2}{s} \Rightarrow s = 20$$

$$\epsilon = 20 + 20 = 40$$