

## إجابات تمارين ومسائل الدرس

### النقطة الحرجة

(١) جد النقط الحرجة لكل من الاقترانات الآتية:

أ) ق(س) = س<sup>٤</sup> - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ب) ق(س) = جا س + جتا س ، س ∈ [٠، π٢]

ج) ق(س) = س<sup>٢</sup> |س - ١| ، س ∈ [-٣، ٢]

د) ق(س) = √جتا س ، س ∈ [٠، π]

هـ) ق(س) =  $\left. \begin{array}{l} ١ + س^٢ \\ س^٢ \end{array} \right\}$  ،  $١ \geq س \geq ٢ -$  ،  
 $٢ \geq س \geq ١$  ،

الحل

أ) ق(س) = س<sup>٤</sup> - ٤س + ١ ، س ∈ [-٢، ٢]

ق(س) = س<sup>٣</sup> - ٤

ق(س) = ٠ = س<sup>٣</sup> - ٤ ← س = ٤ ← س = ٣ = ١

س = ١

النقاط الحرجة:

(١، -٢) ، (٢، ٩) ، (-٢، ٥)

ب)  $\forall (s) \text{ و } (s) = \text{جاس} + \text{جتاس} \in [\pi/2, 0]$   
 $\bar{\forall} (s) = \text{جتاس} - \text{جاس}$   
 $\bar{\forall} (s) = 0 = \text{جتاس} - \text{جاس} \Rightarrow \text{جتاس} = \text{جاس}$   
 $s = \frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi}{2}$   
 النقاط الحرجة:

$(1, \pi/2), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (1, 0)$

ج)  $\forall (s) = s^2 |s-1| \in [2, 3-]$   
 $s = 1 \Rightarrow s = 1$

$\longleftarrow \begin{matrix} 1-s & 1-s \end{matrix} \longrightarrow$

$\forall (s) = \left. \begin{matrix} 1 > s \geq 3- \\ 2 \geq s \geq 1 \end{matrix} \right\} \text{ و } (s) = \left. \begin{matrix} 2s-2 \\ 2s-3 \end{matrix} \right\}$

$\bar{\forall} (s) = \left. \begin{matrix} 1 > s > 3- \\ 2 > s > 1 \end{matrix} \right\} \text{ و } (s) = \left. \begin{matrix} 2s-2 \\ 2s-3 \end{matrix} \right\}$

$\bar{\forall} (s) \neq (s)_+ \neq (s)_- \neq (s)_0$  غير موجودة

$\bar{\forall} (s) = 0 = s \leftarrow s = \frac{\pi/2}{2}$

النقاط الحرجة:

$(0, 0), (\frac{\pi/2}{2}, \frac{\pi/2}{2}), (0, 1), (2, 2), (3, 3)$

د)  $\forall (s) = \sqrt{\text{جتاس}^2} \in [\pi/2, 0]$   
 $\bar{\forall} (s) = |\text{جتاس}|$

$\text{جتاس} = 0 = s \leftarrow s = \frac{\pi}{2}$   
 $\longleftarrow \begin{matrix} \text{جتاس} & \text{جتاس} - \frac{\pi}{2} \end{matrix} \longrightarrow$

$\forall (s) = \left. \begin{matrix} \frac{\pi}{2} > s \geq 0 \\ \pi \geq s \geq \frac{\pi}{2} \end{matrix} \right\} \text{ و } (s) = \left. \begin{matrix} \text{جتاس} \\ \text{جتاس} - \frac{\pi}{2} \end{matrix} \right\}$

$\bar{\forall} (s) = \left. \begin{matrix} \frac{\pi}{2} > s > 0 \\ \pi > s > \frac{\pi}{2} \end{matrix} \right\} \text{ و } (s) = \left. \begin{matrix} \text{جاس} \\ \text{جاس} \end{matrix} \right\}$

النقاط الحرجة:

$(0, \frac{\pi}{2}), (1, \pi), (1, 0)$

هـ)  $\forall (s) = \left. \begin{matrix} 1 > s \geq 2- \\ 2 \geq s \geq 1 \end{matrix} \right\} \text{ و } (s) = \left. \begin{matrix} 1+s \\ 2s \end{matrix} \right\}$

$\bar{\forall} (s) = \left. \begin{matrix} 1 > s > 2- \\ 2 > s > 1 \end{matrix} \right\} \text{ و } (s) = \left. \begin{matrix} 2s \\ 2 \end{matrix} \right\}$

$\forall (s)$  متصل عند  $s = 1$  و قابل للأشتقاق  
 النقاط الحرجة:  $(1, 0), (2, 2), (2, 2)$

(٢) جد قيم أ، ب التي تجعل للاقتران ق(س) = س<sup>٣</sup> + أس<sup>٢</sup> + ب س نقطتين حرجتين عند س = -١، س = ٣.



الحل

$$ق(س) = س^٣ + ٢س + ب$$

$$ق(س) = ٠ \leftarrow (١-١) = ٠ = ٣ - ٢ + ب = ٠$$

$$\leftarrow ١٢ - ب = ٣ \dots \dots \dots \boxed{١}$$

$$ق(س) = ٠ \leftarrow (٣) = ٠ = ٢٧ + ٢٦ + ب = ٠$$

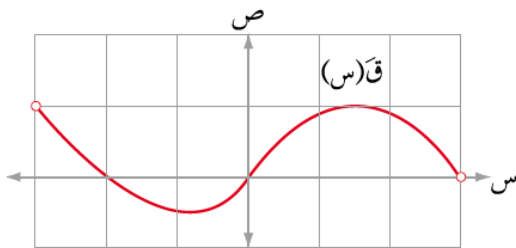
$$\boxed{٢} \dots \dots \dots ٢٧ - ب = ٢٦$$

$$\boxed{٢} - \boxed{١}$$

$$٣ - ب = ١٢ - ب$$

$$٩ - ب = ٣ - ١ \leftarrow ٢٧ - ب = ٢٦$$

$$٢٤ = ١٨ -$$



الشكل (٣-٩)

(٣) يمثل الشكل (٣-٩) منحنى المشتقة الأولى للاقتران كثير الحدود ق المعروف على الفترة [٣، ٣-] اعتمد على ذلك في تعيين النقط الحرجة للاقتران ق.

الحل

$$ق(س) = ٠ \leftarrow ٠ = س - ٢$$

$$ق(س) \text{ غير موجودة عند } س = ٣، ٣-$$



$$(٤) \text{ جد النقط الحرجة للاقتزان ق(س) } = \frac{١ - ٣س}{١ + ٣س}$$

الحل

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٢ \times (١ - ٣س) - ٢س٢ \times (١ + ٣س)}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢}$$

$$\overline{\text{ق(س)}} = ٠ = \frac{٢س٦}{(١ + ٣س)^٢} \leftarrow ٠ = س$$

النقطة الحرجة: (٠-١)