

إجابات تمارين ومسائل الدرس

التزايد والتناقص



(١) حدّد فترات التزايد وفترات التناقص لكلٍّ من الاقترانات الآتية:

- أ (ق(س) = ٤س - س^٢ ، س ∈ ح .
 ب (ق(س) = |٩ - ٢س| ، س ∈]٥ ، ٥-] .
 ج (ق(س) = جتا^٢س ، س ∈]٠ ، ٢π] .
 د (ق(س) = (س - ١)^٢ ، س ∈ ح .
 هـ (ق(س) = (س - ٢)^٤ ، س ∈ ح .
 و (ق(س) = √(٢٥ - س^٢) ، س ∈]٥ ، ٥-] .
 ز (ق(س) = √(٤ - س)^٣ ، س ∈ ح .
 ح (ق(س) = جتا^٢س - ١/٣ ، س ∈]٠ ، ٢π] .



- ط (ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ٣ - س^٢ \\ ٢ \\ س \end{array} \right\}$ ، س ≥ ١ ، س < ١ .



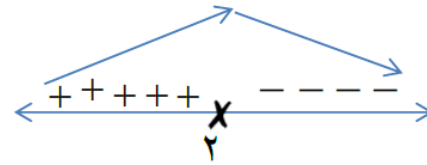
$$(ي) \text{ ق (س)} = \left. \begin{array}{l} 1 > س^2 ، 4 - س^3 \\ 1 \leq س ، \frac{3}{س} \end{array} \right\}$$

الحل

$$(أ) \text{ وه (س)} = 4 - س^2 ، س \geq 0$$

$$\text{وه (س)} = 4 - س^2$$

$$\text{وه (س)} = 0 = 4 - س^2 \leftarrow 0 = س^2 - 4 = 2 = س$$



فترات التزايد $(-\infty, 2]$

فترات التناقص $[2, \infty)$

$$(ب) \text{ وه (س)} = |س^2 - 9| ، س \in [0, 5]$$

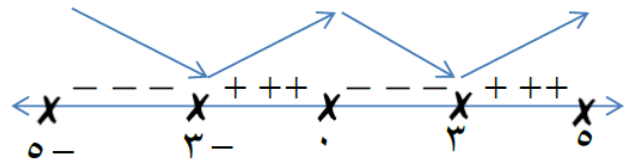
$$س^2 - 9 = 0 \leftarrow 9 - س^2 = 3 \pm$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 - س^2 \geq 0 \rightarrow س \geq 3 \\ 3 > س^2 \geq 3 \rightarrow س > 3 \\ 0 \geq س^2 > 3 \end{array} \right\} \text{ وه (س)}$$

$$\left. \begin{array}{l} 3 - س^2 > 0 \rightarrow س > 3 \\ 3 > س^2 > 3 \rightarrow س > 3 \\ 0 > س^2 > 3 \end{array} \right\} \text{ وه (س)}$$

$$\text{وه (س)} = 0 \leftarrow 0 = س^2$$

$$\text{وه (س)} \text{ غير موجودة عند } س = 3 \pm$$



فترات التزايد $[-3, 0] \cup [3, 5]$

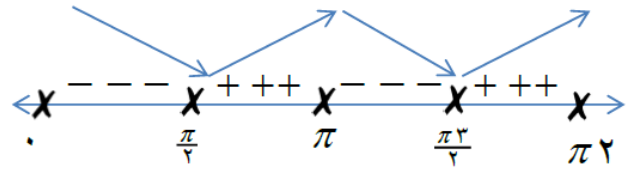
فترات التناقص $[-5, -3] \cup [0, 3]$

$$(ج) \text{ وه (س)} = 2س^2 - 20س + 20 ، س \in [0, \pi]$$

$$\text{وه (س)} = 2س^2 - 20س + 20$$

$$\text{وه (س)} = 0 \leftarrow 2س^2 - 20س + 20 = 0$$

$$س = \frac{\pi}{2} ، \pi ، \frac{3\pi}{2} \text{ و غير موجودة عند } س = 0 ، 20$$



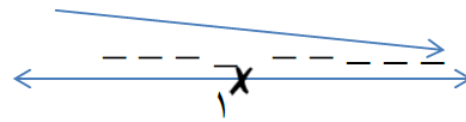
فترات التزايد : $[\frac{\pi}{3}, \pi] \cup [\frac{2\pi}{3}, 2\pi]$

فترات التناقص : $[\frac{2\pi}{3}, \pi] \cup [\frac{\pi}{3}, 0]$

(د) $\exists s \in \mathcal{E}, (s-1)^3 = (s)$

$\bar{w}(s) = (s-1)^3 - s$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 1$

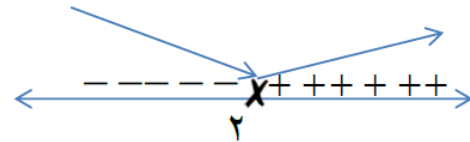


$\forall s \in \mathcal{E}$ متزايد لكل $s \in \mathcal{E}$

(هـ) $\exists s \in \mathcal{E}, (s-2)^4 = (s)$

$\bar{w}(s) = (s-2)^4 - s$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 2$

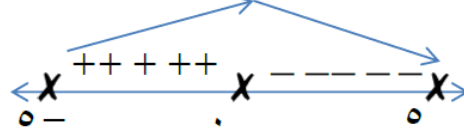


متزايد على الفترة $[\infty, 2)$ ، متناقص على الفترة $(-\infty, 2)$

(و) $\exists s \in \mathcal{E}, (s^2 - 2s - 2)^2 = (s)$

$\bar{w}(s) = \frac{s^2 - 2s - 2}{s^2 - 2s - 2} - s$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 0$ و غير موجودة عند $s = \pm 5$

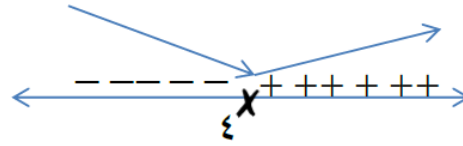


متزايد على الفترة $[0, 5]$ متناقص على الفترة $[5, \infty)$

(ز) $\exists s \in \mathcal{E}, (s-4)^3 = (s)$

$\bar{w}(s) = \frac{2}{\frac{1}{3}(s-4)^3} - s$

$\bar{w}(s) = 0 \leftarrow s = 4$ ولاكن $\bar{w}(s)$ غير موجودة عند $s = 4$



متزايد على الفترة $(-\infty, 4]$ ، متناقص على الفترة $(4, \infty)$

ج) وه (س) = جتاس - ٢ جتاس + س ، س ∈ $[\pi, 2\pi]$

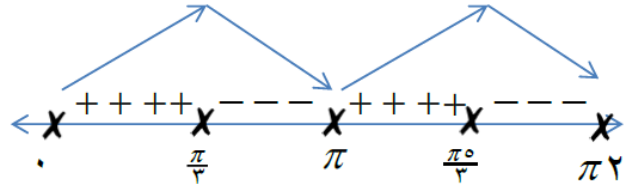
وه (س) = - جاس + جاس + ٢ س

وه (س) = ٠ ← - جاس + جاس + ٢ س = ٠

٢ جتاس - جتاس - جاس = ٠ ← جاس (٢ جتاس - ١) = ٠

جتاس = ٠ ← س = π ، ٠

٢ جتاس - ١ = ٠ ← جتاس = $\frac{1}{2}$ ← س = $\frac{\pi}{3}$ ، $\frac{2\pi}{3}$



متزايد على الفترة $[\frac{\pi}{3}, \pi] \cup [\frac{2\pi}{3}, 0]$

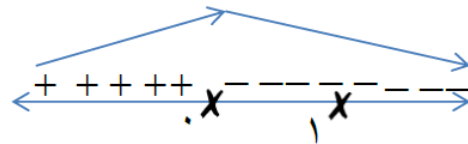
متناقص على الفترة $[\pi, \frac{2\pi}{3}] \cup [2\pi, \frac{\pi}{3}]$

ط) وه (س) = $\left. \begin{matrix} 3 - 2س > 1 \\ 2س < 1 \end{matrix} \right\}$ ، س ≥ ١ ، س < ١

وه (س) = $\left. \begin{matrix} 2س - 1 > 1 \\ 2س < 1 \end{matrix} \right\}$ ، س > ١ ، س < ١

وه (س) متصل عند س = ١ و قابل للأشتقاق

وه (س) = ٠ ← س = ٠



متزايد على الفترة $(-\infty, 0)$:

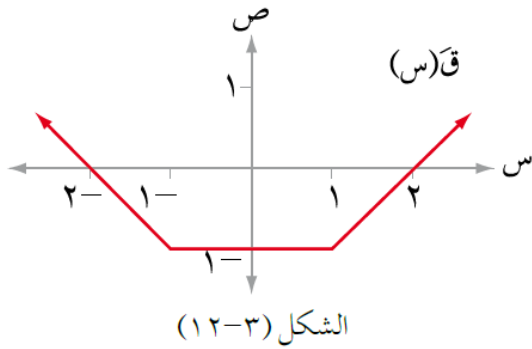
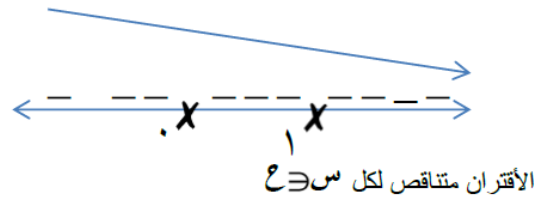
متناقص على الفترة $(0, \infty)$:

$$\begin{cases} 1 \geq s, & 4 - s^2 \\ 1 < s, & \frac{3}{s} \end{cases} = (s) \text{ و } (ي)$$

$$\begin{cases} 1 > s, & 2s^3 - 1 \\ 1 < s, & \frac{3-s}{s} \end{cases} = \overline{(s)}$$

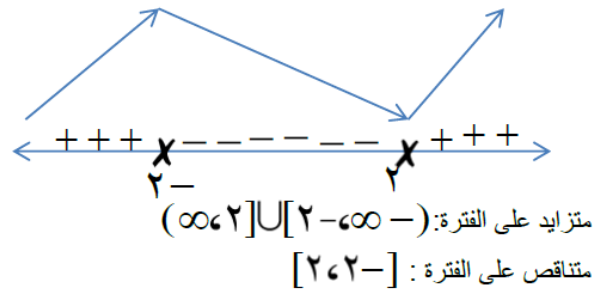
و (س) متصل عند $s = 1$ و قابل للأشتقاق

$$\overline{(s)} = 0 \leftarrow s = 0$$



(٢) يمثل الشكل (١٢-٣) منحنى اقتران المشتقة الأولى للاقتران ق، حدد فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

الحل



٣) إذا كان $q(s)$ اقتراناً متصلًا على الفترة $[a, b]$ وقابلًا للاشتقاق على الفترة (a, b) وكان $q'(s) < 0$ ، لكل $s \in (a, b)$ ، وكان $h(s) = q(s) + s^2$ ، فأثبت أن $h(s)$ متزايد على الفترة $[a, b]$.

الحل

$$h'(s) = q'(s) + 2s$$

ولا يمكن $q'(s) < 0$ على الفترة (a, b)

و $2s > 0$ على الفترة (a, b)

فيكون $h'(s) > 0$ على الفترة

$\therefore h(s)$ متزايد على الفترة $[a, b]$

