

إجابات أسئلة الدرس

قواعد الاشتقاق 1

(1) جد المشتقة الأولى لكل من الاقترانات الآتية :

أ) $y = \sqrt{3x}$

ب) $y = 4x^{10}$

ج) $y = 4\pi x^2$

د) $y = \left(\frac{1}{x}\right)^4$

الحل

أ) $y' = \frac{1}{2} \sqrt{3x}^{-\frac{1}{2}} \cdot 3 = \frac{3}{2\sqrt{3x}}$

ب) $y' = 40x^9$

ج) $y' = 8\pi x = 8\pi x^1$

د) $y' = -\frac{4}{x^5}$

د) $y = \left(\frac{1}{x}\right)^4 = x^{-4}$

$y' = -4x^{-5} = -\frac{4}{x^5}$

د) $y = \frac{1}{x} = x^{-1}$

$y' = -x^{-2} = -\frac{1}{x^2}$

(٢) جد $\frac{d}{ds}$ لكل من الاقتران الآتية :

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(أ) $v = 2s^3 + 3s - 4$ (ب) $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$
 (ج) $v = \frac{4}{3}\pi s^2$ (د) $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

الحل

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(أ) $v = 2s^3 + 3s - 4$

$\frac{dv}{ds} = 6s^2 + 3$

(ب) $v = \frac{1}{4}(s^2 + 8)$

$\frac{dv}{ds} = \frac{1}{2}s$

(ج) $v = \frac{4}{3}\pi s^2$

$\frac{dv}{ds} = \frac{8}{3}\pi s$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(د) $v = \frac{1}{4}s^4 + \frac{1}{3}s^2 - s$

$\frac{dv}{ds} = s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

$= s^3 + \frac{2}{3}s - 1$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣) جد ق(س) لكل من الاقترانات الآتية عند قيمة س المبينة إزاء كل منها :

أ) ق(س) = $\frac{1}{4}س$ ، س = 1

ب) ق(س) = $|س - 3| + 2$ ، س = 3

ج) ق(س) = $\frac{1}{4}س + 5 - 2س$ ، س = 2, 4

د) ق(س) = $3س + [س + 1, 0] - |س|$ ، س = 1

الحل

٤) هـ(س) = $\frac{1}{4}س$
 هـ(س) = $2س^3 = 2 \times \frac{1}{4}س = \frac{1}{2}س$
 هـ(س) = $(1-س) = 1 - س = 1 - 1 = 0$
 ب) هـ(س) = $س + |س - 3| + 2$ ، س = 3
 $3 + |3 - 3| + 2 = 3 + 0 + 2 = 5$
 هـ(س) = $س + |س - 3| + 2$ ، س = 6
 $6 + |6 - 3| + 2 = 6 + 3 + 2 = 11$
 هـ(س) = $س + |س - 3| + 2$ ، س = 4
 $4 + |4 - 3| + 2 = 4 + 1 + 2 = 7$
 هـ(س) = $3س + [س + 1, 0] - |س|$ ، س = 1
 $3 \times 1 + [1 + 1, 0] - |1| = 3 + 2 - 1 = 4$

٥) ج) $س = \frac{1}{4} = 0.25$ ، $س = 0.25$
 ج) $س = \frac{1}{4} = 0.25$ ، $س = 0.25$
 هـ(س) = $س - 6 = 0.25 - 6 = -5.75$
 هـ(س) = $س - 8 = 0.25 - 8 = -7.75$

هـ(س) = $س - 8 = 0.25 - 8 = -7.75$
 ٦) ج) $س = 1$ ، $س = 1$
 هـ(س) = $س - 3 = 1 - 3 = -2$
 هـ(س) = $س - 4 = 1 - 4 = -3$
 هـ(س) = $س - 4 = 1 - 4 = -3$
 هـ(س) = $س - 4 = 1 - 4 = -3$

٤) إذا كان ل، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ل = (٢ -)٤ ، هـ = (٢ -)٣ ، فجد ق(٢ -) في كل مما يأتي:

أ) ق(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)
ب) ق(س) = $\frac{1}{٢}$ ل(س) + هـ(س) + س^٣

الحل

٤) ن(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)
هـ(س) = ٦ ل(س) - ٢ هـ(س)
هـ(٢ -) = ٦ ل(٢ -) - ٢ هـ(٢ -)

$٣ - ٨٢ - ٤ \times ٦ =$
 $٣٠ = ٦ + ٢٤ =$

ب) ن(س) = $\frac{1}{٢}$ ل(س) + هـ(س) + س^٣
هـ(س) = $\frac{1}{٢}$ ل(س) + هـ(س) + س^٣
هـ(٢ -) = $\frac{1}{٢}$ ل(٢ -) + هـ(٢ -) + (٢ -)^٣

$١٢ + ٣ - + ٤ \times \frac{1}{٢} =$
 $١١ = ١٢ + ٣ - ٢ =$

(5) إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} أس^2 + ب س ، \quad س \geq 1 \\ -٤ - ب س^2 + أس ، \quad س < 1 \end{array} \right\}$ وكانت ق(1) موجودة ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب.

الحل

حد(1) موجودة \Leftrightarrow حد متصل عند $s=1$
 $\lim_{s \rightarrow 1^-} (-4 - bs^2 + as) = \lim_{s \rightarrow 1^+} (as^2 + bs)$

$$\begin{array}{l} -4 - b + a \\ a + b \end{array} = \begin{array}{l} a + b - 4 \\ a + b \end{array}$$

$$\boxed{a = b} \Leftrightarrow \frac{a}{a} = \frac{4}{0}$$

$$\text{حد}(1)^- = \text{حد}(1)^+$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حد}(س) = \left\{ \begin{array}{l} اس^2 + بس ، \quad س > 1 \\ -٤ - ب س^2 + أس ، \quad س < 1 \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

$$a + b - 4 = a + b$$

$$\begin{array}{l} a - 4 \\ a \end{array} = \begin{array}{l} a \\ a \end{array}$$

$$\boxed{a - 4 = a} \Leftrightarrow -4 = 0$$

(6) إذا كان ق(س) = $\left. \begin{array}{l} ل(س) ، \quad س \geq ج \\ ل(ج) - (س - ج) ، \quad س < ج \end{array} \right\}$

وكان ق(س) اقتراناً متصلًا عند $s = ج$ ، وكان ل(س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند $s = ج$.

فأثبت أن الاقتران ق قابل للاشتقاق عند $s = ج$ ، ثم جد ق(ج).

الحل

حد متصل عند $s = ج$

$$\left. \begin{array}{l} \text{حد}(س) = \left\{ \begin{array}{l} ل'(س) ، \quad س > ج \\ ل'(ج) \times 1 ، \quad س < ج \end{array} \right. \end{array} \right\}$$

$$\text{حد}(ج)^+ = ل'(ج)$$

$$\text{حد}(ج)^- = ل'(ج)$$

$$\therefore \text{حد}(ج) \text{ موجودة} = ل'(ج)$$