

إجابات أسئلة الوحدة

التفاضل - إجابات دليل المعلم

(١) إذا كان $ق(س) = ظاس$ وتغيرت $س$ من $س$ إلى $س + هـ$ ، فأثبت أن معدل التغير للاقتران $ق$ يساوي:

$$\frac{قأس \times ظاه}{هـ (١ - ظاس \times ظاه)}$$

الحل

طبق قاعدة معدل التغير على فترة، وأجرِ العمليات الحسابية اللازمة ثم استخدم المتطابقات المثلثية المناسبة.

(٢) إذا كان $ق(س) = جا ٢س$ ، فاستخدم تعريف المشتقة لإيجاد $ق'(\frac{\pi}{٤})$.



طبق تعريف مشتقة اقتران عند نقطة وأجرِ العمليات اللازمة. الإجابة صفر.

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٣ ، \\ جد ق(س). \end{array} \right\} (٣) \text{ ليكن } ق(س) = \left. \begin{array}{l} س٢ + ٢س + ٢ \\ [س] + ٤ \end{array} \right\}$$

الحل

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٢ ، \\ ٢ <= س <= ٣ ، \\ س = ٠ ، ٣ ، ٢ لأن ق غير متصل عند س = ٢ \end{array} \right\} ق(س) = \left. \begin{array}{l} ٢س + ٢ \\ ٤ \\ ٤ \end{array} \right\} \text{ غير موجودة}$$



(٤) إذا كان ل (س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند س = ١ - ، ل (١ -) = ١ ، ل (١ -) = ٢
فجد ق (١ -) في كلِّ مما يأتي :

منهاجي

$$\text{ب) ق(س) = } \frac{ل(س)^2}{س^2 - ٢}$$

$$\text{أ) ق(س) = } \sqrt{س + ٥} \times ل(س)$$

$$\text{د) ق(س) = ظا} \left(\frac{\pi}{٣} ل(س) \right)$$

$$\text{ج) ق(س) = ل(س) - } \frac{ل(س)}{س}$$

الحل

منهاجي

$$\text{د) } \frac{\pi ٨}{٣}$$

ج) ٥

$$\text{ب) } \frac{١١}{٤}$$

$$\text{أ) } \frac{١}{٤}$$

(٥) أ) إذا علمت أن ص = س ظا س ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\text{ص}^٢ = ٢ ق٢ س (١ + ص)$$

ب) إذا كان جا ص = س ، |س| > ١ ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٢س - ١} ، \exists ص \left(\frac{\pi}{٢}, ٠ \right)$$

الحل

أ) اشتق مرتين وأجرِ العمليات اللازمة ثم عوض بالعلاقة الأصلية.

ب) اشتق الطرفين ثم جد جتا ص بدلالة س ثم عوض.

(٦) إذا كان ص = ن^٢ - ٤ ن ، س = ٢ ن - ٥ ، فجد $\frac{ص}{س}$ عند ن = ٦

منهاجي

الحل

$$\frac{١}{٢}$$


(٧) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق؛ بحيث كان هـ (س) = ق (س) ،

ق (س) = - هـ (س) ، وكان ل (س) = هـ (س) + ق (س) ، فجد ل (س) .


منهاجي

الحل



اشتق الطرفين ثم عوض بالمعلومات المعطاة . الإجابة صفر .


منهاجي  $\left. \begin{array}{l} \text{س} \geq 0 \\ \text{س} < 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$ إذا كان ق(س) = $\begin{cases} (س+1)^4 \\ (س-1)^4 \end{cases}$

فأجب عن كلِّ مما يأتي :

منهاجي  (أ) جد ق(س) لجميع قيم س ، س ≠ 0
(ب) بين أن ق اقتران غير قابل للاشتقاق عند س = 0


الحل

منهاجي  $\left. \begin{array}{l} \text{س} > 0 \\ \text{س} < 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$ $\begin{cases} 4(س+1)^3 \\ 4(س-1)^3 \end{cases}$
منهاجي  (ب) اختبر قابلية ق للاشتقاق عند س = 0

منهاجي  (٩) إذا كان ص^٣ = ق(٤س^٢ - س) ، ق(٥) = ٤ ، ق(٥) = -٨ ، فجد $\left. \frac{ص}{س} \right|_{س=١}$

الحل


استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة (-٣)

منهاجي  (١٠) إذا كان ق(س) = جاه(س) ، هـ(١) = $\frac{\pi}{3}$ ، هـ'(١) = ٠ ، هـ''(١) = ٤ ، فجد ق'(١) علمًا بأن ق ، ق قابلان للاشتقاق .

منهاجي 

الحل

٢

منهاجي  (١١) إذا كان ق(س) = س^٣ + ٢س ، هـ(س) = ٣س^٢ ، فجد كلاً مما يأتي :

(أ) (ق'٥ هـ') (٢) (ب) (ق'٥ هـ') (٢)

منهاجي 

الحل

(ب) ١٢٩٦

(أ) ٨٦٤

(١٢) إذا كان ل (س) = ق (هـ س)، وكان هـ (١) = ٤ ، ل (١) = ٢ ، ق (٤) = -٥ ، فجد هـ (١)

الحل
 $\frac{2-}{5}$
منهاجي

(١٣) إذا كان ص = س هـ (س)، وكان هـ (١-١) = ٦ ، هـ (١-١) = ٢ ، فجد $\frac{ص}{س}$ عند س = -١

الحل
٤
منهاجي

(١٤) إذا كان جا ص = ظا س ، فأثبت أن : $\frac{ص}{٢ ق٢س + (ص)٢} =$ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٥) إذا كان ق (١-٣س) = $\frac{١}{س٢} - \frac{٢}{س}$ ، س ≠ ٠ ، فأثبت أن ق (٥) = $\frac{١}{١٢}$ اشتق الطرفين باستخدام قاعدة السلسلة وقواعد الاشتقاق ثم عوض.

منهاجي

(١٦) إذا كان جتا ص - س ص = ٢س ، فأثبت أن :
ص (س + جا ص) + ص (٢ + ص جتا ص) = ٠ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٧) إذا كانت ص = أ جاس - ب جتاس ، أ ، ب ثابتان، فأثبت أن : (ص)٢ + ص٢ = أ٢ + ب٢
جد ص ثم جد مربع كل من ص، ص ثم عوض.

منهاجي

١٨) إذا كان $v = 3$ ق (٢ س - ٢ س) ، ق (٦) = ٤ ، ق (٦) = ٨ ، فجد $\frac{v}{s}$ عند $s = 2$.

الحل

منهاجي

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة ٣-

١٩) إذا كان ق (س) = $3s^2 - 2s$ ، هـ (س) = $3s^2 + 2s$ ، فجد كلاً مما يأتي :

أ) (ق هـ) (١) ب) (ق هـ) (١)

الحل

منهاجي

أ) (١٥٤) ب) (٤٢٦)

٢٠) اعتماداً على الشكل (٢-٤) الذي يمثل منحنى الاقتران ق في الفترة $[-3, 3]$ ، جد كلاً مما يأتي :

أ) قيم س حيث $3 - 3 > s > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل .

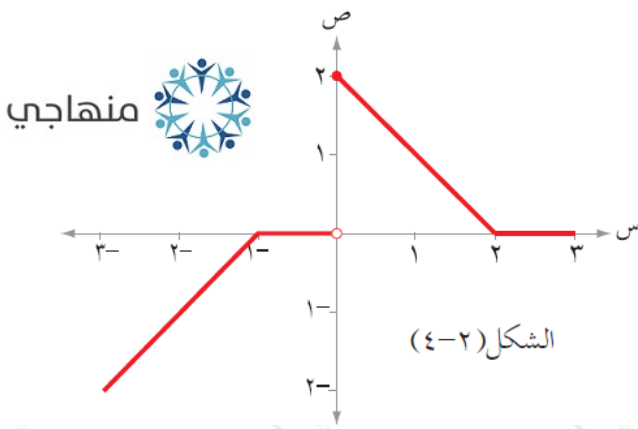
ب) قيم س حيث $3 - 3 > s > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير قابل للاشتقاق .

الحل

منهاجي


أ) $s = 0$.

ب) $s = -1, 0, 2$.




(٢١) يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ويلي كل فقرة أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:


(١) إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢، ٣)، وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عندهذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن:

نها (س) تساوي: $\frac{3-s}{s^3-6}$  منهاجي

أ (١) (ب) $\frac{1}{3}$ (ج) $-\frac{1}{3}$ (د) ٣ - ✓

(٢) نها (س) تساوي: $\frac{1-s}{\frac{\pi}{4}-s}$  منهاجي

أ (١) (ب) صفر ✓ (ج) $\frac{1}{2}$ (د) $\sqrt{2}$


(٣) نها (س) تساوي: $\frac{1}{2} - \frac{\pi}{3} + هـ$  منهاجي

أ (١) (ب) $\frac{1}{2}$ (ج) $-\frac{3}{2}$ (د) $\frac{3}{2}$ ✓

(٤) إذا كان ق (٢) = ٦، فإن نها (س) تساوي: $\frac{ق(٢) - (٣+٢)ق(٢)}{٦-٢}$

أ (١) - ١٨ ✓ (ب) ١٨ (ج) ٦ - (د) ٢ -

(٥) إذا كان معدّل التغير في الاقتران ق (س) في الفترة [٢-، م] يساوي


$\frac{٤-٢م}{٢+م}$ فإن ق (٢) تساوي:  منهاجي

أ (٢) (ب) صفر (ج) ٤ - ✓ (د) ٤

(٦) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق (س) عندما تتغير س من س إلى س + هـ يساوي

$س^٢هـ + س هـ^٢ + \frac{١}{٣} هـ^٣$ ، فإن ق (٣) تساوي:

أ (٩) ✓ (ب) ٩ - (ج) صفر (د) ٣ -

(٧) إذا كان ق (س) = |٢س - ٤| فإن ق (٢) :  منهاجي

أ (٢) (ب) ٢ - (ج) صفر (د) غير موجودة ✓

(٨) إذا كان ق (٤) = ٥، ق (٤) = ١، ق (٤) = ٢، فإن $\frac{ق(٤)}{ق(٤)}$ تساوي:

أ (١١) (ب) ٩ - ✓ (ج) ٦ - (د) ٦