

إجابات أسئلة الوحدة

التفاضل - إجابات دليل المعلم

(١) إذا كان $ق(س) = ظاس$ وتغيرت $س$ من $س$ إلى $س + هـ$ ، فأثبت أن معدل التغير للاقتران $ق$ يساوي:

$$\frac{قأس \times ظاه}{هـ(١ - ظاس \times ظاه)}$$

الحل

طبق قاعدة معدل التغير على فترة، وأجرِ العمليات الحسابية اللازمة ثم استخدم المتطابقات المثلثية المناسبة.

(٢) إذا كان $ق(س) = جا٢س$ ، فاستخدم تعريف المشتقة لإيجاد $ق'(\frac{\pi}{٤})$.

الحل

طبق تعريف مشتقة اقتران عند نقطة وأجرِ العمليات اللازمة. الإجابة صفر.

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٣ ، \\ جد ق(س). \end{array} \right\} (٣) \text{ ليكن } ق(س) = \left. \begin{array}{l} س٢ + ٢س + ٢ \\ [س] + ٤ \end{array} \right\}$$

الحل

$$\left. \begin{array}{l} ٠ < س < ١ ، \\ ١ <= س <= ٢ ، \\ ٢ <= س <= ٣ ، \\ س = ٠ ، ٣ ، ٢ لأن ق غير متصل عند س = ٢ \end{array} \right\} ق(س) = \left. \begin{array}{l} ٢س + ٢ \\ ٤ \\ ٤ \\ غير موجودة \end{array} \right\}$$

الحل

(٤) إذا كان ل (س) اقتراناً قابلاً للاشتقاق عند س = ١ - ، ل (١ -) = ١ ، ل (١ -) = ٢
فجد ق (١ -) في كلِّ مما يأتي :

منهاجي

$$\text{ب) ق(س) = } \frac{ل(س)^2}{س^2 - ٢}$$

$$\text{أ) ق(س) = } \sqrt{س + ٥} \times ل(س)$$

$$\text{د) ق(س) = ظا} \left(\frac{\pi}{٣} ل(س) \right)$$

$$\text{ج) ق(س) = ل(س) - } \frac{ل(س)}{س}$$

الحل

منهاجي

$$\text{د) } \frac{\pi ٨}{٣}$$

ج) ٥

$$\text{ب) } \frac{١١}{٤}$$

$$\text{أ) } \left(\frac{١}{٤} \right)$$

(٥) أ) إذا علمت أن ص = س ظا س ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\text{ص}^٢ = ٢ ق٢ س (١ + ص)$$

ب) إذا كان جا ص = س ، |س| > ١ ، فأثبت أن :

منهاجي

$$\frac{ص}{س} = \frac{١}{٢س - ١} ، \exists ص \left(\frac{\pi}{٢}, ٠ \right)$$

الحل

أ) اشتق مرتين وأجرِ العمليات اللازمة ثم عوض بالعلاقة الأصلية.

ب) اشتق الطرفين ثم جد جتا ص بدلالة س ثم عوض.

(٦) إذا كان ص = ن^٢ - ٤ ن ، س = ٢ ن - ٥ ، فجد $\frac{ص}{س}$ عند ن = ٦

منهاجي

الحل

$$\frac{١}{٢}$$


(٧) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق؛ بحيث كان هـ (س) = ق(س) ،

ق(س) = هـ (س) ، وكان ل(س) = هـ(س) + ق(س) ، فجد ل(س).


منهاجي

الحل



اشتق الطرفين ثم عوض بالمعلومات المعطاة . الإجابة صفر.


منهاجي  $\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ س} \geq 0 \\ \bullet \text{ س} < 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س) إذا كان ق(س)}$

فأجب عن كلِّ مما يأتي :

منهاجي  (أ) جد ق(س) لجميع قيم س ، س ≠ 0
(ب) بين أن ق اقتران غير قابل للاشتقاق عند س = 0


الحل

منهاجي  $\left. \begin{array}{l} \bullet \text{ س} > 0 \\ \bullet \text{ س} < 0 \\ \bullet \text{ س} = 0 \end{array} \right\} = \text{ق(س)}$
منهاجي  (ب) اختبر قابلية ق للاشتقاق عند س = 0


منهاجي  (٩) إذا كان ص = ق(٤س - ٢س) ، ق(٥) = ٤ ، ق(٥) = ٨- ، فجد $\left. \frac{\text{ص}}{\text{س}} \right|_{\text{س}=1}$

الحل

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة (- ٣)

منهاجي  (١٠) إذا كان ق(س) = جاه(س) ، هـ(١) = $\frac{\pi}{3}$ ، هـ(١) = ٠ ، هـ(١) = ٤ ، فجد ق(١) علمًا بأن ق ، ق قابلان للاشتقاق .

منهاجي  الحل
٢

منهاجي  (١١) إذا كان ق(س) = س^٣ + ٢س ، هـ(س) = ٣س^٢ ، فجد كلاً مما يأتي :

(أ) (ق هـ) (٢) (ب) (ق هـ) (٢)

منهاجي  الحل
أ (٨٦٤)
ب (١٢٩٦)

(١٢) إذا كان ل (س) = ق (هـ س)، وكان هـ (١) = ٤ ، ل (١) = ٢ ، ق (٤) = -٥ ، فجد هـ (١)

الحل
 $\frac{2-}{5}$
منهاجي

(١٣) إذا كان ص = س هـ (س)، وكان هـ (١-١) = ٦ ، هـ (١-١) = ٢ ، فجد $\frac{ص}{س}$ عند س = -١

الحل
٤
منهاجي

(١٤) إذا كان جا ص = ظا س ، فأثبت أن : $\frac{ص}{٢ ق٢ س + (ص)٢} =$ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٥) إذا كان ق (١-٣س) = $\frac{١}{س٢} - \frac{٢}{س}$ ، س $\neq ٠$ ، فأثبت أن ق (٥) = $\frac{١}{١٢}$ اشتق الطرفين باستخدام قاعدة السلسلة وقواعد الاشتقاق ثم عوض.

منهاجي

(١٦) إذا كان جتا ص - س ص = ٢س ، فأثبت أن :
ص (س + جا ص) + ص (٢ + ص جتا ص) = ٠ اشتق ضمناً مرتين ثم أجر العمليات المناسبة.

منهاجي

(١٧) إذا كانت ص = أ جاس - ب جتاس ، أ ، ب ثابتان، فأثبت أن : (ص)٢ + ص٢ = أ٢ + ب٢
جد ص ثم جد مربع كل من ص، ص ثم عوض.

منهاجي

١٨) إذا كان $v = 3$ ق (2 س 2 - س) ، ق (6) = 4 ، ق (6) = 8 ، فجد $\frac{كص}{وس}$ عند $s = 2$.

الحل

منهاجي

استخدم قاعدة السلسلة والاشتقاق الضمني . الإجابة ٣-

١٩) إذا كان ق (س) = $3s^2 - 2s$ ، هـ (س) = $3s^2 + 2s$ ، فجد كلاً مما يأتي :

أ) (ق هـ) (١) ب) (ق هـ) (١)

الحل

منهاجي

أ) (١٥٤) ب) (٤٢٦)

٢٠) اعتماداً على الشكل (٢-٤) الذي يمثل منحنى الاقتران ق في الفترة $[-3, 3]$ ، جد كلاً مما يأتي :

أ) قيم س حيث $3 - 3 > س > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل .

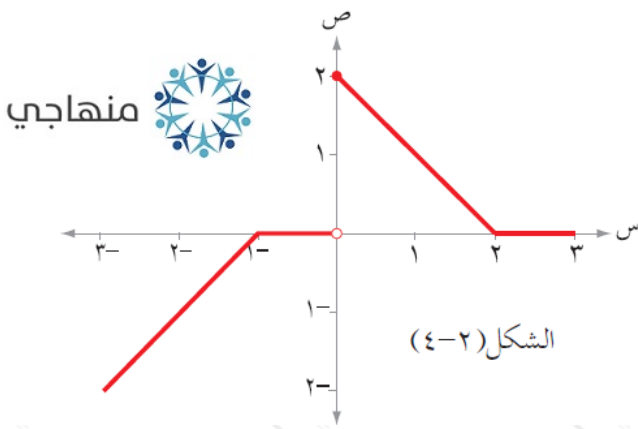
ب) قيم س حيث $3 - 3 > س > 3$ التي يكون عندها الاقتران ق غير قابل للاشتقاق .

الحل

منهاجي


أ) $s = 0$.

ب) $s = -1, 0, 2$.




(٢١) يتكون هذا السؤال من (٨) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، ويلي كل فقرة أربعة بدائل واحد فقط منها صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح:


(١) إذا كان منحنى الاقتران ق يمر بالنقطة (٢، ٣)، وكان المماس المرسوم لمنحنى ق عندهذه النقطة يصنع زاوية قياسها ٤٥° مع الاتجاه الموجب لمحور السينات، فإن:

منهاجي  نها $\frac{ق(س) - ٣}{٣ - ٦س}$ تساوي:

أ (١) ب) $\frac{١}{٣}$ ج) $-\frac{١}{٣}$ د) $٣ -$

منهاجي  نها $\frac{١ - ٢س}{\frac{\pi}{٤} - س}$ تساوي:

أ (١) ب) صفر ج) $\frac{١}{٢}$ د) ٢


منهاجي  نها $\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣} (٢س + هـ)$ تساوي:

أ (١) ب) $\frac{١}{٢}$ ج) $\frac{٣}{٢}$ د) $\frac{٣}{٢}$

(٤) إذا كان ق (٢) = ٦، فإن نها $\frac{ق(٢) - (٢س + ٣هـ)}{٦ - هـ}$ تساوي:

أ (١) ب) ١٨ ج) ٦ د) ٢

(٥) إذا كان معدّل التغير في الاقتران ق(س) في الفترة [٢، م] يساوي


منهاجي  نها $\frac{٤ - ٢م}{٢ + م}$ فإن ق (٢) تساوي:

أ (٢) ب) صفر ج) ٤ د) ٤

(٦) إذا كان مقدار التغير في الاقتران ق(س) عندما تتغير س من س إلى س + هـ يساوي

س^٢هـ + س هـ^٢ + $\frac{١}{٣}$ هـ^٣، فإن ق (٣) تساوي:

أ (٩) ب) ٩ ج) صفر د) ٣

منهاجي  نها إذا كان ق(س) = |٢س - ٤| فإن ق (٢) :

أ (٢) ب) ٢ ج) صفر د) غير موجودة

(٨) إذا كان ق(٤) = ٥، ق(٤) = ١، ق(٤) = ٢، فإن $\frac{ق}{ق}$ (٤) تساوي:

أ (١١) ب) ٩ ج) ٦ د) ٦