

حل تمارين كتاب الطالب

أتحقق من فهمي 

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أكتبُ معادلةَ الدائرةِ في الحالتينِ الآتيتينِ:

(a) المركزُ هوَ النقطةُ $(0, 4)$ ، وطولُ نصفِ القطرِ 9 وحداتٍ.

$$x^2 + (y-4)^2 = 81$$

(b) المركزُ هوَ نقطةَ الأصلِ، وطولُ القطرِ 8 وحداتٍ.

$$x^2 + y^2 = 16$$

أجدُ معادلةَ الدائرةِ التي مركزُها النقطةُ $(-3, 4)$ ، وتمرُّ بالنقطةِ $(2, 0)$.

$$(x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 13$$

أجدُ إحداثياتِ المركزِ، وطولَ نصفِ القطرِ للدائرةِ

$$x^2 + y^2 + 2x - 10y - 10 = 0 \quad ; \quad (-1, 5); \quad r = 6$$

أجد طول المماس المرسوم من النقطة $P(7, 4)$ ، الذي يمَسُّ الدائرة التي معادلتها $(x + 4)^2 + (y - 1)^2 = 81$. 7 وحدات.

أثبت أن المستقيم $y = 4x - 5$ هو مماسٌ للدائرة التي معادلتها $(x + 5)^2 + (y - 9)^2 = 68$.



بتعويض $y = 4x - 5$ في المعادلة: $(x + 5)^2 + (y - 9)^2 = 68$ ،

تنتج المعادلة: $17x^2 - 102x + 153 = 0$

وبقسمة هذه المعادلة على 17، تنتج المعادلة: $x^2 - 6x + 9 = 0$

التي لها حل واحد، هو: $x = 3$ وبتعويض القيمة $x = 3$

في المعادلة $y = 4x - 5$ ، فإن: $y = 7$ إذن: هذا المستقيم هو

مماس للدائرة؛ لأنه يتقاطع معها في نقطة واحدة فقط، هي: $(3, 7)$.


 أدرّب وأحل المسائل


أكتبُ معادلةَ الدائرة في كلِّ من الحالات الآتية:

1 المركزُ هوَ نقطةَ الأصلِ، وطولُ نصفِ قُطْرِها 7 وحداتٍ.

$$x^2 + y^2 = 49$$

2 المركزُ هوَ النقطةُ $(-1, 3)$ ، وطولُ نصفِ قُطْرِها 5 وحداتٍ.

$$(x + 1)^2 + (y - 3)^2 = 25$$

3 المركزُ هوَ النقطةُ $(-3, -2)$ ، وطولُ قُطْرِها 10 وحداتٍ.

$$(x + 3)^2 + (y + 2)^2 = 25$$

أجدُ معادلةَ الدائرة المُعطى مركزُها وإحداثيَا نقطةٍ تمرُّ بها في كلِّ ممَّا يأتي:

4 المركزُ $(-1, 2)$ ، وتمرُّ بالنقطةِ $(3, 5)$. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 = 25$

5 المركزُ نقطةَ الأصلِ، وتمرُّ بالنقطةِ $(-9, -4)$. $x^2 + y^2 = 97$

لفهم درس معادلة الدائرة ، شاهد الفيديو

أجدُ إحداثيَّ المركز، وطولَ نصفِ القطرِ لكلِّ من الدوائر الآتية:

6 $(x + 5)^2 + (y - 8)^2 = 36$ $r = 6$, $(-5, 8)$

7 $(x - 19)^2 + (y - 33)^2 = 400$ $r = 20$, $(19, 33)$

8 $x^2 + (y + 4)^2 = 45$ $r = 3\sqrt{5}$, $(0, -4)$

9 $(x - 3)^2 + (y + 10)^2 = 28$ $r = 2\sqrt{7}$, $(3, -10)$

10 $x^2 + y^2 - 18x + 14y = 14$ $r = 12$, $(9, -7)$

11 $x^2 + y^2 + 8x = 9$ $r = 5$, $(-4, 0)$



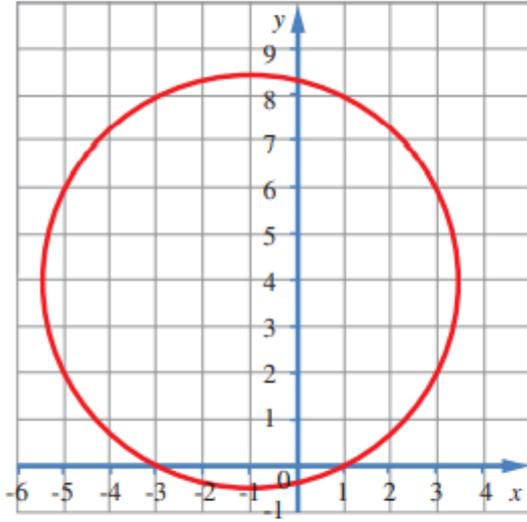
12 $2x^2 + 2y^2 + 20x + 36y + 158 = 0$ $r = 3\sqrt{3}$, $(-5, -9)$

13 $4x^2 + 4y^2 + 120x + 855 = 24y$ $r \approx 13$, $(-15, 3)$

أكتبُ معادلةَ الدائرة بالصورتين: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$,

$$x^2 + y^2 + 2fx + 2gy + c = 0$$
 ، حيثُ: f ، و g ، و c

أعدادٌ صحيحةٌ في الحالات الآتية:



14 المركز $(-11, -1)$ ، وطول القطر 26 وحدة.

$$(x + 11)^2 + (y + 1)^2 = 169$$

$$x^2 + y^2 + 22x + 2y - 47 = 0$$

15 المركز $(3, 0)$ ، وطول نصف القطر $4\sqrt{3}$ وحدات.

$$(x - 3)^2 + y^2 = 48$$

$$x^2 + y^2 - 6x - 39 = 0$$

16 المركز $(-4, 7)$ ، وتمرُّ بالنقطة $(1, 3)$.

$$(x + 4)^2 + (y - 7)^2 = 41 \longrightarrow x^2 + y^2 + 8x - 14y + 24 = 0$$

17 أجدُ معادلةَ الدائرة المُبيَّنة في الرسم البيانيِّ المجاورِ.

مركز هذه الدائرة هو $(-1, 4)$ ، ومن المُلَّاخَظ أنها تمر بالنقطة $(1, 0)$ ؛ لذا، فإن مربع طول نصف قطرها: $2^2 + 4^2 = 20$ إذن: معادلتها هي: $(x + 1)^2 + (y - 4)^2 = 20$

أو: $x^2 + y^2 + 2x - 8y - 3 = 0$



منهاجي
متعة التعليم الهادف

18 أحلُّ المسألة الواردة في بدايةِ الدرسِ.

معادلة الدائرة التي تمثل حدود المنطقة التي يصلها البث هي:
 $(x - 7)^2 + (y - 4)^2 = 224^2$ بتعويض إحداثيات النقطة التي تمثل موقع بيت عمر في المعادلة، ينتج: $(-75 - 7)^2 + (95 - 4)^2 = 224^2$
 $42928704 = 50176$ وهي عبارة غير صحيحة. وبما أن الطرف الأيسر أكبر من الطرف الأيمن، فإن بيت عمر يقع خارج المنطقة التي يصلها البث.

19 أجد إحداثيي المركز وطول نصف قطر الدائرة التي معادلتها:

$$(2x-4)^2 + (2y+6)^2 = 100$$


 منهاجي
 متعة التعليم الهادف

$$(2(x-2))^2 + (2(y+3))^2 = 100$$

$$4(x-2)^2 + 4(y+3)^2 = 100 \text{ بالقسمة على 4 ينتج:}$$

$$(x-2)^2 + (y+3)^2 = 25 \text{ المركز هو } (2, -3), \text{ وطول نصف القطر 5 وحدات.}$$

20 دائرة معادلتها $x^2 + y^2 + px + 6y = 96$ ، وطول نصف قطرها 11 وحدة، و p عدد ثابت موجب. أجد بُعد مركز الدائرة عن نقطة الأصل.

بإكمال المربع ينتج أن:

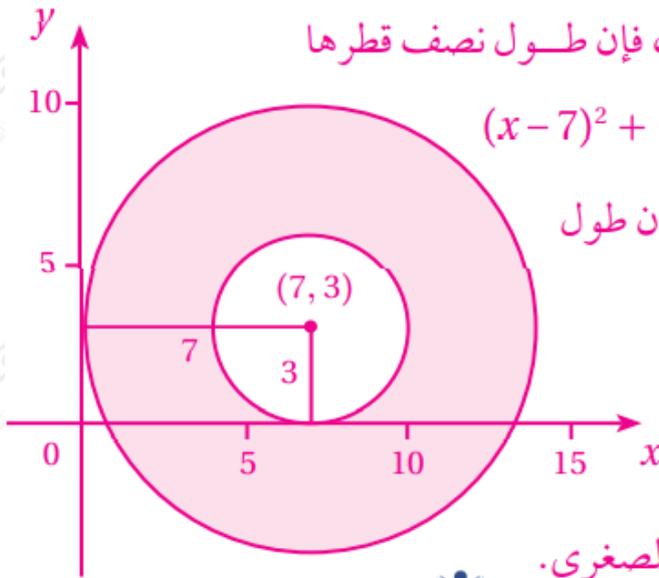
$$(x + \frac{P}{2})^2 + (y+3)^2 = 96 + (\frac{P}{2})^2 + 9 \Rightarrow r^2 = 96 + (\frac{P}{2})^2 + 9$$

$$11^2 = 105 + \frac{P^2}{4} \Rightarrow 121 - 105 = \frac{P^2}{4} \Rightarrow p^2 = 64 \Rightarrow p = 8$$

مركز الدائرة: $(-4, -3)$ ، وبُعدُه عن نقطة الأصل: $\sqrt{16+9}$ ؛ أي 5 وحدات.

21

تمر: ممر دائري محصور بين دائرتين لهما المركز نفسه، وهو النقطة $(7, 3)$. إذا كانت الدائرة الكبرى تمس المحور y ، والصغرى تمس المحور x ، فأكتب معادلتَي الدائرتين اللتين تُشكّلان المحيط الخارجي والمحيط الداخلي للممر، ثم أجد مساحة الممر بالوحدات المربعة.



بما أن الدائرة الصغرى تمس المحور x ، فإن طول نصف قطرها

3 وحدات، ومعادلتها هي: $(x-7)^2 + (y-3)^2 = 9$

وبما أن الدائرة الكبرى تمس المحور y ، فإن طول

نصف قطرها 7 وحدات، ومعادلتها هي:

$$(x-7)^2 + (y-3)^2 = 49$$

مساحة الممر يساوي الفرق بين

مساحة الدائرة الكبرى ومساحة الدائرة الصغرى.

$$A = 7^2 \times \pi - 3^2 \times \pi = 40\pi$$



تُمثِّل النقطتان $D (2, 9)$ ، و $E (14, -7)$ نهايتي قُطرٍ لدائرةٍ مركزها C :

22 أجد إحداثيي المركز C . $C (8, 1)$

23 أجد طول نصف القطر. $r = 10$

24 أكتب معادلة الدائرة. $(x-8)^2 + (y-1)^2 = 100$

25 أثبت أن المستقيم $y = 3x - 2$ هو مماسٌ للدائرة التي معادلتها:

$$x^2 + y^2 + 4x - 24y + 108 = 0$$



بتعويض $y = 3x - 2$ في معادلة الدائرة، ينتج:

$$x^2 + (3x - 2)^2 + 4x - 24(3x - 2) + 108 = 0$$

$$x^2 + 9x^2 - 12x + 4 + 4x - 72x + 48 + 108 = 0$$

$$10x^2 - 80x + 160 = 0 \Rightarrow x^2 - 8x + 16 = 0$$

$$(x - 4)^2 = 0 \Rightarrow x = 4$$

$$y = 3(4) - 2 = 10$$

إذن: هذا المستقيم مماسٌ للدائرة؛ لأنه يقطعها في نقطة واحدة فقط هي: $(4, 10)$

مهارات التفكير العليا



27 تبرير: قال عبد الرحمن إن $x^2 + y^2 - 14x + 6y + 59 = 0$ ليست معادلة دائرة.



هل قول عبد الرحمن صحيح؟ أبرر إجابتي. قوله صحيح لأن

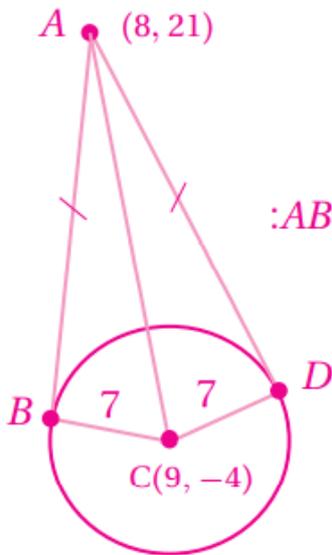
$$r^2 = a^2 + b^2 - c = 49 + 9 - 59 = -1$$

وهي عدد غير حقيقي.

28 تحد: رُسم من النقطة $A(8, 21)$ مماسان للدائرة التي مركزها C ، فمساها عند

النقطتين D ، و B . إذا كانت معادلة الدائرة هي $(x-9)^2 + (y+4)^2 = 49$ ،

فما مساحة الشكل الرباعي $ABCD$ ؟



$$(AB)^2 = (8-9)^2 + (21 - (-4))^2 - 49 = 577$$

$$AB = \sqrt{577} \approx 24$$

مساحة الشكل $ABCD$ تساوي مثلثي مساحة المثلث القائم ABC :

$$2 \times \left(\frac{1}{2} \times 24 \times 7\right) = 168$$

إذن: مساحة الشكل $ABCD$ هي 168 وحدة مربعة تقريبًا.

29 تحدّ: أكتب الصورة القياسية لمعادلة الدائرة



$$x^2 + y^2 + 8x - 10y + 24 = 0 \text{ من دون}$$

استعمال طريقة إكمال المربع.

لتكن الصورة القياسية لهذه المعادلة هي: $(x-h)^2 + (y-k)^2 = j^2$

بفك الأقواس، ينتج:

$$x^2 - 2hx + h^2 + y^2 - 2ky + k^2 = j^2$$

$$x^2 + y^2 - 2hx - 2ky + h^2 + k^2 - j^2 = 0$$

وبمقارنة هذه المعادلة مع المعطاة في السؤال، وهي:

$$x^2 + y^2 + 8x - 10y + 24 = 0$$

ينتج أن: $8 = -2h$; $-10 = -2k$; $24 = h^2 + k^2 - j^2$

أي إن: $h = -4$; $k = 5$; $24 = (-4)^2 + 5^2 - j^2 \Rightarrow j^2 = 17$

إذن: الصورة القياسية لهذه المعادلة هي: $(x+4)^2 + (y-5)^2 = 17$.