أتحقق من فهمي

المعدلات المرتبطة

معدل تغير المساحة والحجم بالنسبة إلى الزمن

أتحقق من فهمي صفحة 78

تنفخ ماجدة بالوناً على شكل كرة، فيزداد حجمه بمعدل 80 cm^3/s . أجد مُعدّل زيادة نصف قطر البالون عندما يكون نصف القطر 6 cm .

ليكن حجم الكرة V ، وطول نصف قطرها r

dvdt = 80 cm^3/s

معدل التغير المعطي:

drdt r=6

معدل التغير المطلوب:

V = 43πr^3

حجم البالون الكروي:

dvdt = 4πr^2 drdt

dvdt r=6 = 4π(6)^2 drdt r=6

80 = 144π drdt r=6

drdt r=6 = 80144π

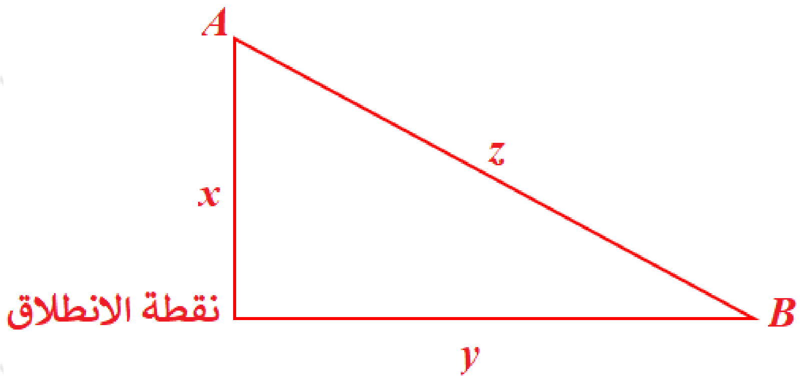
= 59π cm/s

معدل تغير المسافة بالنسبة إلى الزمن

أتحقق من فهمي صفحة 80

تحركت السيارة A والسيارة B في الوقت نفسه، ومن النقطة نفسها، بحيث اتجهت السيارة A نحو الشمال بسرعة 45 km/h ، واتجهت السيارة B نحو الشرق بسرعة 40 km/h . أجد مُعدّل تغير البعد بين السيارتين بعد ساعتين من انطلاقهما.

ليكن بعد A عن نقطة الانطلاق يساوي x ، وبعد B عن نقطة الانطلاق يساوي y ، والبعد بين A ، و B يساوي z



معدل التغير المعطى:

dxdt = 45 km/h , dydt = 40 km/h

معدل التغير المطلوب:

dzdt t=2

بعد ساعتين من الحركة يكون:

x = 45 x 2 = 90 km , y = 40 x 2 = 80 km

من نظرية فيثاغورس:

$z^2 = x^2 + y^2$

z = x2 + y2

dzdt = xdxdt + ydydtx2 + y2

dzdt t=2 = xdxdt + ydydtx2 + y2

= 90 x 45 + 80 x 408100 + 6400 = 725010 145 = 725145 ≈

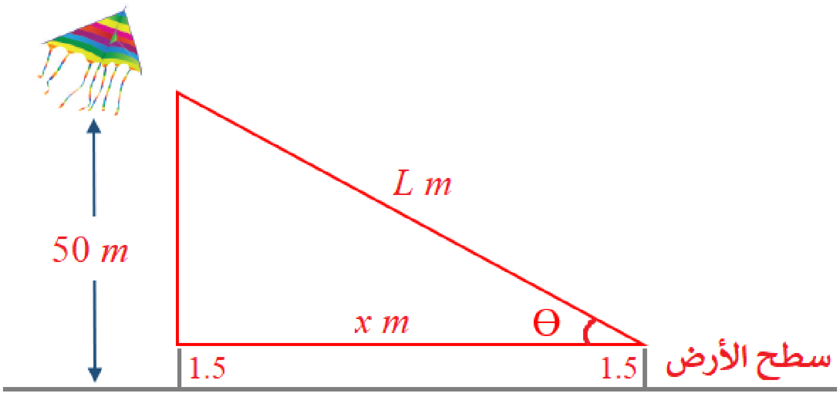
60.21 km/h

معدل تغير الزاوية بالنسبة إلى الزمن

أتحقق من فهمي صفحة 82

أمسك ولد ببكرة خيط طائرة ورقية تحلق على ارتفاع 50 m فوق سطح الأرض، وتتحرك أفقياً بسرعة 2 m/s . أجد معدّل تغير الزاوية بين الخيط والمستوى الأفقي عندما يكون طول الخيط 100 m ، علماً بأن ارتفاع يد الولد عن الأرض 1.5 m

ليكن *L* طول الخيط وقياس الزاوية بي الخيط الأفقي Θ ، وبعد الطائرة أفقياً هو *x* .



المعطى:

dxdt = 2 m/s

المطلوب:

dθdt L=100

tan Θ = 50 - 1.5x = 48.5x

$\sec^2$ Θ dθdt = - 48.5 dxdtx2

L2x2 x dθdt = 48.5 dxdtx2

dθdt = 48.5 (dxdt)x2 x x2L2 = 48.5 (dxdt)L2

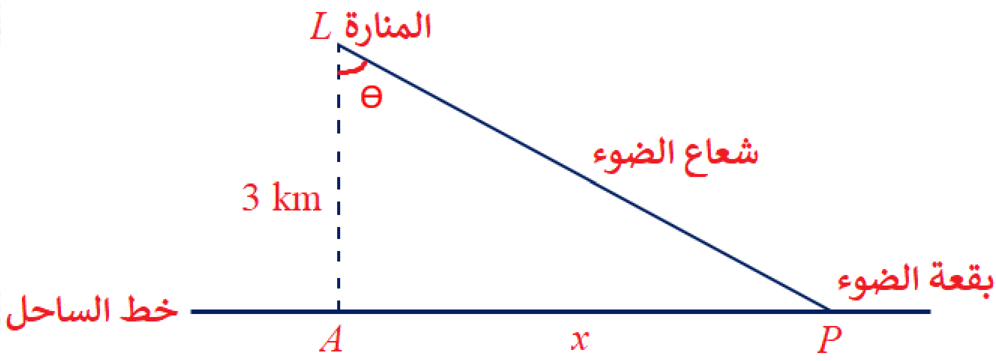
dθdt L=100 = 48.5 (2)(100)2 ≈ -0.0097 rad/s

معدل التغير بالنسبة إلى الزمن والحركة الدائرية

أتحقق من فهمي صفحة 84

أنشئت منارة على جزيرة صغيرة، بحيث كانت على مستوى سطح البحر، وهي تبعد مسافة 3 km عن أقرب نقطة على ساحل مستقيم. إذا كان مصباح المنارة يُكمل 4 دورات في الدقيقة، فأجد سرعة تحرّك بقعة الضوء على خط الساحل عندما تبعد مسافة 1 km عن أقرب نقطة إلى المنارة.

لتكن الأبعاد كما في الشكل أدناه:



المعطى:

ω = dθdt = 4(2π) = 8π rad/min

المطلوب:

dxdt x=1

tan Θ = x3

$\sec^2$ Θ dθdt = 13dxdt

x2 + 93 x dθdt = 13dxdt

dxdt = (x^2 + 9) dθdt

dxdt x=1 = (1 + 9) (8π) = 80π km/min

سرعة بقعة الضوء على الساحل 80π km/min عندما تبعد 1 km عن A .