مهارات التفكير العليا

مشتقتا الضرب والقسمة والمشتقات العليا

تبرير: إذا كان: $y=\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

(34) أجد ميل المماس عند نقطة الأصل.

$$y=\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}=\frac{1-\frac{1}{e^x}}{1+\frac{1}{e^x}}=\frac{e^x-1}{e^x+1}\frac{dy}{dx}=\frac{(e^x+1)(e^x)-(e^x-1)(e^x)}{(e^x+1)^2}=\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}\frac{dy}{dx}|_{x=0}=\frac{2(1)}{(1+1)^2}=\frac{1}{2}$$

(35) أبيّن عدم وجود مماس أفقي للاقتران y مبرراً إجابتي.

إذا وجد مماس أفقي ميله يساوي صفراً، أي أنّ: $\frac{2e^x}{(e^x+1)^2}=0$ ، وهذا لا يتحقق إلا إذا كان $e^x = 0$ ، ولكن $e^x > 0$ لجميع الأعداد الحقيقية x ، ولذا لا يوجد لهذا المنحنى مماسات أفقية.

تحدّ: إذا كان: $y=\frac{x+1}{x-1}$ ، حيث: $x\neq1$ فأجيب عن الأسئلة الثلاثة الآتية تباعاً:

(36) أجد $\frac{dy}{dx}$.

$$y=\frac{x+1}{x-1}\frac{dy}{dx}=\frac{(x-1)(1)-(x+1)(1)}{(x-1)^2}=\frac{-2}{(x-1)^2}$$

(37) أعيد كتابة المعادلة بالنسبة إلى المتغير x (x اقتران بالنسبة إلى y)، ثم أجد $\frac{dy}{dx}$.

$$y=\frac{x+1}{x-1}\rightarrow x+1=y(x-1)\rightarrow x(1-y)=-y-1x=\frac{y+1}{y-1}\frac{dy}{dx}=\frac{-2}{(y-1)^2}$$

(38) أبيّن أنّ $\frac{dy}{dx}=\frac{1}{\frac{dy}{dx}}$

$$\frac{dy}{dx}=\frac{-2}{(y-1)^2}=\frac{-2}{(\frac{x+1}{x-1}-1)^2}=\frac{-2}{(\frac{2}{x-1})^2}=\frac{-2}{\frac{4}{(x-1)^2}}=\frac{(x-1)^2}{-2}=\frac{1}{\frac{dy}{dx}}$$

تبرير: إذا كان $f(x)=\ln\frac{x^2}{x}$ ، فأجيب عن السؤالين الآتيين تباعاً:

(39) أثبت أنّ $f''(x)=\frac{6\ln x-5}{x^4}$ ، مبرراً إجابتي.

$f(x)=\ln x x^2 f'(x)=x^2(1x)-(\ln x)(2x)x^4=1-2\ln x x^3 f''(x)=x^3(-2x)-(1-2\ln x)(3x^2)x^6=-5x^2+6x^2\ln x x^6=-5+6\ln x x^4$

(40) أجد قيمة المقدار: $x^4f''(x)+4x^3f'(x)+2x^2f(x)+1$.

$x^4f''(x)+4x^3f'(x)+2x^2f(x)+1=x^4\times-5+6\ln x x^4+4x^3\times1-2\ln x x^3+2x^2\times\ln x x^2+1=-5+6\ln x+4-8\ln x+2\ln x+1=0$