

أتحقق من فهمي

التكامل بالتعويض

التكاملات بالتعويض للتكاملات غير المحدودة

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (32):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$(4x^2x^3 - 5)dx \quad (a) \int$$

$$u = x^3 - 5 \Rightarrow du = 3x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2} \int (4x^2x^3 - 5)dx = \int 4x^2u \times \frac{du}{3x^2} = \int \frac{4}{3}u du = \frac{4}{3} \times \frac{u^2}{2} + C = \frac{2}{3}u^2 + C = \frac{2}{3}(x^3 - 5)^2 + C$$

$$(12xex)dx \quad (b) \int$$

$$u = x \Rightarrow du = dx \int 12xex dx = \int 12xe^u \times du = \int 12e^u du = 12e^u + C = 12ex + C$$

$$(x)^3 dx \quad (c) \int \ln$$

$$u = x^4 \Rightarrow du = 4x^3 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{4x^3} \int (x^4)^3 dx = \int u^3 \times \frac{du}{4} = \frac{1}{4} \int u^3 du = \frac{1}{4} \times \frac{u^4}{4} + C = \frac{1}{16}u^4 + C = \frac{1}{16}(x^4)^4 + C = \frac{1}{16}x^{16} + C$$

$$(x) dx \quad (d) \int \ln \cos$$

$$u = \ln x \Rightarrow du = \frac{1}{x} dx \Rightarrow dx = x du \int \cos u \times x du = \int \cos u du = \sin u + C = \sin(\ln x) + C$$

$$(5x) dx \quad (e) \int \sin \cos^4$$

$$u = \cos^5 x \Rightarrow du = -5 \cos^4 x \sin x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-5 \cos^4 x \sin x} \int \cos^4 x \sin x dx = \int \cos^4 u \times \frac{du}{-5} = -\frac{1}{5} \int \cos^4 u du = -\frac{1}{5} \times \frac{\sin^5 u}{5} + C = -\frac{1}{25} \sin^5(\cos x) + C$$

$$(x^2) dx \quad (f) \int$$

$$u = x^2 - 1 \Rightarrow du = 2x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2x} \int x^2(x^2 - 1) dx = \int x^2(u) \times \frac{du}{2x} = \frac{1}{2} \int xu du = \frac{1}{2} \times \frac{x^2 u^2}{2} + C = \frac{1}{4}x^2(x^2 - 1)^2 + C$$

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (34):

أجد كلاً من التكاملات الآتية:

$$\int (x^2 + 2x) dx \quad (a)$$

$$u = 1 + 2x \Rightarrow du = 2dx \Rightarrow dx = \frac{du}{2}, x = \frac{u-1}{2} \int (x^2 + 2x) dx = \int \left(\frac{u-1}{2} \right)^2 \times \frac{du}{2} = \frac{1}{4} \int (u^2 - 2u + 1) du = \frac{1}{4} \left(\frac{u^3}{3} - u^2 + u \right) + C = \frac{1}{12} (1+2x)^3 - \frac{1}{2} (1+2x) + C$$

$$\int (x^7 - 8) dx \quad (b)$$

$$u = x^4 - 8 \Rightarrow du = 4x^3 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{4x^3}, x^4 = u + 8 \int (x^7 - 8) dx = \int x^7 u^3 \times \frac{du}{4x^3} = \frac{1}{4} \int x^4 u^3 du = \frac{1}{4} \int (u+8) u^3 du = \frac{1}{4} \int (u^4 + 8u^3) du = \frac{1}{4} \left(\frac{u^5}{5} + 2u^4 \right) + C = \frac{1}{20} (x^4 - 8)^5 + 2(x^4 - 8)^4 + C$$

$$\int e^{3x} (1 - e^x)^2 dx \quad (c)$$

$$u = 1 - e^x \Rightarrow du = -e^x dx \Rightarrow dx = \frac{du}{-e^x}, e^x = 1 - u \int e^{3x} (1 - e^x)^2 dx = \int e^{3x} u^2 \times \frac{du}{-e^x} = - \int e^{2x} u^2 du = - \int (1 - u)^2 u^2 du = - \int (1 - 2u + u^2) u^2 du = - \int (u^2 - 2u^3 + u^4) du = - \left(\frac{u^3}{3} - \frac{2u^4}{4} + \frac{u^5}{5} \right) + C = \frac{1}{3} (1 - e^x)^3 - \frac{1}{2} (1 - e^x)^4 + \frac{1}{5} (1 - e^x)^5 + C$$

التكاملات بالتعويض للتكاملات تحوي المقدار $ax + bn$

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (35):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int (dx + x^3) \quad (a)$$

$$u = x^3 \Rightarrow du = 3x^2 dx \Rightarrow dx = \frac{du}{3x^2}, x = u^{1/3} \int (dx + x^3) = \int \left(\frac{du}{3x^2} + u \right) = \int \left(\frac{du}{3u^{2/3}} + u \right) = \int \left(\frac{1}{3} u^{1/3} + u \right) du = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{4} u^{4/3} \right) + \frac{u^2}{2} + C = \frac{1}{4} (x^3)^{4/3} + \frac{x^6}{2} + C = \frac{1}{4} x^4 + \frac{x^6}{2} + C$$

$$\int x(1-x)^2 dx \quad (b)$$

$$u = 1 - x \Rightarrow du = -dx \Rightarrow dx = -du, x = 1 - u \int x(1-x)^2 dx = \int (1-u) u^2 (-du) = - \int (u^2 - u^3) du = - \left(\frac{u^3}{3} - \frac{u^4}{4} \right) + C = \frac{1}{3} (1-x)^3 - \frac{1}{4} (1-x)^4 + C$$

$$\int (1-u)u^2 du = \int (1-u)u^2 du = \int (-u^3 + u^5) du = -\frac{35}{5}u^5 + \frac{38}{8}u^8 + C$$

$$= -35(1-x)^5 + 38(1-x)^8 + C = -35(1-x)^5 + 38(1-x)^8 + C$$

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (37):

أسعار: يمثل الاقتران $p(x)$ سعر قطعة (بالدينار) تستعمل في أجهزة الحاسوب، حيث x عدد القطع المباعة منها بالمئات. إذا كان: $p'(x) = -135x^9 + x^2$ هو معدل تغير سعر هذه القطعة، فأجد $p(x)$ ، علماً بأن سعر القطعة الواحدة هو 30 JD عندما يكون عدد القطع المباعة منها 400 قطعة.

$$p(x) = \int (-135x^9 + x^2) dx = -135 \frac{x^{10}}{10} + \frac{x^3}{3} + C$$

$$p(4) = -135 \frac{4^{10}}{10} + \frac{4^3}{3} + C = -1359 + 16 + C = -135(5) + C + 30 = -675 + C \Rightarrow C = 705$$

$$p(x) = 705 - 135x^9 + \frac{x^3}{3}$$

التكامل بالتعويض لاقتربات تتضمن اقتراني الجيب وجيب التمام المرفوعين إلى أس فردي

أتحقق من فهمي من فهمي صفحة (39):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

$$\int x \sin^3 x dx$$

$$x \Rightarrow dx \Rightarrow du = -\sin x dx \Rightarrow u = \cos x \Rightarrow du = -\sin x dx$$

$$\int x \sin^3 x dx = \int x \sin^2 x (-\sin x dx) = -\int x \sin^2 x \sin x dx = -\int x (1 - \cos^2 x) \sin x dx$$

$$= -\int x \sin x dx + \int x \sin x \cos^2 x dx = -\int x \sin x dx + \int (1 - u^2) du = -\frac{x^2}{2} \sin x + \frac{x^3}{3} \cos x - \frac{x^2}{2} \cos x + \frac{x^3}{3} \sin x + C$$

$$\int x \sin^2 x \cos^5 x dx$$

$$x \Rightarrow dx \Rightarrow du = \cos x dx \Rightarrow u = \sin x \Rightarrow du = \cos x dx$$

$$\int x \sin^2 x \cos^5 x dx = \int x \sin^2 x \cos^4 x \cos x dx = \int x \sin^2 x \cos^4 x du = \int (1 - u^2)^2 u^4 du = \int (1 - 2u^2 + u^4) u^4 du = \int (u^4 - 2u^6 + u^8) du = \frac{u^5}{5} - \frac{2u^7}{7} + \frac{u^9}{9} + C$$

$$= \frac{\sin^5 x}{5} - \frac{2\sin^7 x}{7} + \frac{\sin^9 x}{9} + C$$

التكامل بالتعويض لاقتربات تتضمن الظل أو ظل التمام، أو القاطع، أو قاطع التمام

$$\int (x+2) \sec x \tan x \, dx$$

$$\begin{aligned} x=0 \Rightarrow u=3 \quad x=\pi/3 \Rightarrow u=4 \\ \int x \tan x \Rightarrow dx = du \sec x \tan x + 2 \Rightarrow du dx = \sec u = \sec \\ x = \int \frac{1}{3} \frac{du}{u} = \frac{1}{3} \ln |u| + C = \frac{1}{3} \ln |3 \tan x + 2| + C \\ \frac{1}{3} \ln (8-3) \approx 1.87 \end{aligned}$$