أتحقق من فهمي

التكامل بالكسور الجزئية

عوامل المقام كثيرات حدود خطية مختلفة

أتحقق من فهمي صفحة (49):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(x−7x2−x−6dx (a∫

x−7x2−x−6=x−7(x−3)(x+2)=Ax−3+Bx+2⇒x−7=A(x+2)+B(x−3)x=3⇒A=−45x=−2⇒B=95∫x−7x2−x−6dx=∫(−45x−3+95x+2)dx=−|x+2|+C|x−3|+95ln45ln

(3x−1x2−1dx (b∫

3x−1x2−1=3x−1(x−1)(x+1)=Ax−1+Bx+1⇒3x−1=A(x+1)+B(x−1)|x−1|+2lx=1⇒A=1x=−1⇒B=2∫3x−1x2−1dx=∫(1x−1+2x+1)dx=ln|x+1|+Cn

---

عوامل المقام كثيرات حدود خطية، أحدها مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (51):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(x+4(2x−1)(x−1)2dx (a∫

x+4(2x−1)(x−1)2=A2x−1+Bx−1+C(x−1)2⇒x+4=A(x−1)2+B(2x−1)(x−1)+C(2x−1)x=12⇒A=18x=1⇒C=5x=0⇒4=A+B−C⇒B=−9∫x+|2x−1|−9l4(2x−1)(x−1)2dx=∫(182x−1+−9x−1+5(x−1)2)dx=182ln|x−1|−5x−1+C|2x−1|−9ln|x−1|−5x−1+C=9lnn

(x2−2x−4x3−4x2+4xdx (b∫

x2−2x−4x3−4x2+4x=x2−2x−4x(x−2)2=Ax−2+B(x−2)2+Cx⇒x2−2x−4=Ax(x−2)+Bx+C(x−2)2x=2⇒B=−2x=0⇒C=−1x=1⇒−5=−A+B+C⇒A=2∫x2−2x−4x3−4x2+4xdx=∫(2x−2+−2(x−2)2+−1x)dx=2l|x|+C|x−2|+2x+2−lnn

---

عوامل المقام كثيرات حدود، أحدها تربيعي غير قابل للتحليل، وغير مكرر

أتحقق من فهمي صفحة (52):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(3x+4(x−3)(x2+4)dx (a∫

3x+4(x−3)(x2+4)=Ax−3+Bx+Cx2+4⇒3x+4=A(x2+4)+(Bx+C)(x−3)x=3⇒A=1x=0⇒4=4A−3C⇒C=0x=1⇒7=5A−2B−2C⇒B=−1∫3x+4|x−(x−3)(x2+4)dx=∫(1x−3−xx2+4)dx=∫(1x−3−12×2xx2+4)dx=ln|x2+4|+C3|−12ln

(7x2−x+1x3+1dx (b∫

7x2−x+1x3+1=7x2−x+1(x+1)(x2−x+1)=Ax+1+Bx+Cx2−x+1⇒7x2−x+1=A(x2−x+1)+(Bx+C)(x+1)x=−1⇒A=3x=0⇒1=A+C⇒C=−2x=1⇒7=A+2B+2C⇒B=4∫7x2−x+1x3+1dx=∫(3x+1+4x−2x2−x+1)d|x2−x+1|+C|x+1|+2lnx=∫(3x+1+2×2x−1x2−x+1)dx=3ln

---

درجة كثيرة الحدود في البسيط مساوية لدرجة كثيرة الحدود في المقام، أو أكبر منها

أتحقق من فهمي صفحة (53):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(4x3−52x2−x−1dx (a∫

4x3−52x2−x−1dx=∫(2x+1+3x−42x2−x−1)dx3x−42x2−x−1=3x∫

−4(2x+1)(x−1)=A2x+1+Bx−1⇒3x−4=A(x−1)+B(2x+1)x=−12⇒A
=113x=1⇒B=−13∫4x3−52x2−x−1dx=∫(2x+1+1132x+1+−13x−1
|x−1|+C|2x+1|−13ln)dx=x2+x+116ln

(x2+x−1x2−xdx (b∫

|x2−x|+Cx2+x−1x2−xdx=∫(1+2x−1x2−x)dx=x+ln∫

التكامل بالكسور الجزئية لتكاملات محدودة

أتحقق من فهمي صفحة (54):

أجد كل قيمة من التكاملين الآتيين:

(342x3+x2−2x−4x2−4dx (a∫

|x2−342x3+x2−2x−4x2−4dx=∫34(2x+1+6xx2−4)dx=(x2+x+3ln∫
1255)=8+3ln12)−(12+3ln4|)|34=(20+3ln

(563x−10x2−7x+12dx (b∫

3x−10x2−7x+12=3x−10(x−3)(x−4)=Ax−3+Bx−4⇒3x−10=A(x−4)
+B(x−3)x=3⇒A=1x=4⇒B=2∫563x−10x2−7x+12dx=∫56(1x−3+2x
62=ln3+ln1)=ln2+2ln2−(ln3+2ln|x−4|)|56=ln|x−3|+2ln−4)dx=(ln

التكامل بالكسور الجزئية، والتكامل بالتعويض

أتحقق من فهمي صفحة (57):

أجد كلاً من التكاملين الآتيين:

(x−1dx (axtan2sec2∫

xu2−x−1dx=∫sec2xtan2x∫sec2x⟹dx=dusec2x⇒dudx=sec2u=tan
x=∫1u2−1du1u2−1=1(u−1)(u+1)=Au−1+Bu+1⇒1=A(u+11dusec2

)+B(u−1)u=1⇒A=12u=−1⇒B=−12∫1u2−1du=∫(12u−1+−12u+1)d
x−1dx=xtan2|u−1u+1|+C⇒∫sec2|u+1|+C=12ln|u−1|−12lnu=12ln
x+1|+Cx−1tan|tan12ln

(ex(ex−1)(ex+4)dx (b∫

u=ex⇒dudx=ex⇒dx=duex∫ex(ex−1)(ex+4)dx=∫ex(u−1)(u+4)duex
=∫1(u−1)(u+4)du1(u−1)(u+4)=Au−1+Bu+4⇒1=A(u+4)+B(u−1)+
u=1⇒A=15u=−4⇒B=−15∫1(u−1)(u+4)du=∫(15u−1+−15u+4)du=
|u−1u+4|+C⇒∫ex(ex−1)(ex+4)dx=1|u+4|+C=15ln|u−1|−15ln15ln
|ex−1ex+4|+C5ln