

أتحقق من فهمي

المساحات والحجوم

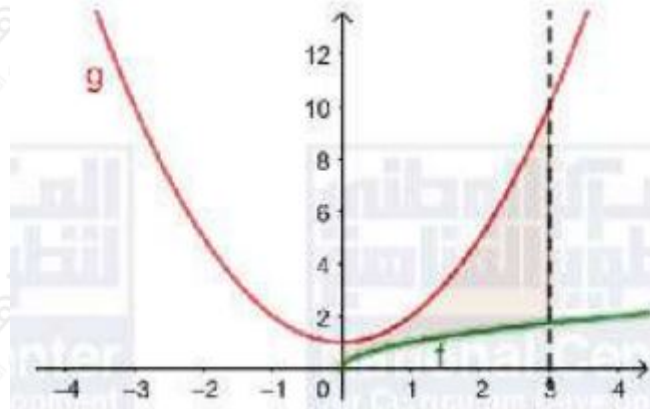
مساحة المنطقة المحصورة بين منحنىي اقترانين

أتحقق من فهمي صفحة (77):

(a) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنىي اقترانين: $g(x)=x^2+1$, $f(x)=x$ والمستقيمين $x=0$, $x=3$.

$$f(x)=g(x) \Rightarrow x^2+1=x$$

هذه المعادلة ليس لها حلول إذ أن المنحنيين لا يتقاطعان كما في الشكل أدناه.

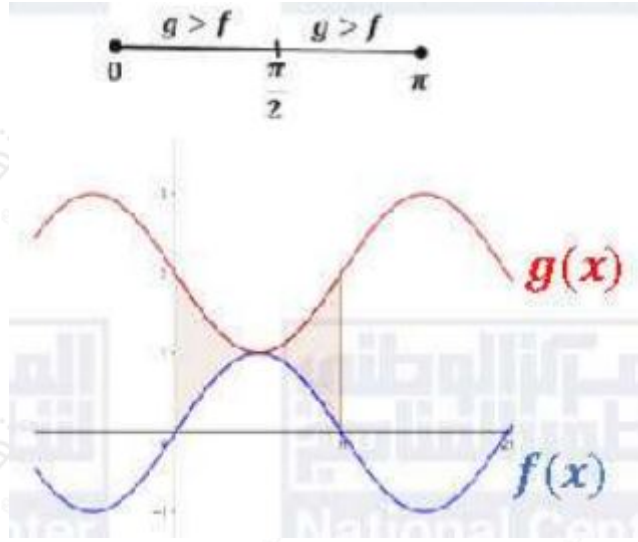


$$A = \int_0^3 (x^2+1-x) dx = \left[\frac{1}{3}x^3 + x - \frac{1}{2}x^2 \right]_0^3 = 9 + 3 - \frac{9}{2} - 0 = \frac{12}{2} - \frac{9}{2} = \frac{3}{2}$$

(b) أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنىي اقترانين:

$f(x)=\sin(x)$, $g(x)=2-\sin(x)$ والمستقيمين $x=0$, $x=\pi$.

$$x=1 \Rightarrow x=\pi-2x \Rightarrow \sin x = \sin(\pi-2x) = \sin(2x) = 2\sin x \cos x \Rightarrow \sin x = 2\sin x \cos x \Rightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$$



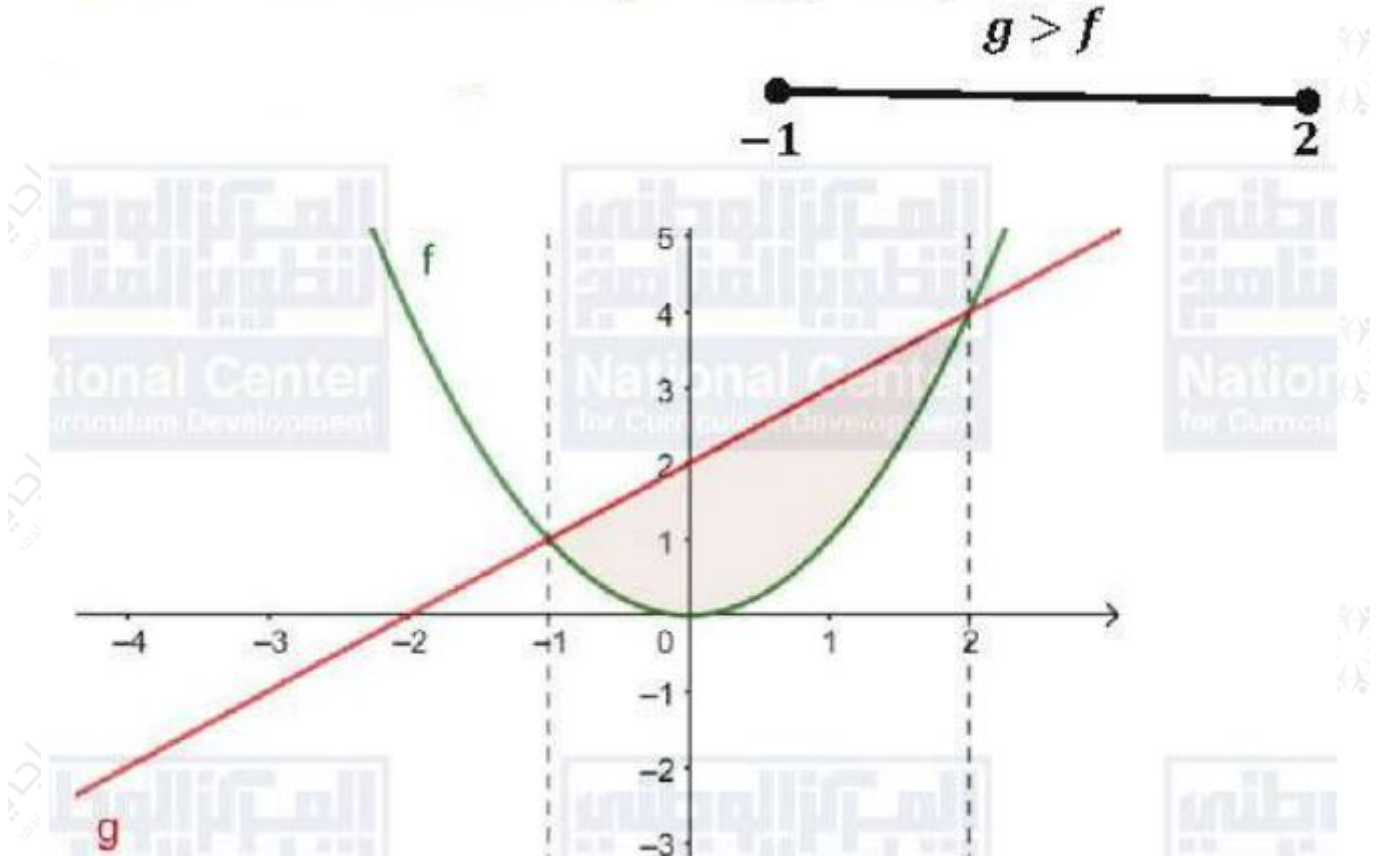
نجد أن $g \geq f$ لكل قيم x ، إذن:

$$\int_0^{\pi} (g(x) - f(x)) dx = \int_0^{\pi} (2 - \sin x) dx = 2x + \cos x \Big|_0^{\pi} = 2\pi - 4$$

أتحقق من فهمي صفحة (79):

أجد مساحة المنطقة المحصورة بين منحنىي اقترانين: $f(x) = x^2$, $g(x) = x + 2$.

$$f(x) = g(x) \Rightarrow x^2 = x + 2 \Rightarrow x^2 - x + 2 = 0 \Rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 2, x = -1$$

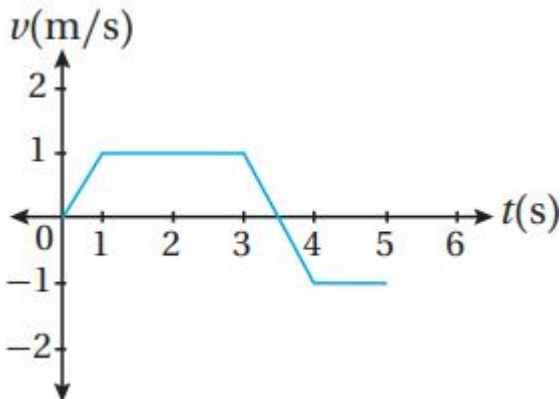


نلاحظ أن $g > f$ في الفترة $(-1, 2)$ إذن:

$$A = \int_{-1}^2 (g(x) - f(x)) dx = \int_{-1}^2 (x + 2 - x^2) dx = 12x^2 + 2x - 13x^3 \Big|_{-1}^2 = 12(2)^2 + 2(2) - 13(2)^3 - (12(-1)^2 + 2(-1) - 13(-1)^3) = 92$$

التكامل، ومنحنى السرعة المتجهة - الزمن

أتحقق من فهمي صفحة (81):



يبين الشكل المجاور منحنى السرعة المتجهة - الزمن لجسيم يتحرك على المحور x في الفترة الزمنية $[0, 5]$. إذا بدأ الجسيم الحركة من $x = 3$ عندما $t = 0$ ، فأجد كلاً مما يأتي:

(a) إزاحة الجسم في الفترة الزمنية المعطاة.

لتكن الإزاحة D

$$D = s(5) - s(0) = \int_0^5 v(t) dt = A(R1) - A(R2) = 12(2 + 3.5)(1) - 12(1 + 1.5)(1) = 1.5m$$

(b) المسافة التي قطعها الجسم في الفترة الزمنية المعطاة.

المساحة التي قطعها الجسم هي: $\int_0^5 |v(t)| dt$

$$\int_0^5 |v(t)| dt = A(R1) + A(R2) = 12(5.5) + 12(2.5) = 4m$$

(c) الموقع النهائي للجسم.

في الفرع a وجدنا أن:

$$s(5) - s(0) = 1.5$$

وبتعويض $s(0) = 3$ نجد أن:

$$s(5) - 3 = 1.5 \Rightarrow s(5) = 4.5$$

الحجوم الدورانية

أتحقق من فهمي صفحة (82):

أجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الاقتران: $f(x) = 1x$ والمحور x ، والمستقيمين $x=1, x=4$ ، حول المحور x .

$$V = \int_a^b \pi (f(x))^2 dx = \int_1^4 \pi x^2 dx = \pi \left[\frac{x^3}{3} \right]_1^4 = \pi \left(\frac{64}{3} - \frac{1}{3} \right) = \frac{63\pi}{3} = 21\pi$$

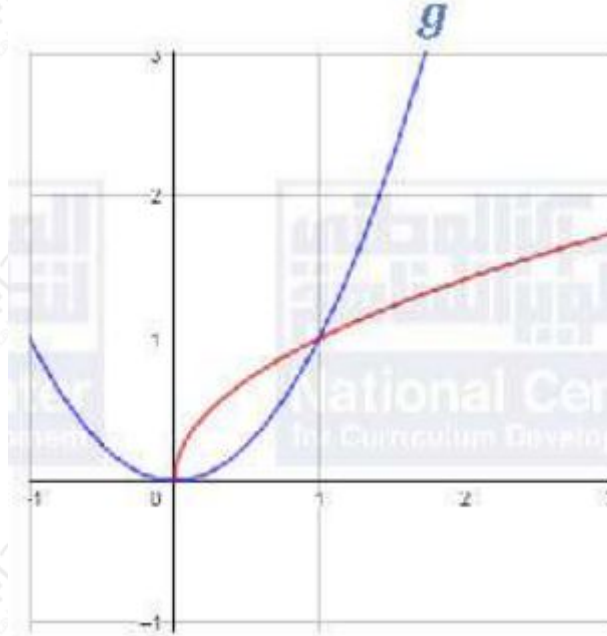
حجم الجسم الدوراني الناتج من دوران منحنى اقترانين

أتحقق من فهمي صفحة (85):

أجد حجم الجسم الناتج من دوران المنطقة المحصورة بين منحنى الاقترانين:

$f(x)=x$ و $g(x)=x^2$ ، حول المحور x .

$$f(x)=g(x) \Rightarrow x=x^2 \Rightarrow x-x^2=0 \Rightarrow x(1-x)=0 \Rightarrow x=0, x=1$$



انلاحظ أن منحنى f يقع فوق منحنى g في الفترة $[0,1]$

$$V = \int_0^1 \pi((f(x))^2 - (g(x))^2) dx = \int_0^1 \pi(x - x^2) dx = \pi(1/2 x^2 - 1/3 x^3) \Big|_0^1 = \pi((1/2 - 1/3) - 0) = 0.3\pi$$