اختبار نهاية الوحدة

الإحصاء والاحتمالات

أختار رمز الإجابة الصحيحة في كل مما يأتي:

(1) إذا كان: $X\sim Geo(0.1)$، فإن $P(X=1)$ يساوي:

a) 0.1

b) 0.9

c) 0.5

d) 0

(2) إذا كان: $X\sim B(5,0.1)$، فإن $P(X=6)$ يساوي:

a) 6(0.1)

b) 0

c) 1−(0.9)6(0.1)(65)

d) 1(0.9)5(0.1)(65)

(3) المساحة التي تقع يسار القيمة: $z=-1.73$ أسفل منحنى التوزيع الطبيعي المعياري تساوي (بالوحدات المربعة):

a) 0.4582

b) 0.5280

c) 0.0418

d) 0.9582

(4) إذا كان Z متغيراًعشوائياً طبيعياً معيارياً، فإن $P(-2.3<Z<0.14)$ يساوي:

a) 0.4449

b) 0.545

c) 0.6449

d) 0.8449

(5) النسبة المئوية المساحة المنطقة المحصورة بين $\mu-3\sigma,\mu+3\sigma$ أسفل منحنى التوزيع الطبيعي هي:

a) 68%

b) 95%

c) 99.7%

d) 89.7

(6) إذا كان هطل الأمطار السنوي في إحدى المدن يتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 1000mm، وانحرافة المعياري 200mm، فإن احتمال أن يكون هطل الأمطار السنوي أكثر 1200mm هو تقريباً:

a) 0.34

b) 0.16

c) 0.75

d) 0.85

إذا كان: (0.3X~Geo))، فأجد كلاً مما يأتي:

(P(X=4) (7

P(X=4)=0.3(0.7)3≈0.103

(P(3<X≤5) (8

P(3<X≤5)=P(X=4)+P(X=5)=0.3(0.7)3+0.3(0.7)4≈0.175

(P(X>4) **(9**

P(X>4)=1−P(X≤4)=1−(P(X=1)+P(X=2)+P(X=3)+P(X=4))=1−(0.3(0.7)0+0.3(0.7)1+0.3(0.7)2+0.3(0.7)3)≈1−(0.3+0.21+0.147+0.103)=0.24

(P(5≤X≤7) **(10**

P(5≤X≤7)=P(X=5)+P(X=6)+P(X=7)=0.3(0.7)4+0.3(0.7)5+0.3(0.7)6=0.3(0.7)4(1+0.7+0.49)≈0.158

إذا كان: X∼B(10,0.4)، فأجد كلاً مما يأتي:

(P(X=3) (11

P(X=3)=(103)(0.4)3(0.6)7≈0.215

(P(X>2) (12

P(X>2)=1−P(X≤2)=1−(P(X=0)+P(X=1)+P(X=2))=1−((100)(0.4)0(0.6)10+(101)(0.4)1(0.6)9+(102)(0.4)2(0.6)8)≈1−(0.0060+0.0403+0.1209)≈0.833

(P(7≤X<9) **(13**

P(7≤X<9)=P(X=7)+P(X=8)=(107)(0.4)7(0.6)3+(108)(0.4)8(0.6)2≈0.0425+0.0106≈0.053

(P(X≤9) **(14**

P(X≤9)=1−P(X=10)=1−(1010)(0.4)10(0.6)0=1−(0.4)10≈0.999895

إذا كان: X∼N(4,9)، فأجد كلاً مما يأتي:

(P(X>8.5) (15

P(X>8.5)=P(Z>8.5−43)=P(Z>1.5)=1−P(Z<1.5)=1−0.9332=0.0668

(P(−2<X<7) (16

P(−2<X<7)=P(−2−43<Z<7−43)=P(−2<Z<1)=P(Z<1)−P(Z<−2)=

$P(Z<1)-(1-P(Z<2))=P(Z<1)+P(Z<2)-1=0.8413+0.9772-1=0.8185$

($P(X<10)$ **(17**

$P(X<10)=P(Z<10-43)=P(Z<2)=0.9772$

($P(5.5<X<8.5)$ **(18**

$P(5.5<X<8.5)=P(5.5-43<Z<8.5-43)=P(0.5<Z<1.5)=P(Z<1.5)-P(Z<0.5)=0.9332-0.6915=0.2417$

($P(X<1)$ **(19**

$P(X<1)=P(Z<1-43)=P(Z<-1)=1-P(Z<1)=1-0.8413=0.1587$

($P(X>-3)$ **(20**

$P(X>-3)=P(Z>-3-43)=P(Z>-2.33)=P(Z<2.33)=0.9901$

(21) تبين في مصنع للمصابيح الكهربائية أنّ احتمال أن يكون أي مصباح من إنتاج المصنع تالفاً هو 0.17. إذا اختير 100 مصباح عشوائياً من إنتاج المصنع، فأجد العدد المتوقع من المصابيح التالفة.

ليكن X عدد المصابيح التالفة ضمن المصابيح المئة.

$X\sim B(100,0.17)E(X)=np=100(0.17)=17\Rightarrow$

(22) تفيد إحصائيات أصدرتها إحدى الجامعات بأن 20% فقط من طلبة الجامعة يمارسون التمرينات الرياضية الصباحية بشكل منتظم. أرادت إدارة الجامعة تحفيز الطلبة على ممارسة هذه التمرينات، فبدأت إجراء مقابلات عشوائية مع الطلبة لتعرف إذا كانوا يمارسون هذه التمرينات بانتظام أم لا. أجد عدد الطلبة المتوقع مقابلتهم قبل مصادفة أول طالب يمارس التمرينات الرياضية الصباحية بشكل منتظم.

ليكن X عدد المقابلات التي تجري حتى مصادفة أول طالب يمارس الرياضة.

$(0.2)E(X)=1p=10.2=5X\sim Geo\Rightarrow$

أجد القيمة المعيارية z التي تحقق كل احتمال مما يأتي:

23) $P(Z>z)=0.1$

الاحتمال المعطى (0.1) يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة z وهو أقل من 0.5، إذن z موجبة.

$P(Z<z)=1-0.1=0.9\Rightarrow z=1.28\Rightarrow$

24) $P(Z<z)=0.9671$

الاحتمال المعطى (0.9671) يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة z وهو أكبر من 0.5، إذن z موجبة.

$z=1.84\Longrightarrow$

25) $P(-z<Z<z)=0.9464$

$P(-Z<Z<z)=0.9464\Rightarrow P(Z<z)-P(Z<-z)=0.9464\Rightarrow P(Z<z)-(1-P(Z<z))=0.9464\Rightarrow 2P(Z<z)-1=0.9464\Rightarrow P(Z<z)=0.9732$

الاحتمال المعطى (0.9732) يمثل المساحة التي تقع يسار القيمة z وهو أكبر من 0.5، إذن z موجبة.

$z=1.93\Rightarrow$

26) $P(Z>z)=0.9222$

الاحتمال المعطى (0.9222) يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة z وهو أكبر من 0.5، إذن z سالبة.

$P(Z>-z)=P(Z<z)0.9222\Longrightarrow P(Z<z)\Rightarrow Z=1.42P(Z>z)=0.9222z=-1.4\Rightarrow 2$

توصلت دراسة إلى أن أطوال الرجال حول العالم تتبع توزيعاً طبيعياً، وسطه الحسابي 171cm، وانحرافه المعياري 10cm. إذا اختير رجل عشوائياً، فأجد كلاً مما يأتي:

(27) احتمال أن يزيد طول الرجل على 181cm.

$P(X>181)=P(Z>181-17110)=P(Z>1)=1-P(Z<1)=1-0.8413=0.1587$

(28) احتمال أن يكون طول الرجل أقل من الوسط الحسابي للأطوال بأكثر من الحرافين معياريين.

$P(X<171-2(10))=P(X<151)=P(Z<151-17110)=P(Z<-2)=1-P(Z<2)=1-0.9772=0.0228$

أو نكتب:

$P(X<\mu-2\sigma)=P(Z<\mu-2\sigma-\mu\sigma)=P(Z<-2)=1-0.9772=0.0228$

(29) احتمال أن يزيد طول الرجل على الوسط الحسابي للأطوال بأكثر من انحراف معياري.

$P(X>171+10)=P(X>181)=P(Z>181-17110)=P(Z>1)=1-P(Z<1)=1-0.8413=0.1587$

أو نكتب:

$P(X>\mu+\sigma)=P(Z>\mu+\sigma-\mu\sigma)=P(Z>1)=0.1587$

(30) احتمال الا يزيد الفرق بين طول الرجل والوسـط الحسابي للأطوال على انحراف معياري واحد.

$P(|X-\mu|\leq\sigma)=P(-\sigma\leq X-\mu\leq\sigma)=P(\mu-\sigma\leq X\leq\mu+\sigma)=P(\mu-\sigma-\mu\sigma\leq Z\leq\mu+\sigma-\mu\sigma)=P(-1\leq Z\leq1)=P(Z\leq1)-P(Z\leq-1)=P(Z\leq1)-(1-P(Z\leq1))=2P(Z\leq1)-1=2(0.8413)-1=0.6826$

(31) يعبأ إنتاج مزرعة من التفاح في صناديق، ثم تقاس كتلتها بحسب المواصفات المطلوبة، وقد تبين أن 1578 صندوقاً من أصل 10000 صندوق تزيد كتلة كل منها على 6kg.

إذا كانت كتل الصناديق تتبع توزيعاً طبيعياً، وسـطه الحسابي 5kg، فأجد الانحراف المعياري لهذه الكتل.

P(X>6)=157810000⇒P(Z>6−5σ)=0.1578⇒P(Z>1σ)=0.1578

نفرض أن 1σ=z فيكون P(Z>z)=0.1578

الاحتمال المعطى (0.1578) يمثل المساحة التي تقع يمين القيمة z وهو أقل من 0.5، إذن z موجبة.

P(Z<z)=1−0.1578=0.8422⇒z≈1⇒σ≈1⇒

(32) إذا كان X متغيراً عشوائياً ذا حدين، وكان E(X)=2.5,Var(X)=1.875، فأجد P(X≥8).

(X)=1.875⇒np(1−p)=1.875(2)(1):1−X~B(n,p)E(X)=2.5⇒np=2.5Var p=1.8752.5=0.75⇒p=0.25,n=2.50.25=10⇒P(X≥8)=P(X=8)+P(X=9)+P(X=10)=(108)(0.25)8(0.75)2+(109)(0.25)9(0.75)1+(1010)(0.25)10(0.75)0≈0.00038624+0.00002861+0.00000095≈0.0004158

أعد أحد مصانع السيارات الحديثة دراسة عن الزمن الذي يستغرقه الفنيون في اكتشاف عطل السيارة الواحدة، وقد انتهت الدراسة إلى أنه يتعين على الفني تشغيل السيارة في كل مرة يحاول فيها إيجاد العطل، وأنه يستطيع تشغيل السيارة بعد دقيقتين من تشغيله إياها في المرة السابقة إذا أمكن نمذجة الزمن الذي يلزم الفنين إلى حين إيجاد العطل بمتغير طبيعي، وسطه الحسابي 10 دقائق، وانحرافه المعياري 5 دقائق، فأجد كلاً مما يأتي

(33) احتمال أن يضطر الفني إلى تشغيل السيارة أكثر من 6 مرات حتى يتمكن من تحديد العطل.

ليكن T الزمن اللازم لاكتشاف العطل ⇒T~N(10,25)

ليكن N عدد مرات تشغيل السيارة التي يحتاجها الفنيون لاكتشاف العطل، فالزمن: T=2(N−1)

P(N>6)=P(T>10)=0.5

(34) احتمال أن يتمكن الفني من تحديد العطل بعد تشغيل السيارة للمرة الخامسة، وقبل تشغيلها مرة سادسة.

$P(5\le N<6)=P(8\le T<10)=P(8-105\le Z<10-105)=P(-0.4\le Z<0)=P(Z<0)-P(Z\le -0.4)=P(Z<0)-(1-P(Z<0.4))=P(Z<0)+P(Z<0.4)-1=0.5+0.6554-1=0.1554$

(35) احتمال ألا يتمكن الفني من تحديد العطل خلال ثلث ساعة من الفحص.

$P(T>20)=P(Z>20-105)=P(Z>2)=1-P(Z<2)=1-0.9772=0.0228$