

إجابات أسئلة الدرس

نظريات النهايات

(١) إذا علمت أن نهايا ق (س) = ٨، نهايا هـ (س) = -٢، فجد قيمة كل مما يأتي (إن وجدت):

- أ) نهايا (٤ق (س) + ٢هـ (س)) (س) ← ٣
- ب) نهايا (ق (س) - ٢هـ (س)) (س) ← ٣
- ج) نهايا (ق (س) × هـ (س)) (س) ← ٣
- د) نهايا ٥ق (س) (س) ← ٣
- هـ) نهايا (٢ق (س) + ١) (س) ← ٣
- و) نهايا ((٣هـ (س) + ٣ - ٧) (س) ← ٣
- ز) نهايا (٢ق (س) + ٣هـ (س) + ٢س + ٤) (س) ← ٣

الحل:

$$\text{أ) نهايا (٤ق (س) + ٢هـ (س)) (س) ← ٣} = \text{نهايا ٤ق (س) (س) ← ٣} + \text{نهايا ٢هـ (س) (س) ← ٣}$$

$$28 = 4 - 32 = 2 - \times 2 + 8 \times 4 =$$

$$\text{ب) نهايا (ق (س) - ٢هـ (س)) (س) ← ٣} = \text{نهايا ق (س) (س) ← ٣} - \text{نهايا ٢هـ (س) (س) ← ٣}$$

$$12 = 4 + 8 = 2 - \times 2 - 8 =$$

$$\text{ج) نهايا (ق (س) × هـ (س)) (س) ← ٣} = \text{نهايا ق (س) (س) ← ٣} \times \text{نهايا هـ (س) (س) ← ٣}$$

$$16 - = 2 - \times 8 =$$

$$\text{د) نهايا ٥ق (س) (س) ← ٣} = \text{نهايا ٥ق (س) (س) ← ٣} = 8 \times 5 = 40$$

$$\text{هـ) نهايا (٢ق (س) + ١) (س) ← ٣} = 2 \times \text{نهايا ق (س) (س) ← ٣} + 1 = 1 + 8 \times 2 = 17$$

$$(و) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) = (نهيا \text{ هـ} \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س - 7)) \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س - 7) \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س)$$

$$6 - = 7 - 9 + 8 - = 7 - 3 \times 3 + (2 -) =$$



$$(ز) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) = (نهيا \text{ ق} \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س) \text{ هـ} \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 2)) \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 2) \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س)$$

$$= (نهيا \text{ ق} \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س) \text{ نهيا} \text{ هـ} \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 2)) \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 2) \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س)$$

$$20 = 4 + 6 + 6 - 16 = 4 + 3 \times 2 + 2 - \times 3 + 8 \times 2$$

(٢) جد قيمة كل مما يأتي:

$$(أ) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) = (نهيا \text{ س} \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) - (س + 5) \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س - 7)) \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س)$$

$$(ب) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) = (نهيا \text{ س} \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 1)) \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س - 5) \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س - 2)$$

$$(ج) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) = (نهيا \text{ س} \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 2)) \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 2) \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س)$$

الحل:

$$(أ) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) = (نهيا \text{ س} \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) - (س + 5) \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س - 7)) \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س)$$

$$7 - (2 -) 6 + (2 -) 5 - (2 -) 3 =$$

$$69 = 19 - 40 + 48 = 7 - 12 - 8 - \times 5 - 16 \times 3 =$$

$$(ب) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) = (نهيا \text{ س} \left(\begin{matrix} 2 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 1)) \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س - 5) \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س - 2)$$

$$8 = 4 \times 2 = (2 - 5 + 1)(1 + 1) =$$

$$(ج) \text{ نهيا } \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) = (نهيا \text{ س} \left(\begin{matrix} 3 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 2)) \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 2) \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س) + (س + 2) \left(\begin{matrix} 1 \\ \leftarrow \end{matrix} \right) (س)$$



$$(3) \text{ إذا كانت نهايا } (3) \text{ ق(س) } = 27, \text{ فجد نهايا } (1 + 2\text{س}) \text{ ق(س)}^3$$

الحل:

$$27 = \text{نهايا } (3) \text{ ق(س)} + \text{نهايا } (1 + 2\text{س})$$

$$27 = 3 \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)} = 3(1 + 2 \times 2) = 3(5) = 15$$

$$27 = 3 \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)} - 3 = 3 \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)} - 3$$

$$30 = 3 \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)} = 3 \text{ نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$10 = \text{نهايا } (3) \text{ ق(س)} = 10$$

$$\text{نهايا } (3) \text{ ق(س)} = \text{نهايا } (3) \text{ ق(س)}$$

$$1000 = 10 = 1000$$



$$(4) \text{ إذا كانت نهايا } (1 + 5\text{س} + 2\text{س}^2) \text{ ق(س)}^3 = 25, \text{ فما قيمة الثابت م؟}$$

الحل:

$$25 = \text{نهايا } (1 + 5\text{س} + 2\text{س}^2) \text{ ق(س)}^3$$

$$25 = 1 + 3 \times 5 + 2\text{س}^2 = 16 + 2\text{س}^2$$

$$25 = 16 + 2\text{س}^2$$

$$16 - 25 = 2\text{س}^2 - 9$$

$$9 = 2\text{س}^2 - 9$$

$$1 = \text{س}^2$$



$$(5) \left. \begin{array}{l} 4s + 1, \quad s > 0 \\ 5 - s^2, \quad s \leq 0 \end{array} \right\} = \text{إذا كان ق(س)}$$

فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) نهاق (س) $s \leftarrow 1$ ب) نهاق (س) $s \leftarrow 2$ ج) نهاق (س) $s \leftarrow 0$

الحل:

أ) نهاق (س) $s \leftarrow 1 = 4 - 5 = -1$

ب) نهاق (س) $s \leftarrow 2 = 4 \times 2 - 1 = 7$

ج) نهاق (س) $s \leftarrow 0 = 5 - 0 = 5$

نهاق (س) $s \leftarrow 0 = 1 + 0 \times 4 = 1$

نهاق (س) غير موجودة. $s \leftarrow 0$



$$(6) \left. \begin{array}{l} 1 + s^2, \quad s \neq 3 \\ 8, \quad s = 3 \end{array} \right\} = \text{إذا كان ه(س)}$$

فجد قيمة كل مما يأتي:

أ) نهاه (س) $s \leftarrow 5$ ب) نهاه (س) $s \leftarrow 3$ ج) ه (3)

الحل:

$$٢٦ = ١ + ٢٥ = (س) \text{ نهاه} \left. \begin{array}{l} \leftarrow س \\ ٥ \end{array} \right\}$$

$$١٠ = ١ + ٢٣ = (س) \text{ نهاه} \left. \begin{array}{l} \leftarrow س \\ ٣ \end{array} \right\}$$

$$٨ = (٣) \text{ هه}$$

$$(٧) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} \text{أس} + ٤ \\ \text{س} > ٢ \end{array} \right\} \\ \left. \begin{array}{l} \text{٥س} + ٢ \\ \text{س} \leq ٢ \end{array} \right\} \end{array} \right\}$$

وكانت نهاق(س) موجودة، فما قيمة الثابت أ؟
 $\leftarrow س$

الحل:

نهاق(س) موجودة،
 $\leftarrow س$

$$\text{نها} \text{س} + ٢ = \text{نها} \text{أس} + ٤ \left. \begin{array}{l} \leftarrow س \\ +٢ \end{array} \right\}$$

$$٤ + ٢ = ٢ + ٢$$

$$٤ - ٢ = ٢ - ٢$$

$$٢ = ٢$$

$$(٨) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} ١ + ٢س \\ ٥س \\ ٦ - ٢س \end{array} \right\} \begin{array}{l} ، س > ٢ \\ ، ٢ \leq س \leq ٦ \\ ، س < ٦ \end{array}$$

فجد قيمة كل من النهايات الآتية (إن وجدت):

أ) $\lim_{س \rightarrow ٠} \text{نهاق(س)}$ ب) $\lim_{س \rightarrow ٢} \text{نهاق(س)}$

ج) $\lim_{س \rightarrow ٤} \text{نهاق(س)}$ د) $\lim_{س \rightarrow ٦} \text{نهاق(س)}$

الحل:

أ) $\lim_{س \rightarrow ٠} \text{نهاق(س)} = ١ + ٢ \cdot ٠ = ١$

ب) $\lim_{س \rightarrow ٢} \text{نهاق(س)} = ١٠ = ٢ \times ٥$

نهاق(س) = غير موجودة. \leftarrow

نهاق(س) = $٥ = ١ + ٢ \cdot ٢$

ج) $\lim_{س \rightarrow ٤} \text{نهاق(س)} = ٢٠ = ٤ \times ٥$

د) $\lim_{س \rightarrow ٦} \text{نهاق(س)} = ٣٠ = ٦ - ٢٦ = ٦ - ٣٦$

نهاق(س) = $٣٠ = ٦ \times ٥$

نهاق(س) = ٣٠

$$(٩) \text{ إذا كان ق(س) = } \left. \begin{array}{l} ٣س - ١ \\ ١٠ \end{array} \right\} \begin{array}{l} ، س > ٢ \\ ، س < ٢ \end{array}$$

وكانت نهاق(س) موجودة، فجد قيمة الثابت أ؟ \leftarrow

الحل:

نهاق (س) موجودة \leftarrow
س \leftarrow ٢

نهاق (س) = نهاق (س)
س \leftarrow ٢ + س \leftarrow ٢ -

١٠ = نها (٣س - أ) \leftarrow س - ٢

١٠ = ٣ - ٢ أ

١٠ = ٦ - أ

٤ = أ