

أدرب وأحل المسائل

قوانين اللوغاريتمات



$\log_a 6 \approx 0.778$ إذا كان: ، وكان: $\log_a 5 \approx 0.699$ ، فأجد كلاً ممّا يأتي:

(1) $\log_a 56$

$$\log_a 56 = \log_a 5 - \log_a 6$$

$$\approx 0.699 - 0.778 \approx -0.079$$

(2) $\log_a 30$

$$\log_a 30 = \log_a (5 \times 6)$$

$$= \log_a 5 + \log_a 6$$

$$\approx 0.699 + 0.778 \approx 1.477$$

(3) $\log_a 5 \log_a 6$

$$\log_a 5 \log_a 6 = 0.699 \times 0.778 = 0.541722 \approx 0.54$$

(4) $\log_a 16$

$$\log_a 16 = \log_a 1 - \log_a 6$$

$$\approx 0 - 0.778 \approx -0.778$$

(5) $\log_a 900$

$$\log_a 900 = \log_a 30^2$$

$$= 2 \log_a 30$$

$$= 2 \log_a (5 \times 6)$$

$$= 2 (\log_a 5 + \log_a 6)$$

$$\approx 2 (0.699 + 0.778)$$

$$\approx 2 \times 1.477 \approx 2.954$$

$$(6) \log_a 1815$$

$$\log_a 1815 = \log_a 65$$

$$= \log_a 6 - \log_a 5$$

$$\approx 0.778 - 0.699 \approx 0.079$$

$$(7) \log_a (6 a^2)$$

$$\log_a (6 a^2) = \log_a 6 + \log_a a^2$$

$$= \log_a 6 + 2 \log_a a$$

$$\approx 0.778 + 2 \approx 2.778$$

$$(8) \log_a 254$$

$$\log_a 254 = \log_a 524$$

$$= \log_a 524$$

$$= \log_a 512$$

$$= 12 \log_a 5$$

$$\approx 12 \times 0.699 \approx 0.350$$

$$(9) (\log_a 5)(\log_a 6)$$

$$(\log_a 5)(\log_a 6) \approx 0.699 \times 0.778 \approx 0.544$$

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المطولة، علماً بأنّ المتغيرات جميعها تُمثّل

أعداداً حقيقية موجبة:

$$(10) \log_a x^2$$

$$\log_a x^2 = 2 \log_a x$$

$$(11) \log_a (abc)$$

$$\begin{aligned} \log_a (abc) &= \log_a a - \log_a bc \\ &= \log_a a - (\log_a b + \log_a c) \\ &= \log_a a - \log_a b - \log_a c \\ &= 1 - \log_a b - \log_a c \end{aligned}$$

$$(12) = \log_a (xy)$$

$$\begin{aligned} \log_a (xy) &= \log_a x + \log_a y \\ &= \log_a x \cdot 12 + \log_a y \cdot 12 \\ &= 12 \log_a x + 12 \log_a y \end{aligned}$$

$$(13) \log_a (zy)$$

$$\begin{aligned} \log_a (zy) &= \log_a z - \log_a y \\ &= \log_a z \cdot 12 - \log_a y \\ &= 12 \log_a z - \log_a y \end{aligned}$$

$$(14) \log_a 1x2y2$$

$$\begin{aligned} \log_a 1x2y2 &= \log_a 1 - \log_a x^2y^2 \\ &= \log_a 1 - (\log_a x^2 + \log_a y^2) \\ &= 0 - (2 \log_a x + 2 \log_a y) \end{aligned}$$

$$= -2 \log_a x - 2 \log_a y$$

(15) $\log_a 32x55$

$$\log_a 32x55 = \log_a (325 \times x \times 55)$$

$$= \log_a 2x$$

$$= \log_a 2 + \log_a x$$

(16) $\log_a (x^2y^3)^2(x^2y^3)^3$

$$\log_a (x^2y^3)^2(x^2y^3)^3 = \log_a 1x^2y^3$$

$$= \log_a 1 - \log_a x^2y^3$$

$$= \log_a 1 - (\log_a x^2 + \log_a y^3)$$

$$= 0 - (2 \log_a x + 3 \log_a y)$$

$$= - 2 \log_a x - 3 \log_a y$$

(17) $\log_a (x + y - z)^7$, $x + y > z$

$$\log_a (x + y - z)^7 = 7 \log_a (x + y - z)$$

(18) $\log_a x^{12}y^3z^4$

$$\log_a x^{12}y^3z^4 = \log_a x^{12}y^2z^4$$

$$= \log_a x^{12}y^2z^4$$

$$= \log_a x^{12} y^2z^4$$

$$= \log_a x^6y^2z^2$$

$$= \log_a x^6 - \log_a yz^2$$

$$= 6 \log_a x - (\log_a y + \log_a z^2)$$

$$= 6 \log_a x - (\log_a y + 2 \log_a z)$$

$$= 6 \log_a x - \log_a y - 2 \log_a z$$

أكتب كل مقدار لوغاريتمي ممّا يأتي بالصورة المختصرة، علماً بأنّ المتغيرات جميعها تُمثل أعداداً حقيقية موجبة:

$$(19) \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a x + \log_a y = \log_a xy$$

$$(20) \log_b (x + y) - \log_b (x - y), x > y$$

$$\log_b (x + y) - \log_b (x - y) = \log_b \frac{x + y}{x - y}$$

$$(21) \log_a 1x - \log_a x$$

$$\log_a 1x - \log_a x = \log_a \frac{1x}{x}$$

$$= \log_a 1$$

$$(22) \log_a (x^2 - 4) - \log_a (x + 2), x > 2$$

$$\log_a (x^2 - 4) - \log_a (x + 2) = \log_a \frac{(x^2 - 4)}{(x + 2)}$$

$$= \log_a (x - 2)$$

$$(23) 2 \log_b x - 3 \log_b y + 13 \log_b z$$

$$= \log_b x^2 - \log_b y^3 + \log_b z^{13}$$

$$= \log_b \frac{x^2 z^{13}}{y^3}$$

$$= \log_b x^2 z^{13} y^{-3}$$

$$(24) \log_b 1 + 2 \log_b b$$

$$\log_b 1 + 2 \log_b b = \log_b b^2 = 2$$



(25) نمو: يمثل الاقتران: $f(x) = 29 + 48.8 \log_6 (x + 2)$ النسبة المئوية لطول الطفل الذكر الآن من طوله عند البلوغ، حيث x عمره بالسنوات. أجد النسبة المئوية لطول طفل عمره 10 سنوات من طوله عند البلوغ، علماً بأن $\log_6 2 \approx 0.3869$.

$$f(x) = 29 + 48.8 \log_6 (x + 2)$$

$$f(10) = 29 + 48.8 \log_6 (10 + 2)$$

$$= 29 + 48.8 \log_6 12$$

$$= 29 + 48.8 \log_6 (6 \times 2)$$

$$= 29 + 48.8 (\log_6 6 + \log_6 2)$$

$$\approx 29 + 48.8 (1 + 0.3869)$$

$$\approx 29 + 48.8 (1.3869)$$

$$\approx 29 + 67.68072$$

$$\approx 97$$

النسبة المئوية لطول طفل عمره 10 سنوات من طوله عند البلوغ هي 97% تقريباً.