

أدرب وأحل المسائل

قاعدة السلسلة



أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي:

$$(1) f(x) = (1 + 2x)^4$$

$$f'(x) = 4(1 + 2x)^3 (2) \\ = 8(1 + 2x)^3$$

$$(2) f(x) = (3 - 2x^2)^{-5}$$

$$f'(x) = -5(3 - 2x^2)^{-6} (-4x) \\ = 20x(3 - 2x^2)^{-6} \\ = 20x(3 - 2x^2)^{-6}$$

$$(3) f(x) = (x^2 - 7x + 1)^{32}$$

$$f'(x) = 32(x^2 - 7x + 1)^{31} (2x - 7) \\ = 32(2x - 7)(x^2 - 7x + 1)^{31}$$

$$(4) f(x) = 7 - x$$

$$f'(x) = -1$$

$$(5) f(x) = 4(2 + 8x)^4$$

$$f'(x) = 16(2 + 8x)^3 (8) \\ = 128(2 + 8x)^3$$

$$(6) f(x) = 14x - 83$$

$$f'(x) = 14$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= -13(4x - 8) - 43 \quad (4) \\ &= -43(4x - 8) - 43 \\ &= -43(4x - 8) - 43 \end{aligned}$$

$$(7) f(x) = 5 + 3x^3$$

$$f'(x) = 9x^2 - 3x^3$$

$$(8) f(x) = x + (x - 3)^2$$

$$f'(x) = 12x + 2(x - 3)$$

$$(9) f(x) = 2x - x^5 + (4 - x)^2$$

$$f(x) = (2x - x^5) + (4 - x)^2$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 13(2x - x^5) - 23(2 - 5x^4) + 2(4 - x)(-1) \\ &= 2 - 5x^4 - 23(2 - 5x^4) - 8 + 2x \end{aligned}$$

$$(10) f(x) = (x + 5)^4$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 4(x + 5)^3 \times 12x \\ &= 2(x + 5)3x \end{aligned}$$

$$(11) f(x) = (2x - 5)^3$$

$$\begin{aligned} f'(x) &= 3(2x - 5)^2 (2) = 2(2x - 5)^3 \\ &= 3(2x - 5)^2 (2x - 5) = 3(2x - 5) \end{aligned}$$

$$(12) f(x) = (2x^3 - 3x^2 + 4x + 1)^5$$

$$f'(x) = 5(2x^3 - 3x^2 + 4x + 1)^4 (6x^2 - 6x + 4)$$

أجد مشتقة كل اقتران مما يأتي عند قيمة المعطاة:

$$(13) f(x) = 1(4x + 1)^2, x = 14$$

$$f(x) = (4x + 1)^{-2}$$

$$f'(x) = -2(4x + 1)^{-3} (4)$$

$$= 8(4x + 1)^{-3}$$

$$f'(14) = -8(4 \times 14 + 1)^{-3} = -1$$

$$(14) f(x) = 25 - x^2, x = 3$$

$$f'(x) = -2x$$

$$f'(3) = -2 \times 3 = -6$$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكلِّ ممَّا يأتي:

$$(15) y=5u^2+3u, u=x^3+1$$

$$\frac{dy}{du} = 10u + 3, \frac{du}{dx} = 3x^2, \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = (10u + 3) \times 3x^2 = (10(x^3 + 1) + 3) \times 3x^2 = (10x^3 + 13) \times 3x^2 = 30x^5 + 39x^2$$

$$(16) y=2u+5, u=x^2-x$$

$$\frac{dy}{du} = 2, \frac{du}{dx} = 2x - 1, \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = 2 \times (2x - 1) = 4x - 2$$

أستعمل قاعدة السلسلة في إيجاد $\frac{dy}{dx}$ لكلِّ ممَّا يأتي عند قيمة المعطاة:

$$(17) y=3u^2-5u+2, u=x^2-1, x=2$$

$$\frac{dy}{du} = 6u - 5, \frac{du}{dx} = 2x, \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = (6u - 5) \times 2x = (6(x^2 - 1) - 5) \times 2x$$

$$\frac{dy}{dx} \Big|_{x=2} = (6(4 - 1) - 5) \times 4 = 52$$

$$(18) y=(1+u^2)^3, u=2x-1, x=1$$

$$\frac{dy}{du} = 3(1+u^2)^2(2u) = 6u(1+u^2)^2, \frac{du}{dx} = 2, \frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx} = 6u(1+u^2)^2 \times 2 = 12u(1+u^2)^2$$

$$(1+u^2)^2 \times (2) = 12(2x-1)(1+(2x-1)^2)^2$$

$$dy/dx|_{x=1} = 12(2-1)(1+(2-1)^2)^2 = 48$$

صناعة: يمثل الاقتران: $C(x) = 1000x^2 - 0.1x$ تكلفة إنتاج x من منتج معين (بآلاف الدنانير):

(19) أجد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المُنتجة.

$$C'(x) = 1000(2x - 0.1) = 2000x - 0.1$$

(20) أجد معدل تغير تكلفة الإنتاج بالنسبة إلى عدد القطع المُنتجة عندما يكون عدد القطع المنتجة 20 قطعة.

$$C'(20) = 1000(20) - 0.1(20) = 19950.398 \approx 1000$$

علوم: يمثل الاقتران: $N(t) = 400(1 - 3(t^2 + 2)^2)$ عدد الخلايا البكتيرية بعد t يوماً في مجتمع بكتيري:

(21) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 1$.

$$N(t) = 400(1 - 3(t^2 + 2)^2) \quad N'(t) = 400(6(t^2 + 2) - 3(2t)) = 4800t(t^2 + 2) - 3000t$$

$$N'(1) = 4800(1 + 2) - 3000(1) = 4800(3) - 3000 = 14400 - 3000 = 11400$$

(22) أجد معدل تغير N بالنسبة إلى t عندما $t = 4$.

$$N'(4) = 4800(4)(16 + 2) - 3000(4) = 4800(4)(18) - 12000 = 345600 - 12000 = 333600$$

إذا كان: $g(2) = -3, g'(2) = 6, h(3) = 2, h'(3) = -2$ ، فأجد مشتقة كل اقتران ممّا $x = 3$ يأتي عندما :

$$(23) f(x) = g(h(x))$$

$$f'(x) = g'(h(x)) \times h'(x) \quad f'(3) = g'(h(3)) \times h'(3) = g'(2) \times -2 = 6 \times -2 = -12$$

$$(24) f(x) = (h(x))^3$$

$$h'(x) = f'(g(x)) \times g'(x) \quad h'(2) = f'(g(2)) \times g'(2) = f'(3) \times -1$$