بسم الله الرحمن الرحيم

مدارس الحصاد التربوي

أسس الرياضيات (١)

إعداد الأستاذ : عبدالله ملحم

اللهم إنا نسألك الإخلاص في العلم والعمل

اللهم اجعلهما حُجة لنا لا حُجة علينا

الجمع و الطرح :

أولاً) إذا كان العددين متشابهين في الإشارة : نجمع العددين دون الإشارات ثم نعطي الناتج إشارة العددين

مثال: أ) - ٤٢ - ٩ = - ٤٢ + (-٩) = -٥١

١-مجموع العددين (٤٢ ، ٩) يساوي (٥١)
٢- إشارة العددين سالبة لذلك يكون إشارة الناتج سالبة(-٥١)

ب) ٨٥ + ١٢ = ٩٧

١- مجموع العددين (٨٥ ، ١٢) يساوي (٩٧)
٢- إشارة العددين موجبة لذلك يكون إشارة الناتج موجبة(٩٧)

ثانياً) إذا كان العددين مختلفين في الإشارة : نأخذ الفرق بين العددين بدون الإشارات ونعطي الناتج إشارة العدد الأكبر

مثال :

أ) - ٢٧ + ٥ = -٢٢

١-الفرق بين (٢٧، ٥) يساوي (٢٢)
٢- العدد الأكبر هو (٢٧) لذلك إشارة الناتج سالبة

ب) ٧٣ – ١٩ = ٥٤

١-الفرق بين (٧٣، ١٩) يساوي (٥٤)
٢- العدد الأكبر هو (٧٣) لذلك إشارة الناتج موجبة

الكسر = $\frac{\text{البسط}}{\text{المقام}}$

جمع و طرح الكسور :

ملاحظة : (عند جمع الكسور وطرحها نقوم بتوحيد المقامات)

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \pm \frac{\text{د}}{\text{ج}} = \frac{\text{أ} \times \text{ج}}{\text{ب} \times \text{ج}} \pm \frac{\text{د} \times \text{ب}}{\text{ج} \times \text{ب}} = \frac{\text{أ} \times \text{ج} \pm \text{د} \times \text{ب}}{\text{ب} \times \text{ج}}$$

مثال: $\frac{١}{٥} + \frac{١}{٢} = \frac{١ \times ٢}{٥ \times ٢} + \frac{١ \times ٥}{٢ \times ٥} = \frac{٢}{١٠} + \frac{٥}{١٠} = \frac{٧}{١٠}$

نلاحظ أنه تم توحيد المقامات

مثال: $\frac{٥}{٧} - \frac{٣}{١٤} = \frac{٥ \times ٢}{٧ \times ٢} - \frac{٣}{١٤} = \frac{١٠}{١٤} - \frac{٣}{١٤} = \frac{٧}{١٤}$

نلاحظ أنه تم توحيد المقام

ملاحظة : $\frac{-أ}{ب} = \frac{أ}{-ب} = -\frac{أ}{ب}$

مثال: $\frac{-٧}{٢} = \frac{٧}{-٢} = -\frac{٧}{٢}$

مثال : $\frac{٥}{٦} + \frac{٣}{-٧} = \frac{٥}{٦} - \frac{٣}{٧} = \frac{٥ \times ٧}{٦ \times ٧} - \frac{٣ \times ٦}{٧ \times ٦} = \frac{٣٥}{٤٢} - \frac{١٨}{٤٢} = \frac{١٧}{٤٢}$

جمع و طرح الكسور العشرية :

مثال(١) : ٣٦.٥٨ + ٨٥٠.٦٥٤٢

٠	٣	٦	،	٥	٨	٠	٠	
٨	٥	٠	،	٦	٥	٤	٢	+
٨	٨	٧	،	٢	٣	٤	٢	

مثال(٢) : ٥٢.٨ – ٣.٢٤٥٥

٥	٢	،	٨	٠	٠	٠	
٠	٣	،	٢	٤	٥	٥	–
٤	٩	،	٥	٥	٤	٥	

لاحظ ترتيب الأعداد بحيث تكون الفواصل العشرية فوق بعضها

لجمع الكسور العشرية وطرحها:
١ـ نرتب بحيث تكون الفواصل العشرية فوق بعضها
٢ـ نضع أصفار مكان المنازل الخالية من الأرقام
٣ـ نجري عملية الجمع أو الطرح مع إنزال الفاصلة العشرية

الضرب و القسمة:

ملاحظة:
يجب حفظ
جدول الضرب

١- حاصل ضرب أو قسمة عددين لهما الإشارة نفسه هو عدد موجب
٢- حاصل ضرب أو قسمة عددين مختلفين في الإشارة هو عدد سالب

ضرب وقسمة الكسور :

القاعدة (١) :

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{د}}{\text{ج}} = \frac{\text{أ} \times \text{د}}{\text{ب} \times \text{ج}}$$

مثال :

$$\frac{١}{٣} \times \frac{٢}{٥} = \frac{١ \times ٢}{٣ \times ٥} = \frac{٢}{١٥}$$

لاحظ انه في حالة ضرب الكسور لا نقوم بتوحيد المقامات .

مثال :

$$\frac{-٢}{٨} \times \frac{١}{٧} = \frac{-٢ \times ١}{٨ \times ٧} = \frac{-٢}{٥٦}$$

القاعدة (٢) :

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \div \frac{\text{د}}{\text{ج}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} \times \frac{\text{ج}}{\text{د}} = \frac{\text{أ} \times \text{ج}}{\text{ب} \times \text{د}}$$

مثال :

$$\frac{١}{٢} \div \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{١} = \frac{١ \times ٤}{٢ \times ١} = \frac{٤}{٢}$$

نلاحظ عندما نقوم بقسمة الكسور:
١- تتحول القسمة إلى ضرب
٢- يقلب المقسوم عليه

مثال :

$$\frac{\frac{١}{٣}}{\frac{٢}{٥}} = \frac{١}{٣} \times \frac{٥}{٢} = \frac{٥}{٦}$$

مثال:

$$\frac{\frac{١}{٢}}{٣} = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٣} = \frac{١ \times ١}{٢ \times ٣} = \frac{١}{٦}$$

ضرب الكسور العشرية :

مثال : ٠.٧٤ × ١.٢

١،٢
٠،٧٤ ×
٤٨
٨٤٠ +
،٨٨٨

منزلة عشرية واحدة
منزلتان عشريتان
+
ثلاث منازل عشرية

مثال : ٦.٤ × ٠.٥٤٣٦

٥،٤٣٦
٦،٤ ×
٢١٧٤٤
٣٢٦١٦٠ +
٣٤،٧٩٠٤

ثلاث منازل عشرية
منزلة عشرية واحدة
+
أربع منازل عشرية

لضرب الكسور العشرية :

١ـ نتجاهل الفاصلة العشرية .
٢ـ نجري عملية الضرب كما في الأعداد الصحيحة
٣ـ نضع الفاصلة في الناتج بحيث يكون عدد المنازل العشرية مساوي لمجموع عدد المنازل العشرية في العددين المضروبين

قسمة الكسور العشرية :

ملاحظة (لقسمة كسر عشري على كسر عشري):

يجب أن يكون المقسوم عليه عدد صحيح لذلك يضرب كلاً من المقسوم والمقسوم عليه بإحدى قوى العدد ١٠ (١٠ ، ١٠٠ ، ١٠٠٠ ، . . . .)

مثال : ٩.٣٦ ÷ $\boxed{٣.٦}$

ملاحظة : لأن المقسوم عليه يحتوي على منزلة عشرية واحدة ، نضرب كلاً من المقسوم و المقسوم عليه بـ (١٠)

٣.٦ × ١٠ =٣٦
٩.٣٦×١٠=٩٣.٦

٢.٦
٣٦ | ٩٣.٦
٧٢
٢١ ٦
٢١ ٦ ـ
٠٠ ٠

تحويل الكسر إلى كسر عشري:

الكسر = بسط / مقام ⟵ الكسر العشري: بسط ÷ مقام

لتحويل الكسر إلى كسر عشري نستخدم القسمة الطويلة نقسم بسط الكسر على مقامه

مثال: حول كلا مما يأتي على صورة كسر: ١) $\frac{٣}{٤}$ ٢) $\frac{٥}{٤}$

١) ٣٫٠ ÷ ٤ = ٠٫٧٥

$\frac{٣}{٤} = ٠٫٧٥$

٢) ٧٫٠ ÷ ٣ = ٢٫٣٣

$\frac{٧}{٣} = ٢٫\overline{٣}$

لاحظ تكرار ظهور العدد (٣) في الناتج ويسمى هذا النوع كسر عشري دوري

تحويل الكسر العشري إلى كسر عادي:

لتحويل كسر عشري إلى كسر:

١- نقوم بتحريك الفاصلة العشرية إلى اليمين .

٢- نضع أصفار في المقام مساوية لعدد المنازل العشرية .

مثال : $٠٫٠٣ = \frac{٠٫٠٣ \times ١٠٠}{١ \times ١٠٠} = \frac{٣}{١٠٠}$

مثال : $٠٫٣٤٥ = \frac{٠٫٣٤٥ \times ١٠٠٠}{١ \times ١٠٠٠} = \frac{٣٤٥}{١٠٠٠}$

لاحظ أن أصفار المقام الناتج مساوية لعدد المنازل العشرية في العدد المطلوب تحويله

مثال : $١٥٫٣٠٢٤٥ = \frac{١٥٣٠٢٤٥}{١٠٠٠٠٠}$

خمس منازل عشرية

خمس أصفار

تحويل الكسر العشري الدوري إلى كسر عادي:

في مثال سابق(مثال٢ صـ) لاحظنا أن $\frac{٧}{٣} = ...\underbrace{٢.٣٣٣٣} = ٢.\overline{٣}$

لاحظ تكرار ظهور العدد (٣) في المنازل العشرية ويسمى هذا النوع من الكسور العشرية كسر عشري دوري ويكتب بوضع إشارة(¯) فوق الجزء الذي يتكرر

مثال(١) : حول الكسر العشري الدوري $٠.٧\overline{٦٥}$ إلى كسر ($\frac{أ}{ب}$)

ملاحظة في هذا المثال الجزء العشري الذي يتكرر هو (٦٥) علماً أنه $٠.٧\overline{٦٥} = ...٠.٧٦٥٦٥٦٥٦٥$ ويستمر تكرار ٦٥ حتى الما لا نهاية

١- نفرض أن س = $٠.٧\overline{٦٥}$ =...٠.٧٦٥٦٥٦٥

٢- يجب أن يكون ما قبل الفاصلة العشرية فقط الجزء المتكرر، لذلك إذا كان جزء غير متكرر قبل الفاصلة العشرية نقوم بتحويله إلى عدد صحيح بالضرب طرفي المعادلة بإحدى قوى العدد ١٠ (١٠،١٠٠،١٠٠٠، . . .)

١٠× س = ...٠.٧٦٥٦٥٦٥ × ١٠

ملاحظة الجزء الغير متكرر هو (٧) وحتى نحولها إلى عدد صحيح نضرب طرفي المعادلة ١٠ لأنها منزلة واحدة

١٠س= ... $\underbrace{٧.٦٥٦٥٦٥}$

ما قبل الفاصلة العشرية فقط الجزء متكرر

٣- بم أن عدد المنازل المتكررة في الكسر العشري الدوري منزلتين نضرب طرفي المعادلة (١٠٠)

١٠س = ...٧.٦٥٦٥٦٥

×١٠٠ ١٠٠٠س = ...$\underbrace{٧٦٥}$.٦٥٦٥ ×١٠٠

لاحظ انتقال صورة من المنازل المتكررة إلى الأعداد الصحيحة لكن الكسر العشري يبقى دوري فلقد أخذنا منزلتين من مالا نهاية من المنازل المتكررة

٤- نطرح المعادلة الناتجة من الخطوة الثالثة من المعادلة الناتجة من الخطوة الثانية :

١٠٠٠س = ...٧٦٥.٦٥٦٥٦٥

− ١٠س = ...٧.٦٥٦٥٦٥

٩٩٠ س = ٧٥٨.٠٠٠٠٠٠

نقسم طرفي المعادلة على ٩٩٠ ينتج س = $\frac{٧٥٨}{٩٩٠}$

لذلك $٠.٧\overline{٦٥} = \frac{٧٥٨}{٩٩٠}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

مثال(٢) : حول الكسر العشري الدوري $١.٨٥\overline{٣}$ إلى كسر($\frac{أ}{ب}$) ؟

١- نفرض أن   س = $١.٨٥\overline{٣}$ = ١.٨٥٣٣٣. . .

٢- قبل الفاصلة العشرية الجزء <u>الغير متكرر</u> يتكون من منزلتين لذلك نضرب طرفي المعادلة بـ (١٠٠)

١٠٠ × س = ١.٨٥٣٣٣. . . × ١٠٠

الجزء الغير متكرر

١٠٠س = ١٨٥.٣٣٣ . . .

٣- نضرب طرفي المعادلة (١٠) لأن هنالك منزلة واحدة متكررة .

١٠٠س = ١٨٥.٣٣٣. . .

×١٠ ١٠٠٠س = ١٨٥٣.٣٣٣. . . ×١٠

انتقلت صورة من المنازل المتكررة إلى الأعداد الصحيحة لكن الكسر العشري يبقى دوري .

٤- طرح المعادلتين

١٠٠٠س = ١٨٥٣.٣٣٣ . . .

– ١٠٠س = ١٨٥.٣٣٣ . . .

٩٠٠س = ١٦٦٨.٠٠٠٠٠

قسمة طرفي المعادلة ٩٠٠ ينتج س= $\frac{١٦٦٨}{٩٠٠}$ لذلك $١.٨٥\overline{٣}$ = $\frac{١٦٦٨}{٩٠٠}$

تحويل العدد الكسري إلى كسر عادي:

العدد الكسري = ج $\frac{أ}{ب}$ يتم تحويله إلى كسر ← $\frac{(ب×ج)+ أ}{ب}$

مثال: $٣\frac{١}{٤}$ = $\frac{٤×٣+١}{٤}$ = $\frac{١٣}{٤}$

مثال: $١٧\frac{-٥}{٣}$ = $\frac{-(٣×١٧+٥)}{٣}$ = $\frac{-٥٦}{٣}$

ملاحظة : السالب إشارة الكسر ولا تؤثر على عملية التحويل

تحويل كسر عادي إلى العدد الكسري:

الكسر = بسط / مقام ← بسط ⟌ مقام

ملاحظة :

١- الكسر الذي بسطه أكبر من مقامه يمكن تحويل إلى عدد كسري

٢- لتحويل الكسر إلى عدد كسري نستخدم القسمة الطويلة بقسمة بسط الكسر على مقامه

مثال : $\frac{١٧}{٩} = ١\frac{٨}{٩}$

باقي القسمة

المقسوم عليه

$$\begin{array}{r|l} ١ & \\ \hline ١٧ & ٩ \\ ٩ & \\ \hline ٨ & \end{array}$$

مثال : $\frac{٧٢}{١١} = ٦\frac{٦}{١١}$

باقي القسمة

المقسوم عليه

لاحظ البسط أكبر من المقام

$$\begin{array}{r|l} ٦ & \\ \hline ٧٢ & ١١ \\ ٦٦ & \\ \hline ٦ & \end{array}$$

القيمة المطلقة :

القيمة المطلقة : بُعد العدد عن الصفر بغض النظر عن إشارته ويرمز لها | |

مثال(١) : |١٥| = ١٥ مثال (٢) : |-١٥| = ١٥

لاحظ أن القيمة المطلقة لـ (-١٥) أو (١٥) متساوية

مثال(٣) : $\left|\frac{-٧}{٥}\right| = \frac{٧}{٥}$

لاحظ أن القيمة المطلقة تقوم بالتخلص من الإشارة السالبة دون أي تغير على العدد

مثال(٤) : |- ٠.٨٢| = ٠.٨٢

مثال(٥) : |٠.٨٢| = ٠.٨٢

أولويات العمليات

مثال : ٢+ ٥ × ٣ – ٤=

الحل الأول : ٢+٥ × ٣ – ٤= ٧ × ٣ – ٤= ٢١– ٤ = ١٧

الحل الثاني : ٢+٥ × ٣ – ٤= ٧ × (-١) = -٧

الحل الثالث : ٢+٥ × ٣ – ٤= ٢+ ٥× (-١) = ٢+ (-٥) = -١٠

فما هى الإجابة الصحيحة ؟

في المثال السابق تم إيجاد الحل دون مراعاة أولويات العمليات الحسابية فكان الناتج خاطئ فمن الأخطاء الشائعة القيام بالعمليات الحسابية بشكل عشوائي وبدون مراعاة الأولويات.

أولويات العمليات هي :

١- حساب ما بداخل القوس
٢- إيجاد القوة (الأس)
٣- الضرب والقسمة من جهة اليمين إلى اليسار
٤- الجمع والطرح من جهة اليمين إلى اليسار

مثال: ٢+٥ × ٣ – ٤=

أولاً : الضرب

٢+ ١٥ – ٤=

ثانياً :عمليتا الجمع والطرح لهما نفس المستوى من الأولوية لذا نبدأ من اليمين

١٧– ٤ = ١٣

مثال: $\left(\frac{٣}{٥}+\frac{٧}{٢}\right)\times\frac{١}{٤}=$

الأولوية هنا للأقواس حيث نجري عملية الجمع أولاً ثم الضرب

$$\left(\frac{٣\times٢}{٥\times٢}+\frac{٧\times٥}{٢\times٥}\right)\times\frac{١}{٤}=\left(\frac{٦}{١٠}+\frac{٣٥}{١٠}\right)\times\frac{١}{٤}=\left(\frac{٤١}{١٠}\right)\times\frac{١}{٤}=\frac{٤١}{٤٠}$$

مثال: $(٩-٥)^{٣}\times\left(\frac{١}{٤}+٢\right)^{٢}=$

$$=(٤)^{٣}\times\left(\frac{١}{٤}+٢\right)^{٢}$$

$$=(٤)^{٣}\times\left(\frac{١}{٤}+\frac{٨}{٤}\right)^{٢}$$

$$(٤)^{٣}\times\left(\frac{٩}{٤}\right)^{٢}=٦٤\times\frac{٨١}{١٦}=\frac{٦٤}{١}\times\frac{٨١}{١٦}=\frac{٦٤\times٨١}{١٦}=٣٢٤$$

خطوات الحل حسب الأولوية :
١- القوسين حيث لهما نفس المستوى من الأولوية لذا نبدأ من اليمين
٢- القوة التكعيبية و التربيعية حيث لهما نفس المستوى من الأولوية لذا نبدأ من اليمين
٣- عملية الضرب

الأسس :

الأس أو القوة ← ن

الأساس ← أ

$$\text{أ}^{\text{ن}} = \underbrace{\text{أ} \times \text{أ} \times \text{أ} \times \text{أ} \times \text{أ} \times \ldots \times \text{أ}}_{\text{(ن من المرات)}}$$

مثال: $٧^{٣} = \underbrace{٧ \times ٧ \times ٧}_{\text{(٣ مرات)}} = (٧ \times ٧) \times ٧ = ٤٩ \times ٧ = ٣٤٣$

مثال: $٢^{٦} = \underbrace{٢\times٢\times٢\times٢\times٢\times٢}_{\text{(٦ مرات)}} = (٢\times٢)\times(٢\times٢)\times(٢\times٢) = ٤\times٤\times٤ = ١٦\times٤ = ٦٤$

مثال: $(-٤)^{٥} = \underbrace{-٤\times-٤\times-٤\times-٤\times-٤}_{\text{(٥ مرات)}} = (-٤\times-٤)\times(-٤\times-٤)\times-٤ = ١٦\times١٦\times-٤ = -١٠٢٤$

قوانين الأسس :

القاعدة (١) : $\text{أ}^{\text{ن}} \times \text{أ}^{\text{م}} = \text{أ}^{\text{ن+م}}$

مثال أ): $(-٢)^{٧} \times (-٢)^{٥} = (-٢)^{٧+٥} = (-٢)^{١٢}$

الأساس نفسه

نلاحظ أنه عند ضرب قوتين لهما **الأساس نفسه** نقوم بجمع **الأس**(القوة)

ب) $١٠^{٥} \times ١٠^{٧} = ١٠^{٥+٧} = ١٠^{١٢}$

توضيح: $\underbrace{(١٠\times١٠\times١٠\times١٠\times١٠) \times (١٠\times١٠\times١٠\times١٠\times١٠\times١٠\times١٠)}_{\text{(١٢ مرة)}} = ١٠^{١٢}$

مثال : $\text{س}^{٣} \times \text{س}^{٤} = \text{س}^{٣+٤} = \text{س}^{٧}$

توضيح: $\underbrace{(\text{س} \times \text{س} \times \text{س}) \times (\text{س} \times \text{س} \times \text{س} \times \text{س})}_{\text{(٧ مرات)}} = \text{س}^{٧}$

القاعدة (٢) : $\frac{أ^{ن}}{أ^{م}} = أ^{ن-م}$

نلاحظ أنه عند قسمة قوتين لهما **الأساس نفسه**
نقوم بطرح أس المقام من أس البسط

مثال(١) : الأساس نفسه

$$\frac{٣^{٦}}{٣^{٢}} = ٣^{٦-٢} = ٣^{٤}$$

توضيح

$$\frac{٣^{٦}}{٣^{٢}} = \frac{\cancel{٣}\times\cancel{٣}\times ٣\times ٣\times ٣\times ٣}{\cancel{٣}\times\cancel{٣}} = \frac{٣\times ٣\times ٣\times ٣}{١} = ٣^{٤}$$

مثال(٢) :

$$\frac{س^{٥}}{س^{٣}} = س^{٥-٣} = س^{٢}$$

توضيح

$$\frac{س^{٥}}{س^{٣}} = \frac{\cancel{س}\times\cancel{س}\times\cancel{س}\times س\times س}{\cancel{س}\times\cancel{س}\times\cancel{س}} = \frac{س\times س}{١} = س^{٢}$$

مثال (٣) :

$$\frac{٢^{٩}}{٥^{٣}}$$

نلاحظ أن **الأساس غير متساوي** (٥ ≠ ٢) لذلك
لا يحق لنا طرح أس المقام من أس البسط

القاعدة (٣) : $(أ^{ن})^{م} = أ^{ن\times م}$

مثال : $(٨^{-٢})^{٥} = ٨^{-٢\times ٥} = ٨^{-١٠}$ ، **مثال :** $(٢^{٥})^{٧} = ٢^{٥\times ٧} = ٢^{٣٥}$

مثال : $(٧^{٤})^{٣} = ٧^{٤\times ٣} = ٧^{١٢}$

توضيح

$$(٧^{٤})^{٣} = (\underbrace{٧\times ٧\times ٧\times ٧}_{\text{(٤ مرات)}})^{٣} = \underbrace{(\underbrace{٧\times ٧\times ٧\times ٧}_{\text{(٤ مرات)}})\times(\underbrace{٧\times ٧\times ٧\times ٧}_{\text{(٤ مرات)}})\times(\underbrace{٧\times ٧\times ٧\times ٧}_{\text{(٤ مرات)}})}_{\text{(١٢ مرة)}} = ٧^{١٢}$$

القاعدة (٤) : $\text{أ}^{-\text{ن}} = \frac{١}{\text{أ}^{\text{ن}}}$ ، $\text{أ} \neq \text{صفر}$

مثال(١) : $٧^{-٣} = \frac{١}{٧^{٣}}$ ، مثال (٢) : $\frac{١}{٣^{-٢}} = ٣^{٢}$ ، مثال(٣) : $\text{س}^{-٩} = \frac{١}{\text{س}^{٩}}$

ملاحظة : $\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{-\text{ن}} = \left(\frac{\text{ب}}{\text{أ}}\right)^{\text{ن}}$

ملاحظة :لتخلص من **السالب في الأسس**
يتم قلب العدد (إيجاد المقلوب)

مثال : $\left(\frac{٧}{٥}\right)^{-٤} = \left(\frac{٥}{٧}\right)^{٤}$

مثال : $\left(\frac{٢}{٣}\right)^{-\text{س}} = \left(\frac{٣}{٢}\right)^{\text{س}}$

القاعدة (٥) : $(\text{أ} \times \text{ب})^{\text{ن}} = \text{أ}^{\text{ن}} \times \text{ب}^{\text{ن}}$

مثال : $(\text{س ص})^{٥} = \text{س}^{٥} \times \text{ص}^{٥}$

مثال: $(٦\times٥)^{٤} = (٣٠)^{٤} = ٨١٠٠٠٠$ أو $(٦\times٥)^{٤} = ٦^{٤}\times٥^{٤} = ١٢٩٦\times٦٢٥ = ٨١٠٠٠٠$

احذر: $(\text{أ} \pm \text{ب})^{\text{ن}} \neq \text{أ}^{\text{ن}} \pm \text{ب}^{\text{ن}}$

مثال : $(\text{س} + \text{ص})^{٢} \neq \text{س}^{٢} + \text{ص}^{٢}$

لكن الحل الصحيح : $(\text{س} + \text{ص})^{٢} = (\text{س} + \text{ص})(\text{س} + \text{ص})$

مثال : $(٥\text{أ} + ٧\text{ل})^{٣} \neq (٥\text{أ})^{٣} + (٧\text{ل})^{٣}$

لكن الحل الصحيح : $(٥\text{أ} + ٧\text{ل})^{٣} = (٥\text{أ} + ٧\text{ل})(٥\text{أ} + ٧\text{ل})(٥\text{أ} + ٧\text{ل})$

قاعدة مهمة : $(\text{أ} + \text{ب})^{٢} = \text{أ}^{٢} + ٢\text{أب} + \text{ب}^{٢}$

القاعدة (٦) :

$$\left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}}\right)^{\text{ن}} = \frac{\text{أ}^{\text{ن}}}{\text{ب}^{\text{ن}}}$$

مثال(١) : $\left(\frac{٢}{٤}\right)^{٢} = \frac{٢^{٢}}{٤^{٢}} = \frac{٤}{١٦}$

مثال(٢) : $(٠.٢)^{٢} = \left(\frac{٢}{١٠}\right)^{٢} = \frac{٢^{٢}}{١٠^{٢}} = \frac{٤}{١٠٠}$

لاحظ توزيع الأس على البسط والمقام

القاعدة (٧) :

$$\text{أ}^{\frac{\text{م}}{\text{ن}}} = \sqrt[\text{ن}]{\text{أ}^{\text{م}}} = \left(\sqrt[\text{ن}]{\text{أ}}\right)^{\text{م}} \quad \text{،} \quad \text{ن} > ١$$

لاحظ أن الأسس النسبية (الكسرية) يمكن تحويلها إلى جذور والعكس صحيح

مثال(١) : $(٨١)^{\frac{١}{٤}} = \sqrt[٤]{٨١^{١}} = ٣$

مثال (٢) : $(٨)^{\frac{٢}{٣}} = \sqrt[٣]{٨^{٢}} = \sqrt[٣]{٦٤} = ٤$

مثال(٣) : $(١٢٥)^{-\frac{١}{٣}} = \frac{١}{(١٢٥)^{\frac{١}{٣}}} = \frac{١}{\sqrt[٣]{١٢٥}} = \frac{١}{٥}$

يقلب العدد لأن الأس سالب

ملاحظة : يمكن تحويل الجذور إلى أسس كسرية حسب القاعة السابقة

مثال : $\sqrt[٢]{\text{س}} = \text{س}^{\frac{١}{٢}}$

مثال : $\sqrt[٣]{\text{ص}} = \text{ص}^{\frac{١}{٣}}$

مثال : $\text{س}^{٥} \times \sqrt[٤]{\text{س}} = \text{س}^{٥} \times \text{س}^{\frac{١}{٤}} = \text{س}^{٥+\frac{١}{٤}} = \text{س}^{\frac{٥\times٤}{١\times٤}+\frac{١}{٤}} = \text{س}^{\frac{٢١}{٤}}$

قابلية القسمة :

قابلية القسمة : أن يقبل العدد القسمة على عدد آخر دون باقي

العدد يقبل القسمة على (٢) إذا كان زوجي

عدد زوجي

٢٤ ÷ ٢ = ١٢

٢٤
٢
٠٤
٤
٠

لاحظ أن باقي القسمة يساوي(٠) لذلك (٢٤) يقبل القسمة على (٢)

عدد فردي

٣٩ ÷ ٢ = ١٩

٣٩
٢
١٩
١٨
١

لاحظ أن باقي القسمة يساوي(١) لذلك (٣٩) لا يقبل القسمة على (٢)

العدد يقبل القسمة على (٣) إذا كان مجموع أرقامه يقبل لقسمة على (٣)

مثال : أي الأعداد التالية يقبل القسمة على ٣ ؟ ٢٧٦ ، ١١٩

٢٧٦ ÷ ٣ = ٩٢

٢٧٦
٢٧
٠٠٦
٦
٠

نلاحظ أن العدد٢٧٦ يقبل القسمة على (٣) لأن مجموع أرقامه يساوي:
٦+٧+٢ =١٥
و العدد ١٥ يقبل القسمة على ٣

١١٩ ÷ ٣ = ٣٩

١١٩
٩
٠٢٩
٢٧
٢

نلاحظ أن العدد١١٩ لا يقبل القسمة على (٣) لأن مجموع أرقامه يساوي:
٩+١+١ =١١
و العدد ١١ لا يقبل القسمة على ٣

العدد يقبل القسمة على (٥) إذا كان آحاده صفر أو ٥

مثال : أي الأعداد التالية يقبل القسمة على ٥ ؟ ٢٨٥ ، ١٤١ ، ٣٢٠

٢٨٥ ÷ ٥ = ٥٧

٢٨٥
٢٥
٠٣٥
٣٥
٠٠

نلاحظ أن العدد ٢٨٥ يقبل القسمة على (٥) لأن آحاده (٥)

١٤١ ÷ ٥ = ٢٨

١٤١
١٠
٠٤١
٤٠
٠١

نلاحظ أن العدد ١٤١ لا يقبل القسمة على (٥) لأن آحاده (١)

ستلاحظ أن ٣٢٠ تقبل القسمة على (٥) لأن آحادها صفر .

الأعداد الأولية :

الأعداد الأولية : هي الأعداد الطبيعية التي لا تقبل القسمة إلا على نفسها وعلى واحد

مثال: هل (٧) عدد أولي ؟ بما أن ٧ لا تقبل القسمة إلا على نفسها وعلى واحد فهي عدد أولي .

مثال: هل (٨) عدد أولي ؟ بما أن (٨) تقبل القسمة على ٤ (٨ ÷ ٤ = ٢) فهي ليست عدد أولي .

مثال: صنف الأعداد التالية لأعداد أولية وأعداد غير أولية: (٥ ، ٩ ، ١٣ ، ١٢، ٢، ٢٢، ١٩، ٢٥)

العدد	تصنيفه	السبب
٥	عدد أولي	لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى واحد
٩	عدد غير أولي	يقبل القسمة على ٣ (٩÷٣=٣)
١٣	عدد أولي	لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى واحد
١٢	عدد غير أولي	يقبل القسمة على ٤ (١٢÷٤=٣) أو على ٣ (١٢÷٣=٤)
٢	عدد أولي	لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى واحد
٢٢	عدد غير أولي	يقبل القسمة على ٢ (٢٢÷٢=١١) أو على ٢٢ (٢٢÷١١=٢)
١٩	عدد أولي	لا يقبل القسمة إلا على نفسه وعلى واحد
٢٥	عدد غير أولي	يقبل القسمة على ٥ (٢٥÷٥=٥)

ملاحظات :

١- العدد (١) ليس عدد أولي .
٢- جميع الأعداد الأولية فردية ماعدا (٢) العدد الزوجي الأولي الوحيد .

الأعداد الأولية الأقل من ١٠٠ :(٢ ، ٣، ٥، ٧، ١١ ، ١٣ ، ١٧ ، ١٩، ٢٣، ٢٩، ٣١، ٣٧، ٤١ ، ٤٣، ٤٧، ٥٣، ٥٩ ٦١، ٦٧، ٧١ ، ٧٣ ، ٧٩، ٨٣، ٨٩، ٩٧، . . .)

التحليل إلى العوامل الأولية :

لاحظ التدرج في الأعداد الأولية بدءاً من ٢

مثال: حلل العدد ١٨٠ إلى العوامل الأولية ؟

١٨٠	٢
٩٠	٢
٤٥	٣
١٥	٣
٥	٥
١	

بما أنه عدد زوجي يقبل القسمة على (٢)

٤٥ مجموع أرقامه ٤+٥ = ٩ و ٩ تقبل القسمة على ٣

١٥ مجموع أرقامه ٥+١ = ٦ و ٦ تقبل القسمة على ٣

$١٨٠ = ٢ \times ٢ \times ٣ \times ٣ \times ٥ = ٢^{٢} \times ٣^{٢} \times ٥$

مثال:حلل العدد ٢٢٤ إلى العوامل الأولية ؟

٢٢٤	٢
١١٢	٢
٥٦	٢
٢٨	٢
١٤	٢
٧	٧
١	

لاحظ نستمر بالقسمة على(٢) حتى وصلنا إلى عدد لا يقبل القسمة على(٢)

العدد الزوجي يقبل القسمة على (٢)

$٢٢٤ = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٧$

$٢٢٤ = ٢^{٥} \times ٧$

مثال: حلل العدد ٤٩٥ إلى العوامل الأولية ؟

لاحظ العدد لا يقبل القسمة على (٢) لذلك بدأنا من (٣)

٤٩٥	٣
١٦٥	٣
٥٥	٥
١١	١١
١	

٤٩٥ مجموع أرقامه ٥+٩+٤ = ١٨ و ١٨ تقبل القسمة على ٣

١٦٥ مجموع أرقامه ٥+٦+١ = ١٢ و ١٢ تقبل القسمة على ٣

العدد ٥٥ آحاده (٥) لذلك يقبل القسمة على (٥)

$٤٩٥ = ٣ \times ٣ \times ٥ \times ١١ = ٣^{٢} \times ٥ \times ١١$

لتحليل إلى العوامل الأولية :

١-نتدرج بالأعداد الأولية بدءاً من (٢)

١- نستمر بالقسمة على نفس العدد الأولي حتى نصل إلى عدد لا يقبل القسمة عليه

٢- ننتقل إلى العدد الأولي الذي يليه (بالترتيب)

٣- ينتهي التحليل عندما يصبح ناتج القسمة واحد (١)

الجذور :

الجذر التربيعي ٢√

يكتب على صورة √

خطوات إيجاد الجذر التربيعي لمربع كامل :

١- حلل العدد إلى العوامل الأولية.
٢- خذ عاملاً واحد من كل زوج من العوامل المتساوية (ملاحظة :عند إيجاد الجذر التكعيبي نأخذ عاملاً واحد من كل ثلاثة عوامل متساوية)
٣- جد حاصل ضرب العوامل التي أخذتها في الخطوة الثانية .

مثال : √٣٢٤ = ٢ × ٣ × ٣ = ١٨

٣٢٤	٢
١٦٢	٢
٨١	٣
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

٢
٣
٣

نلاحظ في هذا المثال عند إيجاد الجذر التربيعي نأخذ عاملاً واحد من كل زوج من العوامل المتساوية

الجذر التكعيبي لمكعب كامل :

مثال(١) : ٣√٦٤ = ٢ × ٢ = ٤

٦٤	٢
٣٢	٢
١٦	٢
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

٢
٢

نلاحظ في هذا المثال عند إيجاد الجذر التكعيبي نأخذ عاملاً واحد من كل ثلاثة من العوامل المتساوية

مثال : ٣√-٢١٦ = ٣×٢ = -٦

٢١٦	٣
٧٢	٣
٢٤	٣
٨	٢
٤	٢
٢	٢
١	

٣
٢

ملاحظة : لإيجاد الجذر التكعيبي لعدد سالب نضع الإشارة السالبة خارج الجذر (للناتج)

جمع الجذور وطرحها :

الجذور المتشابهة : يتشابه الجذران إذا تساوى دليل الجذر والعدد الذي داخل الجذر .

دليل الجذر

مثال: $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٥}$

ما داخل الجذر

الجذران متشابهان
لأن دليل الجذران يساوي (٣)
وما داخل الجذران يساوي (٥)

دليل الجذر

مثال: $\sqrt[٣]{١١}$ ، $\sqrt{١١}$

ما داخل الجذر

نلاحظ أن الجذران <u>غير</u> متشابهين
بسبب اختلاف دليل الجذران { ٢،٣ }

مثال: $\sqrt[٣]{٥}$ ، $\sqrt[٣]{٧}$

ما داخل الجذر

نلاحظ أن الجذران غير متشابهين حيث اختلف
الجذران في العدد الذي داخل الجذر{٧,٥}

ملاحظة : يمكن جمع وطرح الجذور <u>المتشابهة</u> فقط .

مثال(١) : $٥\sqrt{٣} + ٤\sqrt{٣} = (٥+٤)\sqrt{٣} = ٩\sqrt{٣}$

ما داخل الجذر

نلاحظ أن الجذران
متشابهين

مثال(٢) : $٩\sqrt{٦} - ٢\sqrt{٦} = (٩-٢)\sqrt{٦} = ٧\sqrt{٦}$

دليل الجذر غير متساوي

مثال: $٧\sqrt{٥} + ٨\sqrt[٣]{٥} = ٧\sqrt{٥} + ٨\sqrt[٣]{٥}$

نلاحظ أن الجذران <u>غير</u> متشابهين
لذلك لا يجوز جمعهما أو طرحهما

مثال : $٧\sqrt[٣]{٥} + ٢\sqrt[٣]{٣} = ٧\sqrt[٣]{٥} + ٢\sqrt[٣]{٣}$

ما داخل الجذر غير متساوي

نلاحظ أن الجذران <u>غير</u> متشابهين
بسبب اختلاف <u>ما داخل الجذر</u>
لذلك لا يجوز جمعهما أو طرحهما

ضرب وقسمة الجذور :

القاعدة (١) : $\sqrt[\text{ن}]{\text{س} \times \text{ص}} = \sqrt[\text{ن}]{\text{س}} \times \sqrt[\text{ن}]{\text{ص}}$

مثال : $\sqrt{\text{٩} \times \text{٢٥}} = \sqrt{\text{٩}} \times \sqrt{\text{٢٥}} = \text{٣} \times \text{٥} = \text{١٥}$

مثال : $\sqrt[\text{٣}]{\text{٨} \times \text{٢٧}} = \sqrt[\text{٣}]{\text{٨}} \times \sqrt[\text{٣}]{\text{٢٧}} = \text{٢} \times \text{٣} = \text{٦}$

مثال : $(\text{١٢٥} \times \text{٢٧})^{\frac{\text{١}}{\text{٣}}} = \sqrt[\text{٣}]{\text{١٢٥} \times \text{٢٧}} = \sqrt[\text{٣}]{\text{١٢٥}} \times \sqrt[\text{٣}]{\text{٢٧}} = \text{٥} \times \text{٣} = \text{١٥}$

لاحظ تحويل الأسس النسبية (الكسرية) إلى جذور

القاعدة (٢) : $\sqrt[\text{ن}]{\frac{\text{س}}{\text{ص}}} = \frac{\sqrt[\text{ن}]{\text{س}}}{\sqrt[\text{ن}]{\text{ص}}}$

مثال(١) : $\sqrt{\frac{\text{٦٤}}{\text{٢٥}}} = \frac{\sqrt{\text{٦٤}}}{\sqrt{\text{٢٥}}} = \frac{\text{٨}}{\text{٥}}$

مثال(٢) : $\sqrt{\text{٠.٨١}} = \sqrt{\frac{\text{٨١}}{\text{١٠٠}}} = \frac{\sqrt{\text{٨١}}}{\sqrt{\text{١٠٠}}} = \frac{\text{٩}}{\text{١٠}}$

مثال(٣) : $\sqrt[\text{٣}]{\text{١٥}\frac{\text{٥}}{\text{٨}}} = \sqrt[\text{٣}]{\frac{\text{١٢٥}}{\text{٨}}} = \frac{\sqrt[\text{٣}]{\text{١٢٥}}}{\sqrt[\text{٣}]{\text{٨}}} = \frac{\text{٥}}{\text{٢}}$

يفضل لإيجاد الجذور استخدام الكسر العادي بدل من الكسر العشري أو العدد الكسري

ملاحظات مهمة (الجذور) :

احذر

$$\sqrt[ن]{س \pm ص} \neq \sqrt[ن]{س} \pm \sqrt[ن]{ص}$$

مثال(١) : جد قيمة $\sqrt{٩ + ١٦}$ ؟

الحل الخاطئ : $\sqrt{٩ + ١٦} \neq \sqrt{٩} + \sqrt{١٦} = ٣ + ٤ = ٧$

الحل الصحيح : $\sqrt{٩ + ١٦} = \sqrt{٢٥} = ٥$

هام : $\sqrt[٣]{س^{٣}} = س$

مثال : $\sqrt[٣]{(٠.٧)^{٣}} = ٠.٧$ ، مثال : $\sqrt[٣]{(-٠.٣)^{٣}} = -٠.٣$

هام جداً : $\sqrt{س^{٢}} = |س|$

مثال : $\sqrt{(-١٥)^{٢}} = |-١٥| = ١٥$

مثال : $\sqrt{(-٠.٧٥)^{٢}} = |-٠.٧٥| = ٠.٧٥$

مثال : $\sqrt{(ص)^{٢}} = |ص|$ ، مثال : $\sqrt{(س-٥)^{٢}} = |س - ٥|$

تمّ بحمد الله

منهاجي
متعة التعليم الهادف