المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم

المركز الوطني لتطوير المناهج
National Center
for Curriculum Development

الرياضيات

الصف التاسع - كتاب التمارين

الفصل الدراسي الأول

9

فريق التأليف

د. عمر محمد أبوغليون (رئيسًا)

هبه ماهر التميمي   إبراهيم أحمد عمايرة   د. سميرة حسن أحمد

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237   06-5376266   P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor   feedback@nccd.gov.jo   www.nccd.gov.jo

قـرّرت وزارة التربيـة والتعليـم تدريـس هذا الكتـاب في مدارس المملكـة الأردنية الهاشـمية جميعها، بنـاءً على قـرار المجلس الأعلى للمركـز الوطنـي لتطويـر المناهج في جلسـته رقـم (2022/4)، تاريـخ 2022/6/19 م، وقرار مجلس التربيـة والتعليم رقـم (2022/44) تاريـخ 2022/7/6 م بـدءًا مـن العام الـدراسي 2022 / 2023 م.

- Prepared Originally in English for the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan
- Translated to Arabic, adapted, customised and published by the National Center for Curriculum Development. Amman - Jordan

ISBN: 978 - 9923 - 41 - 409 - 5

المملكة الأردنية الهاشمية
رقم الإيداع لدى دائرة المكتبة الوطنية
(2023/2/785)

373.19

الأردن. المركز الوطني لتطوير المناهج

كتـاب التماريـن: الصـف التاسـع: الفصـل الدراسـي الأول/ المركـز الوطنـي لتطويـر المناهـج.- عمـان:

المركـز، 2023

(52) ص.

ر.إ.: 2023/2/785

الواصفات: / تطوير المناهج/ / المقررات الدراسية/ / مستويات التعليم/ / المناهج/

يتحمل المؤلف كامل المسؤولية القانونية عن محتوى مصنفه، ولا يعبّر هذا المصنف عن رأي دائرة المكتبة الوطنية.

British Library Cataloguing -in- Publication Data
A catalogue record for this publication is available from the Library.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الطبعة الأولى (التجريبية) 1443 هـ / 2022 م

أعيدت طباعته 1444 هـ / 2023 م

أعزّاءنا الطلبة ...

يحتوي هذا الكتاب تمارين متنوعة أعدت بعناية لتغنيكم عن استعمال مراجع إضافية، وهي استكمال للتمارين الواردة في كتاب الطالب، وتهدف إلى مساعدتكم على ترسيخ المفاهيم التي تتعلمونها في كل درس، وتنمي مهارتكم الحسابية.

قد يختار المعلم/ المعلمة بعض تمارين هذا الكتاب واجبًا منزليًّا، ويترك لكم البقية لتحلوها عند الاستعداد للاختبارات الشهرية واختبارات نهاية الفصل الدراسي.

تساعدكم الصفحات التي عنوانها (أستعد لدراسة الوحدة) في بداية كل وحدة على مراجعة المفاهيم التي درستموها سابقًا؛ مما يعزز قدرتكم على متابعة التعلم في الوحدة الجديدة بسلاسة ويسر.

يوجد فراغ كافٍ إزاء كل تمرين لكتابة إجابته، وإذا لم يتسع هذا الفراغ لخطوات الحل جميعها فيمكنكم استعمال دفتر إضافي لكتابتها بوضوح.

متمنين لكم تعلمًا ممتعًا وميسّرًا.

المركز الوطني لتطوير المناهج

منهاجي
متعة التعليم الهادف

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدة 1 المُتبايناتُ الخطيَّةُ

الوحدة 2 العلاقاتُ والاقتراناتُ

قائمةُ المحتوياتِ

الوحدة 3 حلُّ المعادلاتِ

الوحدة 4 الهندسةُ الإحداثيَّةُ

الوحدةُ 1: المُتبايناتُ الخطيَّةُ

أختَبِرُ معلوماتي قبلَ البَدءِ بدراسةِ الوَحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي مِنَ الإجابةِ أستعينُ بالمثالِ المحلولِ.

تحويلُ العباراتِ اللفظيَّةِ إلى مُتبايناتٍ (الدرسُ 1)

أكتبُ مُتباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي:

1 عددٌ أصغرُ مِنْ 10

2 عددٌ مطروحٌ مِنْهُ 7 أكبرُ مِنْ 120

3 عددٌ مُضافٌ إليهِ 6 أكبرُ مِنْ 24

4 عددٌ مقسومٌ على 2 لا يزيدُ على 10

مثال: أكتبُ مُتباينةً تمثّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي:

a) خمسةُ أمثالِ عددٍ أقلَّ مِنْ 100

أختارُ متغيِّرًا: لِيَكُنْ x ممثّلًا للعددِ.

أكتبُ مُتباينةً: $5x < 100$

b) عددٌ مُضافٌ إليهِ 6 لا يقلُّ عَنْ 18

أختارُ متغيِّرًا: لِيَكُنْ y ممثّلًا للعددِ.

أكتبُ مُتباينةً: $y + 6 \geq 18$

أتذكّرُ

يبيّنُ الجدولُ الآتي الدّلالاتِ اللفظيّةَ المُختلفةَ لكلٍّ مِنَ الرُّموزِ $\geq, \leq, >, <$

رُموزُ المُتبايناتِ				
الرَّمزُ	$<$	$>$	$\leq$	$\geq$
بالكلماتِ	• أصغرُ مِنْ • يقلُّ عَنْ • أقلُّ مِنْ	• أكبرُ مِنْ • يزيدُ على • أكثرُ مِنْ	• أصغرُ مِنْ أَوْ يُساوي • أقلُّ مِنْ أَوْ يُساوي • على الأكثرِ • لا يزيدُ على	• أكبرُ مِنْ أَوْ يُساوي • أكثرُ مِنْ أَوْ يُساوي • على الأقلِّ • لا يقلُّ عَنْ

الوحدةُ 1: المُتبايناتُ الخطيَّةُ

حلُّ المعادلةِ الخطيةِ بمُتغيّرٍ واحدٍ (الدرسُ 1)

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ:

5) $x + 4 = -2$

6) $8 = y - 2$

7) $-4.5 + u = 6.5$

8) $4\,m = -24$

9) $\frac{n}{5} = -1$

10) $7.5 = \frac{h}{-2}$

11) $2(4x + 1) = 16$

12) $3 - 2b = -5\,(b + 2) - 1$

مثال: أحلُّ المعادلةَ $2(3x + 4) = 4x + 17$

المعادلةُ الأصليةُ $2(3x + 4) = 4x + 17$

خاصّيّةُ التوزيعِ $6x + 8 = 4x + 17$

أطرحُ 8 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ $6x + 8 - 8 = 4x + 17 - 8$

أطرحُ $4x$ مِنْ طرفَيِ المعادلةِ $6x - 4x = 4x - 4x + 9$

أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 2 $\frac{2x}{2} = \frac{9}{2}$

أبسّطُ $x = 4.5$

التعبيرُ عَنْ مسألةٍ حياتيةٍ بمعادلةٍ، ثُمَّ حلُّها (الدرسُ 1)

13) هَلا أصغرُ بـ 7 سنواتٍ مِنْ ريمَ، وسليمٌ عُمْرُهُ يساوي ضعفَ عُمْرِ ريمَ. إذا كانَ مجموعُ عُمْرَيْ هَلا وريمَ مساويًا لعُمْرِ سليمٍ مطروحًا مِنْ 57، فأكتبُ معادلةً، ثمَّ أحلُّها لأجِدَ عُمْرَ كلِّ واحدٍ منْهُمْ.

14) **فَلَكٌ:** يرغبُ علاءٌ في شراءِ تِلسكوبٍ لمراقبةِ النّجومِ ليلًا، فإذا كانَ ثمنُ التِّلسكوبِ JD 92، وكانَ مَعَ علاءٍ JD 32، فأكتبُ معادلةً يمكنُ بحلِّها إيجادُ المبلغِ الّذي يدّخرُهُ علاءٌ شهريًّا؛ ليتمكّنَ مِنْ شراءِ التلسكوبِ خلالَ 4 أشهرٍ، ثمَّ أحلُّها.

الوحدةُ 1: المُتبايناتُ الخطيَّةُ

مِثالٌ: لـدى علـيٍّ 4 علـبٍ مليئـةٍ بالأقـلامِ، وقلمـانِ إضافيّـانِ، ولـدى خالـدٍ علبتـانِ مليئتـانِ بالأقـلامِ وَ 10 أقـلامٍ إضافيّـةٍ. كـمْ قلمًـا فـي العلبـةِ الواحـدةِ إذا كانَ لـدى كلٍّ منْهُمـا العـددُ نفسُـهُ مـنَ الأقـلامِ؟

ليكـنْ عددُ الأقلامِ في كلِّ علبةٍ هوَ x. إذنْ، لدى علـيٍّ $4x+2$ قلمًا، ولدى خالدٍ $2x + 10$ قلمًا، وبِما أنَّ لدى كلٍّ منْ عليٍّ وخالدٍ العددَ نفسَهُ منَ الأقلامِ، فإنَّ $4x + 2 = 2x + 10$

أحلُّ المعادلةَ لأجدَ قيمةَ المتغيّرِ الذي يمثِّلُ عددَ الأقلامِ في كلِّ علبةٍ.

المعادلةُ الأصليّةُ	$4x + 2 = 2x + 10$
أطرحُ $2x$ منْ كِلا الطرفَينِ	$\begin{array}{r} -2x \quad -2x \\ \hline 2x + 2 = 10 \end{array}$
أطرحُ 2 منْ كِلا الطرفَينِ	$\begin{array}{r} -2 \quad -2 \\ \hline 2x = 8 \end{array}$
أقسمُ كِلا الطرفَينِ على 2	$\begin{array}{r} \div 2 \quad \div 2 \\ \hline x = 4 \end{array}$

إذنْ، تحتوي كلُّ علبةٍ على 4 أقلامٍ.

أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ:

أعوِّضُ $x = 4$ في المعادلةِ الأصليةِ	$4(4) + 2 \stackrel{?}{=} 2(4) + 10$
أُبسِّطُ	$16 + 2 \stackrel{?}{=} 8 + 10$
الطرفانِ متساويانِ. إذنْ، الحلُّ صحيحٌ	$18 = 18$ ✓

حلُّ المُتبايناتِ الخطيّةِ (الدرسُ 1)

أَحُلُّ كلَّ مُتباينةٍ ممّا يأتي، وأمثّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ:

15) $y + 5 < 11$

16) $-1 \geq 3 + b$

17) $-4x \leq 12$

18) $144 < 12d$

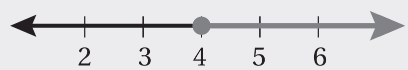
19) $3x - 2 < 13$

20) $x - 4 - 7x > 1 - 6x$

مِثالٌ: أَحُلُّ المُتبايِنةَ: $6x - 5 \geq 2x + 11$، وأُمثِّلُ الحلَّ على خطِّ الأعدادِ:

المُتبايِنةُ الأصليَّةُ	$6x - 5 \geq 2x + 11$
بجمعِ 5 لطرفَيِ المُتبايِنةِ	$6x - 5 + 5 \geq 2x + 11 + 5$
بطرحِ $2x$ مِنْ طرفَيِ المُتبايِنةِ	$6x - 2x \geq 2x - 2x + 16$
بقسمةِ طرفَيِ المُتبايِنةِ على 4	$\frac{4x}{4} \geq \frac{16}{4}$
بالتبسيطِ	$x \geq 4$

إذنْ، الحلُّ هُوَ $x \geq 4$، وتمثيلُهُ على خطِّ الأعدادِ على النَّحوِ الآتي:



القيمةُ المطلقةُ (الدرسُ 3)

أجدُ قيمةَ كُلٍّ منَ المقاديرِ الآتيةِ:

21) $|17|$

22) $|-32| - 10$

23) $4 + |12|$

24) $3 + |-7|$

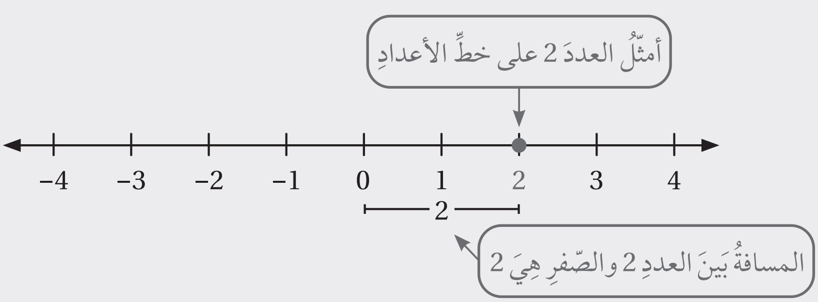
25) $|-8| + |-22|$

26) $|-9| - 2$

مِثالٌ: أجدُ القيمةَ المطلَقةَ لكلِّ عددٍ ممّا يأتي:

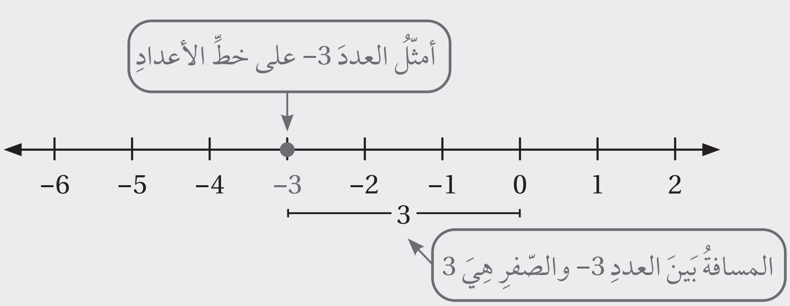
a) العددُ 2

بِما أنَّ المسافةَ بَينَ العددِ 2 والصّفرِ هِيَ 2، فإنَّ $|2| = 2$.



b) العددُ -3

بِما أنَّ المسافةَ بَينَ العددِ -3 والصّفرِ هِيَ 3، فإنَّ $|-3| = 3$.



تمثيلُ المُعادلاتِ الخطيَّةِ بمُتغيِّرَينِ بيانيًّا (الدرسُ 4)

أمثّلُ كلَّ مُعادلةٍ ممّا يأتي بيانيًّا باستعمالِ المقطعِ x والمقطعِ y:

27) $y = -1$

28) $y - x = 8$

29) $3x + 2y = 15$

30) $x = 4$

مِثالٌ: أمثّلُ المُعادلةَ $3x - 2y = 6$ بيانيًّا باستعمالِ المقطعِ x والمقطعِ y:

الخطوةُ 1 أجدُ المقطعَ x والمقطعَ y.

لإيجادِ المقطعِ x ، أعوّضُ $y = 0$، ثمَّ أَحُلُّ المُعادلةَ الناتجةَ لِأجِدَ قيمةَ x.

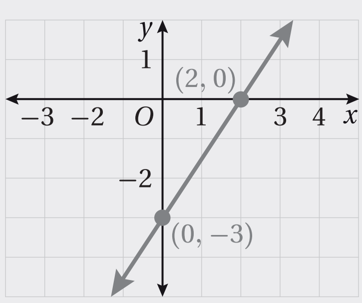
المُعادلةُ الأصليَّةُ	$3x - 2y = 6$
بتعويضِ $y = 0$	$3x - 2(0) = 6$
بِقسمَةِ كِلا الطرفَينِ على 3	$\frac{3x}{3} = \frac{6}{3}$
بالتبسيطِ	$x = 2$

ولإيجادِ المقطعِ y ، أعوّضُ $x = 0$، ثمَّ أَحُلُّ المُعادلةَ الناتجةَ

المُعادلةُ الأصليَّةُ	$3x - 2y = 6$
بتعويضِ $x = 0$	$3(0) - 2y = 6$
بِقسمَةِ كِلا الطرفَينِ على -2	$\frac{-2y}{-2} = \frac{6}{-2}$
بالتبسيطِ	$y = -3$

إذنْ، المقطعُ x هُوَ 2، والمقطعُ y هُوَ -3

الخطوةُ 2 أمثّلُ نقطتَي تقاطعِ المُستقيمِ معَ المحورَينِ الإحداثيَّينِ في المُستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يصلُ بينَ النقطتَيْنِ.



بِما أنَّ المقطعَ x هُوَ 2، فإنَّ المستقيمَ يقطعُ المحورَ x في النُّقطةِ $(2, 0)$، وَبِما أنَّ المقطعَ y هُوَ -3، فإنَّ المستقيمَ يقطعُ المحورَ y في النُّقطةِ $(0, -3)$. أمثّلُ النقطتينِ في المُستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسمُ مستقيمًا يصلُ بينَهُما.

الدرسُ 1

المجموعاتُ والفتراتُ
Sets and Intervals

أعبّرُ عَنْ كُلٍّ مِنَ المجموعاتِ الآتيةِ، باستعمالِ طريقةِ سردِ العناصرِ، وَطريقةِ الصّفةِ المُميِّزةِ:

1. مجموعةُ الأعدادِ الكُلّيّةِ الَّتي تقلُّ عَنْ 17
2. مجموعةُ مُضاعفاتِ العددِ 10 الَّتي تقلُّ عَنْ 12
3. مجموعةُ حلِّ المُعادلةِ $7x + 28 = 0$
4. مجموعةُ الأعدادِ الكُلّيّةِ الَّتي تزيدُ على 200
5. مجموعةُ الأعدادِ الصَّحيحةِ الَّتي تقلُّ عَنْ $-\frac{1}{2}$
6. مجموعةُ الأعدادِ الصَّحيحةِ السالبةِ.

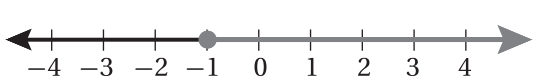
أكتبُ مجموعةَ حلِّ كلِّ مُتباينةٍ ممّا يأتي باستعمالِ الصِّفة المُميِّزةِ:

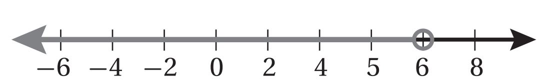
7. $6z - 15 > 4z + 11$
8. $3y + 6 < 2y - 8$
9. $\frac{x}{2} + 4 < 7$
10. $3(x - 2) \geq 15$
11. $-5 \leq 4x + 7$
12. $5x - 7 > 3x + 4$

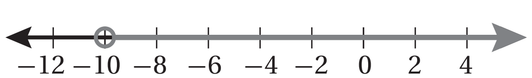
أكتبُ كلَّ مجموعةٍ ممّا يأتي بطريقةِ سردِ العناصرِ، ثمَّ أحدّدُ ما إذا كانتْ خاليةً، أمْ مفردةً، أمْ منتهيةً، أمْ غيرَ منتهيةٍ:

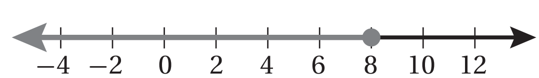
13. $A = \{x \mid x \in Z, x < 5\}$
14. $B = \{x \mid 5x - 1 = 0\}$
15. $C = \{x \mid x < 7, x \in W\}$
16. $D = \{x \mid x = k-1, k \in W, k < 11\}$
17. $E = \{x \mid x = 8k, k \in W, x > 20\}$
18. $T = \{x \mid x = 2k, k \in Z, x > 10\}$

أكتبُ المُتباينةَ الممثَّلَةَ على خطِّ الأعدادِ في كلٍّ ممّا يأتي، ثمَّ أعبّرُ عنها باستعمالِ رمزِ الفترةِ:

19. 

20. 

21. 

22. 

أكتبُ كلَّ مُتباينةٍ ممّا يأتي باستعمالِ رمزِ الفترةِ، ثمَّ أمثّلُها على خطِّ الأعدادِ:

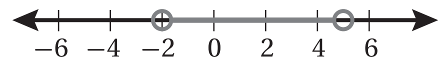
23. $x < 15$
24. $x > -5$
25. $x \leq -10$
26. $x \geq 30$

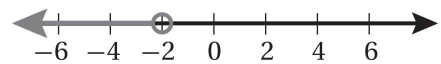
الدرسُ 2

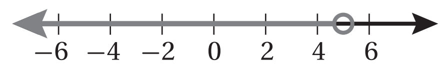
حلُّ المُتبايناتِ المُركَّبةِ
Solving Compound Inequalities

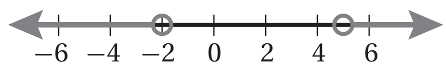
أَصِلُ المُتباينةَ بتمثيلِها على خطِّ الأعدادِ في كلٍّ ممّا يأتي:

1. $x < -2$ or $x > 5$
2. $-2 < x < 5$
3. $x < -2$ or $x < 5$
4. $x < -2$ and $x < 5$









أكتبُ مُتباينةً تمثِّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أمثّلُها على خطِّ الأعدادِ:

5. عددٌ يقعُ بينَ -5 و 7

6. ناتجُ 4 معَ ثلاثةِ أمثالِ عددٍ يقعُ بينَ -8 و 10

7. نصفُ عددٍ أكبرُ مِنْ 0 وأقلُّ مِنْ أوْ يُساوي 1

8. عددٌ على الأقلِّ 2 وعلى الأكثرِ 9

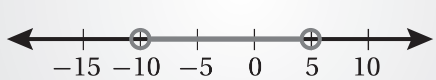
أَجِدُ مجموعةَ حلِّ كلِّ مُتباينةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أمثّلُها على خطِّ الأعدادِ:

9. $3b - 1 < 7$ or $4b + 1 > 9$
10. $4 + k > 3$ or $6k < -30$
11. $7 - 3c \geq 1$ or $5c + 2 \geq 17$
12. $6 - a < 1$ or $3a \leq 12$
13. $7 \leq 3 - 2p < 11$
14. $1.5 < w + 3 < 6.5$
15. $-6 \leq 3x + 9 < 21$
16. $-9 < -2s - 1 \leq -7$

17. **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في حلِّ المُتباينةِ المُركَّبةِ الآتيةِ، وأصحّحُهُ:

$x - 2 > 3$ or $x + 8 < -2$

$x > 5$ $\qquad$ $x < -10$



الدرسُ 3

حلُّ مُعادلاتِ القيمةِ المطلقةِ ومُتبايناتِها

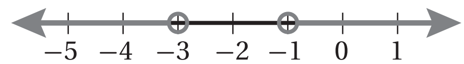
Solving Absolute-Value Equations and Inequalities

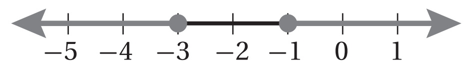
أَصِلُ المُتباينةَ بتمثيلِها على خطِّ الأعدادِ في كلٍّ ممّا يأتي:

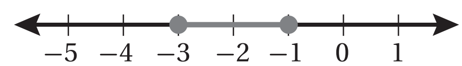
1 $|x + 2| \geq 1$

2 $|x + 2| \leq 1$

3 $|x + 2| > 1$







أكتبُ مُتباينةً تمثِّلُ كلَّ جملةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أمثّلُها على خطِّ الأعدادِ:

4 المسافةُ بينَ عددٍ و2 على الأكثرِ 13

5 المسافةُ بينَ عددٍ والصِّفرِ على الأقلِّ 6

6 أصنّفُ المُعادلاتِ أدناهُ دونَ حَلِّها إلى واحدةٍ مِنَ الفئاتِ الآتيةِ:

لها حَلّانِ	لها حَلٌّ واحدٌ	ليسَ لها حَلٌّ

$|x+8| + 2 = 7$ $\quad$ $|x+3| - 1 = 0$ $\quad$ $|x-2| + 6 = 0$

$|x+5| - 8 = -8$ $\quad$ $|x-6| - 5 = -9$ $\quad$ $|x-1| + 4 = 4$

أَحُلُّ كلًّا مِنَ المُعادلاتِ والمُتبايناتِ الآتيةِ:

7 $|x - 8| = 5$

8 $2|x+3|=8$

9 $|5x - 8| + 14 = 12$

10 $|8- (x - 1)| \leq 9$

11 $\left|\frac{2-3x}{5}\right| \geq 2$

12 $|x - 6| + 4 > 1$

13 **أكتشفُ الخطأَ:** أكتشفُ الخطأَ في حلِّ مُعادلةِ القيمةِ المُطلقةِ الآتيةِ، وأصحّحُهُ:

$$|2x - 1| = -9$$

$$2x - 1 = -9 \quad \text{or} \quad 2x - 1 = -(-9)$$

$$2x = -8 \qquad\qquad 2x = 10$$

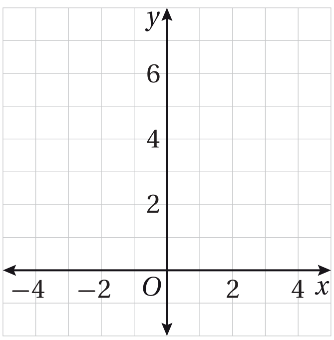
$$x = -4 \qquad\qquad x = 5$$

الدرسُ 4

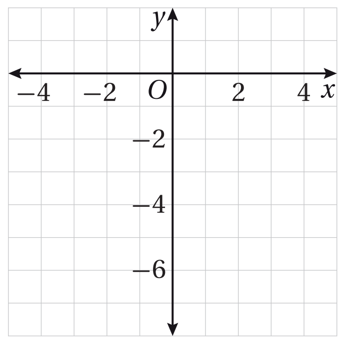
تمثيلُ المُتبايناتِ الخطيَّةِ بمُتغيِّرَينِ بيانيًّا
Graphing Linear Inequalities in Two Variables

أمثّلُ كلًّا مِنَ المُتبايناتِ الآتيةِ في المُستوى الإحداثيِّ:

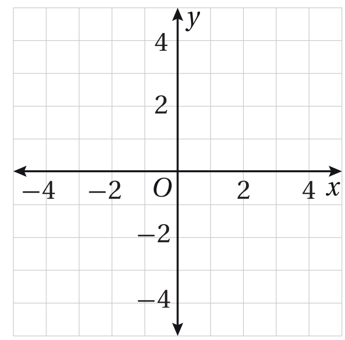
1 $y > x + 5$



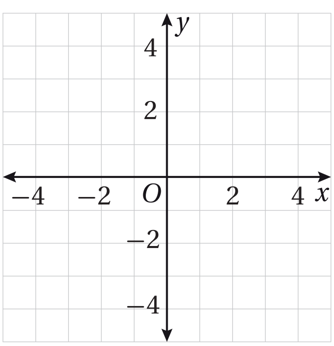
2 $y \leq -\frac{1}{2}x + 1$



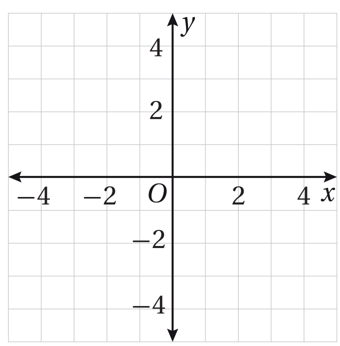
3 $y \geq -x - 5$



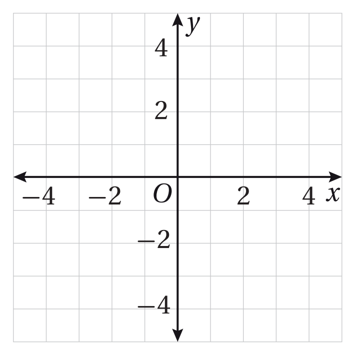
4 $y < 4$



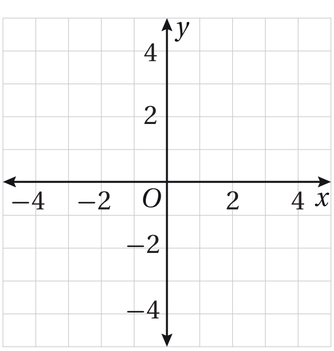
5 $x > 3$



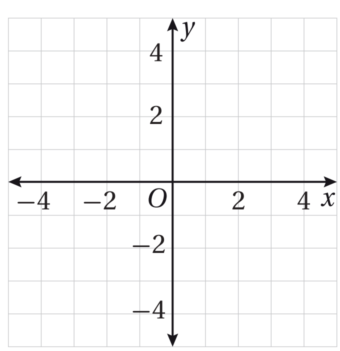
6 $x \leq -1$



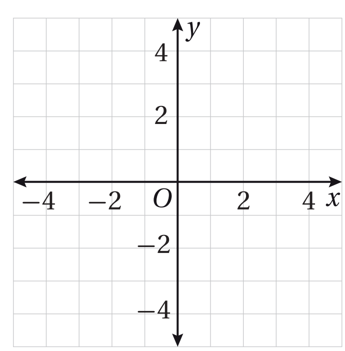
7 $3y > 6 + 2x$



8 $y \geq -x + 1$



9 $x + 2y < 4$



تمثيلُ المُتبايناتِ الخطيَّةِ بمُتغيِّرَينِ بيانيًّا يتبع

Graphing Linear Inequalities in Two Variables

أحدّدُ إذا كانَ الزوجُ المرتَّبُ يمثِّلُ حلًّا للمُتباينةِ أمْ لا في كلٍّ ممّا يأتي:

10) $x + y < 7, (2, 11)$

11) $x < 3y, (-9, 2)$

12) $-4x - 8y \leq 15, (-6, 3)$

13) $-x - 6y > 12, (-1, 3)$

14) $5x + 7y \leq 10, (-1, 2)$

15) $8x + y > -6, (0, -8)$

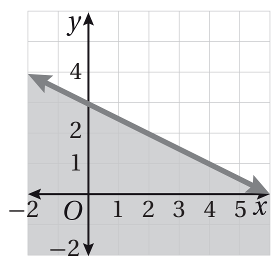
أَصِلُ المُتباينةَ بتمثيلِها البيانيِّ في كلٍّ ممّا يأتي:

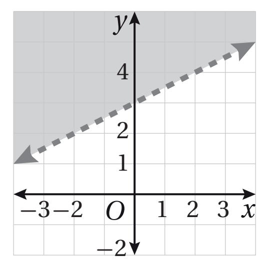
16) $2y + x \leq 6$

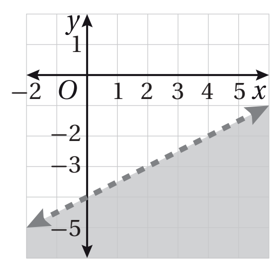
17) $\frac{1}{2}x - y > 4$

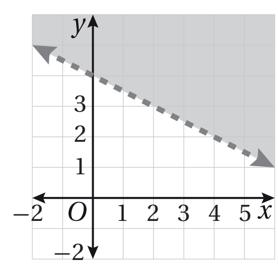
18) $y > 3 + \frac{1}{2}x$

19) $4y + 2x > 16$

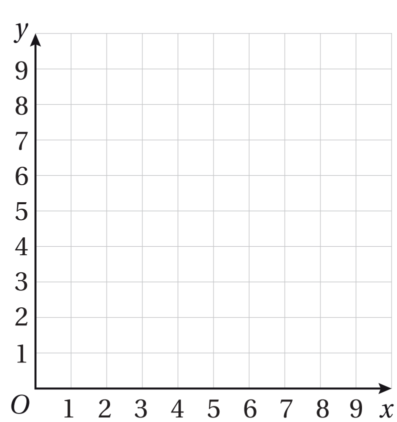








20) يبيعُ متجرٌ على شبكةِ الإنترنتِ كاميراتٍ رقميّةً وهواتفَ محمولةً. إذا كانَ المتجرُ يقدِّمُ خصمًا مقدارُهُ JD 5 عنْ كلِّ كاميرا يبيعُها، وَ JD 10 عنْ كلِّ هاتفٍ يبيعُهُ، وكانَ يرغبُ في تقديمِ خصمٍ مقدارُهُ JD 30 على الأكثرِ على مبيعاتِهِ مِنَ الكاميراتِ والهواتفِ، فإذا باعَ x منَ الكاميراتِ، و y منَ الهواتفِ، أكتبُ مُتباينةً خطيّةً بمُتغيّرَينِ تمثّلُ عددَ الكاميراتِ والهواتفِ الَّتي يجبُ عليهِ بيعُها لتحقيقِ هدفِهِ، ثمَّ أمثّلُها في المُستوى الإحداثيِّ المجاورِ.



أختَبِرُ معلوماتي قبلَ البَدءِ بدراسةِ الوَحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي مِنَ الإجابةِ أستعينُ بالمثالِ المحلولِ.

تمثيلُ الاقترانِ الخطيِّ بيانيًّا (الدرسُ 1)

أمثّلُ كلَّ اقترانٍ ممّا يأتي بيانيًّا:

1) $y = x + 4$

2) $y = 3x - 1$

3) $3y = 9 - 6x$

4) $5x - 2y = 10$

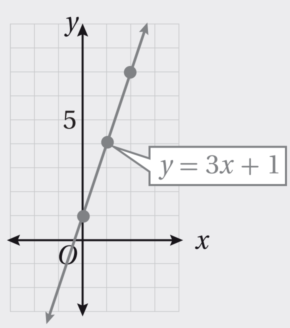
مِثالٌ: أمثّلُ الاقترانَ $y = 3x + 1$ بيانيًّا.

الخطوةُ 1 أختارُ بعضَ قِيَمِ المُدخَلاتِ (قِيَم x)، ولْتَكُنْ: $-1, 0, 1, 2$

الخطوةُ 2 أُنشِئُ جدولًا لإيجادِ قِيَمِ المُخرَجاتِ المقابلةِ لهذهِ المُدخَلاتِ:

x	$3x + 1$	y	(x, y)
-1	$3(-1) + 1$	-2	$(-1, -2)$
0	$3(0) + 1$	1	$(0, 1)$
1	$3(1) + 1$	4	$(1, 4)$
2	$3(2) + 1$	7	$(2, 7)$

الخطوةُ 3 أمثّلُ الأزواجَ المرتَّبةَ في المُســتوى الإحداثيِّ، ثمَّ أرسُمُ مُستقيمًا يَمُرُّ بها جميعًا.



إيجادُ قيمةِ مقدارٍ جبريٍّ عندَ قيمةٍ معطاةٍ (الدرسُ 1)

أجدُ قيمةَ كلٍّ مِنَ المقاديرِ الجبريةِ الآتيةِ عندَ القيمةِ المعطاةِ:

5) $y^2 + (4 - 2y), y = 5$

6) $8d - d^2 + 1, d = 3$

7) $(2b - b^2) - d \div 4, b = 6, d = 8$

8) $12 \times d \div d^2 - 1, d = -6$

9) $(3n + n^2) + 12 \div m, n = 5, m = 4$

10) $(3n - 1)^2 + 12 - m, n = 2, m = -1$

مِثالٌ: أجدُ قيمةَ كلٍّ منَ المقاديرِ الآتيةِ:

a) $x^2 - (8 + x),\ x = 5$

$5^2 - (8 + 5) = 5^2 - 13$ أعوِّضُ $x = 5$، ثمَّ أجدُ قيمةَ ما داخلَ القوسِ

$= 25 - 13$ أجدُ المقدارَ الأُسّيَّ

$= 12$ أطرحُ

b) $y^2 + 4y,\ y = -6$

$(-6)^2 + 4 \times (-6) = 36 + (-24)$ أعوِّضُ $y = -6$، ثمَّ أجدُ قيمةَ القوَّةِ، ثمَّ أضربُ

$= 36 - 24$

$= 12$ أطرحُ

c) $(p^2 - 4p) - 5 \div d,\ p = 3, d = -1$

$(3^2 - 4 \times 3) - 5 \div (-1) = (9 - 12) - 5 \div (-1)$ أعوِّضُ قيمتَيْ $d = -1$ وَ $p = 3$، ثمَّ أجدُ قيمةَ الأُسِّ، ثمَّ قيمةَ الضربِ داخلَ القوسِ

$= (-3) - 5 \div (-1)$ أجدُ ما داخلَ القوسِ

$= (-3) - (-5)$ أقسمُ

$= -3 + 5 = 2$ أطرحُ، ثمَّ أجمعُ

إيجادُ مَيلِ الخطِّ المستقيمِ المارِّ بنقطتَينِ (الدرسُ 2)

أجدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتَينِ ممّا يأتي:

11) $(3, 3), (5, 7)$

12) $(6, 1), (4, 3)$

13) $(-2, -6), (-2, 6)$

14) $(5, -7), (0, -7)$

15) $(-1, 0), (0, -5)$

16) $(4, 1), (12, 8)$

17) $(-1, 2), (3, 5)$

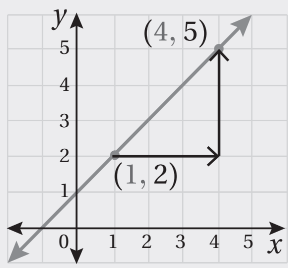
18) $(-1, -2), (-4, 1)$

19) $(1, 2), (-3, 2)$

20) $(1, 5), (1, -4)$

مِثالٌ: أجدُ ميلَ المستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتَينِ ممّا يأتي:

a) (1, 2), (4, 5)



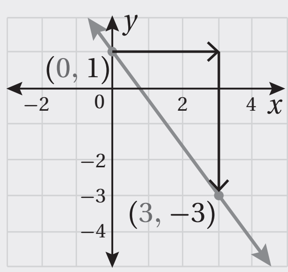
صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(1, 2)$ وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(4, 5)$ $= \dfrac{5-2}{4-1}$

أُبسِّطُ $= \dfrac{3}{3} = 1$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو 1

b) (1, 2), (4, 5)



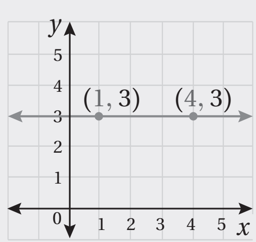
صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(0, 1)$ وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(3, -3)$ $= \dfrac{-3-1}{3-0}$

أُبسِّطُ $= -\dfrac{4}{3}$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو $-\dfrac{4}{3}$

c) (1, 3), (4, 3)



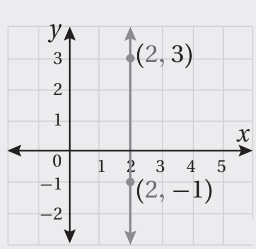
صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(1, 3)$ وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(4, 3)$ $= \dfrac{3-3}{4-1}$

أُبسِّطُ $= \dfrac{0}{3} = 0$

إذنْ، مَيلُ المستقيمِ هو 0

d) (2, 3), (2, −1)



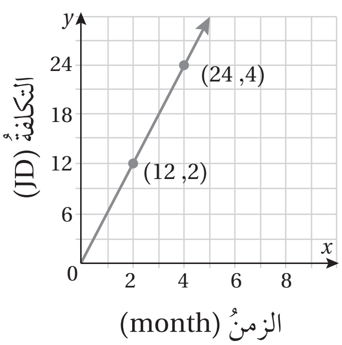
صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عنْ (x_1, y_1) بِـ $(1, 3)$ وعنْ (x_2, y_2) بِـ $(2, -1)$ $= \dfrac{-1-3}{2-2}$

أُبسِّطُ $= \dfrac{-4}{0}$

إذنْ، ميلُ هذا المستقيمِ غيرُ مُعرَّفٍ.

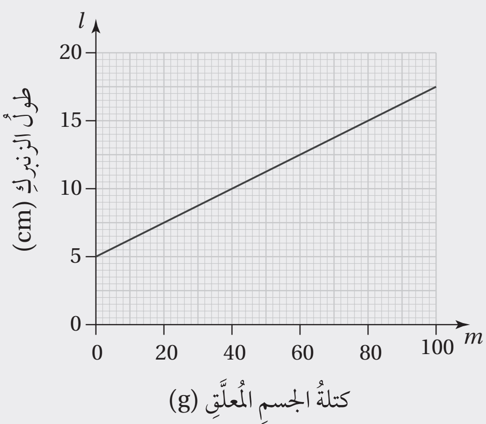
تفسيرُ التمثيلاتِ البيانيةِ (الدرسُ 2)



يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ متوسطَ تكلفةِ تشغيلِ ثلاجةٍ (بالدينارِ) أشهرًا عدةً.

21 أجدُ تكلفةَ تشغيلِ الثلاجةِ مدةَ 3 أشهرٍ.

22 أجدُ معدّلَ تغيّرِ تكلفةِ تشغيلِ الثلاجةِ بالنسبةِ إلى الزمنِ، ثمَّ أوضّحُ ماذا يمثّلُ.

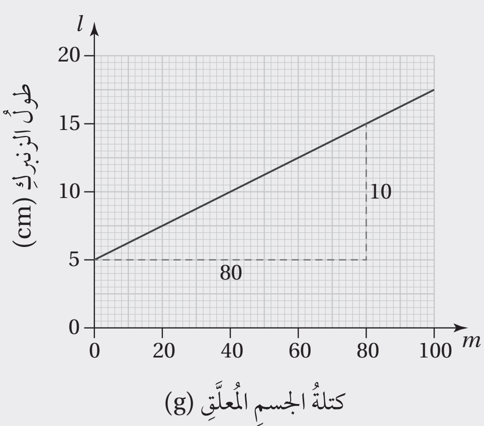


مثالٌ: **يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ طولَ زنبركٍ l بالسنتيمتراتِ، عندَ تعليقِ جسمٍ كتلتُه m غرام بهِ.**

a) أجدُ طولَ الزنبركِ قبلَ تعليقِ أيِّ كتلةٍ بهِ.

طولُ الزنبركِ قبلَ تعليقِ أيِّ كتلةٍ بهِ 5 cm، وهي القيمةُ التي تقابلُ الكتلةَ 0 g في التمثيلِ.

b) أجدُ معدّلَ تغيرِ طولِ الزنبركِ بالنسبةِ إلى كتلتِه، ثمَّ أبيّنُ ماذا يمثّلُ.



لإيجادِ معدلِ التغيّرِ أجدُ ميلَ المستقيمِ الذي يمثّلُ العَلاقةَ بينَ الكتلةِ وطولِ الزنبركِ.

أستعملُ النقطتينِ (0, 5) و (80, 15) لإيجادِ ميلِ المستقيمِ.

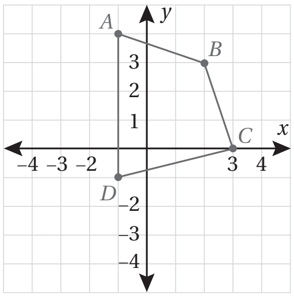
صيغةُ الميلِ $m = \dfrac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

أعوّضُ عن (x_1, y_1) بـِ $(0, 5)$ وعن (x_2, y_2) بـِ $(80, 15)$: $= \dfrac{15-5}{80-0}$

أُبسِّطُ $= \dfrac{10}{80} = \dfrac{1}{8}$

إذنْ، ميلُ المستقيمِ هو $\frac{1}{8}$، وهو يمثلُ معدّلَ التغيُّرِ في طولِ الزنبركِ لكلِّ غرامٍ منَ الكتلةِ، حيث إنَّ طولَ الزنبركِ يزدادُ بمقدارِ $\frac{1}{8}$ cm لكلِّ غرامٍ يُضافُ إليه.

إيجادُ صورةِ شكلٍ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ الانسحابِ (الدرسُ 4)



23 أنسخُ الشّكلَ المجاورَ على ورقةِ مربّعاتٍ، ثُمَّ أجدُ إحداثياتِ رؤوسِهِ تحتَ تأثيرِ انسحابٍ مقدارُهُ وَحدتانِ إلى اليسارِ، و4 وَحداتٍ إلى الأسفلِ.

24 أرسمُ المربّعَ الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ: $A(0, 0), B(2, 0), C(2, 2), D(0, 2)$، في المستوى الإحداثيِّ، ثُمَّ أجدُ إحداثياتِ رؤوسِهِ تحتَ تأثيرِ الانسحابِ 5 وَحداتٍ إلى اليمينِ، ووَحدتانِ إلى الأعلى.

مثالٌ: **أرسمُ ΔABC الّذي إحداثياتُ رؤوسِهِ $A(-2, 4), B(0, 1), C(3, 2)$، ثُمَّ أجدُ إحداثياتِ رؤوسِهِ تحتَ تأثيرِ انسحابٍ 4 وَحداتٍ إلى اليمينِ، و3 وَحداتٍ إلى الأعلى.**

الخطوةُ 1 أكتبُ إحداثياتِ الرؤوسِ.

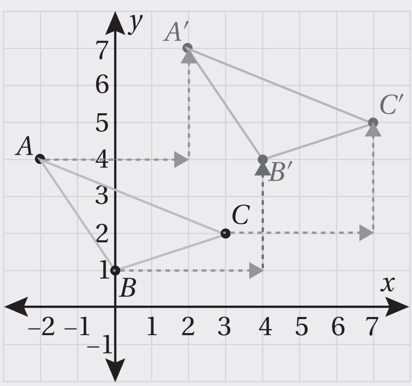
$(x, y) \longrightarrow (x+4, y+3)$

$A(-2, 4) \longrightarrow A'(2, 7)$

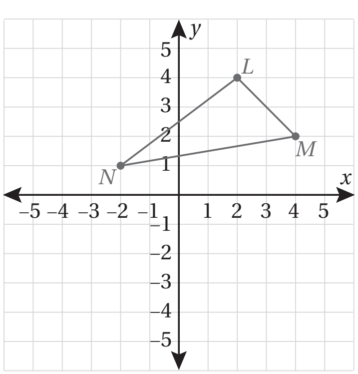
$B(0, 1) \longrightarrow B'(4, 4)$

$C(3, 2) \longrightarrow C'(7, 5)$

الخطوةُ 2 أرسمُ الشكلَ و صورتَهُ.



إيجادُ صورةِ شكلٍ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ انعكاسٍ حولَ المحورِ x (الدرسُ 4)



25 أرسمُ صورةَ الشّكلِ بالانعكاسِ حولَ المحورِ x، ثُمَّ أحدّدُ إحداثياتِ رؤوسِها:

26 ABC مثلّثٌ إحداثياتُ رؤوسِهِ: $A(-4, -3), B(-4, -1), C(-1, -1)$.
أكتبُ إحداثياتِ صُوَرِ رؤوسِهِ بالانعكاسِ حولَ المحورِ y ، ثُمَّ أرسمُ المثلّثَ وصورتَهُ.

مِثالٌ: $LMNK$ شـكلٌ رباعيٌّ إحداثياتُ رؤوسِـهِ هِيَ: $L(5, 5), M(6, 2), N(3, 1), K(2, 5)$. أكتبُ إحداثياتِ صُوَرِ رؤوسِهِ بالانعكاسِ حولَ المحورِ x، ثُمَّ أرسمُ الشّكلَ وصورتَهُ.

الخطـوةُ 1 أكتبُ إحداثياتِ الرؤوسِ.

$(x, y) \longrightarrow (x, -y)$

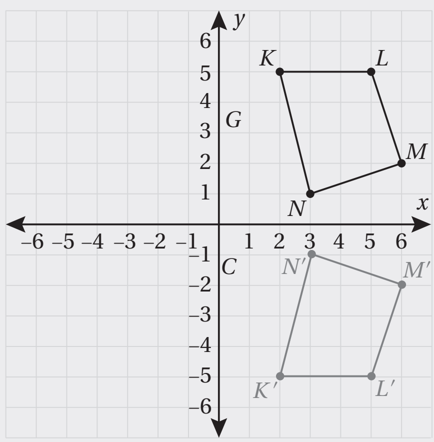
$L(5, 5) \longrightarrow L'(5, -5)$

$M(6, 2) \longrightarrow M'(6, -2)$

$N(3, 1) \longrightarrow N'(3, -1)$

$K(2, 5) \longrightarrow K'(2, -5)$

الخطـوةُ 2 أرسمُ الشكلَ وصورتَهُ.



إذنْ، إحداثياتُ صُوَرِ الرّؤوسِ هِيَ: $L'(5, -5), M'(6, -2), N'(3, -1), K'(2, -5)$

• **إيجادُ صورةِ شكلٍ في المستوى الإحداثيِّ تحتَ تأثيرِ انعكاسٍ حولَ المحورِ y** (الدرسُ 4)

أكتبُ إحداثياتِ صُوَرِ رؤوسِ كلِّ شكلٍ ممّا يأتي بالانعكاسِ حولَ المحورِ y، ثُمَّ أمثّلُ الشّكلَ وصورتَهُ:

28) $W(2, -1), X(5, -2), Y(5, -5), Z(2, -4)$

27) $Q(-4, 2), R(-2, 4), S(-1, 1)$

مِثالٌ: $PQRSTV$ شكلٌ سداسيٌّ إحداثياتُ رؤوسِهِ هِيَ: $P(0, 0), Q(-2, 0), R(-1, 3), S(-4, 3), R(-2, 5), V(0, 5)$.
أجدُ إحداثياتِ رؤوسِ الصّورة، ثُمَّ أمثّلُ تصميمَ الشّكلِ السداسيِّ وصورتَهُ في المستوى الإحداثيِّ.

أعملُ انعكاسًا للأزواجِ المرتّبةِ الّتي تمثّلُ رؤوسَ الشّكلِ السداسيِّ حولَ المحورِ y عكسَ إشارةِ الإحداثيِّ x لكلٍّ مِنْها:

$(x, y) \longrightarrow (-x, y)$

$P(0, 0) \longrightarrow P'(0, 0)$

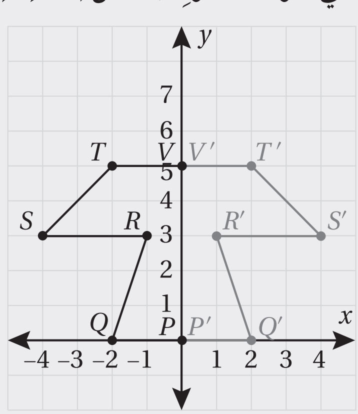
$Q(-2, 0) \longrightarrow Q'(2, 0)$

$R(-1, 3) \longrightarrow R'(1, 3)$

$S(-4, 3) \longrightarrow S'(4, 3)$

$T(-2, 5) \longrightarrow T'(2, 5)$

$V(0, 5) \longrightarrow V'(0, 5)$



أيْ إنَّ إحداثياتِ الصّورةِ بالانعكاسِ حولَ المحورِ y هِيَ: $P'(0, 0), Q'(2, 0), R'(1, 3), S'(4, 3), T'(2, 5), V'(0, 5)$

الدرسُ 1

الاقتراناتُ
Functions

أحدّدُ المجالَ وَالمَدى لكلِّ علاقةٍ ممّا يأتي، ثمَّ أحدّدُ ما إذا كانتْ تمثّلُ اقترانًا أمْ لا:

1 $\{(13, 5), (-4, 12), (6, 0), (13, 10)\}$

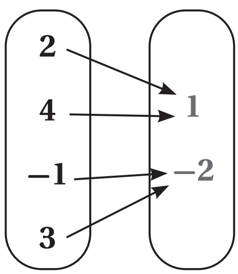
2 $\{(9.2, 7), (9.4, 11), (9.5, 9.5), (9.8, 8)\}$

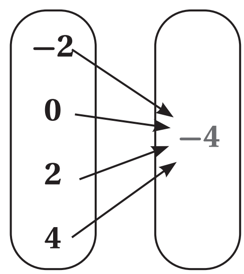
3

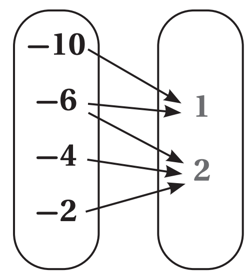
x	-3	-1	0	1	2
y	3	-4	5	-2	3

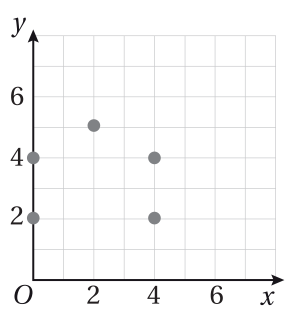
4

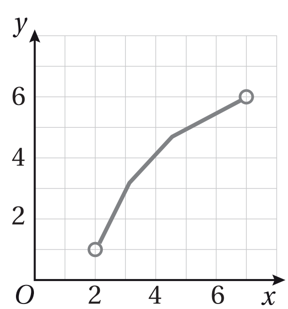
x	5	2	-7	2	5
y	4	8	9	12	14

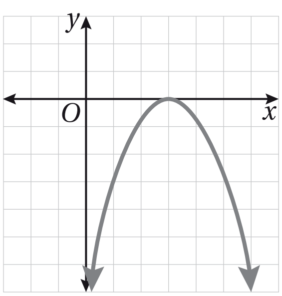
5


6


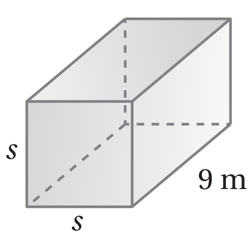
7


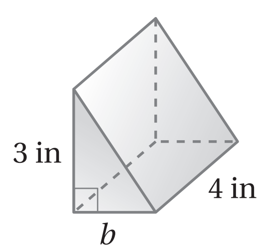
8


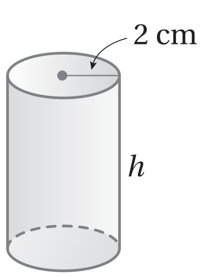
9


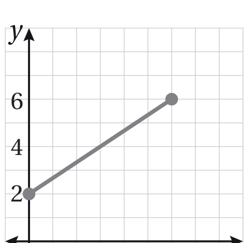
10


أكتبُ اقترانًا يمثّلُ حجمَ كلٍّ مِنَ الأشكالِ بدلالةِ البُعدِ المفقودِ، ثمَّ أحدّدُ ما إذا كانَ الاقترانُ خطيًّا أمْ لا:

11


12


13




14 **أكتشِفُ الخطأَ:** يقولُ زيادٌ: يمثّلُ التّمثيلُ البيانيُّ المُجاورُ اقترانًا مُنفصِلًا؛ لأنَّهُ بدأَ بنقطةٍ وانتهى بنقطةٍ. أكتشِفُ خطأَ زيادٍ، وأصحّحُهُ.

تفسيرُ التمثيلاتِ البيانيَّةِ للعلاقاتِ
Analyzing Graphs of a Relation

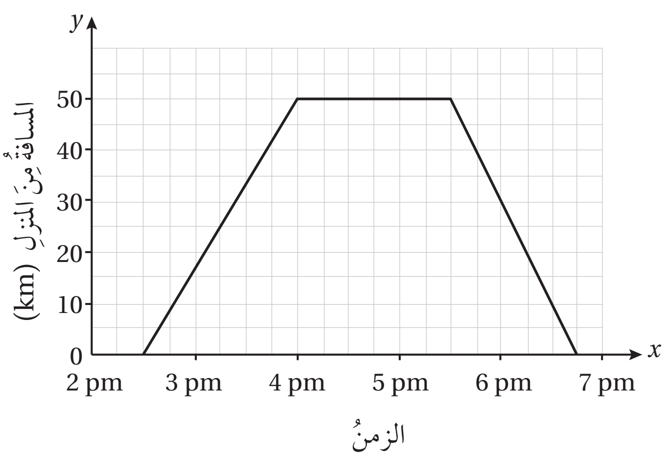
يبيّنُ الجدولُ المجاورُ طولَ سالمٍ مِنْ عُمرِ 12 سنةً إلى عُمرِ 20 سنةً:

العُمرُ (عامٌ)	12	14	16	18	20
الطولُ (cm)	152	162	168	170	170

1 أمثلُ البياناتِ الّتي في الجدولِ بيانيًّا.

2 في أيِّ سنتَينِ كانتْ زيادةُ طولِ سالمٍ أسرعَ؟ أبرّرُ إجابتي.

3 ماذا يعني الجزءُ الأفقيُّ مِنَ التمثيلِ البيانيِّ؟

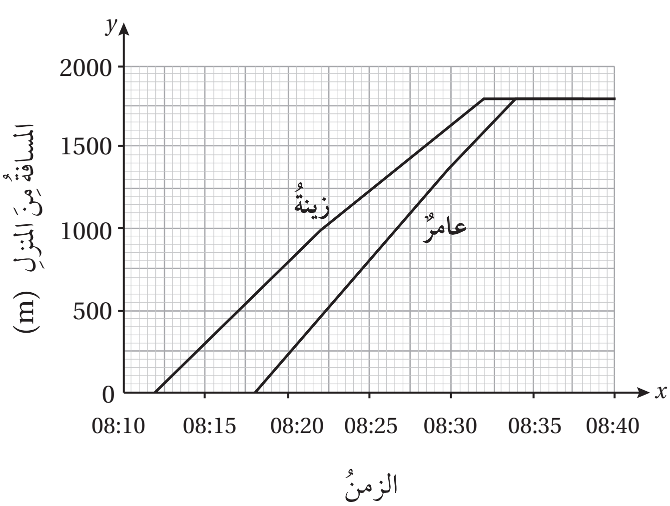


يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ رحلةَ هشامٍ مِنْ منزلِهِ لزيارةِ أختِهِ سمرَ ثُمَّ عودتِهِ إلى المنزلِ:

4 كَمْ كيلومترًا يبعدُ منزلُ هشامٍ عَنْ منزلِ سمرَ؟

5 في أيِّ ساعةٍ وصلَ هشامٌ إلى منزلِ سمرَ؟ وفي أيِّ ساعةٍ غادرَ؟

6 أجدُ سرعةَ هشامٍ في طريقِ عودتِهِ إلى المنزلِ.



يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ رحلةَ الأخوَينِ زينةَ وعامرٍ مِنْ منزلِهِما إلى المدرسةِ:

7 كَمْ دقيقةً تحتاجُ زينةُ للوصولِ مِنْ منزلِها إلى المدرسةِ؟

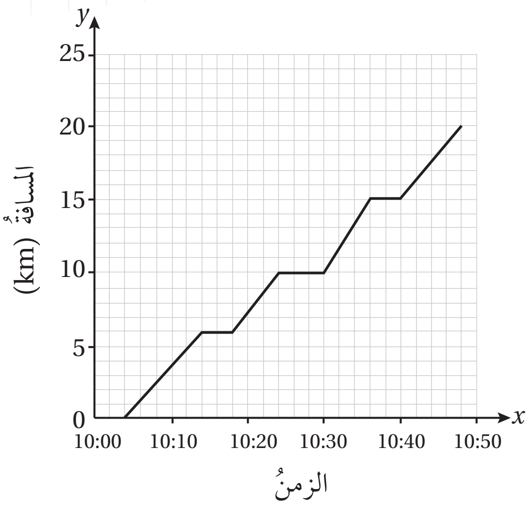
8 هلْ غادرَ كلٌّ مِنْ عامرٍ وزينةَ المنزلَ في الوقتِ نفسِهِ؟ أبرّرُ إجابتي.

9 ما المسافةُ بَيْنَ زينةَ والمنزلِ الساعةَ 8:20؟

10 ما بُعدُ عامرٍ عَنِ المدرسةِ في اللحظةِ الّتي وصلَتْ فيها زينةُ إلى المدرسةِ؟

تفسيرُ التمثيلاتِ البيانيَّةِ للعلاقاتِ
Analyze Graphs of a Relation

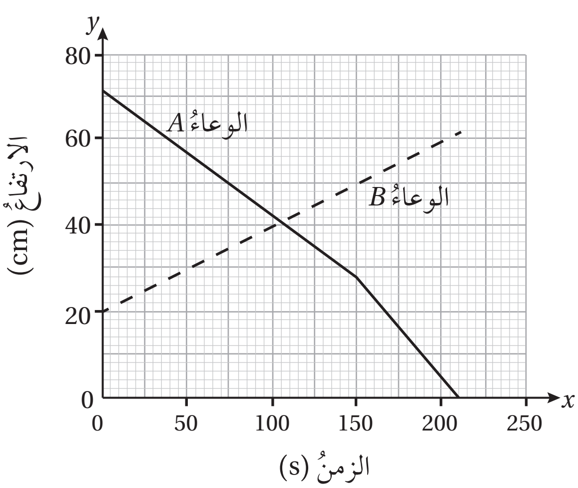
يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ رحلةَ حافلةٍ مسافةَ 20 km :



11 كَمْ مرةً توقفَتِ الحافلةُ في أثناءِ رحلتِها؟ أبرّرُ إجابتي.

12 في أيِّ فترةٍ زمنيةٍ كانَتْ سرعةُ الحافلةِ أكبرَ؟

يبيّنُ التمثيلُ البيانيُّ المجاورُ ارتفاعَ الماءِ في الوعاءَينِ A وَ B، حيثُ يتدفقُ الماءُ مِنَ الوعاءِ A إلى الوعاءِ B :



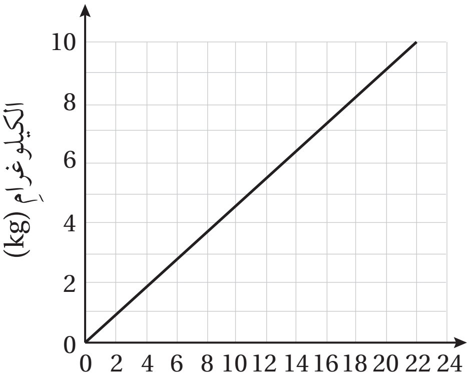
13 أجدُ ارتفاعَ الماءِ الابتدائيَّ في الوعاءَينِ.

14 أجدُ مقدارَ النقصانِ في ارتفاعِ الماءِ في الوعاءِ A خلالَ أولِ دقيقةٍ.

15 كَمْ مِنَ الوقتِ استغرقَ ارتفاعُ الماءِ في الوعاءِ B ليصبحَ ضعفَ الارتفاعِ الابتدائيِّ؟

16 كَمْ مِنَ الوقتِ استغرقَ تفريغُ الوعاءِ A كاملًا مِنَ الماءِ؟

يبيّنُ مُنحنى التحويلِ المجاورُ العلاقةَ بَيْنَ وحدتَيْ قياسِ الكتلةِ: الرطلِ (Ib)، والكيلوغرامِ (kg). أستعملُ المُنحنى التحويليَّ لأجدَ تحويلًا تقريبيًّا لكلٍّ ممّا يأتي:



17 18 Ib إلى الكيلوغرامِ.

18 5 Ib إلى الكيلوغرامِ.

19 4 kg إلى الرطلِ.

20 10 kg إلى الرطلِ.

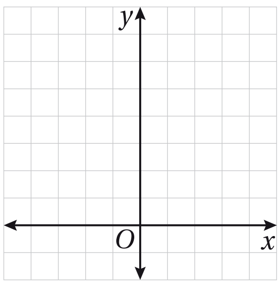
21 أبيّنُ كيفَ يمكنُني استعمالُ المُنحنى التحويليِّ لتحويلِ 48 Ib إلى الكيلوغرامِ.

الدرسُ 3

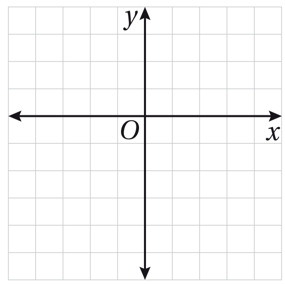
الاقترانُ التربيعيُّ
Quadratic Function

أَجِدُ رأسَ ومعادلةَ محورِ التَّماثُلِ، والقيمةَ العُظمى أوِ الصُّغرى وَمَجالَ وَمَدى كلٍّ مِنَ الاقتراناتِ التربيعيَّةِ الآتيةِ، ثمَّ أمثِّلُهُ بيانيًّا:

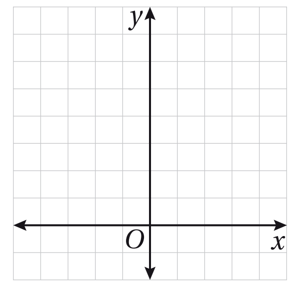
1. $f(x) = x^2 + 3$



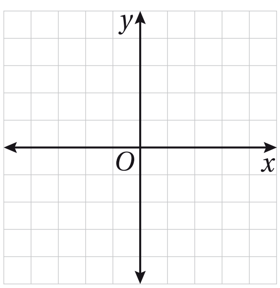
2. $f(x) = -x^2 - 4x - 4$



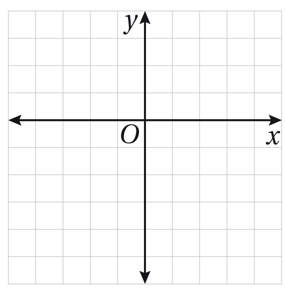
3. $f(x) = x^2 + 2x + 3$



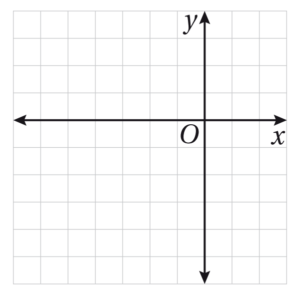
4. $f(x) = x^2 - 4$



5. $f(x) = -x^2 + 3$

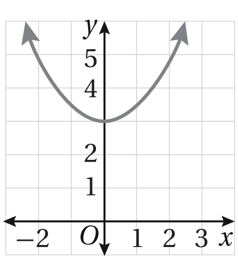


6. $f(x) = -2x^2 - 8x - 5$

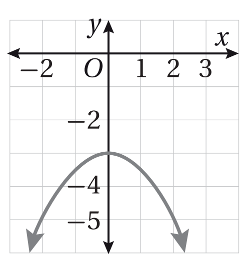


أَصِلُ الاقترانَ بتمثيلِهِ البيانيِّ في كلٍّ ممّا يأتي:

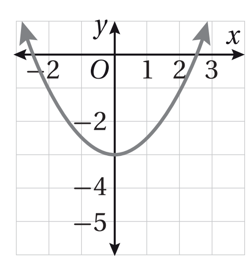
7. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$



8. $f(x) = \frac{1}{2}x^2 + 3$



9. $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 - 3$



رياضةٌ: يمثّلُ الاقترانُ $h = -5t^2 + 20t + 2$ ارتفاعَ رمحٍ بالمترِ عَنْ سطحِ الأرضِ، بعدَ t ثانيةً مِنْ رميهِ.

10. أَجِدُ مقطعَ المُنحنى مِنْ محورِ y، وأفسّرُ معناهُ في سياقِ المسألةِ.

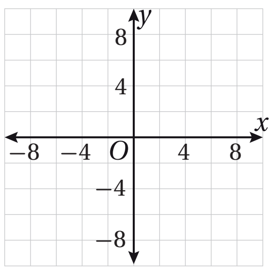
11. أَجِدُ القيمةَ العُظمى للاقترانِ، وأفسّرُ معناها في سياقِ المسألةِ.

12. أمثّلُ الاقترانَ h بيانيًّا.

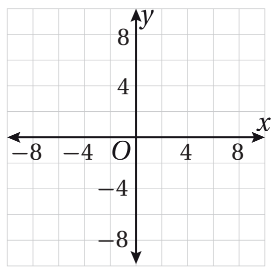
التحويلاتُ الهندسيَّةُ للاقتراناتِ التربيعيَّةِ
Transformations of Quadratic Functions

أَصِفُ كيفَ يرتبطُ مُنحنى كلِّ اقترانٍ ممّا يأتي بِمُنحنى الاقترانِ الرئيسِ $f(x) = x^2$، ثمَّ أمثِّلُهُ بيانيًّا:

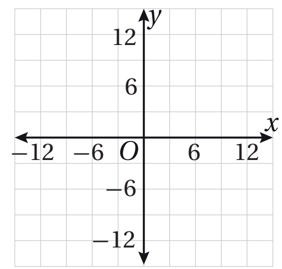
1 $h(x) = x^2 + 4$



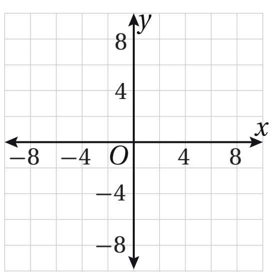
2 $g(x) = (x-2)^2 - 3$



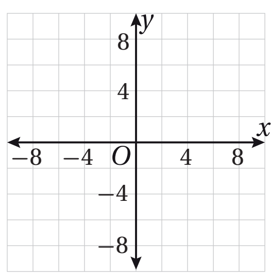
3 $h(x) = -(x+9)^2$



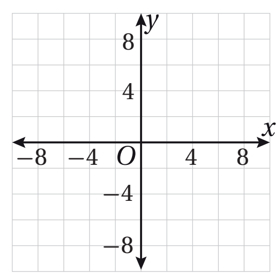
4 $g(x) = x^2 - 7$



5 $v(x) = \frac{1}{3}x^2 - 6$



6 $u(x) = 2(x-4)^2 + 1$



7 بيسبول: رمى لاعبٌ كرةَ البيسبولِ في الهواءِ، فكانَ ارتفاعُها بالقدمِ h مُعطًى بالاقترانِ $h(t) = -16(t-1)^2 + 20$؛ حيثُ t الزمنُ بالثواني بعدَ إفلاتِ الكرةِ مِنْ يدِ اللاعبِ.
أَصِفُ العلاقةَ بينَ مُنحنى الاقترانِ h وَمُنحنى الاقترانِ $f(t) = t^2$.

إذا كانَ مُنحنى الاقترانِ $g(x)$ ناتجًا مِنْ تضييقٍ رأسيٍّ لِمُنحنى الاقترانِ الرئيسِ $f(x) = x^2$ بمعاملٍ مقدارُهُ $\frac{1}{4}$، ثمَّ انسحابٍ إلى الأسفلِ بمقدارِ 3 وحداتٍ، ثمَّ انسحابٍ إلى اليسارِ بمقدارِ وحدتَينِ، فأجيبُ عَنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

8 أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ $g(x)$ باستعمالِ صيغةِ الرأسِ.

9 أَجِدُ إحداثيَّي رأسِ القطعِ، ومعادلةَ محورِ التَّماثُلِ، والقيمةَ العُظمى أوِ الصُّغرى للاقترانِ $g(x)$.

10 أمثِّلُ الاقترانَ $g(x)$ بيانيًّا.

الوحدةُ 3: حلُّ المعادلاتِ

أختبِرُ معلوماتي قبلَ البَدءِ بدراسةِ الوَحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي مِنَ الإجابةِ أستعينُ بالمثالِ المحلولِ.

حلُّ المعادلاتِ باستعمالِ الجذرِ التربيعيِّ (الدرسُ 2)

أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

1. $y^2 = 2.25$
2. $x^2 = \frac{16}{169}$
3. $t^2 = \frac{64}{100}$
4. $y^2 = 0.0144$

مِثالٌ: أحلُّ كلًّا مِنَ المعادلاتِ الآتيةِ، وأتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

a) $\boldsymbol{x^2 = 144}$

$x^2 = 144$	المعادلةُ الأصليةُ
$x = \pm\sqrt{144}$	تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ
$= \pm 12$	أجدُ قيمةَ الجذرِ

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

عندما $\boldsymbol{x = 12}$

$(12)^2 \stackrel{?}{=} 144$

$144 = 144$ ✔

عندما $\boldsymbol{x = -12}$

$(-12)^2 \stackrel{?}{=} 144$

$144 = 144$ ✔

b) $\boldsymbol{t^2 = \frac{1}{36}}$

$t^2 = \frac{1}{36}$	المعادلةُ الأصليةُ
$t = \pm\sqrt{\frac{1}{36}}$	تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ
$= \pm \frac{1}{6}$	أجدُ قيمةَ الجذرِ

أتحققُ مِنْ صحةِ الحلِّ:

عندما $\boldsymbol{x = \frac{1}{6}}$

$\left(\frac{1}{6}\right)^2 \stackrel{?}{=} \frac{1}{36}$

$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✔

عندما $\boldsymbol{x = -\frac{1}{6}}$

$\left(-\frac{1}{6}\right)^2 \stackrel{?}{=} \frac{1}{36}$

$\frac{1}{36} = \frac{1}{36}$ ✔

الوحدةُ 3: حلُّ المعادلاتِ

تحليلُ الفرقِ بينَ مربّعَينِ (الدرسُ 2)

أحلّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

5 $x^2 - 64$

6 $4x^2 - 100$

7 $64x^2 - 1$

مِثالٌ: أحلّلُ المقدارَ $16x^2 - 25$

بكتابةِ المقدارِ على صورةِ فرقٍ بينَ مربّعَينِ: $16x^2 - 25 = (4x)^2 - (5)^2$

بتحليلِ الفرقِ بينَ مربّعَينِ: $= (4x - 5)(4x + 5)$

ضربُ المقاديرِ الجبريَّةِ (الدرسُ 2)

أَجِدُ ناتجَ ضربِ كلٍّ ممّا يأتي بأبسطِ صورةٍ:

8 $(x-3)(x+5)$

9 $(12-4x)(1+2x)$

10 $(2x-5)(4x-8x^2)$

11 $(3x+4)^2$

12 $(x^2+7)^2$

13 $(3x-1)(3x+1)$

مِثالٌ: أَجِدُ ناتجَ ضربِ $(2x + 1)(3x - 4)$ بأبسطِ صورةٍ:

بفصلِ المقدارِ $(2x + 1)$ إلى حدَّينِ، ثمَّ ضربِ كلٍّ منهُما في $(3x - 4)$: $(2x + 1)(3x - 4) = 2x(3x - 4) + 1(3x - 4)$

باستعمالِ خاصيَّةِ التوزيعِ: $= 6x^2 - 8x + 3x - 4$

بتجميعِ الحُدودِ المتشابهةِ: $= 6x^2 - 5x - 4$

التحليلُ بإخراجِ العاملِ المُشترَكِ (الدرسُ 2)

أحلّلُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

14 $3x + 21$

15 $6x - 14x^2$

16 $5x^3 - 10x^2 + 25x$

مِثالٌ: أحلّلُ المقدارَ $36x^2 + 54x$ تحليلًا كاملًا

الخُطوةُ 1: أَجِدُ العاملَ المُشترَكَ الأكبرَ للحدَّينِ $36x^2$ و $54x$

أحلّلُ كلَّ حدٍّ إلى عواملِهِ الأوليةِ، وأحدّدُ العواملَ الأوليةَ المشتركةَ.

$$36x^2 = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times x \times x$$

$$54x = 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times x$$

إذنْ، العاملُ المُشترَكُ الأكبرُ هُوَ: $2 \times 3 \times 3 \times x = 18x$

الخُطوةُ 2: أُخرِجُ العاملَ المُشترَكَ الأكبرَ خارجَ القوسِ

بإخراجِ العاملِ المُشترَكِ الأكبرَ $\quad 36x^2 + 54x = 18x(2x + 3)$

• تحليلُ ثُلاثيِّ الحُدودِ $x^2 + bx + c$ (الدرسُ 3)

أحلّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

17) $x^2 + 2x - 24$

18) $x^2 + 16x + 28$

19) $x^2 - 22x + 72$

مِثالٌ: أحلّلُ المقدارَ $x^2 - 10x + 16$

بكتابةِ القاعدةِ $\quad x^2 - 10x + 16 = (x + m)(x + n)$

بتعويضِ $m = -2, n = -8$ $\quad = (x - 2)(x - 8)$

• التحليلُ بالتجميعِ (الدرسُ 6)

أحلّلُ كلَّ مقدارٍ جبريٍّ ممّا يأتي تحليلًا كاملًا:

20) $5x^3 - 15x^2 + 4x - 12$

21) $5x - 10x^2 + 2y - 4xy$

مِثالٌ: أحلّلُ المقدارَ $4xy + 8y + 3x + 6$ تحليلًا كاملًا.

بتجميعِ الحُدودِ ذاتِ العواملِ المُشترَكَةِ $\quad 4xy + 8y + 3x + 6 = (4xy + 8y) + (3x + 6)$

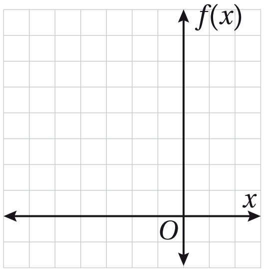
بتحليلِ كلِّ تجميعٍ بإخراجِ العاملِ المُشترَكِ الأكبرِ $\quad = 4y(x + 2) + 3(x + 2)$

بإخراجِ $(x + 2)$ عاملًا مشتركًا $\quad = (x + 2)(4y + 3)$

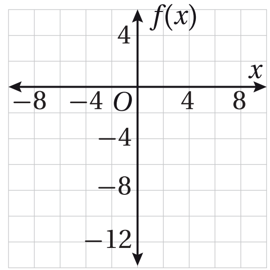
حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بيانِيًّا
Solving Quadratic Equations by Graphing

أَحُلُّ كُلًّا مِنَ المُعادلاتِ الآتيةِ بيانيًّا:

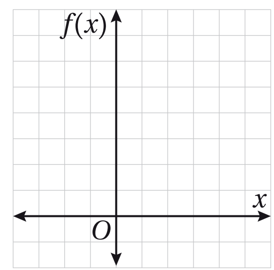
1 $x^2 + 7x + 12 = 0$



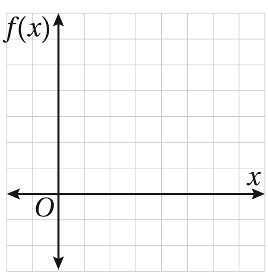
2 $x^2 - x - 12 = 0$



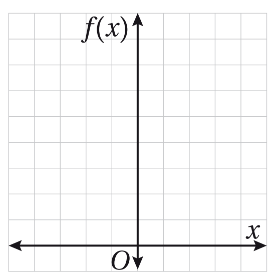
3 $x^2 - 4x - 5 = 0$



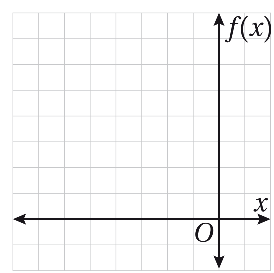
4 $x^2 - 7x = -10$



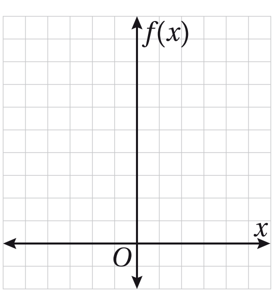
5 $x^2 - 2x = -1$



6 $x^2 + 6x = -8$



أعدادٌ: عددانِ صحيحانِ مجموعُهُما 2، وحاصلُ ضربِهِما 8−. يمكنُ استعمالُ المعادلةِ $-x^2 + 2x + 8 = 0$ لتحديدِ هذَيْنِ العددَيْنِ.

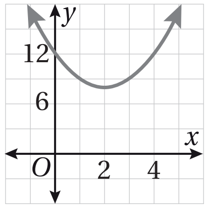


7 أمثِّلُ الاقترانَ المُرتبطَ بالمعادلةِ $-x^2 + 2x + 8 = 0$ بيانِيًّا.

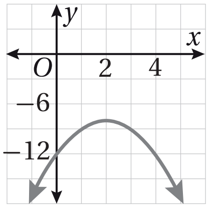
8 أستعملُ التَّمثيلَ البيانِيَّ لإيجادِ العددَيْنِ.

9 **اختيارٌ مِنْ متعدِّدٍ:** أيُّ ممّا يأتي يُعَدُّ التمثيلَ البيانِيَّ لمُنحنى الاقترانِ المُرتبطِ بالمعادلةِ $x^2 = -4x + 12$؟

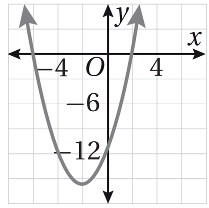
a)



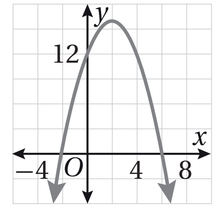
b)



c)



d)

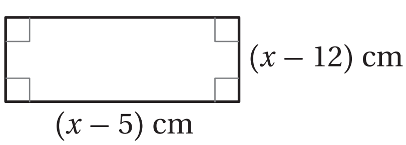


حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ (1)
Solving Quadratic Equations by Factoring (1)

أَحُلُّ المُعادلاتِ الآتيةَ بالتحليلِ:

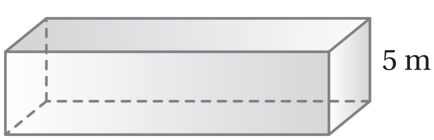
1. $9m^2 - 18m = 0$
2. $x^2 + 11x + 18 = 0$
3. $x^2 - 6x + 8 = 0$
4. $x^2 - 2x - 15 = 0$
5. $x^2 + 10x = -24$
6. $a^2 - 14a + 49 = 0$
7. $16t^2 - 1 = 0$
8. $(2x - 1)^2 = 81$
9. $4(x-2)^2 = 25$
10. $t^2 + 4t - 12 = 0$
11. $x^2 + 4x + 4 = 0$
12. $27 - 3y^2 = 0$

13. **هندسةٌ:** يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ مستطيلًا مساحتُهُ $44\ \text{cm}^2$. أَجِدُ أبعادَهُ.



14. أَجِدُ عددَينِ زَوجيَّينِ متتاليَينِ حاصلُ ضربِهِما 168

15. يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ متوازيَ مســتطيلاتٍ طولُهُ يُساوي 4 أمثالِ عرضِهِ، وحجمُهُ $320\ \text{m}^3$. أَجِدُ طولَهُ وعرضَهُ.



16. **أكتشِفُ الخطأَ:** حلَّ عامرٌ المُعادلةَ التربيعيَّةَ $2x^2 - 33 = 39$، كما هُوَ مبيَّنٌ أدناهُ. أكتشِفُ الخطأَ في حلِّهِ، وأصحّحُهُ.

$$2x^2 - 33 = 39$$
$$2x^2 = 72$$
$$x^2 = 36$$
$$x = 6$$

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ (2)
Solving Quadratic Equations by Factoring (2)

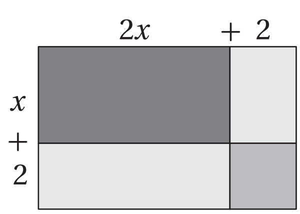
أحلّلُ كُلًّا ممّا يأتي:

1 $3n^2+5n-2$
2 $2x^2+3x+1$
3 $3x^2-x-2$
4 $5b^2-13b+6$
5 $30x^2-25x-30$
6 $21x^2+2x-3$

أَحُلُّ المُعادلاتِ الآتيةَ بالتحليلِ:

7 $3x^2+8x-3=0$
8 $3t^2-14t+8=0$
9 $6x^2-5x-4=0$
10 $24x^2-19x+2=0$
11 $15k^2+4k-35=0$
12 $6x^2+30=5-3x^2-30x$
13 $2k^2-5k-18=0$
14 $12m^2+11m=15$
15 $40n^2-70n+15=0$

هندسةٌ: أعتمدُ الشكلَ المُجاورَ، وأَحُلُّ السؤالَينِ الآتيَينِ تِباعًا:



16 أَجِدُ مساحةَ المُستطيلِ المُجاورِ بدلالةِ x.

17 إذا كانَتْ مساحةُ المُستطيلِ 40 وحدةٍ مربّعةٍ، فَأَجِدُ قيمةَ x.

18 **رياضةٌ:** إذا كانَ الاقترانُ $h(t)=-16t^2+8t+24$ يمثّلُ ارتفاعَ غطّاسٍ بالأقدامِ فوقَ سطحِ الماءِ، بعدَ t ثانيةً مِنْ قفزِهِ عَنْ مِنَصَّةِ القفزِ، فما الزمنُ الذي يستغرقُهُ للوصولِ إلى سطحِ الماءِ؟

19 **أكتشِفُ الخطأَ:** أكتشِفُ الخطأَ في الحلِّ الآتي، وأصحّحُهُ.

✗

$$2x^2-2x-24=2(2x^2-2x-24)$$
$$=2(x-6)(x+4)$$

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ بإكمالِ المُرَبَّعِ

Solving Quadratic Equations by Completing the Square

أجعلُ كلَّ مقدارٍ ممّا يأتي مُرَبَّعًا كاملًا، ثمَّ أحلّلُ المُرَبَّعَ الكاملَ ثُلاثيَّ الحُدودِ الناتجَ:

1. $x^2 - 9x$
2. $x^2 + 10x$
3. $x^2 + 13x$
4. $x^2 - 18x$
5. $x^2 - \frac{1}{2}x$
6. $x^2 + 5x$

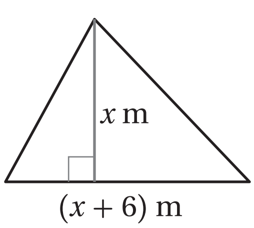
أَحُلُّ المُعادلاتِ الآتيةَ بإكمالِ المُرَبَّعِ، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ (إنْ لَزِمَ):

7. $x^2 + 2x - 7 = 0$
8. $x^2 = 3x + \frac{-9}{4}$
9. $x^2 = 8x - 16$
10. $x^2 - 11x = 0$
11. $x^2 - 5x = 0.5$
12. $5x^2 + 20x = 10$
13. $2x^2 + 14 = 16x$
14. $4x = x^2 - 4x - 32$
15. $x + 1 = 6x - x^2$

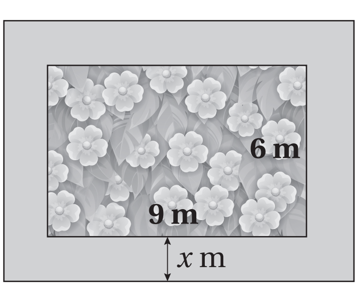
16. تبيّنُ البطاقاتُ الآتيةُ خُطواتِ حلِّ المُعادلةِ $x^2 + 6x + 7 = 0$ بطريقةِ إكمالِ المُرَبَّعِ. أرتّبُ هذهِ البطاقاتِ مِنَ الخُطوةِ الأولى في الحلِّ إلى الخُطوةِ الأخيرةِ.

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ لطرفَيِ المعادلةِ.	أكتبُ $x^2 + 6x + 9 = 2$ على صورةِ $(x + 3)^2 = 2$	أطرحُ 7 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ.	أجمعُ 9 لطرفَيِ المعادلةِ.

17. **هندسةٌ:** يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ مثلّثًا مساحتُهُ $108\ m^2$. أَجِدُ قيمةَ x، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ.



18. **حديقةٌ:** حديقةُ زهورٍ مُستطيلةُ الشكلِ طولُها 9 m وعرضُها 6 m، مُحاطةٌ بِمَمَرٍّ عرضُهُ x m. إذا كانَتْ مساحتُها مُساويةً لمساحةِ المَمَرِّ، فَأَجِدُ عرضَ المَمَرِّ.



الدرسُ 5

حلُّ المُعادلاتِ التربيعيَّةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ

Solving Quadratic Equations Using the Quadratic Formula

أَحُلُّ المُعادلاتِ الآتيةَ بالقانونِ العامِّ، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ (إنْ لَزِمَ):

1 $x^2 + 3x - 3 = 0$

2 $x^2 - 43x = -6$

3 $4x^2 - 20x = -25$

4 $5x + 6 - x^2 = 0$

5 $-6x - x^2 = 9$

6 $-2x^2 + 3x = -4$

7 $3x^2 - 5 + 14x = 0$

8 $2x^2 - 5x = 11$

9 $7 - 4x^2 = 16x$

أَحُلُّ كلَّ مُعادلةٍ ممّا يأتي باستعمالِ أيِّ طريقةٍ، وأبرّرُ سببَ اختيارِ الطريقةِ:

10 $x^2 + 3x + 2 = 2$

11 $x^2 - 9 = 0$

12 $x^2 - 5x - 7 = 0$

13 $x^2 - 6x = 0$

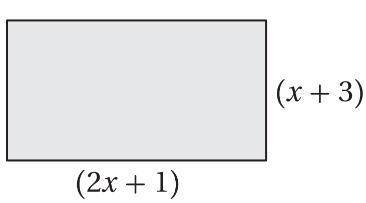
14 $(x - 4)^2 = 13$

15 $x^2 + 10x = 1$

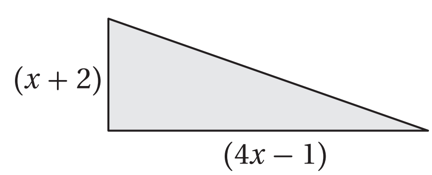
16 **أرضيّاتٌ:** أرضيَّةٌ على شكلِ مُتوازي أضلاعٍ طولُ قاعدتِهِ $(5x - 2)$ m، وارتفاعُهُ $(3x + 1)$ m. إذا كانَتْ مساحةُ الأرضيَّةِ $130\ m^2$، فما طولُ قاعدةِ المُتوازي وما ارتفاعُهُ؟

أستعملُ المساحةَ المُعطاةَ في كلٍّ ممّا يأتي لِأَجِدَ قيمةَ x، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ:

17 $A = 150\ cm^2$



18 $A = 45\ cm^2$



19 **أكتشِفُ الخطأَ:** حلَّ كريمٌ معادلةً تربيعيةً باستعمالِ القانونِ العامِّ كما هوَ مُبيَّنٌ أدناهُ. أكتشِفُ الخطأَ في حَلِّ كريمٍ، وأصحّحُهُ:

$$x = \frac{-7 \pm \sqrt{(-7)^2 - 4(3)(-6)}}{2(3)}$$

$$= \frac{-7 \pm \sqrt{121}}{6}$$

$$x = \frac{2}{3} \quad \text{or} \quad x = -3$$

حلُّ مُعادلاتٍ خاصَّةٍ
Solving Special Equations

أَحُلُّ المُعادلاتِ الآتيةَ:

1) $24x^3 + 18x^2 = 0$

2) $x^3 - 2x^2 - 24x = 0$

3) $3x^5 = 192x^3$

4) $2x^3 - 20x^2 + 5x - 50 = 0$

5) $x^3 - 5x^2 + 6x = 30$

6) $16x^3 + 32x^2 - x - 2 = 0$

7) $x^3 + 512 = 0$

8) $3x^9 - 192x^6 = 0$

9) $3x + 1 = x^2 + 3x^3$

10) $2x^5 + 2x^4 - 144x^3 = 0$

11) $x^4 - 3x^2 - 28 = 0$

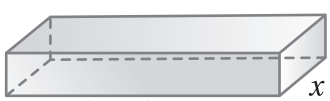
12) $16x^4 - 81 = 0$

13) $4x^{12} - 32x^7 + 48x^2 = 0$

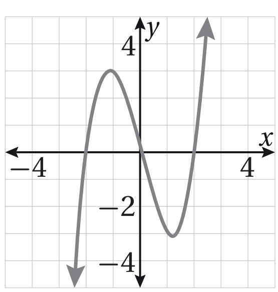
14) $4x^3 - 7x^2 - 16x + 28 = 0$

15) $4x^4 - 25 = 0$

16) **هندسةٌ:** يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ مُتوازيَ مستطيلاتٍ حجمُهُ $96\ m^3$. أَجِدُ أبعادَهُ.



17) أكتبُ مُعادلةً مُرتبطةً بمُنحنى الاقترانِ المُمَثَّلِ بيانيًّا في الشكلِ المُجاورِ، وأبرّرُ إجابتي.



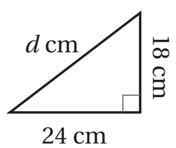
18) **حوضُ أسماكٍ:** يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ حوضًا للأسماكِ على شكلِ مُتوازي مستطيلاتٍ حجمُهُ $12\ dm^3$. أَجِدُ أبعادَهُ.

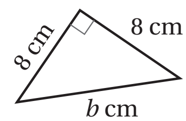
الوحدةُ 4: الهندسةُ الإحداثيَّةُ

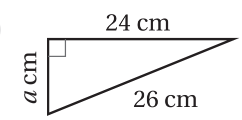
أختَبِرُ معلوماتي قبلَ البَدءِ بدراسةِ الوَحدةِ، وفي حالِ عدمِ تأكُّدي مِنَ الإجابةِ أستعينُ بالمثالِ المحلولِ.

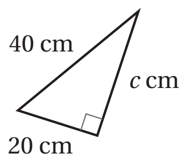
نظريةُ فيثاغورس (الدرسُ 1)

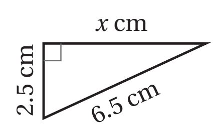
أجدُ طولَ الضلعِ المجهولَ في كلِّ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ ممّا يأتي (أقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ إذا لزمَ الأمرُ):

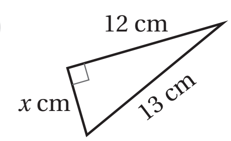
1


2


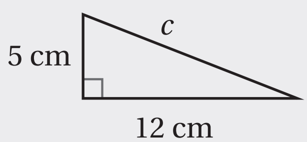
3


4


5


6


مِثالٌ: أجدُ طولَ الضلعِ المجهولَ في كلِّ مثلثٍ قائمِ الزاويةِ ممّا يأتي (أقرّبُ إجابتي لأقربِ جزءٍ مِنْ عشرةٍ إذا لزمَ الأمرُ):

a)


$a^2 + b^2 = c^2$ نظريةُ فيثاغورس

$5^2 + 12^2 = c^2$ أعوضُ $a = 5, b = 12$

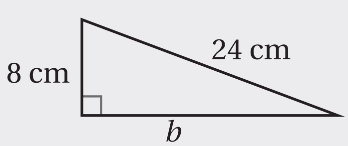
$25 + 144 = c^2$ أجدُ القوى

$169 = c^2$ أجمعُ

$c = \pm\sqrt{169}$ تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

$= \pm 13$ أبسطُ

للمعادلةِ حلّانِ: 13 وَ 13–، وبما أنَّ الطولَ يجبُ أنْ يكونَ عددًا موجبًا، إذنْ طولُ الوترِ 13 cm

b)


$a^2 + b^2 = c^2$ نظريةُ فيثاغورس

$8^2 + b^2 = 24^2$ أعوضُ $a = 8, c = 24$

$64 + b^2 = 576$ أجدُ القوى

$64 - 64 + b^2 = 576 - 64$ أطرحُ 64 مِنْ كِلا الطرفَينِ

$b^2 = 512$ أبسطُ

$b = \pm\sqrt{512}$ تعريفُ الجذرِ التربيعيِّ

$b \approx \pm 22.6$ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ

إذنْ، طولُ الضلعِ المجهولُ b يساوي 22.6 cm

الوحدةُ 4: الهندسةُ الإحداثيَّةُ

- **حلُّ نظامٍ مكوّنٍ مِنْ معادلتَين خطّيّتَين بالحذفِ** (الدرسُ 2)

أَحُلُّ نظامَ المُعادلاتِ في كلٍّ ممّا يأتي بطريقةِ الحذفِ:

7) $y = 2x + 1$, $y = -x + 4$

8) $y + x = 2$, $3y + x = 0$

9) $y = -0.4x - 1$, $y = x - 8$

مثالٌ: أَحُلُّ نظامَ المُعادلاتِ الآتيَ بطريقةِ الحذفِ:

$$\mathbf{3x + 2y = 18}$$
$$\mathbf{2x - y = 5}$$

الخطـوةُ 1 أضرِبُ المُعادلةَ الثانيةَ في 2

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 18 \\ 2x - y &= 5 \end{aligned} \xrightarrow{\text{أضربُ كلَّ حدٍّ في 2}} \begin{aligned} 3x + 2y &= 18 \\ 4x - 2y &= 10 \end{aligned}$$

الخطـوةُ 2 أجمعُ المُعادلتَيْنِ.

$$\begin{aligned} 3x + 2y &= 18 \\ (+)\ 4x - 2y &= 10 \\ \hline 7x \quad &= 28 \end{aligned}$$ بحذفِ المُتغيِّرِ y

$\frac{7x}{7} = \frac{28}{7}$ بقسمةِ طرفَيِ المُعادلةِ على 7

$x = 4$ بالتبسيطِ

الخطـوةُ 3 أعوّضُ 4 بدلًا مِنْ x في إحدى المعادلتَينِ؛ لإيجادِ قيمةِ y.

$2x - y = 5$ المعادلةُ الثانيةُ

$2(4) - y = 5$ بالتعويضِ عَنْ x بـِ 4

$8 - y = 5$ بالتبسيطِ

$8 - 8 - y = 5 - 8$ بالطرحِ 8 مِنْ كِلا الطرفَينِ

$-y = -3$ بالتبسيطِ

$\frac{-y}{-1} = \frac{-3}{-1}$ بقسمةِ طرفَيِ المُعادلةِ على -1

$y = 3$ أبسّطُ

إذنْ، حَلُّ النظامِ هُوَ $(3, 4)$.

إيجادُ ميلِ المُستقيمِ (الدرسُ 2)

أَجِدُ مَيلَ المُستقيمِ المارِّ بكلِّ نقطتَيْنِ ممّا يأتي:

10 $(3, 4), (1, 0)$

11 $(-2, 5), (8, -3)$

12 $(2, 1), (3, 1)$

13 $(5, 6), (5, -1)$

مِثالٌ: أَجِدُ مَيلَ المُستقيمِ المارِّ بالنقطتَيْنِ، $(-1, 2)$، $(1, 6)$.

صيغةُ المَيلِ $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

بالتعويضِ عَنْ (x_1, y_1) بـ $(1, 6)$ وعَنْ (x_2, y_2) بـ $(-1, 2)$ $= \frac{2 - 6}{(-1) - 1}$

بالتبسيطِ $= \frac{-4}{-2} = 2$

إيجادُ مُعادلةِ مُستقيمٍ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ (الدرسُ 2)

14 أَجِدُ مُعادلةَ المُستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(-1, 4)$، الذي ميلُهُ 2، بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

15 أَجِدُ مُعادلةَ المُستقيمِ المارِّ بالنقطتَيْنِ $(2, 1)$، $(2, 1)$ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

مِثالٌ: أَجِدُ مُعادلةَ المُستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(1, -1)$، الذي ميلُهُ $\frac{1}{4}$، بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

صيغةُ الميلِ والمقطعِ $y = mx + b$

بالتعويضِ عَنْ (x, y) بـ $(1, -1)$، وَ $m = \frac{1}{4}$ $-1 = \frac{1}{4}(1) + b$

بالتبسيطِ $-1 = \frac{1}{4} + b$

بجمعِ $\frac{-1}{4}$ لطرفَي المُعادلةِ $\frac{-1}{4} - 1 = \frac{1}{4} + b + \frac{-1}{4}$

بالتبسيطِ $b = \frac{-5}{4}$

بالتعويضِ $b = \frac{-5}{4}, m = \frac{1}{4}$ $y = \frac{1}{4}x - \frac{5}{4}$

كتابةُ معادلةِ المستقيمِ المارِّ بنقطةٍ معطاةٍ ويوازي مستقيمًا معلومًا (الدرسُ 3)

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ المعطاةِ والموازي للمستقيمِ المعطاةِ معادلتُه في كلٍّ ممّا يأتي:

16) $(-1, 5), y = \frac{1}{2}x - 10$

17) $(2, -7), 2y = 5x - 3$

18) $(4, 8), x + 4y - 9 = 0$

19) $(9, 3), 2x - 7y + 1 = 0$

مثالٌ: أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(-2, 5)$ والموازي للمستقيمِ $y = \frac{3}{2}x - 7$.

الخطوةُ 1 أجدُ ميلَ المستقيمِ المُعْطى.

ميلُ المستقيمِ $y = \frac{3}{2}x - 7$ هوَ $\frac{3}{2}$

الخطوةُ 2 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ باستعمالِ الميلِ والنقطةِ المعطاةِ.

$y - y_1 = m(x - x_1)$ أبدأُ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ

$y - 5 = \frac{3}{2}(x - (-2))$ أعوّضُ $m = \frac{3}{2}, (x_1, y_1) = (-2, 5)$

$y - 5 = \frac{3}{2}(x + 2)$ أبسّطُ

$y - 5 = \frac{3}{2}x + 3$ خاصيّةُ التوزيعِ

$y - 5 + 5 = \frac{3}{2}x + 3 + 5$ أجمعُ 5 إلى الطرفَينِ

$y = \frac{3}{2}x + 8$ أبسّطُ

كتابةُ معادلةِ المستقيمِ المارِّ بنقطةٍ معطاةٍ ويعامدُ مستقيمًا معلومًا (الدرسُ 3)

أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ المعطاةِ والمُعامِدِ للمستقيمِ المعطاةِ معادلتُه في كلٍّ ممّا يأتي:

20) $(2, -7), y = x - 2$

21) $(-5, -4), y = \frac{1}{2}x + 1$

22) $(2, 2), 3y = -2x + 6$

23) $(-3, 0), 3x - 4y = -4$

الوحدةُ 4: الهندسةُ الإحداثيَّةُ

مِثالٌ: أكتبُ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ معادلةَ المستقيمِ المارِّ بالنقطةِ $(4, 0)$ والعموديِّ على المستقيمِ $4y = -8x + 1$

الخطـوةُ 1 أجدُ ميلَ المستقيمِ المُعْطى.

لإيجادِ ميلِ المستقيمِ المُعْطى أحتاجُ إلى كتابةِ المعادلةِ بصورةِ الميلِ والمقطعِ.

معادلةُ المستقيمِ المُعْطى	$4y = -8x + 1$
أقسمُ طرَفَي المعادلةِ على 4	$\frac{4y}{4} = \frac{-8x}{4} + \frac{1}{4}$
أبسّطُ	$y = -2x + \frac{1}{4}$

ميلُ المستقيمِ $y = -2x + \frac{1}{4}$ هوَ -2

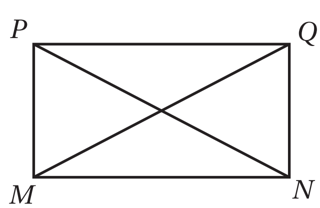
الخطـوةُ 2 أجدُ ميلَ المستقيمِ العموديِّ على المستقيمِ المُعْطى.

ميلُ المستقيمِ العموديِّ على المستقيمِ المُعْطى يساوي معكوسَ مقلوبِ العددِ -2 ؛ أيْ $\frac{1}{2}$

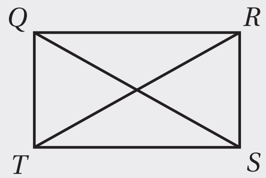
الخطـوةُ 3 أكتبُ معادلةَ المستقيمِ بصيغةِ الميلِ والمقطعِ.

أبدأُ بصيغةِ الميلِ ونقطةٍ	$y - y_1 = m(x - x_1)$
أعوّضُ $m = -2 , (x_1, y_1) = (4, 0)$	$y - 0 = \frac{1}{2}(x - 4)$
أبسّطُ	$y = \frac{1}{2}(x - 4)$
خاصيّةُ التوزيعِ	$y = \frac{1}{2}x - 2$

حالات خاصّةٌ مِنْ متوازي الأضلاعِ (المستطيلُ) (الدرسُ 3)



24 إذا كانَ $PQMN$ مستطيلًا، وكانَ $MQ = 2x + 11$ وَ $PN = 5x - 31$، فأجدُ قيمةَ المتغيّرِ x.



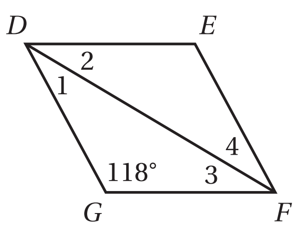
مِثالٌ: إذا كانَ $QRST$ مســتطيلًا، وكانَ $QS = 6x + 14$ وَ $RT = 9x + 5$، فأجدُ قيمةَ المتغيّرِ x.

بِما أنَّ $QRST$ مســتطيلٌ، فإنَّ قُطرَيهِ متطابقانِ، إذنْ أجدُ قيمةَ x الّتي تجعلُ $\overline{QS} \cong \overline{RT}$

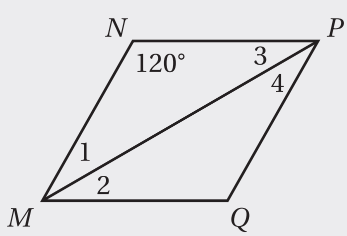
قُطرا المستطيلِ متساويانِ في الطولِ	$QS = RT$
أعوّضُ	$9x + 5 = 6x + 14$
أطرحُ $6x$ مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$3x + 5 = 14$
أطرحُ 5 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$3x = 9$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 3	$x = 3$

أتذكّرُ
المســتطيلُ: هُــوَ متــوازي أضــلاعٍ قُطــراهُ متطابقــانِ، وزواياهُ قوائمُ.

حالات خاصّةٌ مِنْ متوازي الأضلاعِ (المَعينُ) (الدرسُ 3)



25 يبيّنُ الشــكلُ المجاورُ المَعينَ $DEFG$. إذا كانَتْ $m\angle G = 118$، فأجدُ قياســاتِ الزوايا المرقّمةِ في الشكلِ.



مِثالٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المَعينَ $NPQM$. إذا كانَتْ $m\angle N = 120°$، فأجدُ قياساتِ الزوايا المرقّمةِ في الشكلِ.

نظريةُ المثلثِ المتطابقِ الضلعَينِ	$m\angle 1 = m\angle 3$
مجموعُ زوايا المثلثِ	$m\angle 1 + m\angle 3 + 120° = 180°$
أعوّضُ	$2(m\angle 1) + 120° = 180°$
أطرحُ 120 مِنْ طرفَيِ المعادلةِ	$2(m\angle 1) = 60°$
أقسمُ طرفَيِ المعادلةِ على 2	$m\angle 1 = 30°$

ومنهُ فإنَّ $m\angle 1 = m\angle 3 = 30°$.

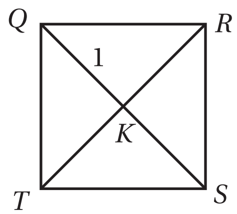
أتذكّرُ
المَعيــنُ: هُوَ متــوازي أضلاعٍ جميعُ أضلاعِهِ متساويةٌ، وقُطراهُ متعامــدانِ، وكلُّ قُطرٍ مِنْ قُطرَيهِ ينصّــفُ الزاويتَيــنِ المتقابلتَينِ اللّتَينِ يصلُ بينَ رأسَيهِما.

وبحسبِ نظريةِ الزوايا المتقابلةِ في المَعينِ فإنَّ $m\angle 1 = m\angle 2$

و $m\angle 3 = m\angle 4$، وهذا يعني أنَّ:

$$m\angle 1 = m\angle 2 = m\angle 3 = m\angle 4 = 30°$$

- **حالاتٌ خاصّةٌ مِنْ متوازي الأضلاعِ (المربّعُ)** (الدرسُ 3)

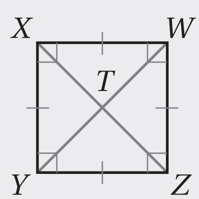


يبيّنُ الشــكلُ المجاورُ المربعَ $QRST$. إذا كانَ قُطراهُ يتقاطعــانِ في النقطةِ K وَ $QK = 1$، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:

26 $m\angle RKS$ 27 $m\angle QTK$ 28 $m\angle QRK$

29 KS 30 QS 31 RT

مِثالٌ: يبيّنُ الشكلُ المجاورُ المربعَ $XWZY$. إذا كانَ $WT = 3$، فأجدُ كلًّا ممّا يأتي:



أتذكّرُ

المربّعُ: هُوَ متوازي أضلاعٍ يحقّقُ شـــروطَ المســـتطيلِ وَالمَعينِ معًا.

a) $m\angle WYZ$

$m\angle WYZ = 45°$ قُطرُ المربّعِ ينصّفُ الزاويتَينِ الواصلِ بينَ رأسَيهِما

b) ZX

$ZX = WY$ قُطرا المربّعِ متطابقانِ

$ZX = 2WT$ قُطرا المربّعِ ينصّفُ كلٌّ منهُما الآخَرَ

$ZX = 2(3)$ أعوّضُ

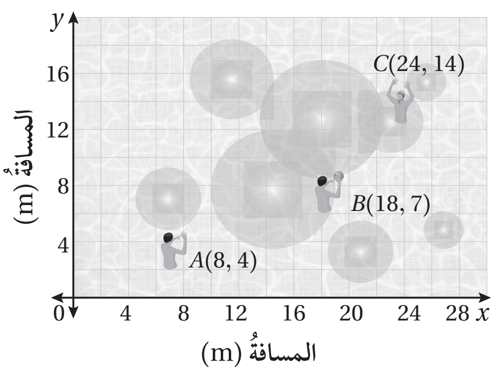
$ZX = 6$ أبسطُ

المسافةُ في المُستوى الإحداثِيِّ
Distance in the Coordinate Plane

أَجِدُ المسافةَ بينَ كلِّ نقطتَيْنِ ممّا يأتي، وأقرّبُ إجابتي لأقربِ جُزءٍ مِنْ عشرَةٍ (إنْ لزِمَ):

1 $A(1, 2), B(0, -7)$ 2 $C(-1, -2), D(3, -4)$ 3 $E(9, 1), F(-2, 3)$

يبيّنُ الشكلُ المُجاورُ مواقعَ ثلاثةِ لاعِبينَ في مباراةِ كرةِ الماءِ. أَجِدُ:



4 المسافةَ بينَ اللاعبينِ A وَ B.

5 المسافةَ بينَ اللاعبَينِ B وَ C.

6 المسافةَ بينَ اللاعبَينِ A وَ C.

إذا كانَتْ M نقطةَ مُنتَصَفِ $\overline{FG}$، فَأَجِدُ القيمةَ المجهولةَ في كلٍّ ممّا يأتي:

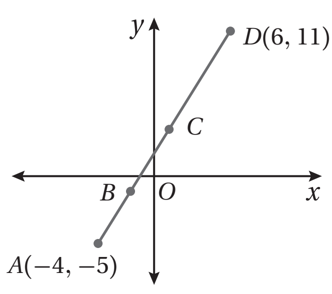
7 $FM = 3x - 4, MG = 5x - 26, FG = ?$

8 $FM = 5y + 13, MG = 5 - 3y, FG = ?$

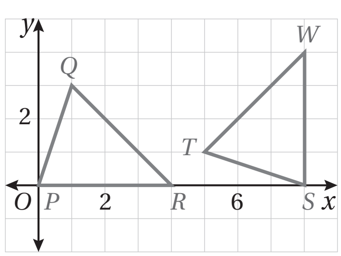
9 $MG = 7x - 15, FG = 33, x = ?$

10 $FM = 8a + 1, FG = 42, a = ?$

11 إذا علمتُ أنَّ النقطةَ B هِيَ مُنتَصَفُ $\overline{AC}$ والنقطةَ C هِيَ مُنتَصَفُ $\overline{AD}$، كما هُوَ مبيَّنٌ في الشكلِ المُجاورِ، فَأَجِدُ إحداثِيَّيْ B.



12 هَلِ المثلّثانِ المرسومانِ في المُستوى الإحداثِيِّ المُجاورِ مُتطابِقانِ؟ أبرّرُ إجابتي.



المسافةُ بينَ نقطةٍ وَمُستقيمٍ
Distance between a Point and a Line

1 أَجِدُ المسافةَ بينَ المُستقيمِ l، المارِّ بالنقطتَيْنِ، $(-1 , -3)$، $(1, 2)$، والنقطةِ $P(5, 8)$.

2 أَجِدُ المسافةَ بينَ المُستقيمِ l، المارِّ بالنقطتَيْنِ، $(-4, 1)$، $(-1, 3)$، والنقطةِ $P(1, 7)$.

أَجِدُ المسافةَ بينَ النقطةِ P والمُستقيمِ l في كلٍّ ممّا يأتي:

3 $l: y = 3x - 4, P(0, 0)$

4 $l: y + 2x = 5, P\left(1 , \frac{-1}{2}\right)$

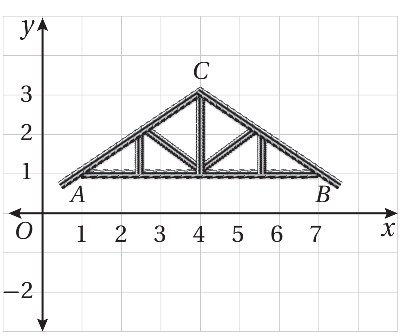
5 $l: x = \frac{-1}{2} , P\left(\frac{1}{2} , \frac{1}{2}\right)$

أَجِدُ المسافةَ بينَ كلِّ مُستقيمَيْنِ مُتوازِيَيْنِ في ما يأتي:

6 $y = x - 11$
$y = x - 7$

7 $y + 2x = 1$
$y = -2x + 16$

8 $2y + 5x - 7 = 0$
$2y + 5x - 11 = 0$

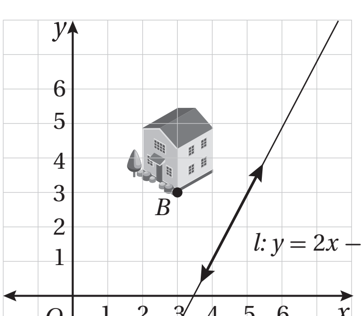


يمثّلُ الشكلُ المُجاورُ دعاماتٍ مُستخدَمَةً في سقفِ موقفٍ للسيّاراتِ.

9 أَجِدُ المسافةَ بينَ رأسِ الدعامةِ C وَ $\overline{AB}$.

10 أَجِدُ مساحةَ المنطقةِ المُثلَّثةِ ABC.

(علمًا أنَّ كلَّ وحدةٍ في المُستوى تمثّلُ مترًا واحدًا).



11 يمثّلُ الشكلُ المُجاورُ خطَّ توزيعِ المياهِ تحتَ الأرضِ، الذي يمثّلُهُ المُستقيمُ $l: y = 2x - 2$، وتمثّلُ B فيهِ نقطةَ تزويدِ المنزلِ بالمياهِ. أَجِدُ أقصرَ مسافةٍ بينَ خطِّ التوزيعِ l والنقطةِ B.

(علمًا أنَّ كلَّ وحدةٍ في المُستوى تمثّلُ 10 أمتارٍ).

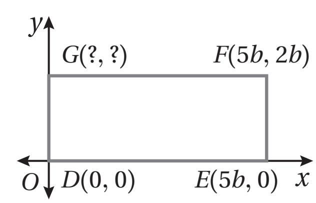
البرهانُ الإحداثِيُّ
Coordinate Proof

أرسُمُ كُلًّا مِنَ المُضَلَّعاتِ الآتيةِ في المُستوى الإحداثِيِّ، وأحدّدُ إحداثياتِ رُؤوسِ كلٍّ منها:

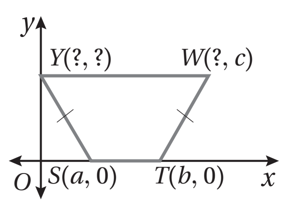
1. مثلّثٌ متطابقُ الضّلعَينِ طولُ قاعدتِهِ $2b$ وارتفاعُهُ $2c$
2. مُرَبَّعٌ طولُ ضِلعِهِ $2a$، ويلتقي قُطراهُ في نقطةِ الأصلِ.
3. مثلّثٌ متطابقُ الأضلاعِ طولُ قاعدتِهِ a.
4. مُستطيلٌ طولُهُ $2k$ وحدةً وعرضُهُ k وحدةً.

أَجِدُ الإحداثياتِ المجهولةَ في كلِّ شكلٍ مِنَ الأشكالِ الآتيةِ:

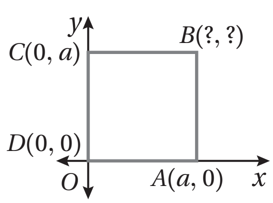
5. مُستطيلٌ



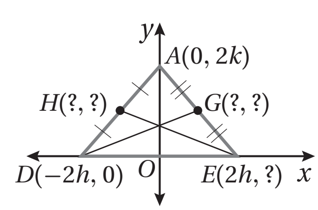
6. شبهُ مُنحَرِفٍ



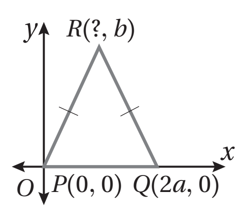
7. مُرَبَّعٌ



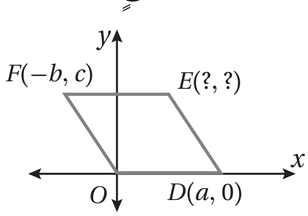
8. مثلّثٌ



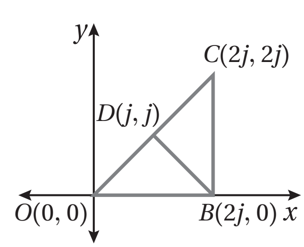
9. مثلّثٌ



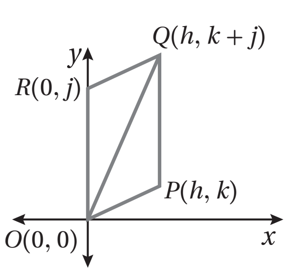
10. مُتوازي أضلاعٍ



11. أستعمِلُ المعلوماتِ المُعطاةَ في الشكلِ الآتي؛ لِأُثبِتَ باستعمالِ البرهانِ الإحداثِيِّ أنَّ $\Delta ODB \cong \Delta BDC$.



12. أستعمِلُ المعلوماتِ المُعطاةَ في الشكلِ الآتي؛ لِأُثبِتَ باستعمالِ البرهانِ الإحداثِيِّ أنَّ $\Delta OPQ \cong \Delta QRO$.



أوراقُ الرسمِ البيانيِّ

أوراقُ الرسمِ البيانيِّ

أوراقُ الرسمِ البيانيِّ

أوراقُ الرسمِ البيانيِّ

أوراقُ الرسمِ البيانيِّ

أوراقُ مربّعاتٍ

أوراقُ مربّعاتٍ