

جمهورية العراق  
وزارة التربية  
المديرية العامة للمناهج

8



سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة

# الرياضيات

للف الثاني المتوسط

تتقيح

لجنة متخصصة في وزارة التربية

١٤٤٥هـ / ٢٠٢٣م

الطبعة الخامسة المنقحة

المشرف الفني على الطبع  
فراس عبدالهادي محمد

المشرف العلمي على الطبع  
م.م.زينة عبدالامير حسين

بنيت وصممت (سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة) على أيدي فريق من المتخصصين في وزارة التربية/المديرية العامة للمناهج وبمشاركة متخصصين من أساتذة الجامعات في وزارة التعليم العالي والبحث العلمي على وفق المعايير العالمية لتحقيق أهداف بناء المنهج الحديث المتمثلة في جعل الطلاب:

متعلمين ناجحين مدى الحياة.

أفراداً واثقين بأنفسهم.

مواطنين عراقيين يشعرون بالفخر .

تصميم الغلاف والرسوم  
ساره خليل إبراهيم

مصمم الكتاب  
هبة صلاح مهدي

الموقع والصفحة الرسمية للمديرية العامة للمناهج

[www.manahj.edu.iq](http://www.manahj.edu.iq)  
[manahjb@yahoo.com](mailto:manahjb@yahoo.com)  
[Info@manahj.edu.iq](mailto:Info@manahj.edu.iq)



manahjb  
manahj



استناداً إلى القانون يوزع مجاناً ويمنع بيعه وتداوله في الأسواق

منهاجي  
متعة التعليم الهادف



## المقدمة

تُعَدُّ مادةُ الرياضياتِ مِنَ الموادِ الدراسيةِ الأساسيةِ التي تُساعدُ الطالبَ على اكتسابِ الكفاياتِ التعليميةِ اللازمةِ له، لتنميةِ قدراته على التفكيرِ وحلِ المشكلاتِ، ويساعدهُ على التعاملِ معِ المواقفِ الحياتيةِ المختلفةِ.

وَمِنْ مُنْطَلَقِ الاهتمامِ الذي تُوليه وزارةُ التربيةِ متمثلةً بالمديريةِ العامةِ للمناهجِ لتطويرِ المناهجِ بصورةٍ عامةٍ ولاسيما مناهجِ الرياضياتِ لكي تواكبَ التطوراتِ العلميةِ والتكنولوجيةِ في مجالاتِ الحياةِ المختلفةِ، فَقَدْ وَضَعَتْ خُطَّةً لتأليفِ سلسلةِ كُتُبِ الرياضياتِ للمراحلِ الدراسيةِ الثلاثِ، وأُنْجِزَتْ منها كُتُبُ المرحلةِ الابتدائيةِ وَبَدَأَ العملُ على استكمالِ السلسلةِ بتأليفِ كُتُبِ المرحلةِ المتوسطةِ. إنَّ سلسلةَ كُتُبِ الرياضياتِ العراقيةِ الجديدةِ ومن ضمنِ الإطارِ العامِ للمناهجِ تُعزِّزُ القيمَ الأساسيةِ التي تتمثلُ بالالتزامِ بالهويةِ العراقيةِ والتسامحِ واحترامِ الرأيِ والرأيِ الآخرِ والعدالةِ الاجتماعيةِ، وتوفيرِ فرصِ متكافئةٍ للتمييزِ والإبداعِ، كما تعملُ على تعزيزِ كفاياتِ التفكيرِ والتعلمِ والكفاياتِ الشخصيةِ والاجتماعيةِ وكفاياتِ المواطنةِ والعملِ.

بُنِيَتْ سلسلةُ كُتُبِ الرياضياتِ العراقيةِ على محوريةِ الطالبِ في عمليتيِ التَّعليمِ والتَّعلمِ وَعدَّةِ المحورِ الرئيسِ في العمليةِ التربويةِ على وفقِ المعاييرِ العالميةِ.

تَمَيَّزَتْ سلسلةُ كُتُبِ الرياضياتِ العراقيةِ للمرحلةِ المتوسطةِ في تنظيمِ الدروسِ على ستِ فقراتٍ: تَعَلَّمَ، تَأَكَّدُ مِنْ فَهْمِكَ ، تَدْرَبُ وَحِلِّ التمريناتِ ، تَدْرَبُ وَحِلِّ مسائلِ حياتيةٍ ، فَكَّرْ ، أَكْتُبْ.

يأتي كتابُ الرياضياتِ للصفِ الثانيِ المتوسطِ مشتملاً على أربعةِ محاورِ أساسيةٍ: محورُ الأعدادِ والعملياتِ ، ومحورُ الجبرِ ، ومحورُ الهندسةِ والقياسِ، ومحورُ الإحصاءِ والاحتمالاتِ من ضمنِ الأوزانِ النسبيةِ لكلِ محورِ، وتضمَّنَ الكتابُ سبعةَ فصولٍ لكلِ فصلٍ تمريناته.

تتميزُ هذهِ الكُتُبُ بأنها تعرضُ المادةَ بأساليبٍ حديثةٍ، تتوفَّرُ فيها عناصرُ الجذبِ والتشويقِ، التي تُساعدُ الطالبَ على التفاعلِ معها، عن طريقِ ما تُقدِّمه من تدريباتٍ وتمريناتٍ ومسائلِ حياتيةٍ، فضلاً عن ذلكِ وَضَعَتْ تمريناتُ الفصولِ في نهايةِ الكتابِ وهي تُخْتَلَفُ عن التدريباتِ والتمريناتِ في الدروسِ وذلكِ لكونها موضوعيةً فالإجابة عنها تكون عن طريقِ اختيارٍ من متعددٍ وهذا بدوره يهيئُ الطالبَ للمشاركةِ في المسابقاتِ الدوليةِ.

يمثلُ هذا الكتابُ امتداداً لسلسلةِ كُتُبِ الرياضياتِ المطورةِ للمرحلةِ الابتدائيةِ ودعامةً من دعائمِ المنهجِ المطورِ في الرياضياتِ إلى جانبِ دليلِ المدرسِ، وعليه نأملُ أن يُسَهِّمَ تَنْفِيذُها في اكتسابِ الطلابِ المهاراتِ العلميةِ والعمليةِ وتنميةِ ميولهم لدراسةِ الرياضياتِ.

اللهم وفقنا لخدمةِ عراقنا العزيزِ وأبنائهِ ...

المؤلفون

## The Rational Numbers

## الأعداد النسبية

الدرس [1-1] ترتيب العمليات على الأعداد النسبية.

الدرس [1-2] القوى (الأسس) السالبة والصورة العلمية للعدد.

الدرس [1-3] خصائص القوى (الأسس).

الدرس [1-4] الكسور العشرية الدورية والصورة العلمية للعدد (استعمال الحاسبة).

الدرس [1-5] تبسيط الجمل العددية الكسرية.

الحوت الأزرق، أو المنارة (الاسم العلمي: *Balaenoptera musculus*) هو حيوان ثديي بحري ينتمي إلى تحت رتبة الحيتان الباليانية، وبسبب طوله البالغ 30 متراً ووزنه البالغ 170 طناً أو أكثر، فإنه يعد أكبر الحيوانات المعروفة على الإطلاق، كان أكبر تجمع للحيتان الزرق قبل عمليات صيد الحيتان في المنطقة القطبية الجنوبية، إذ بلغ عددها قرابة  $2.39 \times 10^5$  حوت. هل تستطيع كتابة عدد الحيتان بالصورة الرقمية؟

عبر عن الأعداد التالية بصيغة كسر اعتيادي:

1  $9 = \dots\dots$     2  $2.3 = \dots\dots$     3  $0.29 = \dots\dots$     4  $1.4 = \dots\dots$     5  $6.1 = \dots\dots$

قارن بين الأعداد النسبية مستعملاً الرموز ( > ، < ، = ) :

6  $\frac{11}{25} \boxed{\phantom{00}} \frac{6}{10}$

7  $\frac{5}{6} \boxed{\phantom{00}} \frac{8}{15}$

8  $\frac{7}{16} \boxed{\phantom{00}} \frac{25}{64}$

رتب الأعداد النسبية التالية من الأصغر إلى الأكبر :

9  $\frac{4}{5}, \frac{3}{12}, \frac{15}{25}$

10  $\frac{3}{8}, \frac{5}{7}, \frac{3}{21}$

رتب الأعداد النسبية التالية من الأكبر إلى الأصغر :

11  $\frac{12}{27}, \frac{6}{9}, \frac{10}{18}$

12  $\frac{8}{14}, \frac{10}{25}, \frac{4}{28}$

جد ناتج ما يأتي :

13  $\frac{3}{5} \div \frac{1}{6} = \dots\dots$

14  $(-3.6) + (-2.2) = \dots\dots$     15  $7.1 (+) - 5.9 (= \dots\dots$

16  $\frac{5}{9} - \frac{3}{8} = \dots\dots$

17  $4.1(\times) - 2( = \dots\dots$     18  $\frac{3}{19} \times \frac{6}{10} = \dots\dots$

جد النسبة المئوية التقديرية لكل مما يأتي:

19  $\frac{1}{9}$

20  $\frac{8}{26}$

21  $\frac{11}{74}$

22  $\frac{5}{47}$

أكمل الجدول التالي مبيناً نوع التناسب:

23

10	8	5	4	2	1	A
	125			500	1000	B
			1000		1000	C

قدر الجذور الآتية:

24  $\sqrt{50}$

25  $\sqrt{13}$

26  $\sqrt[3]{145}$

27  $\sqrt[3]{33}$

# ترتيب العمليات على الاعداد النسبية

## Ordering Operations on Rational Numbers

### الدرس [1-1]

#### تَعَلَّم



يتدرب أوس وأيمن على رياضة التنس، إذ يتدرب أوس يومين في الأسبوع بواقع  $\frac{5}{6}$  الساعة في اليوم الأول و  $\frac{3}{4}$  الساعة في اليوم الثاني، ويتدرب أيمن يوماً واحداً في الأسبوع بواقع  $\frac{2}{3}$  الساعة. كم تزيد المدة التي يتدربها أوس عن المدة التي يتدربها أيمن خلال الأسبوع؟

#### فكرة الدرس

- استعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتبسيط جملة عددية.

#### المفردات

- ترتيب العمليات.
- جملة عددية.

### [1-1-1] تبسيط جملة عددية تحتوي على جمع وطرح أو ضرب وقسمة اعداد نسبية

### Simplifies Numerical Sentences Contains Addition and Subtraction or Multiplication and Division Rational Numbers

تعلمت سابقاً كيفية ايجاد ناتج جمع أو طرح أعداد نسبية وكذلك ضرب أو قسمة عددين نسبيين والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على عمليتين (جمع وطرح) أو (ضرب وقسمة) لأعداد نسبية.

(مثال 1) كم تزيد المدة التي يتدربها أوس عن المدة التي يتدربها أيمن خلال الأسبوع؟

نكتب الجملة العددية التي تمثل المسألة :

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{2}{3} = \frac{5 \times 2 + 3 \times 3}{12} - \frac{2}{3}$$

نجري عملية الجمع أولاً

$$= \frac{19}{12} - \frac{2}{3} = \frac{19 - 8}{12} = \frac{11}{12}$$

نجري عملية الطرح ثانياً

يتدرب اوس مدة  $\frac{11}{12}$  الساعة في الاسبوع زيادة على ما يتدرب أيمن.

(مثال 2) استعمال جمع وطرح الاعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$i) \left( \frac{1}{3} - \frac{8}{9} + \frac{12}{6} \right) = \frac{1 \times 6 - 8 \times 2 + 12 \times 3}{18} = \frac{6 - 16 + 36}{18} = \frac{26}{18} = \frac{13}{9}$$

$$ii) \left( 2\frac{2}{7} + 1\frac{1}{5} - \frac{6}{35} \right) = \frac{16}{7} + \frac{6}{5} - \frac{6}{35} = \frac{16 \times 5 + 6 \times 7 - 6}{35} \\ = \frac{80 + 42 - 6}{35} = \frac{116}{35}$$

$$iii) (7.34 - 3.08 + 1.9) = 4.26 + 1.9 = 6.16$$

$$iv) (3.16 + 0.092 - 0.07 - 5.005) = 3.252 - 5.075 = -1.823$$

$$v) (0.07 - 0.006 + 0.503 - 0.08) = 0.064 + 0.503 - 0.08 = 0.567 - 0.08 = 0.487$$

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة: (مثال 3)

$$i) (-3\frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} \div 3\frac{7}{2} = -\frac{7}{2} \times \frac{5}{3} \div \frac{13}{2} = -\frac{35}{6} \div \frac{13}{2} = -\frac{35}{6} \times \frac{2}{13} = -\frac{35}{39}$$

$$ii) (\frac{48}{9} \div \frac{-12}{3} \times \frac{-8}{13} = \frac{48}{9} \times \frac{3}{-12} \times \frac{-8}{13} = \frac{4}{-3} \times \frac{-8}{13} = \frac{32}{39}$$

$$iii) (4.5 \times 3.65 \div -1.125) = (16.425 \div -1.125) = -14.6$$

$$iv) (7.29 \div 0.9 \times -0.03) = (8.1 \times -0.03) = -0.243$$

[1-1-2] استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جملة عددية تحتوي على اعداد نسبية  
Using Ordering Operations to Simplifies Numerical Sentences Contains  
Rational Numbers

تعرفت سابقا إلى استعمال ترتيب العمليات على الأعداد الصحيحة لتبسيط جملة عددية والان سوف نتعرف إلى استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جملة عددية تحتوي على اعداد نسبية واتباع الخطوات الآتية:

1) ضع العمليات التي لها اولوية بين الأقواس.

2) أبدأ بالعمليات بين الأقواس.

3) اضرب وقسم من اليسار إلى اليمين.

4) اجمع وأطرح من اليسار إلى اليمين.

استعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة: (مثال 4)

$$i) (-\frac{1}{5} \times \frac{25}{-3} + \frac{3}{2} \times \frac{8}{21}) = -\frac{1}{5} \times \frac{25}{-3} (+) \frac{3}{2} \times \frac{8}{21} (= \frac{5}{3} + \frac{4}{7} = \frac{35+12}{21} = \frac{47}{21})$$

$$ii) (\frac{7}{12} \div \frac{21}{-4} - \frac{9}{11} \div \frac{-27}{44}) = \frac{7}{12} \times \frac{-4}{21} (-) \frac{9}{11} \times \frac{44}{-27} (= -\frac{1}{9} + \frac{4}{3} = \frac{-1+12}{9} = \frac{11}{9})$$

$$iii) (\frac{4}{5} \div \frac{8}{15} \times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14}) = \frac{4}{5} \times \frac{15}{8} (\times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14}) = \frac{3}{2} (\times \frac{2}{-7} + \frac{5}{14} = \frac{-3}{7} + \frac{5}{14} = -\frac{1}{14})$$

$$iv) (\frac{12}{7} - \frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{4}{15}) = \frac{12}{7} - \frac{2}{11} \times \frac{22}{-6} \div \frac{4}{15} (= \frac{12}{7} - \frac{2}{-3} \div \frac{4}{15} (= \frac{12}{7} + \frac{5}{2} = \frac{59}{14}))$$

$$v) (4.01 \times 1.2 + 11.5 \times 0.6) = 4.01 \times 1.2 (+) 11.5 \times 0.6 (= 4.812 + 6.9 = 11.712)$$

$$vi) (6.4 \div 0.8 - 12.5 \div 0.5) = 6.4 \div 0.8 (-) 12.5 \div 0.5 (= 8 - 25 = -17)$$

$$vii) (0.09 \times 16 + 5.4 \div 0.6) = 0.09 \times 16 (+) 5.4 \div 0.6 (= 1.44 + 9 = 10.44)$$

## تأكّد من فهمك

استعمل جمع وطرح الأعداد النسبية لتكتب كلّ مقدارٍ بأبسط صورة:

1  $\frac{1}{5} - \frac{2}{7} + \frac{3}{5} = \dots$

2  $4\frac{1}{3} + 3\frac{2}{5} - \frac{8}{15} = \dots$

الأسئلة (1 - 6)

3  $\frac{2}{9} - 1\frac{1}{8} + \frac{4}{3} - \frac{5}{4} = \dots$

4  $\frac{6}{5} + \frac{9}{2} - \frac{3}{8} + \frac{7}{15} = \dots$

مشابهة للمثال 2)

5  $9.14 - 6.07 + 2.5 = \dots$

6  $1.12 + 0.82 - 0.02 + 4.002 = \dots$

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب كلّ مقدارٍ بأبسط صورة:

7  $1\frac{1}{3} \times (-2\frac{5}{6}) \div 2\frac{4}{9} = \dots$

8  $\frac{54}{7} \div \frac{-9}{14} \times \frac{-5}{24} = \dots$

الأسئلة (7 - 10)

9  $6.1 \times 3.25 \div (-0.25) = \dots$

10  $0.81 \div 0.9 \times (-0.05) = \dots$

مشابهة للمثال 3)

استعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب كلّ مقدارٍ بأبسط صورة:

11  $\frac{-2}{5} \times \frac{15}{-6} + \frac{1}{3} \times \frac{12}{5} = \dots$

12  $\frac{8}{13} \div \frac{-16}{39} - \frac{7}{15} \div \frac{-21}{10} = \dots$

الأسئلة (11 - 16)

13  $\frac{2}{9} \div \frac{4}{27} \times \frac{1}{-4} + \frac{7}{16} = \dots$

14  $\frac{12}{7} - \frac{-2}{17} \times \frac{34}{-5} \div \frac{8}{15} = \dots$

مشابهة للمثال 4)

15  $9.02 \times 1.4 - 8.03 \times 0.7 = \dots$

16  $4.9 \div 0.7 + 4.8 \div 0.12 = \dots$

## تدرب وحلّ التمرينات

استعمل جمع وطرح الأعداد النسبية لتكتب كلّ مقدارٍ بأبسط صورة:

17  $\frac{1}{6} - \frac{3}{4} + \frac{2}{3} = \dots$

18  $\frac{3}{7} - 1\frac{2}{7} + \frac{5}{3} - \frac{9}{14} = \dots$

19  $2.04 - 8.09 + 3.05 = \dots$

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب كلّ مقدارٍ بأبسط صورة:

20  $2\frac{1}{6} \times 3\frac{3}{2} \div (-5\frac{3}{2}) = \dots$

21  $0.01 \times 6.4 \div (-0.04) = \dots$

استعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب كلّ مقدارٍ بأبسط صورة:

22  $\frac{5}{-3} \times \frac{24}{45} + \frac{1}{3} \times \frac{-15}{6} = \dots$

23  $\frac{1}{7} \div \frac{5}{42} \times \frac{1}{-5} - \frac{1}{12} = \dots$

24  $-4.09 \times 3.2 - 5.03 \times 0.8 = \dots$

## تدرب وحلّ مسائل حياتية



25 **كرة قدم:** بطولة كأس العالم لكرة القدم هي أهم مسابقة كرة قدم دولية يقيمها الاتحاد الدولي لكرة القدم (الفيفا). أقيمت البطولة لأول مرة عام 1930م، وتقام كل 4 سنوات حتى الان أقيمت البطولة 20 مرة وفاز المنتخب البرازيلي بالكأس 5 مرات والمنتخب الإيطالي فاز 4 مرات. ما الفرق بين نسبي فوز الفريقين الى العدد الكلي لتنظيم البطولة؟



26 **رياضة الجري:** قطع العداء الذي فاز بالمرتبة الأولى في سباق الجري 2000m الدورة الواحدة (400m) بمدة 44.2sec ، و قطع العداء الذي فاز بالمرتبة الثانية الدورة الواحدة بمدة 46.5sec. فما الفرق بين الوقت الكلي لقطع مسافة السباق للعدائين؟



27 **طقس:** كانت درجة الحرارة في منطقة القطب الشمالي -48- درجة سليزية ، وبدأت درجة الحرارة بالارتفاع التدريجي في الساعة 10 صباحاً حتى الساعة 4 بعد الظهر بمعدل 0.5 درجة سليزية بالساعة، ثم عاودت بالانخفاض بمعدل 1.5 درجة سليزية بالساعة. كم اصبحت درجة الحرارة عند الساعة 6 عصراً؟

## فكّر

28 **تحذّر:** استعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

$$i) \left(\frac{1}{3}\right)^{-6} \div \frac{6}{5} + 2\frac{1}{10} \left(\times \frac{4}{5} \div 2\frac{8}{5} = \dots\dots \quad ii) \left(\frac{1}{2}\right)^8 \div \frac{8}{9} - 3\frac{1}{3} \left(\div 3\frac{2}{3} \div \frac{-15}{7} = \dots\dots$$

29 **أصحّ الخطأ:** بسط جمال الجملة العددية وكتبها بأبسط صورة:

$$\frac{3}{7} \div \frac{9}{28} \times \frac{1}{-2} \div \frac{4}{-9} = 6$$

حدد خطأ جمال وصّحه .

30 **حسّ عدديّ:** ما العدد الذي يجب كتابته في المربع لتكون الجملة العددية التالية صحيحة:

$$i) \left(\frac{1}{-2} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{2} \times \frac{1}{\square}\right) = 0 \quad ii) \left(\frac{1}{5} \div \frac{2}{5} - \frac{1}{3} \div \frac{\square}{3}\right) = 0$$

## أكتب

المقدار بأبسط صورة باستعمال ترتيب العمليات:

$$-1.03 \times 4.2 - 7.07 + 0.6 \times 2.5 = \dots\dots$$

تَعَلَّم



الباندا العملاقة أو الدب الصيني حيوانٌ ضخمٌ من عائلة الدب موطنه الأصلي في الصين، تشتهر بلونها الاسود والابيض وفروها السميك الذي يحميها من البرد. يأكل الباندا ما يعادل  $10^{-1}$  من وزنه يومياً. ما عدد الكيلوغرامات التي يأكلها دب الباندا الذي يزن 110kg؟

فكرة الدرس

- كيفية حساب مقادير تتضمن أسساً سالبة.
- والتعبير عن عدد بالصورة العلمية.
- المفردات
- الأس (القوة).
- الصورة العلمية.
- الصورة الرقمية.

Negative Powers of Numbers

[1-2-1] القوى السالبة للعدد

تعلمت سابقاً كيفية كتابة العدد بالقوى (الأسس) الموجبة  $10^1 = 10$  ،  $10^2 = 100$  ،  $10^3 = 1000$  ، ..... وبأسلوب نفسه سوف تتعرف إلى كتابة العدد بالقوى (الأسس) السالبة :

$$10^{-1} = \frac{1}{10} , 10^{-2} = \frac{1}{10^2} = \frac{1}{100} , 10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1000} , \dots\dots$$

مع ملاحظة: أي عدد (عدا الصفر) للأس 0 يساوي 1 ، العدد 1 لأي أس موجب أو سالب يساوي 1 ،

العدد (-1) لأي أس زوجي يساوي 1 ولأي أس فردي يساوي -1 .

$$8^0 = 1 , (-3)^0 = 1 , 1^5 = 1 , 1^{-7} = 1 , (-1)^2 = 1 , (-1)^{-2} = 1 , (-1)^3 = -1 , (-1)^{-3} = -1$$

مثال 1) جذ عدد الكيلوغرامات التي يأكلها دب الباندا يومياً.

$$10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$110 \times \frac{1}{10} = 11\text{kg}$$

يأكل الباندا عشرَ وزنه يومياً

لذا يأكل الباندا 11kg يومياً

مثال 2) احسب الأسس السالبة لكل مما يأتي:

i)  $3^{-2} = \frac{1}{3^2} = \frac{1}{9}$

ii)  $5^{-3} = \frac{1}{5^3} = \frac{1}{125}$

iii)  $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16}$

iv)  $(-2)^{-2} = \frac{1}{(-2)^2} = \frac{1}{4}$

v)  $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي :

vi)  $(\frac{1}{2} + 2^{-3}) \cdot (-2)^{-4} = (\frac{1}{2} + \frac{1}{2^3}) \cdot \frac{1}{(-2)^4}$

vii)  $(4^{-3}) \cdot (-6)^0 \cdot 8^{-2} = \frac{1}{4^3} \cdot 1 \cdot \frac{1}{8^2}$

$$= \frac{1}{2} + \frac{1}{8} - \frac{1}{16}$$

$$= \frac{8+2-1}{16} = \frac{9}{16}$$

$$= \frac{1}{64} - 1 - \frac{1}{64}$$

$$= -1$$

## Scientific Notation of Number

تعلمت سابقاً كيفية كتابة الأعداد الكبيرة بالصورة العلمية كعدد صحيح مضروب في إحدى القوى الموجبة للعدد  $1400000 = 14 \times 10^5$ ، والآن سوف نستعمل الصورة العلمية للعدد لكتابة الأعداد التي قيمتها المطلقة كبيرة جداً أو صغيرة جداً. ولكتابة الأعداد العشرية من الصورة العلمية للصورة الرقمية نلاحظ الآتي :

- (1) إذا ضرب العدد في إحدى القوى الموجبة للعدد 10 فإن الفارزة العشرية تتحرك إلى اليمين .
- (2) إذا ضرب العدد في إحدى القوى السالبة للعدد 10 فإن الفارزة العشرية تتحرك إلى اليسار .
- (3) عدد المراتب التي تتحرك بها الفارزة العشرية هي القيمة المطلقة للأس .

مثال (3) اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية :

i)  $7.3 \times 10^3 = 7\underline{300}$

الفارزة العشرية تتحرك ثلاث مراتب إلى اليمين

ii)  $2.64 \times 10^5 = 2\underline{64000}$

الفارزة العشرية تتحرك خمس مراتب إلى اليمين

iii)  $9.17 \times 10^{-2} = 0.\underline{09}17$

الفارزة العشرية تتحرك مرتبتين إلى اليسار

vi)  $52.6 \times 10^{-4} = 0.\underline{0052}6$

الفارزة العشرية تتحرك أربع مراتب إلى اليسار

لتحويل الأعداد العشرية من الصورة الرقمية إلى الصورة العلمية نلاحظ الآتي:

- (1) حرك الفارزة العشرية ليكون موقعها على يمين أول مرتبة غير صفرية من اليسار .
- (2) عد المراتب التي حركت بها الفارزة العشرية .
- (3) جد قوة العدد عشرة، فإذا كانت القيمة المطلقة للعدد الأصلي بين الصفر و الواحد فإن الأس يكون سالباً ، وإذا كان العدد أكبر من واحد فإن الأس يكون موجباً .

مثال (4) اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

i)  $72300 = 7.23 \times 10000$   
 $= 7.23 \times 10^4$

الفارزة العشرية تحركت أربع مراتب إلى اليسار

بما أن 72300 أكبر من 1 لذا فإن الأس موجب

ii)  $802000 = 8.02 \times 100000$   
 $= 8.02 \times 10^5$

الفارزة العشرية تحركت خمس مراتب إلى اليسار

بما أن 802000 أكبر من 1 لذا فإن الأس موجب

iii)  $0.0025 = 2.5 \times 0.001$   
 $= 2.5 \times 10^{-3}$

الفارزة العشرية تحركت ثلاث مراتب إلى اليمين

بما أن 0.0025 أكبر من 0 وأصغر من 1 لذا فإن الأس سالب

iv)  $0.000371 = 3.71 \times 0.0001$   
 $= 3.71 \times 10^{-4}$

الفارزة العشرية تحركت أربع مراتب إلى اليمين

بما أن 0.000371 أكبر من 0 وأصغر من 1 لذا فإن الأس سالب

## تأكد من فهمك

احسب الأسس السالبة لكل مما يأتي :

1  $4^{-2} = \dots$

2  $2^{-3} = \dots$

3  $3^{-4} = \dots$

(الأسئلة 1 - 9)

4  $-2^{-2} = \dots$

5  $-2(-3) = \dots$

6  $-5(-4) = \dots$

(مشابه للمثال 1)

7  $-1(-5) = \dots$

8  $-7^{-1} = \dots$

9  $-9(0) = \dots$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي :

10  $\frac{1}{3} + 3^{-2} - 3(-3) = \dots$

11  $2^{-4} - 6(0) - 5^{-1} = \dots$

(الأسئلة 10 - 13)

12  $-4^{-2} + 1^3 - 6(-2) = \dots$

13  $8(0) - 3(2) - 1^{-4} = \dots$

(مشابه الى المثال 2)

اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية :

14  $4.2 \times 10^4 = \dots$

15  $5.14 \times 10^6 = \dots$

(الأسئلة 14 - 17)

16  $2.16 \times 10^{-3} = \dots$

17  $15.8 \times 10^{-5} = \dots$

(مشابه الى المثال 3)

اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية :

18  $72300 = \dots$

19  $802000 = \dots$

(الأسئلة 18 - 21)

20  $0.0025 = \dots$

21  $0.000371 = \dots$

(مشابه الى المثال 4)

احسب الأسس السالبة لكل مما يأتي :

تدرب وحلّ التمرينات

22  $7^{-2} = \dots$

23  $-3(-2) = \dots$

24  $1^{-4} = \dots$

25  $-1(0) = \dots$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي :

26  $\frac{1}{4} + 5^{-2} - 1(-3) - \frac{1}{2} = \dots$

27  $6^{-2} - 4^{-2} - 8(-2) - \frac{1}{36} = \dots$

اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية :

28  $6.3 \times 10^3 = \dots$

29  $23.7 \times 10^{-2} = \dots$

اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية :

30  $52100 = \dots$

31  $0.0035 = \dots$

## تدرب وحل مسائل حياتية



32 **العنكبوت:** العنكبوت تغزل خيط الحرير وهذا الخيط له وظائف وحسب الاستعمال وتصنع اقراصاً مخاطية لاصقة attachment discs التي تعمل بوضعها أوتاداً صلبه جداً تساعد على لصق الشبكة العنكبوتية في اماكن واسطح مختلفة ويبلغ قطر خيط الحرير  $3 \times 10^{-3}$  mm اكتب قطر خيط الحرير بالصورة الرقمية .



33 **حيتان:** تقطع الحيتان مسافة  $2^5 \times 5^3$  km في كل رحلة تهاجر فيها ولكن الحوت الرمادي يقطع مسافة  $2^4 \times 3 \times 5^3$  km زيادة عن الحيتان الاخرى في كل رحلة. اكتب المسافة بالصورة الرقمية التي يقطعها الحوت الرمادي في كل رحلة.



34 **فضاء:** كوكب الأرض هو ثالث كواكب المجموعة الشمسية التي تعد جزءاً من مجرة درب التبانة، ويتخذ الأرض شكلاً إهليلجياً، ويعد حجمه صغيراً جداً عند مقارنته بحجم الشمس، المسافة التقريبية بين الارض والشمس  $140\ 000\ 000\ 000$  m اكتب المسافة بالصورة العلمية.

## فكر

35 **تحذ:** اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية :

i)  $\left(\frac{1}{4} \times 10^{-5} = \dots\dots\right)$       ii)  $\left(\sqrt{\frac{1}{25}} \times 10^{-3} = \dots\dots\right)$       iii)  $\left(\sqrt{\frac{9}{16}} \times 10^{-4} = \dots\dots\right)$

36 **أصحح الخطأ:** استعملت سماح ترتيب العمليات على الاعداد النسبية وكتبت الاتي :

$$)-3(-2 - )-1(0 + 1^{-2} - \frac{1}{9}) = 1$$

حدد خطأ سماح وصححه.

37 **حس عددي:** هل أن العدد  $\sqrt{0.09} \times 10^{-2}$  يقع بين العددين 0.004 . 0.005 ؟ وضح اجابتك.

## اكتب

$$2.17 \times 10^{-3} + 3.83 \times 10^{-3} = \dots\dots\dots$$

ناتج جمع العددين بالصورة العلمية:



تَعَلَّم

الأسد حيوانٌ من الثدييات من فصيلة السنوريات وأحد السنوريات الأربعة الكبيرة المنتمية إلى جنس النمر Panthera إذا كان الأسد البالغ يحتاج الى  $2^3$ kg من اللحم في الوجبة الواحدة، فكم كيلو غرام يحتاج  $2^4$  أسداً في الوجبة الواحدة؟

فكرة الدرس

- ضرب قوتين لهما الأساس نفسه.
- قسمة قوتين لهما الأساس نفسه.
- رفع قوة الى قوة.
- المفردات
- الاساس.
- الأسس.

[1-3-1] ضرب قوتين لهما نفس الأساس

Product of two Powers with the same Base

تعرفت سابقاً إلى القوى الموجبة والسالبة للعدد، والآن سوف نتعرف إلى قوانين الأسس:

(1) ضرب قوتين لهما الأساس نفسه  $a^n \times a^m = a^{n+m}$  إذ أن  $a \in Q$  ,  $n, m \in Z$  . أي عند ضرب قوتين لهما الأساس نفسه الناتج يكون الأساس نفسه مرفوعاً الى حاصل جمع الأسين .

(مثال 1) جد عدد الكيلوغرامات التي يحتاج إليها  $2^4$  أسداً في الوجبة الواحدة.

$$2^3 \times 2^4 = 2^{3+4} = 2^7$$

ضع الأساس نفسه وأجمع الأسس

لذا يحتاج  $2^4$  اسداً الى  $2^7$  كيلو غراماً من اللحم.

(مثال 2) بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

i)  $(5^6 \times 5^2 = 5^{6+2} = 5^8)$

ii)  $(7^9 \times 7^{-3} = 7^{9-3} = 7^6)$

iii)  $(3^{-2} \times 3^{-5} = 3^{-2-5} = 3^{-7})$

iv)  $(8 \times 2^{-7} = 2^3 \times 2^{-7} = 2^{-4})$

v)  $(11^2 \times 11^{-6} \times 11^{-5} = 11^{2-6-5} = 11^{-9})$

vi)  $(\frac{1}{2}^{-3} \times \frac{1}{2}^{-3} \times \frac{1}{2}^{-6} = \frac{1}{2}^{-3-3-6} = \frac{1}{2}^{-12} = 2^{12})$

vii)  $(12 \times 8 \times 3^{-4} = 2^2 \times 3 \times 2^3 \times 3^{-4} = 2^2 \times 2^3 \times 3 \times 3^{-4})$

$$= 2^{2+3} \times 3^{1-4} = 2^5 \times 3^{-3}$$

viii)  $(4^{-3} \times \frac{1}{4}^{-5} = \frac{1}{4}^{-3} \times \frac{1}{4}^{-5} = \frac{1}{4}^{-3-5} = \frac{1}{4}^{-8} = 4^8)$

### [1-3-2] قسمة قوتين لهما الأساس نفسه

#### Divide Two Powers with the same Base

(2) قسمة قوة على قوة لهما الأساس نفسه :  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$  إذ أن  $a \in \mathbb{Q}$  ,  $n, m \in \mathbb{Z}$  أي عند قسمة قوة على قوة لهما الأساس نفسه الناتج يكون الأساس نفسه مرفوع إلى حاصل طرح أس المقام من أس البسط .

(مثال 3) بسط واكتب ناتج القسمة بوصفها قوة واحدة:

$$i) \left( \frac{7^6}{7^4} = 7^{6-4} = 7^2 \right)$$

$$ii) \left( \frac{3^{-5}}{3^{-9}} = 3^{-5-(-9)} = 3^{-5+9} = 3^4 \right)$$

$$iii) \left( \frac{2^{-7}}{16} = \frac{2^{-7}}{2^4} = 2^{-7-4} = 2^{-11} \right)$$

$$iv) \left( \frac{54}{12} = \frac{2 \times 3^3}{2^2 \times 3} = 2^{1-2} \times 3^{3-1} = 2^{-1} \times 3^2 \right)$$

$$vi) \left( \frac{\left(\frac{1}{8}\right)^3}{\left(\frac{1}{8}\right)^5} = \frac{8^{-3}}{8^{-5}} = 8^{-3+5} = 8^2 \right)$$

$$vi) \left( \frac{(-5)^2 \times 5^0 \times (-5)^7}{5^6} = 5^2 \times 5^0 \times (-5)^7 \times 5^{-6} \right. \\ \left. = -5^{2+0+7-6} = -5^3 \right)$$

### [1-3-3] رفع قوة إلى قوة

#### Raise a Power to a Power

(3) رفع قوة إلى قوة ثانية للأساس نفسه :  $a^n(m) = a^{nm}$  إذ أن  $a \neq 0$  ,  $a \in \mathbb{Q}$  ,  $n, m \in \mathbb{Z}$  عند رفع قوة إلى قوة ثانية للأساس نفسه يكون الناتج الأساس نفسه مرفوعاً إلى حاصل ضرب الأسس الأول بالأس الثاني .

(مثال 4) بسط واكتب الناتج بوصفه قوة واحدة:

$$i) (7^3)^4 = 7^{3 \times 4} = 7^{12}$$

$$ii) (9^{-5})^6 = 9^{-5 \times 6} = 9^{-30}$$

$$iii) (10^3 \times 10^{-8})^{-2} = (10^3)^{-2} \times (10^{-8})^{-2}$$

$$iv) (72)^2 = (8 \times 9)^2 = (2^3 \times 3^2)^2$$

$$= 10^{-5 \times -2} = 10^{10}$$

$$= (2^3)^2 \times (3^2)^2 = 2^6 \times 3^4$$

$$vi) \left( \frac{(-7)^3 \times 7^8 \times (-49)^2}{7^{-4} \times (-7)^3} \right)^5 = \frac{(-7)^{3 \times 5} \times 7^{8 \times 5} \times (-7^2)^{2 \times 5}}{7^{-4 \times 5} \times (-7)^{3 \times 5}} = \frac{(-7)^{15} \times 7^{40} \times (-7)^{20}}{7^{-20} \times (-7)^{15}} \\ = \frac{(-7)^{15+40+20}}{(-7)^{-20+15}} = \frac{-7^{75}}{-7^{-5}} = \frac{-7^{75}}{-7^{-5}} = 7^{75-(-5)} = 7^{80}$$

## تأكد من فهمك

بسّط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

1  $2^4 \times 2^2 = \dots$

2  $9^0 \times 9^{-5} = \dots$

(الأسئلة 1-8)  
مشابهة للمثال 2)

3  $7^{-3} \times 7^{-5} = \dots$

4  $16 \times 2^{-8} = \dots$

5  $13^{-4} \times (-13^3 \times 13^6) = \dots$

6  $\frac{1}{3}(-2 \times \frac{1}{3}(5 \times \frac{1}{3}(-1 = \dots$

7  $32 \times 3^4 \times 24 = \dots$

8  $9^{-6} \times \frac{1}{9}(7 = \dots$

بسّط واكتب ناتج القسمة بوصفه قوةً واحدة:

9  $\frac{5^3}{5^7} = \dots$

10  $\frac{2^{-6}}{2^{-1}} = \dots$

11  $\frac{3^{-3}}{27} = \dots$

(الأسئلة 9-14)  
مشابهة للمثال 3)

12  $\frac{6 \times 3^{-2}}{2^4 \times 3} = \dots$

13  $\frac{\frac{1}{25}(4)}{\frac{1}{25}(8)} = \dots$

14  $\frac{-6(3 \times 6^{-6} \times )-6(0)}{6^9} = \dots$

بسّط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة :

15  $5^2(6 = \dots$

16  $8^{-3}(4 = \dots$

17  $10^{-7} \times 10^6(-3 = \dots$

(الأسئلة 15-20)  
مشابهة للمثال 4)

18  $3^2(-2 = \dots$

19  $\frac{-1(3 \times 1^8)}{-1^4(6)} = \dots$

20  $\frac{-3(2 \times 3^5)}{-3^3(-1)} = \dots$

## تدرب وحلّ التمرينات

بسّط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوةً واحدة:

21  $6^{-7} \times 6^3 = \dots$

22  $7^{-1} \times 7^{-4} = \dots$

23  $27 \times 3^{-6} = \dots$

24  $8^{-7} \times \frac{1}{8}(7 = \dots$

25  $\frac{1}{5}(-3 \times \frac{1}{5}(7 \times \frac{1}{5}(-2 = \dots$

بسّط واكتب ناتج القسمة بوصفه قوةً واحدة:

26  $\frac{7^{-2}}{7^7} = \dots$

27  $\frac{6^{-4}}{6^{-3}} = \dots$

28  $\frac{48 \times 3^{-4}}{3^3 \times 2} = \dots$

29  $\frac{\frac{1}{49}(-3)}{\frac{1}{49}(6)} = \dots$

بسّط واكتب الناتج بوصفه قوةً واحدة:

30  $3^4(-3 = \dots$

31  $6^{-2}(-5 = \dots$

32  $\frac{-2(2 \times 2^6 \times )-4(5)}{2^{-4} \times )-2^5(3}$

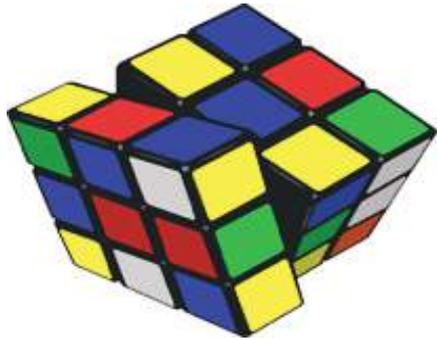
## تدرب وحل مسائل حياتية



33 **الفهد:** يُعدُّ الفهد الصياد الذي يعيش في قارتي آسيا وأفريقيا، من الحيوانات الثديية المعرضة للإنقراض والتي تنتمي إلى عائلة السنوريات أو القططيات وهو أسرع الحيوانات الأرضية على الإطلاق، إذ تصل سرعته القصوى إلى  $\frac{2}{10}^{-3} \text{ m/min}$ . اكتب عدد الامتار التي يقطعها الفهد خلال  $2^3 \text{ min}$ .



34 **إنتاج:** انتج العراق  $\frac{3}{10}^{-2}$  برميلاً من النفط الخام خلال 9 أشهر في إحدى السنوات، اكتب إنتاج العراق من النفط بالصورة الرقمية.



35 **مكعب روبيك:** مكعب روبيك هو لغز يتمثل في مكعب ثلاثي الأبعاد يتكون من 6 أوجه وكل وجه يحمل  $3^2$  ملصقات باللون نفسه وتشمل أوجه مكعب روبيك على الألوان الرئيسية وهي الأحمر والأبيض والأخضر والأزرق والبرتقالي والأصفر. اكتب عدد الملصقات في 6 مكعبات على صورة أعداد ذات قوة واحدة.

## فكر

36 **تحذّر:** بسط واكتب الناتج بوصفه قوة واحدة:

$$i) \frac{-10(5 \times 10^{-4} \times -10^{-2})}{10^{-7} \times -10^{-6}(2)} = \dots\dots$$

$$ii) (\sqrt{\frac{1}{64}} \times 2^{-4} \times -4)^7 = \dots\dots$$

37 **أصحّ الخطأ:** بسط جميل المقدار التالي وكتب الناتج كما يأتي :

$$\frac{1}{9}(-7 \times) \frac{1}{3}(5 \times) \frac{1}{27}(-1) = 3^{-14}$$

حدد خطأ جميل وصححه .

38 **حسّ عدديّ:** هل أن العدد  $\frac{16 \times 2^{-6}}{2^0 \times 2}$  يقع بين العددين  $3^{-2}$  و  $3^{-1}$ ؟ وضّح اجابتك.

## اكتب

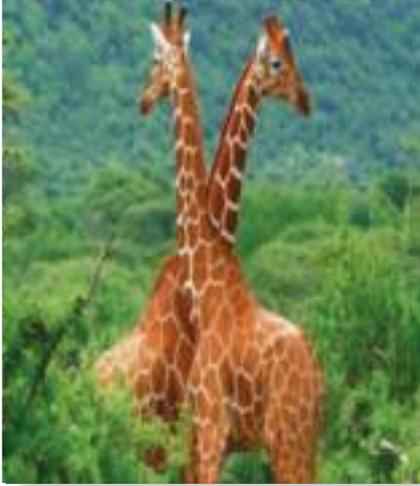
$$36^{-5} \times -2(8 \times) -3(8) = \dots\dots$$

الناتج على صورة كسرٍ اعتياديّ :

الكسور العشرية الدورية والصورة العلمية للعدد (استعمال الحاسبة)  
Recurring Decimal Fractions and Scientific Notation of  
Number )using Calculator(

الدرس  
[1-4]

تَعَلَّم



الزرافة من الحيوانات الثديية، التي تتغذى على الأعشاب، وأوراق الأشجار، والفواكه، والخضروات، وتعدُّ الزرافة أطول الحيوانات على الإطلاق، الزرافة تشرب الماء مرتين في الاسبوع، فإذا شربت احدى الزرافات  $\frac{15}{2}$  لتر في المرة الاولى وفي المرة الثانية  $\frac{17}{3}$  لتر. اكتب عدد ألتار الماء التي شربتها الزرافة في الاسبوع بصورة كسر عشري .

فكرة الدرس

- استعمال الحاسبة في تبسيط جملة عددية تحتوي على:
- كسور عشرية دورية وصورة علمية للعدد.
- المفردات
- حاسبة.
- كسر عشري دوري.

[1-4-1] تبسيط جملة عددية تحتوي على كسور عشرية دورية باستعمال الحاسبة  
Using Calculator to Simplify Numerical Sentence Contain Recurring  
Decimal Fractions.

تعلمت سابقا كيفية تبسيط جملة عددية باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية، والان سوف تتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على كسور عشرية دورية (استعمال الحاسبة) وكالاتي :  
إذا كانت الجملة العددية مكتوبة على صورة كسور اعتيادية فقط ، فيمكن اجراء العمليات كما تعلمت سابقاً ثم كتابة الناتج على شكل كسر عشري منته أو دوري.

$$\frac{10}{3} + \frac{2}{5} = \frac{50 + 6}{15} = \frac{56}{15} = 3.7333... = 3.7\bar{3}$$

إما إذا كانت الجملة مكتوبة على صورة كسور عشرية دورية فسوف تترك الى المراحل اللاحقة .

مثال (1) اكتب عدد التار الماء التي شربتها الزرافة في الاسبوع بالصورة العشرية.

$$\begin{aligned} \frac{15}{2} + \frac{17}{3} &= \frac{15 \times 3 + 17 \times 2}{6} \\ &= \frac{45 + 34}{6} \\ &= \frac{79}{6} = 13.1666... = 13.1\bar{6} \end{aligned}$$

اجمع الكسور الاعتيادية

بسّط الناتج بأبسط صورة

اكتب الناتج على شكل كسر عشري دوري

مثال (2) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الجمع و الطرح على صورة كسر عشريّ:

$$i) \left( \frac{8}{5} + \frac{13}{6} \right) = \frac{48 + 65}{30} = \frac{113}{30} = 3.7666... = 3.7\bar{6}$$

$$ii) \left( \frac{9}{2} + \frac{21}{8} - \frac{5}{12} \right) = \frac{57}{8} - \frac{5}{12} = \frac{171 - 10}{24} = \frac{161}{24} = 6.708333... = 6.708\bar{3}$$

$$iii) \left( \frac{6}{13} - \frac{11}{3} - \frac{10}{6} \right) = \frac{36 - 286 - 130}{78} = -\frac{380}{78} = -4.8717948717948... = -4.871794\bar{8}$$

مثال 3) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري:

$$i) \left( \frac{5}{3} \times \frac{12}{15} = \frac{5 \times 12}{3 \times 15} = \frac{4}{3} = 1.333... = 1.\bar{3} \right)$$

$$ii) \left( \frac{8}{9} \div \frac{48}{-45} = \frac{8}{9} \times \frac{-45}{48} = \frac{8 \times -45}{9 \times 48} = \frac{5}{6} = 0.8333... = -0.8\bar{3} \right)$$

$$iii) \left( \frac{6}{5} \times \frac{13}{12} \div \frac{39}{4} = \frac{13}{10} \div \frac{39}{4} = \frac{13}{10} \times \frac{4}{39} = \frac{13 \times 4}{10 \times 39} = \frac{2}{15} = 0.1333... = 0.1\bar{3} \right)$$

$$iv) \left( \frac{17}{6} \div \frac{34}{42} \times \frac{-7}{6} = \frac{17}{6} \times \frac{42}{34} \times \frac{-7}{6} = \frac{7}{2} \times \frac{-7}{6} = -\frac{49}{12} = -4.08333... = -4.08\bar{3} \right)$$

2-4-1] تبسيط جملة عددية تحتوي على اعداد بالصورة العلمية باستعمال الحاسبة

Using Calculator to Simplify Numerical Sentence Contain Scientific Notation of Numbers

- تعلمت سابقا كيفية كتابة العدد بالصورة العلمية من الصورة القياسية (الرقمية) وبالعكس. والان سوف تتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على ضرب وقسمة أعداد بالصورة العلمية (استعمال الحاسبة) وكالاتي:
- 1) أجز العمليات على الكسور العشرية أولاً وحسب الترتيب (باستعمال الحاسبة).
  - 2) جد ناتج قوى العشرة.
  - 3) حرك الفارزة بما يتطلبه الناتج.

مثال 4) استعمال الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد:

$$i) (3.1 \times 10^4) (7.6 \times 10^{-3}) (=) 3.1 \times 7.6 ( ) 10^4 \times 10^{-3} \text{ (احصر ما بين الاقواس العمليات ذات الأولوية)}$$

جد ناتج قسمة الكسور العشرية وناتج قوى العشرة

$$= 23.56 \times 10$$

$$= 2.356 \times 10^2 \text{ (حرك الفارزة بحيث يبقى العدد الصحيح من مرتبة واحدة)}$$

$$ii) (1.05 \times 10^{-5}) (0.9 \times 10^{-4}) (=) 1.05 \times 0.9 ( ) 10^{-5} \times 10^{-4}$$

$$= 0.945 \times 10^{-9} = 9.45 \times 10^{-10}$$

$$iii) (12.5 \times 10^{-3}) (9.08 \times 10^7) (=) 12.5 \times 9.08 ( ) 10^{-3} \times 10^7 (=) 113.5 \times 10^4 = 1.135 \times 10^6$$

$$iv) \left( \frac{7.29 \times 10^6}{0.09 \times 10^4} = 7.29 \div 0.09 ( ) 10^6 \times 10^{-4} \right) \text{ (احصر ما بين الاقواس العمليات ذات الأولوية)}$$

$$= 81 \times 10^2$$

$$= 8.1 \times 10^3$$

جد ناتج قسمة الكسور العشرية وناتج قوى العشرة

حرك الفارزة بحيث يبقى العدد الصحيح من مرتبة واحدة

$$v) \left( \frac{2.25 \times 10^{-7}}{0.005 \times 10^{-2}} = 2.25 \div 0.005 ( ) 10^{-7} \times 10^2 (=) 450 \times 10^{-5} = 4.5 \times 10^{-3} \right)$$

## تأكد من فهمك

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع و الطرح على صورة كسرٍ عشريٍّ:

1  $\frac{2}{3} - \frac{5}{8} = \dots\dots$

2  $\frac{1}{3} + \frac{5}{6} = \dots\dots$

(الأسئلة 1 - 4)

3  $\frac{7}{2} + \frac{9}{4} - \frac{13}{12} = \dots\dots$

4  $\frac{21}{5} - \frac{17}{10} - \frac{3}{11} = \dots\dots$

(مشابهة الى المثال) 2)

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسرٍ عشريٍّ:

5  $\frac{4}{7} \times \frac{21}{12} = \dots\dots$

6  $\frac{6}{11} \div \frac{42}{-22} = \dots\dots$

(الأسئلة 5 - 8)

7  $\frac{15}{9} \times \frac{36}{75} \div \frac{12}{35} = \dots\dots$

8  $\frac{13}{5} \div \frac{39}{15} \times \frac{-11}{9} = \dots\dots$

(مشابهة الى المثال) 3)

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد:

9  $2.7 \times 10^3 \div 6.6 \times 10^{-7} = \dots\dots$

10  $5.08 \times 10^{-6} \div 0.8 \times 10^{-3} = \dots\dots$

(الأسئلة 9 - 12)

11  $\frac{6.25 \times 10^8}{0.5 \times 10^3} = \dots\dots$

12  $\frac{1.69 \times 10^{-6}}{0.13 \times 10^{-2}} = \dots\dots$

(مشابهة الى المثال) 4)

## تدرب وحلّ التمرينات

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع و الطرح على صورة كسرٍ عشريٍّ:

13  $\frac{1}{3} + \frac{2}{9} = \dots\dots$

14  $\frac{2}{9} + \frac{1}{6} - \frac{7}{6} = \dots\dots$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسرٍ عشريٍّ:

15  $\frac{1}{8} \times \frac{56}{3} = \dots\dots$

16  $\frac{24}{25} \times \frac{5}{4} \div \frac{18}{35} = \dots\dots$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد:

17  $1.3 \times 10^{-4} \div 9.1 \times 10^{-6} = \dots\dots$

18  $\frac{2.256 \times 10^{-2}}{0.16 \times 10^4} = \dots\dots$

## تدرب وحل مسائل حياتية



19 **حوت:** الحوت هو أضخم الحيوانات الحية على الإطلاق، بما فيها البرية والبحرية، وهو من الحيوانات الثديية، وضعت انثى الحوت اربعة عجول طول اثنين منهما نسبة لطول الحوت الام هو  $\frac{1}{5}$ ،  $\frac{4}{15}$  متر. اكتب مجموع طول العجلين بكسرٍ عشري.



20 **سلطة خضار:** عملت سارة صحن سلطة خضار و اضافت اليه 4 حبات فراولة وزن كل واحدة  $1.5 \times 10^{-2} \text{kg}$  و 12 حبة زيتون وزن الواحدة  $0.06 \times 10^{-1} \text{kg}$ . اكتب الوزن الكلي المضاف الى السلطة بالصورة العلمية.



21 **تعليم:** كانت نسبة النجاح النهائية للدورين الأول والثاني في احدى المدارس الثانوية  $\frac{19}{20}$ ، ما نسبة النجاح في الدور الثاني إذا كانت نسبة النجاح للدور الأول هو  $\frac{19}{25}$ ؟ اكتب العدد بصورة كسرٍ.

## فكر

22 **تحذ:** استعمل الحاسبة لتكتب الناتج على صورة كسر عشري:

$$\text{i) } \left( \frac{3}{7} \times \frac{35}{6} + \frac{10}{13} \times \frac{26}{-6} \right) = \dots \quad \text{ii) } \left( \frac{5}{22} \div \frac{20}{33} - \frac{7}{13} \div \frac{42}{26} \right) = \dots$$

23 **أصح الخطأ:** استعملت خلود الحاسبة وكتبت ناتج المقدار كما يأتي:

$$)6.7 \times 10^3)(2.8 \times 10^{-7} (= 1.876 \times 10^{-4}$$

حدد خطأ خلود وصححه .

24 **حس عددي:** هل أن العدد  $\frac{23.5 \times 10^{-3}}{2.35 \times 10^{-2}}$  يقع بين العددين 2 ، 0؟ وضّح اجابتك.

## اكتب

الناتج على صورة كسرٍ عشري:

$$\frac{9}{4} \div \frac{63}{-12} \times \frac{-2}{3} = \dots$$

تعلم



على احدى رحلات شركة الخطوط الجوية العراقية من بغداد الى اسطنبول، باعت الشركة تذكرة الدرجة الأولى بسعر  $5.5 \times 10^5$  دينار والدرجة السياحية  $46.5 \times 10^4$  دينار. إذا كانت الطائرة تتسع 180 كرسيًا، 12 منها للدرجة الأولى والباقي للدرجة السياحية، ما المبلغ الذي تجنيه الشركة إذا بيعت كل التذاكر؟

فكرة الدرس

- تبسيط جملة عددية كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى وصورة علمية للعدد.
- المفردات: جذر، مربع كامل.

[1-5-1] تبسيط جملة عددية تحتوي على قوى وصورة علمية للعدد

Simplifies Numerical Sentence Contain Powers and Scientific Notation Number

تعلمت سابقاً كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على ضرب وقسمة فقط لأعداد بالصورة العلمية، والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط جملة عددية تحتوي على جمع وطرح فضلاً عن الضرب والقسمة لأعداد بالصورة العلمية ولإيجاد ناتج جمع أو طرح حدين يحتويان على صورة علمية للعدد نتبع إحدى الطريقتين:

**الطريقة الأولى:** مساواة قوى العشرة للحدين وإخراجها بوصفها عاملاً مشتركاً ثم إجراء عملية الجمع أو الطرح للكسرين العشريين بعد حصرهما بين قوسين وكتابة ناتجهما مضروباً في قوى العشرة، ثم تعديل قوى العشرة بما يتطلبه كتابة بالصورة العلمية.

**الطريقة الثانية:** كتابة كل عدد بالصورة الرقمية من الصورة العلمية له، ثم إجراء عملية الجمع أو الطرح وبعدها الرجوع العدد إلى الصورة العملية أو بحسب ما يتطلبه السؤال.

مثال 1) جد المبلغ الذي تجنيه الشركة إذا باعت جميع تذاكر السفر للطائرة .

الطريقة الأولى:

مساوات قوى العشرة للحدين

سعر تذاكر الدرجة الأولى

سعر تذاكر الدرجة السياحية

إخراج قوى العشرة بوصفها عاملاً مشتركاً

المبلغ الكلي للتذاكر بالدينار العراقي

الطريقة الثانية:

سعر تذاكر الدرجة الأولى

سعر تذاكر الدرجة السياحية

المبلغ الكلي للتذاكر بالدينار العراقي

كتابة العدد بالصورة العلمية

ملاحظة: يمكنك استعمال الحاسبة في إجراء العمليات على الكسور العشرية.

$$46.5 \times 10^4 = 4.65 \times 10^5$$

$$12 \times 5.5 \times 10^5 = 66 \times 10^5$$

$$168 \times 4.65 \times 10^5 = 781.2 \times 10^5$$

$$66 \times 10^5 + 781.2 \times 10^5 = (66 + 781.2) \times 10^5 = 847.2 \times 10^5 = 8.472 \times 10^7$$

$$12 \times 5.5 \times 10^5 = 66 \times 10^5 = 6\,600\,000$$

$$168 \times 46.5 \times 10^4 = 7812 \times 10^4 = 78\,120\,000$$

$$6\,600\,000 + 78\,120\,000 = 84\,720\,000 = 8.472 \times 10^7$$

مثال 2) بسطِ الجمل العدديّة الكسرية التالية واكتبِ الناتج بالصورة العلمية:

$$\begin{aligned} \text{i)} & (4.1 \times 10^{-5} + 0.61 \times 10^{-4} = 4.1 \times 10^{-5} + 6.1 \times 10^{-5} =) 4.1 + 6.1 (\times 10^{-5}) \\ & = 10.2 \times 10^{-5} = 1.02 \times 10^{-4} \\ \text{ii)} & (7.6 \times 10^{-4} - 0.23 \times 10^{-3} = 7.6 \times 10^{-4} - 2.3 \times 10^{-4} =) 7.6 - 2.3 (\times 10^{-4}) = 5.3 \times 10^{-4} \\ \text{iii)} & (2.3 \times 10^{-2} + 0.176 \times 10^3 = 0.023 + 176 = 176.023 = 1.76023 \times 10^2 \\ \text{iv)} & (300.1 \times 10^{-2} - 0.005 \times 10^4 = 3.001 - 50 = -46.999 = -4.6999 \times 10 \\ \text{v)} & (6.3 \times 10^3) (8.2 \times 10^{-7}) (=) 6.3 \times 8.2 (\times 10^3 \times 10^{-7}) (= 51.66 \times 10^{-4} = 5.166 \times 10^{-3}) \end{aligned}$$

[2-5-1] تبسيط جملة عدديّة كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى

Simplifies Numerical Sentence Contain Roots and Absolute Values and Powers

تعلمت سابقاً كيفية تبسيط جملة عدديّة تحتوي على اعداد نسبية باستعمال ترتيب العمليات، والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط جملة عدديّة كسرية تحتوي على جذور وقيم مطلقة وقوى لأعداد وسوف نتبع الخطوات السابقة نفسها التي تعلمتها في تبسيط الجمل العدديّة وهي :

- 1- تبسيط كل حد من الحدود بأبسط صورة وذلك بالتخلص من الجذور والقيم المطلقة للعدد وتبسيط القوى .
- 2- استعمال ترتيب العمليات لتبسيط المقدار مع إعطاء الأولوية للعمليات داخل الأقواس .

مثال 3) بسطِ الجمل العدديّة الكسرية التالية واكتبِ الناتج بأبسط صورة :

$$\begin{aligned} \text{i)} & \left( \frac{4}{3} - \frac{\sqrt{25}}{\sqrt[3]{27}} - \frac{-2}{\sqrt{16}} = \frac{4}{3} - \frac{5}{3} - \frac{-2}{4} \right. \\ & = \left. \frac{4}{3} - \frac{5}{3} - \frac{-1}{2} \right. \\ & = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{-2+3}{6} = \frac{1}{6} \end{aligned}$$

إيجاد قيم الجذور وكتابة الكسور بأبسط صورة

حصر العمليات التي لها أولوية بين قوسين

جمع الكسرين وإيجاد الناتج

$$\begin{aligned} \text{ii)} & \left( \frac{1}{23} \right) \frac{|-15|}{7} - \frac{\sqrt[3]{-8}}{-4} \left( -\frac{1}{28} = \frac{1}{23} \right) \frac{15}{7} - \frac{1}{2} \left( -\frac{1}{28} = \frac{1}{23} \right) \frac{30-7}{14} \left( -\frac{1}{28} \right. \\ & = \left. \frac{1}{23} \times \frac{23}{14} \left( -\frac{1}{28} = \frac{1}{14} - \frac{1}{28} = \frac{2-1}{28} = \frac{1}{28} \right) \right. \\ \text{iii)} & \left( \frac{\sqrt[3]{-125}}{36} \times \frac{|-6|}{10} + \frac{9}{4} \div \frac{18}{\sqrt[3]{-8}} = \right) \frac{-5}{36} \times \frac{6}{10} (+) \frac{9}{4} \div \frac{-18}{2} (= \frac{-1}{12} - \frac{1}{4} = -\frac{1}{3} \\ \text{iv)} & \left( \frac{1}{3^2} \times 3^4 \div \right) -3^{(-1 + 3^{-2})} = 3^{-2} \times 3^4 (\div) -3^{-1} (+ 3^{-2} \\ & = \frac{3^2}{-3^1} + \frac{1}{3^2} = -3 + \frac{1}{9} = \frac{-26}{9} \\ \text{v)} & (-1)^{(-2 -)} - 8^{(0 + \frac{\sqrt{25}}{3^2})} \div \frac{25}{-12} = 1 - 1 (+) \frac{5}{3^2} \times \frac{-12}{25} (= 0 +) \frac{-4}{15} (= -\frac{4}{15}) \end{aligned}$$

## تَأَكَّدْ مِنْ فَهْمِكَ

بسّطِ الجمل العدديّ الكسريّ التاليّ واكتب الناتج بالصورة العلمية:

1  $7.3 \times 10^4 + 3.6 \times 10^4 = \dots$

2  $1.5 \times 10^{-3} - 5.42 \times 10^{-3} = \dots$

الأسئلة (1-8)

3  $5.2 \times 10^3 + 0.61 \times 10^5 = \dots$

4  $2.4 \times 10^{-6} + 0.21 \times 10^{-4} = \dots$

مشابهة للمثال (2)

5  $7.6 \times 10^{-5} - 0.23 \times 10^{-4} = \dots$

6  $7.4 \times 10^{-2} + 0.176 \times 10^2 = \dots$

7  $9.9 \times 10^2 - 81.8 \times 10^{-2} = \dots$

8  $5.3 \times 10^4 - 7.2 \times 10^{-9} = \dots$

بسّطِ الجمل العدديّ الكسريّ التاليّ واكتب الناتج بأبسط صورة:

9  $\frac{2}{5} - \frac{\sqrt{36}}{\sqrt[3]{-8}} - \frac{3}{\sqrt{25}} = \dots$

10  $\frac{1}{14} - \frac{|-11|}{2} - \frac{\sqrt[3]{-64}}{3} - \frac{1}{4} = \dots$

الأسئلة (9-14)

11  $\frac{\sqrt[3]{-216}}{7} \times \frac{|-21|}{12} + \frac{-5}{\sqrt{16}} = \dots$

12  $\frac{\sqrt[3]{-27}}{15} \div \frac{6}{|-5|} + \frac{-7}{\sqrt{144}} = \dots$

مشابهة للمثال (3)

13  $\frac{1}{5^{-2}} \times 5^{-4} \div -5(-^3 + 5^{-1}) = \dots$

14  $-1(-^4 - ) - 9(0 + \frac{\sqrt{49}}{2^3} \div \frac{7}{-12}) = \dots$

## تدرب وحلّ التمرينات

بسّطِ الجمل العدديّ الكسريّ التاليّ واكتب الناتج بالصورة العلمية:

15  $2.8 \times 10^5 + 1.2 \times 10^5 = \dots$

16  $6.4 \times 10^2 + 0.73 \times 10^4 = \dots$

17  $4.6 \times 10^{-3} - 0.56 \times 10^{-5} = \dots$

18  $8.2 \times 10^{-6} - 9.6 \times 10^2 = \dots$

بسّطِ الجمل العدديّ الكسريّ التاليّ واكتب الناتج بأبسط صورة:

19  $\frac{1}{7} - \frac{\sqrt{64}}{\sqrt[3]{-27}} - \frac{-6}{\sqrt{49}} = \dots$

20  $\frac{\sqrt[3]{-27}}{4} \times \frac{|-8|}{9} + \frac{5}{14} \div \frac{-15}{\sqrt{49}} = \dots$

21  $\frac{1}{7^{-3}} \times 7^{-5} \div -7(-^2 + 7^{-1}) = \dots$

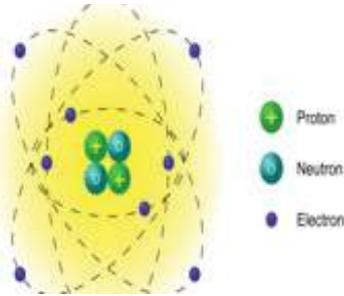
## تدرب وحل مسائل حياتية



22 **طحالب:** تنمو الطحالب على سطوح البرك الراكدة والصخور التي على ساحل البركة. إذا كانت كتلة الطحلب على الصخرة الاولى  $2.6 \times 10^{-4}$  Kg والصخرة الثانية  $1.7 \times 10^{-5}$  Kg. ما مجموع كتلة الطحالب على الصخرتين ؟



23 **الضوء:** تبلغ المسافة التي يقطعها الضوء في سنة واحدة  $9.46 \times 10^{12}$  km كم تبلغ المسافة التي يقطعها الضوء في  $4.5 \times 10^3$  سنة ؟



24 **الذرة:** البروتون من مكونات الذرة وله شحنة كهربائية موجبة تعادل تماماً الشحنة التي يحملها الإلكترون إلا أن الإلكترون شحنته سالبة، وكتلة البروتون تقريباً  $1.67 \times 10^{-27}$  kg وكتلة الإلكترون تقريباً  $9.11 \times 10^{-31}$  Kg. ما الفرق بين كتليهما ؟

## فكر

25 **تحذ:** بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

$$i) \left( \frac{\sqrt[3]{-27}}{3^{-2}} \times \frac{|-3^{-3}|}{27} - \frac{8}{5} \div \frac{-2^3}{\sqrt{25}} \right) = \dots \quad ii) \left( \frac{7}{16} \div \sqrt{\frac{49}{64}} \times \sqrt[3]{\frac{-8}{27}} \div \frac{15}{-3} \right) = \dots$$

26 **أصح الخطأ:** استعملت سندس الحاسبة وكتبت ناتج المقدار بالصورة العلمية:

$$)5.4 \times 10^{-4})(3.6 \times 10^{-5} (= 19.44 \times 10^{-5}$$

حدد خطأ سندس وصححه .

27 **حس عددي:** هل أن العدد  $\frac{3.2 \times 10^{-3}}{6.4 \times 10^{-4}}$  يقع في منتصف المسافة بين العددين 0، 10 ؟ وض

اجابتك.

## أكتب

الناتج على صورة كسرٍ عشريّ:  $-1(-4 - ) - 5(0 + \frac{5^{-4}}{5^{-3}} \div ) - \frac{1}{2}(0 = \dots$

استعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة :

1  $\frac{-8}{22} \times \frac{11}{-4} + \frac{1}{2} \times \frac{11}{4} = \dots$

2  $\frac{9}{5} \div \frac{-22}{25} - \frac{9}{4} \times \frac{-16}{3} = \dots$

3  $\frac{7}{4} - \frac{-5}{12} \times \frac{48}{15} \div \frac{8}{21} = \dots$

4  $6.03 \times 1.5 - 4.03 \times 0.9 = \dots$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كلاً مما يأتي :

5  $\frac{1}{3} + 3^{-2} + (-1)^{-4} \times \frac{1}{6} = \dots$

6  $(-3)^{-3} - 8(0 + 1^3 + \frac{1}{9}) = \dots$

7  $4^{-2} - 2^4 - (-5)^2 - \frac{1}{5} = \dots$

8  $(-4)^0 - (-6)^{-2} + 1^4 - \frac{1}{6} = \dots$

اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية :

9  $3.4 \times 10^4 = \dots$

10  $2.14 \times 10^{-5} = \dots$

11  $8.05 \times 10^{-6} = \dots$

اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية :

12  $720000 = \dots$

13  $0.00012 = \dots$

14  $0.0000066 = \dots$

بسط واكتب ناتج الضرب بوصفه قوة واحدة :

15  $5^{-6} \times 5^2 = \dots$

16  $(-1)^{-4} \times 1^{-3} = \dots$

17  $9^{-5} \times \frac{1}{3} = \dots$

18  $\frac{1}{2}(-1 \times \frac{1}{2})^{-3} \times \frac{1}{2} = \dots$

19  $12^{-3} \times (-3)^4 \times 3^5 = \dots$

بسط واكتب الناتج بوصفه قوة واحدة :

20  $\frac{5^{-4}}{5^9} = \dots$

21  $7^{-3(-2)} = \dots$

22  $\frac{50 \times 5^{-6}}{5^3 \times 8} = \dots$

23  $\frac{(-3)^4 \times 3^3 \times (-9)^5}{3^{-6} \times (-3)^4} = \dots$

24  $\frac{(-8)^3 \times 2^{-2} \times (-4)^{-2}}{2^{-7} \times 2^3} = \dots$

استعمل الحاسبة لتكتب الناتج على صورة كسرٍ عشريٍّ :

25  $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} = \dots$

26  $\frac{2}{3} - \frac{5}{6} = \dots$

27  $\frac{2}{7} - \frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \dots$

28  $\frac{1}{6} \times \frac{48}{3} = \dots$

29  $\frac{2}{-7} \div \frac{18}{35} = \dots$

30  $\frac{3}{5} \times \frac{7}{15} \div \frac{14}{35} = \dots$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية للعدد :

31  $(3.5 \times 10^{-6})(8.1 \times 10^{-3}) = \dots$

32  $\frac{7.29 \times 10^7}{0.09 \times 10^3} = \dots$

بسط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة :

33  $\frac{\sqrt[3]{-27}}{5} \times \frac{|-35|}{9} + \frac{2}{28} \times \frac{-7}{\sqrt[3]{8}} = \dots$

34  $\frac{6}{\sqrt{49}} \div \frac{|-54|}{-7} - \frac{\sqrt[3]{-125}}{3} \times \frac{-15}{6} = \dots$

## The Real Numbers

## الأعداد الحقيقية

الدرس [1-2] مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد.

الدرس [2-2] خصائص الأعداد الحقيقية.

الدرس [3-2] تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية.

الدرس [4-2] تطبيقات على نظرية فيثاغورس.

الدرس [5-2] المستوى الاحداثي.

الهرباء (خمايليون Chameleon) حيوان بيوض من الزواحف، توجد في كل أنحاء العالم تقريباً، تعرف الهرباء بقدرتها على تغيير لونها، ويبلغ أكبر طول لذكر الهرباء 68.5cm، إن هذا العدد هو عدد نسبي ويمكنك كتابته بصيغة كسر اعتيادي أو عدد كسري.

استعمل جمع وطرح الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

1  $\frac{1}{3} - \frac{2}{5} + \frac{4}{2} = \dots\dots$

2  $3\frac{1}{2} + 1\frac{2}{4} - \frac{7}{2} = \dots\dots$

3  $\frac{2}{7} - 2\frac{1}{6} - \frac{5}{12} = \dots\dots$

4  $3.12 - 3.07 + 1.5 = \dots$

5  $0.14 + 0.92 - 0.76 = \dots$

6  $5.12 - 0.37 - 6.96 = \dots$

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار بأبسط صورة:

7  $2\frac{1}{4} \times 3\frac{1}{2} \div 1\frac{1}{4} = \dots$

8  $\frac{22}{5} \div \frac{-11}{15} \times \frac{-1}{3} = \dots$

9  $2.5 \times 4.05 \div (-1.2) = \dots$

استعمل ترتيب العمليات لتحسب كل مما يأتي:

10  $\frac{1}{5} + 5^{-2} - (-5)^{-3} = \dots\dots$

11  $3^{-3} - (-3)^0 - 3^{-2} = \dots\dots$

12  $-2^{-2} + 1^3 - (-4)^{-2} = \dots\dots$

13  $9^0 - (-4)^2 - 1^{-5} = \dots\dots$

أكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

14  $5.3 \times 10^3 = \dots\dots$

15  $2.04 \times 10^5 = \dots\dots$

16  $1.17 \times 10^{-4} = \dots\dots$

17  $61.4 \times 10^{-6} = \dots\dots$

أكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

18  $65300 = \dots\dots$

19  $108000 = \dots\dots$

20  $0.0043 = \dots\dots$

21  $0.000276 = \dots\dots$

بسط واكتب ناتج الضرب والقسمة كقوة واحدة:

22  $3^5 \times 3^2 = \dots\dots$

23  $7^0 \times 7^{-4} = \dots\dots$

24  $6^{-1} \times 6^{-5} = \dots\dots$

25  $\frac{5^4}{5^7} = \dots\dots$

26  $\frac{2^{-4}}{8} = \dots\dots$

27  $\frac{6 \times 3^{-3}}{2^5 \times 3} = \dots\dots$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الجمع و الطرح على صورة كسر عشري:

28  $\frac{1}{4} - \frac{5}{2} = \dots\dots$

29  $\frac{1}{5} + \frac{2}{3} = \dots\dots$

30  $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{13}{6} = \dots\dots$

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة على صورة كسر عشري:

31  $\frac{2}{7} \times \frac{28}{6} = \dots\dots$

32  $\frac{7}{3} \div \frac{56}{-21} = \dots\dots$

33  $\frac{15}{9} + \frac{81}{60} - \frac{27}{8} = \dots\dots$

أكتب مثلاً واحداً لكل خاصية من الخواص الآتية:

34 لكل  $a, b, c \in Q$  إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a + c \leq b + c$

35 لكل  $a, b, c \in Q$  إذا كان  $a > b$  وأن  $c < 0$  فإن  $ac < bc$

36 لكل  $a, b, c \in Q$  إذا كان  $a \geq b$  وأن  $c < 0$  فإن  $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$



تَعَلَّم

رسم أحمد لوحة فنية تمثل إحدى المعالم الأثرية، وفي أعلى مقدمة البناء يظهر المثلث القائم الزاوية، وأطوال الضلعين القائمين في اللوحة هو  $2m, 3m$  جد طول الوتر، وبين أهو عدد نسبي أم لا؟

فكرة الدرس

- التعرف إلى مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد ومقارنتها وترتيبها.
- المفردات
- العدد النسبي.
- العدد غير النسبي.
- العدد الحقيقي.

Concept of Real Numbers

[2-1-1] مفهوم الأعداد الحقيقية

تعرفت سابقاً إلى الأعداد النسبية والتي يمكن كتابتها على شكل كسر أو عدد عشري منته أو عدد عشري دوري،

$$\text{مثال: } \sqrt{1.69} = 1.3, \quad \frac{4}{3} = 1.\bar{3}, \quad 2\frac{5}{3} = \frac{11}{3}, \quad 4\frac{1}{2} = 4.5$$

إما الأعداد غير النسبية فتكتب بوصفها أعداداً عشرية غير منتهية وغير دورية، وأن كل عدد طبيعي لا يكتب على شكل مربع كامل، يكون جذره التربيعي عدداً غير نسبي .

$$\text{مثال: } \sqrt{5} = 2.2360679\dots, \quad \sqrt{3} = 1.7320508\dots$$

وكذلك العدد غير النسبي لا يمكن كتابته على صورة الكسر  $\frac{a}{b}$  إذ  $b \neq 0$ .

مجموعة الأعداد الحقيقية (R) تتألف من اتحاد مجموعة الأعداد النسبية (Q) ومجموعة الأعداد غير النسبية

$$R = Q \cup H$$

مثال (1)

جد طول الوتر، وبين أهو عدد نسبي أم لا ؟

نفرض أن طول الوتر هو المتغير  $x$  وبتطبيق نظرية فيثاغورس فإن :

$$x^2 = 2^2 + 3^2 \Rightarrow x^2 = 4 + 9 \Rightarrow x^2 = 13 \Rightarrow x = \sqrt{13}$$

وبأستعمال الآلة الحاسبة فإن :

$$x = \sqrt{13} = 3.6055512\dots$$

نلاحظ أن قيمة الجذر التربيعي للعدد 13 هو عدد عشري غير دوري لذا هو عدد غير نسبي (عدد حقيقي).

مثال (2)

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبي أو غير حقيقي :

i)  $(\sqrt{9} = 3)$  عدد صحيح، عدد نسبي، عدد حقيقي

ii)  $(\sqrt{8} = 2.828427\dots)$  عدد حقيقي، عدد غير نسبي، عدد حقيقي

iii)  $(\frac{0}{5} = 0)$  عدد صحيح، عدد نسبي، عدد حقيقي

iv)  $(\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3})$  عدد نسبي، عدد حقيقي

v)  $(\sqrt{-17})$  عدد غير حقيقي

vi)  $(\frac{4}{0})$  غير معرف

vii)  $(\sqrt{\frac{16}{5}} = 2.23606\dots)$  عدد حقيقي، عدد غير نسبي، عدد حقيقي

viii)  $(\frac{10}{3} = 3.33333\dots)$  عدد حقيقي، عدد نسبي، عدد حقيقي

ix)  $(-3\frac{2}{5} = -3.4)$  عدد نسبي، عدد حقيقي

x)  $(-\sqrt{2} = -1.414213\dots)$  عدد حقيقي، عدد غير نسبي، عدد حقيقي

## [2-1-2] تمثيل الأعداد الحقيقية على مستقيم الأعداد

### Represent The Real Numbers on a Number Line

تتمتع الأعداد الحقيقية بخاصية الكثافة وهي أن بين كل عددين حقيقيين يوجد على الأقل عدد حقيقي آخر، ولاتنطبق هذه الخاصية على الأعداد الطبيعية أو الأعداد الصحيحة. ويمكن تمثيل الأعداد الحقيقية على مستقيم الأعداد، ونحتاج الى تقريب الأعداد غير النسبية لأقرب جزء من العشرة (عشر) لتمثيلها على مستقيم الأعداد.

#### مثال (3)

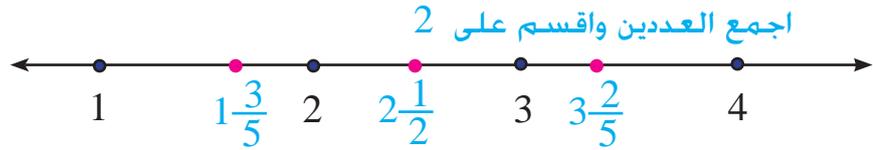
جد عدداً حقيقياً بين العددين  $1\frac{3}{5}$  ،  $3\frac{2}{5}$  ومثله على مستقيم الأعداد .

$$)3\frac{2}{5} + 1\frac{3}{5} ( \div 2$$

$$= 4\frac{5}{5} \div 2$$

$$= 5 \div 2$$

$$= 2\frac{1}{2}$$

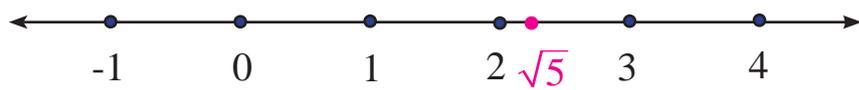


إذن العدد  $2\frac{1}{2}$  هو العدد الذي يقع بين العددين  $1\frac{3}{5}$  ،  $3\frac{2}{5}$

#### مثال (4)

قَدِّرِ الجذور التربيعية التالية لأقرب عُشر. ثم مثلها على مستقيم الأعداد :

i)  $(\sqrt{5} = 2.2)$



ii)  $(-\sqrt{3} = -1.7)$



## [2-1-3] مقارنة الأعداد الحقيقية وترتيبها

### Coparison and Arrangement of Real Numbers

تعلمت سابقاً مقارنة الأعداد النسبية وترتيبها، وبأسلوب نفسه سوف تقارن الأعداد الحقيقية وترتيبها بعد كتابتها بالصورة العشرية مقربة لأقرب جزء من العشرة (عشر).

#### مثال (5)

قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز ( = ، < ، > ) :

i)  $(\sqrt{5} \leq 2\frac{1}{2}, \sqrt{5} = 2.236..., 2\frac{1}{2} = 2.5 \Rightarrow 2.236... < 2.5)$

ii)  $(\sqrt{3} \geq \sqrt{1.69}, \sqrt{3} = 1.732..., \sqrt{1.69} = 1.3 \Rightarrow 1.732... > 1.3)$

#### مثال (6)

i) رتّب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر :  $\sqrt{7}, \sqrt{11}, \sqrt{3}$

$$\sqrt{7} = 2.645..., \sqrt{11} = 3.316..., \sqrt{3} = 1.732... \Rightarrow \sqrt{3}, \sqrt{7}, \sqrt{11}$$

ii) رتّب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر :  $-\sqrt{8}, -2\frac{1}{2}, -2.9$

$$-\sqrt{8} = -2.828..., -2\frac{1}{2} = -2.5, -2.9 \Rightarrow -2\frac{1}{2}, -\sqrt{8}, -2.9$$

## تأكّد من فهمك

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيّ أو غير حقيقي :

1  $\sqrt{16}$    2  $\sqrt{11}$    3  $\frac{0}{\sqrt{2}}$    4  $\sqrt{\frac{9}{25}}$    5  $\sqrt{-27}$

(الأسئلة 1-10)

6  $\frac{8}{0}$    7  $\sqrt{\frac{36}{7}}$    8  $\frac{20}{6}$    9  $-5\frac{3}{2}$    10  $-\sqrt{6}$

مشابهة للمثالين 1,2)

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر. ثم مثلها على مستقيم الأعداد:

11  $\sqrt{7} \approx \dots\dots$    12  $-\sqrt{5} \approx \dots\dots$    13  $\sqrt{\frac{8}{25}} \approx \dots\dots$

(الأسئلة 11-13)

مشابهة للمثال 4)

قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز ( = ، < ، > ) :

14  $\sqrt{3}$    $3\frac{1}{3}$    15  $-\sqrt{8}$    $\sqrt{2.25}$    16  $\frac{0}{\sqrt{2}}$    $\frac{0}{5}$

(الأسئلة 14-16)

مشابهة للمثال 5)

17 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر:  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{13}$  ،  $2.236\dots$  (الأسئلة 17, 18)

مشابهة للمثال 6)

18 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر:  $-2.21$  ،  $-3\frac{1}{4}$  ،  $-\sqrt{6}$

## تدرب وحلّ التمرينات

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيّ أو غير حقيقي :

19  $\sqrt{25}$    20  $\sqrt{17}$    21  $\frac{0}{-6}$

22  $\frac{13}{0}$    23  $\sqrt{\frac{49}{5}}$    24  $\frac{20}{6}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر. ثم مثلها على مستقيم الأعداد :

25  $\sqrt{8} \approx \dots\dots$    26  $-\sqrt{2} \approx \dots\dots$

قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز ( = ، < ، > ) :

27  $\sqrt{13}$    $3\frac{1}{5}$    28  $-\sqrt{12}$    $\sqrt{6.25}$

29 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر:  $-3.06$  ،  $-3\frac{1}{5}$  ،  $-\sqrt{14}$

## تدرب وحل مسائل حياتية



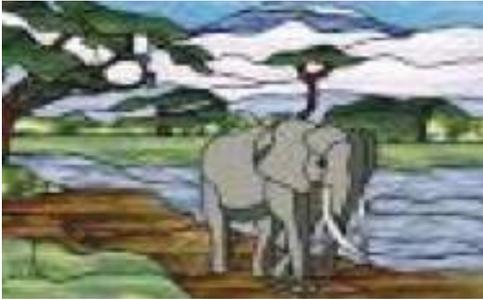
30 **ساحة التحرير:** ساحة التحرير احدى الساحات الرئيسية في وسط مدينة بغداد، صممت بشكل دائري، محيطها 176m وقطرها 56m. بين أيمثل حاصل قسمة محيط الساحة على قطرها عدداً نسبياً أم عدداً غير نسبي؟



31 **دلافين:** نزلت ثلاثة دلافين بالأعماق التالية تحت سطح الماء:

$$-10 \times \sqrt{\frac{36}{144}} \text{ m} , -10 \times \sqrt{\frac{1}{8}} \text{ m} , -10 \times \sqrt{\frac{9}{25}} \text{ m}$$

رتب أعماق الدلافين بالنسبة الى مستوى سطح الماء من الأقرب الى سطح الماء الى الأبعد عمقاً وبالأعداد العشرية.



32 **لوحة فنية:** رسمت لوحة فنية على قطعة زجاج مستطيلة الشكل بعدها 60cm ، 40cm. جد قطر اللوحة الفنية وأيمثل عدداً نسبياً أم عدداً غير نسبي؟

## فكر

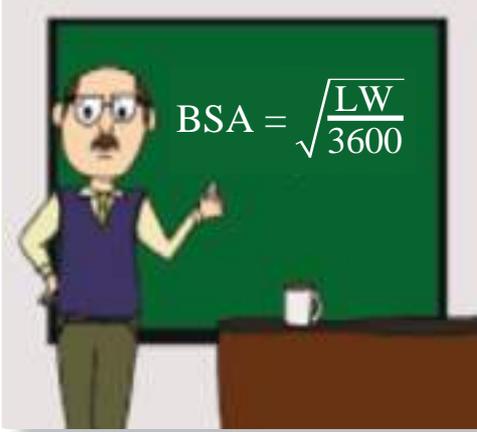
33 **تحدي:** تعلمت سابقاً أن محيط الدائرة مقسوماً على قطرها يساوي النسبة الثابتة  $\pi$  وهي عدد غير نسبي. ما قطر الدائرة التي محيطها 12cm؟ وضح اجابتك.

34 **أصحح الخطأ:** قالت شيما إن العدد  $\sqrt{\frac{16}{48}}$  يمثل عدداً نسبياً في حين أن العدد  $\sqrt{\frac{16}{49}}$  عدد غير نسبي حدد خطأ شيما وصححه.

35 **حسّ عددي:** هل أن العدد  $\sqrt{\frac{9}{4}}$  يقع بين العددين  $\sqrt{2}$  ،  $\sqrt{3}$ ؟

## أكتب

ناتج جمع العددين الحقيقيين بعد تقريبهما لأقرب عشر :  $\sqrt{5} + \sqrt{7} \approx \dots\dots$



تَعَلَّم

قيمة الجذر  $\sqrt{\frac{LW}{3600}}$  تمثل المساحة السطحية لجسم الأنسان، إذ إن  $L$  يمثل طول الأنسان بالسنتيمتر و  $W$  يمثل كتلة جسم الأنسان بالكيلوغرامات وتستخدم المساحة السطحية لجسم الأنسان في حساب جرعات الأدوية.

جد المساحة السطحية لجسم رجل كتلته 80kg وطوله 170cm .

فكرة الدرس

- التعرف إلى خصائص الأعداد الحقيقية .
- المفردات
- خاصية الأبدال.
- خاصية التجميع.
- خاصية التوزيع.
- العنصر المحايد.
- النظير الجمعي.
- النظير الضربي.

[2-2-1] خاصية الأبدال والتجميع والتوزيع

Commutative Property, Associative Property, Distributive Property

تعرفت سابقا إلى خواص الأعداد الصحيحة والأعداد النسبية، وبالأسلوب نفسه سوف نتعرف إلى خواص الأعداد الحقيقية وهي : خاصية الأبدال، خاصية التجميع، خاصية التوزيع، العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي وتبدأ بالخواص الثلاث الأولى وهي:

i)  $(a+b = b+a , ab = ba, \forall a,b \in \mathbb{R}$

خاصية الأبدال

ii)  $(a+(b+c) = (a+b)+c , a(bc) = (ab)c, \forall a,b,c \in \mathbb{R}$

خاصية التجميع

iii)  $(a ) b+c = ab + ac, \forall a,b,c \in \mathbb{R}$

خاصية التوزيع

الرمز  $\forall$   
يعني لكل

ملاحظة: عملية الجمع لا تتوزع على عملية الضرب.

مثال (1)

جد المساحة السطحية لجسم شخص كتلته 80kg وطوله 170cm .

$$BSA = \sqrt{\frac{LW}{3600}}$$

القانون الذي يمثل المساحة السطحية لجسم الأنسان هو :

BSA ( مختصر ) Body Surface Area ( وهي مساحة سطح الجسم .

والآن بالتعويض عن المتغيرات بالقيم المعطاة :

$$BSA = \sqrt{\frac{170 \times 80}{3600}} \Rightarrow BSA = \sqrt{\frac{100+70(\times 80)}{3600}} \quad \text{اكتب 170 على شكل } 100+70$$

$$\Rightarrow BSA = \sqrt{\frac{100 \times 80 + 70 \times 80}{3600}}$$

استعمل خاصية التوزيع

$$\Rightarrow BSA \approx 1.943\text{cm}^2$$

مثال (2) اكتب مثلاً لكل خاصية من الخواص الآتية :

i(  $a+b = b+a$  ,  $ab = ba$  ,  $\forall a,b \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{2} + \sqrt{3}$  ;  $\sqrt{2}, \sqrt{3} \in \mathbb{R}$

ii(  $(a+b)+c = (a+b)+c$  ,  $a(bc) = (ab)c$  ,  $\forall a,b,c \in \mathbb{R}$

$\Rightarrow \sqrt{3} + (\sqrt{2} + \sqrt{5}) = (\sqrt{3} + \sqrt{2}) + \sqrt{5}$  ,  $\sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \in \mathbb{R}$

iii(  $a(b+c) = ab+ac$  ,  $\forall a,b,c \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{7}(\sqrt{3} + \sqrt{5}) = \sqrt{7}\sqrt{3} + \sqrt{7}\sqrt{5}$  ,

$\sqrt{7}, \sqrt{3}, \sqrt{5} \in \mathbb{R}$

نشاط: اطلب الى الطلاب إعطاء مثال للجزء الثاني من كل خاصية.

[2-2-2] العنصر المحايد، النظير الجمعي والنظير الضربي

### Identity Element , Additive Inverse and Multiplicative Inverse

العدد 0 هو المحايد لعملية الجمع (المحايد الجمعي)  $iv( a+0 = 0+a = a$  ,  $\forall a \in \mathbb{R}$

العدد 1 هو المحايد لعملية الضرب (المحايد الضربي)  $1 \times a = a \times 1 = a$  ,  $\forall a \in \mathbb{R}$

النظير الجمعي  $v( a+(-a) = (-a)+a = 0$  ,  $\forall a, -a \in \mathbb{R}$

النظير الضربي  $vi( a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$  ,  $\forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$

مثال (3) اكتب مثلاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

iv(  $a+0 = 0+a = a$  ,  $\forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{8} + 0 = 0 + \sqrt{8} = \sqrt{8}$  ,  $\sqrt{8} \in \mathbb{R}$

$1 \times a = a \times 1 = a$  ,  $\forall a \in \mathbb{R} \Rightarrow 1 \times \sqrt{13} = \sqrt{13} \times 1 = \sqrt{13}$  ,  $1, \sqrt{13} \in \mathbb{R}$

v(  $a+(-a) = (-a)+a = 0$  ,  $\forall a, -a \in \mathbb{R} \Rightarrow \sqrt{5} + (-\sqrt{5}) = (-\sqrt{5}) + \sqrt{5} = 0$  ,  $\sqrt{5}, -\sqrt{5} \in \mathbb{R}$

vi(  $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$  ,  $\forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0 \Rightarrow \sqrt{17} \times \frac{1}{\sqrt{17}} = \frac{1}{\sqrt{17}} \times \sqrt{17} = 1$  ,  $\sqrt{17} \in \mathbb{R}$

مثال (4) جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

i(  $6\sqrt{5} + 2$

ii(  $\sqrt{3} - \sqrt{11}$

iii(  $-2\sqrt{8} + \frac{1}{2}$

نظير  $6\sqrt{5} + 2$  هو  $-6\sqrt{5} - 2$   $\Rightarrow (6\sqrt{5} + 2) + (-6\sqrt{5} - 2) = 0$

نظير  $\sqrt{3} - \sqrt{11}$  هو  $-\sqrt{3} + \sqrt{11}$   $\Rightarrow (\sqrt{3} - \sqrt{11}) + (-\sqrt{3} + \sqrt{11}) = 0$

نظير  $-2\sqrt{8} + \frac{1}{2}$  هو  $2\sqrt{8} - \frac{1}{2}$   $\Rightarrow (-2\sqrt{8} + \frac{1}{2}) + (2\sqrt{8} - \frac{1}{2}) = 0$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

iv(  $\sqrt{\frac{1}{7}}$

v(  $-2\sqrt{3} + 3$

vi(  $-6\frac{2}{5}$

نظير  $\sqrt{\frac{1}{7}}$  هو  $\sqrt{7}$   $\Rightarrow \sqrt{\frac{1}{7}} \times \sqrt{7} = 1$

نظير  $(-2\sqrt{3} + 3)$  هو  $(-2\sqrt{3} + 3)$   $\Rightarrow (-2\sqrt{3} + 3) \times \frac{1}{(-2\sqrt{3} + 3)} = 1$

نظير  $-\frac{32}{5}$  هو  $-\frac{5}{32}$   $\Rightarrow \frac{-32}{5} \times \frac{5}{-32} = 1$

## تأكد من فهمك

اكتب مثلاً لكل خاصية من الخواص الآتية :

1  $a+b = b+a$  ,  $ab = ba$  ,  $\forall a, b \in \mathbb{R}$

2  $a+(b+c) = (a+b)+c$  ,  $a(bc) = ab(c)$  ,  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

3  $a)b+c( = ab+ac$  ,  $\forall a, b, c \in \mathbb{R}$

الأسئلة (1 - 3)

مشابه للمثال (2)

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

4  $4\sqrt{2} - 1$

5  $\sqrt{5} + \sqrt{7}$

6  $-9\sqrt{11} + \frac{1}{3}$

7  $-5\sqrt{3} + 8$

8  $\frac{1}{\sqrt{11}} - 6$

9  $-4\frac{2}{3}$

الأسئلة (4 - 9)

مشابه الى المثال (4)

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

10  $\sqrt{\frac{1}{5}}$

11  $3\sqrt{7} - 7$

12  $-11\frac{2}{3}$

13  $-6\sqrt{\frac{1}{3}}$

14  $\sqrt{2} - \frac{1}{3}$

15  $8\frac{1}{2} - 5\frac{5}{2}$

الأسئلة (10 - 15)

مشابه الى المثال (4)

## تدرب وحلّ التمرينات

اكتب مثلاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

16  $a+0 = 0+a = a$  ,  $\forall a \in \mathbb{R}$

17  $a+(-a) = (-a)+a = 0$  ,  $\forall a, -a \in \mathbb{R}$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

18  $-6\sqrt{13} - 5$

19  $-\sqrt{1} - \sqrt{3}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

20  $-\sqrt{\frac{1}{8}}$

21  $-5\sqrt{2} - 5$

قدّر النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر :

22  $-\sqrt{\frac{1}{7}}$

23  $\sqrt{\frac{1}{7.3}}$

## تدرب وحل مسائل حياتية



24 **شاشة تلفاز:** اشترت مروه تلفاز طول شاشته 48cm وعرضه 36cm. جد النظير الجمعي لقطر شاشة التلفاز.



25 **غوص:** نزل ثلاثة غواصين بالأعماق التالية تحت سطح الماء:

$$-18 \times \sqrt{\frac{36}{81}} \text{ m}, -24 \times \sqrt{\frac{1}{16}} \text{ m}, -30 \times \sqrt{\frac{9}{25}} \text{ m}$$

رتب النظير الضربي لأعماق الغواصين بالنسبة إلى مستوى سطح الماء من الأبعد عمقاً إلى الأقرب إلى سطح الماء.



26 **سمكة القرش:** النظير الضربي لطولي سمكتي قرش هو

$$\sqrt{\frac{2.25}{81}} \text{ m}, \sqrt{\frac{6.25}{36}} \text{ m}$$

## فكر

27 **تحذ:** رتب النظير الجمعي للقيمة التقديرية للجذور التربيعية التالية بالتقريب إلى أقرب عشر

$$\sqrt{5}, \sqrt{3}, \sqrt{7} \quad \text{من الأصغر إلى الأكبر:}$$

28 **أصح الخطأ:** قال ياسين إن  $(-5\sqrt{7} + 1)$  هو النظير الجمعي للعدد  $\frac{1}{-5\sqrt{7} + 1}$

$$\text{لأن: } 1 = (-5\sqrt{7} + 1) \times \frac{1}{-5\sqrt{7} + 1} \text{ . حدد خطأ ياسين وصححه .}$$

29 **حس عددي:** أيساوي حاصل ضرب أي عدد حقيقي في المقلوب السالب له العدد 1 ؟

## أكتب

الخاصية التي تُعبّر عن المثال الآتي :

$$\sqrt{3} + (-\sqrt{3}) = 0, \quad \sqrt{3}, -\sqrt{3} \in \mathbb{R}$$

## الدرس [2-3]

### تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية

Simplifying the Numerical Sentences which contain Square Roots

#### تعلم



العنكبوت هي انثى العنكب وهي التي تبني بيت العنكبوت وتصل عدد الخيوط الى 400 الف خيط وطول الخيط الواحد 20cm ، رسم بسام لوحة فنية لبيت العنكبوت على لوح زجاجي مستطيل طوله  $5\sqrt{18}$  cm وعرضه  $3\sqrt{2}$  cm ما محيط اللوحة الفنية ؟

#### فكرة الدرس

- تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية.
- المفردات
- تنسيب المقام.

### [2-3-1] تبسيط الجمل العددية باستعمال الخواص ( الأبدال والتجميع و التوزيع )

Simplifying the Numerical Sentences by using the properties (Commutative , accusative, distributive)

تعلمت سابقا تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد نسبية باستعمال خواص الأعداد، وبالأسلوب نفسه سوف تتعلم تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية باستعمال الخواص (الأبدال والتجميع والتوزيع) ويمكن استعمال الخواص الآتية:

$$i) (\sqrt{ab} = \sqrt{a} \sqrt{b} , \forall a, b \geq 0)$$

$$ii) (\sqrt{a} \sqrt{a} = a , \forall a \geq 0)$$

$$iii) (\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} , \forall a \geq 0 , b > 0)$$

مثال (1) جذ محيط اللوحة الفنية المستطيلة الشكل التي أبعادها  $5\sqrt{18}$  cm ،  $3\sqrt{2}$  cm التي رسمها بسام .

$$P = 2) L + W ($$

$$= 2) 5\sqrt{18} + 3\sqrt{2} ($$

$$= 2 \times 5 \sqrt{18} + 2 \times 3\sqrt{2}$$

$$= 10 \times \sqrt{9} \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$$

$$= 10 \times 3 \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$$

$$= 30 \sqrt{2} + 6\sqrt{2}$$

$$= 36 \sqrt{2}$$

المتغيرات تمثل : المحيط P ، الطول L ، العرض W

استعمل خاصية التوزيع

عوض عن  $\sqrt{18}$  بما يساويها هو  $\sqrt{9} \sqrt{2}$

عوض عن  $\sqrt{9}$  بما يساويها هو 3

تبسيط المقدار بجمع الحدود المتشابهة

إذن طول محيط اللوحة الفنية هو  $36\sqrt{2}$  cm

مثال (2) بسط الجمل العددية التالية باستعمال الخواص (الأبدال والتجميع والتوزيع) :

$$i) (5\sqrt{12} - 7\sqrt{32} = 5 \sqrt{3 \times 4} - 7 \sqrt{2 \times 16}$$

$$= 5 \sqrt{3} \sqrt{4} - 7 \sqrt{2} \sqrt{16}$$

$$= 5 \sqrt{4} \sqrt{3} - 7 \sqrt{16} \sqrt{2}$$

$$= 5 \times 2 (\sqrt{3} - ) 7 \times 4 (\sqrt{2}$$

$$= 10 \sqrt{3} - 28 \sqrt{2}$$

$$ii) (\sqrt{5})\sqrt{10} + \sqrt{3} (= \sqrt{5} \sqrt{10} + \sqrt{5} \sqrt{3}$$

$$= \sqrt{50} + \sqrt{15}$$

$$= \sqrt{25 \times 2} + \sqrt{15}$$

$$= \sqrt{25} \sqrt{2} + \sqrt{15}$$

$$= 5 \sqrt{2} + \sqrt{15}$$

## [2-3-2] تبسيط الجمل العددية باستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي والنظير الضربي)

### Simplifying the Numerical Sentences by using the properties (Identity Element, Additive Invers, Multiplicative Inverse)

سوف تتعلم تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية باستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي)، وفي حالة الكسر الذي مقامه جذر تربيعي فسوف تستعمل عملية تنسيب المقام وهو تحويل مقام الكسر الى مقدار ليس فيه جذر وذلك بأن تضرب الكسر بالمحايد الضربي (العدد 1)، ثم تعوض عنه بكسر مناسب .

#### مثال (3) بسط الجمل العددية التالية باستعمال الخواص (العنصر المحايد، النظير الجمعي والنظير الضربي) :

$$\begin{aligned} \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} &= \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times 1 && \text{اضرب الكسر في العدد 1 (المحايد الضربي)} \\ &= \frac{3+\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \times \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} && \text{عوض عن العدد 1 بالكسر } \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} \text{ ضرب البسط والمقام} \\ &= \frac{\sqrt{7}(3+\sqrt{7})}{\sqrt{7}\sqrt{7}} && \text{استعمل خاصية التوزيع} \\ &= \frac{3\sqrt{7} + \sqrt{7}\sqrt{7}}{7} && \text{بسط المقدم إذ إن } \sqrt{7} \cdot \sqrt{7} = 7 \\ &= \frac{3\sqrt{7}+7}{7} \end{aligned}$$

#### مثال (4) بسط الجمل العددية التالية باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية :

$$\begin{aligned} \text{i) } (\sqrt{8})1 - \sqrt{2} &= \sqrt{8} - \sqrt{8}\sqrt{2} && \text{ii) } (\sqrt{3})\sqrt{3} + \sqrt{27} &= \sqrt{3}\sqrt{3} + \sqrt{3}\sqrt{27} \\ &= \sqrt{4}\sqrt{2} - \sqrt{16} && &= 3 + \sqrt{3}\sqrt{3}\sqrt{9} \\ &= 2\sqrt{2} - 4 && &= 3 + 9 = 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{iii) } 6\sqrt{125} + 2\sqrt{5} - 4\sqrt{5} &&& \text{iv) } \left(\frac{1}{2}\sqrt{7} + \frac{1}{3}\sqrt{7} - \frac{1}{6}\sqrt{7}\right) \\ &= 6\sqrt{25}\sqrt{5} - 2\sqrt{5} && = \sqrt{7}\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6}\right) \\ &= 30\sqrt{5} - 2\sqrt{5} = 28\sqrt{5} && = \sqrt{7}\left(\frac{3+2-1}{6}\right) = \frac{2}{3}\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{v) } \frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} &= \frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} \times 1 && \text{vi) } \frac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \div \frac{8\sqrt{11}}{\sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{5}-8}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} && = \frac{9\sqrt{44}}{4\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{8\sqrt{11}} \\ &= \frac{\sqrt{5}\sqrt{5}-8\sqrt{5}}{2\sqrt{5}\sqrt{5}} && = \frac{18\sqrt{11}}{4} \times \frac{1}{8\sqrt{11}} \\ &= \frac{5-8\sqrt{5}}{10} && = \frac{9}{16} \end{aligned}$$

## تأكد من فهمك

بسّط الجُمْل العددية التالية باستعمالِ الخواصِّ (الأبدال، التجميع، التوزيع) :

- 1  $4\sqrt{3} - 9\sqrt{3}$       2  $\sqrt{7} )\sqrt{7} + \sqrt{2} ($       3  $3\sqrt{12} - 5\sqrt{8}$       (الأسئلة 1-6)  
4  $\sqrt{6} )2\sqrt{3} + 6\sqrt{2} ($       5  $\sqrt{27} )5 - \sqrt{3} ($       6  $\sqrt{2} )\sqrt{6} - 3\sqrt{2} ($       (مشابهة للمثالين 1,2)

بسّط الجُمْل العددية التالية باستعمالِ الخواصِّ (العنصر المحايد، النظير الجمعي والنظير الضربي) :

- 7  $\frac{\sqrt{7} - 2}{\sqrt{3}}$       8  $\frac{8 + \sqrt{7}}{4\sqrt{5}}$       9  $\frac{\sqrt{8} - 1}{2\sqrt{8}}$       (الأسئلة 7-12)  
10  $\frac{\sqrt{12} - 2}{2\sqrt{3}}$       11  $\frac{\sqrt{20} + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}$       12  $\frac{12 - 6\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$       (مشابهة للمثال 3)

بسّط الجُمْل العددية التالية باستعمالِ خصائصِ الأعدادِ الحقيقية :

- 13  $\sqrt{3} )5 - \sqrt{3} ($       14  $\sqrt{7} )\sqrt{7} + \sqrt{28} ($       (الأسئلة 13-18)  
15  $4\sqrt{32} + 3\sqrt{2} - 5\sqrt{2}$       16  $\frac{1}{4}\sqrt{11} + \frac{1}{5}\sqrt{11} - \frac{1}{2}\sqrt{11}$       (مشابهة للمثال 4)  
17  $\frac{\sqrt{24} - 5}{2\sqrt{3}}$       18  $\frac{7\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \div \frac{14\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$

## تدرب وحلّ التمرينات

بسّط الجُمْل العددية التالية باستعمالِ الخواصِّ (الأبدال، التجميع، التوزيع) :

- 19  $\sqrt{2} )1 + 7\sqrt{2} ($       20  $\sqrt{5} )\sqrt{20} - \sqrt{5} ($   
21  $\sqrt{10} )3\sqrt{5} - 7\sqrt{2} ($       22  $\sqrt{54} )2 - \sqrt{2} ($

بسّط الجُمْل العددية التالية باستعمالِ الخواصِّ (العنصر المحايد، النظير الجمعي، النظير الضربي) :

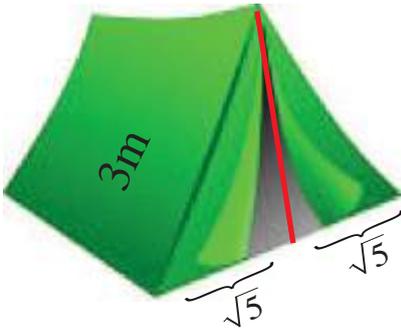
- 23  $\frac{9 - 2\sqrt{5}}{3\sqrt{5}}$       24  $\frac{\sqrt{6} - 5}{\sqrt{3}\sqrt{2}}$

بسّط الجُمْل العددية التالية باستعمالِ خصائصِ الأعدادِ الحقيقية :

- 25  $\sqrt{2} )7 + \sqrt{3} (- 4\sqrt{6}$   
26  $3\sqrt{8} + 3)\sqrt{6} - \sqrt{72} ($   
27  $\frac{8\sqrt{6}}{\sqrt{8}} \div \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{98}}$

## تدرب وحل مسائل حياتية

$\sqrt{5}$ cm	A
$\sqrt{5}$ cm	
$\sqrt{5}$ cm	B
$\sqrt{5}$ cm	



28 **هندسة:** الشكل الهندسي المجاور مكون من ثلاثة أقسام: القسم A يمثل مربع وهو مطابق الى القسم B، القسم C يمثل مستطيلاً. جد المساحة الكلية للشكل الهندسي.

29 **سيارة الحريق:** توقفت سيارة الحريق على بعد 20m من عمارة سكنية، فرفعت سلم الحريق بزاوية معينة وبكامل طوله البالغ 35m فوصل الى احد طوابق العمارة. ما ارتفاع الطابق الذي وصل اليه سلم الحريق على اعتبار سيارة الحريق مع العمارة تمثل مثلث قائم الزاوية، جد الناتج بالتقريب لأقرب عُشر.

30 **خيمة:** واجهة الخيمة تمثل مثلثاً متساوي الساقين وتحتاج كل خيمة الى عمودين واحد للواجهة الأمامية وواحد للواجهة الخلفية لتثبيتها، إذا كان طول قاعدة الواجهة الأمامية للخيمة هو  $2\sqrt{5}$  m وطول حرفها المائل 3m. ما طول الأعمدة التي نحتاج إليها لتركيب 4 خيم؟

## فكر

**تحذّر:** بسط الجمل العددية التالية باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية :

$$31 \quad \frac{1-7\sqrt{2}}{\sqrt{2}} - \frac{1-2\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$$

$$32 \quad \frac{12-8\sqrt{3}}{6\sqrt{5}} \div \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{20}}$$

$$\frac{1}{2} \sqrt{8} + \frac{1}{3} \sqrt{18} - \frac{2}{5} \sqrt{50}$$

33 **أصحّ الخطأ:** قال منير أن ناتج تبسيط الجملة العددية

هو  $2\sqrt{2}$  حدد خطأ منير وصححه .

34 **حسّ عددي:** ما احتمالية طول كل ضلع من الضلعين القائمين في مثلث قائم الزاوية طول الوتر

فيه  $\sqrt{5}$  cm ؟ .

## اكتب

جملة عددية فيها جذور حقيقية وبسطها باستعمال خاصية التوزيع .

تَعَلَّم



نقش أثري يمثل جوانب من الحياة اليومية في الدولة السومرية (2400-2850 ق.م.) ونلاحظ اختلاط فن النحت ببدايات فن الفسيفساء وتجميع الحجارة الملونة. اللوحة مربعة الشكل مساحتها  $9m^2$  جد طول ضلع اللوحة.

فكرة الدرس

- إيجاد الجذرين التربيعين الموجب والسالب لعدد.
  - عكس نظرية فيثاغورس.
  - تمثيل الأعداد غير النسبية على مستقيم الأعداد.
- المفردات
- الجذر التربيعي الأساسي.

[2-4-1] إيجاد الجذرين التربيعين الموجب والسالب لعدد

Finding the Positive and Negative Square Roots for Number

تعلمت سابقاً إيجاد الجذر التربيعي الموجب لعدد، والجذر التربيعي لعدد ما هو العملية العكسية لتربيع جذر هذا العدد:  $8^2 = 64$  أي  $\sqrt{64} = 8$ ، والآن سوف نتعلم بان لكل عدد موجب جذران تربيعيان، احدهما موجب والآخر سالب: الجذر الموجب للعدد 64 هو 8 لأن  $8 \times 8 = 64$  والجذر السالب هو -8 لأن  $-8 \times -8 = 64$  ويمكن كتابته على شكل  $\pm \sqrt{64} = \pm 8$  أي أن:  $+\sqrt{64} = +8$  ،  $-\sqrt{64} = -8$  ، عند استعمال الآلة الحاسبة فإنه يظهر فقط الجذر التربيعي الموجب ، ويسمى بالجذر التربيعي الأساسي للعدد.

$$\sqrt{a} \geq 0 \quad \forall a \geq 0$$

وعليه فإن

مثال (1) جذ طول ضلع اللوحة الفنية المربعة الشكل التي مساحتها  $9m^2$ .

$$L = \sqrt{9}$$

$$= 3$$

$$3 \times 3 = 9 \Rightarrow +\sqrt{9} = +3$$

$$-3 \times -3 = 9 \Rightarrow -\sqrt{9} = -3$$

المتغير L يمثل طول ضلع اللوحة الفنية المربعة

طول ضلع اللوحة الفنية هو 3m

نلاحظ أن :

وكذلك

ولكن الجذر التربيعي السالب يهمل لأنه لا يوجد طول حقيقي بالسالب.

مثال (2) جذ الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

$$i( 36 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{36} = 6 , 6 \times 6 = 36 \\ -\sqrt{36} = -6 , -6 \times -6 = 36 \end{cases}$$

$$ii( 81 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{81} = 9 , 9 \times 9 = 81 \\ -\sqrt{81} = -9 , -9 \times -9 = 81 \end{cases}$$

$$iii( \frac{9}{16} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} , \frac{3}{4} \times \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \\ -\sqrt{\frac{9}{16}} = -\frac{3}{4} , -\frac{3}{4} \times -\frac{3}{4} = \frac{9}{16} \end{cases}$$

$$iv( 6.25 \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{6.25} = 2.5 , 2.5 \times 2.5 = 6.25 \\ -\sqrt{6.25} = -2.5 , -2.5 \times -2.5 = 6.25 \end{cases}$$

## The Corvers of Pythagoras Theorem

تعرفت سابقاً إلى نظرية فيثاغورس التي تصف العلاقة بين طولي الساقين والوتر في مثلث قائم الزاوية (مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طول ساقيه). والآن سوف نتعرف إلى عكس نظرية فيثاغورس (في أي مثلث إذا كان مربع طول أحد أضلاعه يساوي مجموع مربعي طول الضلعين الآخرين، فإن المثلث يكون قائم الزاوية).

## مثال (3)

إذا كانت قياسات الأضلاع الثلاثة لمثلث هي : 3cm , 4cm , 5cm .  
حدد فيما إذا كان المثلث قائم الزاوية أم لا؟

اكتب مربع طول كل ضلع من أضلاع المثلث  $3^2 = 9$  ,  $4^2 = 16$  ,  $5^2 = 25$

وبما أن  $16+9 = 25$ ، لذا فإنه يحقق عكس نظرية فيثاغورس، أي المثلث قائم الزاوية

## [2-4-3] تمثيل الأعداد غير النسبية على مستقيم الأعداد

## Represent The Irrational Numbers on Number Line

تعلمت سابقاً كيفية تمثيل الأعداد النسبية على مستقيم الأعداد وكذلك تعلمت في الدرس الأول من هذا الفصل كيفية تمثيل الجذور التربيعية للأعداد على مستقيم الأعداد بعد كتابة قيمتها مقربة لأقرب عُشر. والآن سوف تتعلم كيفية تمثيل العدد غير النسبي على مستقيم الأعداد بشكلٍ دقيق ومن دون تقريب.

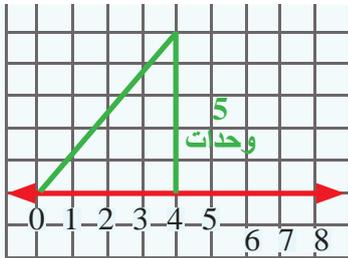
## مثال (4)

مثل العدد  $\sqrt{41}$  على مستقيم الأعداد بشكلٍ دقيق.

**الخطوة 1:** جد عددين مربعين مجموعهما 41.

$$41 = 25 + 16$$

$$41 = 5^2 + 4^2$$

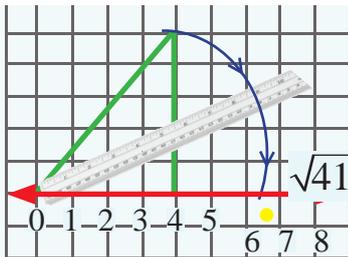


طول وترٍ لمثلث قائم الزاوية طول ساقيه 5 ، 4 هو  $\sqrt{41}$

**الخطوة 2:** ارسم على ورق المربعات مثلثاً قائم الزاوية طول ساقيه 5 ، 4 وحدة

**الخطوة 3:** افتح الفرجال بطول الوتر، ثم ضع رأسه عند العدد صفر وارسم

قوساً يقطع مستقيم الأعداد في نقطة تمثل العدد  $\sqrt{41}$



## تأكد من فهمك

جدّ الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

- |   |                |   |                 |   |      |   |      |  |
|---|----------------|---|-----------------|---|------|---|------|--|
| 1 | 16             | 2 | 25              | 3 | 49   | 4 | 64   | الأسئلة (8 - 1)<br>مشابهة الى المثالين ( 1.2 ) |
| 5 | $\frac{9}{25}$ | 6 | $\frac{36}{81}$ | 7 | 1.21 | 8 | 2.25 |  |

حدد ما إذا كان كل مثلث بالأضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية . وتحقق من إجابتك:

- |    |                    |    |                     |   |
|----|--------------------|----|---------------------|---|
| 9  | 40 cm, 9 cm, 41 cm | 10 | 4 cm, 7 cm, 5 cm    | الأسئلة (9 - 12)<br>مشابهة الى المثال (3) |
| 11 | 6 cm, 8 cm, 10 cm  | 12 | 17 cm, 13 cm, 12 cm |   |

جدّ طول الضلع القائم بتقريب الناتج لأقرب عُشر إذا عُلّمت طول الوتر وضلع قائم لكل مثلث مما يأتي:

- |    |                   |    |                    |
|----|-------------------|----|--------------------|
| 13 | 12 cm, 6 cm, .... | 14 | 10 cm, 20 cm, .... |
|----|-------------------|----|--------------------|

مَثّل الأعداد التالية على مستقيم الأعداد بشكلٍ دقيقٍ :

- |    |             |    |             |    |             |    |             |  |
|----|-------------|----|-------------|----|-------------|----|-------------|--|
| 15 | $\sqrt{5}$  | 16 | $\sqrt{13}$ | 17 | $\sqrt{20}$ | 18 | $\sqrt{29}$ | الأسئلة (15 - 22)<br>مشابهة الى المثال (4) |
| 19 | $\sqrt{34}$ | 20 | $\sqrt{52}$ | 21 | $\sqrt{45}$ | 22 | $\sqrt{65}$ |  |

## تدرب وحلّ التمرينات

جدّ الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

- |    |               |    |                 |    |       |
|----|---------------|----|-----------------|----|-------|
| 23 | 4             | 24 | 36              | 25 | 81    |
| 26 | $\frac{9}{4}$ | 27 | $\frac{25}{64}$ | 28 | 10.24 |

حدد ما إذا كان كل مثلث بالأضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية . وتحقق من إجابتك:

- |    |                            |
|----|----------------------------|
| 29 | 2 cm, 3 cm, $\sqrt{13}$ cm |
| 30 | 20 cm, 15 cm, 625 cm       |

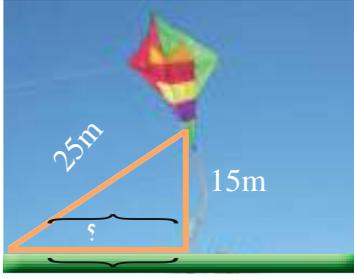
جدّ طول الضلع القائم بتقريب الناتج لأقرب عُشر إذا عُلّمت طول الوتر وضلع قائم لكل مثلث مما يأتي:

- |    |                 |    |                   |
|----|-----------------|----|-------------------|
| 31 | 9cm, 6 cm, .... | 32 | 10 cm, 5 cm, .... |
|----|-----------------|----|-------------------|

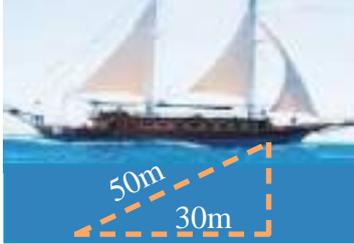
مَثّل الأعداد التالية على مستقيم الأعداد بشكلٍ دقيقٍ :

- |    |             |    |             |
|----|-------------|----|-------------|
| 33 | $\sqrt{2}$  | 34 | $\sqrt{10}$ |
| 35 | $\sqrt{29}$ | 36 | $\sqrt{41}$ |

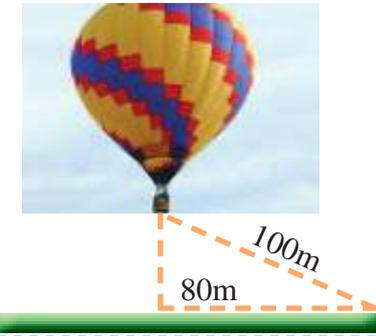
## تدرب وحلّ مسائل حياتية



37 **طائرة ورقية:** تعدّ الطائرة الورقية، احدى اللعب المفضلة عند كثير من الأطفال. في الشكل المجاور إذا كان ارتفاع الطائرة الرأسي عن سطح الأرض 15m، وطول الخيط المثبتة به الطائرة من طرف وبيد الطفل من طرف آخر هو 25m. ما نوع المثلث الذي تشكل من ارتفاع الطائرة و الخيط والمسافة الأفقية، جد طول المسافة الأفقية.



38 **مركب شراعي:** الشكل المجاور لمركب شراعي يطفو على سطح الماء. جد عمق الماء مقرباً لأقرب عُشر، إذا علمت طول الوتر والضلع القائم كما مثبتته في الشكل.



39 **منطاد:** المنطاد هو بالون كبير الحجم متصل بأسفله بسلة لنقل الناس أو البضائع وله استخدامات عديدة كوسيلة نقل. الشكل المجاور يمثل منطاداً هوائياً. جد ارتفاعه عن سطح الأرض.

## فكر

**تحذّر:** جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

40  $\frac{\sqrt{32}}{\sqrt{2}}$

41  $\frac{\sqrt{243}}{\sqrt{3}}$

42  $\frac{\sqrt{625}}{\sqrt{16}}$

43 **أصحّ الخطأ:** قالت سندس أن المثلث الذي اضلاعة 1.5cm, 1.1cm, 1.8cm يمثل مثلثاً قائم الزاوية. حدد خطأ سندس وصححه.

**حسن عددي:** هل يمكن رسم مثلث قائم الزاوية قياس اطول اضلاعه كما يلي؟ موضحاً اجابتك :

44 3 cm , 5 cm ,  $\sqrt{34}$  cm

45 1.5 cm, 2.5 cm, 3.5 cm

## أكتب

معادلة يمكن إيجاد طول الضلع المجهول فيها لمثلث قائم الزاوية فيه قياس طول الوتر 10cm، وضلع القائم 6cm.

## تعلم

## فكرة الدرس

- تمثيل جدول قيم في المستوي الإحداثي.
- إيجاد المسافة بين نقطتين.

## المفردات

- الزوج المرتب.
- المستوي الإحداثي.
- نقطة الأصل.
- محور السينات.
- محور الصادات.
- جدول قيم.
- الأرباع.



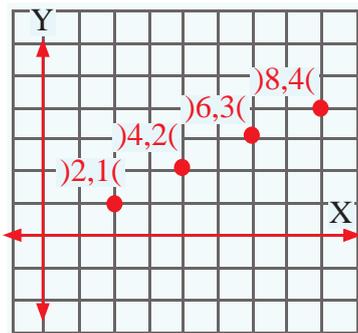
النمر (Tiger) حيوانٌ ضخّم مفترس من الثدييات آكلة اللحوم، من فصيلة السنوريات والأسم العلمي له Panthera Tigers. تلدُ النمرّة (انثى النمر) من جرو إلى ثمانية جراءٍ يظلّون في رعاية أمهم مدة 6 أسابيع ثم يعتمدون على أنفسهم. الجدول التالي يبين عدد الجراء وكمية الحليب التي يحتاجون إليها الجراء في اليوم الواحد مثل الجدول في المستوي الإحداثي.

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4

## [2-5-1] تمثيل جدول قيم في المستوي الإحداثي

## Representing Values Table in the Coordinate Plane

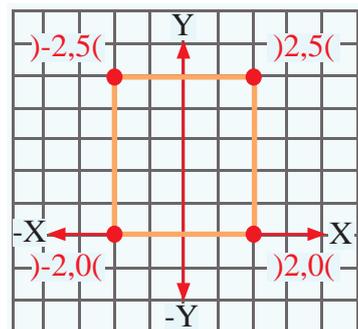
تعرفت سابقاً إلى المستوي الإحداثي الذي يتكون من مستقيمين متعامدين في نقطة تسمى نقطة الأصل، المستقيم الأفقي يعرف بمحور السينات والمستقيم العمودي يعرف بمحور الصادات والمستوي مقسم على أربعة أرباع. وكذلك تعلمت كيفية تمثيل أزواج مرتبة في المستوي الإحداثي، والآن سوف تتعلم كيفية تمثيل جدول قيم في المستوي الإحداثي يتضمن أعداداً نسبية وذلك بكتابة الأزواج المرتبة أولاً من الجدول ثم تمثيلها على المستوي الإحداثي.



مثال (1) مثل جدول القيم التالي في المستوي الإحداثي .

عدد الجراء	2	4	6	8
الكمية (لتر)	1	2	3	4

اكتب الأزواج مرتبة:  $(2, 1)$ ,  $(4, 2)$ ,  $(6, 3)$ ,  $(8, 4)$   
مثل كل زوج بنقطة في المستوي الإحداثي.  
كل الأزواج المرتبة تقع في الربع الأول.



مثال (2) مثل جدول القيم التالي في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله.

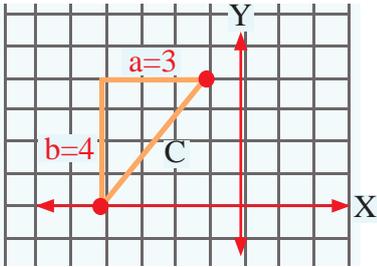
X	-2	2	-2	2
Y	5	5	0	0

اكتب الأزواج المرتبة:  $(-2, 5)$ ,  $(2, 5)$ ,  $(-2, 0)$ ,  $(2, 0)$   
مثل كل زوج بنقطة في المستوي الإحداثي، ثم صل بين النقاط الشكل الذي يمثله جدول القيم هو مستطيل .

## Finding the Distance between two Points in the Coordinate Plane

تعلمت في الجزء الأول من الدرس على كيفية كتابة الأزواج المرتبة من جدول قيم ثم كيفية تمثيلها في المستوى الإحداثي، والآن سوف تتعلم كيفية إيجاد المسافة بين نقطتين في المستوى الإحداثي وكذلك إيجاد البعد بشكل تقريبي بين المدن باستعمال نظرية فيثاغورس.

**مثال (3)** مثل الزوجين المرتبين  $(-4,0)$  و  $(-1,4)$  في المستوى الإحداثي ثم جد المسافة بينهما .



**أولاً:** مثل النقطتين بالمستوي الإحداثي .

**ثانياً:** ارسم مثلثاً قائم الزاوية كما في الشكل المجاور .

**ثالثاً:** جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين .

$b = 4$  وحدات ،  $a = 3$  وحدات

**رابعاً:** استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر  $c$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

المسافة بين نقطتين

$$\Rightarrow c = \sqrt{9 + 16}$$

دائماً موجبة

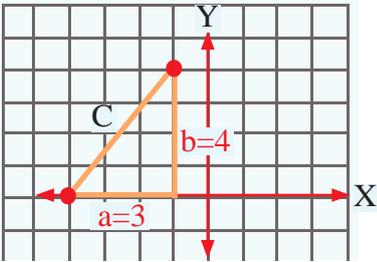
$$\Rightarrow c = \sqrt{25} \Rightarrow c = 5$$

لذا المسافة بين النقطتين هو 5 وحدات

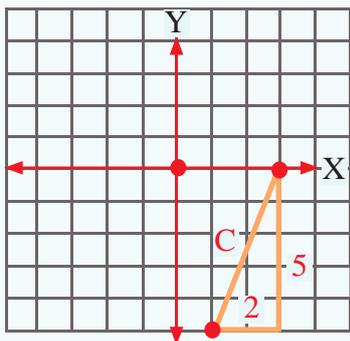
**ملاحظة:** يمكن الحصول على المثلث القائم الزاوية كما يأتي:

1- من تقاطع المستقيمين المرسومين من النقطتين موازيان للمحورين.

2- من تقاطع العمودين المرسومين من النقطتين على المحورين.



**مثال (4)** مثل كل زوج من الزوجين المرتبين  $(-3,3)$  و  $(0,0)$  في المستوى الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عُشر.



**أولاً:** مثل كل نقطتين بالمستوي الإحداثي .

**ثانياً:** ارسم مثلثات قائمة الزاوية كما في الشكل المجاور .

**ثالثاً:** جد طول كل ضلع من الضلعين القائمين لكل مثلث .

المثلث في الربع الرابع: وحدات  $a = 2$  ، وحدات  $b = 5$

المثلث في الربع الثاني: وحدات  $a = 3$  ، وحدات  $b = 3$

**رابعاً:** استعمل نظرية فيثاغورس لإيجاد طول الوتر  $c$

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{4 + 25}$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{29} \Rightarrow c \approx 5.4$$

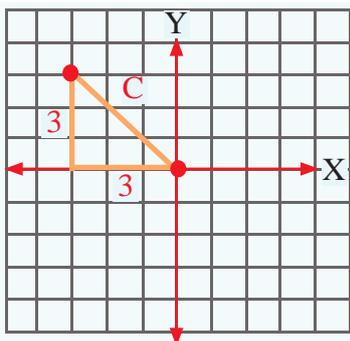
لذا المسافة بين النقطتين هو 5.4 وحدات تقريباً.

$$c^2 = a^2 + b^2 \Rightarrow c = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{9 + 9}$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{18} \Rightarrow c \approx 4.2$$

لذا المسافة بين النقطتين هو 4.2 وحدات تقريباً.



## تَأَكَّدْ مِنْ فَهْمِكَ

مِثْلُ كُلِّ جَدْوَلٍ مِنَ الْجَدْوَالِ التَّالِيَةِ فِي الْمَسْتَوِي الْإِحْدَاثِي :

1

X	0	-4	-3.5	5
Y	-1.5	1.5	-4	3.5

2

X	0	-2.5	0	2.5
Y	0	1.5	-3	0

الأسئلة (1-4)  
مشابهة للمثاليين (1,2)

3

X	-4	7	-3.5	0
Y	0	2.5	-4.5	-2.5

4

X	2	3	4	5
Y	0	0	0	0

مِثْلُ كُلِّ زَوْجٍ مِنَ الزُّوْجِيْنَ الْمَرْتَبِيْنَ فِي الْمَسْتَوِي الْإِحْدَاثِي ثُمَّ جِدِ الْمَسَافَةَ بَيْنَهُمَا مَقْرَبَةً لِأَقْرَبِ عَشْرِ

5  $\{1, 0\}$  ,  $\{4, 4\}$

6  $\{0, 0\}$  ,  $\{-5, 4\}$

الأسئلة (5-10)  
مشابهة للمثاليين (3,4)

7  $\{-4, -1\}$  ,  $\{-1, -6\}$

8  $\{-3, -6\}$  ,  $\{0, 0\}$

9  $\{7, 2\}$  ,  $\{3, 5\}$

10  $\{-2, 0\}$  ,  $\{0, 3\}$

## تَدْرِبْ وَحَلِّ التَّمْرِينَاتِ

مِثْلُ كُلِّ جَدْوَلٍ مِنَ الْجَدْوَالِ التَّالِيَةِ فِي الْمَسْتَوِي الْإِحْدَاثِي وَحَدِّدِ الشَّكْلَ الْهَنْدَسِي الَّذِي يَمْتَلِئُهُ جَدْوَلُ الْقِيَمِ:

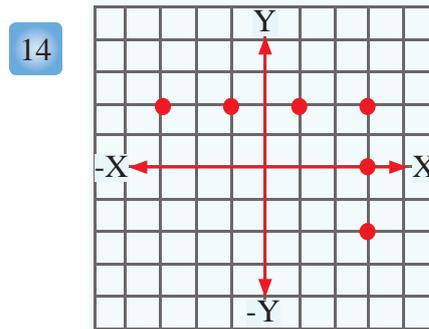
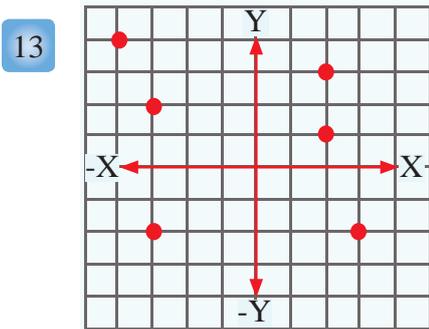
11

X	2	-2	-1	-5
Y	3.5	3.5	-4.5	-4.5

12

X	4	-4	0	0
Y	0	0	2	-5

اكتب الأزواج المرتبة من الشكل، ثم رتبها في جدول قيم:



مِثْلُ كُلِّ زَوْجٍ مِنَ الزُّوْجِيْنَ الْمَرْتَبِيْنَ فِي الْمَسْتَوِي الْإِحْدَاثِي ثُمَّ جِدِ الْمَسَافَةَ بَيْنَهُمَا مَقْرَبَةً لِأَقْرَبِ عَشْرِ إِذَا كَانَتْ لِاتَّمَلُّ عِدَدًا صَحِيحًا:

15  $\{6, 0\}$  ,  $\{0, 3\}$

16  $\{-5, 0\}$  ,  $\{0, 5\}$

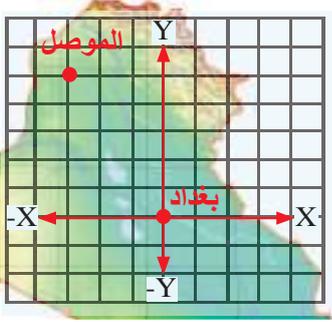
17  $\{2, -4\}$  ,  $\{4, 0\}$

18  $\{5, 1\}$  ,  $\{2, 5\}$

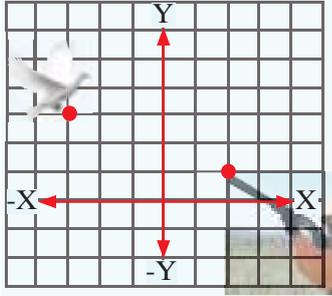
19  $\{0, 0\}$  ,  $\{-4, -4\}$

20  $\{-5, -1\}$  ,  $\{-1, -6\}$

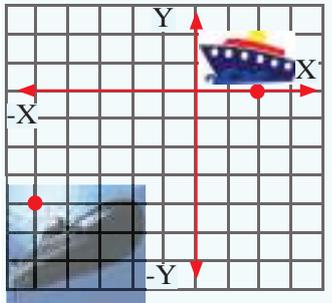
## تدرب وحل مسائل حياتية



21 **خريطة:** تمثل كل وحدة على الخريطة 77km من المسافة الحقيقية. تقع مدينة الموصل في النقطة (0,5) ومدينة بغداد على نقطة الأصل. ما المسافة التقريبية بين بغداد و الموصل ؟



22 **صيد:** تمثل كل وحدة على الشكل البياني 50m من المسافة الحقيقية. إذا وقف الصياد في النقطة (2,1) ووجه بندقيته الى طير في النقطة (-3,3)، ما المسافة التقريبية بين الطير والصياد؟



23 **غواصة:** تمثل كل وحدة على الشكل البياني 5km من المسافة الحقيقية. غواصة تحت الماء تقف في النقطة (-5,-4) تريد أن تصيب هدفاً في النقطة (2,0). ما المسافة التقريبية بين الهدف والغواصة ؟

## فكر

**تحذ:** مثل كل جدول من الجداول التالية في المستوي الإحداثي وحدد الشكل الهندسي الذي يمثله .

24

X	3	-3	-3	3
Y	3	3	-3	-3

25

X	1	-5	1	-2
Y	0	0	3	3

26 **أصحح الخطأ:** قال خالد أن الإحداثي الصادي (Y) لنقطة تقع على محور السينات (X) يمثل المسافة بين النقطة ونقطة الأصل. حدد خطأ خالد وصححه.

27 **حسن عددي:** هل أن جدول القيم التالي يمثل شكلاً مضلعاً سداسياً عند تمثيله على المستوي الإحداثي؟ ولماذا؟

X	4	0	-4	-4
Y	4	4	-4	0

X	1	1	6	6
Y	3	1	3	1

**أكتب** اسم الشكل الهندسي الذي يمثله جدول القيم التالي عند تمثيله على المستوي الإحداثي .

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبيٍّ أو غير حقيقي :

- 1  $-\sqrt{49}$       2  $\sqrt{13}$       3  $\frac{0}{-6}$       4  $\sqrt{\frac{9}{25}}$       5  $\sqrt{-16}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر. ثم مثلها على مستقيم الأعداد :

- 6  $\sqrt{15} \approx \dots$       7  $-\sqrt{32} \approx \dots$       8  $\sqrt{\frac{16}{21}} \approx \dots$       9  $\sqrt{7.3} \approx \dots$

قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملاً الرموز ( = ، < ، > ) :

- 10  $\sqrt{17}$   $\left[ \right]$   $4\frac{1}{5}$       11  $-\sqrt{9}$   $\left[ \right]$   $-\sqrt{6.25}$       12  $\frac{0}{\sqrt{7}}$   $\left[ \right]$   $\frac{0}{\sqrt{5}}$

2.236... ,  $\sqrt{2.25}$  ,  $\sqrt{2}$

13 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأصغر الى الأكبر:

$-\sqrt{11}$  ,  $-3\frac{1}{4}$  ,  $-3.33$

14 رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر:

اكتب مثلاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

- 15  $1 \times a = a \times 1 = a$  ,  $\forall a \in \mathbb{R}$       16  $a \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a} \times a = 1$  ,  $\forall a \in \mathbb{R}$  ,  $a \neq 0$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

- 17  $5\sqrt{11} - 7$       18  $-\sqrt{1} - \sqrt{2}$       19  $\sqrt{12} - \frac{1}{16}$       20  $\frac{3}{\sqrt{5}} - \frac{4}{\sqrt{5}}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

- 21  $\sqrt{\frac{1}{12}}$       22  $-6\sqrt{3} - 7$       23  $\sqrt{5} - \frac{1}{5}$       24  $-3\frac{1}{2} - 1\frac{4}{3}$

قدر النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر :

- 25  $\sqrt{\frac{1}{7}}$       26  $-\sqrt{\frac{1}{8}}$       27  $\sqrt{\frac{11}{25}}$       28  $\sqrt{\frac{1}{5.6}}$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية:

- 29  $\frac{6 - 2\sqrt{3}}{3\sqrt{5}}$       30  $\frac{\sqrt{8} - 7\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$       31  $\frac{6\sqrt{8}}{\sqrt{6}} \div \frac{12\sqrt{3}}{\sqrt{27}}$       32  $\frac{3\sqrt{8}}{\sqrt{45}} \times \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{32}}$

- 33  $\sqrt{3} \cdot 9 + \sqrt{3} \cdot (-2\sqrt{27})$       34  $\sqrt{7} \cdot \sqrt{7} - \sqrt{14} \cdot (-9\sqrt{2})$       35  $\frac{1}{\sqrt{5}} \sqrt{11} + \frac{1}{5} \sqrt{50} - \sqrt{55}$

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

- 36 9      37 225      38  $\frac{25}{36}$       39 1.21      40 10.24

حدد ما إذا كان كل مثلث بالأضلاع المعطاة هو مثلث قائم الزاوية . وتحقق من إجابتك:

- 41 3cm , 5cm , 6cm      42 7cm , 5cm ,  $\sqrt{74}$  cm      43 2cm , 1.5cm , 2.5cm

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين في المستوي الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عُشر إذا كانت لاتمثل عدداً صحيحاً .

- 44  $\{3, 0, 3\}$       45  $\{-4, 0, 4\}$       46  $\{-1, 5, -4, 2\}$

- 47  $\{4, -1, -5\}$       48  $\{0, 0, -3, -3\}$       49  $\{-2, -3, -4, 1\}$

## Polynomials

## الحدوديات

- [3-1] **الدرس** جمع المقادير الجبرية وطرحها.
- [3-2] **الدرس** ضرب حد جبري في مقدار جبري.
- [3-3] **الدرس** ضرب المقادير الجبرية.
- [3-4] **الدرس** قسمة مقدار جبري على حد جبري.
- [3-5] **الدرس** تحليل المقادير الجبرية.

حوض كبير للأسماك في أحد المجمعات التجارية قاعدته مربعة الشكل. ما ارتفاع الحوض إذا كان حجمه

$8192m^3$  وعرض قاعدته  $32m$ ؟

اكتب المعامل م (و المتغير) غ (في الحدود الجبرية الآتية :

1  $-2 | xy,$  المتغير..... المعامل.....

2  $30r^2v^2$  المتغير..... المعامل.....

3  $\sqrt{16} h^3k^2,$  المتغير..... المعامل.....

4  $\frac{1}{2} z^2y,$  المتغير..... المعامل.....

5  $10w^3h,$  المتغير..... المعامل.....

6  $w^5z^2,$  المتغير..... المعامل.....

جد ناتج جمع الحدود الجبرية الآتية :

7  $5h^2k + 10h^2k + \frac{1}{2}h^2k + |-\frac{1}{5}|h^2k$

8  $x^2y^2z + \frac{1}{3} x^2y^2z + 6x^2y^2z$

9  $2r^2v + \frac{1}{4}r^2v + 16r^2v + |-\frac{1}{2}|r^2v$

10  $|-7| a^2b + 14 a^2b + \frac{1}{28}a^2b$

11  $10xy + \frac{1}{20} xy + \frac{1}{5}xy + 4xy$

12  $7a^2b^2z + |-18| a^2b^2z + 9a^2b^2z$

13  $2x^4y^2 + \frac{1}{5}x^4y^2 + |-\frac{1}{5}|x^4y^2$

14  $12 g^2h^2 + \frac{1}{3}g^2h^2 + \frac{1}{4}g^2h^2$

جد ناتج طرح الحدود الجبرية الآتية :

15  $\frac{1}{25}h^2k - 15h^2k - 5h^2k - |-\frac{1}{5}|h^2k$

16  $16 r^2v^2 - \frac{1}{32} r^2v^2 - 64 r^2v^2$

17  $\frac{2}{3}xy - \frac{10}{6} xy - |-\frac{1}{3}|xy$

18  $30a^2b^2 - 5a^2b^2 - 15a^2b^2$

19  $|-15|z^2v^2 - |-35|z^2v^2 - 5z^2v^2$

20  $24w^2z - \sqrt{144} w^2z - 9w^2z$

جد ناتج ضرب الحدود الجبرية الآتية :

21  $)2x()20y($

22  $)6z^2()3v^2($

23  $)|-20|z()r^3v^3($

24  $10y)2x+60z+4($

25  $30z^2)\frac{1}{3}v^2 + \frac{1}{15}v^3y + \frac{2}{30}mn($

26  $3y)20m^2n+4($

جد القيمة العددية للمقادير الجبرية الآتية :

27  $\frac{1}{2} z^2y^2 + 3zy + w; w=2, z=4, y=3$

28  $3h^3k^2 - 5h + 4; h=5, k=3$

29  $|-25|r^2v^2 + \frac{1}{3}v + 5; r=1, v=12$

30  $3xy - 2xy + 6; x=2, y=10$

31 جد المخرجات لقاعدة الدالة للمدخلات الآتية :

المخرجات	قاعدة الدالة $2x^2 + 4$	المدخلات
		-2
		0
		2

تَعَلَّم



حمولتان من المواد الغذائية تحتوي الحمولة الاولى على الرز والسكر والطحين بالكيلوغرامات وعلى الترتيب  $54x^3$  ,  $25y^5$  ,  $30z^2$  والحمولة الثانية من المواد نفسها  $36x^3$  ,  $20y^5$  ,  $25z^2$  فما مجموع الحمولتين، وما الفرق بينهما؟

فكرة الدرس

- جمع المقادير الجبرية .
- طرح المقادير الجبرية .

المفردات

- جمع.
- طرح.

Addition an Algebraic Expressions

]3-1-1[ جمع المقادير الجبرية

تعلّمت سابقا جمع الحدود الجبرية المتشابهة اما في هذا الدرس سنتعرف إلى جمع المقادير الجبرية (لكي نجمع مقدارين جبريين) نستعمل خصائص التبديل والتجميع في جمع الحدود المتشابهة .

مثال 1) جذ مجموع الحمولتين الاولى والثانية معا.

الحمولة الاولى  $(54x^3 + 25y^5 + 30z^2)$

الحمولة الثانية  $(36x^3 + 20y^5 + 25z^2)$

$$= )54x^3 + 25y^5 + 30z^2 ( + )36x^3 + 20y^5 + 25z^2 ($$

$$= )54x^3 + 36x^3 ( + )25y^5 + 20y^5 ( + )30z^2 + 25z^2($$

$$= 90x^3 + 45y^5 + 55z^2$$

مجموع الحمولتين

استعمل خاصية التجميع

اجمع الحدود المتشابهة

لذا مجموع الحمولتين بالكيلو غرام هو  $90x^3 + 45y^5 + 55z^2$

مثال 2) جذ ناتج جمع المقادير الجبرية الاتية :

$$i) \left( \frac{1}{6} w^2z + \sqrt{2} r^2v^2 + \sqrt{5} h^3k^2 \right) + \left( \frac{1}{3} w^2z + \sqrt{2} r^2v^2 + 2\sqrt{5} h^3k^2 \right)$$

$$= \left( \frac{1}{6} w^2z + \frac{1}{3} w^2z \right) + \left( \sqrt{2} r^2v^2 + \sqrt{2} r^2v^2 \right) + \left( \sqrt{5} h^3k^2 + 2\sqrt{5} h^3k^2 \right)$$

$$= \left( \frac{1}{6} w^2z \right) + \left( 2\sqrt{2} r^2v^2 \right) + \left( 3\sqrt{5} h^3k^2 \right)$$

$$= \frac{1}{6} w^2z + 2\sqrt{2} r^2v^2 + 3\sqrt{5} h^3k^2$$

$$ii) \left( \sqrt{2} xy^2 + \frac{1}{5} xy + 4\sqrt{3} x^2y \right) + \left( 3\sqrt{2} xy^2 - \frac{1}{5} xy + \sqrt{3} x^2y \right)$$

$$= \left( \sqrt{2} xy^2 + 3\sqrt{2} xy^2 \right) + \left( \frac{1}{5} xy - \frac{1}{5} xy \right) + \left( 4\sqrt{3} x^2y + \sqrt{3} x^2y \right)$$

$$= 4\sqrt{2} xy^2 + 0 + 5\sqrt{3} x^2y$$

$$= 4\sqrt{2} xy^2 + 5\sqrt{3} x^2y$$

استعمل خاصية التجميع

اجمع الحدود المتشابهة

ناتج جمع المقدارين

استعمل خاصية التجميع

اجمع الحدود المتشابهة

ناتج جمع المقدارين

$$\begin{aligned}
& \text{iii) } |-15|m^2n + 12gh + \frac{1}{20} r^2v^3( + )|-45|m^2n + 10gh + \frac{2}{30} r^2v^3( \\
& = )|-15|m^2n+|-45|m^2n( + )12gh+10gh( + ) \frac{1}{20} r^2v^3+\frac{2}{30} r^2v^3( \\
& = )15m^2n+45m^2n( + )12gh+10 gh( + ) \frac{1}{20} r^2v^3+\frac{2}{30} r^2v^3( \\
& = 60m^2n + 22gh + \frac{7}{60} r^2v^3
\end{aligned}$$

استعمل خاصية التجميع

اجمع الحدود المتشابهة

ناتج جمع المقدارين



محيط مثلث متساوي الاضلاع هو  $2n^2+ 4y +5$   
ومحيط مربع هو  $4n^2 +6y+10$  اكتب المقدار  
الجبري الذي يمثل مجموع محيطي المثلث والمربع.

مثال 3)

$$2n^2+ 4y +5 \quad 4n^2+6y+10$$

$$)2n^2+4y+5( + )4n^2+ 6y+10($$

$$= )2n^2+ 4n^2( + )4y + 6y( + )5+ 10($$

$$= 6n^2 + 10y + 15$$

استعمل خاصية التجميع

اجمع الحدود المتشابهة

ناتج جمع المقدارين

$$6n^2 + 10y + 15$$

لذا مجموع محيطي المثلث والمربع بالامتار

### [3-1-2] طرح المقادير الجبرية

#### Subtraction an Algebraic Expressions

تعلمت سابقا طرح الحدود الجبرية المتشابهة اي عند طرح حد جبري من حد جبري اخر اجمع الحد الجبري الاول مع النظير الجمعي للحد الجبري الثاني وسوف نتعلم طرح المقادير الجبرية ولطرح مقدار جبري من مقدار جبري اخر اعكس إشارة كل حد من حدود المقدار الجبري الثاني (اي النظير الجمعي للمقدار الجبري).

مثال 4) من فقرة تعلم جد الفرق بين الحمولتين .

$$54x^3 , 25y^5 , 30z^2( \text{الحمولة الاولى}$$

$$36x^3 , 20y^5 , 25z^2( \text{الحمولة الثانية}$$

$$54x^3 + 25y^5 + 30z^2$$

(الحمولة الاولى)

$$36x^3 + 20y^5 + 25z^2$$

(الحمولة الثانية)

$$= )54x^3+25y^5+30z^2( - )36x^3 + 20y^5 + 25z^2($$

اجد الفرق بين الحمولتين

$$= )54x^3+25y^5+30z^2(+)-36x^3 - 20y^5- 25z^2($$

تغيير إشارة الحدود الجبرية في المقدار الثاني

$$= )54x^3- 36x^3(+)+25y^5- 20y^5(+)+30z^2- 25z^2($$

استعمل خاصية التجميع

$$= 18x^3+ 5y^5 + 5z^2$$

$$18x^3+ 5y^5 + 5z^2$$

لذا الفرق بين الحمولتين

مثال 5)

جدّ ناتج طرح المقادير الجبرية الآتية :

$$i) (3\sqrt{2}xy - 2|zw - \sqrt{4}r^2v^2) - (2\sqrt{2}xy - 10zw + 4r^2v^2)$$

$$= (3\sqrt{2}xy - 2|zw - \sqrt{4}r^2v^2) - (2\sqrt{2}xy - 10zw + 4r^2v^2)$$

$$= (3\sqrt{2}xy - 2zw - 2r^2v^2) - (2\sqrt{2}xy + 10zw - 4r^2v^2)$$

$$= (3\sqrt{2}xy - 2\sqrt{2}xy) - (2zw + 10zw) - (2r^2v^2 - 4r^2v^2)$$

$$= \sqrt{2}xy + 8zw - 6r^2v^2$$

اطرح المقدار الثاني من الاول

اضافة النظير الجمعي

اجمع الحدود المتشابهة

$$ii) (3x^2 - 15y - 6) - (7x^2 - 9y + 6)$$

$$= (3x^2 - 15y - 6) - (7x^2 + 9y + 6)$$

$$= (3x^2 - 7x^2) - (15y + 9y) - (6 + 6)$$

$$= -4x^2 - 6y - 12$$

اجمع الحدود المتشابهة

مثال 6)

نافورة مربعة الشكل مساحتها  $(2m^2 - 2m - 6)$

متر مربع تقع في منتصف حديقة مستطيلة الشكل

مساحتها  $(3m^2 - 4m + 5)$  متر مربع ما مساحة

الحديقة المحيطة بالنافورة؟

$$(3m^2 - 4m + 5) - (2m^2 - 2m - 6)$$

$$= (3m^2 - 4m + 5) - (2m^2 - 2m - 6)$$

$$= (3m^2 - 2m^2) - (4m - 2m) + (5 + 6)$$

$$= m^2 - 2m + 11$$

مساحة الحديقة

اضافة النظير الجمعي

اجمع الحدود المتشابهة

اجد المقدار



لذا مساحة الحديقة المحيطة بالنافورة  $m^2 - 2m + 11$  متراً مربعاً

تأكّد من فهمك

جدّ جمع المقادير الجبرية الآتية:

$$1) (20x^2y^2 + \frac{1}{2}z^3w^2 + 5) + (20x^2y^2 + \frac{3}{2}z^3w^2 + 10)$$

$$2) (\sqrt{2}h^3 + 2k^2y + 9) + (2\sqrt{2}h^3 + k^2y + 6)$$

$$3) (|\sqrt{5}m^3n^2 + \frac{1}{5}r^2v^2 + 3) + (5\sqrt{5}m^3n^2 + 2r^2v^2 + 4)$$

الأسئلة (1 - 3)

مشابهة للمثالين 1-2

جدّ طرح المقادير الجبرية الآتية:

$$4) (7m^2n^2 + \frac{1}{3}y^2 + \sqrt{7}) - (6m^2n^2 + \frac{2}{9}y^2 + 2\sqrt{7})$$

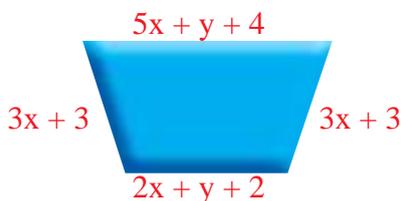
$$5) (8a^3b + 10z - 4) - (2a^3b + 5z + 3)$$

$$6) (\frac{1}{25}hk + 2y - 9) - (5hk - y - 8)$$

الأسئلة (4 - 6)

مشابهة للمثالين 4-5

7) ما محيط الشكل المجاور



السؤال (7)

مشابهة للمثال 3

## تدرب وحلّ التمرينات

اجمع المقادير الجبرية الآتية:

8 )  $-12|x^2y^2z + 2ab + 4(, )x^2y^2z + ab - 2($

9 )  $4\sqrt{2}r^2v^2 + 2hk + 3(, )\sqrt{2}r^2v^2 + 5hk + 6($

10 )  $\frac{1}{10}zw + 10x + 2(, )\frac{2}{5}zw + 10x + 2($

جد طرح المقادير الجبرية الآتية:

11 )  $7m^2n^2 - |3|y + \sqrt{7}(, )7m^2n^2 + \frac{1}{3}y - 2\sqrt{7}($

12 )  $2\sqrt{2}a^3b + 20z - 4\sqrt{5}, \sqrt{2}a^3b + 5z + \sqrt{5}$

13 )  $\frac{1}{25}hk + 2x - 9(, )\frac{1}{5}hk - 10x - 8($

## تدرب وحلّ مسائل حياتية

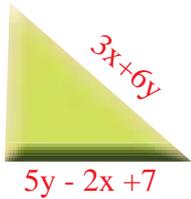


14 **كهربائية** في احدى محال الاجهزة الكهربائية بيعت في شهر آذار اجهزة الغسالات بمبلغ  $(\sqrt{2}x^3 + \frac{1}{2}yz + 4)$  دينار وأجهزه التبريد بمبلغ  $(\sqrt{2}x^3 + 4yz + 8)$  دينار ما مجموع المبيعات للمحلّ في شهر آذار؟



15 **محطات:** انطلق قطاران من المحطة نفسها باتجاهين متعاكسين اصبح احدهما على بعد  $(2|x^2 + 4y + 20|)$  كيلومتر من المحطة في حين اصبح القطار الثاني على بعد  $(4x^2 + 10y + 2)$  كيلومتر من المحطة جد المسافة بين القطارين.

## فكّر



16 **تحذّر:** إذا كان محيط المثلث المجاور  $4x + 12y + 8$  متر

فما طول الضلع المجهول؟

17 **تطبيق هندسي:** في الشكل المجاور مساحة المربع الكبير  $(2x^2 + 24x + 3)$  متر

مربع ومساحة المربع الصغير  $(x^2 - 21x + 1)$  متر مربع ما الفرق بين مساحة المربع الكبير والمربع الصغير؟

18 **حسّ عددي:** ما المقدار الذي تطرحه من  $(7x^2 - 4y^2 + 5)$  لتحصل على الناتج

$(x^2 + 3)$ ؟

## أكتب

مسألة من واقع الحياة عن جمع وطرح المقدارين الجبريين.



تَعَلَّم

صنع احمد صندوقاً من الخشب قاعدته مستطيلة الشكل إذا كان طول الصندوق بالسنتيمترات  $(\sqrt{10}m^2n^2)$  وعرضه بالسنتيمترات  $(\sqrt{5}m^2n^2)$  ما مساحة قاعدة الصندوق؟

فكرة الدرس

- ضرب حد جبري في حد جبري.
- ضرب حد جبري في مقدار جبري.
- المفردات
- حد جبري.
- مقدار جبري.

[3-2-1] ضرب حد جبري في حد جبري

Multiplying an Algebraic Term by an Algebraic Term

تعلمت سابقاً ضرب حد جبري في حد جبري إذا كانت المتغيرات مختلفة اما في هذا الدرس سوف نتعلم ضرب حد جبري في حد جبري باستعمال الخواص الآتية: i)  $a^{nm} = (a^n)^m$  ii)  $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$  iii)  $a^0 = 1$  إذ إن  $a$  عدد حقيقي ولا يساوي صفراً.

مثال 1) مساحة قاعدة الصندوق = الطول  $\times$  العرض

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{10}m^2n^2 \times \sqrt{5}m^2n^2 \\ &= \sqrt{10} \times \sqrt{5} (m^2 \cdot m^2 \cdot n^2 \cdot n^2) \\ &= \sqrt{10} \times \sqrt{5} (m^{2+2} \cdot n^{2+2}) \\ &= \sqrt{50}m^4n^4 \\ &= 5\sqrt{2}m^4n^4 \end{aligned}$$

اضرب المعاملات والمتغيرات

خواص الاعداد الحقيقية

عند الضرب تجمع الاسس

لذا مساحة المستطيل  $5\sqrt{2}m^4n^4$  بالسنتيمترات المربعة

مثال 2) جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

i)  $(4x^3y^4)(6x^5y^5) = 4 \times 6 (x^3 \times x^5)(y^4 \times y^5) = 24x^{3+5} \times y^{4+5} = 24x^8y^9$

ii)  $(9h^2k)(-2h^3k) = 9 \times -2 (h^2 \times h^3)k \times k = -18h^5k^2$

iii)  $(-12r^2v)(-4r^2vn) = 12 \times 4 (r^{2+2}v^{1+1})n = 48r^4v^2n$

iv)  $(\sqrt{36}z^2w^2)(6zk) = 6(6)(z^{2+1}w^2k) = 36z^3w^2k$

v)  $(\sqrt{7}g^2h^2)(\sqrt{14}g) = \sqrt{7}(\sqrt{14})(g^2 \cdot g)h^2 = 7\sqrt{2}g^3h^2$

vi)  $(\frac{5}{7}a^3b^3)(\frac{49}{25}a^2b^{-3}) = \frac{5}{7} \times \frac{49}{25} (a^{3+2})(b^{3+(-3)}) = \frac{7}{5}ab^0 = \frac{7}{5}a \times 1 = \frac{7}{5}a$

تعلمت سابقا ضرب حدّ جبري بمقدار جبري باستعمال خاصية التوزيع اذا كانت المتغيرات مختلفة والآن سوف نتعلم ضرب حدّ جبري بمقدار جبري اذا كانت الأساسات متشابهة أو مختلفة باستعمال خاصية التوزيع ايضا.

مثال 4) جدّ ناتج الضرب في كل مما يأتي :

i)  $(-5h^2k)3h^4k^2 + 6h^2k = (-5h^2k)3h^4k^2 + (-5h^2k)6h^2k$  باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (-5)(3)(h^2 \times h^4)(k \cdot k^2) + (-5)(6)(h^2 \cdot h^2)(k \cdot k)$

$= -15h^{2+4}k^{1+2} + (-30)(h^{2+2}k^{1+1})$  عند الضرب تجمع الاسس

$= -15h^6k^3 - 30h^4k^2$

ii)  $(3m^3n^4)1 - 5mn^5 = (3m^3n^4)1 + (-5mn^5)$  باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (3)(1)m^3n^4 + (-5)(1)(m^1 \cdot m^0 \cdot n^5 \cdot n^0)$

$= 3m^3n^4 - 5m^1n^5$  عند الضرب تجمع الاسس

$= 3m^3n^4 - 5m^1n^5$

iii)  $(\frac{1}{3}x^2y)\frac{1}{2}xy^2z + 4x^2yz = (\frac{1}{3}x^2y)\frac{1}{2}xy^2z + (\frac{1}{3}x^2y)4x^2yz$

باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= (\frac{1}{3})(\frac{1}{2})(x^2 \cdot x)(y \cdot y^2 \cdot z) + (\frac{1}{3})(4)(x^2 \cdot x^2)(y \cdot y \cdot z)$  عند الضرب تجمع الاسس

$= \frac{1}{6}x^3y^3z + \frac{4}{3}zy^2$

iv)  $(\sqrt{5})5z^2w^2 + \sqrt{5}zw + 2$

$= \sqrt{5}(5(z^2w^2) + \sqrt{5}(\sqrt{5}zw + 2\sqrt{5}))$  باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= 5\sqrt{5}z^2w^2 + 5zw + 2\sqrt{5}$  عند الضرب تجمع الاسس

v)  $(\sqrt{2}x^3y)3\sqrt{2}x^{-2}y^{-1} - \sqrt{2}x^{-3}y^2$

$= (\sqrt{2})(3\sqrt{2})(x^3x^{-2} \cdot yy^{-1}) - (\sqrt{2})(\sqrt{2})(x^{-3}x^{-3}yy^2)$  باستعمال خاصية التوزيع والتجميع

$= 6xy^0 - 2x^0y^3$

$= 6x - 2y^3$  عند الضرب تجمع الاسس

مثال 5) ملعبٌ مستطيل الشكل طوله بالامتار  $4x^2$  وعرضه بالامتار  $2x^3 - 4xy - 3$  ما مساحة



الملعب؟

مساحة المستطيل = الطول × العرض

$$A = 4x^2(2x^3 - 4xy - 3)$$

$$= 4x^2(2x^3) - 4x^2(4xy) - 4x^2(3) \quad \text{باستعمال خاصية التوزيع}$$

$$= 8x^5 - 16x^3y - 12x^2$$

لذا مساحة الملعب  $8x^5 - 16x^3y - 12x^2$

جد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

تأكد من فهمك

1)  $\frac{\sqrt{3}}{4} m^2n(2m^3)$

2)  $20x^5yz(10xy)$

3)  $8r^3v^2(-5|r^2v+6r^2v^2)$

4)  $\sqrt{2} x^2y^2\sqrt{2} xy^5 - y^5$

5)  $\sqrt{7} z^2w(z^{-1}wy+2\sqrt{7} z^4w^2y)$

6)  $\frac{1}{4}h^2k(\frac{\sqrt{16}}{4} h^{-2}kr + 6h^3k^{-1}r^2 + \sqrt{8})$

الأسئلة (1 - 2)

مشابه للمثال (2)

الأسئلة (3 - 6)

مشابه للمثال (4)

جد ناتج الضرب في كل مما يأتي :

تدرب وحل التمرينات

7)  $m^4n(m^3n^{-4})$

9)  $-7r^4vy^3(5rv^4y^2)$

11)  $y-2(xy)$

13)  $8w-4(7w^{-5})$

15)  $\frac{1}{2}ab^2c(2a^{-1}b^{-2}c^{-1})$

17)  $hk(6h^2k^2 - 7h^2y + 2zy)$

19)  $\frac{-1}{3}r^2)r^2 - \sqrt{7} r^2vy$

21)  $x^{-4})x-x^3y^5 + \sqrt{2} x^{-2}$

23)  $|-3|r^2v^2)|4|rv + 25$

25)  $\sqrt{9} gh)2g^4h^2 + 3gh + 5$

8)  $\sqrt{5} a^2b^2c^3)2\sqrt{5} a^4$

10)  $\sqrt[3]{-27} x^2y^2) \sqrt[3]{-8} xyz$

12)  $|-3|z(wx^4z^{-3}$

14)  $-3xy^2z)5x^4y^2+ 4xy^2z - 6x^2y^2z^3$

16)  $5a^2b + 4a^3b - \frac{1}{2}abc^2(8a^{-2}b$

18)  $12x^6y^7)1 - \frac{1}{2} -x^3y$

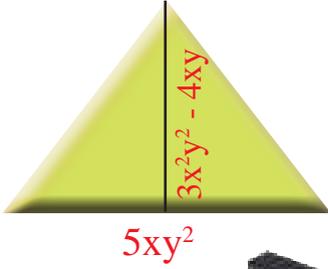
20)  $4ab)a^2b - \sqrt[3]{64} abc$

22)  $5m^{-3})2m+nz^4 + 4$

24)  $\frac{1}{6}yz)36y^2z^2 + 6yz + 36$

26)  $|-8|z^6w^5)|-2|z^{-6}w^{-5} + \frac{1}{4}z^{-4}w^{-5}$

## تدرب وحل مسائل حياتية



27 **هندسة:** مثلث طول قاعدته بالسنتمترات  $(5xy^2)$  وارتفاعه بالسنتمترات  $(3x^2y^2 - 4xy)$  ما مساحة المثلث؟



28 **تكنولوجيا:** اشترك احمد في خدمة الانترنت بسرعة  $4x^5y^2$  في حين تزيد سرعة اشترك محمد بمقدار  $5xy^2$  عن سرعة اشترك احمد. فما سرعة اشترك أنور التي تمثل حاصل ضرب سرعتي اشترك احمد ومحمد؟

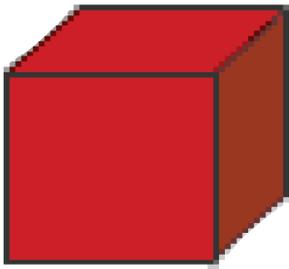


29 **أحياء:** اذا كان عدد أفراد مملكة النحل  $10w^3z$  وتضاعفت بمقدار  $5z^2$  فكم اصبح عدد النحل؟

## فكر

30 **أصح الخطأ:** كتب علي ناتج ضرب المقدار  $(\sqrt{2} h^2k^2 - \sqrt{4} h^3k)$  على شكل  $4h^3k^4 - 4h^5k^3$ . جد خطأ علي وصححه .

31 **تحذ:** ما الحد الجبري الذي نضربه في المقدار  $4 - 5x + \frac{5}{2} x^2y$  فيكون الناتج  $10x^4y^4 + 20x^3y^3 - 16x^2y^3$



32 **تحذ:** صندوق على شكل منشور رباعي مساحة قاعدته  $z^2$  وحدة مربعة وارتفاعه  $(5z^2 + 5)$  وحدة ما حجم المنشور؟



33 **احصائيات:** اذا كان عدد سكان محافظة ديالى  $(2x^{-3}y^3)$  نسمة في حين سكان محافظة بغداد  $(20x^{-2}y^2)$  مرة من عدد سكان محافظة ديالى. فما عدد سكان محافظة بغداد؟

## اكتب

حاصل ضرب حد جبري في مقدار جبري وجد ناتج الضرب.

## Multiplying Algebraic Expressions

## تَعَلَّم



زرع فلاح ارضاً للخضروات  
على شكل مستطيل طول الارض  
بالامتار  $(\sqrt{5}x^2y+x)$  وعرضها  
بالامتار  $(\sqrt{25}x^2y+4)$  ما مساحة  
الارض؟

## فكرة الدرس

- ضرب مقدارين كل مقدار من حدين.
- ضرب مقدارين الاول من حدين والثاني من ثلاثة حدود.
- المفردات
- حدانية.
- ثلاثة حدود.
- ضرب عامودي.
- ضرب افقي.

## [4-3-1] ضرب مقدارين جبريين كل منهما من حدين

## Multiplying Algebraic Expression by Two Terms

تعلمت سابقا ضرب حد جبري في مقدار جبري وسوف تتعلم في هذا الدرس ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما يتكون من حدين باستعمال خاصية التوزيع، هناك نوعان من الضرب الأفقي والعمودي.

مثال 1) مساحة المستطيل (الخضراوات) = (الطول × العرض)

$$A = (\sqrt{5}x^2y+x)(\sqrt{25}x^2y+4)$$

مساحة المستطيل (الخضراوات)

$$= (\sqrt{5}x^2y \times \sqrt{25}x^2y + \sqrt{5}x^2y)4 + (\sqrt{5}x^2y + x)4$$

باستعمال خاصية التوزيع

$$= (\sqrt{5}x^2y \times 5x^2y + 4\sqrt{5}x^2y + 5x^3y + 4x)$$

باستعمال الضرب الأفقي

$$= 5\sqrt{5}x^4y^2 + 4\sqrt{5}x^2y + 5x^3y + 4x$$

مساحة الارض بالامتار المربعة

مثال 2) جد ناتج الضرب (الافقي) في كل مما يأتي :

$$i) \left(\frac{1}{2}x^2+y^2\right)(x^3+2y^2)$$

$$= \left(\frac{1}{2}x^2 \cdot x^3 + \frac{1}{2}x^2 \cdot 2y^2 + y^2 \cdot x^3 + y^2 \cdot 2y^2\right)$$

$$= \frac{1}{2}x^5 + x^2y^2 + x^3y^2 + 2y^4$$

باستعمال خاصية التوزيع

باستعمال الضرب الأفقي

$$ii) (-2|ab + |-5|bc)(3 + ab)$$

$$= (-2 \times 3)(ab + 2a^2b^2) + (-5 \times 3)(bc + 5ab^2c)$$

$$= 6ab + 2a^2b^2 + 15bc + 5ab^2c$$

باستعمال خاصية التوزيع

باستعمال الضرب الأفقي

مثال 3) جذ ناتج الضرب العمودي ( لكل مما يأتي):

i)  $(3th^2 - 7)(5 + th^2)$

$(3th^2 - 7)($

$\times) 5 + th^2($

$\frac{15th^2 - 35$

$\frac{-7th^2 + 3t^2h^4$

$8th^2 - 35 + 3t^2h^4$

اضرب بالطريقة العمودية  $(3th^2)$  في القوس الثاني

اضرب بالطريقة العمودية  $(-7)$  في القوس الثاني

اضع الحدود المتشابهة تحت بعض

اجمع الحدود

ii)  $(\frac{2}{9}z^2w^3 + 1)(3zw + 4)$

$(\frac{2}{9}z^2w^3 + 1($

$\times) 3zw + 4($

$\frac{2}{3}z^3w^4 + 3zw$

$+ \frac{8}{9}z^2w^3 + 4$

$\frac{2}{3}z^3w^4 + \frac{8}{9}z^2w^3 + 3zw + 4$

اضرب بالطريقة العمودية  $(\frac{2}{9}z^2w^3)$  في القوس الثاني

اضرب بالطريقة العمودية  $(1)$  في القوس الثاني

اضع الحدود المتشابهة تحت بعض

اجمع الحدود



مثال 4) ملعب كرة طائرة بعدها بالأمتار  $(8y+3)$  و  $(8y-6)$

مساحة الملعب = الطول × العرض

$A = (8y+3)(8y-6)$

$= 64y^2 - 48y + 24y - 18$

$= 64y^2 - 24y - 18$

ما مساحة الملعب ؟

باستعمال خاصية التوزيع

باستعمال الضرب الافقي

مساحة الملعب بالأمتار المربعة

[2-3-3] ضرب مقدارين الاول من حدين والثاني من ثلاثة حدود

### Multiplying an Algebraic Expression by Two Terms and by Three Terms

تعلمت سابقا في البند الاول من هذا الدرس ضرب مقدار جبري في مقدار جبري باستخدام خاصية التوزيع بال ضرب العمودي والافقي وسوف تتعلم ضرب مقدار جبري يتكون من حدين مع مقدار جبري يتكون من ثلاثة حدود باستخدام الضرب الافقي والعمودي .

مثال 5) جذ ناتج الضرب (الافقي) في كل مما يأتي :

i)  $(-2x^2 - 8)(x^3 + x - 2)$

$= -2x^2(x^3 + x - 2) - 8(x^3 + x - 2)$

$= -2x^5 - 2x^3 + 4x^2 - 8x^3 - 8x + 16$

$= -2x^5 - 10x^3 + 4x^2 - 8x + 16$

باستعمال خاصية التوزيع

باستعمال الضرب الافقي

$$\text{ii} ( )\sqrt{7} y^2 - 5z ( )\sqrt{7} y^2 + 3z - \sqrt{7} w ($$

باستعمال خاصية التوزيع

$$= )\sqrt{7} y^2 ( )\sqrt{7} y^2 + 3z - \sqrt{7} w ( - )5z ( )\sqrt{7} y^2 + 3z - \sqrt{7} w ($$

باستعمال الضرب الأفقي

$$= 7y^4 + 3\sqrt{7} zy^2 - 7wy^2 - 5\sqrt{7} zy^2 - 15z^2 + 5\sqrt{7} zw$$

$$= 7y^4 - 2\sqrt{7} zy^2 - 7wy^2 - 15z^2 + 5\sqrt{7} zw$$

مثال 6) جذ ناتج الضرب (العمودي) لكل مما يأتي:

$$\text{i} ( )z + 7 ( )z^2 - 2z + 3 ($$

$$)z + 7 ($$

$$x)z^2 - 2z + 3 ($$

$$z^3 - 2z^2 + 3z$$

اضرب (z) في القوس الثاني

$$7z^2 - 14z + 21$$

اضرب (7) في القوس الثاني

$$z^3 + 5z^2 - 11z + 21$$

اجمع الحدود

$$\text{ii} ( )x + y ( )x - xy + y^2 ($$

$$)x + y ($$

$$x)x - xy + y^2 ($$

$$x^2 - x^2y + xy^2$$

اضرب (x) في القوس الثاني

$$xy - xy^2 + y^3$$

اضرب (y) في القوس الثاني

$$x^2 + xy - x^2y + y^3$$

اجمع الحدود

جذ ناتج الضرب أفقياً لكل مما يأتي:

تأكد من فهمك

$$1 )3x-2( )4x+1($$

$$2 )\sqrt{5} x-5( )\frac{\sqrt{25}}{5} x - 6($$

الأسئلة (1-4)

مشابهة للمثال (2)

$$3 )2a^2b-\frac{5}{8}( )\frac{3}{5} ab^3-\frac{1}{6}b($$

$$4 )-4m^3n^2 - 6mn^3( )6mn - 3m($$

جذ ناتج الضرب عمودياً لكل مما يأتي:

$$5 )2x-5( )-4x^3+5y-7($$

$$6 )2x^2y-3( )xy^2 - 3z-15w($$

الأسئلة (5-8)

مشابهة للمثال (6)

$$7 )4a-4y( )y^2+5z-6($$

$$8 )x^2-2x( )5x^2+3x-4($$

جذ ناتج الضرب أفقياً لكل مما يأتي:

تدرب وحل التمرينات

$$9 )x^2y-5z( )y+4($$

$$10 )\frac{1}{2}w^2+4( )\frac{16}{\sqrt{4}}z^2+4($$

$$11 )3m-5( )10|m^2-3n($$

$$12 )x+2y( )2x+1($$

$$13 )ab+3c( )2a+c($$

$$14 )\sqrt{5} m-3x( )m-2x($$

$$15 )\sqrt{7} y-z( )\sqrt{7} yw+z($$

$$16 )6m+5( )2x^2-3x-5($$

$$17 )h^2k+1( )rv+5($$

جذ ناتج الضرب عمودياً لكل مما يأتي:

$$18 )3xy-3( )4y+3z($$

$$19 )\frac{1}{2}m^2+2m( )4m^2-8m+5($$

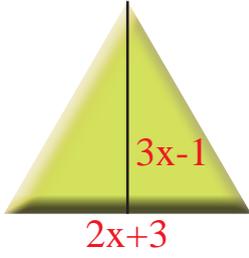
$$20 )\sqrt{2} x^2+3y-1( )\sqrt{2} x^2-5y($$

$$21 )3x-5( )6x^2+12x-8($$

$$22 )|-24|+6y( )|-2|zw+2y($$

$$23 )\sqrt{6} x^2-3y( )4y^2+10y+2($$

## تدرب وحل مسائل حياتية



24 **هندسة:** ما مساحة مثلث إذا كان طول قاعدته  $(2x+3)$  وارتفاعه

$(3x-1)$  بالامتار؟



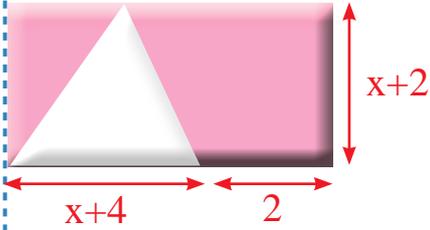
25 **هندسة:** يحيط ممر عرضة  $x$  بحديقة مستطيلة الشكل طولها 8 أمتار

وعرضها 6 أمتار، ما المساحة الكلية للحديقة والممر؟



26 **قوالب:** قالب للكيك مصنوع من الالمنيوم قاعدته مستطيلة الشكل

ما مساحة قاعدته إذا علمت أن بعديه بالسنتمترات في الشكل المجاور؟



27 جد مساحة المنطقة المظللة في الشكل المجاور؟

## فكر

28 **تحذ:** جد ناتج ما يأتي:

i)  $y^m + y^n()y^{m-1} - y^{n-1} + y^n()$

ii)  $(3 - z)3^2 + 3z + z^2(, n, m, \in R)$

iii)  $\frac{1}{2}t - \frac{1}{3}()$

iv)  $x + y()x - y()$

29 **أصح الخطأ:** كتبت سعاد ناتج المقدار  $(2x+6)^2$  بالشكل الآتي:  $4x^2 + 12x - 36$

اكتشف خطأ سعاد وصححه.

30 **مسألة مفتوحة:** اكتب مقداراً يحتوي على حدين ومقداراً يحتوي على ثلاثة حدود ثم جد ناتج ضربهما.

## أكتب

مقدارين كل منهما من حدين ثم جد ناتج الضرب بالطريقة العمودية والافقية.

Dividing by an Algebraic Term Expression



تَعَلَّم

في العاب الاسهم ينطلق السهم افقياً بحسب القانون  $x = \frac{5h^2n}{h}$  إذ إن  $x$  يمثل سرعة السهم ويرمز  $h$  الى ارتفاع السهم بالامتار ويرمز  $n$  الى الزمن بالثواني جد سرعة السهم اذا كانت قيمة  $h = 5, n = 2$ .

- فكرة الدرس**
- قسمة حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ.
  - قسمة مقدار جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ.
- المفردات**
- قسمة.
  - حدٍّ جبريٍّ.

[3-4-1] قسمة حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ

Dividing an Algebraic Term by an Algebraic Term

تعلمت سابقاً قسمة الاسس اي ان  $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$  إذ أن  $a$  عددٌ حقيقيٌّ وان لا يكون المقام يساوي صفراً. اما في هذا الدرس سوف تدرس قسمة المقادير الجبرية اي حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ اي اقسام معامل الحد الاول على معامل الحد الثاني ثم اطرح الاسين في كل قوتين لهما الأساس نفسه .

(مثال 1) لحساب سرعة انطلاق السهم  $x = \frac{5h^2n}{h}$

$$x = \frac{5h^2n}{h}$$

$$x = 5h^2h^{-1}n$$

$$x = 5(5)(2)$$

$$x = 50 \text{ m/s}$$

اقسم الحد على  $h$

نعوض قيمة  $n, h$

لذا سرعة السهم عند اطلاقه 50 مترا في الثانية.

(مثال 2) جد ناتج القسمة لكل مما يأتي إذ أن المقام لا يساوي صفراً:

i)  $\frac{8x^7 y^4}{6x^5 y^3} = \frac{4}{3}x^{7-5}y^{4-3} = \frac{4}{3}x^2 y$

اقسم المعامل على المعامل ثم اطرح الاسين

ii)  $\frac{-5h^6 k}{25h^2} = \frac{-1}{5} h^{6-2}k = \frac{-1}{5} h^4k$

iii)  $\frac{\sqrt{16} r^2 v^2}{4rv} = \frac{4}{4}r^{2-1}v^{2-1} = r v$

iv)  $\frac{\frac{1}{3}zw}{\frac{3}{z^3}} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3}z^{-2}w = \frac{1}{9}z^{-2}w = \frac{w}{9z^2}$

v)  $\frac{12a^5 b^2}{4a^4b^2} = \frac{12}{4} ab^{2-2} = 3a$

vi)  $\frac{-32m^5n^2}{-8m^3n} = \frac{-32}{-8} m^{5-3}n^{2-1} = 4m^2n$

vii)  $\frac{|-30|x^5 y^8 z^5}{10x^5 y^6} = \frac{30}{10}x^{5-5}y^{8-6}z^5 =$

$3x^0y^2z^5 = 3y^2z^5$

Dividing an Algebraic Expression by an Algebraic Term

تعلمت في البند السابق قسمة حد جبري على حد جبري وسوف نتعلم في هذا البند قسمة مقدار جبري على حد جبري إذ إن المقام لا يساوي صفراً اي طريقة تجزئة الكسور.

مثال 3)

جد ناتج قسمة المقدار الجبري باستعمال تجزئة الكسور إذ إن المقام لا يساوي صفراً لكل

مما يأتي:

$$i) \left( \frac{12x^3 + 24x^2}{6x} = \frac{12x^3}{6x} + \frac{24x^2}{6x} \right)$$

$$= 2x^{3-1} + 4x^{2-1} = 2x^2 + 4x$$

$$ii) \left( \frac{x^6y^2 - x^3y^5 - 3x^2y^7}{x^2y} = \frac{x^6y^2}{x^2y} - \frac{x^3y^5}{x^2y} - \frac{3x^2y^7}{x^2y} = x^{6-2}y^{2-1} - x^{3-2}y^{5-1} - 3x^{2-2}y^{7-1} \right)$$

$$= x^4y - xy^4 - 3x^0y^6 = x^4y - xy^4 - 3y^6$$

$$iii) \left( \frac{12z^5w^2 + 9z^4w^5 + 15z^2w^7}{3z^2w} = \frac{12z^5w^2}{3z^2w} + \frac{9z^4w^5}{3z^2w} + \frac{15z^2w^7}{3z^2w} \right)$$

$$= 4z^{5-2}w^{2-1} + 3z^{4-2}w^{5-1} + 5z^{2-2}w^{7-1} = 4z^3w + 3z^2w^4 + 5w^6$$

$$iv) \left( \frac{5a^9b^6 - 25a^3b^4}{5a^5b^4} = \frac{5a^9b^6}{5a^5b^4} - \frac{25a^3b^4}{5a^5b^4} = a^{9-5}b^{6-4} - 5a^{3-5}b^{4-4} \right)$$

$$= a^4b^2 - 5a^{-2}b^0 = a^4b^2 - \frac{5}{a^2}$$

$$v) \left( \frac{\sqrt{15}x^7 - \sqrt{20}x^4}{\sqrt{10}x^3} = \frac{\sqrt{15}x^7}{\sqrt{10}x^3} - \frac{\sqrt{20}x^4}{\sqrt{10}x^3} = \frac{\sqrt{5} \times \sqrt{3}}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} x^{7-3} - \frac{2\sqrt{5}}{\sqrt{5} \times \sqrt{2}} x^{4-3} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} x^4 - \sqrt{2} x \right)$$

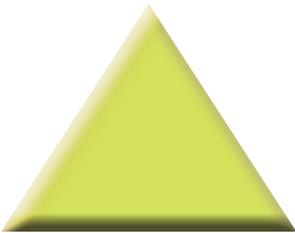
$$vi) \left( \frac{64r^4v^2 - 16r^2v^2 - 32}{8rv} = \frac{64r^4v^2}{8rv} - \frac{16r^2v^2}{8rv} - \frac{32}{8rv} = 8r^3v - 2rv - \frac{4}{rv} \right)$$

$$vii) \left( \frac{\sqrt{49}x^2y^2 + \sqrt[3]{8}x^5y^6 - 7xy}{14xy} = \frac{\sqrt{49}x^2y^2}{14xy} + \frac{\sqrt[3]{8}x^5y^6}{14xy} - \frac{7xy}{14xy} \right)$$

$$= \frac{7x^2y^2}{14xy} + \frac{2x^5y^6}{14xy} - \frac{7xy}{14xy} = \frac{1}{2}xy + \frac{1}{7}x^4y^5 - \frac{1}{2}$$

مثال 4)

في الشكل المجاور إذا كانت قاعدة المثلث  $2xy$  ومساحته  $x^2 - xy + y^2$  جد ارتفاعه بالامتار؟



2xy

$$\frac{2 \text{ مساحة المثلث}}{\text{القاعدة}} = \text{ارتفاع المثلث}$$

$$= \frac{2x^2 - 2xy + 2y^2}{2xy}$$

$$= \frac{2x^2}{2xy} - \frac{2xy}{2xy} + \frac{2y^2}{2xy} = \frac{x}{y} - 1 + \frac{y}{x}$$

## تأكد من فهمك

جد ناتج القسمة لكل مما يأتي إذ إن المقام لا يساوي صفراً :

$$1 \quad \frac{15m^7n^6}{24m^6n^3}$$

$$2 \quad \frac{-24x^3y^3}{36x^2y^4}$$

$$3 \quad \frac{8z^5}{-12z^2}$$

الأسئلة (1-6)  
مشابهة الى المثال (2)

$$4 \quad \frac{56h^{12}k^{10}}{-21h^8k^5}$$

$$5 \quad \frac{-18r^2v^6}{-15r^2v^2}$$

$$6 \quad \frac{72x^5y^6}{24x^3y^4}$$

الأسئلة (7-12)  
مشابهة الى المثال (3)

$$7 \quad \frac{-84x^6y^5 + 12x^5y^5}{4x^5y^5}$$

$$8 \quad \frac{36m^7 - 25m^6 + 18m^5}{6m^7}$$

$$9 \quad \frac{\sqrt{5} h^6 - \sqrt{2} gh^2}{10h^3}$$

$$10 \quad \frac{\sqrt{18}z^4w^6y^5 - 15z^5w^4y^6}{3x^5y^5}$$

$$11 \quad \frac{-2m^5n^6 + m^7n^4}{4m^4n^5}$$

$$12 \quad \frac{\sqrt[3]{-8} v^7 - 20v^4}{4v^3}$$

## تدرب وحل التمرينات

جد ناتج القسمة لكل مما يأتي إذ إن المقام لا يساوي صفراً :

$$13 \quad \frac{12b^5}{4b^2}$$

$$14 \quad \frac{-32m^5n^2}{-8m^3n^4}$$

$$15 \quad \frac{81x^7y^8z^6}{27x^7y^7z^3}$$

$$16 \quad \frac{36m^5n^5}{3m^6n^3}$$

$$17 \quad \frac{49r^2v^2}{7rv}$$

$$18 \quad \frac{\sqrt{36} h^3k^5}{6hk}$$

$$19 \quad \frac{-r^4v^3 - 4r^6v^5}{3r^3v^5}$$

$$20 \quad \frac{6w^5z^2 + 9w^2z^2}{3w^5z^3}$$

$$21 \quad \frac{13a^9b^6c^5 - 52a^7b^4c^6}{13a^5b^3c^2}$$

$$22 \quad \frac{8x^5}{12x^{-4}}$$

$$23 \quad \frac{\sqrt{36}m^6 + \sqrt[3]{27} m^3 + 8m^2}{4m^{-2}}$$

$$24 \quad \frac{72n^7 - 63n^6 - 54n^5}{9n^5}$$

$$25 \quad \frac{48z^4 + 16z^3 + 8z^2}{4z^2}$$

$$26 \quad \frac{12m^5n^4 + 9m^4n^2 + 12m^2n^2}{3m^2n^2}$$

## تدرب وحلّ مسائل حياتية



27 **هندسة:** علبة معدنية على شكل اسطوانة اذا كان قانون  $h = \frac{m - 2\pi r^2}{2\pi r}$

إذ  $m$  المساحة الكلية للعبة المعدنية،  $r$  نصف قطر قاعدتها

جد قيمة  $h$  ،  $r = 5\text{cm}$  ،  $m = 280\text{cm}^2$

28 **هندسة:** اذا كان  $Z = \frac{n^2 - m^2}{n}$  جد قيمة المقدار  $Z$  اذا علمت ان

$n=5$  ،  $m=4$

29 اثبت أن المقدار الجبري لا يحتوي على متغير

$$\frac{25r^2v^4 - 15r^3v^2 - 5r^2v^2}{5r^2v^2} - \frac{25v^2 - 15r + 5}{5}$$

30 **ألعاب نارية:** انطلق سهم ناري عمودياً نحو الاعلى وفقاً للقانون

$$v = \frac{h + 5t^2}{t}$$

إذ  $v$  يمثل سرعة السهم عند الانطلاق (m/sec) ويرمز

$h$  الى الارتفاع الذي بلغه السهم (m) ويرمز  $t$  الى الزمن (sec) جد

سرعة انطلاق السهم اذا علمت أنه بلغ ارتفاع 275m خلال 5 ثواني.

## فكر

31 **تحذّر:** ضع المقدار الجبري في أبسط صورة:

$$\frac{-8z^4 - 10z^3 + z^2}{2z^2} + \frac{4z^3 + 5z^2 + 6z}{z}$$

32 **أصحح الخطأ:** قسم احمد المقدار الجبري  $\frac{20x^3y^2 + 12x^2y^2 + 28xy}{4xy}$  فكان الناتج القسمة

هو  $5x^2y + 3x^2y^2 - 7x$  ، بين خطأ أحمد وصححه.

## اكتب

مثالاً واحداً على قسمة مقدار جبري من ثلاثة حدود على حد جبري وجد الناتج.

## Factoring an Algebraic Expressions



## تَعَلَّم

يقع الهرم الأكبر (هرم خوفو) في مصر إذ إن الهرم رباعي منتظم المساحة الكلية له  $m=x^2+2xy$  إذ إن  $x$  تمثل طول قاعدة الهرم  $y$  يمثل الارتفاع أحد الأوجه، كيف اجد العامل المشترك الأكبر للمقدار الذي يمثل المساحة الكلية للهرم؟

## فكرة الدرس

- تحليل المقدار باستعمال العامل المشترك.
- تحليل المقدار باستعمال الفرق بين مربعين .
- تحليل المقدار باستعمال الفرق بين مقاديرين مربعين.
- المفردات**
- العامل المشترك.
- الفرق بين مربعين.
- الفرق بين مقاديرين مربعين.

## [3-5-1] تحليل مقدار جبري باستعمال العامل المشترك

## Factoring an Algebraic Expression by a Common Factor

تعلمت سابقاً ضرب حد جبري في مقدار جبري وضرب مقدار جبري في مقدار جبري وفي هذا الدرس سوف تتعلم التحليل بأستخراج العامل المشترك الأكبر ويرمز له (ع . م . أ) وهو عكس عملية الضرب والعامل المشترك الأكبر يتضمن المعامل العددي والمتغيرات المشتركة بأصغر أس.

مثال (1) جد العامل المشترك الأكبر الذي يمثل المساحة:

$$\begin{aligned} & x^2 + 2xy \\ & \frac{x^2}{x} + \frac{2xy}{x} \\ & x+2y \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 2xy &= x(x+2y) \\ x(x+2y) &= x^2 + 2xy \end{aligned}$$

اجد العامل المشترك الأكبر للمقدار وهو  $x$

نقسم كل حد جبري على العامل المشترك

فيكون التحليل

التحقق من صحة الحل هو ضرب الناتج مع العامل المشترك الأكبر

مثال (2) حلل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر وتحقق من صحة الحل:

$$\begin{aligned} & i(25c^2d^2 + 45d - 5cd^3) \\ & = 5d \left( \frac{25c^2d^2}{5d} + \frac{45d}{5d} - \frac{5cd^3}{5d} \right) \\ & = 5d (5c^2d + 9 - cd^2) \\ & = 25c^2d^2 + 45d - 5cd^3 \end{aligned}$$

التحقق

$$\begin{aligned} & ii(28h^2k - 8k + 12) \\ & = 4 \left( \frac{28h^2k}{4} - \frac{8k}{4} + \frac{12}{4} \right) \\ & = 4 (7h^2k - 2k + 3) \\ & 4(7h^2k - 2k + 3) = 28h^2k - 8k + 12 \end{aligned}$$

التحقق

$$\begin{aligned} & iii \left( \frac{1}{4}z^2w^2 + \frac{5}{16}zw + \frac{3}{8}zw^3 \right) \\ & = \frac{1}{4}zw \left( \frac{\frac{1}{4}z^2w^2}{\frac{1}{4}zw} + \frac{\frac{5}{16}zw}{\frac{1}{4}zw} + \frac{\frac{3}{8}zw^3}{\frac{1}{4}zw} \right) \\ & = \frac{1}{4}zw \left( zw + \frac{5}{4} + \frac{3}{2}w^2 \right) \end{aligned}$$

التحقق

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4}zw \left( zw + \frac{5}{4} + \frac{3}{2}w^2 \right) \\ & = \frac{1}{4}z^2w^2 + \frac{5}{16}zw + \frac{3}{8}zw^3 \end{aligned}$$

### 3-5-2] تحليل مقدار جبري باستخدام الفرق بين مربعين

#### Factoring Using Difference of Two Squares

تعلمت سابقا تحليل المقدار الجبري باستخدام العامل المشترك الاكبر وسوف تتعلم في هذا البند التحليل

باستعمال الفرق بين المربعين أو الطريقتين معا حيث

$$i) (a^2 - b^2) = (a+b)(a-b)$$

$$ii) (ka^2 - kb^2) = k(a^2 - b^2) = k(a+b)(a-b)$$

مثال 3) حل كل مقدار باستخدام الفرق بين مربعين

$$i) (x^2 - y^2) = (x - y)(x + y)$$

$$= (x - y)(x + y)$$

$$ii) (z^2 - 36) = (z - 6)(z + 6)$$

$$= (z - 6)(z + 6)$$

$$iii) (4h^2 - 81w^2) = (2h - 9w)(2h + 9w)$$

$$= (2h - 9w)(2h + 9w)$$

$$iv) (y^2 - 7) = (y - \sqrt{7})(y + \sqrt{7})$$

$$= (y - \sqrt{7})(y + \sqrt{7})$$

$$v) (225m^2n^2 - 625a^2b^2) = (15mn - 25ab)(15mn + 25ab)$$

$$= (15mn - 25ab)(15mn + 25ab)$$

$$vi) (25h^4 - 5a^2) = (5\sqrt{5}h^2 - a)(5\sqrt{5}h^2 + a)$$

$$= (5\sqrt{5}h^2 - a)(5\sqrt{5}h^2 + a)$$

$$vii) (144z^2w^2 - 2) = (12zw - \sqrt{2})(12zw + \sqrt{2})$$

$$= (12zw - \sqrt{2})(12zw + \sqrt{2})$$

### 3-5-3] تحليل مقدار جبري باستخدام فرق بين مقدارين مربعين

#### Factoring Using Difference of Two Squares Expression

سبق ان تعلمت التحليل باستخدام الفرق بين مربعين ولتحليل المقادير الاكثر تعقيدا يمكن استعمال تحليل

الفرق بين مقدارين مربعين لتسهيل بعض العمليات.

مثال 4) حل المقدار باستخدام الفرق بين مقدارين مربعين

$$i) (x + y)^2 - (x + z)^2$$

$$= (x + y + x + z)(x + y - x - z)$$

$$= (2x + y + z)(y - z)$$

$$= (2x + y + z)(y - z)$$

استعمال قاعدة الفرق بين المربعين

رفع الاقواس

بسط المقدار

$$ii) (2m + 3)^2 - (3m - 4)^2$$

$$= (2m + 3 + 3m - 4)(2m + 3 - 3m + 4)$$

$$= (5m - 1)(-m + 7)$$

$$= (5m - 1)(-m + 7)$$

استعمال قاعدة الفرق بين المربعين

رفع الاقواس

بسط المقدار

$$iii) (3w + 5)^2 - (w + 4)^2$$

$$= (3w + 5 + w + 4)(3w + 5 - w - 4)$$

$$= (4w + 9)(2w + 1)$$

$$= (4w + 9)(2w + 1)$$

استعمال قاعدة الفرق بين المربعين

رفع الاقواس

بسط المقدار

## تَأْكُدْ مِنْ فَهْمِكَ

حَلِّ الْمَقْدَارِ بِاسْتِعْمَالِ الْعَامِلِ الْمَشْتَرِكِ الْأَكْبَرِ:

1  $12x+9$

2  $36y-18$

3  $15m+21$

الأسئلة (1-6)

4  $28z^2 - 7z + 7$

5  $16n^2m + 12m - 4$

6  $\sqrt{3}h^2 - 3h$

مُشَابِهَةٌ لِلْمِثَالِ (2)

حَلِّ الْمَقْدَارِ بِاسْتِعْمَالِ الْفَرْقِ بَيْنَ مَرَبَعَيْنِ:

7  $h^2 - 16$

8  $4y^2 - 9$

9  $169x^2 - 11$

10  $81a^2 - b^2$

الأسئلة (7-14)

مُشَابِهَةٌ لِلْمِثَالِ (3)

11  $49 - y^2$

12  $25h^2 - 9k^2$

13  $36 - 25r^2$

14  $14z^2 - 2$

حَلِّ الْمَقْدَارِ بِاسْتِعْمَالِ الْفَرْقِ بَيْنَ مَقْدَارَيْنِ مَرَبَعَيْنِ:

15  $(3m+1)^2 - (n+6)^2$

16  $(2x+y)^2 - (4x+3y)^2$

الأسئلة (15-18)

مُشَابِهَةٌ لِلْمِثَالِ (4)

17  $(x-2)^2 - (x+5)^2$

18  $(3-z)^2 - (6-z)^2$

## تَدْرِبْ وَحَلِّ التَّمْرِينَاتِ

حَلِّ الْمَقْدَارِ بِاسْتِعْمَالِ الْعَامِلِ الْمَشْتَرِكِ الْأَكْبَرِ وَمِنْ ثَمَّ تَحَقِّقْ مِنْ صِحَّةِ الْحَلِّ:

19  $2x^5 - 6x^2 + 10x^3$

20  $-24y^6 + 8y^5 - 4y^4$

21  $64h^2k^2 - 16hk$

22  $15m^4n^4 + 6mn^3 + 3m^2n^2$

23  $72x^3 + 18x^2 + 9$

24  $36m^2n^2 + 4mn + 8$

حَلِّ الْمَقْدَارِ بِاسْتِعْمَالِ الْفَرْقِ بَيْنَ مَرَبَعَيْنِ:

25  $4x^2 - 16$

26  $81 - 25n^2$

27  $36h^4 - 4$

28  $169a^2 - 3$

29  $625b^2 - 2$

30  $k^2 - 5$

حَلِّ الْمَقْدَارِ بِاسْتِعْمَالِ الْعَامِلِ الْمَشْتَرِكِ الْأَكْبَرِ وَمِنْ ثَمَّ الْفَرْقِ بَيْنَ الْمَرَبَعَيْنِ

31  $5y^2 - 20$

32  $12x^2 - 27$

33  $14w^2 - 2$

34  $18k^2 - 32$

حَلِّ الْمَقْدَارِ بِاسْتِعْمَالِ الْفَرْقِ بَيْنَ مَقْدَارَيْنِ مَرَبَعَيْنِ

35  $(3x+5)^2 - (x+4)^2$

36  $(5y-3)^2 - (32-y)^2$

37  $(4m+n)^2 - (5m+2n)^2$

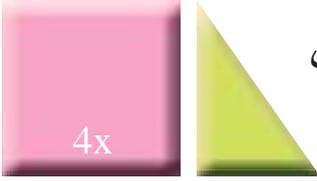
38  $(6z+1)^2 - (w+5)^2$

## تدرب وحل مسائل حياتية



39 إذا كانت المساحة الكلية للشكل المجاور تعطى بالقانون  $x = r^2 + \frac{1}{8}\pi r^2$

حلل المقدار  $x$  باستعمال العامل المشترك الأكبر وجد قيمة  $x$  عندما  $r=4$ .



40 إذا كان لدينا مربع طول ضلعه  $4x$  ومثلث قائم الزاوية طول الضلعين

القائمين  $x+4$ ،  $4x$ ، جد مساحة المربع والمثلث معاً ثم حلل المقدار.



41 علبه على شكل اسطوانة المساحة الكلية لها  $2\pi r^2 + 2\pi rh$  بسط المقدار

باستعمال العامل المشترك الأكبر ثم جد المساحة عندما  $r=3$ ،  $h=7$ .

## فكر

42 **تحذر:** إذا كان المقدار  $z = 5x^4 - 10x^3 - 6$ ،  $y = 5x^3 - 15x^2 + 6$  جد ناتج جمع المقدارين ثم

حلل الناتج باستعمال العامل المشترك الأكبر وهل يمكن تحليل كل من مقدار  $z$ ،  $y$ .

43 مربع طول ضلعه  $y$  cm ومستطيل يزيد طوله  $3$  cm على طول ضلع المربع وينقص عرضه

$3$  cm عن طول ضلع المربع ما مساحة المستطيل؟ وهل المساحة تمثل الفرق بين مربعين؟

44 **أين الخطأ:** حلل حسام وقاسم المقدار  $36m^4 - 100n^2$  باستعمال الفرق بين مربعين وكتب الناتج

كما يأتي:

حل قاسم

$$36m^4 - 100n^2$$

$$(6m^2 + 10n)(6m^2 - 10n)$$

حل حسام

$$36m^4 - 100n^2$$

$$(6m^2 - 10n)(6m^2 - 10n)$$

بين أيهما كتب الناتج صحيح.

## أكتب

طريقتين مختلفتين لتحليل المقدار الجبري الآتي:

$$(4x^2 - 4y^2)$$

جدّ ناتج جمع او طرح المقادير الجبرية الآتية :

1)  $\sqrt[3]{8} x^2 y^2 + 4xy - 2(+)\sqrt[3]{27} x^2 y^2 - 6xy + 3$  ( 2)  $\sqrt{9} r^3 v^2 + 12gh - 6(+)\sqrt{100} r^3 v^2 - 2gh + 1$

3)  $\frac{1}{4} m^4 n^4 + 7hk + 8(+)\frac{1}{16} m^4 n^4 + 9hk - 12$  ( 4)  $\sqrt{5} h^2 k^3 - 20x + 2(+)\sqrt{5} h^2 k^3 + 5x - 3$

5)  $\sqrt[3]{125} a^2 b^2 + 4b + 3(-)15a^2 b^2 + 3b - 6$  ( 6)  $\frac{3}{12} r^6 v^3 - 24h - 6(-)\frac{3}{12} r^6 v^3 - 8h + 1$

جدّ ناتج الضرب للحدود الجبرية الآتية :

7)  $6x^2 y()12xy$  ( 8)  $\frac{1}{4} gh()32gh$  ( 9)  $\sqrt{25} a^4 b^2()5a^2 b^2$  ( 10)  $\sqrt[3]{1000} (h^4 k^3)10(hk$

11)  $\sqrt{7} rv)\sqrt{7} r^2 v^2 + rv + 2$  ( 12)  $\frac{1}{9} wz)81w^{-3} z^{-3} + zw + 3$  ( 13)  $-10z^2 w^2)\sqrt{100} zw + 10$

جدّ ناتج ضرب المقدارين الجبريين لكل مما يأتي:

14)  $2x+y()x+y$  ( 15)  $zw+4()zw+5$  ( 16)  $\frac{3}{5} gh-3() \frac{1}{5} gh-5$

17)  $3x+4()x^2 + 3x + 1$  ( 18)  $9r-1()2r^4 - 3r + 1$  ( 19)  $4m^2 n^2 - n()4m^2 n^2 - n + 2$

جدّ ناتج ضرب المقدارين الجبريين باستعمال الطريقة العمودية لكل مما يأتي:

20)  $\frac{4}{16} a^2 b^2 + \frac{25}{5}()a^2 b^2 - \frac{1}{2}$  ( 21)  $5y^2 - y () -3y^2 + y + 2$  ( 22)  $8z^2 w^2 + 4()2zw + 2$

جدّ ناتج القسمة للمقادير الجبرية الآتية:

23)  $\frac{-35x^4}{5x^{-2}}$  ( 24)  $\frac{12y^3}{36y^2}$  ( 25)  $\frac{\sqrt{100} r^6}{\sqrt{25} r^8}$  ( 26)  $\frac{30v^4}{6v^8}$  ( 27)  $\frac{-35h^2}{5h^{-7}}$

28)  $\frac{56m^2 n^4 - 7m^2 n^2 + 42}{7mn}$  ( 29)  $\frac{-25zw^2 + 10zw - 5}{5zw}$  ( 30)  $\frac{81 - 27ab - 3a}{9b}$

حلّ المقادير الجبرية باستعمال العامل المشترك الأكبر :

31)  $14y^2 + 2y - 24$  ( 32)  $4z^4 w^2 - 16z^2 w^2 + 48zw$  ( 33)  $100c^3 d^3 + 50c^2 d^2 + 25cd$

حلّ المقادير الجبرية باستعمال الفرق بين مربعين :

34)  $4z^2 - 16$  ( 35)  $144x^4 - 64$  ( 36)  $25r^2 - 3$  ( 37)  $81g^2 h^2 - 36$

حلّ المقادير باستعمال العامل المشترك الأكبر ثم الفرق بين مربعين:

38)  $18v^2 - 32$  ( 39)  $50z^2 - 2$  ( 40)  $400x - 4xy^2$  ( 41)  $81w - 169w^3$

## المعادلات والمتباينات Inequalities and Equations

- [الدرس 1-4] حلّ معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوتين في R .
- [الدرس 2-4] حلّ معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوات متعددة في R .
- [الدرس 3-4] حلّ معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R .
- [الدرس 4-4] حلّ المتباينات الجبرية ذات خطوتين في R .
- [الدرس 5-4] حلّ المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في R .

في حديقة الحيوان بحيرتين لتربية التماسيح، عدد التماسيح في البحيرة الأولى ضعف عدد التماسيح في البحيرة الثانية ومجموع التماسيح في البحيرتين 60 تمساحاً، باستعمال المعادلة  $2x + x = 60$  يمكن حساب عدد التماسيح في كل بحيرة، إذ يمثل المتغير  $x$  عدد التماسيح في البحيرة الثانية.

جد قيمة العبارة الجبرية في كل مما يأتي باستعمال قيمة المتغير المعطاة :

1  $7x - 3^2 + 7$ ,  $x = 4$

2  $3)y - 2(-10)$ ,  $y = -5$

3  $2^3)n - 6(-15)$ ,  $n = -16$

4  $36 \div d(-4^2) - d$ ,  $d = 6$

5  $|-8| + y^3 - 24$ ,  $y = 3$

6  $3v \div 5 - |-12| \div 2$ ,  $v = -5$

حل معادلات الجمع و الطرح باستعمال الحساب الذهني :

7  $x + 21 = 21$

8  $y - 9 = 11$

9  $80 - z = 20$

10  $|-10| + x = 33$

11  $m - \sqrt{16} = 0$

12  $\sqrt{49} - n = 0$

حل معادلات الجمع و الطرح باستعمال العلاقة بين الجمع والطرح :

13  $w + 132 = 61$

14  $m - 22 = -32$

15  $y + 14 = |-10|$

16  $63 - x = |-43|$

17  $\sqrt{64} - h = 8$

18  $d + \sqrt[3]{27} = 8$

حل معادلات الضرب والقسمة باستعمال العلاقة بين الضرب والقسمة :

19  $3k = 15$

20  $S \div 8 = -9$

21  $\sqrt{4}n = -24$

22  $|-7| m = 63$

23  $-88 \div y = |-11|$

24  $x \div \sqrt[3]{8} = 20$

حل المعادلات التالية في Q :

25  $7y - 4 = 51$

26  $\sqrt{16} - 2x = 21$

27  $3x \div 9 = 5 + \frac{1}{2}$

28  $\sqrt[3]{27} \div m = 5^2 - 1$

29  $|-18| h = 72 \div (-9)$

30  $z \div |-11| = 3^3 \div 22$

اكتب مثلاً واحداً لكل خاصية من الخواص الآتية :

31 لكل  $a, b, c \in Q$  إذا كان  $a \leq b$  فإن  $a + c \leq b + c$

32 لكل  $a, b, c \in Q$  إذا كان  $a > b$  وأن  $c < 0$  فإن  $a + c < b + c$

33 لكل  $a, b, c \in Q$  إذا كان  $a \geq b$  وأن  $c > 0$  فإن  $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$

استعمل خصائص المتباينات لحل كل متباينة من المتباينات الآتية :

34  $y - 10 < 12$

35  $x + 5^2 \geq 18$

36  $-9 + m \leq 0$

37  $\sqrt[3]{8} + h \leq 26$

38  $\frac{x}{11} > \frac{1}{3}$

39  $-7y \leq 19$

40  $\frac{y}{7} < -10$

41  $4x + 10 < -48$

42  $-3(n - 7) \geq 21$

## حلّ معادلاتٍ من الدرجة الأولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين في R

## الدرس [4-1]

### Solving Two-Steps First Degree Equations with One Variable in R



### تَعَلَّم

لدى أحمد 5 أقفاصٍ من طيور الكناري ولدى فراس 4 أقفاصٍ من الطيور. اخرج أحمد 8 طيور من أقفاصه واطافها الى طيور فراس ليصبح لدى كلٍّ منهما عدد الطيور نفسه، إذا وزعت الطيور بشكلٍ متساوٍ على الأقفاص، فجد عدد الطيور في كل قفصٍ.

### فكرة الدرس

• حلّ معادلةٍ من الدرجة الأولى بمتغيرٍ واحدٍ بخطوتين .

### المفردات

• معادلةً بمتغيرٍ واحدٍ .  
• معادلةً من الدرجة الأولى .  
• حلّ المعادلة .  
• التحقق .

### [4-1-1] حلّ المعادلات باستعمال الجمع والطرح

### Solving the Equations by using Addition and Subtraction

المعادلة من الدرجة الأولى بمتغيرٍ واحدٍ هي المعادلة التي فيها متغيرٍ واحدٍ ومن القوة واحدٍ .  
حلّ المعادلة يعني إيجاد قيمة المتغير فيها، ولحلّ المعادلة ضع المتغير في طرفٍ والأعداد في الطرف الآخر.

### مثال (1)

جد عدد الطيور في كل قفص .

افرض عدد الطيور في كل قفص هو x

لذا المعادلة التي تمثل المسألة هي

**الطريقة الأولى:** الطريقة الرأسية

أكتب المعادلة

اضف الى كل طرف -4x

اضف + 8 الى كل طرف

لذا عدد الطيور في كل قفص هو 16 طيراً

$$5x - 8 = 4x + 8$$

$$5x - 8 = 4x + 8$$

$$\frac{-4x \quad -4x}{x - 8 = +8}$$

$$x - 8 = +8$$

$$\frac{+8 \quad +8}{x = 16}$$

$$5x - 8 = 4x + 8$$

$$5x - 8 - 4x = 4x - 4x + 8$$

$$x - 8 = 8$$

$$x - 8 + 8 = 8 + 8$$

$$x = 16$$

**الطريقة الثانية:** الطريقة الأفقية

أكتب المعادلة

اضف الى كل طرف -4x

اضف + 8 الى كل طرف

لذا عدد الطيور في كل قفص هو 16 طيراً

**التحقق:** عوض عن قيمة المتغير (x=16) التي حصلت عليها من الحل بالمعادلة: ؟

$$5x - 8 = 4x + 8$$

$$5(16) - 8 = 4(16) + 8$$

$$72 = 72 \quad \checkmark$$

مثال (2) حل المعادلات التالية باستعمال الجمع والطرح :

$$i) (3y - 12 = 2y - |-30| \Rightarrow 3y - 2y - 12 = 2y - 2y - |-30|$$

$$\Rightarrow y - 12 + 12 = -30 + 12 \Rightarrow y = -18$$

$$ii) (20 + 2h = 3h - 3^2 \Rightarrow 20 + 2h - 2h = 3h - 9 - 2h$$

$$\Rightarrow 20 + 9 = h - 9 + 9 \Rightarrow h = 29$$

$$iii) (2x + 2\sqrt{3} = x - 3\sqrt{3} \Rightarrow 2x + 2\sqrt{3} - x = x - 3\sqrt{3} - x \Rightarrow x + 2\sqrt{3} = -3\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x + 2\sqrt{3} - 2\sqrt{3} = -3\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow x = -5\sqrt{3}$$

$$iv) (|-3|m = 10 - \sqrt[3]{-8} m \Rightarrow 3m = 10 + 2m \Rightarrow 3m - 2m = 10 + 2m - 2m \Rightarrow m = 10$$

[4-1-2] حلّ المعادلات باستعمال الضرب والقسمة

### Solving the Equations by using Multiplication and Division

استعمل العلاقة بين الضرب والقسمة لإيجاد قيمة المتغير في معادلات الدرجة الأولى بمتغير واحد

مثال (3)

**أقلامٌ تلوين:** اشترتُ سرى 5 علب أقلام تلوين، فاحتفظت لنفسها 3 أقلام من كلّ علبة ووزعت الباقي على اخواتها الأربع بالتساوي فكان حصّة كلّ واحدةٍ من اخواتها 15 قلماً. ما عددُ الأقلام في كل علبة؟



افرض عدد الأقلام في كل علبة هو n  
لذا المعادلة التي تمثل المسألة هي

$$5)n - 3(\div 4 = 15$$

$$5)n - 3($$

$$\frac{5)n - 3(}{4} = 15$$

$$\frac{5)n - 3(}{4} \cdot 4( = 15) \cdot 4($$

أضرب كل طرف في 4

$$5)n - 3( = 60$$

$$5n - 15 = 60$$

$$5n - 15 + 15 = 60 + 15$$

$$5n = 75$$

$$n = 15$$

أضرب 5 في داخل القوس

أضف 15 + الى كل طرف

أقسم كل طرف على 5

لذا عددُ الأقلام في كلّ علبة هو 15 قلماً

**التحقّق:** عوض عن قيمة المتغير (n=15) التي حصلت عليها من الحلّ بالمعادلة :

$$5)n - 3(\div 4 = 15$$

$$5)15 - 3(\div 4 = 15$$

$$15 = 15 \checkmark$$

حلّ المعادلات التالية باستعمال الضرب والقسمة :

مثال (4)

$$i) (x \div 12 = 4 \Rightarrow 4)12( = x \Rightarrow x = 4)12( \Rightarrow x = 48$$

$$ii) (\sqrt{36} y \div 2 = |-5| \Rightarrow 6y \div 2 = 5 \Rightarrow 6y = 10 \Rightarrow \frac{6y}{6} = \frac{10}{6} \Rightarrow y = \frac{10}{6} \Rightarrow y = \frac{5}{3}$$

مثال (5) حلّ المعادلات الآتية :

i)  $5y + 7 = 3y - 2^3 \Rightarrow 5y - 3y = -8 - 7 \Rightarrow 2y = -15 \Rightarrow y = \frac{-15}{2}$

ii)  $\sqrt{16}x - 3\sqrt{7} = \sqrt{9}x \Rightarrow 4x - 3\sqrt{7} = 3x \Rightarrow 4x - 3\sqrt{7} - 3x = 3x - 3x$   
 $\Rightarrow x - 3\sqrt{7} = 0 \Rightarrow x - 3\sqrt{7} + 3\sqrt{7} = 0 + 3\sqrt{7} \Rightarrow x = 3\sqrt{7}$

iii)  $(3)6t + 5(=3)3t + 12( \Rightarrow 18t + 15 = 9t + 36 \Rightarrow 18t - 9t = 36 - 15$   
 $\Rightarrow 9t = 21 \Rightarrow t = \frac{21}{9} \Rightarrow t = \frac{7}{3}$

iv)  $\frac{2x}{5} = \frac{7}{20} \Rightarrow \frac{2x)5( = \frac{)5(7}{20} \Rightarrow 2x = \frac{7}{4} \Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{7}{4)2( \Rightarrow x = \frac{7}{8}$

تأكّد من فهمك

حلّ المعادلات التالية باستعمال الجمع والطرح وتحقّق من صحة الحلّ :

1  $4x - 10 = 3x + 20$

2  $25 + m = 2m - 16$

3  $2y + 2^4 = y - 3$

4  $\sqrt{49} - d = 21 - 2d$

5  $|-13|x = \sqrt[3]{-27} + 12x$

6  $7y - 6^2 = 6y - 36$

7  $3h + 4\sqrt{5} = 2h + 7\sqrt{5}$

8  $\sqrt{9}x = |-17| + 2x$

الأسئلة (18-)

مشابهة للمثالين (2,1)

حلّ المعادلات التالية باستعمال الضرب و القسمة وتحقّق من صحة الحلّ :

9  $2x \div 16 = \frac{1}{3}$

10  $\sqrt[3]{8}y \div |-6| = 3^2$

11  $3m - 9 = 5 - 2m$

12  $\sqrt{3}z \div 12 = \sqrt{3} \div 5$

13  $\frac{\sqrt{5}x}{2} = \frac{1}{3}$

14  $\frac{6y}{5\sqrt[3]{27}} = \frac{6}{5}$

15  $2)h + 5( = \sqrt{64}$

16  $|-14|n = 63 \div )-9($

الأسئلة (9-16)

مشابهة للأمتلة (5,3)

حلّ المعادلات التالية باستعمال الجمع والطرح وتحقّق من صحة الحلّ :

تدرب وحلّ التمرينات

17  $5y - 20 = 4y + 2$

18  $6x + 3^2 = 5x - 5$

19  $f = \sqrt[3]{-64} + 2f$

20  $3z - 2\sqrt{3} = 2z + 7\sqrt{3}$

حلّ المعادلات التالية باستعمال الضرب و القسمة وتحقّق من صحة الحلّ :

21  $4y \div 24 = \frac{1}{5}$

22  $\sqrt[3]{27}z \div |-7| = 3^3$

23  $\sqrt{2}x \div 9 = \sqrt{2} \div 5$

24  $\frac{\sqrt{3}y}{2} = \frac{1}{3}$

25  $5)k + 6( = \sqrt[3]{-125}$

26  $|-8|n = 72 \div )-12($

## تدرب وحل مسائل حياتية



27 **شراء:** اشترى أنور سيارة بقيمة 28 مليون دينار. دفع 6 ملايين دفعة أولى، وقسط الباقي على 11 شهراً. أكتب معادلة تمثل المسألة وحلها لكي تجد قيمة القسط الشهري.



28 **غوص:** نزلت غواصة ابحاث من سطح البحر فقطعت  $\frac{6}{10}$  من عمق البحر وتوقفت. على اي عمق يقع قاع البحر إذا كانت الغواصة قد توقفت على عمق 180 m من سطح البحر؟



29 **حديقة الحيوان:** حل المعادلة  $3n + 15 = 2n + 32$  لإيجاد قيمة n التي تمثل عدد القروء في حديقة الحيوان.



30 **حدائق:** زُرعت منطقة مستطيلة الشكل بالورد، طولها ثلاثة أمثال عرضها. ما أبعاد المنطقة المزروعة بالورد إذا كان محيطها 52 m؟

## فكر

تحذّر: حل المعادلات الآتية :

31  $\sqrt{2} x - 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - \sqrt{2} x$

32  $|-11| f = \sqrt[3]{-64} + 12f$

33 **أصح الخطأ:** حلت ايمان المعادلة الآتية :  $\frac{v}{5^2} = \frac{\sqrt{5}}{5^3}$  ، وكتبت  $v = \frac{1}{5}$  حدد خطأ ايمان وصححه .

34 **حسّ عدديّ:** عمر سمير ضعف عمر سعد ، بعد مرور 6 سنوات يُصبح عمر سمير 22 سنة . ما عمر سعد قبل 6 سنوات ؟

## أكتب

مسألة حياتية تمثل المعادلة التالية وجد حلها :  $6n - 50 = 20$

## الدرس [4-2]

### حلّ معادلاتٍ من الدرجة الأولى بمتغيرٍ واحدٍ بعدة خطواتٍ في R

#### Solving Multi-Step First Degree Equations with One Variable in R



### تَعَلَّم

على الساحل 600 فقمة، زادت  $\frac{1}{6}$  عددها نتيجة الولادة، وبعد تعرضها الى هجوم من قبل الحيتان الزرق، قل عددها الى 550 فقمة. ما عدد الفقمات المفقودة؟

### فكرة الدرس

- حل معادلة من الدرجة الأولى بمتغير واحد بعدة خطوات.
- المفردات
- خاصية التوزيع.
- خاصية التجميع.

### [4-2-1] حلّ المعادلات التي تتضمن متغيراً في أحد طرفيها أو كليهما

#### Solving the Equations Which has variable in one side or both sides

حلّ المعادلة التي تحتوي على متغير واحد، اعزل الحد الذي يحتوي على المتغير في أحد طرفيها ثم اجعل معاملها واحداً باستعمال خواص الاعداد الحقيقية (التوزيع، التجميع، .....).

### مثال (1)

لإيجاد عدد الفقمات المفقودة، افرض أن عدد الفقمات المفقودة هو n

$$600 + \frac{1}{6} \times 600 - n = 550$$

$$600 + 100 - n = 550$$

$$700 - n = 550$$

$$-n = 550 - 700$$

$$-n = -150$$

$$n = 150$$

لذا عدد الفقمات المفقودة هو 150 فقمة.  
**التحقق:** عوض عن قيمة المتغير (n=150) التي حصلت عليها من الحل بالطرف الأيسر (LS) من المعادلة:

$$600 + \frac{1}{6} \times 600 - n = 550$$

$$LS = 600 + \frac{1}{6} \times 600 - n = 600 + 100 - 150 = 550 = RS \quad (\text{الطرف الأيمن})$$

المعادلة التي تمثل المسألة هي

$$\frac{1}{6} \times 600 \quad \text{جد ناتج}$$

اعزل حد المتغير في طرف

اضرب طرفي المعادلة في (-1)

### مثال (2) حلّ المعادلات التالية باستعمال خواص الاعداد الحقيقية:

$$i) (2)z - 8(+16 = |-36| \Rightarrow 2z - 16 + 16 = 36 \Rightarrow 2z = 36 \Rightarrow z = 36 \div 2 \Rightarrow z = 18$$

$$ii) (4)x - 5\sqrt{3} = 3x - 2\sqrt{3} \Rightarrow 4x - 20\sqrt{3} = 3x - 2\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow 4x - 3x = 20\sqrt{3} - 2\sqrt{3} \Rightarrow x = 18\sqrt{3}$$

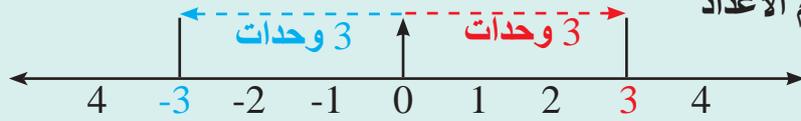
$$iii) (\frac{1}{5})3y + 10(-7 = \frac{2}{5})y - 15(\Rightarrow \frac{3}{5}y + 2 - 7 = \frac{2}{5}y - 6$$

$$\Rightarrow \frac{3}{5}y - \frac{2}{5}y = 5 - 6 \Rightarrow \frac{1}{5}y = -1 \Rightarrow y = -5$$

## [4-2-2] حلّ المعادلات التي تتضمن القيمة المطلقة

### Solving the Equations containing Absolute Value

إن حلّ المعادلة التي تحتوي على القيمة المطلقة للمتغير مثل  $|x| = 3$  يعني إيجاد المسافة بين  $x$  و العدد 0 على مستقيم الأعداد



لذا فإن حل المعادلة  $|x| = 3$  هو إما  $x = 3$  أو  $x = -3$  ومجموعة الحل هي  $\{3, -3\}$

مثال (3) **حديقة الحيوان**: المعادلة  $|x-27| = 2$  تمثل درجة حرارة المكان المخصص للأفاعي .

جدّ درجة الحرارة العظمى والصغرى لمكان الأفاعي في حديقة الحيوان .



$$x - 27 = 2$$

الحالة الأولى:

$$x = 2 + 27 \Rightarrow x = 29$$

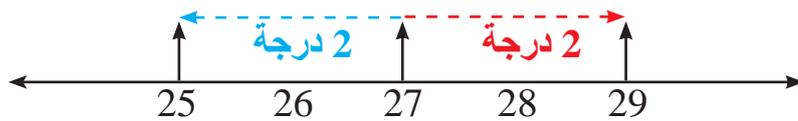
لذا درجة الحرارة العظمى هي 29 درجة سليزية

$$x - 27 = -2$$

الحالة الثانية:

$$x = 27 - 2 \Rightarrow x = 25$$

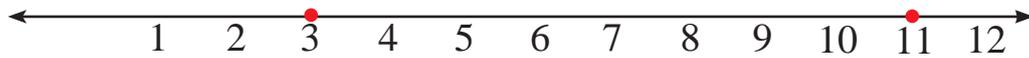
لذا درجة الحرارة الصغرى هي 25 درجة سليزية ويمكن تمثيل الحل بيانياً على مستقيم الأعداد :



مجموعة الحلّ للمعادلة

هي  $\{29, 25\}$

مثال (4) أكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثلها البياني على مستقيم الأعداد هو :



جدّ نقطة تبعد المسافة نفسها بين العدد 11 والعدد 3 ، وهذه النقطة هي منتصف المسافة بين العددين أي العدد 7

لذا المعادلة المطلوبة هي  $|x-7| = 4$

مثال (5) حلّ المعادلات الآتية :

$$i) (|y + 9| = 5 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} y+9 = 5 \Rightarrow y = -4 \\ y+9 = -5 \Rightarrow y = -14 \end{array} \right. \text{ أو } \left. \right\} \Rightarrow \{-4, -14\} \text{ مجموعة الحل للمعادلة}$$

$$ii) (|2n - 7| = 6 \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 2n-7 = -6 \Rightarrow 2n=1 \Rightarrow n = \frac{1}{2} \\ 2n-7 = 6 \Rightarrow 2n=13 \Rightarrow n = \frac{13}{2} \end{array} \right. \text{ أو } \left. \right\} \Rightarrow \left\{ \frac{1}{2}, \frac{13}{2} \right\} \text{ مجموعة الحل}$$

$$iii) (|x - 5| = -3$$

يعني أنّ المسافة بين  $x$  و 5 تساوي -3

وبما أنه لا يمكن ان تكون المسافة سالبةً ، لذا فإنّ مجموعة الحلّ لهذه المعادلة هي المجموعة الخالية  $\emptyset$ .

## تأكد من فهمك

حلّ المعادلات التالية باستعمال خواصّ الأعداد الحقيقية :

1  $8y - 12 = 4y + 12$

2  $|-15| + z = 3z + 15$

الأسئلة (6 - 1)

3  $3)y + 5^2( = y + 70$

4  $3\sqrt{2} - x = x - 5\sqrt{2}$

مشابه للمثال (2)

5  $\sqrt{5} ) n + 3( = 4\sqrt{5}$

6  $\sqrt{25} y = 3) y - 15(+ 2$

حلّ المعادلات التالية باستعمال الخواصّ وتحقق من صحة الحلّ :

7  $2 )x + 20( = 5 )x - 10($

8  $\sqrt[3]{64} y \div |-6| = 8 \sqrt{2}$

الأسئلة (10 - 7)

9  $\frac{1}{5}t - \sqrt{25} (+ 3= 2 )4- t ($

10  $\frac{2v}{1+\sqrt[3]{27}} = \frac{3v}{8}$

مشابه الى المثالين (1,2)

حلّ المعادلات الآتية:

11  $|x - 22| = 8$

12  $|4y + 30| = \sqrt{49}$

الأسئلة (14 - 11)

13  $|\frac{1}{5} m + 9| = \sqrt[3]{-27}$

14  $|3z - 9| = 2^3$

مشابه الى المثالين (3,5)

حلّ المعادلات التالية باستعمال خواصّ الأعداد الحقيقية :

تدرب وحلّ التمرينات

15  $4x + 8 = 12 - 2x$

16  $7) t + 1^2( = \frac{1}{2} t - 2$

17  $\sqrt{7} ) v + 8( = 2\sqrt{7}$

حلّ المعادلات التالية باستعمال الخواصّ وتحقق من صحة الحلّ :

18  $4 )y - 15( = 3 )y + 15($

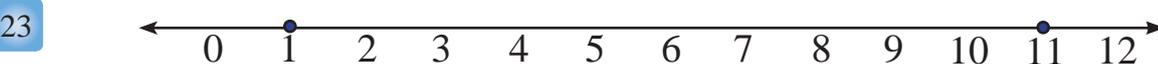
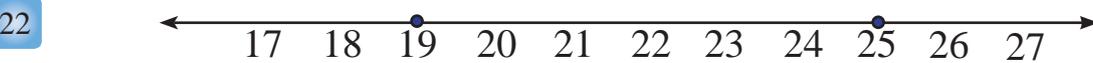
19  $\frac{1}{2}x - 5( + \frac{5}{2} = \frac{1}{4} )x - 4($

حلّ المعادلات الآتية:

20  $|y - 13| = 9$

21  $|\frac{1}{2}m + 9| = \sqrt[3]{-125}$

اكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها البياني على مستقيم الأعداد هو:



## تدرب وحل مسائل حياتية



24 **طقس:** معدل درجة الحرارة في شمال العراق في شهر شباط 2 درجة سلسيزية، تزيد أو تنقص بمقدار 3 درجة سلسيزية. أكتب معادلة تمثل درجة الحرارة الصغرى والعظمى لشهر شباط.



25 **مترو الأنفاق:** معدل سرعة قطار مترو الأنفاق 60 km/h وتقل سرعته عند المنعطفات بمقدار 20 km/h وتزداد عندما يكون الطريق مستقيماً بمقدار 20 km/h. أكتب معادلة لإيجاد أكبر سرعة وأصغر سرعة للقطار.



26 **شراء:** يريد وليد شراء جهاز حاسوب بثمن 650000 دينار، لديه في الوقت الحاضر 200000 دينار ويوفر كل اسبوع 50000 دينار. بعد كم أسبوع سيجمع وليد مبلغ جهاز الحاسوب؟

## فكر

**تحذ:** حل المعادلات الآتية:

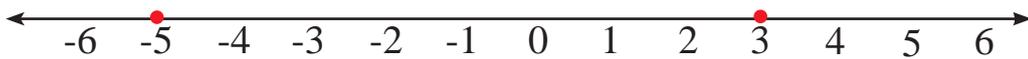
27 
$$\frac{\sqrt{3}x}{4+\sqrt[3]{-27}} = \frac{2\sqrt{3}x}{5}$$

28 
$$|4y - 9| = |26 - 5\sqrt{64}|$$

29 **أصح الخطأ:** حلت هبة المعادلة الآتية:  $(\frac{1}{3})z - 3 = (\frac{1}{6})z - 6$

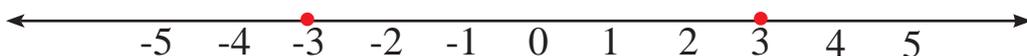
وكتبت  $z = 6$ . حدد خطأ هبة وصححه.

30 **حس عددي:** أكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثلها البياني على مستقيم الأعداد هو:



مسألة حياتية تمثل معادلة القيمة المطلقة التي تمثلها البياني هو:

أكتب





تَعَلَّم

يقع برج بغداد في منطقة اليرموك غرب بغداد وبني سنة 1991 ويبلغ ارتفاعه 204m، ومساحة قاعدة البرج المربعة  $36m^2$ ، جذ طول ضلع قاعدة البرج .

فكرة الدرس

- حلّ معادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R.
- المفردات
- معادلة من الدرجة الثانية.
- خاصية الضرب الصفري.

[4-3-1] حلّ المعادلات باستعمال الجذر التربيعي

Solving the Equations by Using Square Root

المعادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد هي المعادلة التي فيها أكبر قوة للمتغير هي القوة الثانية ، مثلاً  $x^2 = 25$  ،  $14x^2 - 2x = 0$  ، وحلها يعني ايجاد قيمتين للمتغير x .

مثال (1) مساحة قاعدة البرج هو  $36m^2$  . جذ طول ضلع القاعدة.

$$x^2 = 36$$

$$x = \sqrt{36} \text{ أو } x = -\sqrt{36}$$

$$x = 6 \text{ أو } x = -6$$

المعادلة التي تمثل مساحة القاعدة هي

يوجد جذران تربيعيان للعدد 36

6 و -6 هما جذرا العدد 36

لذا طول ضلع قاعدة البرج هو 6m ،

والقيمة  $x = -6$  تُهمل لأن طول القاعدة لا يمكن ان يكون سالباً .

مثال (2) حلّ المعادلات التالية باستعمال الجذر التربيعي :

$$i) (y^2 = 32 \Rightarrow y = \sqrt{32} \text{ أو } y = -\sqrt{32} \Rightarrow y = 4\sqrt{2} \text{ أو } y = -4\sqrt{2})$$

$$ii) (16z^2 = 4 \Rightarrow \frac{1}{16} 16z^2 = \frac{1}{16} \times 4 \Rightarrow z^2 = \frac{1}{4} \\ \Rightarrow z = \sqrt{\frac{1}{4}} \text{ أو } z = -\sqrt{\frac{1}{4}} \Rightarrow z = \frac{1}{2} \text{ أو } z = -\frac{1}{2})$$

$$iii) (8x^2 = 1 \Rightarrow \frac{1}{8} 8x^2 = \frac{1}{8} \times 1 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \sqrt{\frac{1}{8}} \text{ أو } x = -\sqrt{\frac{1}{8}} \\ \Rightarrow x = \frac{1}{\sqrt{8}} \text{ أو } x = -\frac{1}{\sqrt{8}} \Rightarrow x = \frac{1}{2\sqrt{2}} \text{ أو } x = -\frac{1}{2\sqrt{2}})$$

$$iv) (t^2 - 1 = 11 \Rightarrow t^2 = 12 \Rightarrow t = \sqrt{12} \text{ أو } t = -\sqrt{12} \Rightarrow t = 2\sqrt{3} \text{ أو } t = -2\sqrt{3})$$

## Solving the Equations by Using Zero Product Property

خاصية الضرب الصفريّ: إذا كان نتيجة ضرب عددين يساوي صفرًا فإنه يجب أن يكون أحد العددين يساوي صفرًا، مثلاً  $5 \times 0 = 0$  .  $0 \times 8 = 0$  ، ولذا فإنه إذا كان  $ab = 0$  يؤدي الى  $a=0$  أو  $b=0$  .



مثال (3) **رياضة:** يمثل القانون  $L = -5t^2 + 30t$  ارتفاع سهم بالأمطار

الذي أطلقه مختار في الهواء إذ تمثل  $t$  الزمن بالثواني. احسب الزمن اللازم لكي يعود السهم من الارتفاع الذي انطلق منه.

$L = 0$  يكون السهم عند الارتفاع الذي انطلق منه، عندما يكون

$$-5t^2 + 30t = 0$$

لذا

$$5t(-t + 6) = 0$$

نحلل باستخراج العامل المشترك

$$5t = 0 \Rightarrow t = 0$$

خاصية الضرب الصفري

$$-t + 6 = 0 \Rightarrow t = 6$$

أو

$t = 0$  هو زمن انطلاق السهم بالثواني.

$t = 6$  هو الزمن الذي استغرقه السهم للعودة الى الارتفاع الذي انطلق منه بالثواني .

مثال (4) حلّ المعادلات التالية باستخدام خاصية الضرب الصفريّ:

i)  $x - 3$  أو  $x + 5 = 0 \Rightarrow x = 3$  أو  $x = -5$  أو  $x - 3 = 0$  أو  $x + 5 = 0$   $\Rightarrow x - 3 = 0$  أو  $x + 5 = 0$   $\Rightarrow x = 3$  أو  $x = -5$

ii)  $t + 8$  أو  $t + 8 = 0 \Rightarrow t = -8$  أو  $t + 8 = 0 \Rightarrow t = -8$  أو  $t + 8 = 0 \Rightarrow t = -8$  أو  $t + 8 = 0 \Rightarrow t = -8$

iii)  $y - 12$  أو  $y - 9 = 0 \Rightarrow y = 12$  أو  $y = 9$  أو  $y - 12 = 0$  أو  $y - 9 = 0 \Rightarrow y = 12$  أو  $y = 9$

iv)  $2z - 7$  أو  $z + 3 = 0 \Rightarrow z = \frac{7}{2}$  أو  $z = -3$  أو  $2z - 7 = 0$  أو  $z + 3 = 0 \Rightarrow z = \frac{7}{2}$  أو  $z = -3$

v)  $n + \sqrt{3}$  أو  $n - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow n = -\sqrt{3}$  أو  $n = \sqrt{2}$  أو  $n + \sqrt{3} = 0$  أو  $n - \sqrt{2} = 0 \Rightarrow n = -\sqrt{3}$  أو  $n = \sqrt{2}$

vi)  $x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0$  أو  $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0$  أو  $x = 1$  أو  $x^2 - x = 0 \Rightarrow x = 0$  أو  $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0$  أو  $x = 1$

vii)  $4y^2 - 16y = 0 \Rightarrow 4y = 0$  أو  $y - 4 = 0 \Rightarrow y = 0$  أو  $y = 4$  أو  $4y^2 - 16y = 0 \Rightarrow 4y = 0$  أو  $y - 4 = 0 \Rightarrow y = 0$  أو  $y = 4$

viii)  $5z - 5z^2 = 0 \Rightarrow 5z = 0$  أو  $1 - z = 0 \Rightarrow z = 0$  أو  $z = 1$  أو  $5z - 5z^2 = 0 \Rightarrow 5z = 0$  أو  $1 - z = 0 \Rightarrow z = 0$  أو  $z = 1$

ix)  $\sqrt{12}h^2 + 2h = 0 \Rightarrow 2\sqrt{3}h^2 + 2h = 0 \Rightarrow 2h(\sqrt{3}h + 1) = 0$

$$\Rightarrow 2h = 0 \text{ أو } \sqrt{3}h + 1 = 0 \Rightarrow h = 0 \text{ أو } h = -\frac{1}{\sqrt{3}}$$

تأكّد من فهمك

حلّ المعادلات التالية باستعمال الجذر التربيعي :

1  $x^2 = 25$

2  $4y^2 = 1$

3  $12z^2 = 4$

الأسئلة (1-6)

مشابهة للمثال (2)

4  $n^2 - 3 = 13$

5  $7 + m^2 = 43$

6  $\frac{1}{2}x^2 = 9$

حلّ المعادلات التالية باستعمال خاصية الضرب الصفري :

7  $y - 4)(y + 7( = 0$

8  $x + 10)(x + 10( = 0$

الأسئلة (7-12)

مشابهة للمثال (4)

9  $13 - m)(6 - m( = 0$

10  $h - 15)(h - 8( = 0$

11  $3x - 11)(x + 9( = 0$

12  $v + \sqrt{5})(v - \sqrt{7}( = 0$

الأسئلة (13 - 16)

مشابهة للمثال (4)

13  $y^2 - y = 0$

14  $5z^2 + 25z = 0$

15  $3t - t^2 = 0$

16  $\sqrt{18}x^2 + 3x = 0$

تدرب وحلّ التمرينات

حلّ المعادلات التالية باستعمال الجذر التربيعي :

17  $y^2 = 36$

18  $7z^2 = 1$

19  $t^2 - 4 = 12$

20  $7 + n^2 = 56$

21  $z^2 = \frac{4}{9}$

22  $v^2 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

حلّ المعادلات التالية باستعمال خاصية الضرب الصفري :

23  $x - 5)(x + 6( = 0$

24  $15 - n)(7 - n( = 0$

25  $5t - 13)(t + 8( = 0$

26  $\sqrt{3} - v)(\sqrt{3} + v( = 0$

27  $z^2 - z = 0$

28  $12n - 2n^2 = 0$

29  $2\sqrt{5}v^2 + 2\sqrt{5}v = 0$

## تدرب وحل مسائل حياتية



30 **سجادة:** غرفة مربعة الشكل طول ضلعها  $x$  متر، فرشت في وسط ارضيتها سجادة مربعة الشكل مساحتها  $25m^2$ ، فكان مساحة المنطقة غير المغطاة بالسجادة  $24m^2$ . ما طول ضلع الغرفة؟



31 **كرة الريشة:** ضربت دينا كرة الريشة بالمضرب نحو الأعلى بسرعة  $30 \text{ m/sec}$ ، إذا كان القانون  $H = -5t^2 + 25t$  يعبر عن ارتفاع كرة الريشة في الهواء بالأمتار بدلالة الزمن بالثواني. احسب الزمن الذي استغرقته كرة الريشة للعودة الى سطح الأرض.



32 **رمية:** يمثل القانون  $H = -5t^2 + 40t + 3$  ارتفاع السهم الذي اطلقه خالد في الهواء، إذ تمثل  $t$  الزمن بالثواني. جد ارتفاع السهم بعد 2 ثانية من اطلاقه، وما الزمن الازم لكي يعود السهم الى ارتفاع  $3m$ ؟

## فكر

**تحذ:** حل المعادلات الآتية :

33  $x^2 - \frac{2}{3} = \left| -\frac{1}{2} \right|$

34  $3y^2 - 48 = 0$

35  $(= 0) z - 2\sqrt{5} () z + 2\sqrt{5} ()$

36 **أصح الخطأ:** حلت جميلة المعادلة الآتية :  $\left(\frac{1}{3}x - \frac{1}{4}\right)\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{4}\right) = 0$

وكتبت  $x = \frac{4}{3}$  أو  $x = -\frac{4}{3}$ . حدد خطأ جميلة وصححه.

37 **حس عددي:** أثبت أن  $(y^2 + 2y - 15) (y - 3) (y + 5) = 0$ ، ثم جد حل المعادلة :  $y^2 + 2y = 15$ .

## اكتب

$x (x + 4) = 60$

مسألة حياتية تمثل المعادلة الآتية :

## Solving Two-steps Algebraic Inequalities in R



## تَعَلَّم

ياسين عمره 14 سنة يتدرب على كرة القدم، ويفكر في المشاركة في الفريق الوطني. أكتب متباينة وحلها لتحديد بعد كم سنة يمكنه الانضمام للفريق الوطني.

فريق الناشئين (العمر 16 - 21) ، الفريق الوطني (العمر 27 فما فوق)، فريق الشباب (العمر 22 - 26).

## فكرة الدرس

حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين باستعمال العمليات الأربع وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد.

## المفردات

- المتباينة الجبرية.
- مجموعة الحل.

## [4-4-1] حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين باستعمال الجمع والطرح

## Solving Two-steps Algebraic Inequalities by Using addition and subtraction

تسمى المتباينة التي تحتوي على متغير أو أكثر متباينة جبرية، وكل عدد يجعل المتباينة صحيحة هو حل للمتباينة، وتسمى مجموعة الحلول للمتباينة بمجموعة الحل، ويمكن تمثيلها على مستقيم الأعداد الحقيقية.

من خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

- خاصية الجمع : لكل  $a, b, c \in R$  ، إذا كان  $a \geq b$  فإن  $a + c \geq b + c$
  - خاصية الطرح : لكل  $a, b, c \in R$  ، إذا كان  $a \geq b$  فإن  $a - c \geq b - c$
- (العلاقات (1) و(2) تبقى صحيحة في حالة استبدال  $\geq$  بالعلاقات  $>$  ،  $<$  ،  $\leq$  )

مثال (1) أكتب متباينة تمثل المسألة وحلها لإيجاد عدد السنوات التي ينتظرها ياسين ليتمكن من الانضمام للفريق الوطني.

$$x + 14 \geq 27$$

$$x + 14 - 14 \geq 27 - 14$$

$$x \geq 13$$

المتباينة التي تمثل المسألة هي

اضف 14- الى طرفي المتباينة

يمكن ياسين بعد 13 سنة في الأقل من الانضمام الى الفريق الوطني.

مثال (2) حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص الجمع والطرح ومثله على مستقيم الأعداد :

$$i) 3x - 12 \leq 2x - 6 \Rightarrow 3x - 2x \leq 12 - 6 \Rightarrow x \leq 6$$

$$ii) (2z - \frac{5}{7}) > z - \frac{12}{7} \Rightarrow 2z - z > \frac{5}{7} - \frac{12}{7} \Rightarrow z > -1$$

مثال (3) حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص الجمع والطرح :

$$i) (3)y - \sqrt{2} (< 2y + \sqrt{2} \Rightarrow 3y - 3\sqrt{2} < 2y + \sqrt{2} \Rightarrow 3y - 2y < \sqrt{2} + 3\sqrt{2} \Rightarrow y < 4\sqrt{2}$$

$$ii) (5t + \sqrt[3]{-8} \geq 6t - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 5t - 2 \geq 6t - 3 \Rightarrow 3 - 2 \geq 6t - 5t \Rightarrow t \leq 1$$

$$iii) (8) \frac{1}{8} h + \frac{3}{16} (< 0 \Rightarrow 8 \times \frac{1}{8} h + 8 \times \frac{3}{16} < 0 \Rightarrow h + \frac{3}{2} < 0 \Rightarrow h < -\frac{3}{2}$$

$$iv) (11) m + 3 (> 10) m - 2( \Rightarrow 11m + 33 > 10m - 20 \Rightarrow m > -53$$

## [4-4-2] حل المتباينات الجبرية ذات الخطوتين باستعمال الضرب والقسمة :

### Solving Two-steps Algebraic Inequalities by Using multiplication and division

يمكن حل المتباينات الجبرية باستعمال خواص الضرب والقسمة على الأعداد الحقيقية :

3) خاصية الضرب: i) لكل  $a, b, c \in \mathbb{R}$  . إذا كان  $c > 0$  . فإن  $a \geq b$  فإن  $ac \geq bc$

ii) لكل  $a, b, c \in \mathbb{R}$  . إذا كان  $c < 0$  . فإن  $a \geq b$  فإن  $ac \leq bc$

4) خاصية القسمة: i) لكل  $a, b, c \in \mathbb{R}$  . إذا كان  $a \geq b$  وأن  $c < 0$  فإن  $\frac{a}{c} \leq \frac{b}{c}$

ii) لكل  $a, b, c \in \mathbb{R}$  . إذا كان  $a \geq b$  وأن  $c > 0$  فإن  $\frac{a}{c} \geq \frac{b}{c}$



**مثال (4) طيور:** لدى أنور 18 طائراً ولدى أثير 98 طائراً، يريد أنور

أن يضاعف عدد الطيور ليكون عددها أكثر من عدد طيور أثير بمقدار 10 طيور في الأقل. كم مرة يجب أن يضاعف أنور عدد الطيور التي لديه ؟

اكتب المتباينة التي تمثل المسألة

$$18x - 10 \geq 98$$

اضف 10 الى طرفي المتباينة

$$18x - 10 + 10 \geq 98 + 10$$

اقسم طرفي المتباينة على 18

$$18x \geq 108$$

يجب أن يضاعف أنور عدد طيور 6 مرات في الأقل

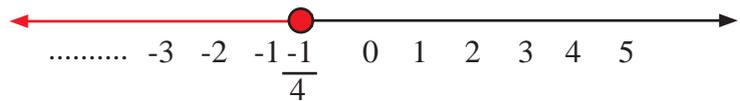
$$x \geq 6$$

**مثال (5) حل المتباينات التالية في  $\mathbb{R}$  باستعمال خواص الضرب والقسمة ومثله على مستقيم الأعداد:**

$$i) \left( \frac{6y}{-2} < 3 \Rightarrow \frac{6y}{-2} \times \frac{-2}{6} > 3 \times \frac{-2}{6} \Rightarrow y > -1 \right)$$



$$ii) 2x - 2 \leq \frac{-5}{2} \Rightarrow 2x \leq \frac{-5}{2} + 2 \Rightarrow 2x \leq \frac{-1}{2} \Rightarrow x \leq \frac{-1}{4}$$



**مثال (6) حل المتباينات التالية في  $\mathbb{R}$  باستعمال خواص الضرب والقسمة :**

$$i) \left( \frac{9x}{4} < \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{9x}{4} \times \frac{1}{9} < \frac{3}{5} \times \frac{1}{9} \Rightarrow \frac{x}{4} \times 4 < \frac{3}{45} \times 4 \Rightarrow x < \frac{12}{45} \Rightarrow x < \frac{4}{15} \right)$$

$$ii) \left( \frac{-2t}{7} \geq \frac{5}{14} \Rightarrow \frac{-2t}{7} \times \frac{7}{2} \geq \frac{5}{14} \times \frac{7}{2} \Rightarrow -t \geq \frac{5}{4} \Rightarrow -t(-1) \leq \frac{5}{4} \Rightarrow t \leq \frac{-5}{4} \right)$$

حل المتباينات التالية في  $\mathbb{R}$  باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

$$iii) (6z > 3) z - 6 \Rightarrow 6z > 3z - 18 \Rightarrow 6z - 3z > -18 \Rightarrow 3z > -18 \Rightarrow z > -6$$

$$iv) \left( \frac{m}{8} < \frac{1}{3} - 2 \Rightarrow \frac{m}{8} < \frac{-5}{3} \Rightarrow \frac{m}{8} \times 8 < \frac{-5}{3} \times 8 \Rightarrow m < \frac{-40}{3} \right)$$

$$v) \left( \frac{5}{-9} \leq \frac{k}{3} \Rightarrow \frac{5}{-9} \times 9 \leq \frac{k}{3} \times 9 \Rightarrow -5 \leq 3k \Rightarrow 3k \geq -5 \Rightarrow k \geq \frac{-5}{3} \right)$$

## تأكد من فهمك

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال الخواص ومثله على مستقيم الأعداد :

1  $2y - 8 \leq 3y - 8$

2  $2x - 6 < x - \sqrt{16}$

الأسئلة (1 - 4)

3  $4t + \frac{2}{3} \geq 3t - \frac{5}{3}$

4  $\frac{3}{5} > z - \frac{9}{10}$

مشابهة الى الأمثلة (1,2)

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص الجمع والطرح :

5  $7) x - \sqrt{3} (< 6x + \sqrt{3}$

6  $2y + \sqrt[3]{-27} \geq 3y - \sqrt[3]{8}$

الأسئلة (5 - 8)

7  $5) \frac{1}{5} m + \frac{3}{10} (< 0$

8  $9) z - 4 (> 10) z + 3($

مشابهة الى المثال (3)

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص الضرب والقسمة :

9  $\frac{3t}{4} \geq \frac{5}{7}$

10  $\frac{-5x}{7} < \frac{7}{21}$

11  $\frac{y}{7} \leq \frac{5}{14}$

الأسئلة (9 - 11)

مشابهة الى المثال (6)

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

12  $5)v + \sqrt{7} ) \geq 2v - \sqrt{7}$

13  $2z + \sqrt[3]{-125} < 6z - \sqrt[3]{27}$

14  $9) \frac{1}{3} x + \frac{7}{9} (> 0$

15  $\frac{5}{6} ) t - 6 (> 11) t + 2($

الأسئلة (12 - 17)

16  $\frac{-h}{13} < \frac{1}{26} - 1$

17  $\frac{2x}{3} + 4 \leq \frac{8}{3} - 5$

مشابهة الى الأمثلة (3,6)

## تدرب وحل التمرينات

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص الجمع والطرح :

18  $9) z - \sqrt{5} (< 8z - \sqrt{5}$

19  $7) \frac{1}{7} m + \frac{5}{14} (< 0$

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص الضرب والقسمة :

20  $\frac{2p}{3} \geq \frac{-6}{21}$

21  $\frac{-4x}{9} < \frac{-8}{27}$

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

22  $6)x - \sqrt{3} ) \geq 4x - \sqrt{3}$

23  $8y + \sqrt[3]{-8} < 4y - \sqrt{121}$

24  $7) \frac{1}{4} x - \frac{3}{14} ) \leq 0$

## تدرب وحل مسائل حياتية



25 **خرز:** تريدُ صبا أن تهدي أختها في عيد ميلادها عقداً من خرز اللؤلؤ، يتألف من 100 خرزة ويتطلبُ صنعه 7 ساعات، إذا كان في العقد 16 خرزة فما أقل عددٍ من الخرز ينبغي لها ادخاله في كل ساعة لأكمال العقد؟



26 **كرة القدم:** في مباراة الدوري لأندية الدرجة الأولى لكرة القدم، فاز فريقُ القوة الجوية في 7 مبارياتٍ وخسر في 3 مبارياتٍ وبقي أمامه 22 مباراة. ما أقل عددٍ من المباريات الباقية يجب أن يفوز بها الفريق لكي يفوزَ بأكثر من نصف العدد الكلي للمباريات؟



27 **مدينة الألعاب:** يحتاجُ شباكُ التذاكر في مدينة الألعاب الى 1400000 دينار لتغطية نفقاته التشغيلية يومياً. إذا باع بمبلغ 650000 دينار حتى الظهر بسعر التذكرة 750 ديناراً، فكم تذكرة عليه بيعها في الأقل لنلا يقع تحت العجز المالي؟

## فكر

**تحذّر:** حل المتباينات الآتية :

$$28 \quad 2y - \frac{3}{4} < | -\frac{3}{2} | \quad 29 \quad 7) \frac{1}{5}z - 1( > 1 \quad 30 \quad ) \frac{1}{2}x - \frac{\sqrt{5}}{2} ( ) 4 + \sqrt[3]{-8} \geq 0$$

31 **أصح الخطأ:** حل عثمان المتباينة التالية:  $\frac{v}{5} - \frac{1}{4} \leq \frac{3}{4} - 1$  وكتب مجموعة الحل هي:  $\{5, 6, 7, \dots\}$  حدد خطأ عثمان وصححه.

32 **حسّ عدديّ:** أثبت أن قيم  $h$  التي تجعل المتباينة التالية صحيحة وهي اعداداً سالبة فقط :

$$3h + \frac{1}{3} < | -\frac{1}{6} | - \frac{1}{3}$$

## أكتب

مسألة حياتية تمثل المتباينة الآتية :

$$500x + 600000 \leq 1600000$$



تَعَلَّم

إذا أراد 8 جنود الصعود الى المروحية ويحمل كل واحد منهم 20kg من معداته الشخصية .  
أكتب متباينة وحلها لايجاد الوزن الإضافي المسموح به لكل جندي على أن لاتزيد حمولتهم الكلية على 880kg.

فكرة الدرس

حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات باستعمال الخواص وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد .  
المفردات  
المتباينة الجبرية .  
المتغير .

[4-5-1] حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات والتي تتضمن متغيراً في أحد طرفيها .

Solving Multi-steps Algebraic Inequalities Which has variable in one side

لحل متباينة تحتوي على متغير في احد طرفيها، استعمل الخواص لعزل الحد الذي يحتوي على المتغير في طرف المتباينة، ثم اجعل معامل واحد باستعمال خاصية الضرب او القسمة وجد مجموعة الحل للمتباينة، ويمكن تمثيل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد الحقيقية .

مثال (1) أكتب متباينة تمثل المسألة وحلها لايجاد عدد الكيلوغرامات الإضافية المسموح بها الى لكل جندي .

$$8(w + 20) \leq 880$$

$$8w + 160 \leq 880$$

$$8w \leq 720$$

$$w \leq 90$$

نفرض أن المتغير  $w$  يمثل الوزن الإضافي المسموح به لكل جندي

اضف 160 - الى طرفي المتباينة

اقسم طرفي المتباينة على 8

يستطيع كل جندي أن يحمل 90kg من الوزن الإضافي الى المروحية

مثال (2) حل المتباينات التالية في R باستعمال الخواص ومثله على مستقيم الأعداد :

$$i) 3(y-2) \leq 6 - \sqrt[3]{27} \Rightarrow 3y - 6 \leq 3 \Rightarrow 3y \leq 9 \Rightarrow y \leq 3$$

$$ii) \left(\frac{1}{2}\right)x - \frac{4}{3} \left(+ \frac{1}{2}x > -\frac{10}{6} \Rightarrow \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x > -\frac{10}{6} + \frac{4}{6} \Rightarrow x > -1\right)$$

مثال (3) حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

$$i) (5)z - \sqrt{3} \geq 10 (2 - \sqrt{3}) \Rightarrow z - \sqrt{3} \geq 4 - 2\sqrt{3} \Rightarrow z \geq 4 - 2\sqrt{3} + \sqrt{3} \Rightarrow z \geq 4 - \sqrt{3}$$

$$ii) \left(\frac{1}{3}v + \sqrt[3]{-27} - \frac{4}{3}v < |-3| \Rightarrow \frac{1}{3}v - \frac{4}{3}v - 3 < 3 \Rightarrow -v < 6 \Rightarrow v > -6\right)$$

$$iii) (9 - \sqrt[3]{-8} > 5)x - 1 \Rightarrow 9 + 2 > 5x - 5 \Rightarrow 11 > 5x - 5 \Rightarrow 16 > 5x \Rightarrow x < \frac{16}{5}$$

$$iv) \left(\frac{-4}{7}\right)\frac{7}{2}h + \frac{14}{8} < 0 \Rightarrow \frac{-4}{7} \times \frac{7}{2}h + \frac{-4}{7} \times \frac{14}{8} < 0 \Rightarrow -2h - 1 < 0 \Rightarrow -2h < 1 \Rightarrow h > -\frac{1}{2}$$

**[4-5-2] حل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات والتي تتضمن متغيراً في طرفيها :  
Solving Multi-step Algebraic Inequalities Which has variable in both sides**

لحل المتباينات الجبرية متعددة الخطوات والتي تتضمن متغيراً في طرفيها أتبع ما يأتي :

- 1- استعمل خاصية التوزيع للتخلص من الأقواس إن وجدت. 2- احصر المتغير في طرف واحد من المتباينة.
- 3- استعمل ترتيب العمليات لتبسيط المتباينة. 4- استعمل الخواص لإيجاد مجموعة الحل للمتباينة.

**مثال (4) حيوانات:** وزن الدب 600kg قبل مرحلة السبات ، وزنه الطبيعي لا يقل من 440kg ، يمكن أن يفقد من وزنه 8kg في الأسبوع عند السبات. فكم اسبوعاً يستطيع أن يصمد في



السبات ليصل الى وزنه الطبيعي؟

نفرض ان المتغير x يمثل عدد الاسبوع

اكتب المتباينة التي تمثل المسألة

اضف الى طرفي المتباينة -600-

اقسم طرفي المتباينة على -8 -

$$600 - 8x \geq 440$$

$$- 8x \geq 440 - 600$$

$$-8 x \geq -160$$

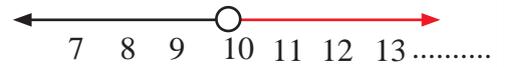
$$x \leq 20$$

يستطيع الدب أن يصمد 20 اسبوعاً على الاكثر.

**مثال (5) حل المتباينات التالية في R باستعمال الخواص ومثله على مستقيم الأعداد:**

i)  $(\frac{2x}{5} < 4)x - 9( \Rightarrow \frac{2x}{5} < 4x - 36 \Rightarrow 2x < 20x - 180$

$$\Rightarrow 180 < 18x \Rightarrow 10 < x \Rightarrow x > 10$$



ii)  $3(y - 2) \leq 5(2 - y) \Rightarrow 3y - 6 \leq 10 - 5y$

$$\Rightarrow 3y + 5y \leq 10 + 6 \Rightarrow 8y \leq 16 \Rightarrow y \leq 2$$



**مثال (6) حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:**

i)  $(8)t - 3(< 7)t - 5( \Rightarrow 8t - 24 < 7t - 35 \Rightarrow 8t - 7t < 24 - 35 \Rightarrow t < -11$

ii)  $(\frac{-2x}{5} \leq \frac{x}{7} \Rightarrow 7(-2x) \leq 5x \Rightarrow -14x \leq 5x \Rightarrow 0 \leq 5x + 14x \Rightarrow 0 \leq 19x \Rightarrow x \geq 0$

iii)  $(\frac{1}{4})z + 4(> \frac{1}{2})\sqrt{2} - z( \Rightarrow \frac{1}{4}z + 1 > \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2}z \Rightarrow \frac{1}{4}z + \frac{1}{2}z > \frac{1}{\sqrt{2}} - 1$

$$\Rightarrow \frac{3}{4}z > \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \Rightarrow z > \frac{4 - 4\sqrt{2}}{3\sqrt{2}}$$

iv)  $(\frac{h}{4} + \frac{1}{3} \geq \frac{h}{2} - \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} + \frac{1}{3} \geq \frac{h}{2} - \frac{h}{4} \Rightarrow \frac{2}{3} \geq \frac{h}{4} \Rightarrow 8 \geq 3h \Rightarrow \frac{8}{3} \geq h$

v)  $(\frac{7}{\sqrt[3]{-27}} - 2y \leq \frac{2}{3} - y \Rightarrow \frac{7}{-3} - 2y \leq \frac{2}{3} - y \Rightarrow y - 2y \leq \frac{2}{3} + \frac{7}{3}$

$$\Rightarrow -y \leq 3 \Rightarrow y \geq -3$$

## تأكد من فهمك

حل المتباينات التالية في  $\mathbb{R}$  باستعمال الخواص ومثله على مستقيم الاعداد:

$$1 \quad 5(x-1) \leq 8 - \sqrt[3]{-8}$$

$$2 \quad \frac{1}{3}z - \frac{7}{2} \left( + \frac{1}{3}z \geq -\frac{23}{6} \right)$$

الأسئلة (4-1)

مشابهة للمثلة (2,5)

$$3 \quad \frac{t}{2} > 2) \frac{1}{\sqrt{16}} - t($$

$$4 \quad 7(n-1) \leq 9(1-n)$$

حل المتباينات التالية في  $\mathbb{R}$  باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$5 \quad 2)x - \sqrt{5} \leq 11(1 - \sqrt{5} ($$

$$6 \quad \frac{1}{2}y - \sqrt[3]{-8} - \frac{3}{2}y < | -7 |$$

الأسئلة (8-5)

مشابهة للمثال (3)

$$7 \quad 12 - \sqrt[3]{-125} \geq 6(z-1)$$

$$8 \quad \frac{-5}{7} \left) \frac{7}{3}m + \frac{14}{5} \right( > 0$$

$$9 \quad 6(4-h) \leq 7(h-5)$$

$$10 \quad \frac{-3z}{7} \geq \frac{1}{7} + z$$

الأسئلة (14-9)

مشابهة للمثالين (3,6)

$$11 \quad \frac{1}{9}x - \sqrt{2} \left( < \frac{1}{3} \right) \sqrt{2} - x($$

$$12 \quad \frac{n}{6} + \frac{3}{2} > \frac{n}{3} - \frac{1}{3}$$

$$13 \quad \frac{5}{\sqrt[3]{-8}} - 4k \leq \frac{5}{2} - k$$

$$14 \quad \frac{1}{2}(y-3) \geq \frac{1}{4}\sqrt{2} + y($$

## تدرب وحل التمرينات

حل المتباينات التالية في  $\mathbb{R}$  باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

$$15 \quad 7)y+3( < 9 - \sqrt[3]{-27}$$

$$16 \quad \frac{1}{7} \left) t - \frac{1}{8} \left( + \frac{1}{7} t \geq -\frac{6}{7} \right)$$

$$17 \quad \frac{x}{5} \leq 4 \left( \frac{1}{\sqrt{36}} - 2x \right)$$

$$18 \quad 8)h + 3( > 12) 1 - h($$

$$19 \quad 5)z - \sqrt{3} \left( < 7 \right) 1 - \sqrt{3} ($$

$$20 \quad \frac{1}{6}m - \sqrt[3]{-27} - \frac{2}{3}m \leq | -9 |$$

$$21 \quad 14k - \sqrt[3]{-64} \geq 7(k-1)$$

$$22 \quad \frac{-8}{3} \left) \frac{6}{8}x + \frac{3}{4} \right( > 0$$

$$23 \quad 9)3 + y( < 6) y - 4($$

$$24 \quad \frac{-2n}{7} \geq \frac{3}{5} + n$$

$$25 \quad \frac{1}{6}z - \sqrt{3} \leq \frac{1}{6}\sqrt{3} - z($$

$$26 \quad \frac{h}{4} + \frac{2}{3} < \frac{h}{3} + \frac{4}{3}$$

$$27 \quad \frac{8}{\sqrt[3]{-125}} - 2x > \frac{2}{5} - x$$

$$28 \quad \frac{1}{9}(y+6) \geq \frac{1}{6}\sqrt{6} - y($$

## تدرب وحل مسائل حياتية



29 **حديقة الحيوان:** باع شباك التذاكر في حديقة الحيوان تذاكر بمبلغ 450000 دينار بسعر التذكرة 500 دينار لحد الظهر، ويحتاج شباك التذاكر الى مبلغ 1850000 دينار يومياً لتغطية نفقاته التشغيلية. ما أقل عدد من التذاكر عليه بيعها لتغطية النفقات التشغيلية؟



30 **كرة السلة:** ضمن مباريات الدوري لكرة السلة فاز الفريق الأصفر في 22 مباراة وخسر 10 مباريات وبقى أمامه 40 مباراة ليخوضها. ما أقل عدد من المباريات الباقية التي ينبغي للفريق الفوز بها، لكي يفوز بأكثر من نصف العدد الكلي من المباريات؟



31 **طائرات ورقية:** تريد نادية عمل طائرة ورقية من قطعة ورقية مستطيلة الشكل يزيد طولها بمقدار 15cm على عرضها. ما أقل طول للقطعة الورقية بحيث يكون محيطها أكبر من 130cm؟

## فكر

**تحذ:** حل المتباينات الآتية:

$$32 \quad \frac{1}{2}x + \sqrt[3]{-125} - \frac{5}{2}x > |-6| \quad 33 \quad \frac{3}{5}y - \frac{1}{3}(5 + \sqrt[3]{-125}) \geq 2y$$

$$34 \quad \text{أصح الخطأ:} \text{ حلت وردة المتباينة الآتية: } 2 - \frac{5}{4} \leq \left(\frac{h}{5} + \frac{3}{4}\right) \leq \frac{5}{3}$$

وكتبت مجموعة الحل هي:  $\{ \dots, -4, -5, -6 \}$  حدد خطأ وردة وصححه

35 **حس عددي:** أثبت أن قيم  $z$  التي تجعل المتباينة التالية صحيحة هي اعداداً سالبة فقط.

$$7z - \frac{1}{7} < \left| -\frac{1}{7} \right| - \frac{4}{14}$$

مسألة حياتية تمثل المتباينة الآتية:

أكتب

$$) x + 6( \leq 40$$

حلّ المعادلات التالية باستعمال الخواصّ الأعداد الحقيقية وتحقق من صحة الحلّ :

1  $z = \sqrt[3]{-8} + 2z$

2  $4m - 5\sqrt{3} = 3m + 6\sqrt{3}$

3  $\sqrt{36} h = |-16| + 5h$

4  $3z \div 21 = \frac{1}{7}$

5  $\sqrt[3]{125} x \div |-9| = 5^2$

6  $\sqrt{3} x \div 9 = \sqrt{3} \div 3$

7  $\frac{\sqrt{5} h}{2} = \frac{1}{\sqrt{5}}$

8  $\frac{9y}{2\sqrt[3]{4}} = \frac{18}{4}$

9  $6z \div 13 = 5z \div 13$

10  $8) h - 1^2( = \frac{1}{2}h - 6$

11  $5\sqrt{3} - z = z - 7\sqrt{3}$

12  $\sqrt{64} y = 10) y - 1( + 3^2$

حلّ المعادلات التالية في R باستعمال الخواصّ :

13  $3)x - 10( = 2)x + 10($

14  $\sqrt[3]{-8} y \div |-8| = 4\sqrt{2}$

15  $\frac{1}{3}z - 7( + \frac{7}{3} = \frac{1}{5}z - 10 ($

16  $\frac{t}{8 + \sqrt[3]{-27}} = \frac{6t}{5}$

17  $|y - 12| = 7$

18  $|2v - 5| = \sqrt{36}$

19  $|\frac{1}{3}n + 8| = \sqrt[3]{-125}$

20  $|7x - 14| = |-18|$

21  $|z - \sqrt{3}| = 4\sqrt{3}$

حلّ المعادلات التالية في R باستعمال الجذر التربيعي :

22  $x^2 = 64$

23  $9y^2 = 1$

24  $12t^2 = 4$

25  $n^2 - 5 = 20$

26  $7 - z^2 = -42$

27  $\frac{1}{4}k^2 = 9$

28  $y^2 = \frac{4}{9}$

29  $h^2 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

حلّ المعادلات التالية في R باستعمال خاصية الضرب الصفري :

30  $)y - 4( )y + 4( = 0$

31  $)z - 7( )z - 7( = 0$

32  $)x + \sqrt{5}( )x - \sqrt{3}( = 0$

33  $)\sqrt{2} - h( )\sqrt{2} + h( = 0$

34  $)4t + 8( )3t - 7( = 0$

35  $z^2 - z = 0$

36  $\sqrt{8} x^2 + 2x = 0$

37  $3\sqrt{7} n^2 - 3\sqrt{7} n = 0$

38  $\frac{1}{5} y^2 - \frac{1}{5} y = 0$

حلّ المتباينات التالية باستعمال خواصّ المتباينات على الأعداد الحقيقية :

39  $2)x - \sqrt{2}( \geq x - \sqrt{2}$

40  $9z + \sqrt[3]{-27} < 10z - \sqrt[3]{125}$

41  $5) \frac{1}{2}y - \frac{3}{10} ( \leq 0$

42  $\frac{t}{-7} - 1 > \frac{-1}{14}$

43  $\frac{2m}{9} - \frac{1}{9} \leq \frac{1}{9}$

44  $3)x + 7( < 6 - \sqrt[3]{-64}$

45  $\frac{1}{6}z - \frac{12}{5} ( + \frac{5}{6}z \geq -\frac{3}{5}$

46  $\frac{y}{4} \leq 2( \frac{1}{\sqrt{16}} - \frac{1}{8}y($

47  $5)x + 1( > 2)1 - x($

48  $\frac{1}{3}h - \sqrt{2} \leq \frac{2}{3})\sqrt{2} - h($

49  $\frac{m}{6} + \frac{2}{5} < \frac{m}{3} - \frac{4}{5}$

50  $\frac{9}{\sqrt[3]{-27}} - 5y > \frac{1}{5} - y$

## Geometry and Measurement

## الهندسة والقياس

الدرس 5-1 علاقة الزوايا والمستقيمات ( نظريات )

الدرس 5-2 تطابق المثلثات

الدرس 5-3 خواص المثلثات (متساوي الساقين، متساوي الاضلاع ، قائم الزاوية)

الدرس 5-4 متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف

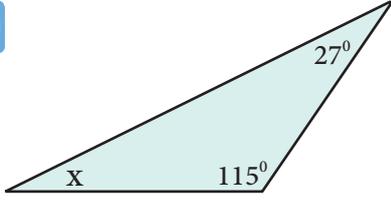
الدرس 5-5 الاسطوانة والكرة ( الخصائص ، المساحة السطحية ، الحجم )

الدرس 5-6 مساحة الأشكال المركبة المنتظمة وغير المنتظمة

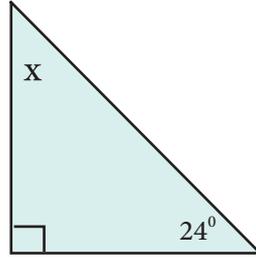
يمثل نصبُ (انقاذ العراق) للفنان الراحل محمد غني حكمت الموجودُ في ساحةِ الفارسِ العربيّ بمنطقة المنصور، الختم السومري الاسطواني المائل الذي يستندُ الى سواعدِ عراقيةٍ بارتفاعِ ستةِ امتار تمثل صمودَ العراقيين في مواجهةِ كل التحديات لما يمتلكه من حضارةٍ ومجدٍ وتاريخٍ منذ أقدم العصور ارتفاعُ هذا النصبِ مع القاعدةِ يبلغ 10m .

جد قيمة الزاوية المجهولة في كل من المثلثات المبينة في الأشكال الآتية:

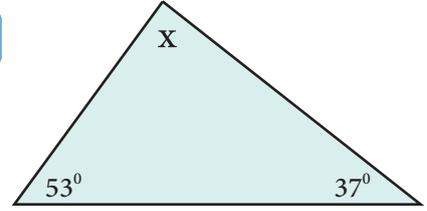
1



2

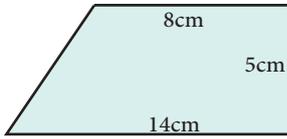


3

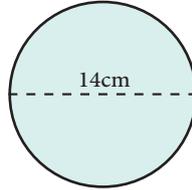


احسب مساحة المنطقة المظللة في الأشكال المستوية الآتية:

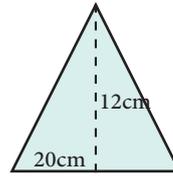
4



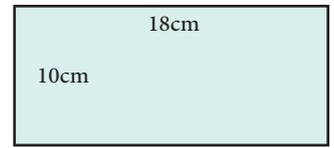
5



6



7



أكتب صحيحاً أو غير صحيحٍ لكلٍّ من العبارات الآتية :

- 8 المستقيمان المتوازيان لا يلتقيان أبداً.
- 9 المستقيمان المتعامدان لا يوجد بينهما نقطة التقاء.
- 10 المستقيمان المتوازيان البعد بينهما ليس ثابتاً.
- 11 المستقيمان المتعامدان يشكلان بينهما زاوية قائمة

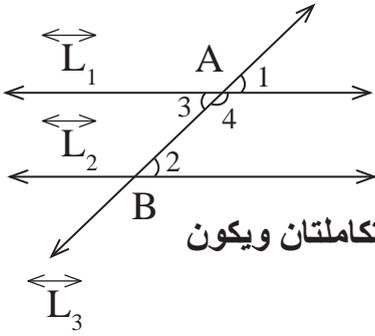
أكمل الفراغات الآتية :

- 12 الزاويتان المتكاملتان يكون مجموع قياسهما .....
- 13 الزاويتان المتتامتان يكون مجموع قياسهما .....
- 14 تكون الزاويتان المتبادلتان ..... بالقياس .
- 15 مجموع زوايا المثلث .....
- 16 يريد أحمد رصف ساحة مربعة الشكل طول ضلعها 9m ببلاط مربع مساحة البلاطة الواحدة  $0.25m^2$  أحسب عدد البلاطات اللازمة لإنجاز عملية الرصف .

تَعَلَّم

الشكل المجاور فيه  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$  ،  $\vec{L}_3$

يقطع كل من المستقيمين المتوازيين في النقطتين A, B



\* تسمى الزاويتان 1,2 زاويتان متناظرتان

وتكونان متساويتان بالقياس .

\* تسمى الزاويتان 2,3 زاويتان متبادلتان

وتكونان متساويتان بالقياس .

\* تسمى الزاويتان 2,4 زاويتان داخليتان متكاملتان ويكون

مجموع قياسهما  $180^\circ$ .

فَكْرَةُ الدرس

• التعرف الى علاقة

الزوايا المتبادلة والمتناظرة

والداخلية وبالعكس.

المفردات

• الزوايا المتناظرة

• الزوايا المتبادلة

• الزوايا الداخلية

تعلمت سابقاً أنه إذا قُطع مستقيمان متوازيان بمستقيم ثالث فالزوايا الناتجة : متقابلة بالرأس، متبادلة ،

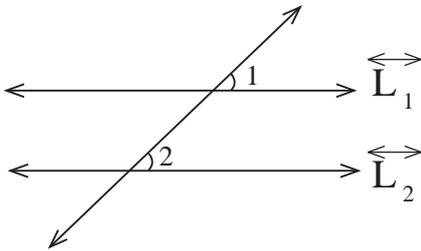
متناظرة ، متساوية بالقياس . في هذا الدرس سنتعلم متى يكون المستقيمان متوازيين .

\* عكس مبرهنة الزوايا المتناظرة:

« إذا قطع مستقيم مستقيمين وكانت الزاويتان المتناظرتان

متساويتان بالقياس فإن المستقيمين متوازيان »

إذا كان :  $m \angle 1 = m \angle 2$  المتناظرتان فإن  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$

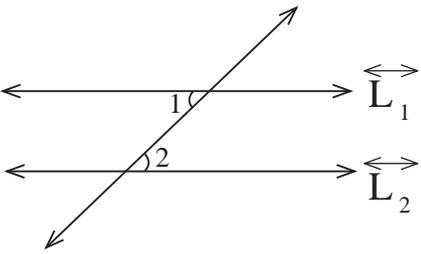


\* عكس مبرهنة الزوايا المتبادلة:

« إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوي نفسه وكانت الزاويتان

المتبادلتان متساويتان بالقياس فإن المستقيمين متوازيان »

إذا كان :  $m \angle 1 = m \angle 2$  المتبادلتان فإن  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



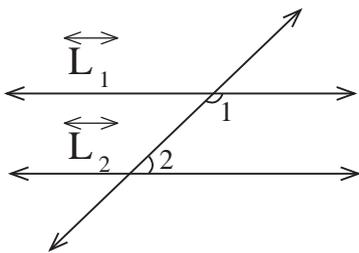
\* عكس مبرهنة الزوايا الداخلية:

« إذا قطع مستقيم مستقيمين في المستوي نفسه وكانت الزاويتان

الداخليتان متكاملتان وعلى جهة واحدة من القاطع فإن المستقيمين

متوازيين »

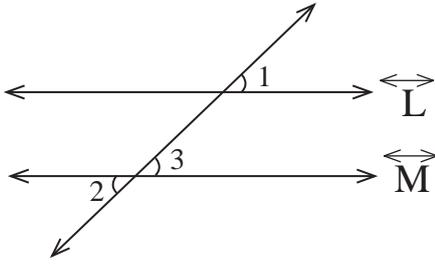
إذا كان :  $m \angle 1 + m \angle 2 = 180^\circ$  داخليتان فإن  $\vec{L}_1 // \vec{L}_2$



### مثال (1)

استعمل المعطيات في الشكل المجاور :

إذا  $m\angle 1 = m\angle 2$  بين أن  $\vec{L} \parallel \vec{M}$  .



**الحل :**

معطى  $m\angle 1 = m\angle 2$

زاويتان متقابلتان بالرأس  $m\angle 2 = m\angle 3$

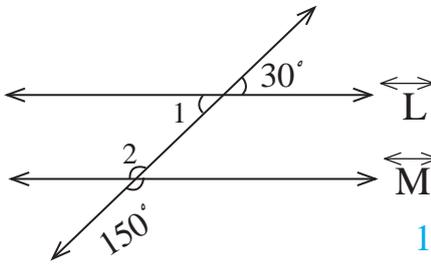
( إذا ساوت كميّتان كمية واحدة فالكميتان متساويتان )  $m\angle 1 = m\angle 3$

زاويتان متناظرتان  $\angle 1, \angle 3$

عكس مبرهنة الزوايا المتناظرة  $\vec{L} \parallel \vec{M}$  إذن

### مثال (2)

استعمل المعطيات في الشكل المجاور وبين أن  $\vec{L} \parallel \vec{M}$  .



**الحل :**

زاويتان متقابلتان بالرأس  $m\angle 1 = 30^\circ$

زاويتان متقابلتان بالرأس  $m\angle 2 = 150^\circ$

الزاويتان 1, 2 داخليتان وعلى جهة واحدة من القاطع ومجموعهما  $180^\circ$

عكس مبرهنة الزوايا الداخلية  $\vec{L} \parallel \vec{M}$  إذن

### مثال (3)

استعمل المعطيات في الشكل المجاور :

حيث  $m\angle 1 = m\angle 3$  ،  $\vec{K} \parallel \vec{V}$  بين أن  $\vec{L} \parallel \vec{M}$  .

**الحل :**

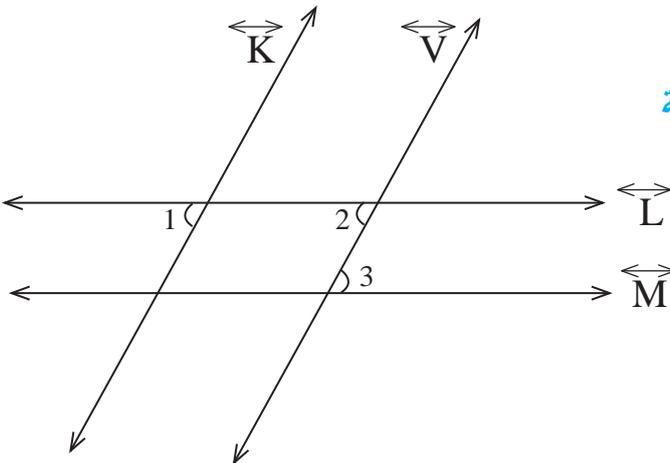
معطى  $m\angle 1 = m\angle 3$

زاويتان متناظرتان  $m\angle 1 = m\angle 2$

( إذا ساوت كميّتان كمية واحدة فالكميتان متساويتان )  $m\angle 2 = m\angle 3$

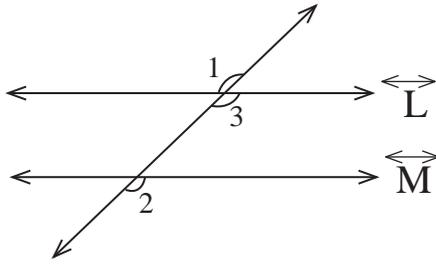
زاويتان متبادلتان  $\angle 3, \angle 2$

عكس مبرهنة الزوايا المتبادلة  $\vec{L} \parallel \vec{M}$  إذن

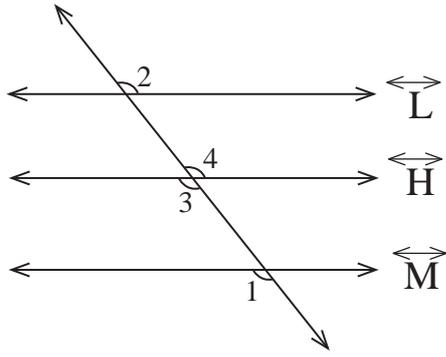


## تأكّد من فهمك

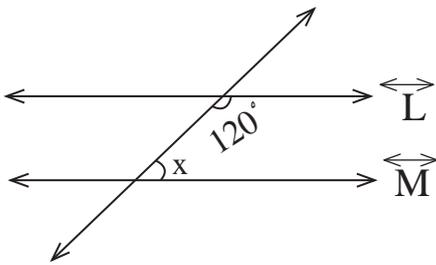
استعمل المعطيات وعكس المبرهنات لتبين أنّ:



1 إذا كان  $m\angle 1 = m\angle 2$   
فإن:  $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$



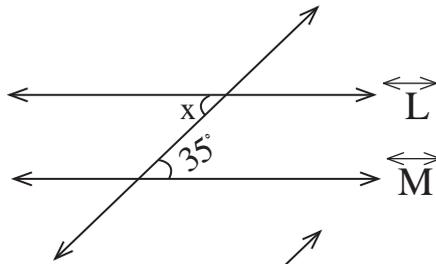
2 إذا كان  $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{H} \parallel \overleftrightarrow{M}$   
فإن:  $m\angle 1 = m\angle 2$



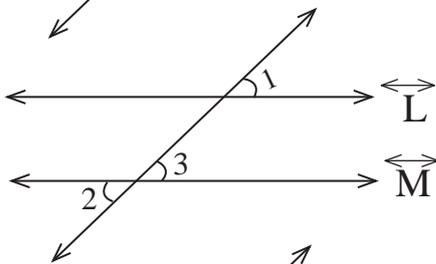
3 إذا كان  $X = 15a$ ,  $a = 4$   
فإن:  $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$

استعمل المعطيات وعكس المبرهنات لتبين أنّ  $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$

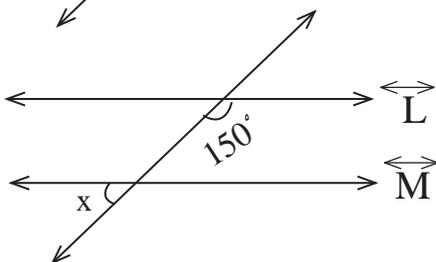
### تدرب وحلّ التمرينات



4  $X = 7a$ ,  $a = 5$

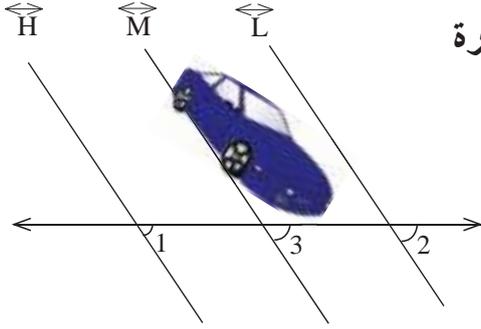


5  $m\angle 1 = m\angle 2$



6  $m\angle x = 30^\circ$

## تدرب وحل مسائل حياتية



7 **موقف سيارات:** أراد مهندس تخطيط موقف للسيارات بصورة

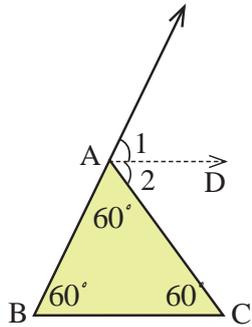
متوازية. أستعمل المعطيات وعكس المبرهنات لتبين ان

$\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$  حيث  $m\angle 1 = m\angle 2$  وأن  $\overleftrightarrow{H} \parallel \overleftrightarrow{M}$

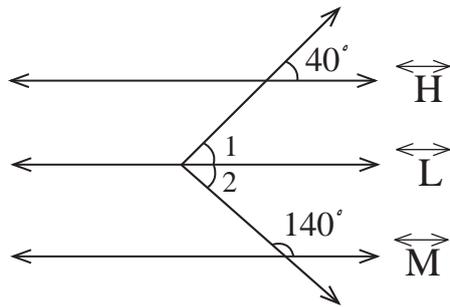
8 **رسم:** رسم محمد المثلث المتساوي الأضلاع كما في الشكل المجاور

إذ  $m\angle 1 = m\angle 2$

ساعد محمد في إثبات أن  $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$ .



## فكر



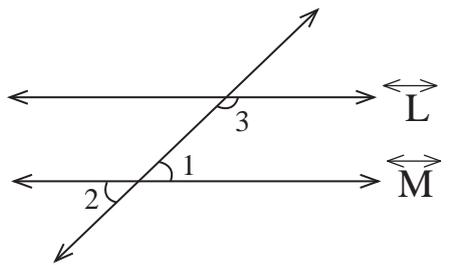
9 **تحذ:** في الرسم المقابل  $\overleftrightarrow{H} \parallel \overleftrightarrow{L}$ ,  $m\angle 1 = m\angle 2$ ,

برهن أن  $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$ .

10 **أصح الخطأ:** رسم مهند الشكل المجاور وقال بما أن

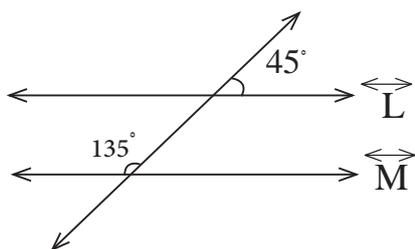
$m\angle 1 + m\angle 2 = 180^\circ$  إذن  $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$  ؟

اكتشف الخطأ وصححه.



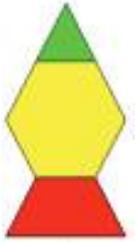
هل المعلومات المعطاة في الشكل المجاور تسمح لك أن تستنتج أن  $\overleftrightarrow{L} \parallel \overleftrightarrow{M}$  ؟

وضح ذلك.

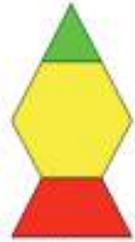


## Congruent of Triangles

## تَعَلَّم



A



B

يُبين الشكل المجاور شكلين متطابقين ونقصد بذلك ان كلاً من الشكلين المتطابقين هو نسخة طبق الاصل من الآخر. فقولنا ان الشكل A ينطبق على الشكل B يعني ان الشكل A نسخة اخرى من الشكل B. القطع المستقيمة تتطابق اذا كان لها القياس نفسه اي الطول نفسه وتتطابق الزوايا اذا كان لها القياس نفسه وتتطابق المضلعات اذا امكن وضع احدهما على الاخر بحيث تنطبق رؤوس كل مضلع على الاخر  
نستخدم الرمز  $\cong$  للدلالة على التطابق .

## فَكَرَّةُ الدرس

- التعرف الى مفهوم التطابق وحالات تطابق المثلثات.
- المفردات
- التطابق.
- عناصر المثلث الستة.
- ضلعان وزاوية محددة بهما.
- زاويتان وضلع محدد بهما.
- ثلاثة أضلاع.

## [5-2-1] مفهوم تطابق مثلثين

## Concept of Congruent Two Triangles

من المعلوم أنَّ للمثلث ثلاثة اضلاع وثلاث زوايا (تسمى عناصر المثلث الستة) ، يتطابق المثلثان اذا كان لكل عنصر من العناصر الستة من احد المثلثين عنصر يطابقه من المثلث الآخر ، والعكس صحيح ايضاً اي : اذا تطابق مثلثان فان لكل عنصر من العناصر الستة من احد المثلثين عنصراً يطابقه من المثلث الآخر يسمى ( نظيره ) ، واذا تطابق مثلثان فان مساحة سطح المثلث الاول تساوي مساحة سطح المثلث الثاني .

## [5-2-2] حالات تطابق مثلثين

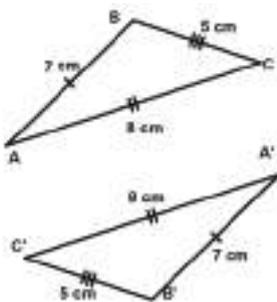
## Cases of Congruent Two Triangles

ليس من الضروري اثبات تطابق العناصر الستة من احد المثلثين مع نظائرها من المثلث الثاني بل يكفي معرفة 3 عناصر (بينها ضلع على الاقل) من احد المثلثين مع نظائرها من المثلث الاخر . وفيما يلي الحالات التي يتطابق فيها المثلثين:

**الحالة الاولى:** ( تطابق الاضلاع الثلاثة ) يتطابق المثلثان اذا تطابقت اضلاع المثلث الاول مع نظائرها من المثلث الثاني.

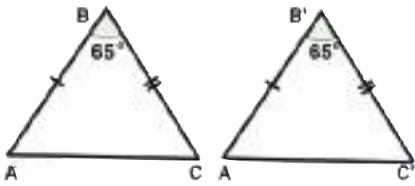
## مثال (1)

في الشكل المجاور :



- \* الضلع  $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$  ( ينطبق على الضلع  $A'B'$  )
  - \* الضلع  $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$  ( ينطبق على الضلع  $A'C'$  )
  - \* الضلع  $\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$  ( ينطبق على الضلع  $B'C'$  )
- أي أن :  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$  (ض ض ض)

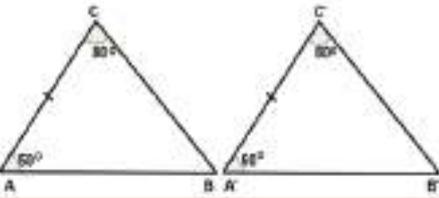
**الحالة الثانية:** (تطابق ضلعين والزوايا المحددة بينهما) يتطابق مثلثان اذا تطابق ضلعان وزاوية محددة بينهما مع نظائرها من المثلث الاخر.



مثال (2) في الشكل المجاور :

- \* الضلع  $\overline{AB} \cong \overline{A'B'}$  ( ينطبق على الضلع  $\overline{A'B'}$  )
  - \* الضلع  $\overline{BC} \cong \overline{B'C'}$  ( ينطبق على الضلع  $\overline{B'C'}$  )
  - \* الزاوية  $\angle ABC \cong \angle A'B'C'$  ( تنطبق على الزاوية  $\angle A'B'C'$  )
- أي أن :  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$  (ض ز ض)

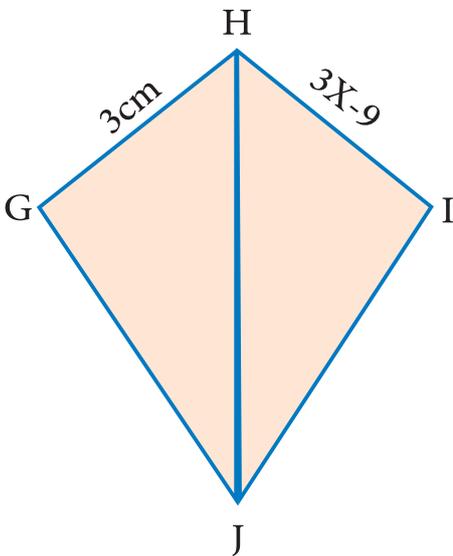
**الحالة الثالثة:** (تطابق زاويتين والضلع المحدد بينهما) يتطابق مثلثان اذا تطابقت زاويتان والضلع المحدد بينهما (الواصل بينهما) مع نظائرها من المثلث الاخر.



مثال (3) في الشكل المجاور :

- \* الزاوية  $\angle BAC \cong \angle B'A'C'$  ( تنطبق على الزاوية  $\angle B'A'C'$  )
  - \* الزاوية  $\angle ACB \cong \angle A'C'B'$  ( تنطبق على الزاوية  $\angle A'C'B'$  )
  - \* الضلع  $\overline{AC} \cong \overline{A'C'}$  ( ينطبق على الضلع  $\overline{A'C'}$  )
- أي أن :  $\triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$  (ض ز ض)

مثال (4) في الشكل المجاور :



\* جد قيمة X التي تجعل  $\triangle GHJ \cong \triangle IHJ$ .

- \* اذا كان قياس  $\angle HIJ$  يساوي  $87^\circ$  فما قياس  $\angle HGJ$  ؟
- \* اذا كان قياس  $\angle IJH$  يساوي  $30^\circ$  فما قياس  $\angle HJG$  ؟

من خواص التطابق (تساوي الأضلاع المتناظرة)	$3X-9=3$ *
علاقة الجمع بالطرح	$3X=3+9$
تبسيط	$3X=12$
الناتج	$X=4$

من خواص التطابق (تساوي الزوايا المتناظرة) بالتعويض

$m\angle HGJ = m\angle HIJ$  \*

اذن :  $m\angle HGJ = 87^\circ$

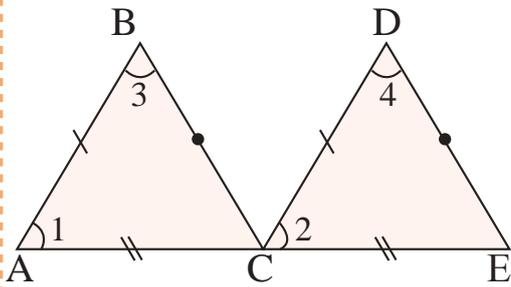
من خواص التطابق (تساوي الزوايا المتناظرة) بالتعويض

$m\angle IJH = m\angle HJG$  \*

اذن :  $m\angle HJG = 30^\circ$

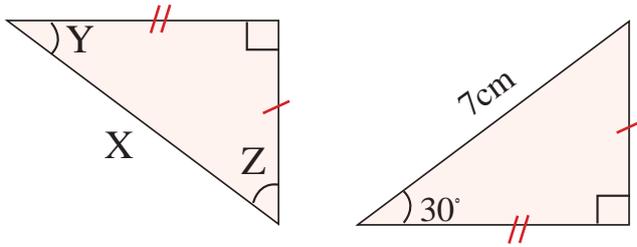
الأسئلة : (1 - 3)  
مشابه للأمثلة (1 - 3)

1 لاحظ الشكل المجاور إذا كان  $\Delta ABC \cong \Delta CDE$  أكمل الجدول:



العناصر المتطابقة	حالة التطابق
$m \angle 1 = m \angle 2, m \angle 3 = m \angle 4$ $AB = CD$	
$m \angle 1 = m \angle 2, AB = CD$ $AC = CE$	
$AB = CD, AC = CE$ $BC = DE$	

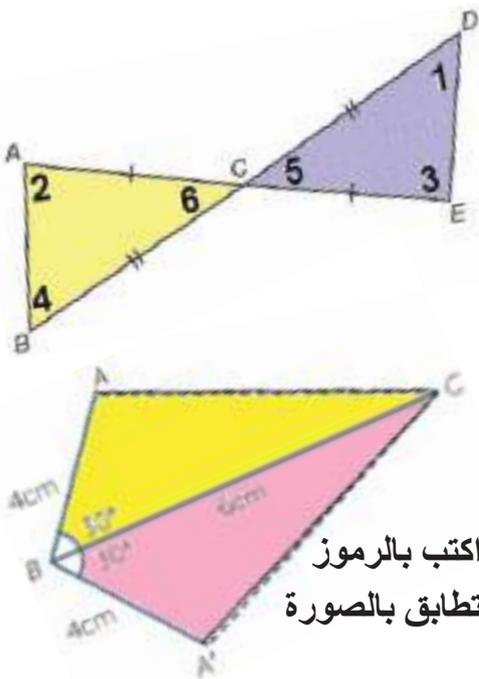
2 جد قيمة X, Y, Z المؤشرة في الشكل المجاور إذا المثلثان متطابقان.



السؤال 4  
مشابه للمثال 4

تدرب وحلّ التمرينات

3 لاحظ الشكل المجاور  $\overline{AB} \parallel \overline{DE}$  ،  $\Delta ABC \cong \Delta CED$  ، أكمل الجدول



العناصر المتطابقة	حالة التطابق
	ضلعان وزاوية محددة بينهما
	زاويتان وضلع محدد بينهما
	ثلاثة أضلاع

4 أنظر إلى المثلثين  $\Delta ABC, \Delta A'B'C'$  في الشكل المجاور ثم اكتب بالرموز أسماء الزاويتين المتطابقتين والضلعين المتساويين ثم عبر عن التطابق بالصورة الرمزية وبين نوع التطابق .

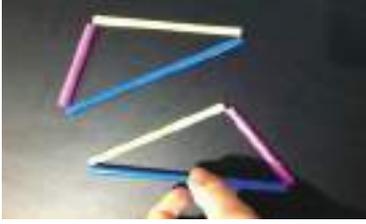
## تدرب وحلّ مسائل حياتية



**بناءً:** انظر الى الشكل المجاور للنافذتين .

5 كم مثلثا متطابقا تستطيع ان تحصي ؟

6 اي نوع من التطابق بين المثلثات الموجودة فيها ؟



**تسليّة:** انظر الى المثلثين في الشكل المجاور

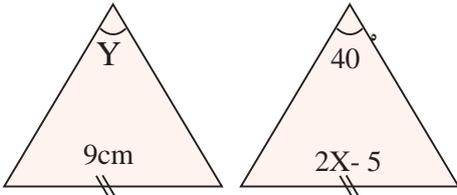
7 ما نوع التطابق بين المثلثين ؟

8 حاول (عملياً) باستخدام نفس الاسلوب اظهار بقية حالات التطابق .



9 **حديقة:** حديقة ازهار قسمت كما هو موضح بالشكل المجاور

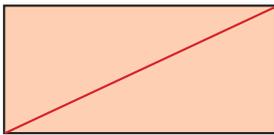
اثبت ان :  $\Delta ADC \cong \Delta BCD$



10 **هندسة:** من المثلثين المتطابقين المتجاورين جد قيمة  $X, Y$ .

## فكر

11 **تحذّر:** هل يتطابق المثلثان القائمزاوية اللذان يتساوى طولاً وترّ وأحد الضلعين القائمين في

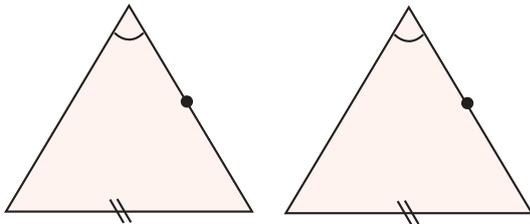


احدهما مع نظيريتهما من المثلث الاخر؟ فسر اجابتك.

12 **مسألة مفتوحة:** وضح ما الفرق بين تطابق مثلثين وتشابه مثلثين ؟

13 **حسّ عدديّ:** اذا رسمنا قطر المستطيل تكون لدينا مثلثان ؟ هل المثلثان متطابقان ؟ لماذا ؟

14 **اصح الخطأ:** قالت تمارة ان المثلثين كما مبين في الشكل أدناه متطابقان.



بيّن خطأ تمارة وصحّحه.

## اكتب

الحالات التي لا يتطابق بها المثلثين وأعط امثلة توضيحية لها مع الرسم .

## خواص المثلثات (متساوي الساقين، متساوي الاضلاع ، قائم الزاوية) Properties of Triangles (Isosceles triangle, Equilateral triangle Right-angled triangle)



## تَعَلَّم

يمكن تصنيف المثلثات

تبعاً لأطوال أضلاعها الى :

1 - مثلث متساوي الساقين

2 - مثلث متساوي الاضلاع

3 - مثلث قائم الزاوية

سنقوم بالتعرف على خواص كل منها بالتفصيل .

## فَكْرَةُ الدرس

• التعرف الى خواص

المثلثات (متساوي

الساقين، متساوي

الاضلاع، قائم الزاوية)

## المفردات

• قاعدة المثلث

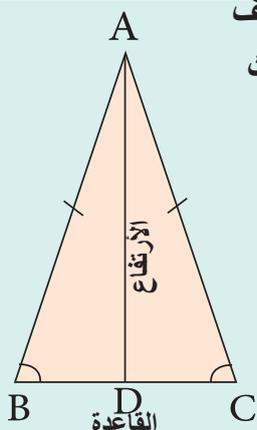
• زاوية الرأس

• ارتفاع المثلث

تعلمت سابقاً أنواع المثلثات حسب أطوال أضلاعها وبحسب قياس زواياها وفي هذا الدرس سنتعرف الى خواص مثلث متساوي الساقين ومتساوي الأضلاع ومثلث قائم الزاوية.

## [5-3-1] خواص المثلث المتساوي الساقين

## Properties of Isosceles Triangle



**المثلث المتساوي الساقين:** هو مثلث فيه ضلعان متساويان ، يسمى الضلع الثالث المختلف بالطول عن الضلعين المتساويين بقاعدة المثلث كما تسمى النقطة المقابلة لقاعدة المثلث برأس المثلث .

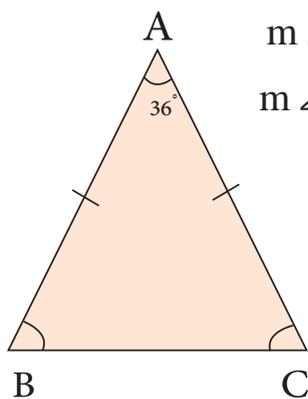
## خواص المثلث المتساوي الساقين:

تتساوى قياس زاويتا القاعدة المقابلتين للضلعين المتساويين ،  $m \angle B = m \angle C$  ، أي مثلث فيه زاويتان متساويتان يكون مثلث متساوي ساقين  
منصف زاوية رأس المثلث المتساوي الساقين يكون عمودياً على القاعدة وينصفها.

$$BD = DC , AD \perp BC$$

مثال (1) في الشكل المجاور اذا كان قياس  $\angle BAC = 36^\circ$  ، وكان المثلث ABC متساوي الساقين

جد قياس الزاوية ABC :



$$m \angle ABC = m \angle ACB = X$$

$$m \angle A + m \angle B + m \angle C = 180^\circ$$

$$36^\circ + X + X = 180^\circ$$

$$36^\circ + 2X = 180^\circ$$

$$2X = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$$

$$X = \frac{144}{2}$$

$$m \angle ABC = 72^\circ$$

مثلث متساوي الساقين  $AB=AC$  ،

مجموع زوايا اي مثلث تساوي  $180^\circ$  ،

بالتعويض

بالتبسيط

علاقة الجمع بالطرح

قسمة طرفي المعادلة على 2

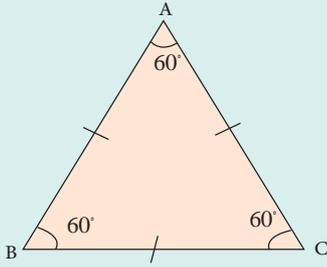
## [2-3-5] خواص المثلث المتساوي الأضلاع

### Properties of Equilateral Triangle

**المثلث المتساوي الأضلاع:** هو المثلث الذي تكون أضلاعه الثلاثة متساوية بالقياس ، ويمكن تسميته أيضاً بالمثلث المنتظم .

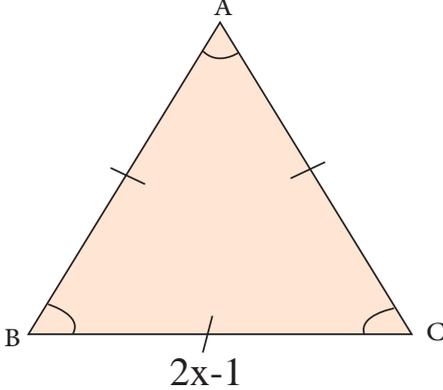
**خواص المثلث المتساوي الأضلاع .**

- تكون جميع زواياه متساوية بالقياس وقياس كل منها يساوي  $60^\circ$  .
- أي مثلث تكون جميع زواياه متساوية بالقياس تتساوى قياسات جميع أضلاعه .



#### مثال (2)

في الشكل المجاور مثلث متساوي الأضلاع محيطه 57cm . جد طول كل ضلع ثم جد قيمة X .



$$19 = \frac{57}{3} = \frac{\text{محيط المثلث متساوي الأضلاع}}{3} = \text{طول الضلع}$$

ولإيجاد قيمة x :

$$2x-1=19$$

$$2x = 19 + 1$$

$$2x = 20$$

$$x = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

أكتب معادلة السؤال

علاقة الجمع بالطرح

تبسيط

قسمة طرفي المعادلة على 2

## [3-3-5] خواص المثلث القائم الزاوية

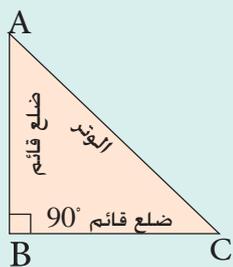
### Properties of Right-Angled Triangle

**المثلث القائم الزاوية:** هو المثلث الذي يكون فيه ضلعان متعامدان أي أن (الزاوية بينهما قائمة وتساوي  $90^\circ$ ) نسمي الضلع المقابل للزاوية القائمة بـ (الوتر) وهو أطول أضلاع المثلث ، كما نسمي الضلعين الآخرين بالضلعين القائمين .

**خواص المثلث القائم الزاوية (مبرهنة فيثاغورس)**

في أي مثلث قائم الزاوية يكون مجموع مربع طول الضلعين القائمين مساوياً لمربع طول الوتر.

يمكننا التعبير عن هذه المبرهنة رياضياً كالآتي :  $AC^2 = AB^2 + BC^2$



#### مثال (3)

أستعمل الشكل المجاور، وجد طول BC

المثلث ABC متساوي الساقين  $AD \perp BC$

المعطيات

$$AC^2 = AD^2 + DC^2$$

(مبرهنة فيثاغورس)

$$5^2 = 4^2 + X^2$$

بالتعويض

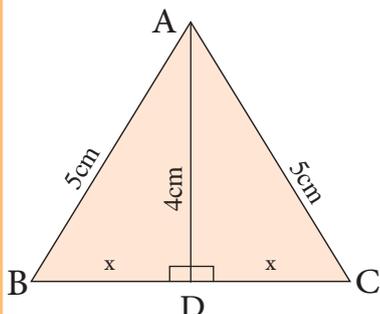
$$25 = 16 + X^2$$

بالتبسيط

$$X^2 = 25 - 16 \implies X^2 = 9 \implies X = 3 \text{ cm}$$

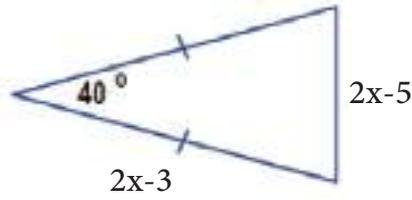
علاقة الجمع بالطرح ، الجذر التربيعي للطرفين

من المعطيات نجد أن طول الضلع BC يساوي 6cm (من خواص المثلث المتساوي الساقين)

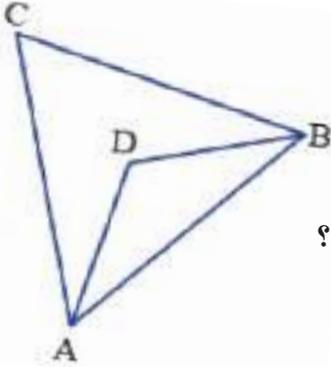


## تأكّد من فهمك

1 في المثلث المتساوي الساقين المجاور إذا علمت أنّ المحيط 19 cm. جد قيمة  $x$  ، وطول كل ضلع وقياس الزاويتين الباقيتين .



2 المثلث ABC متساوي الاضلاع ،  $\overline{AD}$  ،  $\overline{BD}$  منصفان للزاويتين CAB و CBA. جد قياس الزاوية ADB .

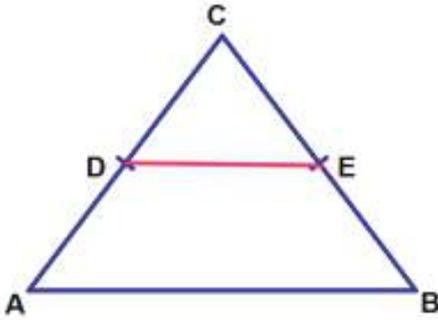


3 مثلث اطوال اضلاعه 6 cm ، 10 cm ، 8 cm. هل المثلث قائم الزاوية؟  
وضح ذلك مع الرسم .

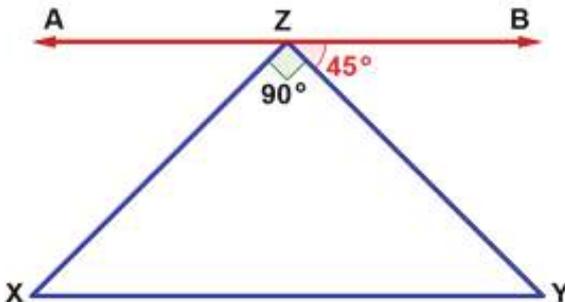
(الأسئلة : 1 - 3)  
مشابه للأمتة (1 - 3)

## تدرب وحلّ التمرينات

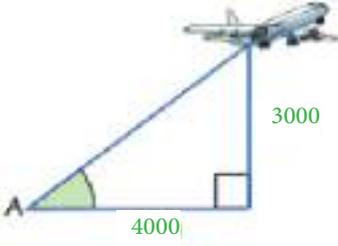
4 في الشكل المجاور  $m\angle CAB = m\angle CBA$  بين لماذا يكون المثلث CDE متساوي الساقين؟  
توازي  $\overline{DE}$   $\overline{AB}$  .



5 في الشكل المجاور  $\triangle XYZ$  قائم الزاوية في Z ، رسم المستقيم AB ماراً بالرأس Z وموازياً للقاعدة  $\overline{XY}$  ،  $m\angle BZY = 45^\circ$  . اثبت أنّ المثلث XYZ متساوي الساقين .



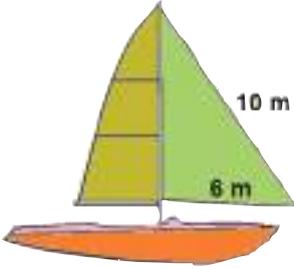
## تدرب وحلّ مسائل حياتية



6 **بناء:** في الشكل التوضيحي المجاور، جد المسافة بالأمتار بين الطائرة والنقطة A .

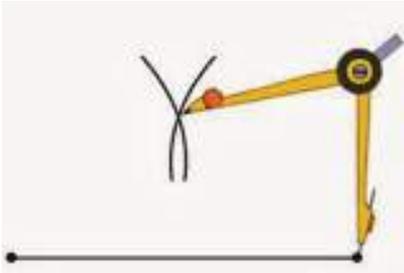


7 جد قيمة x في الشكل المجاور اذا علمت أنّ طول السلم 13m .



8 في القارب الشراعي الموضح بالشكل المجاور استخراج ارتفاع الجزء الاخضر من الشراع ثم احسب مساحته .

## فكّر



9 **تحذّر:** باستخدام الفرجال والمسطرة حاول ان ترسم مثلثا متساوي الاضلاع طول ضلعه 4cm . ( انظر للصورة واستنتج الطريقة ) .

10 **مسألة مفتوحة:** ما قياس كل زاوية في مثلث قائم الزاوية ومتساوي الساقين ؟ وضح اجابتك بالرسم .

11 **حسّ عدديّ:** هل يوجد مثلث قائم الزاوية متساوي الاضلاع في ان واحد ؟ وضح بامثلة عددية.

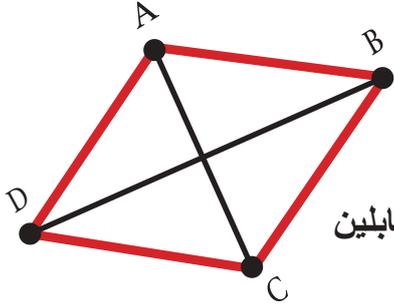
12 **اصح الخطأ:** يدعي أحمد أنّ المثلث الذي أطوال أضلاعه 4cm , 3cm , 2cm يمثل أضلاع مثلث قائم الزاوية ، أكتشف خطأ أحمد وصححه.

## أكتب

ثلاثة مجموعات من الأعداد الصحيحة الموجبة التي تنطبق عليها الصيغة الرياضية لمبرهنة فيثاغورس.

## تعلم

الشكل الهندسي المجاور ABCD يمثل متوازي



الأضلاع إذا :

$$1) \overline{AB} \parallel \overline{CD} , \overline{AD} \parallel \overline{BC}$$

$$2) AB = CD , AD = BC$$

ويسمى المستقيم الواصل بين كل راسين متقابلين

بقطر متوازي الاضلاع  $\overline{BD} , \overline{AC}$ 

## فكرة الدرس

• استعمال خصائص

متوازي الاضلاع

والمستطيل والمعين وشبه

المنحرف في حل المسائل

الهندسية

المفردات

• متوازي الاضلاع

• المعين

• شبه المنحرف

## Parallelogram

## ] 5-4-1 [ متوازي الاضلاع

تعرفت سابقا الى متوازي الاضلاع بأنه شكل رباعي كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان ، والان سوف نتعرف الى مبرهنات وخصائص متوازي الاضلاع وكيفية استعمالها في حل المسائل الهندسية .

## نظريات خصائص متوازي الاضلاع:

\* كل ضلعين متقابلين في متوازي الاضلاع يتطابقان  $AD = BC , AB = DC$ 

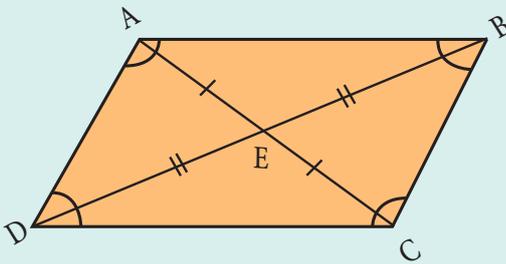
\* كل زاويتين متقابلتين في متوازي الاضلاع متساويتان بالقياس

$$m \angle A = m \angle C , m \angle B = m \angle D$$

\* كل زاويتين متتاليتين في متوازي الاضلاع تتكاملان

$$m \angle A + m \angle D = 180^\circ , m \angle D + m \angle C = 180^\circ$$

$$m \angle C + m \angle B = 180^\circ , m \angle B + m \angle A = 180^\circ$$

\* قطرا متوازي الاضلاع متناصفان  $AE = EC , BE = ED$ \* المثلثان  $DAB , DCB$  متطابقان ، المثلثان  $ABC , ADC$  متطابقان\* المثلثان  $EBA , ECD$  متطابقان ، المثلثان  $EBC , EAD$  متطابقان

مثال (1) أستعمل خصائص متوازي الاضلاع لاجاد قياسات زاوية C وزاوية D بالدرجات ، وطول كل

من الضلع AB والضلع DC بالسنتمتر من الشكل المجاور .

$$m \angle C + m \angle D = 180^\circ \quad \text{زاويتان متكاملتان}$$

$$2x + 5^\circ + 4x - 35^\circ = 180^\circ \quad \text{بالتعويض بقيمة الزاوية}$$

$$6x - 30^\circ = 180^\circ \Rightarrow 6x = 210^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$$

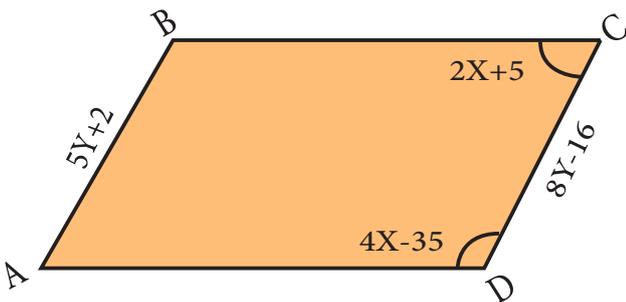
$$m \angle C = 75^\circ , m \angle D = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ$$

$$8y - 16 = 5y + 2 \quad \text{ضلعان متقابلان متطابقان}$$

$$8y - 5y = 2 + 16 \Rightarrow y = 6 \quad \text{بحل المعادلة}$$

$$AB = 5 \times 6 + 2 = 32 \text{ cm}$$

$$DC = 8 \times 6 - 16 = 32 \text{ cm}$$



**المعين:** هو متوازي أضلاع فيه ضلعان متجاوران متساويان.

**نظريات خصائص المعين:**

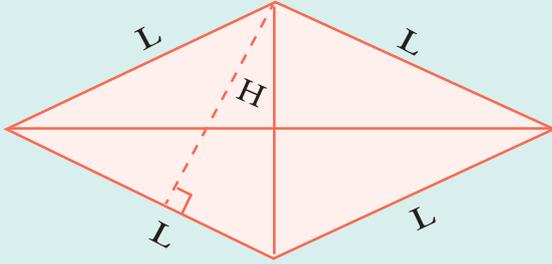
\* قطرا المعين متعامدين

\* كل قطر ينصف الزاويتين عند طرفيه

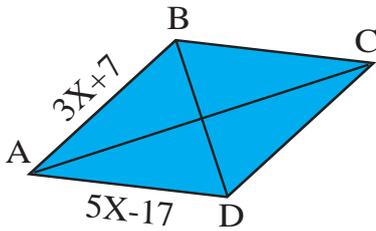
مساحة المعين = طول الضلع  $\times$  الارتفاع اي :  $A = H \times L$

أو ( نصف حاصل ضرب طول قطريه ) .

المحيط =  $4 \times$  طول الضلع اي :  $P = 4 \times L$



**مثال (2)** استعمل خصائص المعين لتجد طول الضلع BC ومحيط المعين .



i)  $AD = AB$

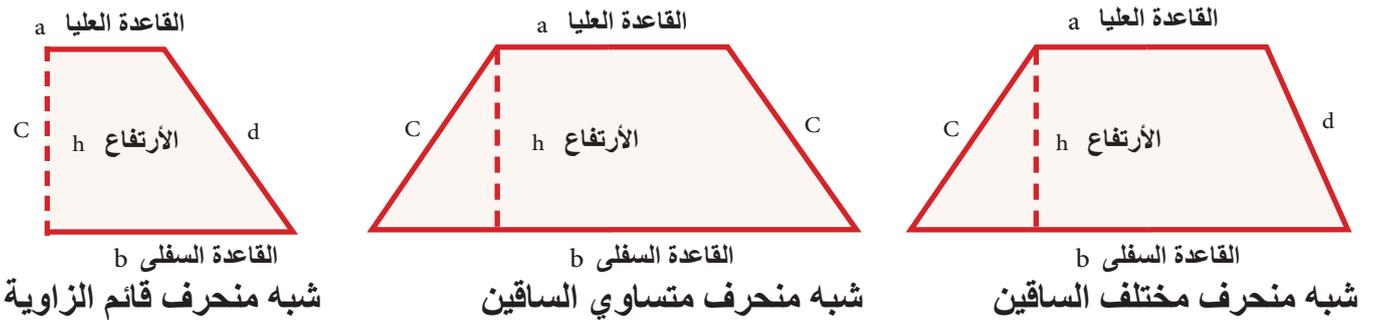
$$5x - 17 = 3x + 7 \Rightarrow 5x - 3x = 17 + 7 \Rightarrow x = 12$$

$$BC = AD \Rightarrow 5 \times 12 - 17 = 43 \text{ cm}$$

ii)  $P = 4 \times L$

$$P = 4 \times 43 = 172 \text{ cm}$$

تعرفت سابقا الى شبه المنحرف وهو شكلٌ رباعيٌّ مختلف الاطوال فيه ضلعان متوازيان يسميان قاعدتي شبه المنحرف وآخرين غير متوازيين يسميان ساقي شبه المنحرف ، إذا كان الضلعان غير المتوازيين متساويين سمي شبه منحرفٍ متساوي الساقين ، وإذا كانت إحدى زواياه قائمةً سمي شبه منحرفٍ قائم الزاوية .



شبه منحرف قائم الزاوية محيط شبه المنحرف  $P = a + b + c + d$

مساحة شبه المنحرف  $A = \frac{1}{2} (a + b) \times h$

**مثال (3)** (i) جد مساحة شبه المنحرف الذي طولاه ضلعين متوازيين فيه 8cm , 12cm وارتفاعه

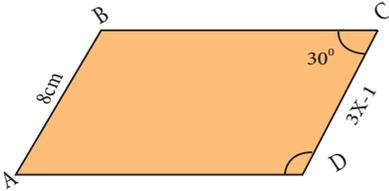
$$A = \frac{1}{2} (a + b) \times h = \frac{1}{2} (8 + 12) \times 4 = 40 \text{ cm}^2$$

4cm

(ii) جد محيط شبه منحرف متساوي الساقين طول كل منهما 8cm وطول قاعدته العليا 5cm وطول قاعدته السفلى 10cm .

$$P = a + b + c + d = 5 + 10 + 8 + 8 = 31 \text{ cm}$$

## تأكّد من فهمك

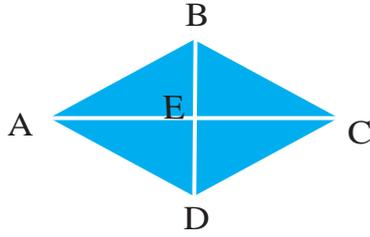


1 استعمل خصائص متوازي الاضلاع للشكل المجاور لتجد كل من :

$$\overline{CD}, m\angle A, m\angle D$$

2 أوجد محيط متوازي الأضلاع إذا علمت أنّ طول احد أضلاعه 8cm وطول ضلعه المجاور ثلاثة

امثاله.



3 الشكل المجاور ABCD متوازي اضلاع فيه

$$m\angle BCE + m\angle ADE = 90^\circ$$

4 معين مساحته  $300\text{cm}^2$  وارتفاعه 15cm فما طول ضلعه ؟

5 معين محيطه 36cm فما طول ضلعه ؟

6 شبه منحرف طول القاعدتين المتوازيتين العليا والسفلى على التوالي

9cm, 7cm وارتفاعه 3cm فما مساحته ؟

7 شبه منحرف متساوي الساقين مساحته  $90\text{cm}^2$  وارتفاعه 5cm جد طول كل

من قاعدتيه اذا علمت ان طول قاعدته العليا نصف طول قاعدته السفلى .

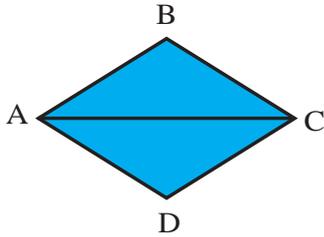
الأسئلة : (1-5)

مشابه للمثال 2

الأسئلة : (6 - 7)

مشابه للمثال 3

## تدرب وحلّ التمرينات



8 الشكل المجاور فيه  $AB = BC$  و  $\overline{AC}$  منصف الزاويتين A, C

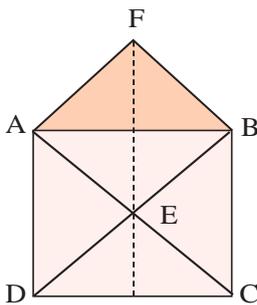
برهن أنّ الشكل ABCD يمثل متوازي أضلاع .

9 الشكل المجاور ABCD مربع ، مثلث قائم الزاوية في F

ومتساوي الساقين . برهن أن :

(i) AFBE يمثل مربعاً ، (ii) FE ينصف DC .

(iii) AFED يمثل متوازي أضلاع .



10 ABCD يمثل معيناً ، النقاط E, F, G, H منتصفات أضلاعه ،

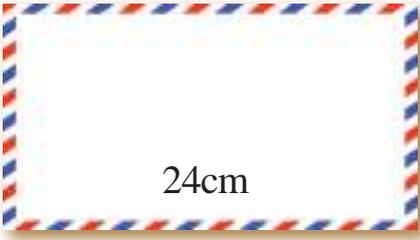
برهن أنّ الشكل EFGH يمثل مستطيلاً .

11 معين طول قطريه المتعامدين 10cm , 8cm فما مساحته ؟

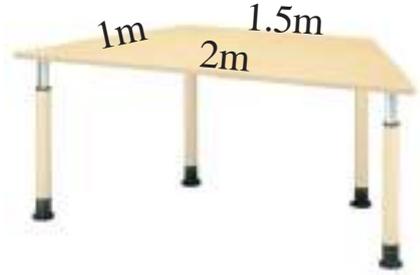
12 شبه منحرف طول القاعدتين المتوازيتين العليا والسفلى 16cm , 20cm ومساحته  $180\text{cm}^2$

فما ارتفاعه ؟

## تدرب وحلّ مسائل حياتية



13 **ظرف بريدي:** في الشكل المجاور ظرف بريدي ، اذا علمت ان عرض الظرف نصف طوله فما مساحة وجهه؟



14 **أثاث منزلي:** سطح اللوح الخشبي المستخدم في المنضدة بشكل شبه منحرف متساوي الساقين احسب محيطه .



15 **حديقة:** قطعة أرض زراعية مستطيلة الشكل، شجرت لجعلها حديقة عامة ، اريد تحويطها بسياج ، فاذا كانت ابعادها ، 40m ، 80m فما طول السياج اللازم استعماله لاحاطتها ؟

## فكّر

16 **تحذ:** شبه منحرف يبلغ طول قاعدته الصغرى 3cm مقسم على ثلاث اشكال مثلثين ومستطيل يبلغ ارتفاع شبه المنحرف 4cm و طول الضلع القائم للمثلث الاول 2cm و طول الضلع القائم للمثلث الثاني 1cm فاحسب مساحة شبه المنحرف بطريقتين.

17 **مسألة مفتوحة:** هل يمكن اعتبار كل مستطيل متوازي اضلاع ولا يمكن اعتبار كل متوازي اضلاع مستطيلاً؟

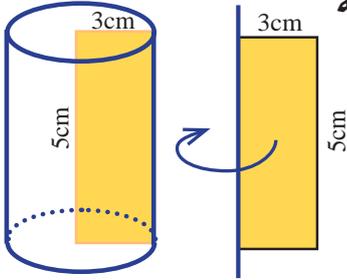
18 **حسن عددي:** ما الفرق بين المعين والمربع ؟ ارسم وأشر إلى الاجزاء المختلفة .

## أكتب

خواص شبه المنحرف المختلف الساقين وشبه المنحرف متساوي الساقين .

## تَعَلَّم

لدينا مستطيل ابعاده 5 cm ، 3cm ثبتت على سلك معدني عمودي ودور كما مبين في الشكل المجاور باستخدام محرك نلاحظ تولد الشكل الذي نسميه بالاسطوانة الدائرية القائمة لاحظ ان نصف قطر قاعدة الاسطوانة المتولدة وارتفاعها هما قيمة ابعاد المستطيل .



خذ علبةً مرطبات اسطوانية وتخلص من القاعدتين ثم قصها عمودياً . وأفرد القطعة المعدنية ستلاحظ انها تمثل شكل مستطيل .

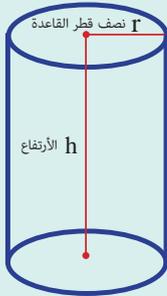
## فكرة الدرس

- التعرف الى خصائص كل من الاسطوانة والكرة وكيفية ايجاد المساحة السطحية والحجم لكل منهما
- المفردات
- نصف القطر، الارتفاع
- المساحة الجانبية
- المساحة الكلية
- الحجم

## Cylinder

## [ 5-5-1 ] الاسطوانة:

هي مجسم له قاعدتان دائريتان متوازيتان ومتطابقتان ومحاط بسطح جانبي أسطواني. ويسمى المستقيم المارً بمركز القاعدتين محور الاسطوانة ويسمى المستقيم المماس للقاعدتين والموازي لمحور الاسطوانة مولد الاسطوانة. مولدات الاسطوانة الواحدة متساوية فيما بينها بالطول. أما العمود المحدد بين قاعدتي الاسطوانة فانه يسمى ارتفاع الاسطوانة ويرمز له بالرمز h . إذا كان مولد الاسطوانة عمودياً على قاعدتها سميت الاسطوانة (اسطوانة قائمة) ويكون ارتفاعها مساوياً لمولدها، وإذا كان مولد الاسطوانة مائلاً على قاعدتها سميت (أسطوانة مائلة).



حجم الاسطوانة الدائرية القائمة:  $V = \pi r^2 h$

المساحة الجانبية:  $LA = 2\pi r h$

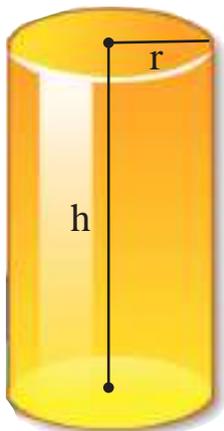
المساحة الكلية تساوي مجموع المساحة الجانبية مع مساحة القاعدتين اي:

$$TA = 2\pi r h + 2\pi r^2$$

## مثال (1)

أسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها 7 cm وارتفاعها 12 cm أحسب مساحتها

الجانبية ثم احسب ، مساحتها الكلية و حجمها .



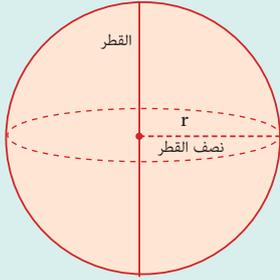
(i) المساحة الجانبية  $LA = 2\pi r h = 2 \times 7 \times \frac{22}{7} \times 12 = 528 \text{ cm}^2$

(ii) المساحة الكلية  $TA = 2\pi r h + 2\pi r^2 = 528 + 2 \times \frac{22}{7} \times 7^2$

$$= 528 + 308 = 836 \text{ cm}^2$$

(iii) الحجم  $V = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7^2 \times 12 = 1848 \text{ cm}^3$

الكرة : مجسمٌ مستديرٌ (محدد بسطح كروي) من خصائصه إن كل نقطة من نقاط سطحه تبعد بأبعاد متساوية عن نقطة معينة ثابتة في داخله تسمى مركز الكرة، وكل مستقيم يمر بمركز الكرة وينتهي طرفاه بسطحها يسمى قطر الكرة، أما نصف قطر الكرة فهو الخطّ الواصل بين مركز الكرة وأي نقطة من نقاط سطحها.



$$\text{حجم الكرة: } V = \frac{4\pi}{3} r^3$$

$$\text{المساحة السطحية: } SA = 4\pi r^2$$

مثال (2)

جد المساحة السطحية والحجم للكرة التي نصف قطرها 7 cm .



$$\text{(i) المساحة السطحية } SA = 4 \pi r^2 = 4 \times \frac{22}{7} \times 7^2 = 616 \text{ cm}^2$$

$$\text{(ii) الحجم } V = \frac{4}{3} \pi r^3$$

$$V = \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7^3 = \frac{4312}{3} \approx 1437 \text{ cm}^3$$

مثال (3)

حصالة النقود: صنع نموذج مصغر لحصالة نقود على شكل اسطوانة نصف قطرها

10 cm وارتفاعها 30 cm تعلوها نصف كرة احسب الحجم والمساحة السطحية لها .

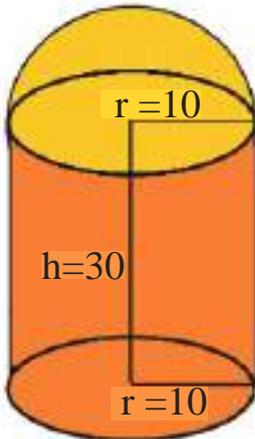
**حجم حصالة النقود = حجم الاسطوانة + حجم نصف كرة**

$$V = \pi r^2 h + \left(\frac{1}{2}\right) \frac{4}{3} \pi r^3 \quad (= \pi) 10 (2) 30 \left(+ \frac{1}{2}\right) \frac{4}{3} \pi 10^3 \quad (($$

$$V = 3000 \times 3.14 + \frac{2000}{3} \times 3.14 \approx 9420 + 2093.3$$

$$V = 11513.3 \text{ cm}^3$$

**المساحة الكلية = المساحة الجانبية للاسطوانة + مساحة قاعدة واحدة + نصف المساحة السطحية للكرة**



$$TA = 2\pi r h + \pi r^2 + \left(\frac{1}{2}\right) 4 \pi r^2 \quad ($$

$$TA = 2)3.14(10)30(+)3.14(10)^2 + 2)3.14(10)^2$$

$$TA = 1884 + 314 + 628 = 2826 \text{ cm}^2$$

## تأكّد من فهمك

- 1 أنبوب أسطواني دائري قائم مجوف طوله 21m ونصف قطره الداخلي 9m فما حجمه؟
- 2 جد المساحة السطحية والحجم للكرة التي نصف قطرها 10m.
- 3 صنّع خزان للوقود على شكل أسطوانة نصف قطر قاعدتها 3m وارتفاعها 9m تعلوها نصف كرة احسب الحجم والمساحة السطحية للخزان .
- 4 مستودع وقود كروي الشكل مساحته السطحية  $576\pi \text{ m}^2$  . جد حجمه .
- 5 إناء على شكل نصف كرة مساحته السطحية  $128\pi \text{ cm}^2$  . جد حجمه
- 6 دورق أسطواني الشكل حجمه  $128\pi \text{ cm}^3$  وارتفاعه 8cm جد مساحته الجانبية .
- 7 إذا كانت نسبة حجم كرة نصف قطرها  $r_1$  الى حجم كرة ثانية نصف قطرها  $r_2$  تساوي  $\frac{8}{125}$  جد نسبة المساحة السطحية للكرة الاولى الى المساحة السطحية للكرة الثانية .

(الأسئلة : 1 - 7)

مشابه للأمثلة (1 - 3)

## تدرب وحلّ التمرينات

- 8 كرة من الرصاص نصف قطرها 6cm صهرت وصنع منها كرات صغيرة متماثلة لالعب الاطفال نصف قطر كل منها 1cm احسب عدد الكرات الصغيرة المتولدة من ذلك .
- 9 كرة خشبية حجمها  $2304\pi \text{ cm}^3$  وضعت في الماء فكان الجزء الطافي نصفها ، جد نصف قطر دائرة تقاطع سطح الماء مع سطح الكرة.
- 10 إذا علمت أنّ المساحة السطحية لكرة تساوي  $1256\text{cm}^2$  فما طول نصف قطر الكرة؟
- 11 كرتان النسبة بين حجميهما كنسبة 8:27 جد النسبة بين مساحتي سطحيهما.
- 12 جد نصف قطر الكرة التي مساحتها السطحية تساوي  $100\pi \text{ cm}^2$  ومن ثم جد حجمها.
- 13 قطعة ورق على شكل مستطيل طوله 33cm وعرضه 14cm طويت قاعدته بحيث يكون سطح الورقة على هيئة سطح أسطواني دائري قائم جد حجم الأسطوانة الناشئة لاقرب عدد صحيح.

## تدرب وحلّ مسائل حياتية



14 **سائل:** جد سعة الكوب المجاور اذا علمت أن قطر القاعدة 7cm وارتفاعه 10cm .



15 **صناعة:** احسب مقدار ما تتسع له العلب الاسطوانية الأربعة المتماثلة الحجم اذا علمت ان نصف قطر قاعدتها 3.5cm، وارتفاعها 10cm. ثم جد المساحة اللازمة من اللوح المعدني المستخدم لصناعتها كلها .



16 **هندسة:** من المباني الشهيرة في العالم بناية تعرف باسم قبة مونتريال في كندا وهي كرة مستديرة من الزجاج الشفاف قطرها 76 m احسب مساحتها السطحية وحجمها .

## فكر

17 **تحذ:** كرة بلاستيكية نصف قطرها 14.7cm طليت بطلاءً بسمك 0.3cm احسب حجم الكرة بعد الطلاء.

18 **مسألة مفتوحة:** ما ارتفاع اسطوانة دائرية قائمة تكفي مساحتها الجانبية لصنع كرة لها نصف قطر الاسطوانة نفسه؟

19 **حسّ عددي:** كأس بشكل نصف كرة نصف قطرها  $r$  ووعاء اسطواني الشكل نصف قطره  $r$  وارتفاعه  $r$  أي منهما يتسع لأكثر كمية من الماء؟

20 **أصح الخطأ:** كتبت ساره قانون حجم الكرة بالشكل  $(\frac{3}{4} \pi r^3)$  ، اكتشف خطأ ساره وصحّحه.

## أكتب

مثالاً لأسطوانتين قائمتين متساويتين بالحجم ومختلفتين بالمساحة الكلية .

## تَعَلَّم

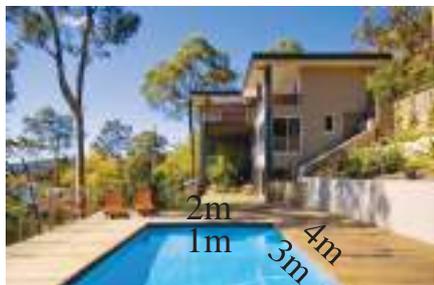
## فكرة الدرس

- إيجاد مساحة الاشكال المستوية المركبة المنتظمة وغير المنتظمة.

## المفردات

- شكلٌ مستوي بسيط
- شكلٌ مستوي مركب

نريدُ حساب مساحة الممر المحيط بالمسبح الموضح بالصورة المجاورة لذا نتبع الخطوات الآتية:



نحدد الشكلين المستويين البسيطين اللذين يتكون منهما هذا الشكل المركب وهما مستطيلين:

- نجد مساحة المستطيل الخارجي
- نجد مساحة المستطيل الداخلي
- نجد مساحة الممر عن طريق طرح

مساحة المستطيل الداخلي من مساحة المستطيل الخارجي

## [ 5- 6- 1 ] مساحة الاشكال المستوية المركبة المنتظمة

## Area of Regular compound Plane shapes

**المستوي المركب المنتظم**: يتكون الشكل المستوي المركب المنتظم من شكلين مستويين بسيطين او أكثر. - لإيجاد مساحته نقسم الشكل المستوي المركب المنتظم إلى اشكالٍ مستويةٍ بسيطةٍ .

## مثال (1)

حاول إيجاد مساحة الممر في الشكل المركب في فقرة تعلم.

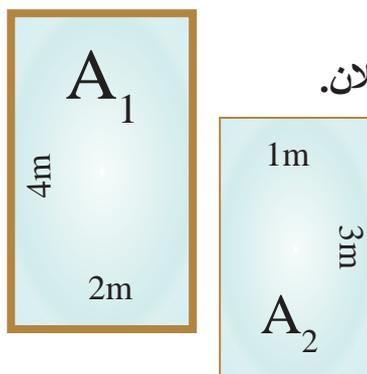
الشكلان المستويان البسيطان اللذان يتكون منهما الشكل المركب هما مستطيلان.

$$A_1 = L \cdot W = 4 \times 2 = 8 \text{ m}^2 \quad \text{نجد مساحة المستطيل الخارجي :}$$

$$A_2 = L \cdot W = 3 \times 1 = 3 \text{ m}^2 \quad \text{نجد مساحة المستطيل الداخلي :}$$

مساحة الممر تساوي حاصل طرح مساحة المستطيل الداخلي من

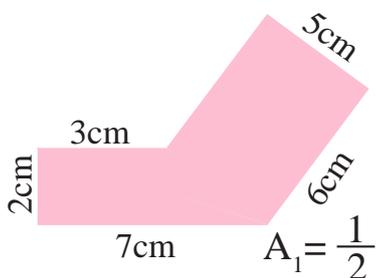
$$A = A_1 - A_2 = 8 - 3 = 5 \text{ m}^2 \quad \text{مساحة المستطيل الخارجي اي :}$$



## مثال (2)

لحساب مساحة الشكل المركب المنتظم المجاور:

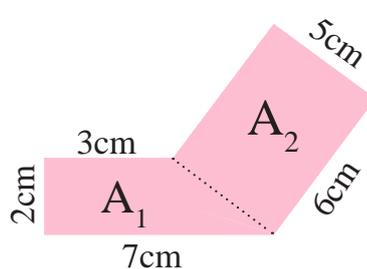
الشكل المركب المنتظم يحتوي على الشكلين المستويين البسيطين اللذين هما شبه المنحرف والمستطيل:



$$A_1 = \frac{1}{2} (a+b) \times h = \frac{1}{2} (3 + 7) \times 2 = 10 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحة شبه المنحرف :}$$

$$A_2 = L \cdot W = 6 \times 5 = 30 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحة المستطيل :}$$

$$A = A_1 + A_2 = 10 + 30 = 40 \text{ cm}^2 \quad \text{مساحة الشكل المركب :}$$

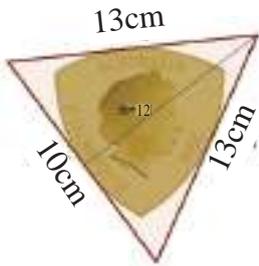


Area of Irregular compound Plane shapes

**المستوي المركب غير المنتظم** : يتكون الشكل المستوي المركب غير المنتظم من شكلين مستويين بسيطين او أكثر غير منتظمين.

لإيجاد مساحته نقسم الشكل المستوي المركب غير المنتظم الى اشكال مستوية منتظمة بسيطة قريبة من شكله نحسب قيمة مساحات الاشكال المستوية البسيطة ونجمع نتائجها وتحسب بوصفها قيمة تقريبية للشكل المستوي المركب غير المنتظم.

**مثال (3)** في الشكل المجاور نموذج لعملة احدى الدول وهي مصممة على شكل مستوي غير منتظم ولحساب قيمة تقريبية لمساحة سطح العملة رسمنا مثلث متساوي الساقين تمس أضلاعه منحني العملة وثبتنا قياسات الاضلاع وارتفاع المثلث كما موضح بالشكل .



**نحسب مساحة المثلث :**  $A = \frac{1}{2} \times b \times h = \frac{1}{2} \times 10 \times 12 = 60\text{cm}^2$   
ونظراً لكون مساحة سطح العملة اقل من مساحة سطح المثلث نقرب الناتج ونقول :  
ان مساحة سطح العملة يساوي تقريباً أقل من  $60\text{cm}^2$

**مثال (4)** لحساب مساحة الشكل المظلل المجاور :  
نقسم الشكل الى الشكلين المستويين البسيطين اللذين يتكون منهما الشكل المركب هما مستطيل ونصف دائرة متماثلتان ( يمكن عددهما دائرة واحدة ) .



$$A_1 = L \cdot W = 12 \times 4 = 48 \text{ m}^2$$

**مساحة المستطيل :**

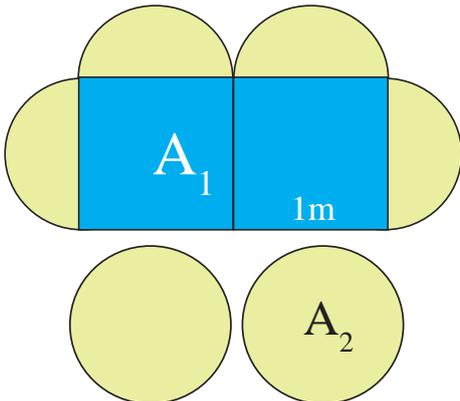
$$A_2 = \pi \times r^2 = 3.14 \times 2^2 = 12.56 \text{ m}^2$$

مساحة الشكل المظلل تساوي حاصل طرح مساحة الدائرة من مساحة المستطيل  $12\text{m}$



$$A = A_1 - A_2 = 48 - 12.56 = 35.44 \text{ m}^2$$

**مثال (5)** جد مساحة سطح الشكل المستوي المركب المبين في ادناه .  
يتكون الشكل المركب من مربعين متماثلين ودائرتين متماثلتين (اربعة انصاف دائرة متماثلة)



$$A_1 = L^2 = 1^2 = 1 \text{ m}^2$$

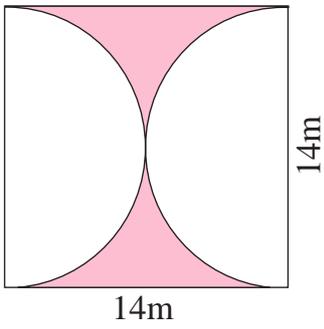
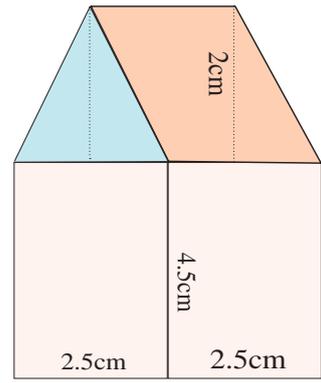
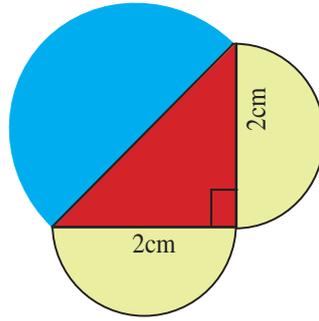
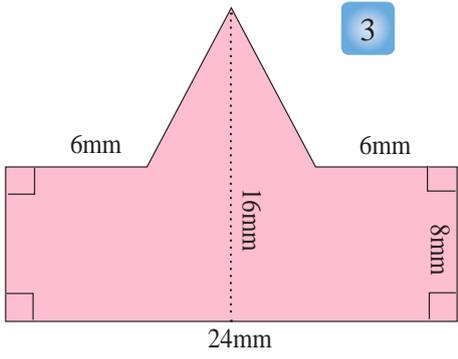
$$A_2 = \pi \times r^2 = 3.14 \times (0.5)^2 = 0.785 \text{ m}^2$$

مساحة الشكل المظلل تساوي

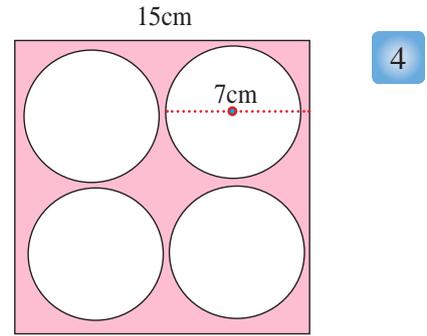
$$A = 2A_1 + 2A_2 = 2 \times 1 + 2 \times 0.785 = 3.57 \text{ m}^2$$

## تأكد من فهمك

جد مساحة السطح المظلل لكل من الأشكال المستوية المركبة الآتية :

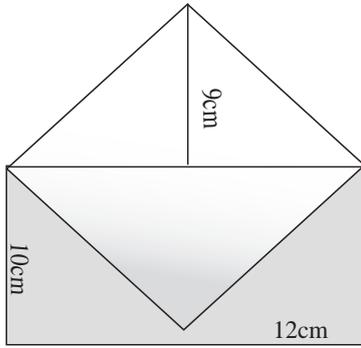


(الأسئلة : 1 - 5)  
مشابه للأمثلة (1 - 5)

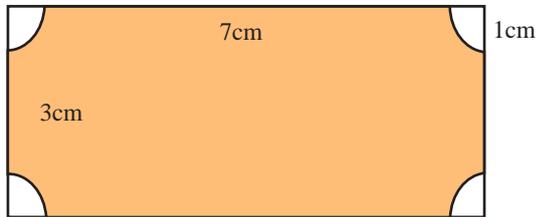


## تدرب وحلّ التمرينات

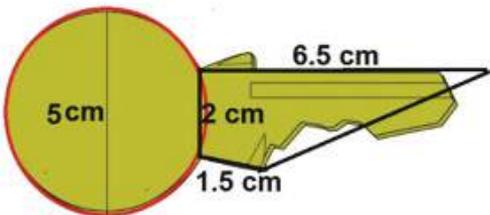
6 جد مساحة سطح الظرف البريدي مفتوح من جهة واحدة  
المبين في الشكل المجاور.



7 جد مساحة السطح المظلل

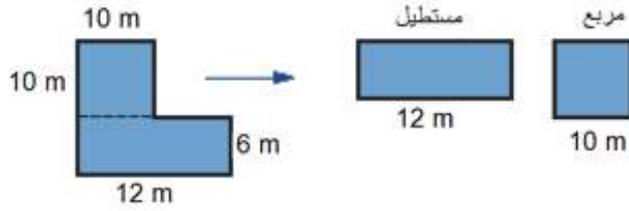


8 جد تقريبا مناسباً لمساحة سطح المفتاح في الشكل المجاور.



## تدريب وحل مسائل حياتية

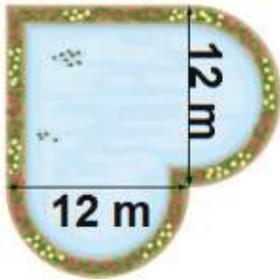
9 ادناه صورة لمسبح مع مخطط لشكل سطحه المستوي المركب . احسب مساحة سطح المسبح.



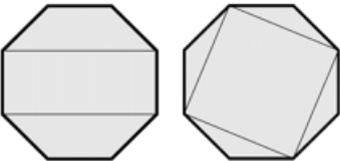
10 في الشكل المجاور خريطة إحدى الدول وهي بلا شك تمثل شكلا مستويا مركبا غير منتظم . ولغرض تقدير المساحة على الخريطة رسم شكلان مستويان بسيطان هما شبه المنحرف والمثلث للاحاطة بحدود الخريطة. مستخدما الأبعاد المثبتة على الشكل جد تقريبا مناسباً للمساحة على الخريطة.

## فكر

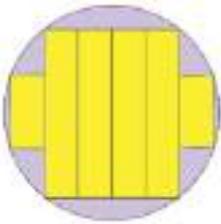
11 **تحذّر:** بالشكل المجاور بركة محاطة بممر من البلاط عرضه 2m . احسب مساحة الممر.



12 **مسألة مفتوحة:** الشكل يوضح طريقتان مختلفتان لإيجاد مساحة مضلع منتظم ذي ثمانية اضلاع . اشرح مضمون الطريقتين ثم ابحث عن طريقة ثالثة .



13 **حسّ عدديّ:** هل يمكن حساب مساحة دائرة بشكل تقريبي عن طريق رسم مستطيلات متجاورة داخلها ماذا يحدث عندما نجعل عدد المستطيلات المرسومة كبيرا جداً؟

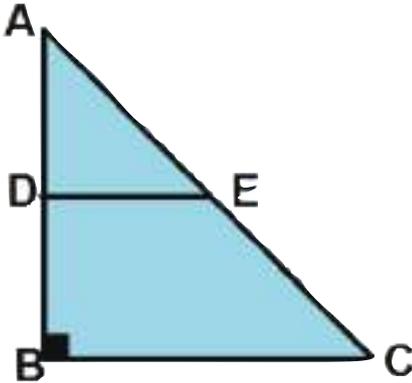


صيغة رياضية لحساب مساحة شكل مستوي مركب مؤلف من  $k$  من المعينات مرسومة متجاورة مع بعضها والتي طول كل من قطريها  $m, n$  من الوحدات .

## اكتب

Chapter Test

1 ABC مثلث متساوي الاضلاع . رسنا المستقيم CE على امتداد الضلع BC. جد :  $m \angle ACE$



2 في الشكل المجاور  $AB=BC$  ،  $DE \parallel BC$  اثبت ان المثلث ADE متساوي الساقين .

3 اعط مثلا مع الرسم تبين فيه عدم امكانية تطابق مثلثين تتساوى فيهما قياسات الزوايا المتناظرة .

اكمل الفراغات الاتية لتكون العبارة صائبة :

4 تكون الزاويتان متطابقتان اذا كان .....

5 عناصر المثلث الستة هي ..... و .....

6 تتطابق المضلعات اذا امكن وضع احدهما على الاخر بحيث .....

7 حالات تطابق مثلثين هي ..... و ..... و .....

8 شبه منحرف متساوي الساقين مساحته  $180\text{cm}^2$  وارتفاعه  $10\text{cm}$  جد طول كل من قاعدتيه اذا علمت

ان طول قاعدته العليا اربعة امثال طول قاعدته السفلى .

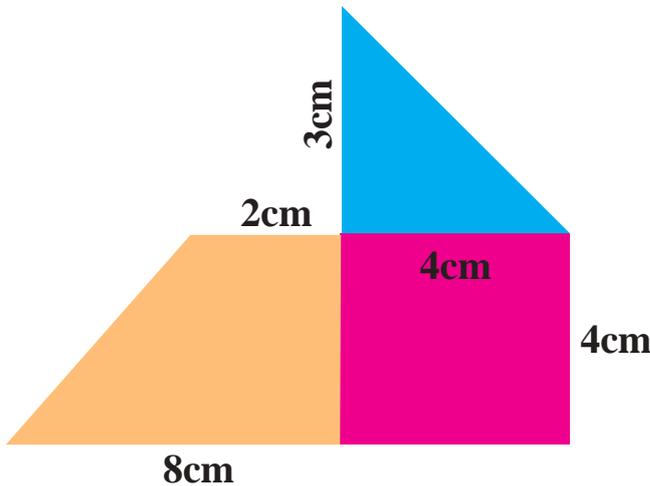
9 جد محيط ومساحة معين طول ضلعه  $4\text{cm}$  وارتفاعه  $6\text{cm}$  .

10 معين طول قطريه المتعامدين  $2.5\text{cm}$  ،  $4\text{cm}$  فما مساحته ؟

11 صنع مصباح منضدي على شكل اسطوانة نصف قطر قاعدتها  $8\text{cm}$  وارتفاعها  $12\text{cm}$  تغلواها نصف

كرة احسب الحجم والمساحة السطحية له.

12 جد مساحة الشكل المركب الاتي :



## Coordinate Geometry

## الهندسة الإحداثية

الدرس 6-1 تمثيل جدول دالة محددة في المستوي الاحداثي

الدرس 6-2 مقدمة في الدوال

الدرس 6-3 الدوال الخطية

الدرس 6-4 الانعكاس والدوران في المستوي الاحداثي

الدرس 6-5 الانسحاب في المستوي الاحداثي

المدرسة المستنصرية: طراز معماري رائع وقطعة معمارية هندسية احداثية فجردان الطبقة العليا من المدرسة مزخرفة من الخارج بزخارف ذات اشكال هندسية احداثية متماثلة وغير متماثلة وهي أقدم جامعات العالم من حيث العلم.

اكتب عبارة جبرية تمثل:

- 1 أقل من  $y$  بخمسة عشر.
- 2 أكثر من  $N$  بثلاثة عشر.
- 3  $T-3$  مقسوم على  $T+3$
- 4  $7^2$  مضروب في  $L-9$ .
- 5 ضعف  $9-w$  مضروب في  $5$ .
- 6 نصف  $w+9$  مضروب في  $y$ .
- 7 ربع  $T+5$  مقسوم على  $T$ .
- 8 الجذر التكعيبي ل  $L-3T$  مضروب في  $2+w$ .
- 9 إذا كانت قاعدة الدالة  $2w-w^2$  والمدخلات  $\{-1, 0, 1\}$  اكتب المخرجات للدالة .
- 10 اكتب قاعدة الدالة للمدخلات والمخرجات الآتية:

المخرجات	قاعدة الدالة	المدخلات
1		1
4		2
9		3
1		-1
4		-2

المخرجات	قاعدة الدالة	المدخلات
0		-2
2		0
4		2

- 11 قاعدة الدالة  $|y| + 2y$  أنشئ جدولاً بيّن فيه المخرجات إذ المدخلات  $\{-1, 0, 1\}$ .
  - 12 أنشئ جدولاً وبيّن فيه المدخلات حيث المخرجات  $\{1, 2, 3\}$  وقاعدة الدالة  $X-2$
- مثل الأزواج المرتبة في المستوي الإحداثي وارسم قطعاً مستقيمةً لتصل بين النقاط في كل ربع، اذكر اسم الشكل الذي حصلت عليه:

13  $A(0,2), B(0,-2), C(3,-2), D(3,2)$

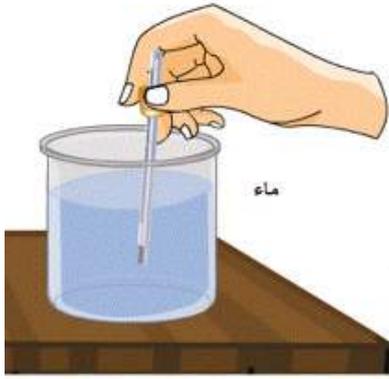
14  $A(-1,3), B(-1,-3), C(-3,0)$

15  $A(-1,1), B(0,2), C(3,2), D(3,1)$

16 وضح كيف يختلف موقع النقطة  $(-3,3)$  عن موقع النقطة  $(3, -3)$  .

## تمثيل جدول دالة محددة في المستوي الاحداثي

## Representing Table Function in Coordinate Plane



أراد عليّ ان يقيس درجة حرارة الماء في اناء بالدرجة المئوية ففي الساعة الاولى وجد ان درجة حرارة الماء  $3^{\circ}\text{C}$  وفي الساعة الثانية كانت درجة حرارة الماء  $3^{\circ}\text{C}$  فجدّ درجة حرارة الماء بدرجة مئوية بعد سبع ساعات.

## تَعَلَّم

## فكّرة الدرس

- تمثيل جدول دالة محددة في المستوي الاحداثي.
- المفردات المدخلة.
- المخرجة.
- جدول دالة.
- المستوي الاحداثي.
- الارباع الاربعة.

## [6-1-1] تمثيل جدول في المستوي الاحداثي

## Representation Table In Coordinate Plane

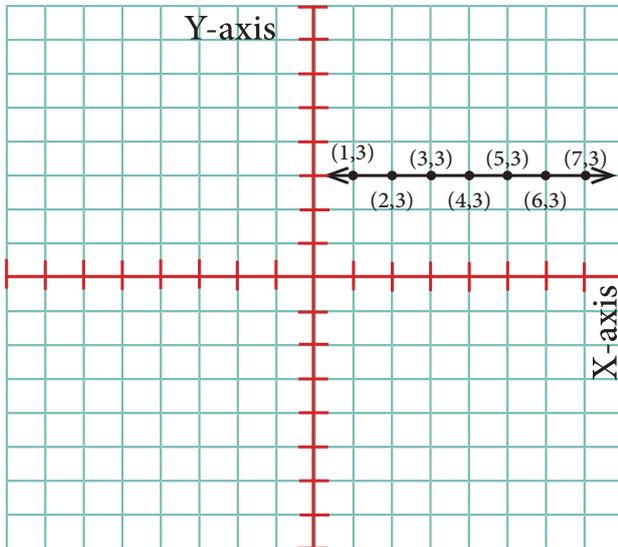
- \* العلاقة التي مدخلاتها متغيرة ومخرجاتها ثابتة تمثل دالة مستقيم يوازي محور السينات.
- \* العلاقة التي مدخلاتها ثابتة ومخرجاتها متغيرة تمثل مستقيماً يوازي محور الصادات.
- \* العلاقة التي مدخلاتها ومخرجاتها متغيرة تمثل مستقيماً لا يوازي أي المحورين.

مثال (1) جد درجة حرارة الماء بعد سبع ساعات.

خطوة 1: نفرض ان عدد الساعات X نفرض ان درجة حرارة الماء في كل ساعة مساوية لـ Y فنحصل على الجدول الآتي:

X	1	2	3	4	5	6	7
Y	3	3	3	3	3	3	3

خطوة 2: نستعمل الجدول لايجاد الأزواج المرتبة  $(1,3)$ ،  $(2,3)$ ،  $(3,3)$ ،  $(4,3)$ ،  $(5,3)$ ،  $(6,3)$ ،  $(7,3)$



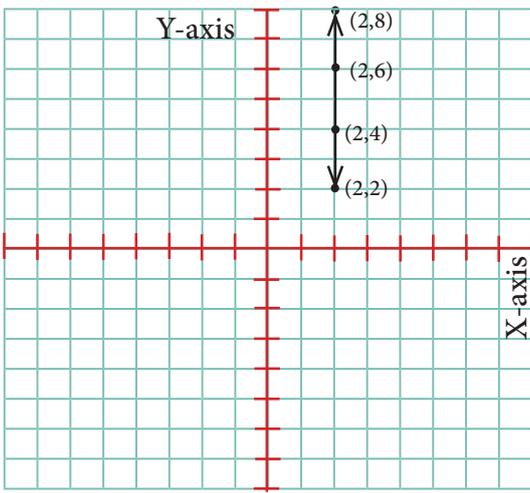
خطوة 3: نعين النقط في المستوي الاحداثي، ثم نصل بين النقط فنحصل على مستقيم موازي لمحور السينات. (قيم x متغيرة، قيم y ثابتة)

مثال (2)

مثل الجدول التالي في المستوي الاحداثي.

X	2	2	2	2
Y	2	4	6	8

من الجدول نلاحظ ان قيم x ثابتة ومنه نكون أزواجاً مرتبة  $(2,2)$ ،  $(2,4)$ ،  $(2,6)$ ،  $(2,8)$  نلاحظ أن المستقيم موازي لمحور الصادات،  
(قيم x ثابتة ، قيم y متغيرة).



مثال (3)

الجدول التالي يبين الكمية التي ينتجها حقل

الرميلة على مدى اربعة ايام. أمثل كتابة الجدول على شكل

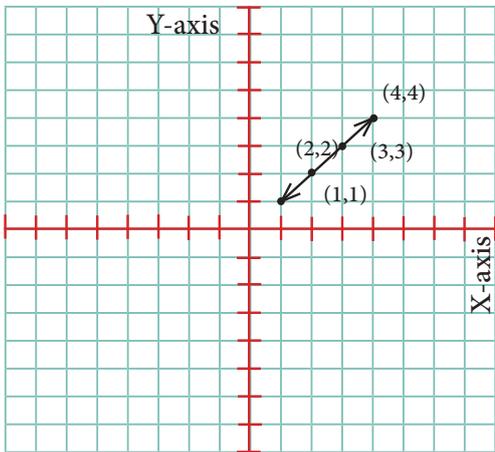
مجموعة من الأزواج المرتبة  $\{(1,1)$ ،  $(2,2)$ ،  $(3,3)$ ،  $(4,4)\}$

ثم نحدد كل نقطة في المستوي الاحداثي نصل بين النقاط

نلاحظ أن المستقيم لايوازي أي من المحورين

(قيم x متغيرة ، قيم y متغيرة) .

عدد الأيام	X	1	2	3	4
كمية النفط	Y	1	2	3	4



[2-1-6] كتابة جدول من نقاط معينة في المستوي الاحداثي

Written Table of Bounded Points in Coordinate Plane

مثال (4)

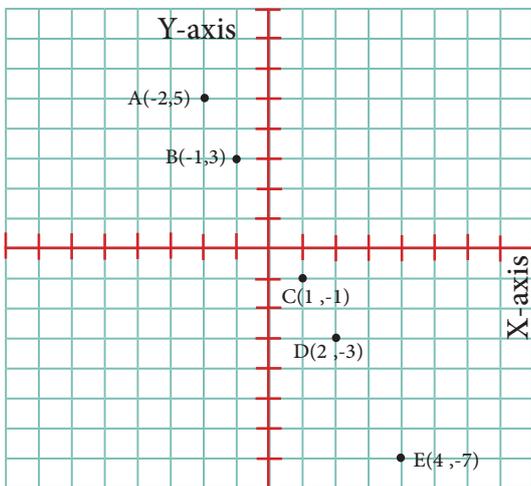
اكتب جدول الدالة من نقاط معينة في المستوي الاحداثي

من الشكل المجاور نحدد الأزواج المرتبة لكل نقطة

$A(-2,5)$ ،  $B(-1,3)$ ،  $C(1,-1)$ ،  $D(2,-3)$ ،  $E(4,-7)$

نكون جدول الدالة:

النقاط	A	B	C	D	E
X	-2	-1	1	2	4
Y	5	3	-1	-3	-7



## تأكّد من فهمك

مثل الجداول التالية في المستوي الاحداثي، ثم صل بين النقاط في المستوي

الاسئلة 1-4  
مشابه للأمثلة 1-3

الاحداثي، ماذا تلاحظ، ما الشكل الناتج.

X	4	4	4	4
Y	1	2	3	4

2

X	2	1	1	1
Y	1	2	3	4

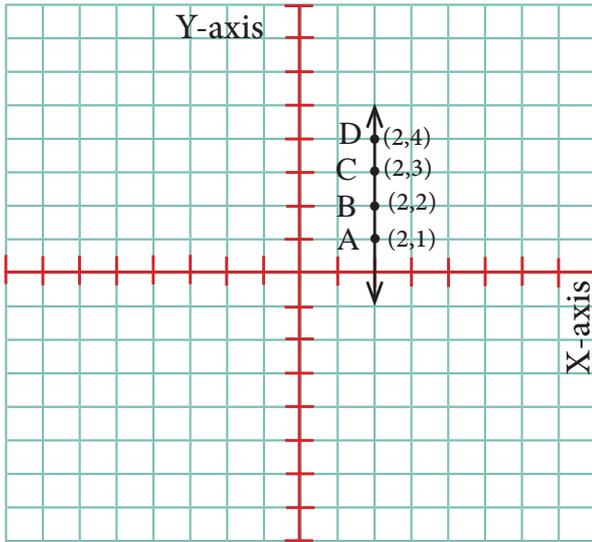
1

X	-1	-2	-3	-4
Y	2	4	6	8

4

X	1	2	3	4
Y	-2	-2	-2	-2

3



5 اكمل الجدول من النقاط المعينة في المستوي الاحداثي:

السؤال 5  
مشابه للمثال 4

النقاط	A	B	C	D
X				
Y				

## تدرب وحلّ التمرينات

مثل الجداول التالي في المستوي الاحداثي، ثم صل بين النقاط، ما علاقة المستقيم بالمحور السيني

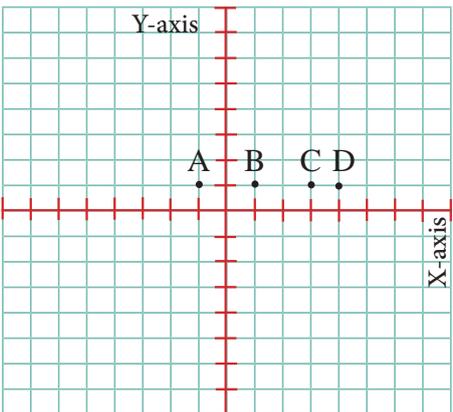
X	-1	0	1	2
Y	3	3	3	3

7

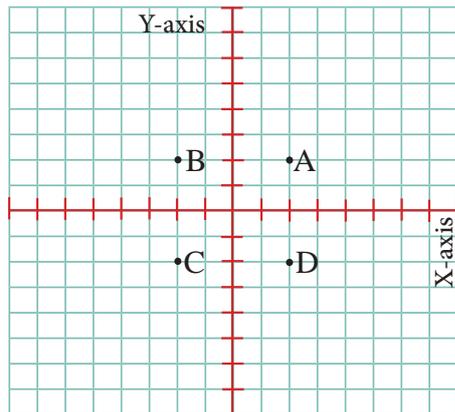
X	-5	-4	3	2
Y	2	1	0	-1

6

اكتب جدول دالة من نقاط معينة في المستوي الاحداثي ، وبين نوع الشكل الناتج.



9



8

## تدرب وحل مسائل حياتية

10 علوم الارض: سجل باحث علمي في القطب الجنوبي أربع قراءات لدرجة الحرارة وكانت قراءة

المحرار كل أربع ساعات



الوقت	9 صباحاً	1 ظهراً	5 عصراً	9 مساءً
درجة الحرارة	-3	-7	-11	-15

أكتب الدالة التي يمثلها الجدول اعلاه واكتب جدول الدالة.

10 تصميم الكتروني: صممت علا صفحة الكترونية رسمت فيها مستطيلات متماثلة في جدول الدالة

التالية معطيات عن طول وعرض كل مستطيل رسمته علا، (X تمثل الطول، Y تمثل العرض)



X	2	4	6	8
Y	3	6	9	12

(i) مثل جدول الدالة في اعلاه في المستوي الاحداثي.

(ii) كيف تستعمل هذا الجدول لايجاد طول مستطيل بعد معرفة ان

عرض المستطيل هو 15 وحدة؟

## فكر

12 جدول: اكتب جدول دالة يمثل المسافة التي يقطعها سائق دراجة هوائية خلال 4 ساعات علماً انه يقطع في الساعة الواحدة 15km.

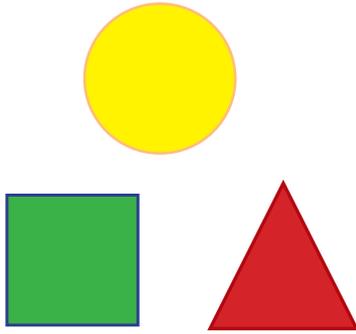
13 اكتب مجموعة بيانات تمثل مستقيماً عمودياً.

14 تحدّ: كيف يمكن من خلال جدول دالة محددة ان احصل على مستقيم موازي لمحور السينات؟

15 حسّ عدديّ: يطبع علاء في الساعة الواحدة 50 كلمة على الطابعة فاذا كان عدد الكلمات في الصفحة التي يريد طبعتها 400 كلمة فإلى كم ساعة يحتاج؟

## أكتب

مسألة ابتكر فيها جدول دالة محددة بنقاط معينة تمثل عدد الأيام التي يقضيها عامل لحفر بئر خلال خمسة ايام.



## تَعَلَّم

في مرسمة المدرسة رسم أيمن ووائل وثامر  
أشكالاً هندسية، رسم أيمن مربع و مثلثاً  
ورسم وائل مثلثاً ورسم ثامر دائرة.  
جد العلاقة بين كل طالب والشكل الهندسي  
الذي رسمه.

## فَكَرِّرْ الدرس

- اكمل جدول الدالة وتمثيله في المستوي الإحداثي.
- المفردات
- الدالة
- جدول الدالة
- قاعدة الدالة
- العنصر
- الصورة

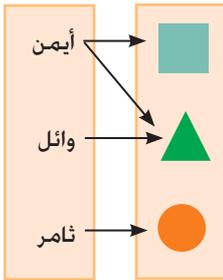
## Relation and Function

## [ 6-2-1 ] العلاقة و الدالة

\*الدالة: هي علاقة تحدد قيمة مخرجة واحدة فقط لكل قيمة مُدخلة.  
\*قاعدة الدالة: هي الصيغة التي تستعمل لتعويض قيمة مدخلة للحصول على قيمة المخرجة.

## مثال (1)

أرسم مخطط العلاقة بين كل طالب والشكل الهندسي الذي رسمه ،  
نلاحظ أن أيمن رسم شكلين هندسيين (مربع ، مثلث)، أي له مخرجان لمدخلة  
واحدة لذلك فالعلاقة لا تمثل دالة.



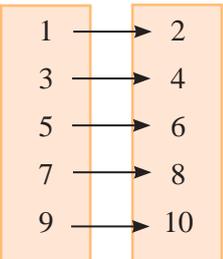
## مثال (2)

حدد فيما إذا كانت العلاقة تمثل دالة أم لا؟ وفسر ذلك.

$$\{(1,2),(3,4),(5,6),(7,8),(9,10)\}$$

امثل العلاقة بالمخطط المجاور:

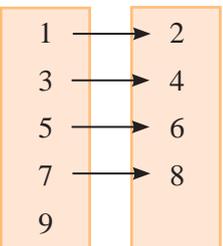
نلاحظ أن كل مدخلة لها مخرجة واحدة فقط لذلك فإن العلاقة تمثل دالة



## مثال (3)

لاحظ المخطط المجاور وبين أتمثل العلاقة دالة أم لا؟ أفسر ذلك.

نلاحظ بأن العلاقة ليست دالة إلا إذا كانت لكل قيمة مدخلة هناك مخرجة واحدة فقط.  
فالعدد 9 لم يرتبط بأي قيمة من قيم المخرجات .



## مثال (4)

حدد فيما إذا كانت كل علاقة فيما يلي دالة أم لا؟ وفسر ذلك .

i)  $\{(1,9),(2,18),(3,15),(4,18)\}$  ، نلاحظ أن العلاقة دالة لأن هناك مخرجة واحدة فقط لكل مدخلة

ii)  $\{(0,6),(-1,6),(-1,5),2,8\}$  ، نلاحظ أنها علاقة وليست دالة لأن هناك مخرجين 5،6 للمدخلة 1 -

جدول الدالة: هو الجدول الذي ينظم قيمة المدخلة والمخرجة.

مثال (5)

العنصر (المدخلة)	قاعدة الدالة	الصورة (المخرجة)
X	X-3	Y
-1	-1-3	-4
0	0-3	-3
1	1-3	-2
2	2-3	-1

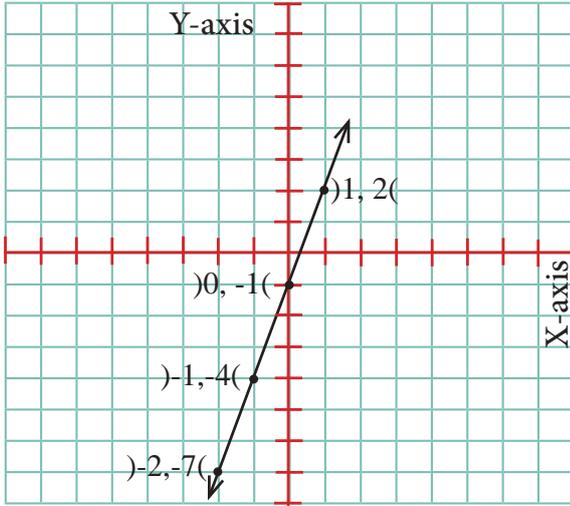
أكمل جدول الدالة  $Y = X - 3$  إذ إن  $X = -1, 0, 1, 2$   
 نكمل جدول الدالة بالتعويض عن قيم X في قاعدة الدالة لنجد قيم Y المناظرة وكما يلاحظ في الجدول المجاور.

[6-2-3] تمثيل الدالة بعدد من النقاط في المستوى الإحداثي

Representing the Function of Numbers in Coordinate Plane

مثال (6)

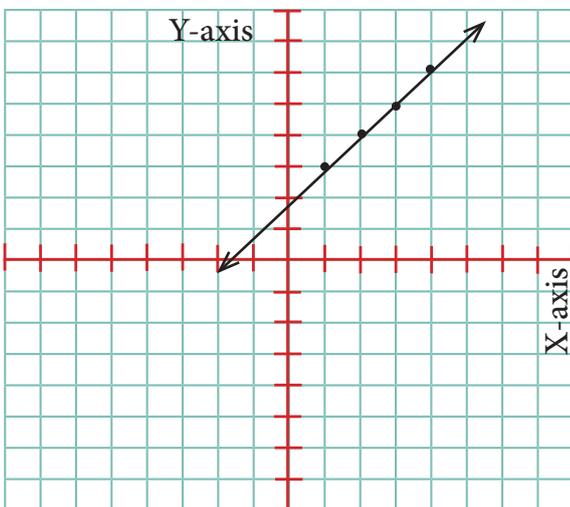
مثل في المستوى الإحداثي الدالة  $Y = 3X - 1$  ، إذ إن  $X = -1, -2, 0, 1$   
 الخطوة (1): نعمل الجدول ادناه ، الخطوة (2): نثبت النقاط في المستوى الإحداثي  
 الخطوة (3): نصل بين النقاط في المستوى الإحداثي سنحصل على مستقيم كما مبين في الشكل ادناه.



العنصر (المدخلة)	قاعدة الدالة	الصورة (المخرجة)	الزوج المرتب
X	$3X - 1$	Y	$(X, Y)$
-1	$3(-1) - 1$	-4	$(-1, -4)$
-2	$3(-2) - 1$	-7	$(-2, -7)$
0	$3(0) - 1$	-1	$(0, -1)$
1	$3(1) - 1$	2	$(1, 2)$

مثال (7)

أكمل الجدول وامثله في المستوى الإحداثي.

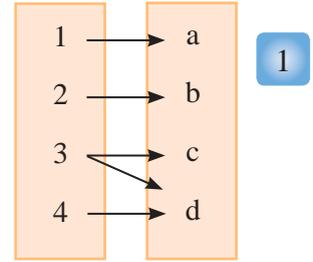
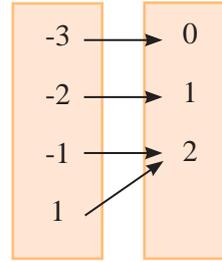
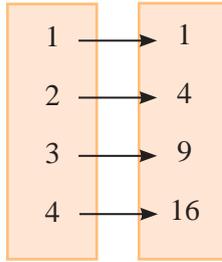


العنصر (المدخلة)	قاعدة الدالة	الصورة (المخرجة)	الزوج المرتب
X	$X + 2$	Y	$(X, Y)$
1	$1 + 2$	3	$(1, 3)$
2	$2 + 2$	4	$(2, 4)$
3	$3 + 2$	5	$(3, 5)$
4	$4 + 2$	6	$(4, 6)$

## تأكّد من فهمك

حدد فيما إذا كانت العلاقة دالة أم لا؟ ذكراً السبب.

الاسئلة 1-3  
مشابه للأمثلة 1-3



إذا كانت مجموعة المدخلات هي  $\{3, 5, 6, 7\}$  ومجموعة المخرجات هي  $\{\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}\}$  حدد فيما إذا كانت العلاقات التالية دالة أم لا؟ مع ذكر السبب.

الاسئلة 4-5

مشابه للمثال 4

4  $\{(3, \sqrt{3}), (5, \sqrt{5}), (6, \sqrt{6}), (7, \sqrt{7})\}$

5  $\{(3, \sqrt{3}), (5, \sqrt{7}), (3, \sqrt{6}), (6, \sqrt{6}), (7, \sqrt{6})\}$

العنصر (المدخلة)	قاعدة الدالة	الصورة (المخرجة)	الزوج المرتب
X		Y	(X, Y)
1		600	(1, 600)
2			
3			
4			

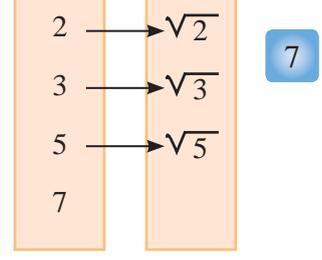
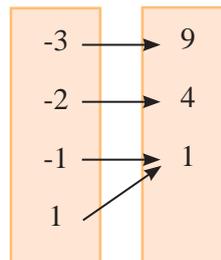
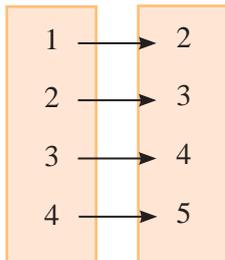
6 يأكل الخفاش 600 بعوضة بالساعة، كم عدد البعوض التي اكلها الخفاش في (2, 3, 4) ساعة؟ أنشئ جدول دالة يبين العلاقة بين عدد الساعات وعدد البعوض التي يأكلها الخفاش، ثم مثل الجدول في المستوى الاحداثي.

السؤال 6

مشابه للمثالين 6, 7

## تدرب وحلّ التمرينات

حدد فيما إذا كانت العلاقة دالة أم لا؟ ذكراً السبب.



إذا كانت مجموعة المدخلات هي  $\{3, 5, 6, 7\}$  ومجموعة المخرجات هي  $\{\sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{6}, \sqrt{7}\}$  حدد فيما إذا كانت العلاقات التالية دالة أم لا؟ مع ذكر السبب.

10  $\{(3, \sqrt{3}), (5, \sqrt{5}), (6, \sqrt{5})\}$

11  $\{(3, \sqrt{3}), (5, \sqrt{7}), (5, \sqrt{6}), (7, \sqrt{5})\}$

العمر	X	10	20	30	40
الكمية المستهلكة	Y	15	25	35	45

12 أكتب الدالة من الجدول الآتي:

## تدرب وحل مسائل حياتية



13 **رياضة:** محمود سباح ماهر يقطع 9.5 كم بالساعة، كَوّن جدول دالة تمثل العدد الكلي للكيلومترات التي استطاع قطعها بـ {2,4,6} ساعة.



14 **بكتريا:** إذا كان عدد البكتريا يزداد بمعدل الضعف كل 20 دقيقة كم سيزداد عدد البكتريا خلال ساعتين؟ كون جدول دالة.



15 **وقود:** إذا كان استهلاك سيارة اسعاف للبنزين في مستشفى مدينة الطب من البنزين بمعدل 5 لتر لكل 25km كَوّن قاعدة دالة بين استهلاك الوقود للسيارة وعدد الكيلومترات التي تقطعها حيث استهلاكها للوقود باللتر {6,7,8,9,10} كون جدول دالة ومثلها.



16 **أحياء:** كل يد في جسم الانسان تحتوي على 27 عظمة، وعدد عظام المشط أقل من عدد السلاميات بالعدد 9 وعدد عظام الرسغ أكثر من عظام المشط بالعدد 3. علماً ان عدد السلاميات 14. مثل المعلومات اعلاه بجدول الدالة.

## فكّر

17 **تحدي:** جد مجموعة عناصر الدالة  $y = 2x - 1$  التي صور عناصرها المجموعة {41,49,57}.

18 **أصح الخطأ:** سهى ومها وجدوا قاعدة دالة أحد عناصرها أقل من الصورة بمقدار 7؟ ايهما أصح؟

فسّر اجابتك

مها  $Y=X+7$  سهى  $Y=X-7$

19 **حسّ عدديّ:** دالة قاعدتها  $42x-8$  حدد صورة العنصر 2 في الدالة.

## أكتب

مسألة حياتية تمثل دالة ثم انشئ جدول دالة ومثل الجدول في المستوي الاحداثي.

## تَعَلَّم



إذا كان لدى سعيد منحل لإنتاج العسل  
ولاحظ أن النحلة تطير بسرعة 24 كيلو  
متر في الساعة. مالعلاقة التي تربط بين  
الزمن (عدد الساعات) والمسافة التي  
تقطعها بالكيلومترات؟

## فَكْرَةُ الدرس

- كتابة معلومة تمثل
- دالة خطية من جدول
- الدالة.
- المفردات
- الدالة الخطية
- معادلة المستقيم
- المخطط البياني
- الأرباع الأربعة

## [ 6-3-1 ] تمثيل الدالة الخطية (معادلة المستقيم) في المستوى الإحداثي

## Representing Linear Function (Equation of Straight Line) in Coordinate Plane

\*الدالة الخطية: دالة تكون كل النقاط التي تنتج منها على مستقيم واحد غير عمودي يسمى هذا  
المستقيم بيان الدالة الخطية.

\*معادلة المستقيم : هي معادلة تعبر عن الدالة الخطية بالصورة  $y = mx+t$  حيث  $t$  و  $m$  أعداد ثابتة.

مثال (1) ما المسافة التي تقطعها النحلة بالكيلومتر على الزمن بالساعات؟

العنصر (المدخلة)	قاعدة الدالة	الصورة (المخرجة)	الزوج المرتب
X	$Y=24X$	Y	$(X,Y)$
1	$24)1($	24	$(1,24)$
2	$24)2($	48	$(2,48)$
3	$24)3($	72	$(3,72)$

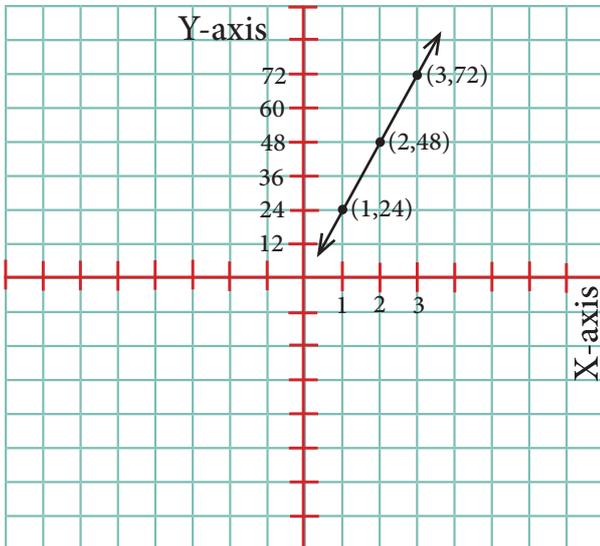
الخطوة الأولى : إنشاء الدالة:

نفرض زمن (عدد الساعات) طيران النحلة

بالعنصر :  $X$  , والمسافة المقطوعة  $Y$

تمثل بالدالة:  $Y = 24X$

الخطوة الثانية : أنشئ جدول دالة:



الخطوة الثالثة : مثل الدالة في المستوى الإحداثي:

لكي نرسم دالة خطية بيانية يكفي أن نعين موقع

نقطتين بيانياً من الدالة.

صل بين النقاط نلاحظ انه عندما تطير النحلة ساعتين

تكون المسافة المقطوعة 48km وعندما تطير 3 ساعات

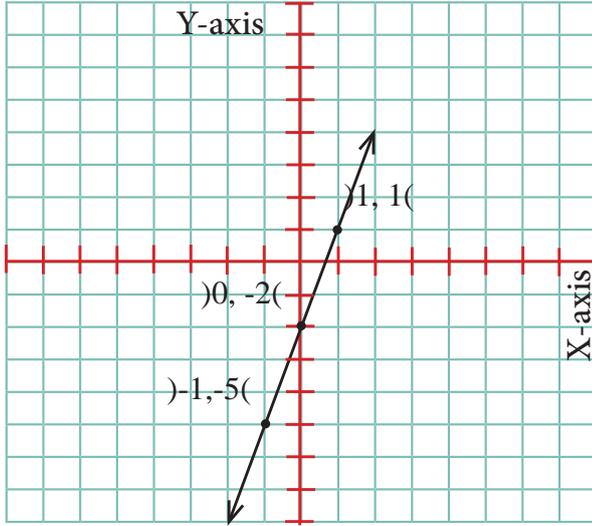
تكون المسافة المقطوعة 72.

المعادلة الناتجة تمثل خطاً مستقيماً.

مثال (2) أمثل الدالة الخطية  $y = 3x - 2$  في المستوى الإحداثي.

الخطوة الأولى: أنشئ جدول دالة خطية.

الخطوة الثانية: أمثل الدالة في المستوى الإحداثي.



العنصر (المدخلة)	قاعدة الدالة	الصورة (المخرجة)	الزوج المرتب
X	$y = 3x - 2$	Y	(X, Y)
-1	$y = 3(-1) - 2$	-5	(-1, -5)
0	$y = 3(0) - 2$	-2	(0, -2)
1	$y = 3(1) - 2$	1	(1, 1)

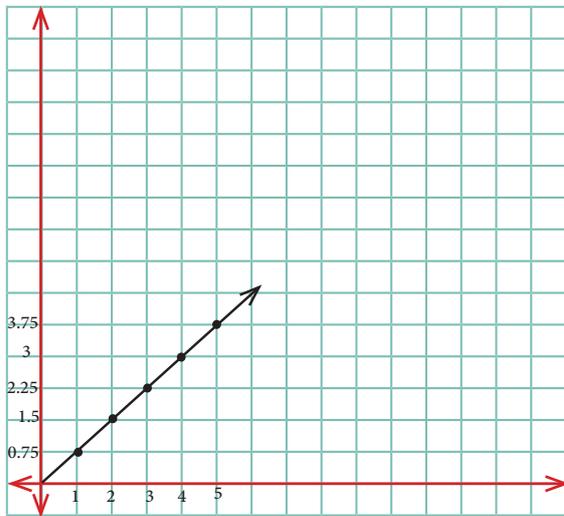
[6-3-2] كتابة الدالة الخطية (معادلة المستقيم) من المخطط البياني

### Written Linear Function (Equation of Straight Line) from the Graphs



مثال (3) في العام 2011 نجح مختبر علوم المريخ وكالة ناسا الفضائية في الهبوط بمختبر علمي متجول بحجم سيارة على سطح المريخ وبسرعة 0.75m في الثانية الواحدة، الرسم البياني يوضح دالة تبين المسافة التي هبط بها المتجول على الزمن المستغرق، أنشأ جدول دالة خطية ثم اكتب المعادلة الخطية التي تمثلها.

من خلال الرسم البياني نستطيع إنشاء جدول دالة حيث نفرض أن الزمن بـ x والمسافة بـ y يتكون جدول الدالة الخطية.



العنصر (المدخلة)	الصورة (المخرجة)
X	Y
1	0.75
2	1.50
3	2.25
4	3.00

من خلال الجدول المجاور نستنتج أن الدالة هي:

$$y = 0.75x$$

## تأكد من فهمك

مثل الدوال الخطية التالية في المستوي الاحداثي:

الاسئلة 1-5  
مشابه للمثالين 1-2

1  $Y=X$

2  $Y=X-9$

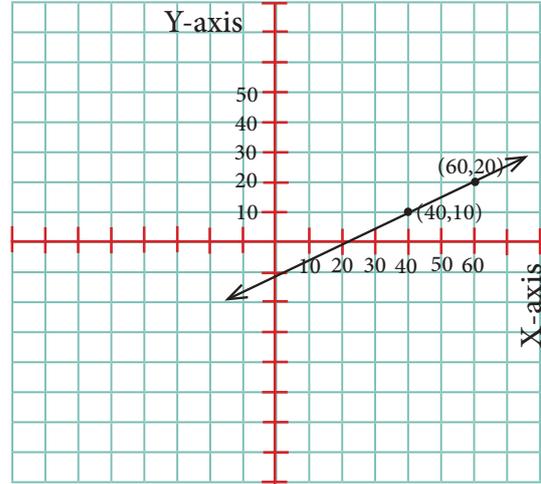
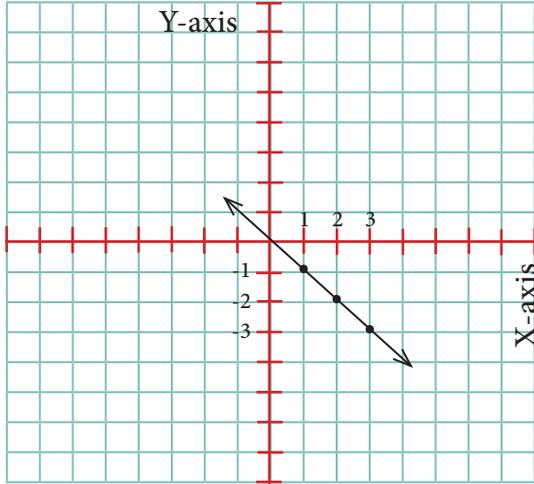
3  $Y=X+2$

4  $Y=\frac{3}{2}X$

5  $Y=12-X$

الاسئلة 6-7  
مشابه للمثال 3

استعمل المخطط البياني في أدناه لإنشاء جدول الدالة وكتابة الدالة الخطية:



مثل جدول الدوال الخطية التالية بالمستوي الاحداثي:

8

X	-2	-1	0	1	2
Y	-1	0	1	2	3

9

X	2	1	3	4
Y	4	3	5	6

مثل الدوال الخطية التالية في المستوي الاحداثي:

## تدرب وحل التمرينات

10  $Y=7X$

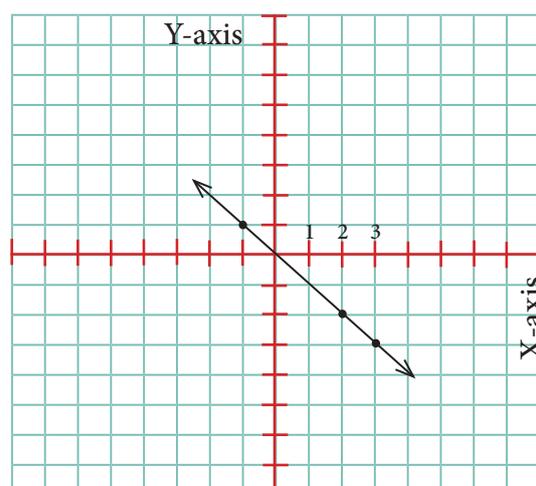
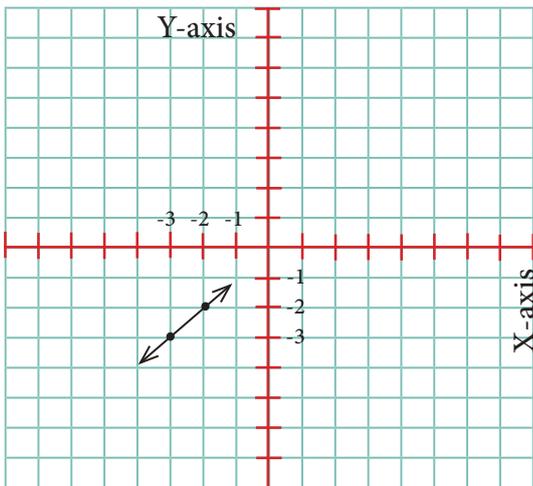
11  $Y=3X-4$

12  $Y=X+4$

13  $Y=9X-0.5$

14  $Y=\frac{X}{2}$

استعمل المخطط البياني في أدناه لإنشاء جدول الدالة وكتابة الدالة الخطية:



مثل جدول الدوال الخطية التالية بالمستوي الاحداثي:

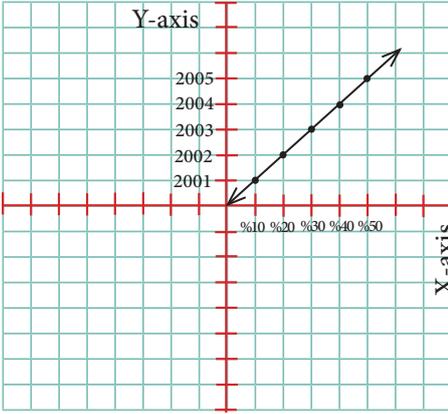
17

X	-2	-1	0	1	2
Y	2	1	0	-1	-2

18

X	2	1	3	4
Y	5	3	7	9

## تدرب وحل مسائل حياتية



19 **إحصاء:** أراد صاحب شركة لصناعة الصابون أن يجري إحصائية للأرباح التي حصلت عليها الشركة خلال 5 سنين إذ وصلت الأرباح إلى 50%، اكتب جدول للدالة الخطية من المخطط البياني ثم أكتب المعادلة الخطية العامة للأرباح بالنسبة إلى عدد السنوات.

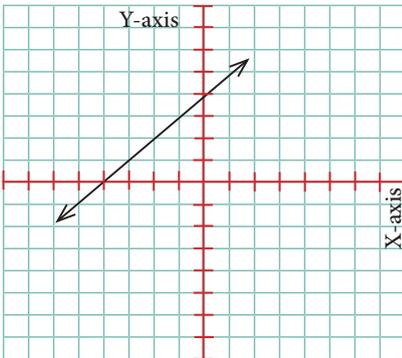


20 **رياضة:** سجلت بشرى عدد من النقاط في نهاية لعبة كرة السلة بحيث كان عدد النقاط التي سجلتها بشرى في اللعبة السابقة أقل بـ 5 نقاط عن اللعبة الحالية. أنشئ جدول دالة خطية ثم مثل الدالة الخطية في المستوي الإحداثي ثم أكتب المعادلة الخطية العامة للدالة.



21 **نقود:** لشراء سيارة بـ 12 مليون دينار فإذا كان مع هشام 4 ملايين دينار. ولديه خطة لتوفير 2 مليون دينار سنوياً. اكتب دالة المبلغ الذي يوفره سنوياً. أرسم الدالة الخطية لتحديد عدد السنوات اللازمة ليوفر هشام المبلغ الكافي لشراء السيارة بعد تحديد جدول دالة خطية. مثل المعلومات اعلاة بجدول الدالة.

## فكّر



22 **تحذّر:** عين نقاط في المستوي الإحداثي تحقق الدالة الخطية

الموضحة بالمخطط البياني المجاور، ثم اكتب قاعدة الدالة.

23 **حسّ عدديّ:** عدد طبيعي ضرب بـ 3 ثم طرح منه 5 بعد الضرب

فكان الناتج الكلي مساوياً للعدد 70.

ما المعادلة الخطية العامة للناتج الكلي بالنسبة للعدد الطبيعي؟

## أكتب

$$y = 5x - 3$$

مسألة حياتية تطابق الدالة الخطية العامة (معادلة مستقيم).



## تَعَلَّم

يظهر في الصورة شكل طائر تنعكس صورته في الماء، فإذا حددت سحر ثلاث نقاط في الصورة الأصلية للطائر A, B, C فنجد النقاط التي يظهر ترتيبها في الماء  $A', B', C'$ .

## فكرة الدرس

- تمثيل الانعكاس والدوران في المستوى الإحداثي.
- المفردات
- التحويل الهندسي
- الانعكاس
- خط الانعكاس
- الدوران
- المستوى الإحداثي

## ] 6-4-1 [ الانعكاس في المستوى الإحداثي

## Reflection in the Coordinate Plane

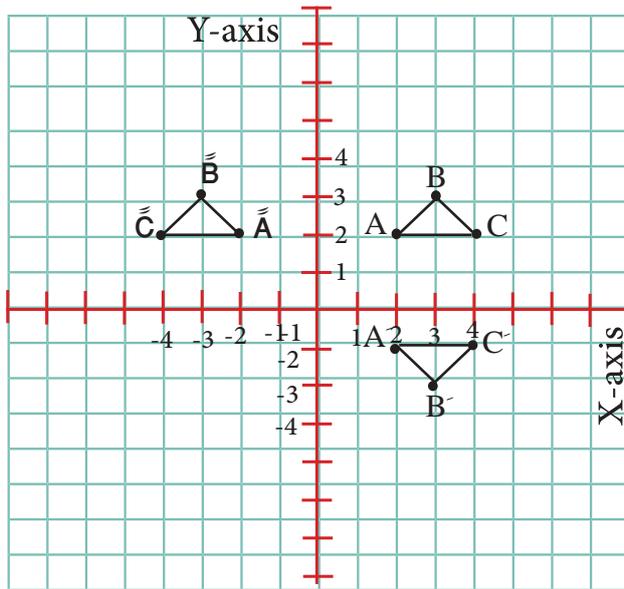
**التحويل الهندسي:** هو احد فروع الهندسة الذي يدرس تعاريف الاشكال الهندسية الذي يحول كل نقطة في المستوى الإحداثي الى نقطة أخرى في المستوي نفسه.

**الانعكاس:** هو تحويل هندسي من شكل ما الى صورة مرآته (المعكوسة) (يحافظ الانعكاس على بنية الشكل).

**خط الانعكاس:** هو خط عمودي أو أفقي.

مثال (1) (i) جد انعكاس النقاط A, B, C التي حددتها سحر.

**الخطوة الاولى:** نحدد الأزواج المرتبة التي تمثل النقاط A, B, C فتكون:



$A(2,2), B(3,3), C(4,2)$

**الخطوة الثانية:** نحدد خط الانعكاس وليكن X-axis ثم نحدد عدد الوحدات بين كل راس وخط الانعكاس

**الخطوة الثالثة:** نعين نقطة لكل راس في الجهة الأخرى من خط الانعكاس بالبعد نفسه فيصبح  $A'(2,-2), B'(3,-3), C'(4,-2)$  وبصورة عامة انعكاس أي نقطة عندما يكون خط الانعكاس محور

السينات هو:  $R_x(x,y) = (x, -y)$

(ii) جد انعكاس النقاط  $A(2,2), B(3,3), C(4,2)$  على محور Y-axis.

النقاط بعد الانعكاس هي  $A'(-2,2), B'(-3,3), C'(-4,2)$  وبصورة عامة انعكاس أي نقطة عندما يكون خط الانعكاس محور الصادات هو:

$R_y(x,y) = (-x, y)$

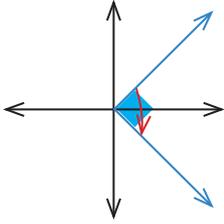
## Rotting in the Coordinate Plane



لدى مراد ساعة مربعة الشكل معلقة على جدار غرفته اراد ان يجري دوراناً للساعة بـ  $90^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة.

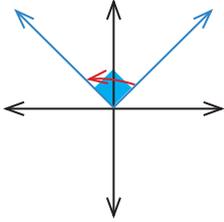
الدوران: هو تحويل هندسي يحول النقطة  $(0,0)$  الى نفسها ويحول اي نقطة أخرى مثل  $A$  الى النقطة  $A'$  حسب قياس زاوية الدوران وأتجاهها .

مثال (2) ماصورة دوران النقطة  $(1,2)$  تحت تأثير الدوران؟



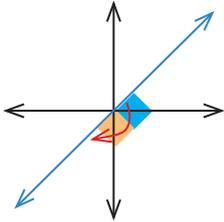
أ- دوران بزاوية قياسها  $90^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة:

نطبق القاعدة الآتية:  $R_{90^\circ} [(x,y)] = (y,-x)$  مثلاً  $R_{90^\circ} [(1,2)] = (2,-1)$



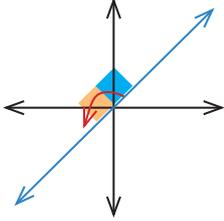
ب - دوران بزاوية قياسها  $90^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقارب الساعة:

نطبق القاعدة الآتية:  $R_{90^\circ} [(x,y)] = (-y,x)$  مثلاً  $R_{90^\circ} [(1,2)] = (-2,1)$



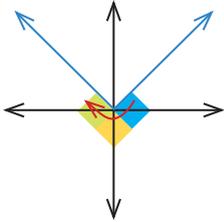
ج - دوران بزاوية قياسها  $180^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة:

نطبق القاعدة الآتية:  $R_{180^\circ} [(x,y)] = (-x,-y)$  مثلاً  $R_{180^\circ} [(1,2)] = (-1,-2)$



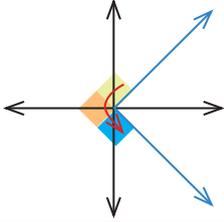
د- دوران بزاوية قياسها  $180^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقارب الساعة:

نطبق القاعدة الآتية:  $R_{180^\circ} [(x,y)] = (-x,-y)$  مثلاً  $R_{180^\circ} [(1,2)] = (-1,-2)$



هـ - دوران بزاوية قياسها  $270^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة:

نطبق القاعدة الآتية:  $R_{270^\circ} [(x,y)] = (-y,x)$  مثلاً  $R_{270^\circ} [(1,2)] = (-2,1)$



و- دوران بزاوية قياسها  $270^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقارب الساعة:

نطبق القاعدة الآتية:  $R_{270^\circ} [(x,y)] = (y,-x)$  مثلاً  $R_{270^\circ} [(1,2)] = (2,-1)$

## تأكّد من فهمك

أنسخ الأشكال في المستوى الاحداثي ثم أرسم صورته في الانعكاس حول خط الانعكاس إذا كانت النقاط :

- |   |                                     |                       |
|---|-------------------------------------|-----------------------|
| 1 | A )2,2( , B )4,4( , C)4,2(          | خط الانعكاس هو x-axis |
| 2 | A )-5,2( , B )-2,3( , C)-4,6(       | خط الانعكاس هو y-axis |
| 3 | A )1,1( , B )2,3( , C)5,3( , D)3,1( | خط الانعكاس هو x-axis |

الاسئلة 1-3  
مشابه للمثال 1

إذا كانت النقطة (-1, 2) فجد صورتها :

الأسئلة 4 - 8

مشابه للمثال 2

- 4 تحت تأثير دوران بزاوية  $90^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقرب الساعة.
- 5 تحت تأثير دوران بزاوية  $180^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عقرب الساعة.
- 6 تحت تأثير دوران بزاوية  $270^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عقرب الساعة.
- 7 إذا كانت A (1,-2) , B (3,-2) , C (1,-4) رؤوس مثلث، اوجد دوران حول نقطة الاصل وبزاوية  $90^\circ$  باتجاه عقرب الساعة.
- 8 إذا كان المربع (2, -2) ، (4, -2) ، (2, -4) ، (4, -4) فجد صورة المربع تحت تأثير دوران بزاوية  $90^\circ$  باتجاه عقارب الساعة وعكس عقارب الساعة. ثم جد مساحة المربع ومساحة صورته، ماذا تلاحظ؟

## تدرب وحلّ التمرينات

أنسخ الأشكال في المستوى الاحداثي ثم أرسم صورته في الانعكاس حول

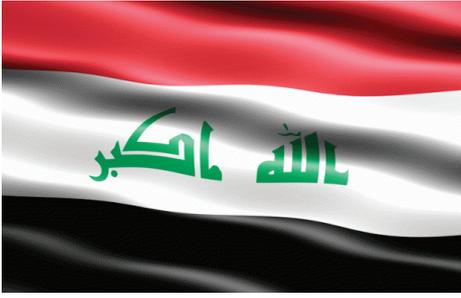
خط الانعكاس إذا كانت النقاط :

- |    |   |                       |
|----|---|-----------------------|
| 9  | A )1,1( , B )6,1( , C)1,5(              | خط الانعكاس هو x-axis |
| 10 | A )-3,3( , B )-1,3( , C)-2,1(           | خط الانعكاس هو y-axis |
| 11 | A )-3,2( , B )-2,4( , C)-1,4( , D)-1,2( | خط الانعكاس هو y-axis |

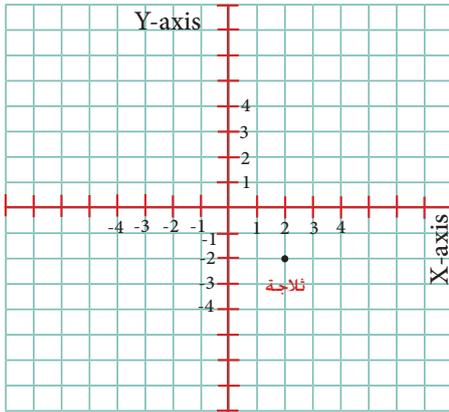
إذا كانت النقطة (-1, 2) فجد صورتها :

- 12 تحت تأثير دوران بزاوية  $270^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقرب الساعة.
- 13 تحت تأثير دوران بزاوية  $90^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عقرب الساعة.
- 14 تحت تأثير دوران بزاوية  $180^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقرب الساعة.
- 15 إذا كان المثلث (-1, 3) ، (4, -1) ، (3, 1) فجد صورة المثلث تحت تأثير دوران بزاوية  $180^\circ$  باتجاه عكس عقارب الساعة، ثم باتجاه عقارب الساعة.

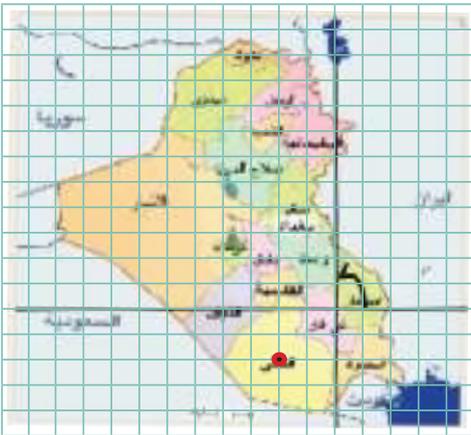
## تدرّب وحلّ مسائل حياتية



16 **وقفة العلم:** في يوم الخميس وقف طلاب الصف الثاني متوسط لتحية العلم فقرر كريم الذي يقف عند النقط (3، -3) ان يدور بزواوية مقدارها  $270^\circ$  حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة فما النقطة التي يقف عندها كريم بعد الدوران؟



17 يظهر الرسم المجاور موقعاً لثلجة في النقطة (-2، 2) اراد جميل ان يحركها بزواوية  $180^\circ$  بعكس عقارب الساعة، جد النقطة التي ستمثل موقع الثلجة الجديد.



18 حدد المحافظة التي تمثل انعكاس محافظة المثنى بزواوية  $90^\circ$  درجة عكس عقارب الساعة، مع عقارب الساعة.

## فكّر

19 **تحذّر:** افرض ان النقطة (4، -3) هي صورة للنقطة (4، 3) في انعكاس، حدد على أي محور تم الانعكاس؟

20 **حسّ عدديّ:** أي زاوية دوران يكون فيها صورة نقطة نفسها باتجاه أو عكس اتجاه عقارب الساعة؟

21 **أصحح الخطأ:** يقول مهند أن انعكاس النقطة (2، -3) حول محور السينات هو النقطة (3، -2)، صحح خطأ مهند.

## أكتب

خطوات إيجاد احداثيات صورة النقطة (3، -3) في الانعكاس حول محور الصادات.



## تَعَلَّم

أزاح مهدي مكتبة من جانب الغرفة الى الجانب الآخر، هذه الحركة مثال على مفهوم الانسحاب.

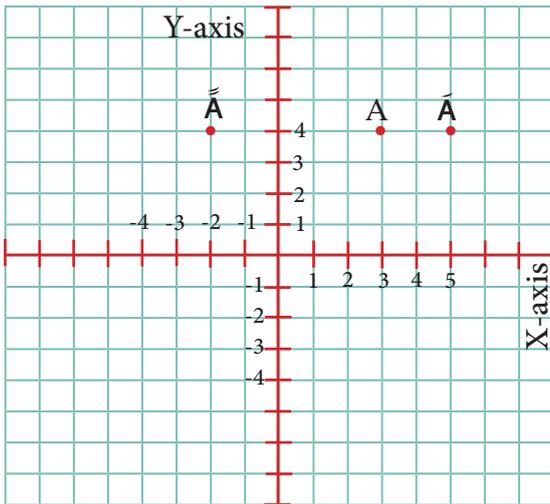
## فَكْرَةُ الدرس

- الانسحاب في المستوي الاحداثي.
- المفردات
- الانسحاب.
- المستوي الأحداثي

**الانسحاب:** هو انتقال الشكل من موقع الى اخر، دون تدويره. ولا ينتج عن ذلك تغير في قياسات شكله.

### Translation to Right or Left Translation to Up or Down

### [6-5-1] - الانسحاب الى اليمين او الى اليسار - الانسحاب الى الاعلى او الى الاسفل



**مثال (1)** جد احداثيات النقطة A(3,4) بالانسحاب:  
i) وحدتان الى اليمين. ii) 5 وحدات الى اليسار.

تحرك النقطة A(3,4) وحدتين نحو اليمين تحصل على

$$A'(3+2, 4) = A'(5, 4)$$

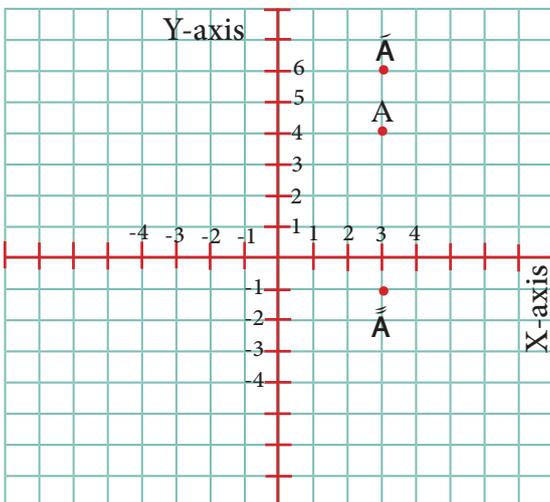
تحرك النقطة A(3,4) خمسة وحدات نحو اليسار تحصل

$$A''(3-5, 4) = A''(-2, 4)$$

وبصورة عامة: انسحاب (x,y) بموازات محور السينات

$$T_x ]x,y([ = )x + a ,y($$

إذا كان الانسحاب نحو اليمين فإن  $a > 0$  ، إذا كان الانسحاب نحو اليسار فإن  $a < 0$



**مثال (2)** جد احداثيات النقطة A(3,4) بالانسحاب:  
i) وحدتان الى الأعلى. ii) 5 وحدات الى الأسفل.

تحرك النقطة A(3,4) وحدتين نحو الأعلى تحصل على

$$A'(3, 4 + 2) = A'(3, 6)$$

تحرك النقطة A(3,4) خمسة وحدات نحو الأسفل تحصل

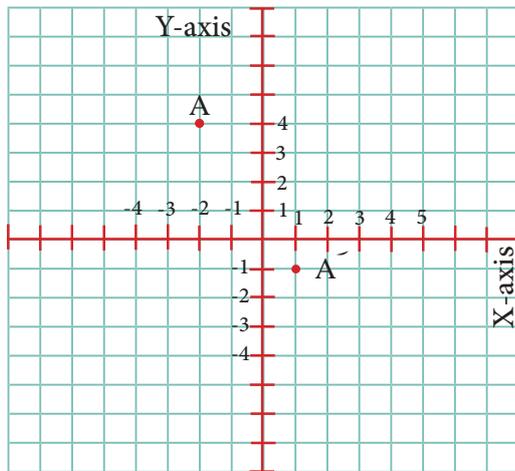
$$A''(3, 4 - 5) = A''(3, -1)$$

وبصورة عامة: انسحاب (x,y) بموازات محور الصادات

$$T_y ]x,y([ = )x , y + b($$

إذا كان الانسحاب نحو الأعلى فإن  $b > 0$  ، إذا كان الانسحاب نحو الأسفل فإن  $b < 0$

## Translation Italic



مثال (3) جد احداثيات النقطة A(-2,4) بالانسحاب

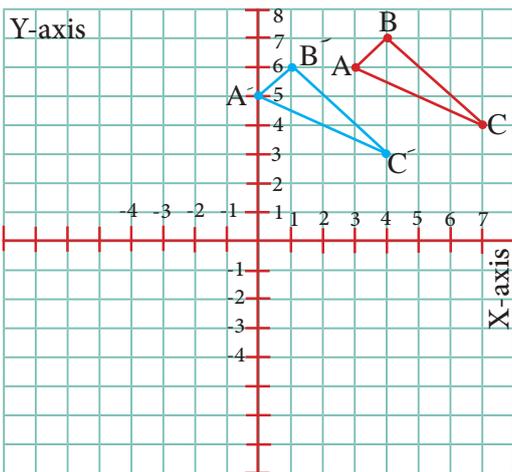
3 وحدات الى اليمين , 5 وحدات نحو الأسفل.  
تحرك النقطة A(-2,4) ثلاثة وحدات نحو اليمين  
وخمسة وحدات نحو الأسفل فنحصل على

$$A'(-2 + 3, 4 - 5) = A'(1, -1)$$

وبصورة عامة: انسحاب (x,y) بانسحاب مائل

$$T_{xy} [x,y] = (x + a, y + b)$$

مثال (4) المثلث ABC مثلث رؤوسه A (3,6) ، B (4,7) ، C (7,4)



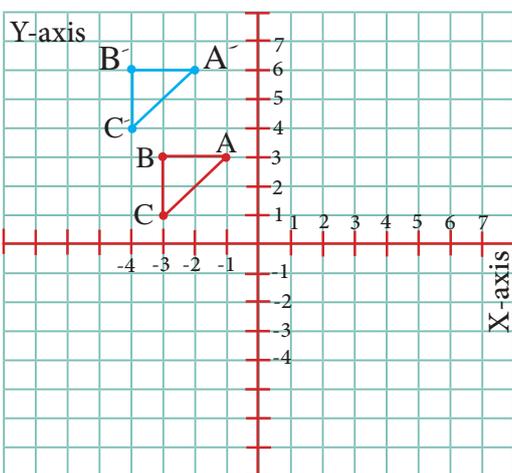
جد انسحابه 3 وحدات نحو اليسار  
ووحدة واحدة نحو الأسفل.

$$T_{xy} [(3,6)] = (3 - 3, 6 - 1) = A'(0,5)$$

$$T_{xy} [(4,7)] = (4 - 3, 7 - 1) = B'(1,6)$$

$$T_{xy} [(7,4)] = (7 - 3, 4 - 1) = C'(4,3)$$

مثال (5) المثلث ABC مثلث رؤوسه A (-1,3) ، B (-3,3) ، C (-3,1)



جد انسحابه وحدة واحدة نحو اليسار  
وثلاثة وحدات نحو الأعلى:

$$T_{xy} [(-1,3)] = (-1 - 1, 3 + 3) = A'(-2,6)$$

$$T_{xy} [(-3,3)] = (-3 - 1, 3 + 3) = B'(-4,6)$$

$$T_{xy} [(-3,1)] = (-3 - 1, 1 + 3) = C'(-4,4)$$

## تأكّد من فهمك

مثل النقاط التالية وصورها في المستوي الأحداثي:

الاسئلة 1-3  
مشابه للأمثلة 1-3

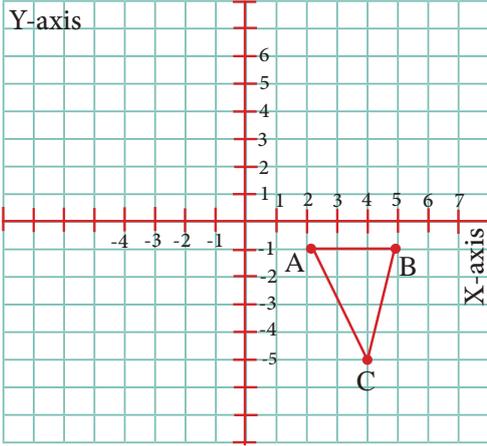
1 بأسحاب النقطة  $A (3,5)$  , أربع وحدات نحو اليسار.

2 بأسحاب النقطة  $B (-2,4)$  , وحدتان نحو الأعلى.

3 بأسحاب النقطة  $C (-2,4)$  , وحدة واحدة نحو اليمين , ووحدتين نحو الأسفل .

4 جد أسحاب المثلث  $A B C$  إذ  $A (2,3)$  ,  $B (-1,4)$  ,  $C (0,2)$  بمقدار ثلاثة وحدات نحو الأسفل

ثم مثله وصورته في المستوي الأحداثي.



5 أنسخ المثلث  $ABC$  ثم حدد الأزواج المرتبة في المستوي

الأحداثي ثم جد أسحابه 3 وحدات نحو اليمين , وحدتان نحو الأسفل.

## تدرب وحلّ التمرينات

مثل النقاط التالية وصورها في المستوي الأحداثي:

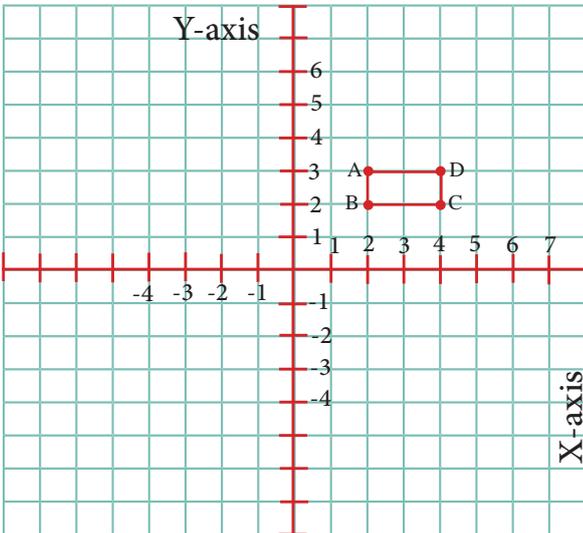
6 بأسحاب النقطة  $A (-1, -2)$  , ثلاثة وحدات نحو اليمين.

7 بأسحاب النقطة  $B (-2,4)$  , وحدتين نحو الأسفل.

8 بأسحاب النقطة  $C (-1,-2)$  , وحدة واحدة نحو اليسار , ووحدتان نحو الأعلى .

9 جد أسحاب المربع  $A B C D$  إذ  $A (2,3)$  ,  $B (-1,3)$  ,  $C (-1,0)$  ,  $D (2,0)$  بمقدار وحدتين نحو

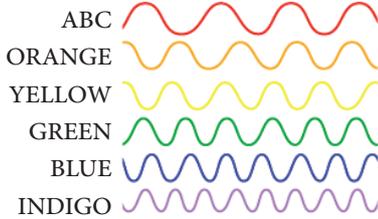
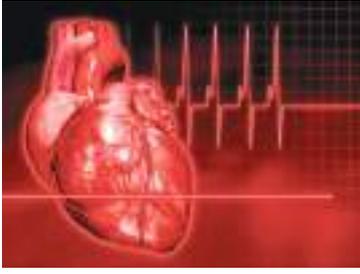
اليمين . ثم مثله وصورته في المستوي الأحداثي.



10 أنسخ المستطيل  $ABCD$  ثم حدد الأزواج المرتبة

ثم جد صورة أسحاب اللوحة مائلاً بوحدين الى اليمين وثلاث وحدات الى الأسفل.

## تدرب وحل مسائل حياتية



11 **علم الاحياء:** تطبيق في علم الأحياء في الشكل أدناه تخطيطاً لقلب إنسان، أين التكرار في المخطط ، وأين تمت عملية انسحاب المخطط؟ وعدد الانسحابات.

12 **موجات الضوء:** في الشكل موجات للضوء هل هناك عملية انسحاب للموجة ABC وكم وحدة الى جهة اليمين؟



13 **موجات:** هناك موجات تحدث في البحر فإذا كانت النقطة  $(-2,5)$  على رأس الموجة، أُجري انسحاب للموجة فتكونت الصورة  $(8,2)$ ، فكم وحدة أُجرى الانسحاب المائل، وما هي جهات الانسحاب؟



14 **رسم:** رسمت رعد سلسلة جبلية من اربعة جبال فرسمت الجبل الاول وارادت ان ترسم الجبل الثاني بشكل صورة انسحاب للجبل الاول بوحدتين الى اليمين ووحدة الى الاعلى، فما صورة انسحاب الجبل إذا علمت أن نقاط الجبل الاول  $A(3,3), B(3,0), C(0,0)$ .

## فكّر

15 **تحذّر:** ما احداثيات النقطة  $(X,Y)$  بالانسحاب  $m$  وحدة الى اليمين، و  $n$  وحدة الى الاعلى.

16 **استنتاج:** أُجري انسحاباً فكانت النقطة  $(-4,6)$  على شكل ما، ثم انسحاب آخر للصورة الناتجة فكانت

النقطة  $(4,-6)$  دون استعمال الرسم؟ ما هي الصورة النهائية بعد إجراء انسحابين؟ فسر اجابتك.

17 **هندسة:** عند إجراء انسحاب للمعين ABCD الذي رؤوسه  $A(2,-1), B(3,-3), C(2,-4), D(1,-3)$

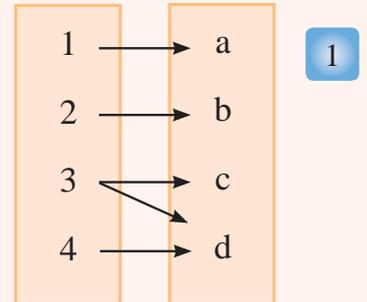
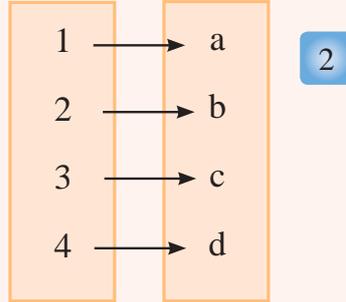
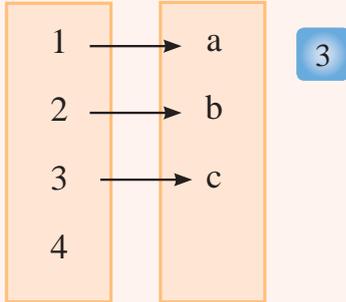
كان احداثي الرأس A بعد الانسحاب  $(4,-3)$  صف  $A^-$  صف  $B^-$ ،  $C^-$ ،  $D^-$  بعد الانسحاب.

## أكتب

مسألة حياتية تستعمل فيها انسحاباً لشكل معين . ثم حل المسألة.

## Chapter Test

بين أتمثل العلاقات التالية دالة أم لا ؟ أذكر السبب



مثل جدول الدالة بالمستوي الاحداثي؟ ثم صل بين النقاط

5

X	-1	0	1	2
Y	4	5	6	7

4

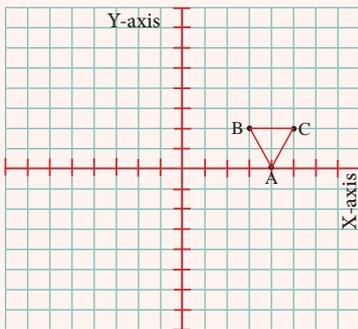
X	1	2	3	4
Y	20	40	60	80

6 من خلال المدخلات والمخرجات جد قاعدة الدالة .

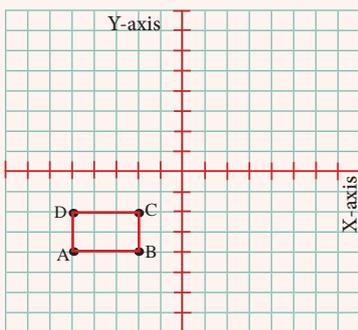
X	-2	-1	0	1
Y	-3	-2	-1	0

مثل الدوال الخطية فيما يأتي ومثلها:

7 عند دوران النقطة (2, -3) بزاوية 90° باتجاه عكس عقارب الساعة ، ما النقطة التي ستحصل عليها؟



8 انسخ ثم جد صورة انسحاب الشكل بوحدته الى الاسفل و 4 وحدات الى اليسار.



9 انسخ ثم جد صورة دوران الشكل بزاوية مقدارها 270° باتجاه عقارب الساعة

الدرس 7-1 مقياس النزعة المركزية والمدى.

الدرس 7-2 تمثيل البيانات ببيان الشاربين

الدرس 7-3 التجربة العشوائية

الدرس 7-4 الحدث

الدرس 7-5 الأحمالات

الدرس 7-6 الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

الدرس 7-7 خطة حل المسألة؛ (تمثيل المسألة)



يعكف الأحصائيون على دراسة البيانات الأحصائية من خلال تمثيلها بطرائق مختلفة وتفسيرها ليتمكنوا من معرفة أفضل الأختيارات واستخدامها .

أختر الكلمة المناسبة من المفردات المجاورة لكي تكون جملة صحيحة :

- 1 ..... هو الفرق بين اكبر قيمة واصغر قيمة في المجموعة المعطاة . المنوال
- 2 ..... هي القيمة التي تتكرر اكثر من غيرها في المجموعة المعطاة الوسيط
- 3 ..... هي القيمة التي تتوسط مجموعة البيانات المعطاة بعد ترتيبها تصاعدياً او تنازلياً . المدى
- 4 ..... هي القيمة التي تساوي مجموع القيم المعطاة مقسوماً على عددها . الوسط الحسابي

رتب مايلي تصاعدياً (من الأصغر الى الأكبر):

5 9 ، 6 ، 8 ، 8 ، 9 ، 6 ، 7 ، 9

6 97 ، 90 ، 90 ، 99 ، 100 ، 97 ، 97 ، 99

أختر الأجابة الصحيحة من بين القوسين لكل مما يأتي :

- 7 بغداد عاصمة جمهورية العراق ( ممكن ، مؤكد )
- 8 احتمال سحب كرة حمراء من كيس فية كرات بيض فقط هي ( 0% ، 50% )
- 9 بطاقات مرقمة من 1 الى 9 نسبة البطاقات التي تحمل ارقام زوجية هي ( اقل من 50% ، 0% )
- 10 اذا كان العدد 3 يمثل الساق والعدد 4 يمثل الورقة فان العدد هو ( 34 ، 43 )

65	70	68	76	65
72	69	74	71	69
76	65	71	72	68

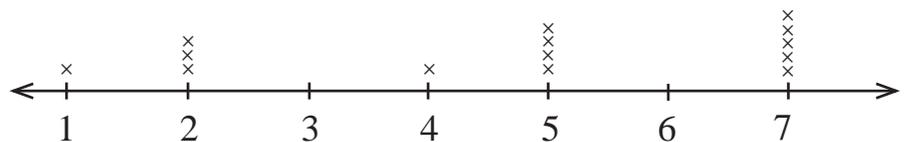
11 مثل البيانات في الجدول المجاور بطريقة الساق والورقة

جد الوسيط والمنوال والمدى لكل مما يأتي:

12 4 ، 5 ، 0 ، 2 ، 3 ، 8 ، 1 ، 6 ، 2

13 87 ، 30 ، 55 ، 15 ، 12 ، 71 ، 77

14 من التمثيل المجاور بالنقاط:



## تَعَلَّم

## فَكَرَّةُ الدرس

- إيجاد مقياس النزعة المركزية و المدى مستخدماً التمثيل بالساق و الورقة
- المفردات
- المتوسط
- الوسيط
- المنوال
- المدى

يبين الجدول المجاور درجات بعض طلاب الصف الثاني متوسط في مادة الرياضيات أوجد :

1- المدى 2 - الوسيط

3- المنوال 4 - المتوسط الحسابي

درجات الطلاب				
95	90	85	90	98
88	81	90	79	79
72	90	99	94	75

**تعلمت** سابقاً تمثيل البيانات بطريقة الساق والورقة لمجموعة واحدة ، في هذا الدرس سنتعلم تمثيل مجموعتين بطريقة الساق والورقة والمقارنة بينهما. ويمكنك إيجاد مقياس التشتت و النزعة المركزية من خلال التمثيل بالساق والورقة .

## مثال (1)

استعمل التمثيل بالساق والورقة للإجابة عن فقرة تعلم  
خطوة (1) : استعمل التمثيل بالساق والورقة لعرض البيانات بعد ترتيبها تصاعدياً.

الأوراق (مرتبة الآحاد)	الساق (مرتبة العشرات)
2 5 9 9	7
1 5 8	8
0 0 0 0 4 5 8 9	9

خطوة (2) : استعمل التمثيل بالساق والورقة للإجابة عن :

1 القيمة الكبرى = 99 القيمة الصغرى = 72

المدى = القيمة الكبرى - القيمة الصغرى

المدى = 99 - 72

= 27

2 الوسيط = 90 ( القيمة الواقعة في المنتصف البيانات في الجدول الساق و الورقة )

3 المنوال = 90 ( هي الدرجة الأكثر تكراراً )

4 الوسط الحسابي يساوي =  $\frac{99 + \dots + 75 + 72}{15}$   
= 87

يمكن مقارنة مجموعتين من البيانات بالتمثيل المزدوج للساق والورقة.

مثال (2) يبين الجدول المجاور تمثيل الساق والورقة لدرجات بعض الطلاب في مادتي الرياضيات والفيزياء

الورقة (الفيزياء)	الساق	الورقة (الرياضيات)
8 5 1	7	3
9 8 4 4 2	8	0 2 3 3 7 8
9 6 5 3 0	9	0 0 1 5 6 7

(i) أي الموضوعين مداه أكبر؟

مدى المجموعة الرياضيات  $97-73 = 24$

مدى مجموعة الفيزياء  $99-71 = 28$

لذا مدى مجموعة الفيزياء أكبر من مدى مجموعة الرياضيات

(ii) وسيط مجموعة الرياضيات هو 88 أما الوسيط مجموعة الفيزياء فهو 88

(iii) ما أعلى درجة في الموضوع الرياضيات؟ 97

(iv) ما أقل درجة في موضوع الفيزياء؟ 71

مثال (3) أجريت مقارنة على المسافة التي تقطعها 9 سيارات بالكيلومترات داخل المدينة وعلى الطريق العام فكان الجدول أدناه.

المسافة بالكيلومترات									
28	23	41	31	20	19	23	31	34	داخل المدينة
28	38	32	41	38	28	32	30	27	الطريق العام

(i) أنشئ التمثيل المزدوج بالساق والورقة بالبيانات اعلاه. (ii) جد الوسيط والمنوال والمدى لكل منهما.

داخل المدينة	الطريق العام	
28	32	الوسيط
23, 31	28,32,38	المنوال
$41-19=22$	$41-27=14$	المدى

داخل المدينة	الساق	الطريق العام
9	1	
8 3 3 0	2	7 8 8
4 1 1	3	0 2 2 8 8
1	4	1

(iii) أي المجموعتين مداه أكبر؟

مجموعة السيارات داخل المدينة مداها = 22

مجموعة سيارات الطريق العام مداها = 14

لذا مجموعة السيارات داخل المدينة مداها أكبر.

## تأكّد من فهمك

درجات الحرارة سيليزية				
24	30	36	32	38
2	31	35	13	15
38	32	38	38	13

الأسئلة : (1-3)  
مشابه للمثال 1

الجدول المجاور يبين درجات الحرارة لبعض الأيام

1 استعمل التمثيل بالساق والورقة لتمثيل البيانات

2 أوجد : المدى ، الوسيط ، المنوال للبيانات

3 أوجد : الوسط الحسابي للبيانات

يبين تمثيل الساق والورقة المجاور عدد النقاط التي حصل عليها مجموعتين من الفرق المدرسية في لعبة كرة السلة

المجموعة (2)	الساق	المجموعة (1)
0	4	7 8 8
6 4 3 1	5	0 0 2 3 7
9 8 6	6	1 6
2 1	7	
3	8	4

4 جد : (المدى ، الوسيط ، المنوال) لبيانات المجموعة الاولى

5 أي المجموعتين مداها أصغر؟

6 قارن بين الوسيطين للمجموعتين.

7 أنشئ التمثيل المزدوج بالساق والورقة ثم جد : المدى ،

الوسيط ، المنوال لبيانات النوعين.

8 أي المجموعتين مداها أكبر؟

الأسئلة : 7, 8  
مشابه للمثال 3

أطوال النباتات بالسنتيمترات							
49	64	72	63	45	52	43	النوع الأول
54	58	54	64	58	52	61	النوع الثاني

## تدرب وحلّ التمرينات

استعمل تمثيل الساق والورقة المجاور وجد ما يأتي:

9 المدى ، الوسيط ، المنوال للبيانات

10 الوسط الحسابي للبيانات

الساق	الورقة
0	8 9
1	0 2 4 6 8
2	7
3	4

يمثل الجدول أدناه عدد زوار المتحف البغدادي في اسبوعين متتالين:

عدد زوار المتحف البغدادي							
58	61	70	63	36	50	44	الأسبوع الأول
50	59	70	66	30	52	40	الأسبوع الثاني

11 استعمل التمثيل المزدوج بالساق والورقة لتمثيل البيانات

12 أوجد : المدى ، الوسيط ، المنوال لبيانات الاسبوع الاول

13 أوجد : الوسط الحسابي لبيانات لكل اسبوع . ماذا تلاحظ؟ فسر اجابتك.

## تدرب وحل مسائل حياتية

سرعة السيارات Km/h				
69	65	71	76	65
59	74	68	74	72
70	65	69	71	68

**سرعة:** الجدول المجاور يبين سرعة بعض السيارات على الطرق

14 استعمل التمثيل بالساق والورقة لتمثيل البيانات

15 جد المدى ، الوسيط ، المنوال للبيانات

16 جد الوسيط الحسابي للبيانات

كمية الدهن في فطائر اللحم والدجاج %		
دجاج	الساق	لحم
1	0	8 9
9 5	1	0 2 4 6 7
7 6 5	2	7
4 3	3	
1	4	0

**طعام :** استعمل تمثيل الساق والورقة المجاور واجد ما يأتي:

17 ما اعلى كمية دهون في كل نوع ؟

18 اي نوعين يحتوي كمية اقل من الدهن بصورة عامة ؟

19 جد الوسيط لكلا الفطيرتين وقارن بينهما .

## فكّر

الوزن بالكيلو غرام	
الساق	الورقة
3	4 5 6
4	
5	6
7	2 8

20 اعط مثالا على مجموعة بيانات لها نفس الوسيط والمنوال .

21 **اكتشف الخطأ:** الجدول المجاور يمثل اوزان بعض المواد

بالكيلو غرام ، يحاول محمد ومهند تحليل البيانات الممثلة بالساق

والورقة يقول محمد ان نصف الاوزان بين 30،40 كيلو غرام

ويقول مهند انه لا يوجد اي وزن يزيد عن 70 كيلو غرام أيهما

على صواب ؟ وضح اجابتك

22 **درجات :** الجدول أدناه يمثل درجات امتحان شعبتين في موضوع الرياضيات

23 استعمل البيانات في التمثيل المزدوج بالساق والورقة وأجب:

24 ما الوسيط في شعبة A ؟

25 ما المنوال في شعبة B ؟

أي الشعبتين مداها أصغر؟

درجات طلاب الشعبتين							
66	81	73	52	77	80	90	الشعبة A
80	60	99	60	84	66	90	الشعبة B

## أكتب

مسألة يمكن حلها بتحليل التمثيل المزدوج بالساق والورقة ، وضح كيف يمكنك استعماله لإيجاد المدى ، الوسيط ، المنوال .

تَعَلَّم

سجل أحد لاعبي كرة السلة في كل مباراة النقاط التالية :



35 ، 37 ، 40 ، 35 ، 38 ،

46 ، 46 ، 42 ، 37 ، 40 ،

كيف أمثل البيانات ببيان الشاربيين ؟

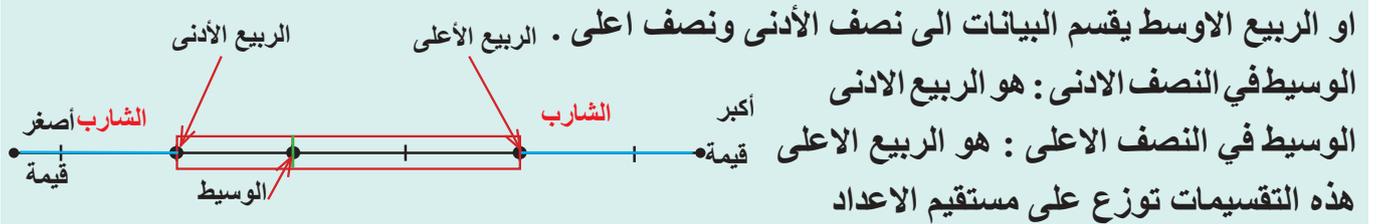
فَكَرَّرْ الدرس

- تمثيل البيانات ببيان الشاربيين
- مقارنة بين الشاربيين
- المفردات
- بيان الشاربيين
- الربع الاعلى
- الربع الأدنى
- المدى الربيعي

Box and whisker Graph

بيان الشاربيين [7-2-1]

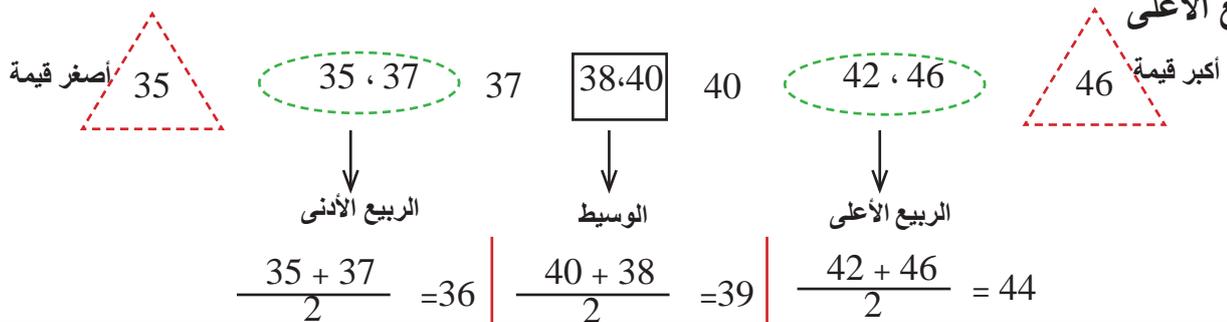
لكي تنشئ بيان الشاربيين ، يجب تقسيم البيانات بعد ترتيبها الى اربعة اقسام ، باستعمال الربعيات ، الوسيط



مثال (1) انشى بيان شاربيين للبيانات الآتية :

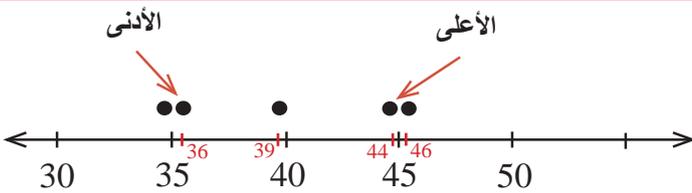
35 ، 37 ، 40 ، 35 ، 38 ، 46 ، 46 ، 42 ، 37 ، 40

**الخطوة (1):** رتب البيانات تصاعديا ، حدد القيمة الصغرى والكبرى ثم الوسيط وبعدها الربع الأدنى والربع الأعلى



**الخطوة (2):** أرسم مستقيم الأعداد وأضع فوقه

نقطة لكل قيمة وجدت في الخطوة (1).

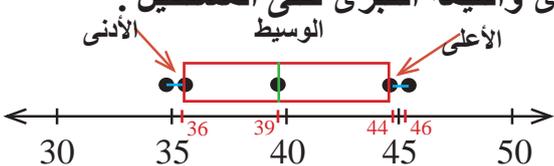


**الخطوة (3):** ارسم مستطيلا بدءاً من الربع الأدنى وانتهاء عند الربع الأعلى ، ارسم داخل المستطيل خط

مستقيم يدل على الوسيط ، ثم ارسم الشاربيين من قيمة الصغرى والقيمة الكبرى حتى المستطيل

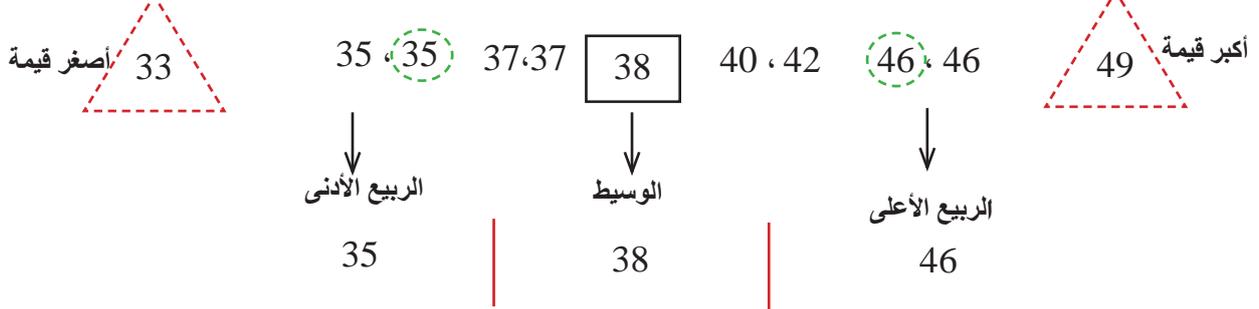
المدى الربيعي = الربع الأعلى - الربع الأدنى

المدى الربيعي =  $44 - 36 = 8$  (يساوي طول المستطيل)

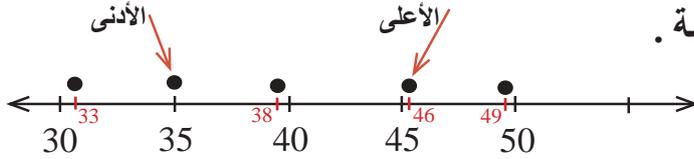


مثال (2) انشى بيان شاربين للبيانات الآتية :

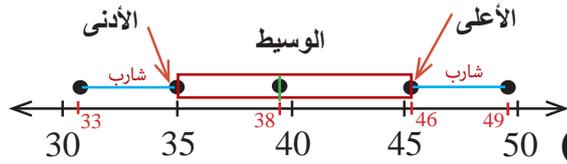
37 ، 46 ، 35 ، 40 ، 42 ، 46 ، 38 ، 49 ، 37 ، 35 ، 33  
رتب البيانات تصاعديا ، حدد القيمة الصغرى والكبرى ثم الوسيط وبعدها الربع الأدنى والربع الأعلى



أرسم مستقيم الأعداد وأضع فوقه نقطة لكل قيمة .



ارسم مستقيلا بدءاً من الربع الأدنى وانتهاء عند الربع الأعلى ، ارسم داخل المستطيل خط مستقيم يدل على الوسيط ، ثم ارسم الشاربين من قيمة الصغرى والقيمة الكبرى حتى المستطيل .



المدى الربيعي = الربع الأعلى - الربع الأدنى

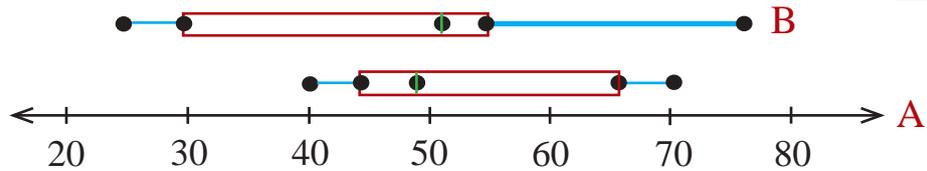
المدى الربيعي  $46 - 35 = 11$  (يساوي طول المستطيل)

Comperer by Using Box-whisker

المقارنة بأستعمال الشاربين [7-2-2]

يمكنك أستعمال بيان الشاربين للمقارنة بين مجموعتين من البيانات وذلك بوضع أحدهما بمحاذاة الآخر.

مثال (3) يبين بيان الشاربين أدناه كيف تتوزع بيانات شركتي A , B لأنتاج نوع خاص من أدوات المطبخ.



من خلال الشكل المجاور أجب عما يأتي :

- أي الشركتين وسيطها أكبر ؟ وسيط الشركة B أكبر من وسيط الشركة A

- اي الشركتين لديها مدى ربيعي أكبر؟ المدى الربيعي للشركة B هو الأكبر .

حيث طول المستطيل في بيان الشاربين يمثل المدى الربيعي .

- اي الشركتين ستنج ادوات اكثر ؟

المدى والمدى الربيعي في بيان شركة A هما اصغر من المدى والمدى

الربيعي في بيان شركة B ، هذا يعني ان التغيير في بيانات الشركة A اقل من التغيير في بيانات الشركة B

لذا انتاج شركة A ممكن ان يكون الاكثر .



## تأكّد من فهمك

أنشى بيان شاربين للبيانات الآتية:

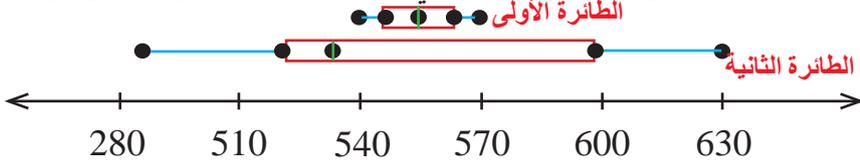
الأسئلة : (1-3)  
مشابه للمثالين 1,2

1 17 ، 23 ، 26 ، 29 ، 17 ، 21 ، 19 ، 28 ، 20

2 81 ، 76 ، 73 ، 72 ، 72 ، 75 ، 79 ، 85

3 10 ، 25 ، 17 ، 14 ، 21 ، 23 ، 17 ، 26 ، 16

لدى محمد ومهند طائرتان ورقيتان ، يمثل بياناً الشاربين المسافات التي ارتفعت بها كل من الطائرتين.



4 اي طائرة وسيطها اقل ؟

5 اي طائرة مداها الربيعي اكبر ؟

6 اي طائرة يبدو انها ستطير مسافة أقل ؟



يمثل بياناً الشاربين عدد زوار مجمعين للتسويق A , B .

7 قارن بين الوسيطين وبين المديين .

8 قارن بين المدى الربيعي لعدد زوار المجمع A مع عدد زوار المجمع B.

الأسئلة : (4-8)  
مشابه للمثال 3

## تدرب وحلّ التمرينات

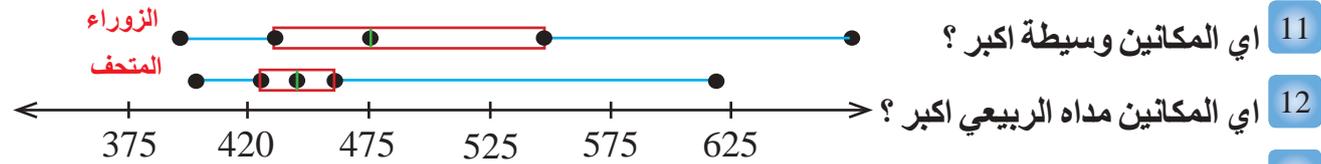
أنشى بيان شاربين للبيانات الآتية :

8 12 ، 13 ، 10 ، 7 ، 23 ، 15 ، 8 ، 20 ، 15 ، 18 ، 39

9 23 ، 29 ، 18 ، 24 ، 24 ، 25 ، 18 ، 17 ، 18 ، 22

7	6	5	4	الساق
2	3	4	2	7
3	5	9	الورقة	

يمثل بياناً الشاربين عدد زوار حديقة الزوراء والمتحف البغدادي في بعض الايام .



11 اي المكانين وسيطة اكبر ؟

12 اي المكانين مداه الربيعي اكبر ؟

13 اي المكانين يبدو انه يستقبل عدد اكبر من الزوار ؟

14 يمثل بياناً الشاربين المجموعتين A , B .

15 جد الوسيط في كلا المجموعتين وقارن بينهما .



16 جد المدى الربيعي في كل من المجموعتين

وقارن بينهما .

## تدرب وحل مسائل حياتية



17 **ملابس** : يمثل الجدول التكراري قياس 12 بدلة رجالية.

القياس	48	50	52	54	65
التكرار	3	4	2	2	1

مثل الجدول اعلاه ببيان الشاربيين .



18 **زراعة** : مثلت أطوال 8 نباتات بالسنتمترات بطريقة الساق والورقة المبينة في الجدول أدناه ، مثل البيانات بالشاربيين.

الساق	3	4	5
الورقة	2	1	1

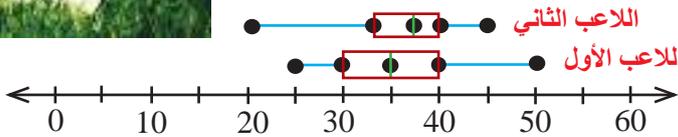


**رياضة** : يمثل بيان الشاربيين عدد المباريات التي لعبها لاعبين في كرة القدم خلال السنوات الأربعة عشر الأولى من احترافهما.

19 أي لاعب يبدو أن عدد مبارياته أكثر؟

20 أي لاعب وسيطه أكبر؟

21 أي لاعب مداه الربيعي أكبر؟



## فكر

22 **أكتشف الخطأ**: استعمل محمود البيانات الآتية :

8 ، 2 ، 9 ، 14 ، 5 ، 13 ، 7 ، 5 ، 8

ووجد ان الربيع الادنى ( 11 ) بين خطأ محمود وصححه .

23 **تحذّر**: اذا كان المدى الربيعي لمجموعة بيانات يساوي 9 ، وكان الربيع الاعلى يساوي 27. فما قيمة الربيع الادنى ؟

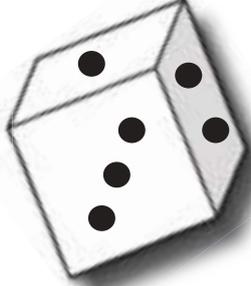
24 **مسألة مفتوحة**: أكتب مجموعة بيانات عند تمثيلها بالشاربيين يكون المستطيل طويلاً والشاربيين قصيرين . قارن عدد القيم في المستطيل مع عددها في الشاربيين.

## أكتب

حالات التشابه والاختلاف بين تمثيل البيانات في الساق والورقة والتمثيل في الشاربيين.

## تَعَلَّم

رمى محمد حجر النرد مرة واحدة ، وطلب الى أخته تمارة تسجيل الأرقام التي ظهرت .



- ماذا نسمي مجموعة النواتج الممكنة ؟
- ماذا نسمي مجموعة الأرقام الأولية ؟

## فَكْرَةُ الدرس

- التعرف إلى التجربة العشوائية.
- كتابة نتائج التجربة العشوائية بمخطط الشجرة.
- كتابة عدد النتائج بأستعمال قانون العد الأساسي.

## المفردات

- الفعل العشوائي
- الحدث
- التجربة العشوائية
- النتيجة
- قانون العد الأساسي

## Random Experiment

## [7-3-1] التجربة العشوائية

**التجربة العشوائية :** كل نشاط تأتي نتائجه مصادفة.

**الفعل العشوائي :** هو فعل يؤدي الى نتيجة غير معروفة مسبقاً.

**مجموعة النتائج :** هي المجموعة المؤلفة من جميع النتائج الممكنة لفعل عشوائي وتسمى فضاء العينة ويرمز لها  $\Omega$

**الحدث :** هو نتيجة ممكنة أو مجموعة من النتائج الممكنة.

**مثال (1)** حجر النرد مرقم من 1 الى 6 كل رقم يمكن أن يظهر مرة واحدة ، أي أن النتائج الممكنة هي :

$$6, 5, 4, 3, 2, 1$$

مجموعة النواتج الممكنة تدعى فضاء العينة وسوف نرمز لها  $\Omega$  .

إذن :  $\Omega = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$  تجربة عشوائية بسيطة

الأرقام الأولية هي : 2, 3, 5 وهي مجموعة جزئية من فضاء العينة نكتبها بشكل مجموعة.

$$E = \{ 2, 3, 5 \} \subset \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \}$$

**مثال (2)** رمي قطعتي نقود معدنية مرة واحدة :

(i) اكتب مجموعة النتائج الممكنة .

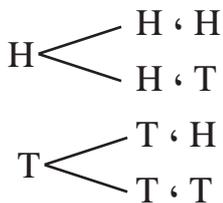
(ii) اكتب النتائج التي تحقق الحدث : ظهور وجهين متشابهين على القطعتين .

(i) اذا سميت الوجه الأول للقطعة المعدنية H ( الصورة ) وسميت الوجه الثاني T (الكتابة).

فسوف تحصل على 4 نتائج ممكنة ، أنشئ مخطط الشجرة ليساعدك على عرض كل النتائج الممكنة كما مبين من مخطط الشجرة مجموعة النتائج هي:

$$\Omega = \{ (H, H), (H, T), (T, H), (T, T) \}$$

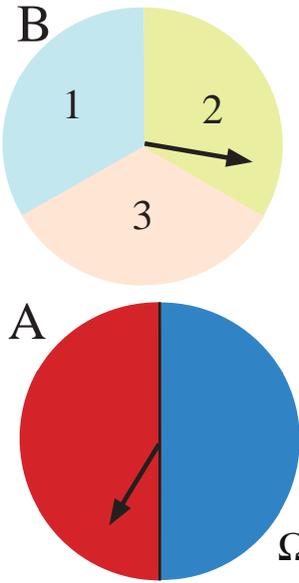
(ii) يتحقق الحدث إذا كانت النتيجة (H,H) ، (T,T) وهي مجموعة جزئية من فضاء العينة.



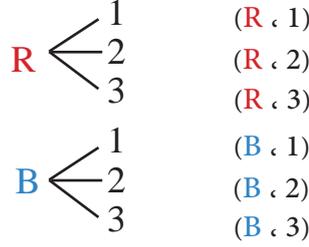
$$E = \{ (H, H), (T, T) \} \subset \Omega$$

مثال (3)

أطلق طارق مؤشر القرص A ومؤشر القرص B كما مبين بالشكل هنا:  
(i) أكتب مجموعة النتائج الممكنة .  
(ii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث : مؤشر القرص B على العدد 3 .  
(i) أنشئ مخطط شجرة ليساعدك على عرض كل النتائج الممكنة .



القرص A      القرص B



مجموعة النتائج الممكنة :  
 $\Omega = \{ (R, 1), (R, 2), (R, 3), (B, 1), (B, 2), (B, 3) \}$

$E = \{ (R, 3), (B, 3) \}$

(ii)

## Fundamental Counting Principle

## [7-3-2] قانون العد الأساسي

ينص قانون العد الأساسي : على أن عدد النتائج الممكنة لتجربة عشوائية تقوم على فعلين عشوائيين هو ناتج ضرب عدد نتائج الفعل الأول (m) في عدد نتائج الفعل الثاني (n)  
أي أن عدد نتائج الفعلين هو  $m \times n$

مثال (4) رمي قطعتي نقود معدنية مرة واحدة :

(i) أستعمل قانون العد الأساسي لأجد نتائج التجربة.

مع قطعة النقود الأولى تظهر نتيجتان ولتكن  $m = 2$

مع قطعة النقود الثانية تظهر نتيجتان ولتكن  $n = 2$

أستعمل قانون العد الأساسي : عدد نتائج التجربة =  $m \times n$

لذا عدد النتائج كلها  $2 \times 2 = 4$

(ii) في مثال (3)

مع القرص A عدد النتائج الممكنة 2 (أحمر، أزرق) ولتكن  $m = 2$

مع القرص B عدد النتائج الممكنة 3 (1,2,3) ولتكن  $n = 3$

أستعمل قانون العد الأساسي : عدد نتائج التجربة =  $m \times n$

لذا عدد النتائج كلها  $2 \times 3 = 6$

(iii) رميت حجر النرد وأطلقت قرص فيه 4 أقسام متساوية مرقمة (1, 2, 3, 4)

ما عدد النتائج الممكنة؟

مع حجر النرد 6 (1,2, 3, 4, 6,5) نتاج ولتكن  $m = 6$

مع القرص 4 (1,2, 3, 4) نتاج ولتكن  $n = 4$

أستعمل قانون العد الأساسي : عدد نتائج التجربة =  $m \times n$

لذا عدد النتائج كلها  $6 \times 4 = 24$

## تأكّد من فهمك



1 تريد سعاد الجلوس على كرسي من بين 8 كراسي مرقمة من 1 الى 8.

(i) أكتب مجموعة النتائج الممكنة.

(ii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث « جلوسها على كرسي يحمل رقماً زوجياً »

جد عدد النتائج كلها مستعملاً قانون العد الأساسي لكل مما يأتي.

2 رمي قطعة نقود وأطلق مؤشر القرص المقابل. أكتب مجموعة النتائج الممكنة.

3 أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ظهور كتابة على قطعة النقود ووقوف المؤشر

على الرقم 1 »

4 لدى مهند 2 ستر (سوداء وبنية) ولديه أيضاً قميص أبيض وقميص نيلى

وقميص رمادي . بكم طريقة يمكن لمهند أن يرتدي قميصاً وسترة معاً.

الأسئلة : (1-4)

مشابهة للأمثلة: 1-4

## تدرب وحلّ التمرينات

5 تنتظر ساره وأمل الباص من بين 6 باصات تحمل الأرقام من 1 الى 6

(i) أكتب مجموعة النتائج الممكنة.

(ii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ركوب سارة باصاً يحمل

رقم فردي أصغر من 6 »

(iii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ركوب أمل باصاً يحمل رقم زوجي »

6 رمي حجر النرد وأطلق مؤشر القرص المقابل

(i) أكتب مجموعة النتائج الممكنة.

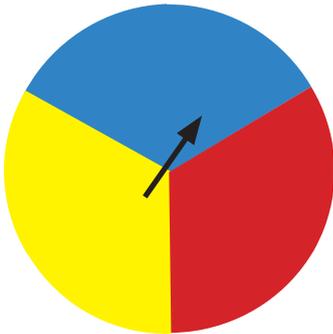
(ii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ظهور عدد أولي على الحجر

ووقوف المؤشر على اللون الأحمر»

(iii) أكتب النتائج التي تحقق الحدث « ظهور عدد أكبر من خمسة

على الحجر ووقوف المؤشر على اللون الأصفر»

(iv) أستعمل قانون العد الأساسي لإيجاد العدد الكلي للنتائج.



## تدرب وحلّ مسائل حياتية



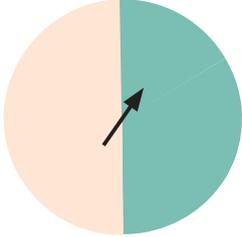
7 **أنترنت**: يريد رياض أن يختار كلمة السر الخاصة لدخول الأنترنت ، تتكون الكلمة من حرفين من مجموعة الحروف A ، B ، C متبوعة بأحد الأرقام الثلاثة 1 ، 2 ، 3 . كم كلمة سر يمكنه أن يشكلها مستعملاً قانون العد الأساسي؟ أكتب جميع النتائج الممكنة.

8 **طعام**: يمكن أن يختار زبون عند الفطور بين الجبن والبيض المقلي، كما يمكنه أن يشرب حليب أو عصير برتقال أو عصير تفاح.  
 (i) أكتب كل الخيارات الممكنة للزبون.  
 (ii) أكتب النتائج الممكنة التي تحقق الحدث " تناول الجبن وعصير الفاكهة "  
 (iii) جد عدد النتائج كلها مستعملاً قانون العد الأساسي.



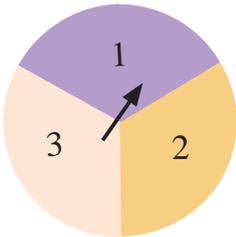
## فكّر

9 **تحدّ**: رميت حجر النرد وقطعة معدنية ثم تدوير مؤشر قرص فيه قسمين.  
 (i) أكتب النتائج الممكنة.  
 (ii) جد عدد النتائج كلها مستعملاً قانون العد الأساسي.



10 **صحة**: الجدول المجاور يحتوي على ثلاث مجموعات  
 (i) أكتب النتائج الممكنة للمجموعة A مع المجموعة B .  
 (ii) أكتب النتائج الممكنة للمجموعة A مع المجموعة C .  
 (iii) جد عدد النتائج الممكنة للمجموعات A مع B مع C.

المجموعة C	المجموعة B	المجموعة A
خضر	لحم	جبن
فواكه	دجاج	بيض
	سمك	لبن



11 **ألعاب**: تسابق محمد ومهند في لعبة القرص المجاور ، دور القرص مرتين . إذا كان مجموع الرقمين عدد فردي فإن مهند هو الفائز . أكتب مجموعة النتائج الممكنة ليكون محمد هو الفائز.

## أكتب

كيف تجد عدد النتائج الممكنة عندما ترمي حجر النرد وقطعتي نقود معدنية دفعة واحدة؟

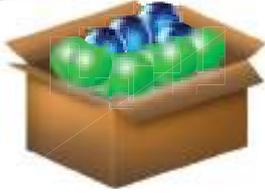
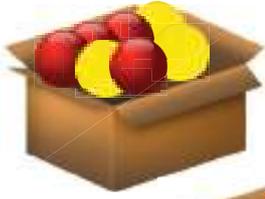
## تَعَلَّم

## فكرة الدرس

- يتعرف إلى الحدث ، والأحداث المستقلة وغير المستقلة.
- التمييز بين الأحداث المستقلة وغير المستقلة.
- يتعرف الحدث المركب.

## المفردات

- الحدث
- الحدثان المستقلان
- الحدثان المترابطان
- الحدث المركب



- صندوقان يحتوي الأول على كرات حمراء وصفراء.
- يحتوي الصندوق الثاني على كرات خضراء وزرقاء.
- سحبت كرة من كل صندوق.
- ماذا نسمي طريقة السحب ؟
- ماذا نسمي النتائج ؟
- وما العلاقة بين النتيجةين ؟

يمكننا أن نسمي العملية في فقرة تعلم تجربة Experiment. أما الحدث Event: فهو مجموعة نتائج أو نتيجة واحدة أحياناً. والأحداث قد تكون مستقلة أو مترابطة أو مركبة.

## [7-4-1] الأحداث المستقلة والأحداث غير المستقلة ( المترابطة )

## Independent and Dependent Events

**الحدثان المستقلين:** إذا كان وقوع أو عدم وقوع أحدهما لا يؤثر على وقوع أو عدم وقوع الحدث الآخر.  
**الحدثان غير المستقلين ( المترابطين ):** إذا كان وقوع أو عدم وقوع أحدهما يؤثر في وقوع أو عدم وقوع الحدث الآخر.

## مثال (1)

الأجابة عن الأسئلة في فقرة تعلم :

نسمي طريقة السحب بالتجربة .

ونسمي النتائج من هذه التجربة بالأحداث

أما العلاقة بين هذه الأحداث فتوضح كما يأتي:

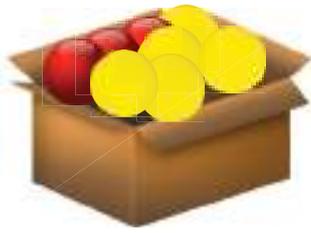
أفرض أن  $E_1$  حدث سحب كرة من الصندوق الأول (الكرة المسحوبة حمراء أو صفراء)

أفرض أن  $E_2$  حدث سحب كرة من الصندوق الثاني (الكرة المسحوبة خضراء أو زرقاء)

لاحظ أن سحب أي كرة من الصندوق الأول لا يؤثر على عدد الكرات في الصندوق الثاني.

أي أن وقوع الحدث  $E_1$  لا يؤثر على وقوع الحدث  $E_2$

لذا  $E_1$  ،  $E_2$  حدثان مستقلان .



مثال (2) صندوق يحتوي على 3 كراتٍ حمراء و 5 كراتٍ صفراء

حدد ماذا كان الحدثان مستقلين أم مترابطين في كل مما يلي:

(i) سحب كرة حمراء ثم سحب كرة صفراء دون إعادة الكرات الى الصندوق .

أفرض  $E_1$  سحب كرة حمراء ،  $E_2$  سحب كرة صفراء من الصندوق.

لعدم إعادة الكرة الحمراء بعد السحب بقي في الصندوق كرتان حمراء ، 4 كرات صفراء .

أي وقوع الحدث  $E_1$  يؤثر على وقوع الحدث  $E_2$  . فهما حدثان غير مستقلين (مترابطين)

(ii) سحب كرة حمراء ثم سحب كرة صفراء بعد إعادة الكرة الأولى الى الصندوق .

أفرض  $E_1$  سحب كرة حمراء ،  $E_2$  سحب كرة صفراء بعد إعادة الكرة الحمراء يبقى عدد الكرات نفسه في

الصندوق. أي وقوع الحدث  $E_1$  لا يؤثر في وقوع الحدث  $E_2$  . فهما حدثان مستقلان.

مثال (3) حدد إن كان الحدثان مستقلين أو غير مستقلين في حالة ظهور الصورة بعد رمي قطعة نقود



وظهور الكتابة بعد رميها مرة أخرى.

أفرض  $E_1$  ظهور الصورة في الرمية الأولى.

أفرض  $E_2$  ظهور الكتابة في الرمية الثانية.

$E_1$  لا يؤثر في  $E_2$  .

لذا  $E_1$  ،  $E_2$  حدثان مستقلان .

## Compound Events

## [7-4-2] الأحداث المركبة

الحدث المركب : يتكون من حدثين بسيطين أو أكثر وقد تكون مستقلة أو غير مستقلة.

مثال (4) رمي حجر النرد وتدوير قرص مقسم على أجزاء ملونة متساوية المساحة. هل الحدث مركب

ومانوع الحدثان البسيطان؟

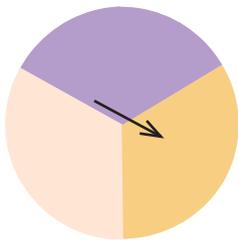
أن عملية رمي حجر النرد وتدوير القرص تُعد حدثاً مركباً من حدثين بسيطين .

الحدث الأول ظهور أحد الأرقام من 1 الى 6 .

والحدث الثاني ظهور لون معين. ان ظهور رقم لا يؤثر على

ظهور اللون .

لذلك فهما حدثان مستقلان.



مثال (5) أعلن محل للملابس عن إمكانية الحصول على قطعة إضافية عند شراء الزبون أيّ قطعة.

مانوع الحدثين؟

تمثيل عملية شراء قطعة الملابس وتسلم قطعة ثانية مجاناً حدث مركب .

فتسلم القطعة الثانية مجاناً مرتبطاً بشراء الزبون القطعة الأولى.

لذلك فهما حدثان غير مستقلين.

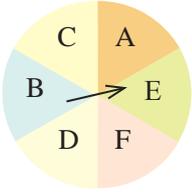


## تأكد من فهمك

حدد إن كان الحدثان مستقلين أو غير مستقلين في الأحداث المركبة فيما يأتي:

1 اسحب بطاقة من البطاقات المجاورة دون أرجاعها ، ثم أسحب بطاقة أخرى . 2 3 4 5 6

2 إذا أختيرت إحدى بطاقات الأحرف ودور مؤشر القرص الدوار.



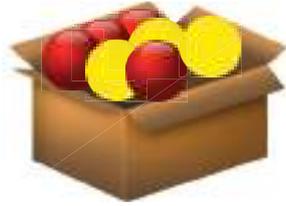
A B C D

الأسئلة : (1 - 6)

مشابه للأمثلة (1 - 5)

3 رمي حجر النرد ، وسحب كرة من صندوق فيه كرات مختلفة الألوان.

4 صندوق فيه 4 كرات حمراء ، و3 صفراء ، سحب مهند كرة عشوائياً



وسحب محمد أيضاً كرة عشوائياً.

5 سحب الكرة الأولى من صندوق دون أعادتها ثم سحب كرة ثانية من الصندوق نفسه.

6 سحب الكرة الأولى من صندوق مع أعادتها ثم سحب كرة ثانية من الصندوق نفسه.

## تدرب وحلّ التمرينات

حدد أن كان الحدثان مستقلين أو غير مستقلين في الأحداث المركبة التالية:

7 وقوف المؤشر على اللون الأحمر وظهور الرقمين 5 ، 2 على حجر النرد .

8 رمي حجري نرد معاً وظهور الرقم 6 على الحجر الأول وظهر الرقم 3 على الحجر الثاني .

9 رمي قطعة نقود وظهور الصورة ، ورمي حجر نرد وظهور الرقم 5.

10 رمي حجر النرد والحصول على عدد زوجي ، والحصول على 1 أو 4 .



11 علبة فيها حلوى بنكهات مختلفة ، 3 بطعم الليمون ، 4 بطعم الفراولة ،

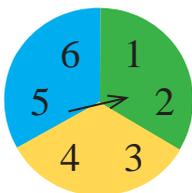
2 بطعم الموز ، 5 بطعم البرتقال سحبت جمانة قطعتين من العلبة دون أعادتها

الى العلبة.

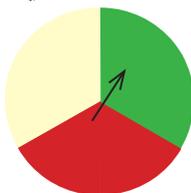
12 رمي تيم قُطعتي نقود في الوقت نفسه فإذا ظهرت الصورة نفسها على القطعتين .

13 أطلق محمد مؤشر القرص A وأطلق مهند مؤشر القرص B في الوقت نفسه ، أن يأتي مؤشر A

A



B



على العدد 4 ومؤشر B على اللون الأخضر.

14 سحب بطاقة حمراء من مجموعة البطاقات A B C D وظهور كتابة بعد رمي قطعة نقود.

## تدرب وحلّ مسائل حياتية



15 **فواكه**: سلة تحتوي على 3 برتقالات و5 موزات و4 تفاحات ،  
أختار أحمد حبة فاكهه عشوائياً وأختارت أخته حبة فاكهه عشوائياً  
دون إعادة الحبة الأولى .مالعلاقة بين الحدثين ؟



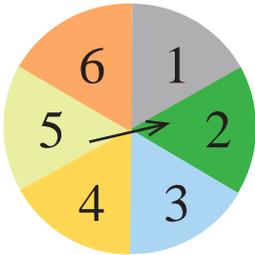
16 **ملابس**: دُرج فيه 5 قمصان بيض ، 4 زرق ، قميصان رصاصيان  
سحب شخص قميصاً من الدُرج ، ثم سحب قميصاً آخر دون إعادة  
القميص الأول الى الدرج . أياكون الحدثان مستقلين أم لا ؟ فسر أجابتك.



17 **لعبة**: رمى أحمد حجر النرد وقطعة النقود مرة واحدة ، ظهر رقم  
أكبر من 3 على حجر النرد وصورة على قطعة النقود . هل الحدثان  
مستقلان ؟ وضح ذلك.

## فكّر

18 **مسألة مفتوحة**: يوجد في صندوق 6 كرات بثلاثة ألوان مختلفة . أكتب مسألة تتعلق بسحب كرتين  
عشوائياً دون أرجاعهما الى الصندوق.



19 **اكتشف الخطأ**: أطلق محمود مؤشر القرص المجاور ثلاث مرات  
وقال: أن يأتي المؤشر عند 5 في المرات الثلاث لا يؤثر في النتيجة

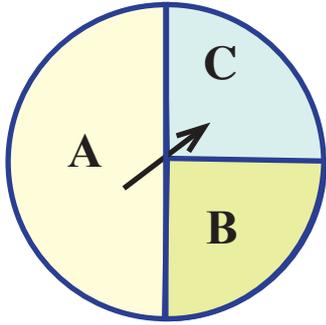
وقال: صالح أن يأتي المؤشر على 5 في المرات الثلاث يؤثر في النتيجة  
ايهما أجابته صحيحة ؟ فسر إجابتك



20 **طقس**: توقعت دائرة الأنواء الجوية أن هناك فرصة لهطول الأمطار  
يوم الثلاثاء % 80 ، ان فرصة هطول المطر يوم الأربعاء هي % 30 .  
مالعلاقة بين الحدثين ؟

## أكتب

مالفرق بين الحادثين المستقلين وغير المستقلين؟



## تَعَلَّم

أخذ مهند القرص الدوار المجاور ، اذا  
دور مؤشر القرص الدوار ، فما احتمال أن  
يؤشر المؤشر على كل حرف؟

## فَكْرَةُ الدرس

- حساب احتمال
- حساب احتمال الحدث المتمم
- المفردات
- احتمال الحد
- الحدث المتمم

## Probability

## [ 1 - 5 - 7 ] الاحتمالية

احتمال الحدث E : هو قياس فرص حدوثه بالتحقيق ويكتب احتمال الحدث E بصورة  $P(E)$  ويمكن التعبير عنه بكسر عشري يقع بين 0 ، 1 أو كسر أو نسبة مئوية.

فإذا كان  $P(E) = 0$  فالحدث مستحيل وإذا كان  $P(E) = 1$  فالحدث مؤكد.

يمكن أن نجد احتمال حدوث الحدث E بأستعمال العلاقة الآتية :  $P(E) = \frac{m}{n}$

إذ m عدد النتائج التي يحققها الحدث E.

n عدد النتائج الممكنة كلها في التجربة الواحدة .

## مثال (1) في فقرة تعلم ،

**الطريقة الأولى :** بما أن الحرف A يمثل نصف القرص ، فإن التقدير المعقول لأن يأتي المؤشر على

الحرف A هو :  $P(A) = \frac{1}{2}$

بما ان الحرفان C ، B يمثل كل منهما ربع القرص

فان التقدير لأن يأتي المؤشر على الحرف B أو C هو:

$$P(C) = \frac{1}{4} ، P(B) = \frac{1}{4}$$

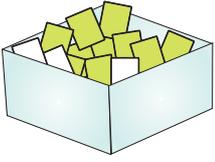
**الطريقة الثانية:** من الشكل يلاحظ أنه متكون من 4 أرباع أي أن  $n=4$

الجزء A من القرص يمثل ربعين أي أن  $m=2$  ،  $P(A) = \frac{2}{4} = \frac{1}{2} = 0.5 = 50\%$

الجزء B أو C من القرص يمثل ربعاً واحداً أي أن  $m=1$  ،  $P(B) = P(C) = \frac{1}{4} = 0.25 = 25\%$

مثال (2) صندوق فيه 10 بطاقات خضراء ، و3 بطاقات بيضاء. سحبت جمانة بطاقة خضراء من دون

إعادتها الى الصندوق ، ثم سحبت أختها سالي بطاقة بيضاء . ما احتمال السحب لكل منهما ؟



يحتوي الصندوق على 10 بطاقات خضراء + 3 بطاقات بيضاء أي 13 بطاقة

$$P(\text{خضراء}) = \frac{\text{عدد البطاقات الخضراء}}{\text{العدد الكلي للبطاقات}} = \frac{10}{13}$$

لأن البطاقة المسحوبة لم ترجع الى الصندوق ، هذا يعني أن في الصندوق الآن 12 بطاقة.

$$P(\text{بيضاء}) = \frac{\text{عدد البطاقات البيضاء}}{\text{العدد الكلي للبطاقات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

### Complement Event

### [2- 5- 7] الحدث المتمم

الحدث المتمم : يقال للحدثين  $E_1$  ،  $E_2$  متتامان ، إذا كانت كل نتائج الحدث  $E_1$  لاتحقق نتائج الحدث  $E_2$ .

فإذا كان احتمال حدوثهما هو:  $P(E_1)$  ،  $P(E_2)$  فإن  $P(E_1) + P(E_2) = 1$

مثال (3) حدثان متتامان ، إذا كان  $P(E_2) = \frac{2}{5}$  فجد  $P(E_1)$  ثم أكتبه بوصفه نسبة مئوية وكسراً عشرياً.

$$P(E_1) + P(E_2) = 1$$

$$P(E_1) + \frac{2}{5} = 1$$

$$P(E_1) = 1 - \frac{2}{5} = \frac{3}{5}$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{20}{20} = \frac{60}{100} = 60\%$$

$$= \frac{3}{5} \times \frac{2}{2} = \frac{6}{10} = 0.6$$

بما أن  $E_1$  ،  $E_2$  حدثان متتامان فإن :

$$P(E_2) = \frac{2}{5}$$

العلاقة بين الجمع والطرح

لكتابته بنسبة مئوية نجعل مقام الكسر يساوي 100

لكتابته بكسر عشري نجعل مقام الكسر يساوي 10

مثال (4) سلة فيها 3 كرات زرق ، 7 كرات حمراء ، سحبت كرة عشوائية ، احتمال أن تكون الكرة زرقاء



هو  $\frac{3}{10}$  ما احتمال أن تكون الكرة المسحوبة غير زرقاء ؟

$$\text{أفرض أن : } P(E_1) = \frac{3}{10} \text{ احتمال الكرة الزرقاء}$$

$$\text{أفرض أن : } P(E_2) \text{ احتمال الكرة المسحوبة ليست الزرقاء}$$

$$P(E_1) + P(E_2) = 1$$

$$\frac{3}{10} + P(E_2) = 1$$

$$P(E_2) = 1 - \frac{3}{10} = \frac{7}{10} = 0.7 = 70\%$$

$$\frac{7}{10} \text{ أو } 0.7 \text{ أو } 70\%$$

الحدثان متتامان أي أن:

$$P(E_1) = \frac{3}{10} \text{ أعوض عن}$$

العلاقة بين الجمع والطرح

لذا احتمال أن تكون الكرة المسحوبة غير زرقاء هو

## تأكّد من فهمك

لدينا البطاقات المجاورة 1 2 3 4 5 6 7 8 جد احتمال ما يأتي:

الأسئلة: (1 - 6)  
مشابه للأمثلة (1، 2)



1 البطاقة تحمل رقم زوجي.

2 البطاقة تحمل رقم غير أولي.

3 البطاقة تحمل رقم يقبل القسمة على 5.

في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة أكتب احتمال:

4 ظهور عدد يقبل القسمة على 3.

5 ظهور العدد 7.

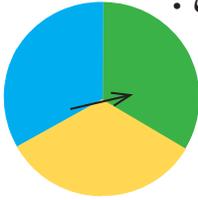
6 ظهور الأعداد المحصورة بين 2.6.

7 إذا كان احتمال ظهور عدد فردي في رمي حجر النرد مرة واحدة هو  $\frac{1}{2}$  فما احتمال ظهور عدد زوجي؟

8 إذا كانت الأحداث  $E_1, E_2, E_3$  متتامات، وكان  $P(E_1) = \frac{2}{3}$ ،  $P(E_3) = \frac{1}{4}$ ، فما قيمة  $P(E_2)$ ؟

9 استعمل القرص المجاور وجد احتمال كل نتيجة ممكنة ثم تحقق:

الأسئلة: (7 - 9)  
مشابه للأمثلة (3، 4)



النتيجة	أصفر	أخضر	أزرق
الاحتمال			

## تدرب وحلّ التمرينات

سلة تحتوي على 10 كرات حمراء ما احتمال سحب:

10 كرة حمراء واحدة؟

11 كرة غير حمراء؟

12 ثلاث كرات حمراء؟

13 كرات تحمل الأعداد من 1 إلى 20، إذا كان  $E_1$  ليس من مضاعفات العدد 4 جد احتمال  $E_2$  الذي يمثل

مضاعفات العدد 4 بطريقتين.

يبين الجدول احتمال ظهور رقم بعد رمي حجر النرد، جد ناتج احتمال كل حدث:

14 ظهور عدد لا يقبل القسمة على 3.

15 ظهور عدد أصغر من 4.

16 ظهور العدد 6.

17 ظهور الأعداد بين 3، 6.

الحدث	1	2	3	4	5	6
الاحتمال	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{6}$

## تدرب وحلّ مسائل حياتية



18 **لعبة:** تريد تمارة الجلوس على كرسي من بين 8 كراسي مرقمة من 1 الى 8 . ما احتمال جلوس تمارة على كرسي يحمل رقم زوجي؟



19 **مواصلات:** ينتظر مهند الباص بين 5 باصات تحمل الأرقام من 1 الى 5 ما احتمال ركوب مهند باصاً يحمل رقم أصغر من 4 ؟

20 **حجر نرد:** رمي حجر النرد مرة واحدة  ، ما احتمال ظهور عدد غير 6 ؟

كيس فيه 8 خرزات صفراء ، 3 خرزات بيض ، 5 خرزات زرق ، أدا سحبت بشكل عشوائي خرزة من الكيس :



21 ما احتمال أن تكون الخرزة المسحوبة زرقاء اللون ؟

22 ما احتمال أن تكون الخرزة المسحوبة صفراء اللون ؟

23 ما احتمال أن تكون الخرزة المسحوبة غير بيضاء اللون ؟ بطريقتين.

24 **رياضة:** توقع مدرب أن يفوز فريقه في مباراة كرة القدم بنسبة 85% أكتب ككسر في أبسط صورة احتمال خسارة فريقه .



25 **طقس:** تتوقع شهد أن يوم غداً صحو هو 25% . جد بشكل كسر احتمال

كل نتيجة فيما يأتي:

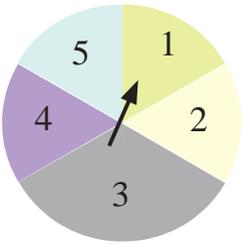
النتيجة	صحو	غائم
الاحتمال		

## فكّر

26 **تفكير ناقد:** أخبرت بإمكانية وقوع 4 أحداث فقط ، احتمال الحدث الأول  $\frac{1}{4}$  واحتمال الحدث الثاني  $\frac{1}{2}$  ، فإذا كان احتمال الحدث الثالث والرابع متساويين . فما احتمال الحدث الرابع ؟

27 **فواكه:** يوجد في سلة 4 برتقالات ، سحبت برتقالتين أحدهما بعد الأخرى دون إعادة البرتقالة الأولى والثانية ، فما احتمال كل حدث؟

28 **اكتشف الخطأ:** دوّر القرص أدناه مرتين ، احتمال أن يقف المؤشر على عدد فردي في المرة الأولى  $\frac{3}{5}$  وفي المرة الثانية  $\frac{2}{5}$  أيهما أصح ؟



29 **تحذّر:** اكتب كل الأحداث الممكنة في فضاء عينة تتألف من 3 نتائج A, B, C .

## أكتب

مثالاً على حدث احتمالته صفر وآخر احتمالته واحد.

تَعَلَّم



يتدرب لاعب كرة القدم على تحسين أدائه في تسجيل أهداف في ضربات الجزاء ، فقد سجل 20 هدفاً من 25 ضربة جزاء. نلاحظ من هذين العددين أنه سجل أهداف أكثر مما يخطئها. كيف يمكنك أن تقدر احتمال أصابة الهدف في الضربة المقبلة ؟

فكرة الدرس

- حساب الاحتمال النظري
- حساب الاحتمال التجريبي
- المفردات
- الاحتمال النظري
- الاحتمال التجريبي
- فضاء العينة

حُدِّد الاحتمال في فقرة تعلم عن طريق إجراء التجربة، وتسمى الاحتمالات التجريبية ، أما الاحتمالات النظرية فأنها تزودنا بنتائج التجربة دون الحاجة الى إجرائها فيكون :

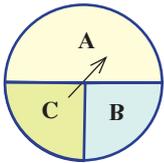
**الاحتمال التجريبي:** فيه تقدر أرجحية الحدث بتكرار تجربة مرات عدة ، ثم عد المرات التي يتحقق فيها الحدث  
 الاحتمال التجريبي  $\approx$   $\frac{\text{عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث}}{\text{العدد الكلي للتجارب}}$

**الاحتمال النظري :** يستعمل لتقدير احتمالات الحدث ، بأستعمال قوانين العد دون اللجوء الى تكرار التجربة ، وعندما تكون كل النتائج الممكنة متساوية في احتمال حدوثها  
 الاحتمال النظري =  $\frac{\text{عدد النتائج التي تحقق فيها الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة كلها (عدد عناصر فضاء العينة)}}$

مثال (1) في فقرة تعلم ، احتمال اصابة الهدف في الضربة المقبلة  $\frac{20}{25}$  أي  $\frac{4}{5}$  .

مثال (2) بعد إطلاق مؤشر القرص 20 مرة ، سُجِلت النتائج في الجدول أدناه

النتيجة	A	B	C
عدد الأصابات	10	5	5



(i) هل هذا الاحتمال نظري أم تجريبي ؟

(ii) جد احتمال أن يأتي المؤشر على الحرف A.

(i) هذا الاحتمال تجريبي ، لأنه يعتمد على تكرار التجربة (20 مرة).

(ii) الاحتمال التجريبي  $\approx$   $\frac{\text{عدد المرات التي أصيب الحرف A}}{\text{العدد الكلي لتجربة}}$

$$P(A) \approx \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$$

لذا الاحتمال التجريبي بأن يأتي المؤشر على الحرف A هو:  $\frac{1}{2}$  أو 0.5 أو 50%

### مثال (3)

سحب محمد كرة من صندوق يحتوي على 50 كرة : 20 كرة حمراء ، 17 كرة بيضاء ،

13 كرة صفراء .

(i) هل هو احتمال نظري أم احتمال تجريبي ؟

(ii) جد احتمال كون الكرة المسحوبة صفراء .

الاحتمال نظري ، لأن كل النتائج متساوية في احتمال حدوثها . ثم لا توجد حاجة لتكرار التجربة .

عدد عناصر فضاء العينة 50 (عدد الكرات في الصندوق)

الاحتمال النظري =  $\frac{\text{عدد النتائج التي تحقق فيها الحدث}}{\text{عدد النتائج الممكنة كلها (عدد عناصر فضاء العينة)}}$

أحتمال سحب كرة صفراء هو:  $P(A) = \frac{\text{عدد الكرات الصفراء}}{\text{عدد الكرات الكلي}}$

$$P(A) = \frac{13}{50}$$

عوض عدد الكرات الصفراء 13، العدد الكلي للكرات 50

لذا أحتمال سحب كرة صفراء هو  $\frac{13}{50}$  أو 0.26 أو 26%

### مثال (4)

أستعمل الجدول المجاور الذي يبين نتائج رمي قطعتي نقود 8 مرات ، وأجب عما يأتي:

النتائج	التكرار
H ، H	3
H ، T	2
T ، H	1
T ، T	2

(i) ما الأاحتمال النظري للحصول على صورتين؟

(ii) ما الاحتمال التجريبي للحصول على صورتين؟

فضاء العينة لرمي قطعتي نقود مرة واحدة 1 هو:

{(H ، H) ، (H ، T) ، (T ، H) ، (T ، T)}

عدد عناصر فضاء العينة يساوي 4

(i) عدد مرات ظهور (H ، H) هي مرة واحدة عند رمي قطعتي نقود.

$$P(H ، H) = \frac{\text{عدد ظهور (H ، H)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} = \frac{1}{4}$$

اذن الاحتمال النظري =  $\frac{1}{4}$  أو 0.25 أو 25%

(ii) عدد مرات ظهور (H ، H) هو ثلاث مرات عند رمي قطعتي نقود ثماني مرات . ( تكرار التجربة)

$$P(H ، H) \approx \frac{\text{عدد ظهور (H ، H)}}{\text{العدد الكلي للتجربة}} = \frac{3}{8}$$

لذا الاحتمال التجريبي  $\approx \frac{3}{8} = 0.375 = 37.5\%$

## تأكّد من فهمك

1 سحبت كرة عشوائياً من صندوق ثم أعيدت إليه ، يبين الجدول التالي النتائج بعد 50 سحبة ، قدر

احتمال سحب كرة حمراء .مانوع الاحتمال ؟

النتيجة	أخضر	أحمر	أصفر	أزرق
السحوبات	5	13	12	20

الأسئلة : ( 1 - 7 )

مشابه للأمثلة ( 1 - 4 )

رميت حجر النرد مرة واحدة جد:

2 احتمال أن يكون العدد الذي يظهر أكبر من 2 .

3 احتمال الحصول على عدد زوجي .

4 احتمال الحصول على عدد أولي .

5 احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 6 .

6 مانوع الاحتمالات السابقة نظرية أم تجريبية؟

7 في لعبة كرة السلة ، أصاب لاعب السلة 15 مرة من 25 رمية ، ما الاحتمال لأن يصيب اللاعب السلة

في الرمية التالية ؟ ومانوع الاحتمال ؟ أكتب الاحتمال بالكسر العشري والاعتيادي والنسبة المئوية.



## تدرب وحلّ التمرينات

رميت حجر النرد مرة واحدة جد:

8 احتمال أن يكون العدد فردي .

9 احتمال الحصول على عدد غير أولي .

10 احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 4 .

11 مانوع الاحتمالات السابقة نظرية أم تجريبية؟

12 سحب مهند قرص من علبة تحتوي على 3 أقراص حمري ، 4 أقراص صفري ، 4 أقراص سودي .

ما احتمال أن يكون القرص المسحوب أصفر؟

13 أراد شخص احصاء أنواع السيارات عند احد التقاطعات ، من بين 20 سيارة شاهدها أحصى 5

شاحنات، 3 سيارات رياضية ، 12 سيارة صالون . ما احتمال أن تكون السيارة التالية شاحنة ؟

في الصف لحصة الرياضة ، 6 طلاب لكرة السلة ، 8 طلاب لكرة القدم . يختار المدرس بشكل عشوائي أحد

الطلاب ، جد احتمال:

14 أن يختار طالب ليلعب في فريق كرة السلة .

15 أن يختار طالب ليلعب في فريق كرة القدم .



## تدرب وحلّ مسائل حياتية



16 **زراعة:** لدى طارق كيس فيه 120 بذرة زهور حمر وصفر، فإذا كان

30 % بذور زهور صفرٍ. نشر طارق البذور في حديقته . بعد أسبوعين

لاحظ ظهور أول الأزهار ما احتمال أن تكون النبتة الحمراء؟



17 **رياضية:** في تدريب على كرة السلة ، أصاب محمد السلة 13 مرة

من 30 رمية . ما احتمال أن يصيب محمد السلة في الرمية التالية ؟ مانوع الاحتمال؟

18 **وقت:** أجريت دراسة على 250 شخص للوقوف على طريقة معرفتهم الوقت .

عدد الأشخاص	الأسلوب
75	ساعة يد
30	ساعة حائط
145	ساعة هاتف

أستعمل الجدول المجاور وجد احتمال أن يستعمل الشخص هاتفه المحمول في ذلك.

19 **طقس:** يمثل الجدول أدناه درجات الحرارة خلال أسبوع في أحد فصول السنة.

اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
درجة الحرارة	15	29	25	21	16	18	20

20 **حتمال** أن تكون درجة الحرارة أقل من  $20^{\circ}\text{C}$  في اليوم التالي ؟ بين نوع الأحمال.

**مطعم:** دخل 10 أشخاص أحد مطاعم الكباب ، 6 منهم طلبوا كباباً ما الاحتمال التجريبي في أن لا يطلب

الشخص التالي كباباً ؟

## فكّر

21 **مسألة مفتوحة:** اجريت دراسة أحصائية على 30 شخصاً عن لونهم المفضل من الألوان :

( الأزرق ، الأحمر ، الأخضر ، الأبيض ) ، أعمل جدولاً لكل النتائج الممكنة اذا كان  $\frac{2}{5}$  هو الاحتمال

التجريبي لأن يكون اللون المفضل هو اللون الأزرق .

22 **تحدي:** وجدت دراسة أحصائية أن 75 طالباً من أصل 200 لديهم حذاء أسود وأن 280 طالباً من أصل

400 لديهم جواريب بيض . فما احتمال أن يكون لدى الطالب حذاء أسود وجواريب بيض معاً؟

23 **أكتشف الخطأ:** كيس فيه خمس كرات صفر ، 7 كرات بيض ، كم كرة صفراء تضاف الى الكيس ليكون

احتمال سحب كرة بيضاء هو  $\frac{1}{2}$  ، فقالت جمانة نضيف 6 كرات صفر ، وقالت أختها سالي نضيف كرتين

صفراوين ، أيهما جوابها صحيح؟

## أكتب

مسألة عن تجربة شاهدها أو عشتها تتضمن سؤالاً عن الاحتمال التجريبي.



تَعَلَّم

طول ملعب 100 متر، فإذا ركض محمد 25 متراً الى الأمام و5 أمتار الى الخلف فكم مرة عليه أن يكرر العملية حتى يصل الى نهاية الملعب؟

فَكَرَّةُ الدرس

أحل مسألة بأستعمال (تمثيل المسألة)

أفهم

ما معطيات المسألة؟ ملعب طوله 100 متر، يركض محمد الى الأمام 25 متر ويرجع الى الخلف 5 أمتار. ما المطلوب من المسألة؟ كم مرة أخرى عليه أن يكرر العملية حتى يصل الى نهاية الملعب.

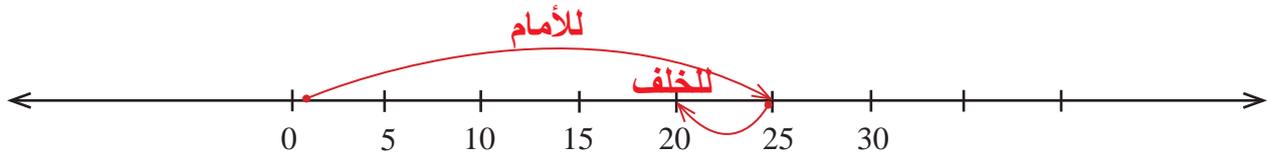
خطط

كيف تحل المسألة؟

أمثل المسألة على مستقيم الأعداد.

حل

أرسم مستقيم الأعداد وأقسمه على أقسام مناسبة الطول.



25 متراً الى الأمام ، 5 أمتار الى الخلف

$$25 - 5 = 20 \text{ m}$$

$$100 \div 20 = 5$$

أي في كل مرة يقطع

العدد الكلي لمرات التكرار

تحقق

تأكد من صحة حلك: نضرب طول المسافة التي يقطعها في كل مرة في 5 :

$$20 \times 5 = 100 \text{ m}$$

## مسائل



1 أشتري أحمد كتاب بمبلغ 25 ألف و500 دينار ، فإذا دفع أحمد 30 ألف دينار ، فكم يمكن أن يسترد الباقي إذا كان لدى البائع قطع نقدية من الفئتين 1000 دينار و500 دينار ؟



2 يركض لاعب في كل مرة 8m ويتراجع 2m فإذا كانت المسافة الواجب قطعها 60m . فكم مرة يكرر الركض ليقطع المسافة كاملة؟



3 أرادت جمانة أن ترتب خمسة كتب لديها على الرف ، بحيث يكون كتاب الرياضيات أولها وكتاب اللغة العربية في آخرها . فبكم طريقة يمكن ترتيب الكتب الخمسة على الرف؟

4 يقف مهند ومحمد وأحمد ومحمود في خط مستقيم . فبكم طريقة يمكن ترتيبهم إذا وقف مهند في بداية الخط المستقيم ؟



5 في اختبار الرياضيات اعتمد طريقة القاء قطعة معدنية لحل (5) أسئلة من نوع الخطأ والصواب . هل هذه الطريقة جيدة للحصول على درجة جيدة في الاختبار ؟

## Chapter Test

1 الجدول المجاور يبين معدل درجات بعض طلاب الصف الثاني المتوسط في شعبتين في موضوع الرياضيات

95	80	60	61	60	71	83	66	71	63	86	الشعبة أ
85	99	77	81	84	90	67	77	65	84	90	الشعبة ب

(i) مثل البيانات بالساق والورقة.

(ii) اي الشعبتين مداها اكبر؟

(iii) قارن الوسيطين للشعبتين.

2 استعمل مجموعة البيانات التالية 73، 56، 56، 73، 68، 73، 59، 56، 73، 68 كي تنشئ بيان شاربين

ثم أجب عما يلي:

(i) ما مدى هذه البيانات؟

(ii) جد الربيع الأدنى والربيع الأعلى.

(iii) كيف تفسران احد الشاربين اقصر من الاخر؟

3 رمي قطعة نقود، وحجر النرد، اكتب جميع النتائج الممكنة باستعمال مخطط الشجرة.

4 استعمل قانون العد الاساسي ليجاد عدد الاحتمالات في السؤال (3).

5 كيف تميز بين حدثين من حيث كونها مستقلين او مترابطين؟ وضح ذلك بمثال.

6 رمي حجر النرد، اوجد احتمال ان يكون الاعداد الظاهرة تقبل القسمة على 3.

7 اذا كان  $E_1, E_2$  حدثان متتامتان وكان  $P(E_1) = \frac{2}{9}$  جد  $P(E_2)$

8 يمثل الجدول التالي بعد رمي قطعة نقود 15 مرة قدر احتمال ظهور الصورة. مانوع الاحتمال؟

النتيجة	الصورة	الكتابة
عدد المرات	9	6

9 رمي حجر النرد، جد احتمال عدم ظهور العدد 3.

10 صندوق فيه 5 بطاقات صفراء، 8 بطاقات زرقاء. ما احتمال سحب بطاقة زرقاء؟

# تمرينات الفصول

1 الفصل الأول : الاعداد النسبية

The Rational Numbers

2 الفصل الثاني : الاعداد الحقيقية

The Real Numbers

3 الفصل الثالث : الحدوديات

polynomials

4 الفصل الرابع : المعادلات والمتباينات

Inequalities and Equations

5 الفصل الخامس : الهندسة والقياس

Geometry and Measurement

6 الفصل السادس : الهندسة الإحداثية

Coordinate Geometry

7 الفصل السابع : الأحصاء والأحتمالات

Statistics and Probabilities

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [1-1] ترتيب العمليات على الأعداد النسبية

استعمل جمع وطرح الأعداد النسبية لتكتب كل مقدار أبسط صورة:

1  $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{5} - \frac{6}{15} = \dots$  a(  $\frac{15}{47}$       b(  $-\frac{15}{47}$       c(  $\frac{47}{15}$       d(  $-\frac{47}{15}$

2  $6.13 - 5.02 + 1.5 = \dots$  a( 2.16      b( 2.61      c( -2.16      d( 2.61

استعمل ضرب وقسمة الأعداد النسبية لتكتب مقدار أبسط صورة:

3  $1\frac{1}{4} \times (-2\frac{1}{2}) \div 3\frac{4}{2} = \dots$  a(  $\frac{3}{8}$       b(  $-\frac{3}{8}$       c(  $\frac{8}{3}$       d(  $-\frac{8}{3}$

4  $4.3 \times 1.2 \div (-0.4) = \dots$  a( 12.9      b( 10.92      c( 19.20      d( -12.90

استعمل ترتيب العمليات على الأعداد النسبية لتكتب مقدار أبسط صورة:

5  $\frac{-2}{6} \times \frac{12}{-3} - \frac{1}{3} \times \frac{15}{2} = \dots$  a(  $-\frac{7}{6}$       b(  $\frac{6}{7}$       c(  $\frac{7}{6}$       d(  $-\frac{6}{7}$

6  $\frac{1}{9} \div \frac{5}{36} \times \frac{1}{-2} + \frac{7}{2} = \dots$  a(  $-\frac{31}{10}$       b(  $\frac{31}{10}$       c(  $\frac{10}{31}$       d(  $-\frac{10}{31}$

الدرس [1-2] القوى (الأسس) السالبة والصورة العلمية للعدد

1  $4^{-2}$  a(  $-\frac{1}{8}$       b(  $-\frac{1}{16}$       c(  $\frac{1}{8}$       d(  $\frac{1}{16}$

2  $7^{(-2 - )} - 1(4 + 1^{-7} - \frac{1}{7}) = \dots$  a(  $\frac{-6}{49}$       b(  $\frac{-114}{49}$       c(  $\frac{6}{49}$       d(  $\frac{114}{49}$

اكتب الأعداد التالية بالصورة الرقمية:

3  $3.4 \times 10^5 = \dots$  a( 300040      b( 300400      c( 304000      d( 340000

4  $2.51 \times 10^{-3} = \dots$  a( 0.00251      b( 0.00215      c( 0.00125      d( 0.00512

اكتب الأعداد التالية بالصورة العلمية:

5  $52100 = \dots$  a(  $5.21 \times 10^3$       b(  $5.21 \times 10^4$       c(  $5.21 \times 10^5$       d(  $5.21 \times 10^6$

6  $0.0035 = \dots$  a(  $3.5 \times 10^{-6}$       b(  $3.5 \times 10^{-5}$       c(  $3.5 \times 10^{-4}$       d(  $3.5 \times 10^{-3}$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [1-3] خصائص القوى (الأسس)

اضرب واقسم واكتب ناتج الضرب وناتج القسمة كقوة واحدة:

1  $-7^3 \times 7^{-4} \times 7^0 = \dots$  a(  $7^{-1}$  ) b(  $7^0$  ) c(  $-7^0$  ) d(  $-7^{-1}$  )

2  $4^{-2} \times 16^{-2} \times (-32)^2 = \dots$  a(  $-2^{-4}$  ) b(  $2^{-4}$  ) c(  $2^{-2}$  ) d(  $-2^{-2}$  )

3  $\frac{-27^{(2)}}{-9^{(3)}} = \dots$  a(  $3^{-12}$  ) b(  $-3^{-12}$  ) c(  $-1$  ) d(  $1$  )

4  $\frac{-32^{(0)}}{-2^{(3)}} = \dots$  a(  $-2$  ) b(  $0$  ) c(  $-2^{-3}$  ) d(  $2^2$  )

قدر النظير الضربي للجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر :

5  $\frac{-5^3 \times 4^3}{4^2 \times 5^6} = \dots$  a(  $\frac{5^{-3}}{2^2}$  ) b(  $\frac{5^3}{2^{-2}}$  ) c(  $\frac{2^2}{5^3}$  ) d(  $-\frac{2^2}{5^3}$  )

6  $\frac{7^{-6} \times 7^0 \times 9^{-2}}{-7^{(2 \times 3^2 \times)} - 1^{(0)}} = \dots$  a(  $\frac{7^{-8}}{-3^6}$  ) b(  $\frac{7^{-8}}{3^6}$  ) c(  $\frac{3^{-6}}{7^8}$  ) d(  $-\frac{3^2}{7^8}$  )

الدرس [1-4] الكسور الدورية والصورة العلمية للعدد (باستعمال الحاسبة)

استعمل الحاسبة لتكتب الناتج على صورة كسرٍ عشريٍّ:

1  $\frac{3}{8} + \frac{5}{9} = \dots$  a(  $0.390\overline{5}$  ) b(  $0.930\overline{5}$  ) c(  $0.590\overline{3}$  ) d(  $0.903\overline{5}$  )

2  $\frac{8}{9} \times \frac{36}{48} \div \frac{-6}{21} = \dots$  a(  $2.\overline{3}$  ) b(  $-2.\overline{3}$  ) c(  $3.\overline{2}$  ) d(  $-3.\overline{2}$  )

استعمل الحاسبة لتكتب ناتج الضرب والقسمة بالصورة العلمية :

3  $(4.2 \times 10^5)(3.6 \times 10^{-4}) = \dots$

a(  $1.251 \times 10^2$  ) b(  $1.152 \times 10^2$  ) c(  $1.512 \times 10^2$  ) d(  $1.125 \times 10^2$  )

4  $\frac{6.25 \times 10^{-7}}{2.5 \times 10^6} = \dots$

a(  $2.5 \times 10^{13}$  ) b(  $2.5 \times 10^{-1}$  ) c(  $2.5 \times 10^{-13}$  ) d(  $2.5 \times 10$  )

الدرس [1-5] تبسيط الجمل العددية الكسرية

بسّط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بأبسط صورة:

1  $\frac{\sqrt[3]{-1}}{7} \times \left| \frac{-35}{10} \right| + \frac{2}{7} \times \frac{-21}{\sqrt[3]{8}} = \dots\dots$  a)  $-\frac{7}{2}$  b)  $-\frac{5}{2}$  c)  $\frac{2}{7}$  d)  $-\frac{2}{5}$

2  $\frac{4}{\sqrt{81}} \div \frac{|-20|}{10} - \frac{\sqrt[3]{-27}}{12} \div \frac{-3}{8} = \dots\dots$  a)  $-\frac{4}{9}$  b)  $\frac{4}{9}$  c)  $\frac{9}{4}$  d)  $-\frac{9}{4}$

3  $\frac{1}{2^3} \times 2^{-5} \div (-1)^{-4} \cdot 2^{(-2)} = \dots\dots$  a)  $2^{-5}$  b)  $2^{-6}$  c)  $2^{-10}$  d)  $2^{10}$

بسّط الجمل العددية الكسرية التالية واكتب الناتج بالصورة العلمية:

4  $3.2 \times 10^4 + 0.22 \times 10^5 = \dots\dots$   
a)  $0.54 \times 10^4$  b)  $0.45 \times 10^4$  c)  $0.45 \times 10^5$  d)  $0.54 \times 10^5$

5  $8.3 \times 10^{-6} - 0.57 \times 10^{-3} = \dots\dots$   
a)  $5.671 \times 10^{-4}$  b)  $5.617 \times 10^{-4}$  c)  $5.617 \times 10^{-3}$  d)  $5.671 \times 10^{-3}$

الدرس [2-1] مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد

صنف العدد من حيث كونه عدداً نسبياً أو غير نسبياً أو غير حقيقي:

1  $\sqrt{13}$  a) عدد نسبي b) عدد طبيعي c) عدد غير نسبي d) عدد صحيح

2  $\sqrt{\frac{4}{36}}$  a) عدد صحي b) عدد غير حقيقي c) عدد غير نسبي d) عدد نسبي

اكتب الجذر التربيعي التالي بأبسط صورة:

3  $\sqrt{\frac{2}{18}}$  a)  $\frac{\sqrt{2}}{6}$  b)  $\frac{2}{18}$  c)  $\frac{1}{3}$  d)  $\frac{2}{\sqrt{2}}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عُشر.

4  $\sqrt{5} \approx \dots\dots$  a) -2.2 b) 2.236 c) -2.3 d) 2.23

5  $\sqrt{7.6} \approx \dots\dots$  a) 2.7 b) 2.75 c) 2.275 d) 2.8

رتب الأعداد الحقيقية التالية من الأكبر الى الأصغر:

6  $-\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}, -4.02$  a)  $(-4.02, -\sqrt{17}, -4\frac{1}{5})$  b)  $(-4.02, -4\frac{1}{5}, -\sqrt{17})$   
c)  $(-\sqrt{17}, -4\frac{1}{5}, -4.02)$  d)  $(-4\frac{1}{5}, -\sqrt{17}, -4.02)$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [2-2] خصائص الأعداد الحقيقية

اكتب مثلاً لكل خاصية من الخواص الآتية:

1  $a+(-a) = 0, \forall a, -a \in \mathbb{R}$       a)  $(\frac{5}{\sqrt{7}} + \frac{\sqrt{7}}{5}) = 0$       b)  $(\frac{5}{\sqrt{7}} + ) - \frac{5}{\sqrt{7}} (= 0$

c)  $(\frac{5}{\sqrt{7}} + \frac{5}{\sqrt{7}} = 0$       d)  $(\frac{5}{\sqrt{7}} + ) - \frac{\sqrt{7}}{5} (= 0$

2  $a \times \frac{1}{a} = 1, \forall a \in \mathbb{R}, a \neq 0$

a)  $\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = 1$       b)  $(\frac{1}{\sqrt{3}} \times \frac{-1}{\sqrt{3}} = 1$

c)  $(\frac{1}{\sqrt{3}} \times \sqrt{3} = 1$       d)  $(\frac{1}{\sqrt{3}} \times ) - \sqrt{3} (= 1$

جد النظير الجمعي للأعداد الحقيقية الآتية:

3  $7\sqrt{5} - 8$       a)  $(7\sqrt{5} + 8$       b)  $(-7\sqrt{5} - 8$       c)  $(\frac{1}{7\sqrt{5}} - 8$       d)  $(-7\sqrt{5} + 8$

4  $-\sqrt{1} - \sqrt{2}$       a)  $(1 + \sqrt{2}$       b)  $(\sqrt{1} - \sqrt{2}$       c)  $(\sqrt{2} - \sqrt{1}$       d)  $(-1 - \sqrt{2}$

جد النظير الضربي للأعداد الحقيقية الآتية :

5  $-\sqrt{\frac{1}{12}}$       a)  $(2\sqrt{3}$       b)  $(\frac{-1}{2\sqrt{3}}$       c)  $(-2\sqrt{3}$       d)  $(\frac{1}{2\sqrt{3}}$

6  $-6\frac{2}{5} - 3\frac{3}{5}$       a)  $(\frac{5}{14}$       b)  $(\frac{-5}{14}$       c)  $(\frac{1}{10}$       d)  $(\frac{-1}{10}$

الدرس [2-3] تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية

بسّط الجمل العددية التالية باستعمال خصائص الأعداد الحقيقية :

1  $7\sqrt{20} - 3\sqrt{45}$       a)  $(23\sqrt{5}$       b)  $(5\sqrt{5}$       c)  $(-23\sqrt{5}$       d)  $(-5\sqrt{5}$

2  $\sqrt[3]{-27} \cdot \sqrt{7} + 1^3(+7\sqrt{7}$       a)  $(4\sqrt{7} - 9$       b)  $(10\sqrt{7} - 3$       c)  $(10\sqrt{7} - 9$       d)  $(4\sqrt{7} - 3$

بسّط الجمل العددية التالية باستعمال خاصية تنسيب المقام :

3  $\frac{\sqrt{98} - \sqrt{18}}{3\sqrt{24}}$       a)  $(\frac{3}{2\sqrt{3}}$       b)  $(\frac{2}{3\sqrt{3}}$       c)  $(\frac{2}{3\sqrt{2}}$       d)  $(\frac{3}{2\sqrt{2}}$

4  $\frac{10\sqrt{6}}{\sqrt{48}} \div \frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{49}}$       a)  $(\frac{2}{7}$       b)  $(-\frac{7}{2}$       c)  $(\frac{7}{2}$       d)  $(-\frac{2}{7}$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [2-4] تطبيقات على نظرية فيثاغورس

جد الجذرين التربيعين الموجب والسالب للأعداد الآتية :

- 1 49                      a(  $\pm\sqrt{7}$                       b(  $\pm 7$                       c(  $\sqrt{7}$                       d( -7
- 2 225                      a(  $\sqrt{15}$                       b(  $\pm\sqrt{15}$                       c(  $\pm 15$                       d( 15
- 3 6.25                      a(  $\pm 2.5$                       b(  $\pm 5.2$                       c(  $\pm 2.25$                       d(  $\pm 22.5$

جد طول الضلع القائم إذا علمت أن طول الوتر والضلع القائم لكل مثلث مما يأتي:

- 4 3 cm, 5 cm, ?                      a(  $\sqrt{4}$                       b( 4                      c(  $-\sqrt{4}$                       d( -4
- 5 4 cm,  $\sqrt{65}$  cm, ?                      a(  $\sqrt{7}$                       b( -7                      c(  $-\sqrt{7}$                       d( 7

الدرس [2-5] المستوى الإحداثي

عند تمثيل جدول قيم الدالة التالي في المستوى الإحداثي فإن الشكل الهندسي الذي يمثله

هو:

1

X	4	-4	-4	4
Y	4	-4	4	-4

2

X	2	-4	-3	2
Y	3	3	0	0

- a( مستطيل                      b( مثلث                      a( مستطيل                      b( متوازي اضلاع
- c( مربع                      d( شبه منحرف                      c( مربع                      d( شبه منحرف

مثل كل زوج من الزوجين المرتبين التاليين في المستوى الإحداثي ثم جد المسافة بينهما مقربة لأقرب عُشر إذا كانت لاتمثل عدداً صحيحاً :

- 3  $\{0,5\}$  ( $\cdot$ )  $\{-4,0\}$                       a( 6.3                      b( 6                      c( 4. 6                      d( 6.4
- 4  $\{3,3\}$  ( $\cdot$ )  $\{-3,-3\}$                       a( 8.4                      b( 5.8                      c( 8.5                      d( 8
- 5  $\{0,0\}$  ( $\cdot$ )  $\{6,-5\}$                       a( 7                      b( 6                      c( 7. 8                      d( 6.7

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

**الدرس [3-1] جمع المقادير الجبرية وطرحها**

حل المقادير الجبرية التالية باستعمال الجمع :

1  $(\sqrt{5}y^2x^2 + 6(+)3\sqrt{5}x^2y^2 + 9y + 4)$  a(  $4\sqrt{5}y^2x^2 + 10$

b(  $2\sqrt{5}y^3x^2 + 9y + 10$       c(  $4\sqrt{5}y^3x^2 + 10y$       d(  $4\sqrt{5}y^2x^2 + 9y + 10$

2  $(-2|z^2w + 4k + \sqrt{7}(+) |10|z^2w - 10k + 2\sqrt{7}($  a(  $8z^2w + 6k + 3\sqrt{7}$

b(  $-12z^2w - 6k + 3\sqrt{7}$       c(  $12z^2w - 6k + 3\sqrt{7}$       d(  $-12z^2w - 14k + 3\sqrt{7}$

حل المقادير الجبرية التالية باستعمال الطرح:

3  $(\sqrt{13}g^3h^4 + z^2 + 20(-)5\sqrt{13}g^3h^4 - 4z^2 + 12)$  a(  $4\sqrt{13}g^3h^4 + 5z^2 + 22$

b(  $4\sqrt{13}g^3h^4 + 3z^2 + 8$       c(  $-4\sqrt{13}g^3h^4 - 5z^2 + 20$       d(  $-4\sqrt{13}g^3h^4 + 5z^2 + 8$

4  $(-24|yz + 2x^2 + 12(-)6yz - 15x^2 - 4)$  a(  $30yz + 13x^2 + 16$

b(  $-18yz - 13x^2 + 8$       c(  $18yz + 17x^2 + 16$       d(  $18yz - 13x^2 + 16$

**الدرس [3-2] ضرب حد جبري في مقدار جبري**

جد ناتج الضرب لكل مما يأتي:

1  $(-25x^2y^2z)(4xy)$  a(  $-100x^3y^3$       b(  $100x^3y^3z$       c(  $100x^2y^2z$       d(  $-100x^3y^3z$

2  $(\frac{7}{2}z^2w^2)(\frac{3}{9}zw^3)$  a(  $\frac{21}{18}z^2w^6$       b(  $\frac{7}{6}z^3w^5$       c(  $\frac{7}{6}z^3w^6$       d(  $\frac{7}{6}z^2w^5$

3  $(\sqrt{5}h^2k^2)(\sqrt{5}h^2k^3)$  a(  $5h^4k^5$       b(  $5k^5$       c(  $5k$       d(  $5k^6$

4  $(-3|g^3h)(|4|g^4h^2)$  a(  $-12gh$       b(  $-12g^7h^2$       c(  $12g^7h^3$       d(  $12g^7h$

5  $(\frac{1}{2}m^2n^2)(4mn + 8)$  a(  $4m^3n^3 + 16mn$       b(  $2m^3n^3 + 4$

c(  $4mn + 4m^2n^2$       d(  $4m^3n^3 + 4m^2n^2$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [3-3] ضرب المقادير الجبرية

جد ناتج الضرب لكل مما يأتي:

- 1 )  $x-5$ ( $x+5$ ( a(  $x^2+ 25$  b(  $x^2- 25$  c(  $x^2 -10x +25$  d(  $x^2 +5x -25$
- 2 )  $z-\sqrt{5}$  ( )  $z+\sqrt{5}$  ( a(  $z^2 -5$  b(  $z^2 +5$  c(  $z^2+\sqrt{25}z +5$  d(  $z^2- \sqrt{25}z -5$
- 3 )  $-4|gh -3$ ( )  $|4|gh+3$ ( a( $16g^2h^2 +gh +9$  b(  $16g^2h^2 -gh +9$   
c( $16g^2h^2 +9$  d(  $16g^2h^2 -9$
- 4 )  $\frac{1}{2}x -3$ ( $\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 9$ ( a(  $8x^3 + 27$  b(  $\frac{1}{8}x^3 + 27$   
c(  $8x^3 - 27$  d(  $\frac{1}{8}x^3 - 27$
- 5 )  $2y-1$ ( )  $4y^2+ 2y +1$ ( a(  $8y^3 -1$  b(  $y^3 -8$   
c(  $8y^3 +1$  d(  $y^3 +8$

الدرس [3-4] قسمة مقدار جبري على حد جبري

جد ناتج القسمة لكل مما يأتي:

- 1  $\frac{36 z^2 w^2}{9zw}$  a(  $4z^3 w^3$  b(  $\frac{1}{4}zw$  c(  $4zw$  d(  $\frac{1}{4}z^3 w^3$
- 2  $\frac{81 g^3 h^3}{3g^{-6} h^{-6}}$  a(  $27g^3 h^3$  b(  $27g^9 h^9$  c(  $27g^{-3} h^{-3}$  d(  $27g^{-9} h^{-9}$
- 3  $\frac{\sqrt{49}x^{-2}y^2}{7x^{-3}y^{-2}}$  a(  $xy^4$  b(  $7x^{-6}y^4$  c(  $x^{-6}y^4$  d(  $xy$
- 4  $\frac{5x^2y^2 - 15x^4y^2 + 20x^5y^3}{5x^3y^3}$  a(  $x^5y^5 -3x^7y^6 +4x^2$  b(  $\frac{1}{xy} - 3xy^{-1} + 4x^2$   
c(  $x^5y^5 -3xy^5 +4x^2y^6$  d(  $xy - 3xy +4x^2y$
- 5  $\frac{16m^6n^6 - 32m^7n^6 - 4m^4n^4}{4m^3n^3}$  a(  $4m^9n^9 - 8m^{10}n^9 - m^7n^7$  b(  $4m^2n^2 - 8m^4n^3 - mn$   
c(  $4m^3n^3 - 8m^4n^3 - m^7n^7$  d(  $4m^3n^3 - 8m^4n^3 - mn$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [3-5] تحليل المقادير الجبرية

حلل المقدار الجبري الآتي:

1  $81xy + 72x$  a(  $9x$ ) $9y+8($  b(  $9$ ) $9xy-8($  c(  $9x$ ) $9xy-9($  d( $9x$ ) $9xy+9($

2  $7z^3 - z^2$  a(  $7z^2$ ) $z + \frac{1}{7}($  b(  $7z^2$ ) $z + 1($

c(  $7z^2$ ) $z - \frac{1}{7}($  d(  $z^2$ ) $z - 1($

3  $49g^2h^2+ 21gh$  a(  $7gh$ ) $7gh+3($  b(  $7gh$ ) $7gh-3($

c(  $7$ ) $7gh+3($  d(  $7$ ) $7g^2h^2+3gh+1($

4  $11m^3n^2- 44m^2n^2- 121mn$

a(  $mn$ ) $11m^2n^2- 4mn-1($  b( $11mn$ ) $m^2n^2-4mn-11($

c(  $11mn$ ) $m^2n-4mn-11($  d(  $11$  ) $11m^2n^2-4mn-1($

5  $150r^3v^2+ 25rv+75r^2v^2$  a(  $25rv$ ) $6r^2v+1 +3rv($  b(  $25rv$ ) $6rv+3rv-1($

c(  $75 rv$ ) $2rv+1($  d(  $75rv$ ) $2r^2v+13+rv($

الدرس [4-1] حل معادلات من الدرجة الاولى بمتغير واحد بخطوتين في R

حل المعادلات التالية باستعمال الجمع و الطرح :

1  $5x+ 20 = 4x -10$  a(  $x = 10$  b(  $x = 30$  c(  $x = -10$  d(  $x = -30$

2  $|-12| z = \sqrt[3]{-8} +13z$  a(  $z = 2$  b(  $z = 4$  c(  $z = -2$  d(  $z = -4$

3  $\sqrt[3]{27} x+1= |-11|+2x$  a(  $x = 12$  b(  $x = -10$  c(  $x = 10$  d(  $x = -12$

حل المعادلات التالية باستعمال الضرب والقسمة :

4  $\sqrt[3]{27} x \div |-5| = 8$  a(  $x = -\frac{40}{3}$  b(  $x = \frac{3}{40}$  c(  $x = \frac{40}{3}$  d(  $x = -\frac{3}{40}$

5  $|-6| h = 81 \div -3($  a(  $h = \frac{2}{9}$  b(  $h = -\frac{9}{2}$  c(  $h = -\frac{2}{9}$  d( $h = \frac{9}{2}$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [4-2] حلّ معادلات من الدرجة الأولى بمتغير واحد بخطوات متعددة في R

حل المعادلات التالية باستعمال خواص الأعداد الحقيقية:

1  $|-8| + x = 12 - 2x$       a(  $x = -\frac{3}{4}$  )      b(  $x = -\frac{4}{3}$  )      c(  $x = \frac{4}{3}$  )      d(  $x = \frac{3}{4}$  )

2  $\sqrt[3]{-125} x \div |-5| = 2\sqrt{7} \div 7$       a(  $x = -\frac{2}{\sqrt{7}}$  )      b(  $x = \frac{2}{7}$  )      c(  $x = \frac{2}{\sqrt{7}}$  )      d(  $x = -\frac{2}{7}$  )

3  $\frac{6y}{2 + \sqrt[3]{-27}} = \frac{y}{3}$       a(  $y = -\frac{1}{17}$  )      b(  $y = 0$  )      c(  $y = \frac{1}{17}$  )      d(  $y = 17$  )

حلّ المعادلات الآتية :

4  $|z - 12| = 7$       a(  $s = \{-19, -5\}$  )      b(  $s = \{-19, 5\}$  )      c(  $s = \{19, -5\}$  )      d(  $s = \{19, 5\}$  )

5  $|3y - 20| = \sqrt{36}$       a(  $s = \{\frac{26}{3}, \frac{3}{14}\}$  )      b(  $s = \{\frac{3}{26}, \frac{14}{3}\}$  )      c(  $s = \{\frac{26}{-3}, \frac{14}{-3}\}$  )      d(  $s = \{\frac{26}{3}, \frac{14}{3}\}$  )

6 اكتب معادلة القيمة المطلقة التي تمثيلها البياني على مستقيم الأعداد هو:



a(  $|x + 4| = 5$  )      b(  $|x - 4| = 5$  )      c(  $|x + 3| = 5$  )      d(  $|x - 3| = 5$  )

الدرس [4-3] حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في R

حل المعادلات التالية باستعمال الجذر التربيعي :

1  $9y^2 = 1$       a(  $s = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{-3}\}$  )      b(  $s = \{\frac{1}{9}, \frac{1}{-9}\}$  )      c(  $s = \{\frac{1}{-3}, \frac{1}{-9}\}$  )      d(  $s = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{9}\}$  )

2  $\frac{1}{3}t^2 = 12$       a(  $s = \{6, 0\}$  )      b(  $s = \{-6, 0\}$  )      c(  $s = \{2, -2\}$  )      d(  $s = \{6, -6\}$  )

3  $n^2 - \frac{2}{8} = \frac{3}{8}$   
 a(  $s = \{\sqrt{\frac{8}{5}}, -\sqrt{\frac{8}{5}}\}$  )      b(  $s = \{\sqrt{\frac{1}{8}}, -\sqrt{\frac{1}{8}}\}$  )      c(  $s = \{\sqrt{\frac{5}{8}}, -\sqrt{\frac{5}{8}}\}$  )      d(  $s = \{\sqrt{\frac{5}{8}}, -\sqrt{\frac{8}{5}}\}$  )

حل المعادلات التالية باستعمال خاصية الضرب الصفري:

4  $x^2 - x = 0$       a(  $s = \{0, -1\}$  )      b(  $s = \{1, 1\}$  )      c(  $s = \{1, -1\}$  )      d(  $s = \{0, 1\}$  )

5  $\frac{1}{5}r - \frac{1}{\sqrt{5}}r^2 = 0$       a(  $s = \{0, \frac{1}{5}\}$  )      b(  $s = \{0, \frac{-1}{\sqrt{5}}\}$  )      c(  $s = \{0, \frac{-1}{5}\}$  )      d(  $s = \{0, \frac{1}{\sqrt{5}}\}$  )

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [4-4] حلّ المتباينات الجبرية ذات الخطوتين في  $R$

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص الجمع والطرح :

1  $3y - \sqrt[3]{8} \geq 4y + \sqrt[3]{-27}$       a)  $y \leq -1$       b)  $y \geq -1$       c)  $y \geq 1$       d)  $y \leq 1$

2  $4) \frac{1}{4}z + \frac{5}{14} (< 0$       a)  $(z < -\frac{10}{7}$       b)  $(z < \frac{10}{7}$       c)  $(z > \frac{10}{7}$       d)  $(z < -\frac{10}{7}$

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص الضرب والقسمة :

3  $\frac{4h}{6} \geq \frac{-8}{21}$       a)  $(s = \{h : h \in R, h \leq \frac{4}{7}\}$       b)  $(s = \{h : h \in R, h \leq -\frac{4}{7}\}$

c)  $(s = \{h : h \in R, h \geq -\frac{4}{7}\}$       d)  $(s = \{h : h \in R, h \geq \frac{4}{7}\}$

4  $\frac{1}{\sqrt{2}} \leq \frac{\sqrt{2}n}{9}$       a)  $n \leq \frac{9}{2}$       b)  $n \geq \frac{9}{2}$       c)  $n \geq \frac{-9}{2}$       d)  $n \leq \frac{-9}{2}$

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

5  $5y + \sqrt[3]{-27} > 3y - \sqrt[3]{8}$       a)  $(y \leq \frac{1}{2}$       b)  $(y \leq \frac{-1}{2}$       c)  $(y \geq \frac{-1}{2}$       d)  $(y > \frac{1}{2}$

6  $4) \frac{1}{7} - \frac{3}{12}z \leq 0$       a)  $(z \geq \frac{-4}{7}$       b)  $(z \leq \frac{7}{4}$       c)  $(z \leq \frac{4}{7}$       d)  $(z \geq \frac{4}{7}$

الدرس [4-5] حلّ المتباينات الجبرية متعددة الخطوات في  $R$

حل المتباينات التالية في  $R$  باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية :

1  $5(y+1) \geq 8 - \sqrt[3]{-125}$       a)  $(s = \{y : y \in R, y \leq -\frac{5}{8}\}$       b)  $(s = \{y : y \in R, y \leq \frac{8}{5}\}$

c)  $(s = \{y : y \in R, y \geq \frac{5}{8}\}$       d)  $(s = \{y : y \in R, y \geq \frac{8}{5}\}$

2  $\frac{1}{2}x - \frac{4}{3} (+ \frac{1}{6}x < -\frac{2}{3}$       a)  $(x < \frac{4}{3}$       b)  $(x > 0$       c)  $(x < 0$       d)  $(x > \frac{-4}{3}$

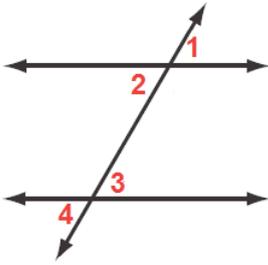
3  $2)v - 4\sqrt{5} (> 5)v - \sqrt{5} (<$       a)  $(v < -\sqrt{5}$       b)  $(v > \sqrt{5}$       c)  $(v > -\sqrt{5}$       d)  $(v < \sqrt{5}$

4  $\frac{1}{5}z - \sqrt{3} \geq \frac{1}{5} )\sqrt{3} - z (<$       a)  $(z \geq \sqrt{3}$       b)  $(z \leq \frac{2}{\sqrt{3}}$       c)  $(z \leq \sqrt{3}$       d)  $(z \geq \frac{2}{\sqrt{3}}$

5  $\frac{12}{\sqrt[3]{-27}} - 2r > \frac{1}{3} - r$       a)  $(r > \frac{13}{3}$       b)  $(r < -\frac{13}{3}$       c)  $(r < \frac{3}{13}$       d)  $(r > -\frac{3}{13}$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [5-1] علاقة الزوايا والمستقيمات ( نظريات )

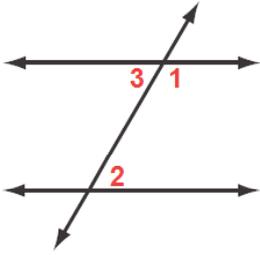


1 العلاقة بين الزاويتين 2 و4 في الشكل المجاور :

- a. متجاورتان                      b. متبادلتان  
c. متقابلتان بالرأس              d. متناظرتان

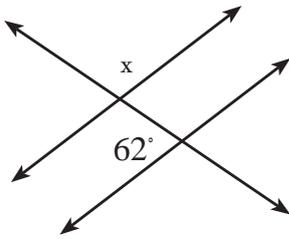
2 في الشكل المجاور اذا كان  $m \angle 1 = 60^\circ$  فان  $m \angle 2$  يساوي

- a.  $60^\circ$                                   b.  $80^\circ$   
c.  $90^\circ$                                   d.  $120^\circ$



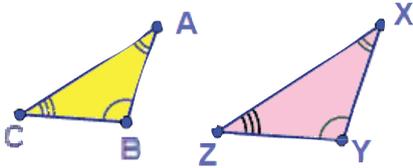
3 قياس الزاوية x في الشكل المجاور

- a.  $118^\circ$                                   b.  $18^\circ$   
c.  $90^\circ$                                   d.  $88^\circ$



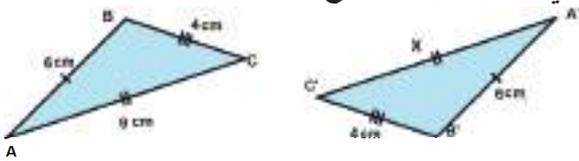
الدرس [5-2] تطابق المثلثات

1 المثلثان في الشكل المجاور



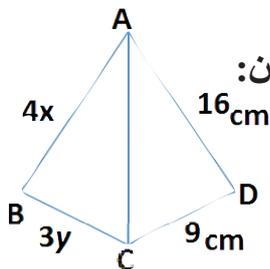
- a. متطابقان بسبب تطابق ضلعين وزاوية محددة بينهما  
b. متطابقان بسبب تطابق اضلاعهما الثلاثة  
c. غير متطابقان بسبب كون المثلثات لا تتطابق بتطابق زواياها الثلاثة  
d. متطابقان بسبب تطابق زاويتين وضلع محدد بهما

2 المثلثان في الشكل المجاور متطابقان لذا فان قيمة X التي تمثل طول الضلع :



- a. 4 cm                                  b. 9 cm  
c. 6 cm                                  d. 2 cm

3 قيمة X, Y التي تجعل المثلثان ABC ، ACD في الشكل المجاور متطابقان:



- a.  $x=3, y=4$                       b.  $x=4, y=4$   
c.  $x=3, y=3$                       d.  $x=4, y=3$



اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [4-5] متوازي الاضلاع والمعين وشبه المنحرف

1 مساحة متوازي الأضلاع إذا علمت أن طول قاعدته 10cm، وطول ارتفاعه 16cm يساوي :

- a. 800 cm<sup>2</sup>                      b. 1600 cm<sup>2</sup>                      c. 900 cm<sup>2</sup>                      d. 160 cm<sup>2</sup>

2 محيط متوازي الأضلاع طول اثنين من أضلاعه المتجاورة 10cm , 4cm يساوي :

- a. 40 cm                      b. 20 cm                      c. 28 cm                      d. 80 cm

3 مساحة شبه المنحرف الذي طولاه ضلعين متوازيين فيه 10cm , 6cm وارتفاعه 5cm :

- a. 110 cm<sup>2</sup>                      b. 90 cm<sup>2</sup>                      c. 100 cm<sup>2</sup>                      d. 40 cm<sup>2</sup>

4 معين مساحته 1500cm<sup>2</sup> وارتفاعه 10cm فان طول ضلعه :

- a. 75 cm                      b. 150 cm                      c. 36 cm                      d. 90 cm

5 متوازي اضلاع طول قاعدته 16cm وارتفاعه نصف طول القاعدة فان مساحته :

- a. 144 cm<sup>2</sup>                      b. 128 cm<sup>2</sup>                      c. 80 cm<sup>2</sup>                      d. 40 cm<sup>2</sup>

الدرس [5-5] الاسطوانة والكرة ( الخصائص ، المساحة السطحية ، الحجم )

1 اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها 14cm وارتفاعها 10cm فان مساحتها الجانبية :

- a. 700 cm<sup>2</sup>                      b. 820 cm<sup>2</sup>                      c. 880 cm<sup>2</sup>                      d. 800 cm<sup>2</sup>

2 اسطوانة دائرية قائمة مغلقة طول نصف قطر قاعدتها 7cm وارتفاعها 3cm فان مساحتها الكلية :

- a. 176π cm<sup>2</sup>                      b. 170π cm<sup>2</sup>                      c. 190π cm<sup>2</sup>                      d. 140π cm<sup>2</sup>

3 اسطوانة دائرية قائمة طول نصف قطر قاعدتها 6cm وحجمها 360π cm<sup>3</sup> فان ارتفاعها :

- a. 16 cm                      b. 8 cm                      c. 10 cm                      d. 5 cm

4 كرة نصف قطرها 3cm فان حجمها :

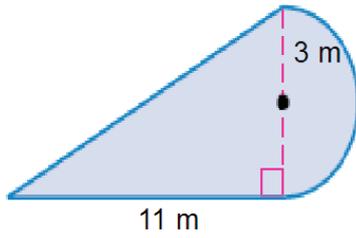
- a. 36π cm<sup>3</sup>                      b. 18π cm<sup>3</sup>                      c. 24π cm<sup>3</sup>                      d. 72π cm<sup>3</sup>

5 طول نصف قطر كرة مساحتها السطحية 400π cm<sup>2</sup> :

- a. 12 cm                      b. 8 cm                      c. 10 cm                      d. 9 cm

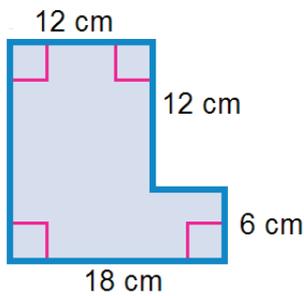
اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [5-6] مساحة الأشكال المركبة المنتظمة وغير المنتظمة



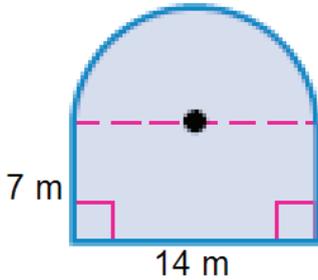
1 مساحة الشكل المركب المنتظم المجاور تساوي

- a.  $47.13 \text{ cm}^2$                       b.  $18.13 \text{ cm}^2$   
c.  $74.13 \text{ cm}^2$                       d.  $90.13 \text{ cm}^2$



2 مساحة الشكل المركب المنتظم المجاور تساوي

- a.  $225 \text{ cm}^2$                       b.  $252 \text{ cm}^2$   
c.  $522 \text{ cm}^2$                       d.  $512 \text{ cm}^2$



3 مساحة الشكل المركب المنتظم المجاور تساوي

- a.  $175 \text{ cm}^2$                       b.  $170 \text{ cm}^2$   
c.  $180 \text{ cm}^2$                       d.  $215 \text{ cm}^2$



4 المساحة التقريبية لسطح المفتاح في الشكل المجاور

- a.  $32 \text{ cm}^2$                       b.  $30 \text{ cm}^2$   
c.  $31 \text{ cm}^2$                       d.  $33 \text{ cm}^2$

5 في الصورة المجاورة خريطة بغداد محاطة بدائرة نصف قطرها

$3 \text{ cm}$  وبمقياس رسم  $1:100000$  تكون مساحة مدينة بغداد بصورة

تقريبية باستخراج مساحة الدائرة :



- a.  $12\pi \text{ cm}^2$                       b.  $8\pi \text{ cm}^2$   
c.  $10\pi \text{ cm}^2$                       d.  $9\pi \text{ cm}^2$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [6-1] تمثيل جدول دالة محددة في المستوى الاحداثي

1 العلاقة التي مدخلاتها ثابتة ومخرجاتها متغيرة تمثل بيانياً في المستوى الاحداثي ب :

- a. محور السينات      b. محور الصادات      c. نقطة الاصل      d. المحورين السيني والصادي

2 ما يقطعه محمد من مسافة بالكيلومترات في 3 ساعات عند صعوده القطار، علماً أنه يقطع في الساعة

الواحدة 10km:

- a. 5      b. 10      c. 20      d. 30

3 إذا كان جدول الدالة:

مدخلة	-1	x	-3
مخرجة	1	2	3

فإن قيمة X هي:

- a. 3      b. 4      c. -2      d. 9

4 إذا كان جدول الدالة:

مدخلة	-1	0	x
مخرجة	2	3	4

فإن قيمة X هي:

- a. 1      b. 1      c. 2      d. -2

الدرس [6-2] مقدمة في الدوال

1 كل علاقة هي دالة بشرط:

- a. كل مدخلة لها مخرجان      b. كل مدخلة لها مخرجة  
c. كل مدخلة لها ثلاث مخرجات      d. كل مدخلتين لها مخرجة

2 أي العبارات التالية صحيحة:

- a. كل دالة هي علاقة      b. كل علاقة هي دالة      c. الدالة والعلاقة المعنى نفسه      d. كل علاقيتين دالة

3 إذا كانت قاعدة الدالة  $7x-1$  ومجموعة العناصر  $\{-2,0,2\}$  فإن مجموعة الصور هي:

- a.  $\{-15,-1,13\}$       b.  $\{15,1,13\}$       c.  $\{15,-1,13\}$       d.  $\{15,-1,-13\}$

4 إذا كانت مجموعة العناصر للدالة  $\{4,2,0\}$  وكانت مجموعة الصور  $\{3,1,-1\}$  فإن قاعدة الدالة هي:

- a.  $1-x$       b.  $-1-x$       c.  $x-1$       d.  $2-x$

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [6-3] الدوال الخطية

1 معادلة المستقيم: هي معادلة تعبر عن الدالة الخطية بالصورة:

- a.  $y=4x-1$       b.  $y=4x^2-1$       c.  $y=\sqrt{4}x-1$       d.  $y=\frac{4}{x-1}$

2 أي من الدالة الخطية تمرُّ بنقطة الأصل:

- a.  $y=2x-1$       b.  $y=2x+1$       c.  $y=12-x$       d.  $y=2x$

3 الدالة الخطية التي تمر بالربعين الثاني والرابع هي:

- a.  $y=13-x$       b.  $y=13+x$       c.  $y=-3x-1$       d.  $y=-3x$

4 عدد طبيعي ضرب بـ 2 ثم طرَح منه 4 بعد الضرب فكان الناتج بعد الضرب 50 ما هي المعادلة الخطية

العامة بالنسبة للعدد الطبيعي؟

- a.  $2x-4=50$       b.  $24-x=50$       c.  $42-x=50$       d.  $24+x=50$

الدرس [6-4] الانعكاس والدوران في المستوي الأحداثي

1 إذا كان انعكاس النقطة  $(-2,3)$  هو  $(-2,-3)$  فإنَّ خط الانعكاس هو:

- a. محور السينات      b. محور الصادات      c. محور مائل      d. كلاهما

2 المستقيم AB  $(1,3)$  ،  $B(2,4)$  ، إذا أجرى انعكاساً للمستقيم على محور السينات  $A'(1,-3)$  فإنَّ

B هي:

- a.  $(-2,-4)$       b.  $(-2,4)$       c.  $(-2,-4)$       d.  $(2,4)$

3 المثلث ABC  $(1,1)$  ،  $A(1,1)$  ،  $B(1,3)$  ،  $C(3,2)$  ، أجرى انعكاساً للمثلث ABC على محور السينات فكانت

المثلث  $A'B'C'$  فإنَّ B

- a.  $(-1,-3)$       b.  $(-1,3)$       c.  $(1,-3)$       d.  $(1,3)$

4 صورة النقطة  $(-2,4)$  تحت تأثير دوران بزواوية 90° حول نقطة الاصل باتجاه عقارب الساعة:

- a.  $(-2,-4)$       b.  $(4,-2)$       c.  $(-4,2)$       d.  $(4,2)$

5 صورة النقطة  $(-1,3)$  تحت تأثير دوران بزواوية 90° حول نقطة الاصل باتجاه عكس عقارب الساعة:

- a.  $(1,-3)$       b.  $(-3,-1)$       c.  $(1,0)$       d.  $(3,-1)$



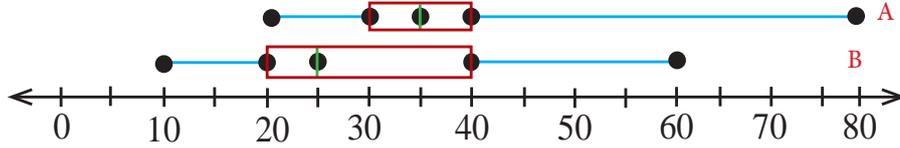
اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

الدرس [7-2] تمثيل البيانات ببيان الشاربيين

1 تقسم البيانات بيان الشاربيين الى:

- a. قسمين      b. ثلاثة أقسام      c. أربعة أقسام      d. خمسة أقسام

2 يبين بيان الشاربيين أدناه مقارنة بين وزن نوعين من الحيوانات A, B بالكيلوغرام قيمتا المدى الربيعي للنوعين هما:



- a. A=20, B=10      b. A=40, B=10      c. A=20, B=30      d. A=10, B=20

أرتفاع النباتات		
80	42	55
72	68	78
65	40	52

3 الجدول المجاور يبين أرتفاع نباتات مختلفة بالسنتمترات ، الربع الأعلى

والربع الأدنى هما:

- a. 40,50      b. 55,51      c. 47,75      d. 41,79

الدرس [7-3] التجربة العشوائية

1 تجربة عشوائية تقوم على فعلين عشوائيين ، عدد نتائج الفعل الأول يساوي 6 عدد نتائج الفعل الثاني

تساوي 2 ، أذن عدد نتائج الفعلين معاً يساوي :

- a. 8      b. 4      c. 3      d. 12

القطعة الأولى	H	H	T	T
القطعة الثانية	H	T	H	T

2 الجدول المجاور يبين رمي قطعتي نقود أي المجموعات التالية

تمثل ظهور وجهين مختلفين على القطعتين؟

- a. {H,T}      b. {T,H}      c. {H,T,T,H}      d. {H,T,T,T}

3 يقدم احد المطاعم 3 أصناف من الطعام بأربعة أنواع من التوابل وهذه الأصناف قد تكون بلحم الدجاج

أو بدونه . عدد خيارات الطعام الممكنة.

- a. 6      b. 12      c. 24      d. 36

الدرس [7-4] الحدث

1 اذا كان  $E_1$  تمثل الحدث (سحب كرة حمراء)  $E_2$  تمثل الحدث (سحب كرة خضراء) دون اعادة الكرة

الحمراء إلى صندوق فيه 5 كرات حمراء، 6 خضراء. الحدثان  $E_1$  ،  $E_2$ .

- a. لم يكونا حدثاً مركباً      b. كونا حدثاً مركباً      c. مستقلان      d. غير مستقلين

2 اعلن محل للملابس النسائية عن امكانية الحصول على قميص

مجاني عند شراء الزبون إحدى القطع من الجدول المجاور.

افرض: الحدث  $E_1$  شراء تنورة، الحدث  $E_2$  الحصول على قميص

- a. يكونان حدثاً بسيطاً      b. يكونان حدثاً مركباً

- c. مستقلان      d. مترابطان

لون القميص	نوع القطعة
ابيض	تنورة
اسود	بنطلون
احمر	حذاء
	حقيبة يدوية

## اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

### الدرس [5-7] الاحتمالات

1 صندوق فيه 4 كرات حمراء، 7 كرات بيضاء، 5 كرات زرقاء، سحبت كرتان بيضاويان احدهما بعد الاخرى دون اعادة الكرة الأولى، فإن ( الكرة البيضاء الثانية) هو:

- a.  $\frac{1}{15}$       b.  $\frac{7}{16}$       c.  $\frac{6}{15}$       d.  $\frac{2}{15}$

2 اذا كان  $E_1$  ،  $E_2$  حدثان متتامين فإن:

- a.  $P(E_1) \times P(E_2) = 1$       b.  $P(E_1) \div P(E_2) = 1$   
 c.  $P(E_1) + P(E_2) = 1$       d.  $P(E_1) - P(E_2) = 0$

3 النسبة المئوية التي تمثل احتمال ان تسحب بشكل عشوائي بطاقة رقمها غير زوجي من البطاقات المرقمة: 1، 3، 5، 7، هو:

- a. 75%      b. 50%      c. 25%      d. 100%

### الدرس [6-7] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

1 استعمل الجدول المجاور الذي يبين نتائج رمي قطعتي نقود 10 مرات، الاحتمال النظري للحصول على صورة وكتابة هو:

النتائج	التكرار
H , H	2
H , T	3
T , H	4
T , T	1

- a.  $\frac{3}{10}$       b.  $\frac{7}{10}$       c.  $\frac{1}{2}$       d.  $\frac{1}{3}$

2 استعمل المعلومات نفسها في السؤال (1)، الاحتمال التجريبي للحصول على صورة وكتابة هو:

- a.  $\frac{3}{10}$       b.  $\frac{7}{10}$       c.  $\frac{1}{3}$       d.  $\frac{1}{6}$

3 اطلق محمد مؤشر قرص 200 مرة، واصاب اللون الاخضر 50 مرة، احتمال ان يأتي المؤشر على اللون الاخضر في المرة التالية هو:

- a. 0.23      b. 0.24      c. 0.25      d. 0.30

4 سجل لاعب كرة قدم 21 ركلة جزاء ناجحة من اصل 26 محاولة، أي نسبة مئوية هي الاقرب لاحتمال ان يسجل اللاعب ركلة جزاء ناجحة في المحاولة التالية:

- a. 50%      b. 60%      c. 70%      d. 80%

**الفصل 1: الأعداد النسبية**

4	الدرس الاول : ترتيب العمليات على الاعداد النسبية.
6	الدرس الثاني : القوى (الاسس) السالبة والصورة العلمية للعدد.
10	الدرس الثالث : خصائص القوى (الاسس).
14	الدرس الرابع : الكسور العشرية الدورية والصورة العلمية للعدد (استعمال الحاسبة).
18	الدرس الخامس : تبسيط الجمل العددية الكسرية.
22	

**الفصل 2: الأعداد الحقيقية**

27	الدرس الاول : مفهوم الأعداد الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد.
29	الدرس الثاني : خصائص الأعداد الحقيقية.
33	الدرس الثالث : تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية.
37	الدرس الرابع : تطبيقات على نظرية فيثاغورس.
41	الدرس الخامس : المستوى الاحداثي.
45	

**الفصل 3: الحدوديات**

50	الدرس الاول : جمع المقادير الجبرية وطرحها.
52	الدرس الثاني : ضرب حد جبري في مقدار جبري.
56	الدرس الثالث : ضرب المقادير الجبرية.
60	الدرس الرابع : قسمة مقدار جبري على حد جبري.
64	الدرس الخامس : تحليل المقادير الجبرية.
68	

**الفصل 4: المعادلات والمتباينات**

73	الدرس الاول : حل معادلات من الدرجة الاولى بمتغير واحد بخطوتين في $R$ .
75	الدرس الثاني : حل معادلات من الدرجة الاولى بمتغير واحد بخطوات متعدّدة في $R$ .
79	الدرس الثالث : حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في $R$ .
83	الدرس الرابع : حل المتباينات الجبرية ذات خطوتين في $R$ .
87	الدرس الخامس : حل المتباينات الجبرية متعدّدة الخطوات في $R$ .
91	

<b>96</b>	<b>الفصل 5 : الهندسة والقياس</b>
98	الدرس الاول : علاقة الزوايا والمستقيمات ( نظريات )
102	الدرس الثاني : تطابق المثلثات
106	الدرس الثالث : خواص المثلثات (متساوي الساقين، متساوي الاضلاع ، قائم الزاوية)
110	الدرس الرابع : متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف
114	الدرس الخامس : الاسطوانة والكرة ( الخصائص ، المساحة السطحية ، الحجم )
118	الدرس السادس : مساحة الاشكال المركبة المنتظمة وغير المنتظمة

<b>123</b>	<b>الفصل 6 : الهندسة الإحداثية</b>
125	الدرس الاول : تمثيل جدول دالة محددة في المستوي الاحداثي
129	الدرس الثاني : مقدمة في الدوال
133	الدرس الثالث : الدوال الخطية
137	الدرس الرابع : الانعكاس والدوران في المستوي الاحداثي
141	الدرس الخامس : الانسحاب في المستوي الاحداثي

<b>146</b>	<b>الفصل 7 : الأحصاء والأحتمالات</b>
148	الدرس الاول : مقياس النزعة المركزية والمدى
152	الدرس الثاني : تمثيل البيانات ببيان الشاربيين
156	الدرس الثالث : التجربة العشوائية
160	الدرس الرابع : الحدث
164	الدرس الخامس : الاحتمالات
168	الدرس السادس : الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري
172	الدرس السابع : خطة حل المسألة (تمثيل المسألة)
<b>175</b>	<b>تمرينات الفصول</b>