منهاجي
متعة التعليم الهادف
3F3Y

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

٣
٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / الدورة الشتوية

(وثيقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات/الفصل الثاني
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان: ٢ : ٠٠
اليوم والتاريخ: الاثنين ٢٠١٩/٠١/٠٧

ملحوظة: أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٢٧ علامة)

أ) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) إذا كان م(س) معكوسًا لمشتقة الاقتران ق المتّصل على الفترة [−١ ، ٤] ، وكان م′ (−١) = ٢ ،

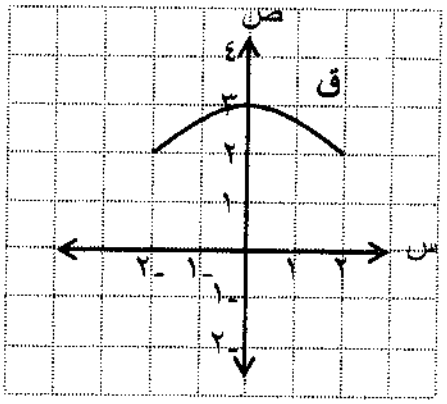
م′ (٤) = −٣ ، فإن قيمة $\int_{-1}^{4} \left(\frac{١}{٥} - \frac{٢}{٥} \text{ ق}'(س)\right)$ دس تساوي:

أ) −١ ب) ٣ ج) −٦ د) ٤

٢) قيمة $\int_{١}^{هـ^{٢}} \frac{١}{هـ^{٤س} - ١}$ دس تساوي:

أ) $هـ^{٢} + ١$ ب) $\frac{١}{هـ^{٢} - ١}$ ج) $\frac{١}{هـ^{٢} + ١}$ د) $هـ^{٢} - ١$

٣) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [−٢ ، ٢] ، ما أكبر قيمة للمقدار $\int_{-٢}^{٢}$ ق(س) دس ؟



أ) ٨ ب) ١٢
ج) ٤ د) ٣

ب) جد كلًّا من التكاملات الآتية:

١) $\int$ جا^{٣}س (١ + جتا س)^{٥} دس (٨ علامات)

٢) $\int$ لـــو$_{هـ}$ (٤ س^{٢} − ٩) دس ، هـ العدد النيبيري (١٠ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ....

السـؤال الثاني: (٣٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) قيمة $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{٣ + ٣ \text{ ظتا}^{٢} س}{\text{ظتا س}}$ دس تساوي:

أ) $-٣ \text{ لـو}_{هـ} \frac{١}{٣}$ ب) $\text{لـو}_{هـ} \frac{١}{٣}$ ج) $٣ \text{ لـو}_{هـ} \frac{١}{٣}$ د) $-\text{لـو}_{هـ} \frac{١}{٣}$

٢) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثّل منحنى الاقتران ق المعرّف على الفترة [−٢ ، ١] ، ما قيمة $\int_{٠}^{٣}$ ق(١− س) دس ؟

أ) −١ ب) −٣

ج) ٣ د) ١

٣) حَلّ المعادلة التفاضلية: $\text{دص} - \text{ظا}^{٢} س \text{ دص} = ٢ \text{ ظا س دس}$ ، $س \in (٠ ، \frac{\pi}{٤})$ هو:

أ) $ص = ٢ \text{ لـو}_{هـ} |\text{جتا } ٢س| + \text{جـ}$ ب) $ص = -٢ \text{ لـو}_{هـ} |\text{جتا } ٢س| + \text{جـ}$

ج) $ص = \frac{١}{٢} \text{ لـو}_{هـ} |\text{جتا } ٢س| + \text{جـ}$ د) $ص = -\frac{١}{٢} \text{ لـو}_{هـ} |\text{جتا } ٢س| + \text{جـ}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) جد التكامل الآتي: (١١ علامة)

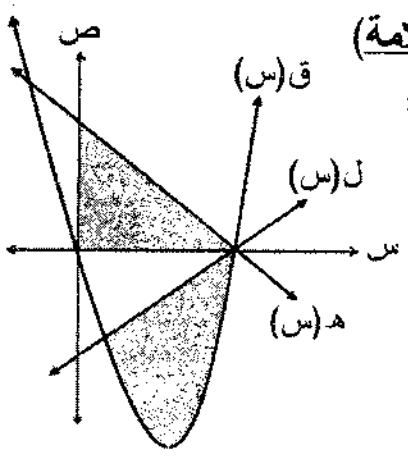
$\int ٤ هـ^{٢س} \text{ جا س جتا س دس}$

ج) إذا كان $هـ^{س ص} = \text{لـو}_{هـ} (س + ص) + هـ^{٢}$ ، $س > ٠$ ، $ص > ٠$ ،

أثبت أن $\frac{\text{دص}}{\text{دس}} = \frac{١ - ص(س + ص) هـ^{س ص}}{س(س + ص) هـ^{س ص} + ١}$ (١٠علامات)

السـؤال الثالث: (٣٣ علامة)

أ) جد مساحة المنطقة المظلّلة في الشكل المجاور حيث: (١٢ علامة)



$ق(س) = س^{٢} - ٥س$

$ل(س) = س - ٥$

$هـ(س) = ٥ - س$

يتبع الصفحة الثالثة ...

ب) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا كان $\int_{٧}^{٣} (٤ ق(س) + ٦)$ دس = −١٢ ، وكان $\int_{٣}^{٥} \frac{ق(س)}{٢}$ دس = −٤ ،

فإن قيمة $\int_{٥}^{٧} ٣ ق(س)$ دس تساوي:

أ) ٥ ب) −٣٣ ج) −٢١ د) ١٥

٢) $\int$ س جاس دس يساوي:

أ) س جتاس + جاس + جـ ب) −س جتاس − جاس + جـ

ج) −س جتاس + جاس + جـ د) س جتاس − جاس + جـ

٣) إذا كان م(س) ، هـ(س) معكوسين لمشتقة الاقتران المتصل ق ،

وكان $\int_{-٢}^{١} (م(س) - هـ(س))$ دس = ١٥ ، فما قيمة $\int_{-٢}^{١} \frac{م(س) - هـ(س)}{س + ٣}$ دس ؟

أ) $لـو_{هـ}$ ٤ ب) ٥ $لـو_{هـ}$ ٤ ج) $لـو_{هـ}$ ٣ د) ٥ $لـو_{هـ}$ ٣

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ج) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{جا^{٤}س}{جتا^{٢}س}$ ، (١٢ علامة)

فجد قاعدة العلاقة ص ، علمًا بأن منحناها يمر بالنقطة (٠ ، ١)

السـؤال الرابع: (٣٠ علامة)

أ) انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها: (٩ علامات)

١) إذا قُطِعَ أحد فرعي مخروط دائري قائم مزدوج بمستوى مائل قليلًا عن المحور، فإن الشكل الناتج هو:

أ) دائرة ب) قطع ناقص ج) قطع زائد د) قطع مكافئ

٢) معادلة القطع المكافئ الذي بؤرته النقطة $(-\frac{٩}{٢} ، ١)$ ، ودليله المستقيم س − $\frac{١}{٢}$ = ٠ هي:

أ) $(س-١)^{٢}$ = ١٠ ص + ٢٠ ب) $(ص-١)^{٢}$ = −١٠ س − ٢٠

ج) $(س+٢)^{٢}$ = −١٠ ص + ١٠ د) $(ص+٢)^{٢}$ = ١٠ س + ١٠

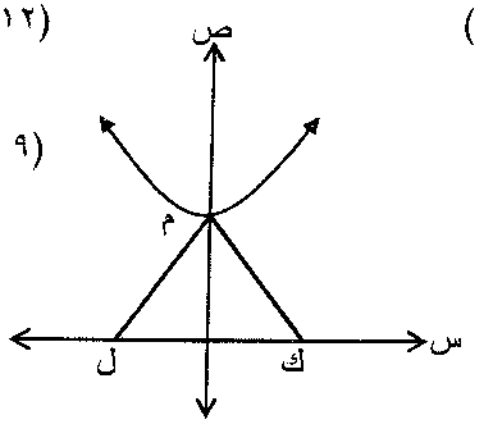
٣) الاختلاف المركزي للقطع المخروطي الذي معادلته : $(٣ص+٩)^{٢} + (٢-س)^{٢}$ = ٣٦ يساوي:

أ) $\sqrt{٢}$ ب) ٢ $\sqrt{٢}$ ج) $\frac{٢\sqrt{٢}}{٣}$ د) $\frac{\sqrt{٦}}{٣}$

يتبع الصفحة الرابعة ....

ب) جد معادلة الدائرة التي يقع مركزها على المستقيم الذي معادلته ص = س + ٤
وتمس المستقيم الذي معادلته **ص = س** عند النقطة (٤ ، ٤) (١٢ علامة)

ج) يمثّل الشكل المجاور قطعًا مكافئًا رأسه النقطة (م) ودليله محور السينات، إذا علمت أن المثلّث **م ك ل** متطابق الأضلاع طول ضلعه (٤) وحدات، فجد معادلة هذا القطع. (٩ علامات)



السـؤال الخامس: (٣٠ علامة)

أ) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) قطع ناقص رأساه النقطتان (∓ ٦ ، ٠) ، إذا كان طول محوره الأصغر (٨) وحدات ، فإن بعده البؤري بالوحدات يساوي:

أ) $\sqrt{٥}$ ٢ ب) $\sqrt{٤}$ ٥ ج) $\sqrt{١٠}$ ٢ د) $\sqrt{٢}$ ٥

٢) قطع زائد معادلته $\frac{٣ص^{٢}}{ك^{٢}} - \frac{س^{٢}}{٤} = ١$ ، **ك** > ٠ ، إذا كان طول محوره القاطع (١٠) وحدات، فما قيمة الثابت **ك** ؟

أ) $\frac{١٠}{\sqrt{٣}}$ ب) $\frac{\sqrt{٣}}{١٠}$ ج) $\sqrt{٣}$ ٥ د) $\sqrt{٥}$ ٣

منصة علمي
منصة التعليم الهادف

٣) تتحرّك النقطة **و**(س، ص) في المستوى الإحداثي حيث يتحدد موقعها بالمعادلتين: **س = ظا هـ** ، **ص = قا هـ**
هـ زاوية متغيّره ، ما معادلة مسار النقطة **و** ؟

أ) ص^{٢} – س^{٢} = ١ ب) ٢ص^{٢} + ٢س^{٢} = ١ ج) س^{٢} – ص^{٢} = ١ د) ٢ص^{٢} – ٢س^{٢} = ١

ب) قطع ناقص مساحته (٢٠ π) وحدة مربّعة، ومركزه نقطة الأصل وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ الذي يقع رأسه في نقطة الأصل ومعادلة دليله س = ٣ ، جد معادلة هذا القطع الناقص. (١١ علامة)

ج) جد إحداثيي المركز والرأسين والبؤرتين للقطع المخروطي الذي معادلته: (١٠علامات)

٤س^{٢} – ص^{٢} – ١٦ س + ١٠ ص – ١٧ = ٠

﴿انتهت الأسئلة﴾

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩ / الدورة الشتوية

الإجابة النموذجية

صفحة رقم (١)

المبحث : الرياضيات / ف٢
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان : ٣ س
التاريخ : ٢٠١٩/١/٧م

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الأول : (٢٧ علامة)

(٩ ٣)

رقم الفقرة	١	٢	٣
الإجابة الصحيحة	٣	$\frac{1}{1+\sqrt{2}}$	١٢
رمز الإجابة الصحيحة	ب	٤٠	ب

لكل فقرة ٣ علامات

(٥ ب ١)

$$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{جا^3 س}{(1+جتا س)^5} \, د س$$

نفرض $ص = 1 + جتا س$

$د ص = - جا س \, د س$ (١)

$$= \int_{\sqrt{2}}^{1} \frac{(ص-1)^3}{ص^5} \cdot \frac{د ص}{-جا س}$$ (١)

$ص - 1 = جتا س$

$(ص-1)^2 = جتا^2 س$

$$= \int_{\sqrt{2}}^{1} \frac{(ص-1)^2}{ص^5} \, د ص$$ (١)

$$= - \int_{\sqrt{2}}^{1} \frac{(ص^2 - 2ص + 1) - 1}{ص^5} \, د ص$$ (١) بالتوزيع

$$= - \int_{\sqrt{2}}^{1} (ص^{-3} - 2ص^{-4}) \, د ص$$

$$= - \left[\frac{ص^{-2}}{-2} - \frac{2ص^{-3}}{-3} \right]_{\sqrt{2}}^{1}$$ (١)

$$= \left[\frac{1}{2ص^2} - \frac{2}{3ص^3} \right]_{\sqrt{2}}^{1}$$ (١)

$$= \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) - \left(\frac{1}{4} - \frac{2}{6\sqrt{2}} \right)$$ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال ١٠ ب) ٧٥

$$\int_{هـ}^{ء} \frac{٨ س^{٣}}{٤ س^{٤} - ٩} \, د س$$

نفرض ص = لو$_{هـ}$ $(٤ س^{٤} - ٩)$ ①

$$د ص = \frac{٨ س^{٣}}{٤ س^{٤} - ٩} \, د س$$

$$= [س \text{ لو}_{هـ}(٤ س^{٤} - ٩)]_{١}^{٢} - \int_{١}^{٢} \frac{٨ س^{٤}}{٤ س^{٤} - ٩} \, د س$$ ①

$$\frac{٨ س^{٤}}{٤ س^{٤} - ٩} = ٢ + \frac{١٨}{٤ س^{٤} - ٩}$$

ع = س ← د ع = د س ①

$$\Leftarrow \frac{١٨}{٤ س^{٤} - ٩} = \frac{أ}{(٣ - ٢ ع)} + \frac{ب}{(٣ + ٢ ع)}$$ ①

نقسم ع

$$\begin{array}{r|l} ٨ س^{٤} & ٤ س^{٤} - ٩ \\ \hline ١٨ + ٨ س^{٤} & ٢ \end{array}$$

① $\Leftarrow ١٨ = أ(٣ + ٢ ع) + ب(٣ - ٢ ع)$

بوضع ع = $\frac{٣}{٢}$ ⇐ ١٨ = ٦ أ ← أ = ٣ ①

بوضع ع = $-\frac{٣}{٢}$ ⇐ ١٨ = ٦ ب ← ب = ٣ ①

ومن هنا

$$\int_{هـ}^{ء} \left(\frac{٣}{٣ - ٢ ع} + ٢ + \frac{٣}{٣ + ٢ ع} \right) د ع$$ ①

$$= [س \text{ لو}_{هـ}(٤ س^{٤} - ٩)]_{١}^{٢} - ٢ س + \frac{٣}{٢} \text{ لو}_{هـ}|٣ - ٢ ع| + \frac{٣}{٢} \text{ لو}_{هـ}|٣ + ٢ ع| + ج$$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني : (٣٠ علامة)

٩ م)

رقم الفقرة	١	٢	٣	
الإجابة الصحيحة	-٣ لو$_{\frac{١}{٣}}$	-١	$ص = -\frac{١}{٢}$ لو$_{\frac{١}{٣}}$ ظا$_{١٢}$ + جـ	٩٨
رمز الإجابة الصحيحة	م	م	ك	٩٤

٧٥

١١ ب) $\int هـ^{٢س}$ جا^{٢}س ظا^{٢}س دس ٦٨

$= \int هـ^{٢س}$ جا^{٢}س (قا^{٢}س $-$ ١) دس

نفرض $ع = هـ^{٢س} \leftarrow$ دع $= ٢هـ^{٢س}$ دس ①

دع $=$ قا^{٢}س دس $\leftarrow ع = \frac{١}{٢}$ ظا^{٢}س ①

$= \int هـ^{٢س}$ قا^{٢}س دس $- \int هـ^{٢س}$ دس

$= \frac{١}{٢} هـ^{٢س}$ ظا^{٢}س $- \int \frac{١}{٢} هـ^{٢س} \times ٢$ ظا^{٢}س دس ①

نفرض $ع = هـ^{٢س} \leftarrow$ دع $= ٢هـ^{٢س}$ دس ①

دع $=$ ظا^{٢}س دس $\leftarrow ع = \frac{١}{٢}$ جا^{٢}س ①

$= \frac{١}{٢} هـ^{٢س}$ ظا^{٢}س $- \int \frac{١}{٢}$ جا^{٢}س $هـ^{٢س} \times ٢$ دس ①

$= \frac{١}{٢} هـ^{٢س}$ ظا^{٢}س $- \frac{١}{٢} هـ^{٢س}$ جا^{٢}س $+ \int$ هـ^{٢س} جا^{٢}س دس ①

$\therefore ٢ \int هـ^{٢س}$ جا^{٢}س دس $= \frac{١}{٢} هـ^{٢س}$ ظا^{٢}س $- \frac{١}{٢} هـ^{٢س}$ جا^{٢}س ①

$\int هـ^{٢س}$ جا^{٢}س دس $= \frac{١}{٤} هـ^{٢س}$ ظا^{٢}س $- \frac{١}{٤} هـ^{٢س}$ جا^{٢}س + جـ ①

* إذا قام بالقسمة على (٤) خسر علامة فقط

منهاجي متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

٤٨

س ٤) إذا كان $ه^{ص} = لو_{ه}(س+ص)^{ص} + ه^{ص}$ ، $س > ٠$ ، $ص > ٠$

١٠

اثبت أن : $\frac{د ص}{د س} = \frac{ص(س+ص)ه^{س ص} - ١}{س(س+ص)ه^{س ص} - ١}$

نشتق الطرفين $\Leftarrow$ $ه^{س ص}(س ص' + ص) = \frac{١ + ص'}{(س+ص)} + ص ه^{ص}$ ①+①

$ه^{س ص}(س ص' + ص) = \frac{١ + ص'}{(س+ص)} + ص ه^{ص}$ ①

$س ص' ه^{س ص} + ص ه^{س ص} = \frac{١}{(س+ص)} + \frac{ص'}{(س+ص)}$ ①

تجميع $ص'$ في طرف واحد ① (نقل مع إشارة)

$ص'\left(\frac{١}{(س+ص)} - س ه^{س ص}\right) = ص ه^{س ص} - \frac{١}{(س+ص)}$ ①

اخراج $ص'$

$ص' = \frac{ص ه^{س ص} - \frac{١}{(س+ص)}}{\frac{١}{(س+ص)} - س ه^{س ص}}$ ①

$ص' = \frac{ص ه^{س ص}(س+ص) - ١}{(س+ص)}$ ①

$ص' = \frac{ص(س+ص)ه^{س ص} - ١}{(س+ص)}$

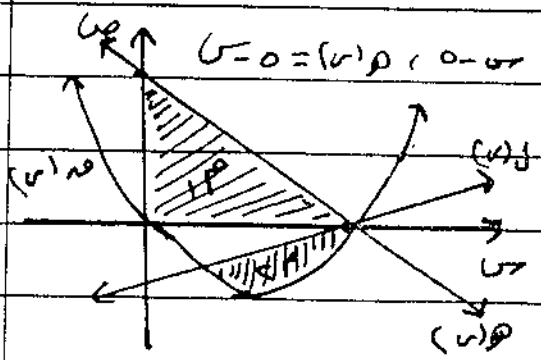
$ص' = \frac{ص(س+ص)ه^{س ص} - ١}{س(س+ص)ه^{س ص} - ١}$ ①

رقم الصفحة في الكتاب ٨٧

السؤال الثالث : (٣٣ علامة)

س٣

أ) $م(س) = س^2 - ٥س$ ، $ل(س) = س - ٥$ ، $هـ(س) = ٥ - س$ ٤



نجد نقط التقاطع بين المنحنيات

$م(س) = ل(س)$ ①

$س^2 - ٥س = س - ٥$

$س^2 - ٦س + ٥ = ٠$

$(س - ٥)(س - ١) = ٠$

$\Leftarrow س = ١ ، س = ٥$ ①

$م(س) = هـ(س)$	$ل(س) = هـ(س)$
$س^2 - ٥س = ٥ - س$	$س - ٥ = ٥ - س$
$س^2 - ٤س - ٥ = ٠$	$٢س = ١٠$
$(س - ٥)(س + ١) = ٠$	$س = ٥$
$س = ٥ ، س = -١$	

① ① ①

$م = \int_{-١}^{٥} |(٥ - س) - (س^2 - ٥س)| \, دس$

① ① ①

$= \int_{-١}^{١} (٥ - س) - (س^2 - ٥س) \, دس + \int_{١}^{٥} (س^2 - ٥س) - (٥ - س) \, دس$

① ①

$= \left[٥س - \frac{س^2}{٢} \right]_{-١}^{١} + \left[\frac{س^3}{٣} - \frac{٥س^2}{٢} + ٥س \right]_{١}^{٥}$ ①

$= \left(٥ - \frac{١}{٢} \right) - \left(-٥ - \frac{١}{٢} \right) + \left(\frac{١٢٥}{٦} - \frac{١٢٥}{٢} + ٢٥ \right) - \left(\frac{١}{٣} - \frac{٥}{٢} + ٥ \right)$ ①

$= \frac{١٠}{٢} + \left(\frac{٢٥}{٦} \right) - \left(\frac{١}{٣} - \frac{٥}{٢} \right)$

$= \frac{٢٥}{٦} + \frac{٢٥}{٣} + \frac{٧}{٣} = \frac{٣٢}{٦} + \frac{٤٥}{٦}$

$= \frac{٧٥ + ٦٤}{٦} = \frac{١٣٩}{٦}$ وحدة مربعة

رقم الصفحة في الكتاب

س ٣

٩ ب)

رقم الفقرة	١	ج	٣	
الاجابة الصحيحة	١٥	$-س$ جتا س $+$ جا س $+$ جـ	٥ لو ٤ هـ	٣١
رمز الاجابة الصحيحة	S	٤٠	ب	٦٥
				١٠٠

١٢ جـ)

$$\frac{ص}{س} = \frac{جا^{٤} س}{جتا^{٢} س} \quad (١)$$

٩٤

$$\Leftarrow \quad ص = \int \frac{جا^{٤} س}{جتا^{٢} س} \times س \quad (١)$$

$$ص = \int \frac{جا^{٢} س}{جتا^{٢} س} \times جا^{٢} س \; س \quad (١)$$

$$ص = \int ظا^{٢} س \; (١ - جتا^{٢} س) \; س \quad (١)$$

$$ص = \int ظا^{٢} س \; س - \int جا^{٢} س \; س \quad (١) \leftarrow \text{علاقة أ فيثاغورس}$$

$$ص = \int (قا^{٢} س - ١) \; س - \frac{١}{٢} \int (١ - جتا ٢س) \; س \quad (١)$$

$$ص = ظا س - س - \frac{١}{٢} س + \frac{١}{٤} جا ٢س + جـ \quad (١) + (١)$$

لكن المنحنى يمر بالنقطة $(٠ ، ١)$

$$\Leftarrow \quad ظا ٠ - ٠ - \frac{١}{٢}(٠) + \frac{١}{٤} جا ٠ + جـ = ١$$

$$\Leftarrow \quad جـ = ١ \quad (١)$$

$$\therefore \quad ص = ظا س - \frac{٣}{٢} س + \frac{١}{٤} جا ٢س + ١ \quad (١)$$

رقم الصفحة في الكتاب

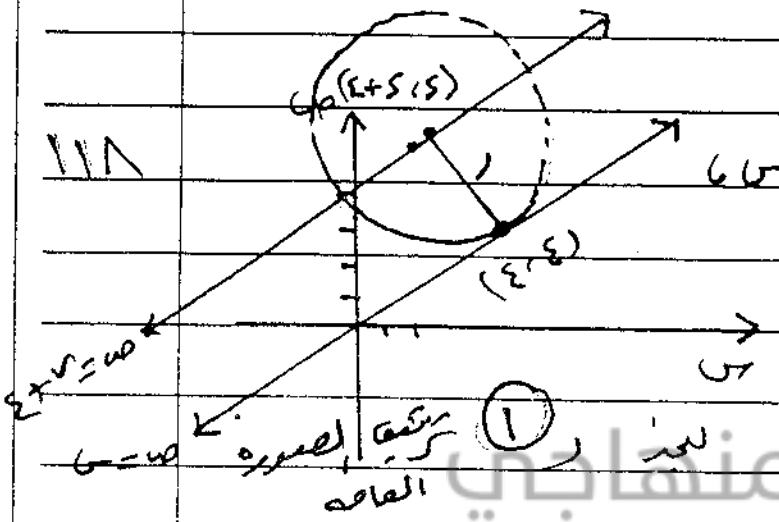
السؤال الرابع : (٣٠ علامة)

٩ (٤)

رقم الفقرة	١	ج	٣	
الاجابة الصحيحة	قطع ناقص	$(ص-1)^2 = -20(س-1)$	$\frac{27}{4}$	١٣١
رمز الاجابة الصحيحة	ب	ب	٤٠	١٣٧

١٠٥

١٢ (ب)



١١٨

نلاحظ ان المستقيمين $ص = س$ ، $ص = س + ٤$ متوازيين

نجد البعد بين النقطة (٤، ٤) والمستقيم $س - ص + ٤ = ٠$ ليمثل نصف قطر الدائرة

فانعوض في القانون ① $ر = \left| \frac{س - ص + ٤}{\sqrt{٢}} \right| = \left| \frac{٤ - ٤ + ٤}{\sqrt{٢}} \right| = \frac{٤}{\sqrt{٢}}$ ①

الصورة القياسية لمعادلة الدائرة $(س - ك)^2 + (ص - هـ)^2 = ر^2$ ①

بما ان المركز يقع على المستقيم $ص = س + ٤$ ∴ المركز $(ك، ك + ٤)$ ①

∴ معادلة الدائرة هي $(س - ك)^2 + ((ك + ٤) - ص)^2 = \frac{١٦}{٢}$ ①

ومرت بالنقطة (٤، ٤)

$\Leftarrow (٤ - ك)^2 + (٤ - ك - ٤)^2 = ٨$ ①

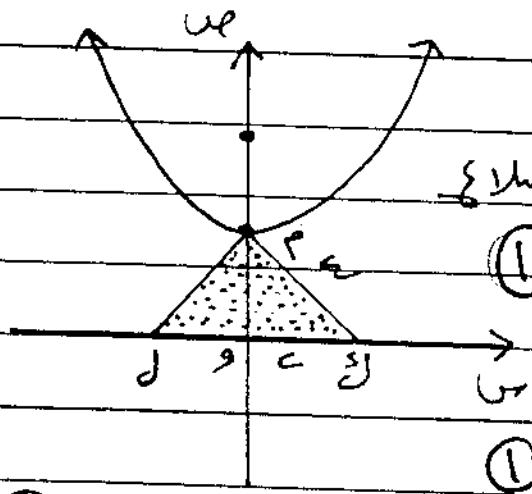
$١٦ - ٨ك + ك^2 + ك^2 = ٨$ ①

$ك^2 - ٤ك + ٤ = ٠ \Leftarrow ك^2 - ٨ك + ٨ = ٠$ ①

$(ك - ٢)(ك - ٢) = ٠ \Leftarrow ك = ٢$ ①

∴ معادلة الدائرة هي : $(س - ٢)^2 + (ص - ٦)^2 = ٨$ ①

رقم الصفحة في الكتاب



٤ س

(٤، ٩)

١٣ ج

بما أن المثلث م ك ل متطابق الأضلاع

⇐ م و ⊥ ك ل وينصفه (١)

باستخدام فيثاغورس :

⇐ (م ك)^٢ = (م و)^٢ + (ك و)^٢ (١)

(١) ١٦ = (م و)^٢ + ٤ ⇐ م و = √١٢ = ٢√٣ (١)

⇐ احداثيات رأس القطع (٠، ٢√٣) (١)

البعد بين رأس القطع والدليل (محور التماثل) = البعد بين رأس القطع والبؤرة ⇐ ٢√٣ = ب (١)

⇐ احداثيات البؤرة (٠، ٣√٢) (١)

∴ معادلة القطع المكافئ تكون على الصورة :

(س - ك)^٢ = ٤ ب (ص - هـ) (١)

⇐ (س - ٠)^٢ = ٤ (٢√٣) (ص - ٢√٣) (١) + (١)

س^٢ = ٨√٣ ص - ٤٨ (١)

تصويب — تصويب

رقم الصفحة في الكتاب

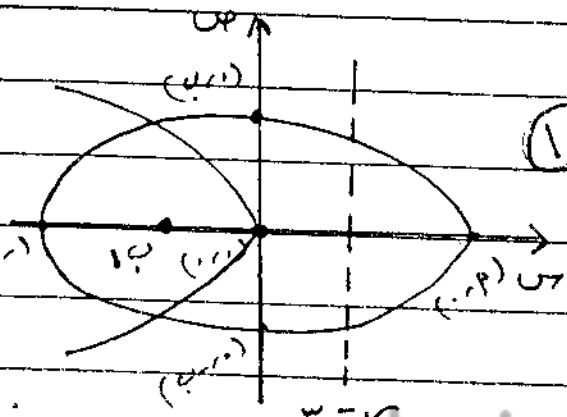
السؤال الخامس : (٣٠ علامة)

٩) (أ)

	٣	ج	ا	رقم الفقرة
١٥٧	$ص^2 - س^2 = ١$	٣٧٥	٥٧٤	الإجابة الصحيحة
١٥٧	م	ك	ب	رمز الإجابة الصحيحة

١٤٥

١١) (ب)



بؤرة القطع الزائد (-٣،٠) ①

وهي ذاتها بؤرة القطع الناقص

$\Leftarrow$ ① $ج = ٣$

لكن $ج^2 = م^2 - ب^2$

① $٩ = ١٦ - ب^2$

وعما أن

$\frac{ج}{م} = \frac{٣}{٤}$ ①

$\frac{ج}{م} = \frac{٣}{٤}$ ①

$\Leftarrow$ ① $٩ ب^2 = ١٦٠٠ - ١٦ ب^2$

① $٢٥ ب^2 = ١٦٠٠$

① $ب^2 = ٦٤$

$\Leftarrow$ ① $ب = ٨$

$\Leftarrow$ ① $م = \frac{٤٠}{٨} = ٥$

∴ المعادلة هي ① $\frac{س^2}{٢٥} + \frac{ص^2}{٦٤} = ١$

① $(ب + ٨)(ب - ٨) = ٠$

أو $(ب^2 - ٦٤)(ب^2 + ٢٥) = ٠$

$ب = ٨ ، -٨$ ✗

١٦٠٠	٠	٩	١
١٦٠٠	١٦٠٠	٤	٤
٠	١٦٠٠	٤	١

منهاجي منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

١٥٦

س ٥

(٤٠) ٤ س^{٢} − ص^{٢} − ١٦ س + ١٠ ص − ١٧ = صفر

٤ س^{٢} − ١٦ س − ص^{٢} + ١٠ ص = ١٧

٤ (س^{٢} − ٤ س) − (ص^{٢} − ١٠ ص) = ١٧ ①

٤ (س^{٢} − ٤ س + ٤ − ٤) − (ص^{٢} − ١٠ ص + ٢٥ − ٢٥) = ١٧

٤ (س − ٢)^{٢} − ١٦ − (ص − ٥)^{٢} + ٢٥ = ١٧

٤ (س − ٢)^{٢} − (ص − ٥)^{٢} = ٨ ①

$\frac{(س-٢)^{٢}}{٢} - \frac{(ص-٥)^{٢}}{٨} = ١$ ①

وهذه معادلة قطع زائد محوره القاطع يوازي محور السينات

منه $م^{٢} = ٢ \Leftarrow م = \sqrt{٢}$ ①

$ب^{٢} = ٨ \Leftarrow ب = \sqrt{٨}$ ①

لكن $ج^{٢} = م^{٢} + ب^{٢} \Leftarrow ج^{٢} = ٢ + ٨$

① $ج = \sqrt{١٠}$ ①

المركز (٢ ، ٥) ①

الرأسان (٢ + $\sqrt{٢}$ ، ٥) ، (٢ − $\sqrt{٢}$ ، ٥) ①

البؤرتان (٢ + $\sqrt{١٠}$ ، ٥) ، (٢ − $\sqrt{١٠}$ ، ٥) ①

صـ ١١ تمرين

س ١

١) $\int_{0}^{\frac{\pi}{2}} جا^3 س (1 + جتا س)^5 \, ds$

الحل

نفرض ص = جتا س $\Leftarrow$ $ds = \frac{dص}{-جا س}$ ①

$= \int جا^2 س (1 + ص)^5 \times \frac{dص}{-جا س}$ ① $= \int -جا^2 س (1+ص)^5 \, dص$

$= \int (جتا^2 س - 1)$ ① $(1+ص)^5 \, dص = \int (ص^2 - 1)(1+ص)^5 \, dص$

$= \int (ص-1)(ص+1)(1+ص)^5 \, dص$ ①

$= \int (ص-1)(ص+1)^6 \, dص$

نفرض ع = ص + 1 $\Leftarrow$ $dع = dص$ ①

$= \int (ع-2)ع^6 \, dع$

$= \int (ع^7 - 2ع^6) \, dع$ ①

$= \frac{1}{8}ع^8 - \frac{2}{7}ع^7 + ج$ ①

$= \frac{1}{8}(ص+1)^8 - \frac{2}{7}(ص+1)^7 + ج$ ①

$= \frac{1}{8}(جتا س + 1)^8 - \frac{2}{7}(جتا س + 1)^7 + ج$

س١

٨/

ب) $\int جا^3 س (1+جتا س)^5 \, د س$

نفرض $ص = جتا س \Rightarrow د ص = \frac{د ص}{-جا س}$ ①

$= \int جا^3 س (1+ص)^5 \times \frac{د ص}{-جا س} = \int -جا^2 س (1+ص)^5 \, د ص$ ①

$= \int (جتا^2 س - 1)(1+ص)^5 \, د ص = \int (ص^2 - 1)(1+ص)^5 \, د ص$ ①

$= \int (ص-1)(1+ص)^6 \, د ص$.

$ع = ص - 1 \Rightarrow د ع = د ص$

$د ه = (1+ص)^6 د ص \Rightarrow ه = \frac{(1+ص)^7}{7}$ ①

$= \frac{(ص-1)(1+ص)^7}{7} - \int \frac{(1+ص)^7}{7} د ص$ ①

$= \frac{1}{7}(ص-1)(ص+1)^7 - \frac{1}{7} \frac{(ص+1)^8}{8} + جـ$ ①

$= \frac{1}{7}(جتا س - 1)(جتا س + 1)^7 - \frac{1}{56}(جتا س + 1)^8 + جـ$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

ب) ١)

$$\int \text{حا}^3 س\,(1+\text{جتا}\,س)^5\,د س$$

$$\int \text{حا}^3 س\,(1+ص)^5\,\frac{د ص}{-\text{حا}\,س} \quad (1)$$

$$\int (ص^2-1)\,(1+ص)^5\,د ص \quad (1)$$

$ص = \text{جتا}\,س$ (1)

$\frac{د ص}{د س} = -\text{حا}\,س$

(1) $\text{حا}^2 س = 1-\text{جتا}^2 س$

$= 1-ص^2$

$$= \frac{(ص^2-1)(1+ص)^6}{6} - \frac{ص(1+ص)^7}{7} + \frac{(1+ص)^8}{56} + ج$$

$$= \frac{(\text{جتا}^2 س-1)(1+\text{جتا}\,س)^6}{6} - \frac{\text{جتا}\,س(1+\text{جتا}\,س)^7}{7} + \frac{(1+\text{جتا}\,س)^8}{56} + ج \quad (1)$$

$د ص = -\text{حا}\,س\,د س$

$ص^2 - 1$ — $ص\,د ص$ — $\frac{(1+ص)^5}{5}$ (ا)

$ص$ — $د ص$ — $\frac{(1+ص)^6}{6}$ (ا)

1 — $د ص$ — $\frac{(1+ص)^7}{7}$ (ا)

0 — $د ص$ — $\frac{(1+ص)^8}{8\times7\times6}$ (ا)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ٤) ∫ لو$_{هـ}$ (٤ جتا ٢س − ٩) دس

١٠

∫ لو$_{هـ}$ (٣ جتا ٢س − ٣)(٣ جتا ٢س + ٣) م .

∫ (لو$_{هـ}$ (٣ جتا ٢س − ٣) م + لو$_{هـ}$ (٣ جتا ٢س + ٣)) دس ①

∫ لو$_{هـ}$ (٣ جتا ٢س − ٣) دس + ∫ لو$_{هـ}$ (٣ جتا ٢س + ٣) م .

ص = ٣ جتا ٢س − ٣ ①

دص = −٦ جتا ٢س دس

دس = $\frac{\text{دص}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$

ع = ٣ جتا ٢س + ٣

دع = −٦ جتا ٢س دس

دس = $\frac{\text{دع}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$

① ① ①

∫ لو$_{هـ}$ ص $\frac{\text{دص}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$ + ∫ لو$_{هـ}$ ع $\frac{\text{دع}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$

① ① ①

= $\frac{\text{ص}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$ لو$_{هـ}$ ص − ∫ $\frac{\text{دص}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$ + $\frac{\text{ع}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$ لو$_{هـ}$ ع − ∫ $\frac{\text{دع}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$

① ① ①

= $\frac{\text{ص}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$ لو$_{هـ}$ ص − $\frac{\text{ص}}{٣٦ \text{ جتا}^{٢} ٢س}$ + $\frac{\text{ع}}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$ لو$_{هـ}$ ع − $\frac{\text{ع}}{٣٦ \text{ جتا}^{٢} ٢س}$ + ج

= $\frac{٣ \text{ جتا ٢س} - ٣}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$ لو$_{هـ}$ |٣ جتا ٢س − ٣| − $\frac{(٣ \text{ جتا ٢س} - ٣)}{٣٦ \text{ جتا}^{٢} ٢س}$ + $\frac{(٣ \text{ جتا ٢س} + ٣)}{-٦ \text{ جتا ٢س}}$ لو$_{هـ}$ |٣ جتا ٢س + ٣| − $\frac{(٣ \text{ جتا ٢س} + ٣)}{٣٦ \text{ جتا}^{٢} ٢س}$ + ج

① ① ①

منصاتي
متعة التعليم الهادف

س ٢ ع ب

١١

٤) $\int e^{3s} \sin 2s \, ds$

٣) $\int e^{3s} \cos 2s \, ds$ ①

٢) $\int e^{3s} \sin s \, ds$ ①

١) $\int e^{3s} \cos s \, ds$ ①

$s = \ln$
$ds = dn$ ①
$ds = \frac{dn}{n}$

$\int e^{3s} \cos s \, ds = e^{3s} \sin s - \int e^{3s} \sin s \, ds$ ① ①

$= e^{3s} \sin s - \left[-e^{3s} \cos s + \int e^{3s} \cos s \, ds \right]$ ① ①

$= e^{3s} \sin s + e^{3s} \cos s - \int e^{3s} \cos s \, ds$ ①

$\int e^{3s} \cos s \, ds + \int e^{3s} \cos s \, ds = e^{3s} \sin s + e^{3s} \cos s$

$2 \int e^{3s} \cos s \, ds = e^{3s} \sin s + e^{3s} \cos s$

$\int e^{3s} \cos s \, ds = \frac{e^{3s} \sin s + e^{3s} \cos s}{2}$ ①

$\int e^{3s} \cos 2s \, ds = \frac{e^{3s} \sin 2s}{3} - \int \frac{e^{3s} \sin 2s}{3} \, ds + c$ ① ①

$\int e^{3s} \sin 2s \, ds = -\frac{e^{3s} \cos 2s}{3} + \int \frac{e^{3s} \cos 2s}{3} \, ds + c$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س٦ حل المعادلة .

$$\frac{ص}{س} = هـ^{ص} + (س+ص)$$

$$\frac{ص+1}{س+ص} + \text{مؤثر}_{①} = \frac{ص}{س}(س+ص)_{①} + \text{مؤثر}_{①}$$

$$ص+1 = (س+ص)\frac{ص}{س}(س+ص)_{①}$$

$$ص+1 = (س+ص)\frac{ص}{س}(س+ص)_{①} + ص(س+ص)\frac{ص}{س}(س+ص)_{①}$$

$$ص(س+ص)\frac{ص}{س}(س+ص)_{①} = ص - 1$$

$$ص(س+ص)\frac{ص}{س}(س+ص)_{①} = 1 - ص$$

$$ص = \frac{1 - ص(س+ص)\frac{ص}{س}(س+ص)_{①}}{س(س+ص)\frac{ص}{س}(س+ص)_{①} - 1}$$

منهجي
منصة التعليم الهادف

س ٣

١٢ ج) ① ص = ٥ - س

ع - ٦ س + ٥ = ٥ - س

ع - ٧ س + ١٠ = ٠

(س - ١)(س - ٥) = ٠

س = ١ ، س = ٥ ①

نجد نقطة تقاطع ص مع المحاور

هـ(٠) = ٥ ①

ما نريد هو ا

م = م١ + م٢

م١ = ١/٢ × ٥ × ٥ = ٢٥/٢ وحدة مربعة ① + ①

م٢ = ∫ (س - ٥ - ع + ٧ س) دس ①

م٢ = ∫ (٦ س - ع - ٥) دس ①

= [٣ س ع - س٣/٣ - ٥ س] ①

= (٥ - ١/٣ - ٣) - (٣٥ - ١٢٥/٣ - ٧٥) ①

= ١٢٥/٣ + ٣٠ + ١/٣

= ١٢٤/٣ = ١٥٦ - ١٢٤/٣ ①

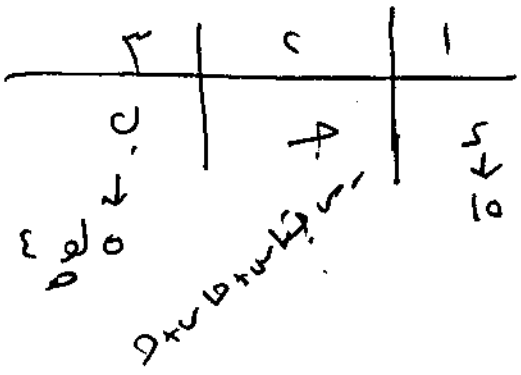
= ٣٢/٣ .

∴ م = ٢٥/٢ + ٣٠/٢ = ٦٤ + ٧٥/٦ ①

م = ١٣٩/٦ وحدة مربعة

منهجي
متعة التعليم الهادف

ب)



جـ)

$$\frac{ص\,د}{س\,د} = \frac{جا^{٤}س}{جتا^{٢}س} \quad (١)$$

$$ص\,د = \frac{(جا^{٢}س)^{٢}}{جتا^{٢}س}\,د س \quad (١)$$

$$ص\,د = \frac{(١ - جتا^{٢}س)^{٢}}{جتا^{٢}س}\,د س \quad (١)$$

$$ص\,د = \left\{ \frac{١ - ٢جتا^{٢}س + جتا^{٤}س}{جتا^{٢}س} \right\} د س \quad (١)$$

$$ص = \int (قا^{٢}س - ٢ + جتا^{٢}س)\,د س \quad (١)$$

توزيع الإشارة

$$ص = \left\{ قا^{٢}س - ٢ + \frac{١}{٢}(١ + جتا ٢س) \right\} د س \quad (١)$$

$$ص = ظا س - ٢س + \frac{١}{٤} جا ٢س + \frac{١}{٢} س + جـ \quad (١) + (١)$$

$$ص = ظا س - \frac{٣}{٢} س + \frac{١}{٤} جا ٢س + جـ$$

يحقق العلاقة $(١، ٠)$

$$١ = جـ \quad (١)$$

$$ص = ظا س + \frac{١}{٤} جا ٢س - \frac{٣}{٢} س + ١ \quad (١)$$

ب حل آخر

$\frac{ص}{س} = \frac{ح^٤ ى}{ح ى ت ا ى}$ ①

$ص = \int \frac{ح^٤ ى}{ح ى ت ا ى} س$ ①

$ع = ح^٤ ى$ ، $د ع = ٤ ح^٣ ى ح ا ى د ى$

$د ص = ح ا ى د س$ ، $ص = ط ا ى$ ①

$ص = ط ا ى ح^٤ ى - \int ٤ ح^٣ ى ح ا ى \times \frac{ح ا ى}{ت ا ى} د ى$ ①

$= ط ا ى ح^٤ ى - \int ٤ ح^٤ ى د ى$ ①

$= ط ا ى ح^٤ ى - \int ٤ (\frac{١}{٢}(١ - ح ا ٢ س))^٢ د س$ ①

$= ط ا ى ح^٤ ى - \int ٤ (\frac{١}{٤}(١ - ٢ ح ا ٢ س + ح ا^٢ ٢ س)) د س$ ①

$= ط ا ى ح^٤ ى - \int (١ - ٢ ح ا ٢ س + \frac{١}{٢}(١ + ح ا ٤ س)) د س$ ①

$= ط ا ى ح^٤ ى - (\frac{٣}{٢} س + ح ا ٢ س + \frac{١}{٨} ح ا ٤ س) + ج$ ①

$ص = ١ \Leftarrow ج = ١ + (\frac{٣}{٢} - ١ + ٠ + ٠) = ١$

$ص = ط ا ى ح^٤ ى - \frac{٣}{٢} س + ح ا ٢ س + \frac{١}{٨} ح ا ٤ س + ١$ ①

س٤ حل آخر

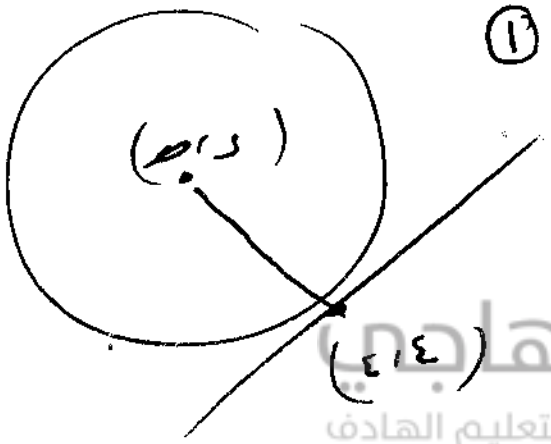
/١٢

ب) المركز $(د، هـ)$ على المستقيم $ص = س + ٤$

$$\boxed{هـ = د + ٤}$$

المركز $(د، د+٤)$ ①

الدائرة تمس $ص = س$ عند $(٤، ٤)$



نصف القطر يعامد المماس عند نقطة التماس. ①

$$\text{م}_{\text{المستقيم}} \times \text{م}_{\text{نصف القطر}} = -١$$ ①

$$١ \times \frac{هـ - ٤}{د - ٤} = -١$$ ① ①

$$٤ - هـ = ٤ - د$$

$$\boxed{هـ = ٨ - د}$$ (...) ①

بالتعويض في $هـ = د + ٤$

$$٨ - د = د + ٤$$

$$٤ د = ٤$$

$$\boxed{د = ٢}$$ ①

$$\boxed{هـ = ٦}$$ ①

ر = بعد $(٢، ٦)$ عن $(٤، ٤)$

$$ر = \sqrt{(٦ - ٤)^٢ + (٢ - ٤)^٢}$$ ①

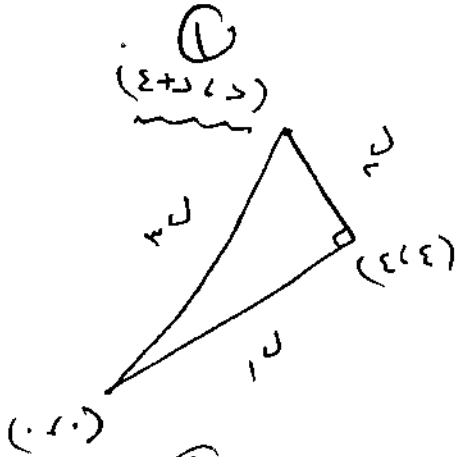
$$ر = \sqrt{٨}$$ ① $\Leftarrow$ $ر^٢ = (س - ٢)^٢ + (ص - ٦)^٢$ ①

$$(س - ٢)^٢ + (ص - ٦)^٢ = ٨$$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الرابع / فرع (ب) حل أحد

(١٢)



$ل_1^2 = (٤-٠)^2 + (٤-٠)^2 = ١٦+١٦ = ٣٢$ (١)

$ل_2^2 = (د-٤)^2 + (د+٤-٤)^2 = د^2 - ٨د + ١٦ + د^2$ (١)

$= ٢د^2 - ٨د + ١٦$

$ل_3^2 = د^2 + (د+٤)^2 = د^2 + د^2 + ٨د + ١٦$ (١)

$= ٢د^2 + ٨د + ١٦$

$\therefore ل_1^2 + ل_2^2 = ل_3^2$ (١)

$\therefore ٣٢ + ٢د^2 - ٨د + ١٦ = ٢د^2 + ٨د + ١٦$

$\therefore ١٦د = ٣٢ \Leftarrow$ د = ٢ (١)

$\Leftarrow$ هـ = ٦ (١)

نق = $\sqrt{(٤-٢)^2 + (٤-٦)^2} = \sqrt{٤+٤} = \sqrt{٨}$ (١)

$\therefore$ معادلة الدائرة :

$(س-٢)^2 + (ص-٦)^2 = ٨$ (١)

منهاجي
متعة التعليم الهادف