الجمهورية العربية السورية
وزارة التربية

الصف الثامن
كتاب الجبر

الرياضيات

كتاب الطالب

2018-2019 م
1439 -1440 هـ

الجُمْهوريَّة العَربيَّة السُّوريَّة

وزارة التّربيَة

المركز الوطني لتطوير المناهج التربوية

الرّياضيّات

الجبـــر

كتاب الطالب

الصَّفُّ الثامن

2018 - 2019 م

1439 هـ

حقوقُ التّأليفِ والنّشرِ محفوظةٌ

لوزارةِ التّربيةِ في الجُمهوريّةِ العربيّةِ السّوريّة

حقوقُ الطّبعِ والتّوزيعِ محفوظةٌ

للمؤسّسةِ العامّةِ للطّباعةِ

طُبِعَ أوّلَ مرّةٍ للعامِ الدّراسيِّ ٢٠١٦ - ٢٠١٧ م

إعـداد

فئـة من المختصّين

مُقدّمة:

التفكير الرياضياتي حاجة فطرية عند الانسان ننميها عند طلابنا بإعطائهم جزء يسير من المعارف الرياضياتية، التي تكسب الطالب أساليب تحليل المفاهيم والبرهنة على صحة قضاياها برهانا منطقيا، إضافة إلى مهارات يستعملها لاتخاذ القرار السليم بشأن الظواهر التي يراها وتنمي قدرته في التنبؤ بنتائجها والوقاية من سلبياتها.

يأتي هذا الكتاب ليؤكد على ذلك وليعمق قدرات الطالب في فهم القضايا التي تتعلق بالأشياء المحسوسة واستنتاج خواصها وإثبات صحة هذه الخواص إثباتاً منطقياً ومن ثم الانتقال إلى التفكير في المفاهيم المجردة.

يشتملُ الكتاب على ست وحداتٍ يضم كلٌّ منها عدداً من الدروس. ونجدُ في كلِّ وحدةٍ عدداً من الفقراتِ المميَّزةِ التي نُجْمِلُها فيما يأتي:

انطلاقة نشطة

في بداية كل وحدة تهدفُ إلى تعزيزِ المهارات الأساسية التي يحتاجها المتعلّم في هذه الوحدة والإضاءة على مفاهيمها.

نشاط

في بداية كل درس يهدف إلى طرح أسئلة تظهر مدى معرفة الطالب بمحتوى الدرس أو يقدم طرق لإثبات بعض الخواص في هذا الدرس فهو بمثابة اختبار قبلي للطالب لمحتوى الدرس.

تعلم

يُعرض من خلالها تعاريف وخواص وأمثلة هي في أغلب الأحيان تعرض حلولاً نموذجية جرى صوغها صياغة لغوية سليمة وبأسلوب منهجي علمي لتكوّن نماذجَ يجبُ اتباعها عند حلِّ التدريبات والمسائل.

اكتســاب معــارف

تعزز ما تعلمه الطالب وتتضمن طرق وإرشاداتٍ على كيفية استعمال القضايا والمفاهيمَ الأساسيّة في أمثلة توضيحيّة.

تحقق من فهمك

تمارين ومسائل تعتبر اختبار بعدي لما تعلمه الطالب في الدرس ويقوم المدرس بالإشراف على حله من قبل الطلاب خلال الحصة الدرسية.

تدرب

تمارين ومسائل تعزز ما تعلمه الطالب في الدرس ويتم من خلالها حل تمارين بعضها تطبيق مباشر لمفاهيم الدرس وبعضها الآخر للتحقق من فهم محتوى الدرس.

تمرينات ومسائل

مجموعة من التمارين والمسائل متدرجة المستوى لتمكين المدرس من مراعاة الفروق الفردية لطلابه وتمكن الطالب من ربط المفاهيم التي تعلمها الطالب في الوحدة وأيضا ربط هذه المفاهيم مع ما تعلمه الطالب سابقا.

لإحراز تقدم

تأتي هذه التمارين والمسائل لتنمي قدرات الطلاب وتكون بمثابة تعلم من خلال التمارين والأنشطة وكذلك ليتعلم الطالب تحرير النصوص وحلولها فصياغة الحل صياغة سليمة لا تقل أهمية عن معرفة هذه الحلول.

للتعمق

تحوي تمارين ومسائل متنوعة ومتدرجة في صعوبتها تشمل في بعض الأحيان مواقف حياتية تُتيحُ للمُتَعلِّم فُرَص تعلم كثيرة وتعزز مهارات حل المسائل والتفكير الناقد لديه.

نأمل من زملائنا، موجهين ومدرسين، تزويدنا بمقترحاتهم المتعلقة بهذا الكتاب وبالصعوبات التي تواجههم ومدى استجابة طلابهم لمواضيعه

المُعدّون

المحتوى

الوحدة الأولى: الأعداد العادية والعمليات عليها 9

1. الجمع والطرح 12
2. الضرب 15
3. القسمة 19

تمرينات ومسائل 24

الوحدة الثانية: قوى الأعداد العادية 32

1. قوى العدد 10 35
2. قواعد على قوى العدد 10 38
3. قوى صحيحة لعدد نسبي 41
4. الجذور التربيعية وخواصها 44

تمرينات ومسائل 47

الوحدة الثالثة: الحساب بالرموز 55

1. نظم المجموع ونظم الفرق 57
2. حذف الأقواس 60
3. اختزال عبارة رمزية 62
4. نشر $(a+b)(c+d)$ 64
5. اختبار مساواة رمزية 68

تمرينات ومسائل 71

الوحدة الرابعة: معادلات من الدرجة الأولى 77

1. مساواة وعمليات 79
2. حل معادلة 83
3. اصطناع معادلة 86

تمرينات ومسائل 89

الوحدة الخامسة: النسبة والتناسب 95

1. التناسب والتمثيل البياني 97
2. السرعة الوسطى 102
3. النسبة المئوية 107

تمرينات ومسائل 109

الوحدة السادسة: الإحصاء 117

1. الجدول التكراري وجدول الفئات 119
2. التكرار المتجمع (التراكمي) 122
3. تمثيل بيانات إحصائية 124
4. المتوسط الحسابي 127

تمرينات ومسائل 132

خطة توزيع المنهاج

الشهر		الأسبوع الأول	الأسبوع الثاني	الأسبوع الثالث	الأسبوع الرابع
أيلول	الهندسة			الانسحاب وخواصه	صورة نقطة وفق انسحاب
	الجبر			الجمع والطرح	الجمع والطرح
تشرين أول	الهندسة	صورة شكل وفق انسحاب	تطابق المثلثات	تمرينات ومسائل	تمرينات ومسائل
	الجبر	الضرب	القسمة	تمرينات ومسائل	تمرينات ومسائل
تشرين ثاني	الهندسة	منتصفا ضلعين في المثلث	موازٍ لضلع من منتصف ضلع آخر	مستقيمات متوازية وقاطعان	تساوي ثلاث نسب
	الجبر	قوى العدد 10	قواعد على قوى العدد 10	قوى صحيحة لعدد نسبي	الجذور التربيعية وخواصها
كانون أول	الهندسة	تمرينات ومسائل	محور ضلع في المثلث	ارتفاع المثلث	المتوسط في المثلث
	الجبر	تمرينات ومسائل	تمرينات ومسائل	نظير المجموع ونظير الفرق	حذف الأقواس اختزال عبارة رمزية
كانون ثاني	الهندسة	امتحان الفصل الأول والعطلة الانتصافية		منصف زاوية مثلث	تمرينات ومسائل
	الجبر			نشر $(a+b)(c+d)$	اختبار مساواة رمزية
شباط	الهندسة	دائرة مارة برؤوس مثلث قائم	مبرهنة فيثاغورث– العكس	مبرهنة فيثاغورث– العكس	مسافة نقطة عن مستقيم
	الجبر	تمرينات ومسائل	تمرينات ومسائل	مساواة وعمليات	حل معادلة
آذار	الهندسة	مماس دائرة	تمرينات ومسائل	تمرينات ومسائل	الهرم
	الجبر	اصطناع معادلة	تمرينات ومسائل	التناسب والتمثيل البياني	السرعة الوسطى
نيسان	الهندسة	الهرم	حجم الهرم	المخروط الدوراني	حجم المخروط الدوراني
	الجبر	النسبة المئوية	تمرينات ومسائل	الجدول التكراري وجدول الفئات	التكرار المتجمع (التراكمي) تمثيل بيانات احصائية
أيار	الهندسة	تمرينات ومسائل	تمرينات ومسائل		
	الجبر	المتوسط الحسابي	تمرينات ومسائل		

الوحدة الأولى

الأعداد العادية والعمليات عليها

1. الجمع والطرح
2. الضرب
3. القسمة

انطلاقة نشطة

1. في كلٍ مما يلي، واحدة فقط من الإجابات الثلاث ① و ② و ③ المقترحة صحيحة، أشر إليها.

1. اصطاد عامر 48 سمكة، واصطاد باسل 16 سمكة. حصة باسل مما اصطادا معاً هي

① $\frac{1}{4}$ ② $\frac{6}{8}$ ③ $\frac{1}{3}$

2. $\frac{0.6}{4.2}$ يساوي ① $\frac{60}{42}$ ② $\frac{1}{7}$ ③ 0.142857

3. يمكن التأكد من ① $\frac{3}{5} < \frac{5}{8}$ ② $\frac{3}{5} > \frac{5}{8}$ ③ $\frac{3}{5} = \frac{5}{8}$

4. يمكن التأكد من أنّ $\frac{5}{8} \times \frac{4}{7}$ يساوي ① $\frac{5}{14}$ ② $\frac{45}{78}$ ③ $\frac{9}{15}$

2. اكتب كلاً من النسب المئوية الآتية بصيغة كسر عادي.

① 5% ② $12\ \%$ ③ $40\ \%$ ④ 75%

3. اكتب كلاً من الكسور الآتية بصيغة نسبة مئوية. ① $\frac{9}{50}$ ② $\frac{2}{5}$ ③ $\frac{3}{10}$ ④ $\frac{7}{25}$

4. أوجد كسرين عاديين مقاماهما متساويان، يساوي أحدهما الكسر X ويساوي الآخر الكسر Y.

① $X = \frac{-1}{2}$ و $Y = \frac{3}{4}$ ② $X = \frac{4}{3}$ و $Y = \frac{-5}{7}$ ③ $X = \frac{5}{8}$ و $Y = \frac{-13}{12}$

لا تتغير قيمة الكسر إذا ضُرِب كل من بسطه ومقامه بعدد مغاير للصفر.

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times c}{b \times c} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} = \frac{a \div c}{b \div c}$$

5. في كلٍ من القائمتين الآتيتين كسرٌ مغاير لبقية الكسور (دخيل عليها)، أشرْ إليه.

① $\frac{-4.5}{-2}$ ، $\frac{45}{20}$ ، $\frac{19}{14}$ ، $\frac{-22.5}{-10}$ ، $\frac{27}{12}$ ، $\frac{-9}{-4}$.

② $\frac{48}{-9}$ ، $\frac{0.16}{-0.03}$ ، $\frac{-80}{15}$ ، $\frac{-160}{0.3}$ ، $\frac{32}{-6}$ ، $\frac{-16}{3}$.

في الرياضيات، لتسهيل التعامل مع الكسور، نكتب الكسر غالباً بالصيغة $\frac{a}{b}$ أو $-\frac{a}{b}$.

(على أن يكون a موجباً و b عدد طبيعياً موجباً تماماً)

6. بسِّطْ كلاً من الكسور الآتية بعد تحديد إشارته.

① $-\frac{14}{8}$ ② $\frac{-30}{150}$ ③ $\frac{15}{-2.1}$ ④ $\frac{-90}{-75}$ ⑤ $\frac{0.84}{3.6}$ ⑥ $\frac{42}{-210}$

7. اكتب خمسة كسور $\frac{a}{b}$ يساوي كلٌّ منها $\frac{5}{6}$. واحسب الجداء $6 \times a$ و $5 \times b$. ماذا تستنتج؟

جداء تقاطعي.

- إذا كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$، كان $a \times d = b \times c$ مع $b \neq 0$ و $d \neq 0$.
- إذا كان $a \times d = b \times c$، كان $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ مع $b \neq 0$ و $d \neq 0$.

8. استعمل قاعدة الضرب التقاطعي لحساب العدد المجهول في كل حالة.

① $\frac{8}{x} = \frac{5}{4}$ ② $\frac{25}{2} = \frac{17}{x}$ ③ $-\frac{35}{x} = \frac{4}{7.2}$

9. استعمل قاعدة الضرب التقاطعي للتحقق من تساوي أو عدم تساوي الكسرين في كل حالة.

① $\frac{9.2}{16}$ و $\frac{13.8}{24}$ ② $\frac{1534}{8821}$ و $\frac{15}{62}$ ③ $\frac{24}{99.2}$ و $\frac{93.4}{537}$

10. فيما يلي أربع عبارات، أشر إلى الصحيحة منها وإلى الخاطئة، معللاً إجابتك.

① قال زياد: « أستطيع اختصار الكسر $\frac{60}{18}$ على 2 »

② قالت إيلين: « أستطيع اختصار الكسر $\frac{-60}{35}$ على 5 »

③ قالت إيناس: « أستطيع اختصار الكسر $\frac{132}{104}$ على 3 »

④ قال طارق: « أستطيع اختصار الكسر $\frac{774}{-144}$ على 9 »

11. احسب العدد المجهول في كل حالة.

① $\frac{39}{x} = \frac{13}{4}$ ② $\frac{72}{27} = \frac{17}{x}$ ③ $\frac{15}{45} = \frac{x}{18}$

12. ولد أرخميدس في سيراكوزة الإيطالية في العام -287، وقُتل بيد جندي روماني وعمره 75 سنةً.
تُرى في أي عام قُتل؟

1 الجمع والطرح.

نشاط « تمديد القواعد التي عرضت في الصف السابع لتشمل الكسور»

1. « المقامات متساوية »

① قام كل من الطالبين باسم و هاشم بجمع الكسرين $\frac{-9}{7}$ و $\frac{5}{7}$.

حل باسم: $\frac{-9}{7}+\frac{5}{7}=-\frac{9}{7}+\frac{5}{7}$. وإذ $\frac{9}{7}>\frac{5}{7}$ و $\frac{9}{7}-\frac{5}{7}=\frac{4}{7}$، فإنَّ $\frac{-9}{7}+\frac{5}{7}=-\frac{4}{7}$

حل هاشم: $\frac{-9}{7}+\frac{5}{7}=\frac{-9+5}{7}=\frac{-4}{7}=-\frac{4}{7}$.

② اشرح الطريقة التي اتبعها كلٌّ منهما لحساب المجموع.

2. « واحدٌ من المقامات مضاعفٌ لبقية المقامات»

انسخ، ثمَّ أكمل. $-\frac{1}{2}+\frac{5}{8}=\frac{\dots}{8}+\frac{5}{8}=\frac{\dots}{\dots}$.

عندما نكتب الكسرين $-\frac{1}{2}$ و $\frac{5}{8}$ بمقام مشترك 8، نقول إننا وحَّدنا مقامي الكسرين.

ويتم ذلك بضرب كلٍ من بسط ومقام الكسر الأول بالعدد 4.

3. « كيفما كانت المقامات »

وحِّدْ مقامي الكسرين $\frac{-1}{2}$ و $\frac{5}{3}$، ثمَّ احسب $\frac{-1}{2}+\frac{5}{3}$ بصيغة كسر.

مضاعفات العدد 2 هي: 2 ، 4 ، 6 ، 8 ، 10 ، 12 ، 14 ، 16 ، 18 ....

مضاعفات العدد 3 هي: 3 ، 6 ، 9 ، 12 ، 15 ، 18 ، 21 ....

تعلم

خاصة1.

لجمع (أو طرح) كسور عادية ذات مقامات متساوية، نجمع (أو نطرح) بسوط هذه الكسور ونحتفظ بالمقام المشترك.

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$$

مثال $\frac{-7}{3}+\frac{0.5}{3}=\frac{-7+0.5}{3}=\frac{-6.5}{3}$.

مثال $\frac{1}{5}-\frac{3}{5}=\frac{1-3}{5}=\frac{-2}{5}=-\frac{2}{5}$.

خاصة2.

لجمع (أو طرح) كسور عادية ذات مقامات مختلفة، نوحد مقاماتها، ثم نجري العمليات وفق الخاصة1.

مثال $\frac{5}{6}+\frac{3}{4}=\frac{10}{12}+\frac{9}{12}=\frac{10+9}{12}=\frac{19}{12}$.

12 هو **مضاعف مشترك** للعددين 6 و 4 فهو **مقام مشترك** للكسرين. استبدلنا، بكل كسرٍ، كسراً يساويه مقامه يساوي 12 .

مثال $-2.5-\frac{1}{3}=-\frac{5}{2}-\frac{1}{3}=-\frac{15}{6}-\frac{2}{6}=\frac{-17}{6}=-\frac{17}{6}$.

6 هو **مضاعف مشترك** للعددين 2 و3 فهو **مقام مشترك** للكسرين. استبدلنا، بكل كسرٍ، كسراً يساويه مقامه 6.

مثال لإنجاز العملية $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}$

نلاحظ أنَّ 4 هو مقام مشترك للكسرين. إذن $\frac{1}{2}+\frac{3}{4}=\frac{2}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$.

اكتسـاب معـارف

كيف ننجز سلسلة من عمليات الجمع والطرح؟

لإنجاز سلسلة من عمليات الجمع والطرح على كسور عادية، يفضَّل أن نبدأ بإجراء العمليات على الكسور ذات المقامات المتساوية.

مثال أنجز حساب $A=\frac{5}{3}-\frac{7}{6}+\frac{3}{8}$ ، بصيغة كسر عادي.

الحل

- العدد 6 مضاعفٌ للعدد 3، فلتوحيد مقامات الكسور الثلاثة، يكفي إيجاد مضاعفٍ للعددين 6 و8.
- مضاعفات العدد 6 هي: 6 ، 12 ، 18 ، 24 ، 30 ، ....
- مضاعفات العدد 8 هي: 8 ، 16 ، 24 ، ....
- 24 هو أصغر مضاعف للعددين 6 و8.

$$A = \frac{40}{24} - \frac{28}{24} + \frac{9}{24} = \frac{40-28+9}{24} = \frac{21}{24} = \frac{\cancel{3} \times 7}{\cancel{3} \times 8} = \frac{7}{8}$$

تحقق من فهمك

① انسخْ وأكمل: $\frac{5}{9} + \frac{1}{3} = \frac{5}{9} + \frac{\cdots}{9} = \frac{\cdots}{9}$

② احسب الناتج في كل حالة من الحالات الآتية بصيغة كسر عادي.

① $\frac{-7}{5} + \frac{-3}{5}$ ② $\frac{4}{7} - \frac{9.1}{7}$ ③ $-\frac{4}{3} + \frac{5}{3}$

④ $\frac{13}{-6} + \frac{-5}{6}$ ⑤ $\frac{4}{1.2} - \frac{5.3}{1.2} - \frac{0.7}{1.2}$ ⑥ $-\frac{6}{7} + \frac{21.3}{35}$

③ اكتب طلائع مضاعفات العدد 6، ثمَّ طلائع مضاعفات العدد 8.

تدرب

① انسخْ وأكمل.

① $\frac{5}{8} - \frac{1}{6} = \frac{\cdots}{24} - \frac{\cdots}{24} = \frac{\cdots}{\cdots}$ ② $\frac{5}{3} - \frac{7}{4} = \frac{\cdots}{12} - \frac{\cdots}{12} = \frac{\cdots}{12}$

② احسب بصيغة كسر عادي: ① $\frac{7}{4} + \frac{2}{9}$ ② $-\frac{5}{8} + \frac{1}{12}$ ③ $\frac{7}{9} - \frac{5.1}{6}$

③ احسب بصيغة كسر، ثمَّ اختصر ما حصلت عليه ، إنْ أمكن. (لاحظ أنَّ عدداً x يكتب $\frac{x}{1}$)

① $\frac{5}{3} + \frac{-13}{3}$ ② $-\frac{4}{7} + \frac{12}{7}$ ③ $\frac{-4}{5} - \frac{-3}{5}$ ④ $\frac{-13}{9} + \frac{27}{9}$

⑤ $\frac{22}{15} - \frac{8}{15} + \frac{7}{15}$ ⑥ $-\frac{1}{4} - \frac{5}{4} + \frac{3}{4}$ ⑦ $-6 + \frac{3}{5}$

④ خلطت زينة $\frac{3}{5}$ الليتر من عصير التفاح مع $\frac{6}{5}$ الليتر من عصير العنب لملء وعاء سعته ليتران.

كم ليتراً من عصير الموز تحتاج زينة إضافته؟

2 الضرب

نشاط « تزويد الأعداد العادية بالقاعدة $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ »

1. في كل من الحالات الآتية، احسب الناتج مستعملاً العمليات على الكسور العادية، ثمَّ تحقق باستعمال العمليات على الكسور العشرية.

① $\frac{3}{4}\times\frac{7}{5}$ ② $\frac{-3}{4}\times\frac{7}{5}$ ③ $\frac{3}{4}\times\frac{-7}{-5}$ ④ $\frac{3}{-4}\times\left(-\frac{7}{5}\right)$

2. أعطِ قاعدة لضرب كسرين عاديين.

تعلم

خاصة:

جداء ضرب كسرين عاديين هو كسر، بسطه يساوي جداء ضرب البسطين، ومقامه يساوي جداء ضرب المقامين. أي $\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{a\times c}{b\times d}$ ($b\neq 0$ و $d\neq 0$) وفي حالة خاصة $h\times\frac{c}{d}=\frac{h\times c}{d}$

مثال $\frac{-5}{7}\times\frac{3}{4}=\frac{-5\times 3}{7\times 4}=\frac{-15}{28}=-\frac{15}{28}$.

مثال $-2\times\frac{-5}{7}=\frac{-2\times(-5)}{7}=\frac{10}{7}$.

مثال لإنجاز العملية $\frac{-1}{2}\times\frac{4}{-5}$

- نضع أولاً إشارة الجداء (جداء ضرب عددين سالبين عددٌ موجب)
- لا نغفل الاختصار $\frac{-1}{2}\times\frac{4}{-5}=\frac{1}{2}\times\frac{4}{5}=\frac{1\times\cancel{2}\times 2}{\cancel{2}\times 5}=\frac{2}{5}$.

مثال (الحساب بعد الاختصار): $\frac{2}{15}\times\frac{-21}{14}=-\frac{2\times 21}{15\times 14}=-\frac{\cancel{2}\times\cancel{3}\times\cancel{7}}{\cancel{3}\times 5\times\cancel{2}\times\cancel{7}}=-\frac{1}{5}$

مثال أكلتَ ثلاثةَ أرباعِ قطعةٍ من الحلوى كانت تلك القطعة تُلْثي قالبٍ، أكلتَ إذن نصفَ قالب الحلوى.

في الحقيقة: $\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{\cancel{3}\times 2}{4\times\cancel{3}}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$.

صيغ مبسطة

• يكتب $(-4)\times(-6)$ بالصيغة $-6\times(-4)$ ، ويكتب $4\times(-6)$ و بالصيغة -6×4.

قد لا نكتب الإشارة $\times$ عندما يكون أحد المضروبين حرفاً، مثلاً $b\times c$ يكتب bc و $6\times h=6h$.

اكتساب معارف

كيف ننجز عملية ضرب؟

لإنجاز جداء ضرب من النمط $4x\times(-5)$، نجري أولاً ضرب المعاملات العددية -5 و 4، ثم نكتب الحرف x.

مثال أنجز كلاً من العمليات الآتية.

1. $(-3x)\times(-6)$ **2.** $-(-2)\times3\times(-7y)$ **3.** $-(5\times4z)$

الحل

1. $(-3x)\times(-6)$

• نضرب المضاريب العددية مع التقيد بقاعدة ضرب الإشارات: $(-3)\times(-6)=18$.

• ثم نضع الرمز x، فنجد $(-3x)\times(-6)=18x$.

2. $-(-2)\times3\times(-7y)$

• نضرب المضاريب العددية مع التقيد بقاعدة ضرب الإشارات: $-(-2)\times3\times(-7)=-42$،

• ثم نضع الرمز y، فنجد $-(-2)\times3\times(-7y)=-42y$.

3. $-(5\times4z)$

• نضرب المضاريب العددية مع التقيد بقاعدة ضرب الإشارات: $-(5\times4)=-20$

• ثم نضع الرمز z، فنجد $-(5\times4z)=-20z$.

كيف تعرف إشارة جداء؟

عند ضرب عدة أعداد مغايرة للصفر

• إذا كان عدد الأعداد السالبة زوجياً، كان الجداء موجباً.

• إذا كان عدد الأعداد السالبة فردياً، كان الجداء سالباً

مثال إشارة $(-24)\times(-33.3)\times(-20)\times(20.87)\times(-3)\times(-5)$ سالبة.

إشارة $3\times5\times(2)\times(-4)\times(-3)$ موجبة.

كيف ننشر عبارة ونبسطها؟

نشر	نشر
$a\times(x+y)=ax+ay$	$a\times(x-y)=ax-ay$
مجموع ضرب	طرح ضرب

في هذا النشر اعتمدنا على ما يسمى الخاصة التوزيعية (توزيع الضرب على الجمع)

مثال انشر، ثمَّ أنجز العمليات الآتية.

① $A=-3\times(4+5x)$ ② $B=-5\times(3-4y)$ ③ $C=-4\times(-5+3z)$

الحل

① $A=-3\times(4+5x)=(-3)\times 4+(-3)\times 5x=-12-15x$

② $B=-5\times(3-4y)=-5\times 3-(-5)\times 4y=-15+20y$

③ $C=-4\times(-5+3z)=(-4)\times(-5)+(-4)\times 3z=20-12z$

كيف نحلل عبارة ونبسطها؟

تحليل	تحليل
$hx+hy=h\times(x+y)$	$hx-hy=h\times(x-y)$
ضرب مجموع	ضرب طرح

مثال

حلّلْ العبارة $A=2x-5x$، ثمَّ بسّطْها.

الحل

نحلل $2x-5x$: $A=2\times x-5\times x=(2-5)\times x$

ثم نبسط الناتج: $A=(2-5)\times x=-3x$

تحقق من فهمك

① أوجد إشارة كل جداء ثم احسبه.

① $\dfrac{5}{-4}\times\dfrac{-9}{13}$ ② $\dfrac{-25}{11}\times\dfrac{9}{4}$ ③ $\dfrac{0}{7}\times\dfrac{-3}{4}$

② أعطِ إشارة الجداء دون إنجاز الحساب.

① $-4\times 4\times 7.4$ ② $-2\times(-21.4)\times(-10)$

③ $-2(-1.55)\times(-2)\times 77\times 18\times(-0.14)(-0.12)$

③ احسب ذهنياً.

① $(-5)\times 5$ ② $4\times(-12)$ ③ $(-9)\times(-6)$

④ احسب يدوياً.

① $(-2.4)\times(-5.5)$ ② $(-8.2)-(-4.5)$ ③ $(-8.2)\times(-4.5)$

مصطلحات.

1. **الحساب اليدوي** هو الحساب بإجراء العمليات المناسبة دون استعمال الآلة الحاسبة.
2. **الحساب الذهني** هو الحساب بإجراء العمليات المناسبة ذهنيا دون كتابة العمليات.

تدرب

① فيما يلي احسب كل جداء بأبسط صيغة ممكنة:

① $\frac{1}{3}\times\frac{12}{7}$ ② $\frac{-2}{5}\times\frac{10}{3}$ ③ $\frac{3}{-14}\times\frac{-7}{2}$

② أنجز كلاً من الجداءات الآتية.

① $5y\times(-8)$ ② $(-7)\times z\times 3$ ③ $-(-4\times 15x)$

③ فيما يلي احسب كل جداء بأبسط صيغة ممكنة مع مراعاة أن $a=\frac{a}{1}$:

① $7\times\frac{3}{8}$ ② $\frac{9}{16}\times(-8)$ ③ $\frac{3}{10}\times 50$ ④ $-15\times\frac{-2}{5}$

④ عبّرْ بصيغة كسر عادي أو بصيغة عدد صحيح عما يلي.

① $\frac{7}{12}$ من العدد 18 ② $\frac{5}{14}$ من الكسر $\frac{7}{12}$ ③ $-\frac{2}{3}$ من الكسر $\frac{9}{4}$

④ $\frac{5}{2}$ من $\frac{2}{3}$ العدد 18. ⑤ $\frac{2}{5}$ من $-\frac{25}{7}$ من العدد 18 .

⑤ حسبَ باسم جداء ضرب الكسرين $\frac{3}{4}$ و $\frac{5}{2}$ كما يلي:

$$\frac{3}{4}\times\frac{5}{2}=\frac{3}{4}\times\frac{10}{4}=\frac{30}{4}=\frac{15}{2}$$

ما رأيك بهذا الحساب؟

القسمة

نشاط « كتابة مقلوب كسر وخارج قسمة كسرين بصيغة كسر عادي »

1. « مقلوب كسر »

1. احسب $\frac{3}{4} \times \frac{4}{3}$. ما مقلوب $\frac{4}{3}$ ؟ وما مقلوب $\frac{3}{4}$ ؟

2. هل أحد الكسرين $\frac{2}{7}$ و $\frac{-7}{2}$ مقلوب للآخر ؟

3. ما مقلوب كلٍ من $\frac{2}{7}$ و $\frac{-7}{2}$ ؟ وما مقلوب $\frac{a}{b}$ ؟ (مع $a \neq 0$ و $b \neq 0$).

2. « القسمة هي الضرب بالمقلوب »

خارج القسمة على عدد (يغاير الصفر) هو جداء الضرب بمقلوب ذلك العدد. أوجد قاعدة للتقسيم على $\frac{a}{b}$ ، (مع $a \neq 0$ و $b \neq 0$).

3. « القيمةُ التامةُ أو قيمةٌ تقريبيةٌ لخارج القسمة »

1. أوجد القيمةَ التامة لخارج القسمة في كلٍّ مما يأتي:

- $\frac{14}{7}$ • $\frac{28}{-7}$ • $\frac{-15}{-3}$ • $\frac{-16}{-8}$ • $\frac{0}{-2}$ • $\frac{-5}{0}$

2. $\frac{7}{-3}$ هو خارج قسمة 7 على -3.

استعمل آلتك الحاسبة مستعملاً الزر ÷ لحساب خارج القسمة ستجد على الشاشة $-2.333\,333\,333$

- هل $(-2.333\,333\,333) \times (-3)$ يساوي 7 ؟
- هل العدد الذي ظهر على الشاشة هو القيمة التامة لخارج القسمة $\frac{7}{-3}$ ؟
- قرّبْ العدد $-2.333\,333\,333$ إلى منزلتين عُشريتين.

تعلم

مقلوب عدد عادي

- مقلوبُ عددٍ x (مع $x \neq 0$) هو خارج قسمة 1 على x.

- نرمز إلى مقلوب x بالرمز $\frac{1}{x}$ أو بالرمز x^{-1}.
- x ومقلوبه يحققان $x \times \frac{1}{x} = 1$.
- في حالة $c \neq 0$ و $d \neq 0$، مقلوب $\frac{c}{d}$ هو $\frac{d}{c}$ لأنّ $\frac{c}{d} \times \frac{d}{c} = \frac{c \times d}{d \times c} = 1$

مثال مقلوب $\frac{-7}{3}$ هو $\frac{3}{-7}$، فهو $-\frac{3}{7}$.

مثال مقلوب $\frac{1}{5}$ هو $\frac{5}{1}$، فهو 5.

قسمة عددين عاديين

لتقسيم عدد على كسر، نضرب العدد بمقلوب الكسر.

- في حالة $c \neq 0$ و $d \neq 0$، $h \div \frac{d}{c} = h \times \frac{c}{d}$.
- في حالة $b \neq 0$ و $c \neq 0$ و $d \neq 0$، $\frac{a}{b} \div \frac{d}{c} = \frac{a}{b} \times \frac{c}{d}$

مثال لإنجاز العملية $\frac{-1}{2} \div \frac{5}{4}$

- نضع أولاً إشارة خارج القسمة (خارج قسمة عددين إشارتاهما مختلفتان عددٌ سالب)
- نضرب الكسر المقسوم بمقلوب المقسوم عليه.
- لا نغفل الاختصار $\frac{-1}{2} \div \frac{5}{4} = -\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = -\frac{1 \times \cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 5} = -\frac{2}{5}$.

مثال $\frac{3}{4} \div 2 = \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$.

مثال احسب بصيغة كسر عادي كلاً من العبارات الآتية:

① $A = \frac{-\frac{4}{3}}{\frac{3}{5}}$ ② $B = \frac{-\frac{2}{3}}{5}$

الحل

① خط الكسر المحاذي للرمز «=» يدل أنَّ العملية هي قسمة $-\frac{4}{3}$ على $\frac{3}{5}$ ، إذن:

$$A = \frac{-\frac{4}{3}}{\frac{3}{5}} = -\frac{4}{3} \times \frac{5}{3} = -\frac{20}{9}$$

② خط الكسر المحاذي للرمز «=» يدل أنَّ العملية هي قسمة $-\frac{2}{3}$ على 5 ، إذن:

$$B = \frac{-\frac{2}{3}}{5} = -\frac{2}{3} \times \frac{1}{5} = -\frac{2}{15}$$

اكتسـاب معـارف

كيف تتم مراعاة الأولويات؟

- نجري العمليات داخل الأقواس.
- نجري عمليات الضرب والقسمة من اليسار إلى اليمين.
- نجري عمليات الجمع والطرح من اليسار إلى اليمين.

مثال أنجز حساب كل مما يأتي، بصيغة كسر عادي:

① $A = -\frac{7}{4} \times \frac{8}{25} + \frac{7}{100}$ ② $B = \frac{3}{8} - 14 \div \frac{16}{3}$

الحل

① • نجري أولاً عملية الضرب: $A = -\frac{7 \times 8}{4 \times 25} + \frac{7}{100} = -\frac{56}{100} + \frac{7}{100} = \frac{-56}{100} + \frac{7}{100}$

• وإذ للكسرين الأخيرين مقامان متساويان، يكون: $A = \frac{-56+7}{100} = \frac{-49}{100} = -\frac{49}{100}$

② • نجري أولاً عملية القسمة. وكما تعلم للتقسيم على $\frac{16}{3}$، نضرب بمقلوبه $\frac{3}{16}$.

$$B = \frac{3}{8} - 14 \times \frac{3}{16} = \frac{3}{8} - \frac{2 \times 7 \times 3}{2 \times 8} = \frac{3}{8} - \frac{21}{8} = \frac{3-21}{8} = \frac{-18}{8}$$

• نختصر الكسر الأخير بتقسيم كلٍّ من بسطه ومقامه على 2، فنجد $B = \frac{-9}{4} = -\frac{9}{4}$.

كيف نقسم على عدد عادي مغاير للصفر؟

عند التقسيم على عدد عادي مغاير للصفر، نضرب بمقلوب ذلك العدد: $\frac{a}{b} = a \times \frac{1}{b}$ (مع $b \neq 0$)

مثال $\frac{-4}{0.5} = -4 \times \frac{1}{0.5} = -4 \times 2 = -8$

ما الفرق بين النظير والمقلوب؟

مثال نظير -5 هو 5

مقلوب -5 هو $\frac{1}{-5} = -\frac{1}{5} = -0.2$

كيف نستعمل الآلة الحاسبة؟

مثال استعمل آلةً حاسبة لإنجاز الحساب بصيغة كسر عادي:

① $A = -\frac{5}{3} + \frac{7}{6} - \frac{3}{8}$ ② $B = \frac{27}{4} \times \frac{1}{3} - \frac{7}{100}$

الحل

نقوم بالعمليات

① 8 $\frac{d}{c}$ 3 $-$ 6 $\frac{d}{c}$ 7 $+$ 3 $\frac{d}{c}$ 5 $(-)$

② 100 $\frac{d}{c}$ 7 $-$ 3 $\frac{d}{c}$ 1 $\times$ 4 $\frac{d}{c}$ 27

نجد النواتج كما يلي: $A = -\frac{7}{8}$ و $B = \frac{109}{50}$.

- **حساب عبارة مركبة من كسور عادية**

مثال احسب بصيغة كسر عادي كلاً من العبارات الآتية: $C = \frac{-2}{3 + \frac{1}{5}}$

الحل

خط الكسر المحاذي للرمز «=» يدل أنَّ العملية هي قسمة -2 على $3 + \frac{1}{5}$.

وإذ $3 + \frac{1}{5} = \frac{15}{5} + \frac{1}{5} = \frac{16}{5}$، فإنَّ:

$$C = \frac{-2}{3 + \frac{1}{5}} = \frac{-2}{\frac{16}{5}} = -2 \times \frac{5}{16} = -\frac{10}{16} = -\frac{10 \div 2}{16 \div 2} = -\frac{5}{8}$$

تحقق من فهمك

① اكتب بصيغة كسر عادي مقلوبَ كلٍ من الأعداد الآتية:

① $\frac{7}{9}$ ② $\frac{-3}{8}$ ③ $\frac{9}{-4}$ ④ $\frac{3.4}{3}$

② أيمكنك إيجادُ عددٍ تضربه بالكسر $\frac{5}{9}$ فتحصل على 1 ؟

③ انسخ، ثمَّ أكمل $\frac{3}{4} \div \frac{5}{7} = \frac{3}{4} \times \frac{\cdots}{\cdots} = \frac{\cdots}{\cdots}$.

④ احسب ناتج كلٍّ من: ① $\frac{-3}{5} \div \frac{-10}{11}$ ② $-2 \div \frac{13}{3}$ ③ $\frac{\frac{4}{3}}{-\frac{8}{15}}$ ④ $\frac{\frac{16}{-5}}{2}$

تدرب

① انسخْ وأكملْ.

① $7 \times \frac{1}{7} = \cdots$ ② $-6 \times \cdots = 1$ ③ $-6.5 \times \cdots = 1$

④ $-6.5 \times \cdots = 0$ ⑤ $-6.5 + \cdots = 0$ ⑥ $-6.5 \times \cdots = -1$

② فيما يلي احسب خارج كل قسمة بأبسط صيغة ممكنة:

① $\frac{4}{5} \div \frac{3}{7}$ ② $\frac{4}{5} \div \frac{-2}{3}$ ③ $\frac{-5}{4} \div \frac{15}{-2}$ ④ $-2 \div \frac{4}{5}$

③ أممكن أن يكون $\frac{7}{5}$ مساوياً جداء ضرب $\frac{8}{3}$ بعدد؟ في حالة الإيجاب ما هو ذلك العدد؟

④ فيما يأتي، اكتب العدد الموصوف بالشكل العشري.

① مقلوب 100 ② نظير $\frac{1}{10}$ ③ مقلوب (نظير 2) ④ نظير (مقلوب 2)

⑤ كتلة زيت الزيتون، الذي نحصل عليه من الزيتون المعصور، تعادل $\frac{2}{11}$ من كتلة الزيتون المعصور. وبعد عصر كمية من الزيتون، حصلنا على 500 kg من الراسب.

ما هي كتلة الزيتون المعصور؟

تمرينات ومسائل

1 في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.

❶ $(-1)\times(-4)\times 6\times(-2)\times 5$ يساوي: ① 240 ② 120 ③ -240

❷ ناتج $\frac{7}{3}-\frac{-5}{3}$ هو ① 4 ② $\frac{12}{6}$ ③ $\frac{2}{3}$

❸ ناتج $\frac{3}{4}+\frac{1}{8}$ هو ① $\frac{4}{12}$ ② $\frac{7}{8}$ ③ $\frac{4}{8}$

❹ ناتج $-4+\frac{1}{4}$ هو ① $-\frac{3}{4}$ ② $\frac{-15}{4}$ ③ -1

❺ ناتج $\frac{3}{5}\times\frac{-25}{6}$ هو ① $\frac{-75}{11}$ ② $\frac{18\times(-125)}{30}$ ③ $\frac{-5}{2}$

❻ أكل صادق $\frac{1}{8}$ كعكة، ثم أكل صبحي $\frac{1}{7}$ ما بقي منها، إذن:

① أكل صادق أكثر من صبحي. ② أكل صبحي أكثر من صادق. ① أكلا قطعتين متساويتين.

❼ ثُلثا -12 يساوي ① $\frac{-24}{36}$ ② 8 ③ -8

❽ مقلوب $-\frac{7}{3}$ هو ① $-\frac{3}{7}$ ② $\frac{7}{3}$ ③ $\frac{3}{7}$

❾ ناتج $\frac{9}{5}\div\frac{-10}{7}$ هو ① $\frac{-90}{35}$ ② $-\frac{63}{50}$ ③ $-\frac{18}{7}$

❿ ناتج $\frac{5}{3}-\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}$ هو ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{9}{4}$ ③ $-\frac{13}{12}$

2 قلْ إنْ كنت موافقاً أو غير موافق على الادعاء الآتي واشرح رأيك.

① لحساب $A=\frac{6+11}{12+11}$، أختصرُ على 6 ثمَّ على 11 فأجد $A=\frac{1}{2}$.

② $\frac{3}{4\times 5}$ يساوي $\frac{3}{4}\times 5$.

③ ثُلُثُ النصف يساوي رُبْعَ الثُلثين.

④ ضرب مقلوب العدد $\frac{4}{5}$ يساوي $\frac{2}{3}$ يساوي $\frac{6}{5}$.

⑤ مقلوب مجموع عددين x و y غير معدومين، يساوي مجموع مقلوبي x و y.

⑥ قسمةُ x على 3 ثمَّ قسمة الناتج على 7 ثمَّ قسمة الناتج على 13، يؤول إلى قسمة x على 273.

⑦ مقلوب جداء عددين x و y غير معدومين، يساوي جداء مقلوبي x و y.

⑧ أياً كان العدد العادي x، كان $3\times(2x)$ مساوياً $(3\times2)\times(3\times x)$

⑨ مقلوب أي عدد موجب غير معدوم أصغر منه.

⑩ لا يوجد عدد يساوي مقلوبه.

3 اختصرْ في كل حالة العبارة المعطاة، إنْ كانت قابلة للاختصار.

① $A=\dfrac{2\times(-5)\times(-7)}{3\times(-10)}$ ② $B=\dfrac{-3+7}{4+7}$ ③ $C=\dfrac{0.3\times7}{(-3)\times0.7}$

4 انسخ وأكمل.

المدة بالدقائق	كسر الساعة	كسر مختصر
1	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{60}$
30	$\frac{30}{60}$	
15		
40		

5 احسب بصيغة كسر عادي:

① $\dfrac{3}{7}+5$ ② $-\dfrac{21}{12}-\dfrac{3}{4}$ ③ $-\dfrac{7}{9}+\dfrac{-1}{4}$ ④ $\dfrac{1}{5}-\dfrac{-5}{-6}$

⑤ $-2+\dfrac{5}{4}$ ⑥ $\dfrac{7.5}{8}-\dfrac{11}{6}$ ⑦ $\dfrac{7.3}{6}-\dfrac{4.2}{9}$ ⑧ $\dfrac{-5}{20}+\dfrac{9}{-6}$

6 احسب بصيغة كسر عادي:

① $X=-\dfrac{7}{2}+\dfrac{5}{3}+\dfrac{11.5}{7}$ ② $Y=\dfrac{2}{3}+\dfrac{1}{4}-\dfrac{5}{9}$

7 بدِّلْ ترتيب الحدود لتحسب الناتج بصيغة كسر عادي:

① $X=\dfrac{4}{7}+\dfrac{3}{4}+\dfrac{2}{7}+\dfrac{5}{4}+\dfrac{1}{7}$ ② $Y=\dfrac{5}{12}-\dfrac{5}{3}+\dfrac{2}{12}-\dfrac{2}{3}$

8 **1.** لا تملك رغد سوى $\frac{2}{5}$ من سعر لعبة فيديو رغبت شراءها. دفع والدها 35% من سعر اللعبة، ودفعت والدتها $\frac{3}{20}$ من سعرها. أيكفي ما تجمَّع لديها لشراء اللعبة؟

2. في عيد ميلادها، أعطاها عمُّها بطاقة بقيمة 700 ليرة سورية. فإذا عَلِمَتْ رغد أنَّ سعر اللعبة هو 4200 ليرة سورية، هل تُقدم على شرائها؟

9 المربع السحري

	1	
		4
		-3

المربع السحري هو المربع الذي تكون جداءات الأعداد الواقعة في كل سطر وفي كل عمود وفي كل قطر فيه متساوية.
أكمل المربع المرسوم جانباً ليكون سحرياً ويكون كل جداء مساوياً -216.

10 احسب ذهنياً كلاً من العبارات الآتية عند $x=-4$.

① $7x+8$ ② $-5+5x$ ③ $-8-2x$

11 انسخ ثمَّ أكمل الجدول المرافق مختصراً النواتج ما أمكن.

$\times\left(-\frac{3}{4}\right)$	0	1	-5	$\frac{2}{3}$	$-\frac{3}{4}$	$\frac{5}{9}$	$-\frac{4}{3}$

12 احسب بصيغة كسر عادي، فكِّرْ بتبسيط الكسور قبل إجراء عملية الضرب.

❶ $\frac{-4}{3}\times\frac{3}{5}$ ❷ $\frac{-5.5}{8}\times(-4)$

❸ $\frac{0.4}{0.3}\times\left(-\frac{9}{16}\right)$ ❹ $\frac{1}{-2}\times\frac{2}{3}\times\frac{-3}{4}\times\frac{6}{-5}$

❺ $\frac{13}{7}\times(-14)\times\frac{5}{26}$ ❻ $\left(\frac{-3}{5}\right)\times\left(\frac{-5}{3}\right)\times\left(\frac{3}{-5}\right)\times\left(\frac{5}{-3}\right)$

13 استعمل الآلة الحاسبة لحساب الناتج بصيغة كسر عشري.

① $\frac{7}{12}-\frac{5}{12}\times\frac{72}{21}$ ② $\left(\frac{7}{12}-\frac{5}{12}\right)\times\frac{72}{21}$

14 لتكن العبارة $A = 4x + 3 - 2x - 1$

1. حلِّلْ المقدار $4x - 2x$، ثمَّ احسب ناتجه.

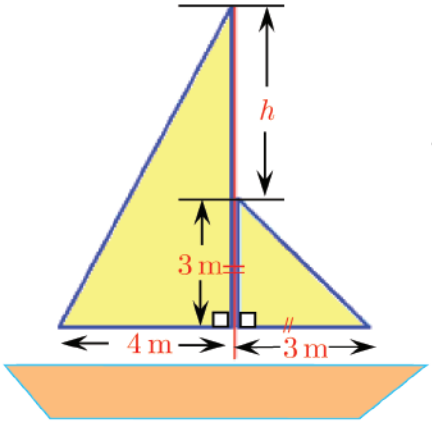
2. بسِّط العبارة A.

15 قارب شراعي

في الشكل المجاور قارب شراعي ذو شراعين.

1. اكتب عبارة مساحة الشراع الكبير بدلالة h. ثمَّ بسِّطْ هذه العبارة.

2. احسب بالأمتار المربعة مجموع مساحتي الشراعين في كلٍّ من الحالتين الآتيتين. ① $h = 2.7$ m ② $h = 13$ dm



16 خصصت إحدى محطات البث $\frac{3}{4}$ وقتها لبث الأغاني. $\frac{3}{5}$ الأغاني التي تبثها عربية.

1. ما الوقت الذي تشغله الأغاني العربية من زمن البث ؟

2. إذا افترضنا أنَّ جميع الأغاني التي تبث تستغرق الزمن ذاته، وليكن ست دقائق. استمعت إلى المحطة مدة ساعتين. كم أغنية عربية تكون قد سمعت ؟

17 ما خارج قسمة 1 على:

① $\frac{4}{5}$ ② $\frac{-3}{7}$ ③ $-\frac{1}{23}$ ؟

18 أوجد ذهنياً العدد الناقص.

① $\frac{5}{-4} \times \frac{-4}{5} = \cdots$ ② $\frac{-3}{8} \times \cdots = 1$ ③ $11 \times \cdots = 1$

19 احسب بصيغة كسر عادي. فكِّرْ بالاختصار قبل إجراء القسمة.

① $\frac{5}{6} \div \frac{3}{4}$ ② $\frac{5}{8} \div \frac{-5}{4}$ ③ $\frac{-9}{5} \div \frac{-3}{10}$

④ $\frac{-5}{9} \div \frac{8}{3}$ ⑤ $\frac{1}{38} \div \left(-\frac{1}{19}\right)$ ⑥ $\frac{121}{6} \div \frac{-11}{6}$

20 أيمكنك إيجادُ عددٍ تضربه بالكسر $\frac{5}{6}$ فتحصل على:

① 2 ؟ ② -10 ؟ ③ 12 ؟ ④ $\frac{7}{6}$ ؟

21 كتبت سعاد (a) $2-5(-3)=2-5-3$ (b) $7\times(-3)-12=7-3-12$

ما تعليقك على ما كتبته سعاد في كلٍ من (a) و (b) ؟ صحِّح الأخطاء.

22 في عملية شراء، أنفق عمران ثُلثَ ما يقتني من نقود في مخزن رياضي وربع ما يقتني في إحدى المكتبات. بقي معه 1690 ليرة. ما المبلغ الذي يقتنيه عمران قبل عملية الشراء.

23 أكمل لتحصل على مساواة صحيحة.

① $\frac{7}{3}+\frac{\cdots}{\cdots}=1$ ② $\frac{7}{3}-\frac{\cdots}{\cdots}=1$ ③ $\frac{7}{3}\times\frac{\cdots}{\cdots}=1$ ④ $\frac{7}{3}\div\frac{\cdots}{\cdots}=1$

24 احسب بصيغة كسر عادي: ① $A=\frac{7}{15}\times\frac{3}{4}-\frac{13}{20}$ ② $B=-\frac{3}{8}\div\frac{5}{2}+\frac{13}{40}$

25 احسب بصيغة كسر عادي. فكِّرْ في العمليات التي لها أولوية الإنجاز.

① $A=\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\times\frac{3}{2}$ ② $B=\left(\frac{2}{3}+\frac{5}{3}\right)\times\frac{3}{2}$ ③ $C=1+\frac{1}{2}\times5-\frac{3}{4}$

④ $D=\left(2-\frac{1}{3}\right)\times\left(\frac{3}{5}+2\right)$ ⑤ $E=\frac{6}{2-\frac{1}{4}}$ ⑥ $F=\frac{4}{3}\left(2-\frac{5}{4}-\frac{3}{2}\right)$

⑦ $G=\frac{8\times4}{44}$ ⑧ $H=\frac{5-2}{3\times5}$ ⑨ $I=\frac{15+9}{15\times4}$

26 بسِّطْ كلاً من العبارات الآتية.

① $2x\times(-2)5+8x$ ② $2x-5+8x-1$

③ $2x-5-8x+2$ ④ $2x+(-5)\times8x+2$

27 احسب في كلٍ من الحالتين الآتيتين $\frac{a}{b}+c$ و $\frac{a+b}{c}$ و $\frac{a}{b+c}$

① $a=-1$ و $b=\frac{1}{3}$ و $c=\frac{2}{5}$. ② $a=2$ و $b=-\frac{1}{2}$ و $c=\frac{5}{2}$.

لإحراز تقدم

28 جمع أو طرح كسور عادية

احسب ناتج كل مما يلي بصيغة كسر عادي أو عدد صحيح:

① $\frac{1}{3}+\frac{5}{3}$ ② $1+\frac{2}{5}$ ③ $\frac{2}{9}-\frac{5}{9}$

④ $\frac{1}{21}+\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{1}{5}-\frac{3}{10}$ ⑥ $\frac{5}{2}+\frac{4}{3}$

29 قسمة كسور عادية

فيما يلي احسب خارج كل قسمة بأبسط صيغة ممكنة مع مراعاة أن $a=\frac{a}{1}$:

① $\frac{5}{4}\div 3$ ② $\frac{15}{4}\div 5$ ③ $\frac{4}{5}\div(-8)$ ④ $\frac{-2}{3}\div(-6)$

30 تعلُّم تحرير النصوص والحلول

اقرأ النص ثمَّ الحل المعروض من قبل الطالبة علا. ثمَّ اكتب الحل بعد الأخذ بمجمل الملاحظات على حل علا.

النص: بمناسبة عيد ميلادها، استعملت علا $\frac{7}{10}$ كمية السكر التي بحوزتها والبالغة 5 كغ لصنع الحلويات، و $\frac{2}{3}$ ما تبقى لصنع العصير. احسب كمية السكر التي استعملتها علا:

① في صنع الحلويات. ② في صنع العصير.

حل علا مع ملاحظات المصحح:

رقّمي الطلبات

$\frac{7}{10}\times 5=\frac{35}{10}=3.5$ ما هذه النتيجة؟

$1-\frac{7}{10}=\frac{3}{10}\times\frac{2}{3}=\frac{3\times 2}{10\times 3}=\frac{6}{30}$ (هل العددان $1-\frac{7}{10}$ و $\frac{3}{10}\times\frac{2}{3}$ متساويان؟)

(علام يدل العدد $\frac{6}{30}$؟ ولمَ لم تختصريه؟)

للتعمق

31 حذار من استخدام القيم التقريبية في مقارنة كسرين

1. اكتب كلاً من الكسرين $\frac{2}{3}$ و $\frac{87}{130}$ بالشكل العشري مقرباً الناتج لمنزلتين عشريتين.

هل هذان الكسران متساويان؟

2. استعمل آلةً حاسبة للمقارنة بين قيمتي الكسرين $\frac{41\,152}{24\,691}$ و $\frac{617\,285}{370\,368}$.

هل هذان الكسران متساويان؟ تحقق من إجابتك.

32 أوجد كل ناتج مما يأتي بالشكل العشري.

① نصف ثُلثي 24. ② ثلاثة أثمان خُمْس 6.4. ③ خُمْسُ سُبْعِ 2100

33 حكاية المقلوب

1. ① احسب $\frac{1}{\frac{1}{2}+\frac{2}{3}}$ ② $\frac{2}{1}+\frac{3}{2}$ **2.** هل $\frac{1}{2}+\frac{2}{3}$ هو مقلوب $\frac{2}{1}+\frac{3}{2}$؟

34 تنوُّع

احسب بصيغة كسر. ① $1+\frac{5+\frac{3}{4}}{2+\frac{3}{4}}$ ② $\frac{1-\frac{1}{3}}{2+\frac{1}{4}}\times\frac{2-\frac{1}{4}}{1+\frac{1}{3}}$

35 اختبار

أُجري اختبار في مادة الرياضيات لصفٍ ثامن قوامه 16 طالبة و 10 طلاب.

$\frac{3}{4}$ من الطالبات نلن درجة النجاح، و $\frac{3}{5}$ من الطلاب نالوا درجة النجاح. ما نسبة الناجحين من الصف؟

36 تفهم صياغة نص

وجدت في أحد المراجع العائدة للعام 1938 القاعدة الآتية: لتقسيم كسر عادي على عدد صحيح، نضرب مقام الكسر بذلك العدد ونحتفظ ببسطه. أعطِ ثلاثة أمثلة تستخدم فيها هذه القاعدة.

37 ازدياد ؛ نقصان

بكم مثلٍ نضرب عدداً ؟ لكي:

① يزداد بمقدار ثلاثة أرباعه. ② ينقص بمقدار ثلاثة أثمانه.

38 في البستان

① سعة مرش 18 L، ملئ حتى 75% من سعته. ما كمية الماء الموجود فيه؟

② ملئ مرش حتى ثلاثة أرباعه، فوجد فيه 18 L من الماء. ما سعة المرش؟

39 تبسيط الجداء

مثال: $\frac{2}{3}\times x\times\frac{4}{5}=\frac{2}{3}\times\frac{4}{5}\times x=\frac{8}{15}x$

بسِّطْ كلاًّ من الجداءات الآتية:

① $\frac{1}{4}\times\frac{3}{2}\times x$ ② $-\frac{5}{2}\times a\times\frac{4}{25}$ ③ $\frac{-4}{7}\times 3x\times\left(-\frac{11}{6}\right)$

④ $x\times 2\times\frac{1}{4}$ ⑤ $-\frac{1}{3}\times 3\times z$ ⑥ $-\frac{1}{2}\times(-1)\times x$

40 تبسيط المجموع

مثال: $-\frac{1}{3}a+\frac{5}{3}a+2=\left(-\frac{1}{3}+\frac{5}{3}\right)x+2=\frac{4}{3}a+2$

بسِّطْ كلاً من العبارات الآتية:

① $\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}x$ ② $a-\frac{4}{5}a$ ③ $2x+\frac{2}{5}x-x$

41 انشر ثمَّ احسب:

① $\frac{1}{3}\times(2+x)$ ② $-\frac{3}{2}\left(\frac{1}{2}+x\right)$ ③ $-\frac{2}{5}\left(\frac{3}{4}-y\right)$

42 دون حساب

من بين الجداءات الآتية، أشِرْ إلى المتساوية منها دون إجراء العمليات.

① $7\times 8\times 9\times 10$ ② $(-7)\times 8\times(-9)\times 10$

③ $7\times(-8)\times(-9)\times(-10)$ ④ $-7\times 8\times 9\times 10$

⑤ $-7\times(-8)\times(-9)\times(-10)$ ⑥ $0.7\times(-80)\times 9\times 10$

43 الكسور والعمليات الحسابية

ليكن $A = \frac{12}{7} - \frac{3}{5} \times \frac{7}{9}$ و $B = \left(\frac{2}{3} - 3\right) \div \frac{1}{9}$

1. احسب A واكتب الناتج بأبسط كسر ممكن. **2.** احسب B واكتب الناتج بصيغة عدد عادي.

44 مهارة

استخدم مهارتك في حساب:

① $\frac{1}{2} + \frac{2}{3} + \frac{3}{4} + \frac{4}{5} + \frac{5}{6} - \frac{2}{4} - \frac{4}{6} - \frac{6}{8} - \frac{8}{10} - \frac{10}{12}$

② $\frac{-6}{5} \times \frac{-5}{4} \times \frac{-4}{3} \times \frac{-3}{2} \times \frac{-2}{1} \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{6}$

45 مجاهيل في مجموع

احسب قيمة المجهول في كل من المجاميع الآتية:

① $\frac{1}{2} + y = \frac{3}{4}$ ② $-\frac{3}{4} + z = -\frac{5}{8}$ ③ $2 + x = -\frac{5}{7}$

46 مجاهيل في جداء

احسب قيمة المجهول في كل من الجداءات الآتية:

① $-\frac{1}{2} \times y = \frac{5}{3}$ ② $-3 \times z = -\frac{1}{3}$ ③ $\frac{-3}{2} \times x = 9$

47 مع حرفٍ أو حرفين

1. في كل حالة، احسب A ، عند كل من القيم الآتية للحرف x:

$x = -2$ $x = -0.5$ $x = \frac{7}{3}$ $x = -\frac{2}{3}$

① $A = 2x + 3$ ② $A = \frac{x - 3}{7}$

2. في حالة $x = -\frac{7}{8}$ و $y = \frac{3}{10}$، احسب:

① $x + y$ ② $x - y$ ③ $2 - xy$ ④ $x \div y + 4$

الوحدة الثانية
قوى الأعداد العادية

1. قوى العدد 10.
2. قواعد على قوى العدد 10.
3. قوى صحيحة لعدد نسبي.
4. الجذور التربيعية وخواصها.

انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يأتي، واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ صحيحة، أشر إليها.

① $13.8 \times 1\,000$ يساوي ① 138 ② 1380 ③ 13800

② $0.0037 \times 1\,000$ يساوي ① 0.37 ② 3.7 ③ 37

③ 135.2×0.01 يساوي ① 0.1352 ② 1.352 ③ 13.52

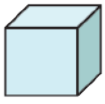
④ 6.19×0.001 يساوي ① 0.006 19 ② 0.06 19 ③ 0.619

⑤ ترمز $\mathcal{A}$ إلى مساحة دائرة، نصف قطرها نصف قطرها R،

تُعطى $\mathcal{A}$ بالصيغة $\mathcal{A} = \pi R^2$.

الرمز R^2 يدل على ① $R + R$ ② $R \times R$ ③ $2R$

⑥ يرمز V إلى حجم مكعب، طول حرفه a، يُعطى V بالصيغة $V = a^3$



الرمز a^3 يدل على ① $a + a^2$ ② $a \times a \times a$ ③ $3a$

⑦ هي ذي النتيجة التي حصلنا عليها من عملية حسابية باستعمال آلةٍ حاسبةٍ $\boxed{3.538441805}$

إذا قرَّبنا هذه النتيجة إلى أقرب جزء من عشرة حصلنا على

① 3.6 ② 3.53 ③ 3.5

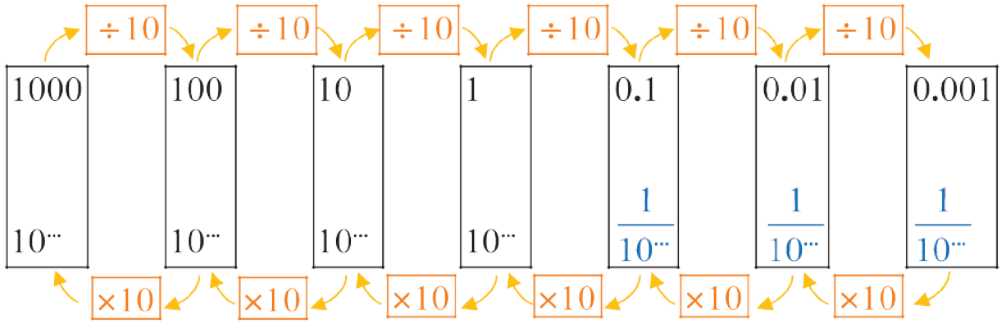
⑧ إذا قرَّبنا $\boxed{3.538441805}$ إلى أقرب جزء من مئة حصلنا على

① 3.54 ② 3.538 ③ 3.53

1 قوى العدد 10.

نشاط « حساب قوى العدد 10»

في كل إطار مما يلي تجد العدد ذاته. انسخ ثم أكمل:



تعلم

تعريف1:

• في حالة $n \geq 2$، يرمز 10^n إلى جداء ضرب العدد 10 بنفسه n مرة.

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \cdots\cdots \times 10}_{n \text{ عشرة}} = 1\,\underbrace{0\cdots\cdots\cdots 0}_{n \text{ صفراً}}$$

• $10^1 = 10$ و $10^0 = 1$.

لغوياً: 10^n يُقرأ « 10 أس n » أو « 10 مرفوعاً للأس n »

مثال $10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$.

مثال $10^6 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000$.

تعريف2:

في حالة $n \geq 1$، يرمز 10^{-n} إلى مقلوب 10^n.

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \frac{1}{1\,\underbrace{0\cdots\cdots\cdots 0}_{n \text{ صفراً}}} = \underbrace{0.0\cdots\cdots\cdots 01}_{n \text{ صفراً}}$$

مثال $10^{-3} = \frac{1}{10^3} = \frac{1}{1\,000} = 0.001$.

مثال $0.000\ 001 = \frac{1}{1\ 000\ 000} = \frac{1}{10^6} = 10^{-6}$.

الصيغة المعيارية لعدد عشري

الصيغة المعيارية لعدد عشري هي $a \times 10^n$، حيث a عدد عشري قسمه الصحيح ذو خانة واحدة مغاير للصفر و n عدد صحيح. (الصيغة المعيارية للعدد 203.105 هي 2.03105×10^2)

مثال يكتب العدد $2\ 569.8$ بالصيغة $25\ 698 \times 10^{-1}$ وبالصيغة $0.256\ 98 \times 10^4$ وبالصيغة $2\ 5.698 \times 10^2$ ... وهكذا

لكن الصيغة المعيارية له هي $2.569\ 8 \times 10^3$.

مثال الصيغة المعيارية للعدد $-2\ 569.8$ هي $-2.569\ 8 \times 10^3$.

اكتسـاب معـارف

كيف ننتقل من قوى العدد 10 إلى الشكل العَشري وبالعكس؟

يجب الانتباه جيداً إلى إشارة أس العدد 10 عند الانتقال من 10^n إلى الشكل العشري.

مثال

- في حالة $n = 4$: $10^4 = 1\ 0000$ نضع 4 أصفار إلى يمين العدد 1.
- في حالة $n = -4$: $10^{-4} = 0.000\ 1$ نضع 4 أصفار إلى يسار العدد 1.

كيف نحول عدد عَشْري من صيغة إلى أخرى؟

مثال اكتب $2\ 715 \times 10^9$ بالصيغة $a \times 10^{14}$.

الحل:

نكتب 10^9 بدلالة 10^{14}

$$2\ 715 \times 10^9 = 2\ 715 \times 10^{-5} \times 10^{14} = 0.027\ 15 \times 10^{14}$$

مثال اكتب 0.075×10^{-22} بالصيغة المعيارية.

الحل:

نكتب 0.075 بدلالة 7.5

$$0.075 \times 10^{-22} = 7.5 \times 10^{-2} \times 10^{-22} = 7.5 \times 10^{-24}$$

تحقق من فهمك

① اكتب كلاً من الأعداد التالية بالشكل العَشْري:

① 10^{7} ② 10^{9} ③ 10^{-6} ④ 10^{-8}

② اكتب كلاً من الأعداد التالية بشكل 10^{n}:

① 100 000 000 ② 0.000 01 ③ 0.01 ④ مليون

③ اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالصيغة المعيارية:

① 3.7 ② 853.6 ③ 2 365

④ 3.3 566 ⑤ 0.9 ⑥ 0.000 005 1

تدرب

① اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالشكل العَشري:

1. ① 10^{7} ② 10^{4} ③ 10^{0} ④ 10^{2}

2. ① 10^{-5} ② 10^{-4} ③ 10^{-3} ④ 10^{-1}

3. ① 10^{9} ② 10^{-2} ③ 10^{8} ④ 10^{-6}

② اكتب كلاً من الأعداد الآتية بدلالة قوةٍ للعدد 10:

1. ① 100 000 ② 10 000 000 ③ 10

2. ① 0.000 1 ② 0.000 001 ③ 0.1

3. ① $100 \times 1\,000$ ② $\frac{1}{10\,000}$ ③ 1

③ اكتب كلاً من الأعداد التالية بالصيغة المعيارية:

① 75 ② 0.0123 ③ 84 677

④ 0.98 ⑤ 0.002 ⑥ 0.000 025

④ في كل ليتر من دم الإنسان يوجد بحدود 4500 مليار كرية حمراء

1. اكتب الصيغة العَشْرية لهذا العدد.

2. أكمل كلاً من: ① $45 \times 10^{\cdots}$ ② $0.45 \times 10^{\cdots}$

3. اكتب كلاً من هذين العددين بالصيغة المعيارية.

2 قواعد قوى العدد 10.

نشاط « العمل على اكتشاف قواعد حساب قوى العدد 10 »

1. في كل من الحالات التالية، استخدم الصيغة العَشْرية لقوى العدد 10 لإتمام الحساب يدوياً. ثم اكتب كل ناتج بصيغة قوةٍ للعدد 10

1. ① $10^{3}\times10^{2}$ ② $10^{3}\times10^{5}$ ③ $10^{-1}\times10^{-2}$

④ $10^{3}\times10^{-2}$ ⑤ $10^{3}\times10^{1}$ ⑥ $10^{4}\times10^{0}$

2. ① $\dfrac{10^{5}}{10^{2}}$ ② $\dfrac{10^{3}}{10^{-1}}$ ③ $\dfrac{10^{-3}}{10^{2}}$ ④ $\dfrac{10^{-2}}{10^{2}}$

3. ① $\left(10^{3}\right)^{2}$ ② $\left(10^{2}\right)^{3}$ ③ $\left(10^{-1}\right)^{2}$ ④ $\left(10^{-3}\right)^{-2}$

2. اكتب القواعد التي تسمح بالوصول إلى تلك النتائج دون استعمال اللغة العشرية.

تعلم

فيما يلي يرمز n إلى عددٍ صحيحٍ.

قواعد:

- الضرب: $10^{n}\times10^{m}=10^{n+m}$ مثل : $10^{6}\times10^{-4}=10^{6-4}=10^{2}$
- المقلوب: $\dfrac{1}{10^{n}}=10^{-n}$ مثل: $\dfrac{1}{10^{-6}}=10^{-(-6)}=10^{6}$
- التقسيم: $\dfrac{10^{n}}{10^{m}}=10^{n-m}$ مثل: $\dfrac{10^{2}}{10^{-3}}=10^{2-(-3)}=10^{5}$
- قوة قوة: $\left(10^{n}\right)^{m}=10^{n\times m}$ مثل: $\left(10^{-3}\right)^{2}=10^{-3\times2}=10^{-6}$

اكتسـاب معـارف

كيف يتم الحساب مع أعدادٍ مكتوبة بالصيغة $a\times10^{p}$؟

- لإنجاز جداء ضرب أو خارج قسمة أعداد مكتوبة بالصيغة $a\times10^{n}$، نُجمّع قوى العدد 10 على حدتها، ونُجمّع الأعداد الأخرى على حدتها.
- لإنجاز مجموع أو طرح أعداد مكتوبة بالصيغة $a\times10^{n}$، نكتب الحدود بصيغ تتضمن القوة ذاتها للعدد 10.

مثال احسب يدوياً واكتب الناتج بالصيغة $a \times 10^{p}$

① $A = \dfrac{0.75 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-7}}$ ② $B = 7.9 \times 10^{-9} + 1\,400 \times 10^{-12}$

الحل:

①
$$\begin{aligned} A &= \frac{0.75 \times 10^{12} \times 4 \times 10^{-5}}{5 \times 10^{-7}} \\ &= \frac{0.75 \times 4}{5} \times \frac{10^{12} \times 10^{-5}}{10^{-7}} \\ &= \frac{3}{5} \times \frac{10^{7}}{10^{-7}} \\ &= 6 \times 10^{13} \end{aligned}$$

②
$$\begin{aligned} B &= 7.9 \times 10^{-9} + 1\,400 \times 10^{-12} \\ &= 7.9 \times 10^{-9} + 1.4 \times 10^{-9} \\ &= (7.9 + 1.4) \times 10^{-9} = 9.3 \times 10^{-9} \end{aligned}$$

كيف نحصر عدد بين قوتين متتاليتين ؟

- لحصر عدد بين قوتين متتاليتين للعدد 10، يمكن كتابة العدد بالصيغة المعيارية.

مثال ليكن $A = 2\,105\,395$ و $B = 0.059\,4$

احصر كلاً من A و B بين قوتين متتاليتين للعدد 10.

الحل

$$A = 2.105\,395 \times 10^{6}$$

$\left(1 \times 10^{6} < A < 10 \times 10^{6}\right)$ ، إذن $10^{6} < A < 10^{7}$.

$$B = 5.94 \times 10^{-2}$$

$\left(1 \times 10^{-2} < B < 10 \times 10^{-2}\right)$ ، إذن $10^{-2} < B < 10^{-1}$.

تحقق من فهمك

اكتب كل ناتج بالصيغة 10^p حيث p عدد صحيح.

① ① $10^5 \times 10^7$ ② $10^{10} \times 10^{-5}$ ③ $10^{-8} \times 10^4$ ④ $10^{-9} \times 10^{-3}$

② ① $\frac{1}{10^3}$ ② $\frac{1}{10^{-8}}$ ③ $\frac{1}{10^{-4}} \times 10^4$

③ ① $\frac{10^{11}}{10^6}$ ② $\frac{10^5}{10^{-8}}$ ③ $\frac{10^{-30}}{10^{-10}}$

④ ① $\left(10^3\right)^5$ ② $\left(10^4\right)^{-3}$ ③ $\left(10^{-1}\right)^{-9}$

تدرب

① اكتب كل ناتج بالصيغة 10^p حيث p عدد صحيح.

① $\frac{10^2}{10^{-4}}$ ② $\left(10^{-2}\right)^4$ ③ $\frac{1}{10^4} \times 10^{-7}$

② اكتب كل ناتج مما يلي بصيغة قوة واحدة للعدد 10.

① $\left(10^2\right)^3 \times 10^4$ ② $10^{-1} \times \left(10^{-2}\right)^4$ ③ $\frac{\left(10^5\right)^2}{10^7}$ ④ $\frac{10^4 \times 10^9}{\left(10^5\right)^3}$

③ قطر ذرة هيدروجين هو بحدود 0.000 000 1 mm.

1. اكتب هذا العدد بصيغة قوةٍ للعدد 10

2. احسب الطول الذي نحصل عليه إذا جاورنا على مستقيم واحد عشر ملايين ذرة هيدروجين.

قوى صحيحة لعدد نسبي

نشاط « إدخال واستعمال العدد a^n »

1. احسب، مستعملاً تعريف القوة $\left(3^2 = 3\times 3 \;;\; 5^3 = 5\times 5\times 5\right)$

① $5^3 \times 5^2$ ② $7^2 \times 7^1$ ③ $8^5 \times 8^2$

④ $\dfrac{5^3}{5^2}$ ⑤ $\dfrac{7^2}{7^3}$ ⑥ $\dfrac{8^4}{8^1}$

⑦ $3^3 \times 5^3$ ⑧ $7^2 \times 5^2$ ⑨ $4^3 \times 6^3$

2. ما هي القواعد التي تجيز الحصول على النواتج السابقة دون العودة إلى تعريف القوة في كل حالة.

تعلم

تعريف:

- في حالة $n \geq 2$، يرمز a^n إلى جداء ضرب العدد a بنفسه n مرة.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \cdots\cdots \times a}_{n \text{ عاماً}}$$

- $a^1 = a$ و في حالة $a \neq 0$، نصطلح على أنّ $a^0 = 1$.
- بشكل خاص $1^1 = 1$ وفي حالة $n \neq 0$، $0^n = 0$

مثال $(-7)^3 = (-7)\times(-7)\times(-7) = -343$

تعريف:

في حالة $a \neq 0$، $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$. وبشكل خاص $a^{-1} = \dfrac{1}{a}$

مثال $3^{-2} = \dfrac{1}{3^2} = \dfrac{1}{9}$

قواعد حساب القوى:

1) $a^n \times a^m = a^{n+m}$ ؛ مثل: $a^3 \times a^5 = a^{3+5} = a^8$

2) $(a\times b)^n = a^n \times b^n$ ؛ مثل: $(2\times y)^3 = 2^3 \times y^3 = 8y^3$

3) $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$ ؛ مثل: $\frac{a^2}{a^3} = a^{2-3} = a^{-1} = \frac{1}{a}$

4) $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$ ؛ مثل: $\left(\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{3^3}{2^3} = \frac{27}{8}$

اكتسـاب معـارف

كيف نتعامل مع أولويات العمليات؟

في غياب أقواس ضامة لعبارات جزئية من عبارة تتضمن عمليات متعددة، يكون الحساب وفق الترتيب الآتي:

1. القوى **2.** عمليات الضرب والقسمة **3.** عمليات الجمع والطرح

مثال احسب يدوياً كلاً من:

① $A = (5\times 4)^3$ ② $B = 5\times 4^3$ ③ $C = 5x^3 + 6x^2 - 10$ عندما $x = -4$

الحل

① $A = (5\times 4)^3$ (نبدأ بإنجاز العملية داخل القوسين)

$$A = (5\times 4)^3 = 20^3 = 8\ 000$$

② $B = 5\times 4^3$ (لا توجد أقواس، نبدأ بإنجاز قوة العدد 4)

$$B = 5\times 4^3 = 5\times 64 = 320$$

③ $C = 5x^3 + 6x^2 - 10$ (نبدأ بإنجاز $(-4)^3$ و $(-4)^2$)

$$\begin{aligned} C &= 5(-4)^3 + 6(-4)^2 - 10 \\ &= 5\times(-64) + 6\times 16 - 10 \\ &= -320 + 96 - 10 \\ &= -234 \end{aligned}$$

تحقق من فهمك

① في كل حالة آتية، اكتب العدد بصيغة قوة:

① $3\times3\times3\times3\times3\times3\times3$ ② $1.3\times1.3\times1.3\times1.3\times1.3$

② احسب الناتج الصحيح بالصيغة الكسرية أو بالصيغة العشرية.

① 5^{2} ② 5^{-2} ③ $(-9)^{2}$

④ $\left(\frac{2}{5}\right)^{2}$ ⑤ $\left(-\frac{1}{4}\right)^{3}$ ⑥ $(-2)^{-5}$

③ استخدم خواص القوى لكتابة النواتج بصيغة قوة واحدة.

① $5^{3}\times5^{2}$ ② $(-4)^{3}\times(-4)^{5}$ ③ $8^{2}\times8^{3}\times8^{5}$

④ $3^{4}\times3^{-2}$ ⑤ $\frac{7^{3}}{7^{2}}$ ⑥ $\left(\frac{2}{3}\right)^{3}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{2}\times\left(\frac{2}{3}\right)^{7}$

تدرب

① في كل حالة آتية، اكتب العدد بصيغة قوة:

① $(-2)\times(-2)\times(-2)$ ② 25 ③ -32

② احسب الناتج بالصيغة الكسرية أو بالصيغة العشرية.

① 1^{9} ② 3^{-3} ③ $(-0.4)^{2}$

④ $\left(\frac{-3}{-4}\right)^{3}$ ⑤ $\left(-\frac{2}{3}\right)^{2}$ ⑥ $(-0.4)^{-3}$

③ استعمل خواص القوى لكتابة النواتج بصيغة قوة واحدة.

① $2^{-3}\times2^{-4}$ ② $6^{4}\times6^{-7}$ ③ $(-7)^{-4}\times(-7)^{2}\times(-7)^{-3}$

④ $\frac{2^{5}}{2^{3}}$ ⑤ $\frac{-10}{(-10)^{4}}$ ⑥ $\left(-\frac{5}{7}\right)^{2}\times\left(-\frac{5}{7}\right)^{3}\times\left(-\frac{5}{7}\right)$

④ مكعب طول حرفه $\frac{3}{2}$ dm احسب حجمه بالسنتيمترات المكعبة.

4 الجذور التربيعية

نشاط « إيجاد الجذر التربيعي لعدد موجب»

نعلم أنّ $a^2 = a \times a$ نسمي a^2 مربع العدد a املأ الجداول الآتية بأعداد مناسبة.

العدد a	0	1	2	3	4	5	6	7	8
a^2	0	1	4						

العدد a	9	10	11	12	13	14	15	16	17
a^2									

العدد a	18	19	20
a^2			

تعلم

تعريف:

الجذر التربيعي الموجب للعدد الموجب a هو العدد الموجب b الذي مربعه يساوي a ، ونرمزه $\sqrt{a}$

ويقرأ الجذر التربيعي للعدد a

$\sqrt{a} = b$ لأن $b^2 = a$ و $b \geq 0$

مثال

$\sqrt{144} = 12$ لأن $(12)^2 = 144$.

$\sqrt{361} = 19$ لأن $(19)^2 = 361$.

العدد -25 ليس له جذر تربيعي لأنه لا يوجد عدد مربعه يساوي -25.

للعدد صفر جذر تربيعي هو $\sqrt{0} = 0$.

الجذر التربيعي للعدد 3 هو $\sqrt{3}$.

نتائج:

1) ليس للعدد السالب جذر تربيعي.

2) الجذر التربيعي للعدد صفر هو صفر.

خواص الجذور التربيعية:

1. الجذر التربيعي لجداء عددين موجبين

مثال $\sqrt{9\times 4}=\sqrt{36}=6$ ونلاحظ أنَّ $\sqrt{9}\times\sqrt{4}=3\times 2=6$ ويمكن تعميم ذلك.

إذا كان: $a\geq 0$ ، $b\geq 0$ فإنَّ: $\sqrt{a\times b}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}$

إذا كانت: a ، b ، ..... ، e أعداداً موجبة فإنَّ: $\sqrt{a\times b\times\cdots\times e}=\sqrt{a}\times\sqrt{b}\times\cdots\times\sqrt{e}$

مثال $\sqrt{9\times 16}=\sqrt{9}\times\sqrt{16}=3\times 4=12$ و $\sqrt{36\times 16}=\sqrt{36}\times\sqrt{16}=6\times 4=24$

مثال يمكن أيضاً بعمل معاكس $\sqrt{2}\times\sqrt{8}=\sqrt{2\times 8}=\sqrt{16}=4$

2. الجذر التربيعي لنسبة عددين موجبين

مثال $\sqrt{\frac{16}{4}}=\sqrt{4}=2$ ونلاحظ أنَّ $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{4}}=\frac{4}{2}=2$ ويمكن تعميم ذلك.

إذا كان: $a\geq 0$ ، $b>0$ فإنَّ: $\sqrt{\frac{a}{b}}=\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$

مثال $\sqrt{0\cdot 0256}=\frac{\sqrt{256}}{\sqrt{10000}}=\frac{16}{100}=0\cdot 16$

مثال $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{22}}=\sqrt{\frac{6}{22}}=\sqrt{\frac{3}{11}}$

3. قوة جذر تربيعي لعدد موجب

مثال $\sqrt{2^6}=\sqrt{64}=8$ ونلاحظ أنَّ $\left(\sqrt{2}\right)^6=\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}\times\sqrt{2}=8$

ويمكن تعميم ذلك.

إذا كان: $b\geq 0$ ، فإنَّ: $\left(\sqrt{b}\right)^n=\sqrt{b^n}$ (حيث n عدد طبيعي).

مثال $\left(\sqrt{3}\right)^4=\sqrt{(3)^4}=\sqrt{81}=9$

4. الجذر التربيعي لقوة أسها عدد زوجي طبيعي

إذا كان: $b>0$ ، فإنَّ: $\sqrt{b^n}=b^{\frac{n}{2}}$ (حيث n عدد طبيعي زوجي).

مثال $\left(\sqrt{3}\right)^4=(3)^{\frac{4}{2}}=(3)^2=9$

مثال بسط الجذور الآتية: $\sqrt{8}$ ، $\sqrt{50}$ ، $\sqrt{27}$

الحل

$$\sqrt{8} = \sqrt{4 \times 2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$$
$$\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$
$$\sqrt{27} = \sqrt{9 \times 3} = \sqrt{9} \times \sqrt{3} = 3\sqrt{3}$$

(في بعض الآلات الحاسبة، يكتب العدد ثم الزر $\boxed{\sqrt{\ }}$)

الرمز $\boxed{\sqrt{\ }}$ في آلةٍ حاسبة، يعمل على إيجاد العدد الموجب الذي عُلِم مربعه (أو قيمة تقريبية له).

مثال مربع مساحته تساوي $8\ \text{cm}^2$.

إذا رمزنا إلى طول ضلع هذا المربع بالرمز x مقدراً بالسنتيمتر، كان $x^2 = 8$.

نضغط على أزرار الآلة الحاسبة وفق النسق $\boxed{\sqrt{\ }}$ 8 $\boxed{=}$ ، فنجد على الشاشة $\boxed{2.828427125}$.

إذن $x \approx 2.8$.

يسمى العدد x « الجذر التربيعي للعدد 8 » ويرمز إليه بالرمز $\sqrt{8}$.

تحقق من فهمك

① اكتب الجذور التربيعية للأعداد 196 ، 64 ، 1 ، 0 ، 5 .

② أرض مربعة الشكل مساحتها 225 احسب طول ضلعها.

③ احسب ناتج كل من الأعداد الآتية: ① $\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{32}}$ ② $\left(\sqrt{5}\right)^6$ ③ $\sqrt{(3)^6 \times (5)^4}$

تدرب

① احسب **طول ضلع مربع مساحته** $1\ \text{cm}^2$ ؟ ② $4\ \text{cm}^2$ ؟ ③ $36\ \text{cm}^2$ ؟

② **بسط الجذور الآتية:** $\sqrt{75}$ ، $\sqrt{32}$ ، $\sqrt{108}$

③ **مساحةُ مربعٍ تساوي** $30\ \text{cm}^2$ **ويرمز** S **إلى طول ضلعه مقاساً بالسنتمترات.**

1. هل S عدد صحيح ؟

2. احصر S بين عددين صحيحين متتالين.

3. استخدم آلتك الحاسبة لحساب S مقرباً لأقرب جزء من مئة.

تمرينات ومسائل

1 في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.

❶ 10^{-4} يساوي ① $0.000\,1$ ② $-10\,000$ ③ $0.000\,01$

❷ $\frac{1}{10^7}$ يساوي ① -10^7 ② 10^{-7} ③ $0.000\,000\,01$

❸ الصيغة المعيارية للعدد 385.2 هي:

① 3.852×10^{2} ② 3.852×10^{-2} ③ $0.385\,2\times10^{3}$

❹ الصيغة المعيارية للعدد $0.003\,5$ هي:

① 3.5×10^{-4} ② 35×10^{-4} ③ 3.5×10^{-3}

❺ $10^{6}\times10^{-2}$ يساوي ① 10^{8} ② 10^{4} ③ 10^{14}

❻ $\frac{10^5}{10^9}$ يساوي ① 10^{-4} ② 10^{4} ③ 10^{14}

❼ $\frac{3\times10^{4}\times12\times10^{2}}{2\times10^{3}}$ يساوي ① 1.8^{3} ② $(18\times10)^{3}$ ③ 1.8×10^{4}

❽ 3.25×10^{7} يكتب أيضاً:

① 325×10^{6} ② 32.5×10^{6} ③ 0.325×10^{6}

❾ $\frac{3^{2}\times3^{5}}{3^{4}}=\dots$ يساوي ① $\frac{1}{2}\times3^{5}$ ② 3^{3} ③ 3^{6}

❿ مساحة مربع تساوي $35\ \text{m}^2$، طول ضلعه بالأمتار مقرباً إلى أقرب جزء من مئة يساوي:

① 5.91 ② 5.92 ③ 17.50

2 قلْ إنْ كنت موافقاً أو غير موافق على كلٍ من التأكيدات التالية. علّلْ إجابتك.

❶ تقسيم عدد على مليون يؤول إلى ضربه بالعدد 10^6.	❻ -7^{-2} هو مقلوب -7^2.
❷ يتألف العدد 21.75×10^{14} من 12 رقماً.	❼ نصف $2^{2\,002}$ هو $2^{1\,001}$.
❸ $7\times10^{3}+4\times10^{5}$ يساوي 11×10^{8}.	❽ $2+2^{-1}$ يساوي 2^0.
❹ تقدير للعدد $78\,000\,000$ هو 8×10^{6}.	❾ مكعب $2x$ هو $2x^3$.
❺ $33+3\times5^{2}$ يساوي $2^{3}\times3^{3}$.	❿ $-(-5)^{3}$ عددٌ سالب.

3 من الأرقام إلى الحروف

مثال: 10^{2} يكتب **مئة**. على غرار المثال السابق، عبّر كتابةً عن كلٍ من الأعداد التالية:

1. ① 10^{7} ② 10^{3} ③ 10^{0}

2. ① 10^{-4} ② 10^{-2} ③ 10^{-8}

3. ① 5×10^{6} ② 2×10^{8} ③ 3×10^{-9}

4 أعداد كبيرة

مثال: 370 000 000 يكتب، على سبيل المثال، $37\times10\,000\,000$، أي 37×10^{7}

على غرار المثال السابق، عبّر عن كلٍ من الأعداد التالية بصيغتين أخريين:

1. ① 120 000 ② 574 000 000 ③ 9 000 000 000

2. ① 5×10^{6} ② 15×10^{10} ③ 3.4×10^{8}

5 يحتوي جسم الإنسان على:

- 3 ملايين شعرة في رأسه بدءاً من ولادته حتى مماته.
- 14 مليار خلية عصبية عائشة في دماغه.
- 4 ملايين سنتيمتر مربع من الأمعاء للقيام بمهمة تغذيته.
- بحدود 3 مليارات نبضة قلبية تسمح له بالحياة.

اكتب كلاً من الأعداد السابقة بصيغةٍ تظهر فيها قوةٌ للعدد 10.

6 أعداد صغيرة

مثال: يُكتب العدد 0.000 84، على سبيل المثال، بالشكل $84\times0.000\,01$، أو 84×10^{-5}

على غرار المثال السابق، عبّر عن كلٍ من الأعداد التالية بصيغتين أخريين:

1. ① 0.19 ② 0.005 37 ③ 0.034

2. ① 3×10^{-9} ② 2.5×10^{-5} ③ 128×10^{-6}

7 يقدّر العلماء الفيزيائيون عمر الكون بحدود 15 مليار سنة.

باستعمال آلتك الحاسبة، احسب العمر المقدر للكون بالثواني.

8 احسب ناتج كلٍ من $A=(-6\times3)^{2}$ و $B=-6\times3^{2}$

9 انسخ وأكمل كل مساواة فيما يلي:

① $121.85 \times 10^{\cdots} = 12\ 785$ ② $46.147 \times 10^{\cdots} = 46\ 147$

③ $0.04 \times 10^{\cdots} = 4\ 000$ ④ $10^{\cdots} \times 0.027 = 2.7$

⑤ $10^{3} \times \cdots = 6\ 000$ ⑥ $10^{-2} \times \cdots = 3.14$

⑦ $10^{4} \times \cdots = 17.5$ ⑧ $10^{-1} \times \cdots = 47.68$

10 اكتب كل ناتج بالصيغة 10^{p}.

① $10^{17} \times 10$ ② 10×10^{-3} ③ $10^{-8} \times 10^{8} \times 10^{-5}$

④ $\dfrac{10^{2}}{10^{-4}}$ ⑤ $\left(10^{-2}\right)^{4}$ ⑥ $\dfrac{1}{10^{4}} \times 10^{-7}$

11 انسخ ثم أكمل كل مساواةٍ آتية:

① $10^{5} \times 10^{\cdots} = 10^{9}$ ② $10^{7} \times 10^{\cdots} = 10^{3}$

③ $10^{-3} \times 10^{\cdots} = 10^{6}$ ④ $10^{\cdots} \times 10^{-5} = 10^{-12}$

12 انسخ ثم أكمل كل مساواةٍ آتية:

① $\dfrac{10^{3}}{10^{\cdots}} = 10^{3}$ ② $\dfrac{10^{\cdots}}{10^{4}} = 10^{2}$ ③ $\dfrac{10^{3}}{10^{\cdots}} = 10^{-2}$ ④ $\dfrac{10^{\cdots}}{10^{5}} = 10^{-9}$

13 اكتب كل ناتج مما يلي بصيغة قوة واحدة للعدد 10.

① $\dfrac{10^{3} \times 10^{-6}}{10^{4}}$ ② $\dfrac{10^{-5} \times 10^{2}}{10^{-7}}$ ③ $\dfrac{10^{3} \times 10^{-9}}{10^{2} \times 10^{-4}}$

14 احسب $C = 4x^{2} - 5x + 2.7$ عند $x = -3$.

15 **1.** اكتب $5\ 831 \times 10^{7}$ بالصيغة $a \times 10^{11}$.

2. أوجد الصيغة المعيارية للعدد 0.061×10^{-17}.

16 اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالصيغة المعيارية:

① $3\ 400 \times 10^{-5}$ ② $3 \times 10^{6} \times 6 \times 10^{-4}$

③ $21.5 \times 10^{-3} \times 3 \times 10^{4}$ ④ $9.2 \times 10^{-1} \times 4.3 \times 10^{-5}$

17 احسب ناتج كلٍ من العددين التاليين واكتبه بالصيغة $a \times 10^{p}$.

① $A = \dfrac{0.25 \times 10^{9} \times 8 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-5}}$ ② $B = 5.7 \times 10^{-7} \times 1\,200 \times 10^{-10}$

18 احسب ناتج كل عدد واكتبه بالصيغة المعيارية.

① ① $12 \times 10^{7} \times 15 \times 10^{4}$ ② $12 \times 10^{7} + 15 \times 10^{4}$

② ① $8.3 \times 10^{4} \times 135.2 \times 10^{4}$ ② $591 \times 10^{8} + 2.8 \times 10^{8} - 0.05 \times 10^{12}$

③ ① $\dfrac{45 \times 10^{6}}{9 \times 10^{3}}$ ② $\dfrac{18 \times 10^{4} \times 5 \times 10^{-7}}{4 \times 10^{-3} \times 0.9 \times 10^{10}}$

④ ① $\dfrac{49 \times 10^{-3}}{28 \times 10^{-5}}$ ② $49 \times 10^{-3} + 28 \times 10^{-5}$

19 في كل حالة تالية، احسب ناتجي العددين ثم قارن بينهما:

① -2^{3} ثم $(-2)^{3}$ ② -2^{4} ثم $(-2)^{4}$

③ $3^{2} + 3^{2}$ ثم 3^{4} ④ $5^{2} + 5^{2}$ ثم 10^{2}

20 احسب ناتج كلٍ مما يلي:

① $5 \times 2^{2} - 3 \times 8$ ② $5\left(2^{2} - 3 \times 8\right)$ ③ $5 \times \left(2^{2} - 3\right) \times 8$ ④ $\left(5 \times 2^{2} - 3\right) \times 8$

21 احسب ناتج كلٍ مما يلي:

① $3 \times 4^{2} + 5$ ② $(3 \times 4)^{2} + 5$ ③ $3 \times \left(4^{2} + 5\right)$ ④ $\left(3 \times (-4)^{2}\right) + 5$

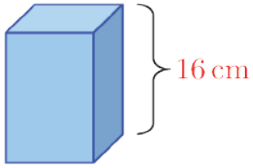
22 احسب ناتج كلٍ مما يلي:

① $3(5-7)^{2} + \left(2^{3}\right)^{2}$ ② $3 \times 5 - 7^{2} + \left(2^{3}\right)^{2}$ ③ $3 \times \left(5 - 7 + 2^{3}\right)^{2}$

23 يقدَّر عمر الأرض بحوالي 454×10^{7} سنة.

كم مليوناً من السنوات عمر الأرض ؟ اكتبه بالصيغة المعيارية

24 متوازي مستطيلات قائم، قاعدته مربع.



ارتفاعه يساوي 16 cm وحجمه يساوي $1\,550\ \text{cm}^3$.

احسب القيمة التقريبية لطول ضلع قاعدة الشكل لأقرب جزء من مئة.

لإحراز تقدم

25 عمليات على قوى العدد 10

لحساب $10^n \times 10^m$ نجمع الأسس، أي $10^n \times 10^m = 10^{n+m}$.

مثال: $10^3 \times 10^2 = 10^{3+2} = 10^5$

لحساب $10^n \div 10^m$ نطرح الأسس، أي $10^n \div 10^m = 10^{n-m}$.

مثال: $10^5 \div 10^2 = 10^{5-2} = 10^3$

لحساب $\left(10^n\right)^m$ نضرب الأسس، أي $\left(10^n\right)^m = 10^{n \times m}$.

مثال: $\left(10^4\right)^2 = 10^{4 \times 2} = 10^8$

احسب ناتج كلٍ مما يلي ثم اكتبه بالشكل 10^n

① $10^{15} \times 10^{-1} \times 10^3$ ② $\left(10^2\right)^4 \times 10^{-3}$ ③ $\dfrac{10^3}{10^2 \times 10^{-7}}$ ④ $\dfrac{\left(10^3\right)^2}{\left(10^{-1}\right)^4}$

26 تغيير كتابة عدد

مثال: لكتابة 189×10^7 بالصيغة $a \times 10^8$، نتصرف كالآتي:

$$189 \times 10^7 = \frac{189}{10} \times 10^7 \times 10 = 18.9 \times 10^8$$

تصرف بطريقة مماثلة لما ورد في المثال السابق.

1. اكتب 489×10^7 بالصيغة $a \times 10^5$.

2. اكتب 67×10^4 بالصيغة $b \times 10^7$.

3. اكتب 128×10^{-5} بالصيغة 1.28×10^n.

27 الكتابة بالصيغة المعيارية

مثال: $45 \times 10^8 = 4.5 \times 10 \times 10^8 = 4.5 \times 10^9$

كتبنا 45 بالصيغة $a \times 10^n$، حيث a عدد صحيح مغاير للصفر ذو منزلة واحدة.

تصرف بطريقة مماثلة لما ورد في المثال السابق لكتابة كلٍ من الأعداد الآتية بالصيغة المعيارية:

① 347 ② 0.004 7 ③ 68.5

④ 936×10^4 ⑤ 0.024×10^{-2} ⑥ 53.18×10^{-3}

28 جمع وطرح قوى العدد 10

لجمع أو طرح عددين بالصيغة $a\times10^{p}$ و $b\times10^{q}$، نكتبهما بقوتين متساويتين للعدد 10.

مثال:

$$2\times10^{3}+4\times10^{4}=\frac{2}{10}\times10\times10^{3}+4\times10^{4}=0.2\times10^{4}+4\times10^{4}$$
$$=(0.2+4)\times10^{4}=4.2\times10^{4}$$

1. انسخ وأكمل:

$$2\times10^{5}+3\times10^{8}=\cdots\times10^{8}+3\times10^{8}=(\cdots+3)\times10^{8}=\cdots\times10^{8}$$

2. اكتب كلاً من الأعداد الآتية بالصيغة $a\times10^{p}$:

① $4\times10^{22}-3\times10^{18}$ ② $5\times10^{-3}+6\times10^{-5}$

③ $10^{17}-2\times10^{15}+3\times10^{13}-4\times10^{11}$

29 تعلم الكتابة

اقرأ نص السؤال، ثم اقرأ حل الطالب. بعد ذلك، أجب عن السؤال آخذاً بالاعتبار مُجمل الملاحظات حول حل الطالب.

النص :

$$A=\frac{5\times10^{-3}\times12\times10^{4}}{3\times10^{5}}\quad\text{و}\quad B=\left(\frac{3}{4}\right)^{2}-\frac{9}{5}$$

1. احسب العدد A وأعطِه الصيغة المعيارية.

2. اكتب B بصيغة كسر.

حل الطالب:

1. $A=\dfrac{0.005\times12\,0000}{3\,00000}=0.002$

ملاحظات المصحح:

① عند كتابة $\dfrac{0.005\times12\,0000}{3\,00000}$ لم تستعمل قواعد العمليات على قوى العدد.

② الصيغة 0.002 ليست معيارية.

$B=-\dfrac{99}{80}$ عليك أن تنجز الحل بالتفصيل.

2

30 تحويلات

استعمل قوى العدد 10 لإنجاز التحويلات الآتية:

1. ① $1\ \text{mm} = \cdots \text{m}$ ② $1\ \text{km} = \cdots \text{m}$

(m : متر ، mm : ميليمتر ، km : كيلومتر)

2. ① $1000\ \text{t} = \cdots \text{dag}$ ② $1\ \text{mg} = \cdots \text{kg}$

(t : طن ، dag : ديكاغرام ، mg : ميليغرام ، kg : كيلوغرام)

3. ① $10\ \text{m}^2 = \cdots \text{km}^2$ ② $1\ \text{mm}^2 = \cdots \text{m}^2$

③ $10\ \text{cm}^2 = \cdots \text{dm}^2$ ④ $1000\ \text{mm}^2 = \cdots \text{cm}^2$

4. ① $462\ \text{km}^3 = \cdots \text{m}^3$ ② $23.7\ \text{dm}^3 = \cdots \text{L}$

31 تبسيط الكتابة

يرمز x إلى عددٍ غير معدوم. اكتب كلاً من الأعداد الآتية، في كل حالة، بأبسط ما يمكن:

1. ① $x^3 \times x^4$ ② $x^2 \times x^{-3}$ ③ $x^{-2} \times x^{-3}$

2. ① $\dfrac{x^5}{x^3}$ ② $\dfrac{x^2}{x^5}$ ③ $\dfrac{x^{-3}}{x^4}$

3. ① $\left(x^5\right)^2$ ② $\left(-5x\right)^2$ ③ $\left(3x^2\right)^3$

32 مساحة وحجم

1. كم يبلغ طول ضلع مربع مساحته $15^{10}\ \text{cm}^2$ ؟

2. كم يبلغ طول حرف مكعب حجمه $7^{15}\ \text{cm}^3$ ؟

3. كم يبلغ مجموع أطوال أحرف مكعب حجمه $12^{21}\ \text{cm}^3$ ؟

33 مساحة ومعادلة

ليكن ABC مثلثاً قائم الزاوية في A ، عُلِمَ أنَّ $AC = 2AB$. نرمز بالرمز x إلى طول الضلع $[AB]$ بالسنتيمترات.

1. احسب، بدلالة x ، مساحة المثلث ABC .

2. عند أية قيمة للرمز x تكون مساحة المثلث $64\ \text{cm}^2$ ؟

34 أجهزة دقيقة.

• ميزان إلكتروني، يزِن بدقة $0.000\ 000\ 01$ غرام.

• ساعة حائط إلكترونية، ارتيابها السنوي $0.000\ 000\ 000\ 6$.

اكتب كلاً من العددين السابقين مع قوةٍ للعدد 10.

35 انسخ وأكمل كل مساواة فيما يلي:

① $5 \times 10^{\cdots} = 0.000\ 5$ ② $37.6 \times 10^{\cdots} = 0.376$

③ $1\ 492.7 \times 10^{\cdots} = 1.4927$ ④ $0.031 \times 10^{\cdots} = 0.003\ 1$

36 كتلة قنبلة هيدروجينية هي بحدود 1.66×10^{-12} kg.

باستعمال آلتك الحاسبة، احسب قيمةً تقريبية لعدد القنابل في غرامٍ واحد من الهيدروجين.

37 1. اكتب 0.057×10^{-5} بالصيغة $a \times 10^{7}$.

2. أوجد الصيغة المعيارية للعدد $2\ 532 \times 10^{20}$.

38 في الفضاء:

يقطع الصوت متراً واحداً بحدود 3×10^{-3} ثانية. وينفذ حاسبٌ عمليةً واحدة بحدود 3×10^{-9} ثانية.

1. اكتب كلاً من الزمنين السابقين بالصيغة العَشْرية.

2. عبِّر عن كلٍ من الزمنين السابقين كتابةً.

39 استعمل آلتك الحاسبة لحساب ناتج العملية وكتابته بالصيغة $a \times 10^{p}$:

① ① $3.2 \times 10^{15} + 571 \times 10^{13}$ ② $3.2 \times 10^{15} \times 571 \times 10^{13}$

② ① $934 \times 10^{-17} - 6.34 \times 10^{-15}$ ② $0.015\ 2 \times 10^{-8} \div \left(8 \times 10^{-3}\right)$

الوحدة الثالثة
الحساب بالرموز

1. نظير المجموع ونظير الفرق.
2. حذف الأقواس.
3. اختزال عبارة رمزية.
4. نشر $(a+b)(c+d)$.
5. اختبار مساواة رمزية.

انطلاقة نشطة

معنى الكلمات:

- الحساب الرمزي يعني أن نعمل مع العبارات التي تحوي الحروف $x, y, a, b, \ldots$
- كل حرف من تلك الحروف يرمز إلى عدد (أسميناه رمزاً)

في كلٍ مما يلي، هناك واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ مقترحة صحيحة، أشر إليها:

① في حالة $x = 3$، قيمة العبارة $5x - 1$ تساوي

① 7 ② 10 ③ 14

② في حالة $x = 5$، قيمة العبارة $-3x + 7$ تساوي

① $2(x - 9)$ ② $2x - 9$ ③ $2(9 - x)$

③ جُمعَ العدد 2 مع جداء ضرب x بالعدد 4 فكان الناتج

① $(2 + 4)x$ ② $2(4 + x)$ ③ $2 + 4x$

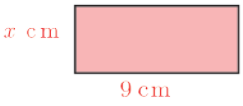
④ ضُربَ العدد 2 بمجموع العددين x و 4 فكان الناتج

① $(2 + 4)x$ ② $2(4 + x)$ ③ $2 + 4x$

⑤ يعطى محيط المستطيل المرسوم جانباً بالصيغة

① $2x + 9$ ② $2(x + 9)$ ③ $2 \times 9 + x$

⑥ تُعطى مساحة سطح هذا المستطيل بالصيغة .



① $x + 9$ ② $2 \times 9 \times x$ ③ $9x$

⑦ يرمز x إلى عدد. الصيغة المختزلة للعبارة $5x + x$ هي

① $5x$ ② $6x$ ③ $5x^2$

⑧ يرمز a إلى عدد. الصيغة المختزلة للعبارة $5a - a$ هي .....

① 5 ② $5 - 2a$ ③ $4a$

⑨ يرمز z إلى عدد. بعد نشر الجداء $7(z + 2)$ نحصل على .....

① $7z + 2$ ② $7z + 14$ ③ $z + 14$

1 نظير المجموع ونظير الفرق.

نشاط « التخمين وإيجاد النظير »

1. انسخ وأكمل الجدول التالي:

a	b	$a+b$	$a-b$	$-(a+b)$	$-(a-b)$	$-a-b$	$-a+b$
2	1						
-1	-2						
-5	3						
-2	8						

2. ما نظير $a+b$ ؟ وما نظير $a-b$ ؟

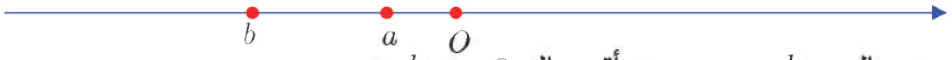
3. ارسم كلاً من الأشكال التالية، ووضِّعْ على المستقيم الموجه، مستعيناً بالفرجار:

$a+b$ و a و $-b$ و $-(a+b)$ و $-a-b$

① a و b موجبان:

يمكن تذكُّر أنَّ $-a-b$ يساوي $-a+(-b)$ وأن نظير المجموع هو مجموع النظيرين.

② a و b سالبان:



③ a سالب و b موجب و a أقرب إلى O من b :

④ a سالب و b موجب و a أبعد عن O من b :

طرح عدد b من آخر a هو مجموع a ونظير b.

باستعمال المعلومة السابقة، يكون $a-b$ هو $a+(-b)$. وباستعمال نظير المجموع، يكون نظير $a-b$ هو نظير $a+(-b)$، فهو $-a+b$.

أي أنَّ $-(a-b)=-a+b$

تعلم

فيما يلي ترمز a و b و c و d و x إلى أعداد صحيحة.

خواص:

- نظير المجموع $a+b$ هو مجموع نظيري a و b، أي $-(a+b)=(-a)+(-b)=-a-b$
- نظير الفرق $a-b$ هو مجموع b و نظير a، أي $-(a-b)=(-a)+(b)=-a+b$

مثال اكتب نظير كل عبارة: ① $x+2$ ② $9-6x$ ③ $3x^2-5x$ ④ $a+b+c$

الحل:

نظير $x+2$ هو: $-(x+2)=-x-2$

نظير $9-6x$ هو: $-(9-6x)=-9+6x$

نظير $3x^2-5x$ هو: $-(3x^2-5x)=-3x^2+5x$

نظير $a+b+c$ هو: $-((a+b)+c)=-(a+b)-c=-a-b-c$

مثال $A=a-b-c$ و $B=-a+b+c$. احسب A و B في حالة:

$a=4$ و $b=7$ و $c=-5$ ماذا تستنتج؟

الحل:

نعوض قيمة الرموز a و b و c :

$A=4-7-(+5)=-3-(+5)=-3-5=-8$

$B=-4+7+(-5)=3+(+5)=3+5=8$

بالموازنة بين A و B نجد أن $A=-B$ ومنه نستنتج أن نظير A هو B

تحقق من فهمك

① اكتب كلاً من العبارات التالية دون أقواس:

$-(x+2)$ ① $\quad -(5+2a)$ ② $\quad -(3+x)$ ③

$-(5-x)$ ④ $\quad -(7-2y)$ ⑤ $\quad -(-6-4x)$ ⑥

② إذا كان $A = a-b-c$ و $B = -a+b+c$

1. احسب A و B في حالة: $a=-3$ و $b=-4$ و $c=9$

2. ماذا تستنتج من السؤال 1 ؟

3. اختر قيمة للرمز a وقيمةً للرمز b وقيمةً للرمز c، هل النتيجة السابقة مؤكدة ؟

تدرب

① اكتب نظير كل عبارة:

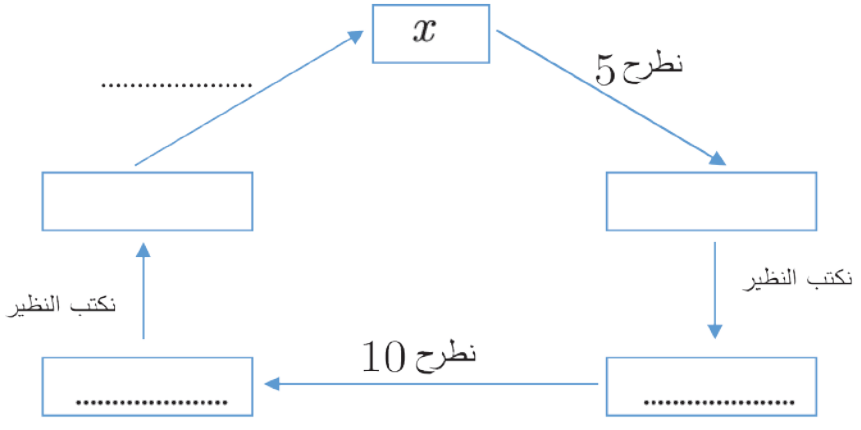
$5+a$ ① $\quad 7+3x$ ② $\quad 4a+9$ ③ $\quad x^2+2x+4$ ④

② $A = 13+29-74+56$ و $B = -13-29+74-56$

1. احسب قيمة A .

2. احسب قيمة B دون إجراء عمليات الحساب شارحاً ما قمت به.

③ انسخ وأكمل المخطط التالي بوضع العبارة المناسب في كل مستطيل وملء الفراغات في كل انتقال:



2 حذف الأقواس.

نشاط « بيان معنى حذف الأقواس »

1. موقف أول: لدى ماهر 1250 ليرة سورية. ليربح مبلغاً إضافياً ساعد والدته في أعمال المطبخ، فكافأته أمه بمبلغ 350 ليرة سورية. اشترى ماهر مما معه كتاباً بمبلغ 225 ليرة سورية.

موقف ثان: لدى سلمى 1250 ليرة سورية. اشترت مما معها هديةً لصديقتها بمبلغ 350 ليرة سورية وكتاباً بمبلغ 225 ليرة سورية.

1. اثنتان فقط من العبارات التالية تسمحان بحساب رصيد ماهر. أشِرْ إليهما.

① $1250+350-225$ ② $1250-350+225$

③ $1250-350-225$ ④ $1250+(350-225)$

2. اكتب عبارتين مختلفتين تسمح كلّ منهما بحساب رصيد سلمى.

3. احسب الرصيد الجديد لكلٍ من ماهر وسلمى.

2. ترمز a و b و c إلى ثلاثة أعداد.

1. اكتب $a+(b+c)$ بدون أقواس.

2. اكتب $a+(b-c)$ بدون أقواس مستخدماً $b-c=b+(-c)$.

3. اكتب $a-(b+c)$ و $a-(b-c)$ بدون أقواس مستخدماً نظير المجموع ونظير الفرق.

تعلم

أقواس مسبوقة بالإشارة +

في نسق من عمليات الجمع والطرح، يمكن حذف الأقواس المسبوقة بالإشارة + دون تغيير محتويات هذه الأقواس.

- $a+(b+c)=a+b+c$ ؛ b يكتب $+b$.
- $a+(-b+c)=a-b+c$ ؛ $+(-b)$ يكتب $-b$.
- $(a+b)-c=a+b+c$ ؛ إشارة $(a+b)$ هي + ضمناً.

أقواس مسبوقة بالإشارة -

لطرح $(a+b)$ أو $(a-b)$ من c، نجمع نظير $(a+b)$ أي $-a-b$ أو نظير $(a-b)$ أي $-a+b$ مع c.

- $c-(a+b)=c-a-b$ ؛ $-a-b$ هو نظير $a+b$.
- $c-(a-b)=c-a+b$ ؛ $-a+b$ هو نظير $a-b$.
- $c-(-a+b)=c+a-b$ ؛ $+a-b$ هو نظير $-a+b$.

حذف أقواس مسبوقة بإشارة:

مثال لحذف الأقواس في العبارة $3-(2x-5+x^2)$، نكتب:

$$3-(2x-5+x^2)=3+(-2x+5-x^2)=3-2x+5-x^2$$

تحقق من فهمك

① اكتب كل عبارة دون أقواس ثم احسب الناتج:

① $-\frac{1}{2}+\left(-\frac{9}{2}-2\right)+\frac{3}{4}$ ② $-\frac{5}{3}-\left(1+\frac{4}{3}+4\right)$

② لدينا العبارة $A=5x-(x^2+1-x)$

① اكتب A دون أقواس.

② اختبر المساواة التي حصلت عليها بوضع $x=1$.

تدرب

① **اكتب كل عبارة دون أقواس ثم احسب الناتج:**

① $(5-7+4)-(2-3+4)$ ② $(0.3-6)+(5-2.1)-(2.9-7)$

③ $(340-534)-(66-600)$ ④ $(2\,872+324)-(-128+324)$

⑤ $\frac{1}{3}-\left(\frac{1}{2}+\frac{2}{3}\right)+\frac{1}{2}$ ⑥ $-\left(\frac{3}{4}-\frac{4}{5}\right)+\frac{1}{5}$

② **1.** أي من العبارات التالية هو ناتج $A=-(a-b)-(c-d)$ دون أقواس ؟

① $-a+b-c+d$ ② $-a-b-c-d$ ③ $-a-b+c-d$

2. تحقق من إجابتك بوضع $a=3$ و $b=5$ و $c=2$ و $d=4$

③ لدينا العبارة $B=-(2x+5)+(x-3)$

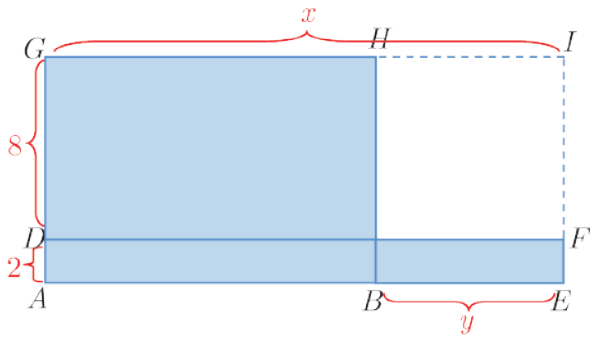
① اكتب B دون أقواس.

② اختبر المساواة التي حصلت عليها بوضع $x=1$.

③ أجب عن السؤال السابق للعبارة: $C=(x-1)-(7x+3)$

3 اختزال عبارة رمزية.

نشاط « استخدام الحساب الرمزي »



في الشكل المرسوم، السطح الملون بالأزرق مكون من مستطيلات مختلفة. طلب مدرّس من تلاميذه أن يعبروا عن مساحة السطح الملون بدلالة x و y. فطُرحت أربع إجابات مختلفة:

① $8(x-y)+2x$ ② $10x-8y$

③ $2(x+y)+8x$ ④ $10(x-y)+2y$

1. أوجد، مستعيناً بالشكل، الإجابات الصحيحة من تلك التي عُرضت. تحقق بعدئذٍ بالحساب.

2. احسب مساحة السطح الملون: في حالة $x=33$ و $y=12$

تعلم

اختزال عبارة رمزية، هي كتابة العبارة بأقل عدد من الحدود.

مثال اختزل العبارة $A=3x^2+x-\left(x^2+3x-1\right)$

$$A=3x^2+x-\left(x^2+3x-1\right)=3x^2+x-x^2-3x+1$$
$$=3x^2-x^2+x-3x+1=(3-1)x^2+(1-3)x+1$$
$$=2x^2(-2)x+1=2x^2-2x+1$$

في الخطوة الثالثة جمَّعنا الحدود التي تحوي x^2 على حدتها والتي تحوي x على حدتها.

مثال لإنجاز جداء ضرب الحدين $3a$ و $-5b$:

- نجري ضرب العددين 3 و -5، ثم ضرب الرمزين a و b.
- $3a\times(-5b)=3\times(-5)\times a\times b=-15ab$

انسخ وأكمل جدول الضرب التالي:

$\times$	3	6	$5x$	$-4a$
7				
$9a$				
$-5x$				
$2x^2$				

تحقق من فهمك

① اختزل كلاً من العبارات التالية:

① $\frac{2}{3}a \times (-6a)$ ② $5x^2 - 4x + 7 - 3x^2 - 9x - 11$

② لدينا العبارة $B = x(-x+3) - 3(x^2 + 2x)$

1. انشر ثم اختزل B.

2. احسب قيمة B في كلٍ من الحالات التالية: ① $x = -1$ ② $x = 2$ ③ $x = -1.5$

تدرب

① اختزل كلاً من العبارات التالية:

① $2x \times 7$ ② $-5y \times (-2)$ ③ $4x \times (-5)$

④ $-5x \times 9a$ ⑤ $-2x + 3 - 9x - 4 + 3x$ ⑥ $5b \times (-2b)$

⑦ $\frac{3}{4}x \times 2x$ ⑧ $3x - 5 + 4x - 13 - 9x$ ⑨ $-3x \times x$

② احذف الأقواس ثم اختزل ناتج كل عبارة

① $25 - (2a - 3)$ ② $-(x-8) + (6x-1) - (7-x)$

③ $-(a+3b) + (b-2a)$ ④ $(x^2 - 5x) + (2x^2 + 7x - 8)$

⑤ $(5+x) - (7x-5)$ ⑥ $(x^2 - 5x - 4) - (-4x^2 + 7x + 5)$

⑦ $3a - (-2a + 7)$ ⑧ $\left(\frac{3}{4}a^2 + \frac{2}{3}a - 4\right) - \left(\frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{3}a + 3\right)$

③ ليكن $A = 4(2x-1)$ و $B = 2(-3x+4)$

1. انشر A ثم B.

2. اختزل كلاً من $A + B$ و $A - B$.

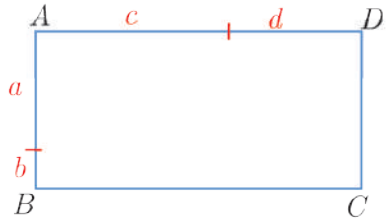
④ ليكن $Z = 3(5x-1) - 4(-2x+3)$

1. انشر ثم اختزل Z.

2. احسب قيمة Z في كلٍ من الحالات التالية: ① $x = 0$ ② $x = -1$ ③ $x = \frac{15}{23}$

4 نشر $(a+b)(c+d)$.

نشاط « إعطاء هذا النشر معنىً هندسياً »



1. نشرٌ (هندسي)

تُكتب مساحة سطح المستطيل المرسوم جانباً بالعبارة:

$(a+b)(c+d)$

1. اقسم هذا المستطيل إلى أربعة مستطيلات، ثم اكتب مساحته بصيغةٍ أخرى.

2. انسخ وأكمل: $(a+b)(c+d) = \cdots\cdots + \cdots\cdots + \cdots\cdots + \cdots\cdots$

2. إثبات

a و b و c و d و k ترمز إلى أعداد صحيحة.

1. انشر الجداء $(a+b)k$.

2. استخدم النشر السابق لشرح كيفية الحصول على المساواة التالية:

$(a+b)(c+d) = a(c+d) + b(c+d)$

3. أكمل النشر واكتب $(a+b)(c+d)$ بشكل مجموع أربعة حدود.

تعلم

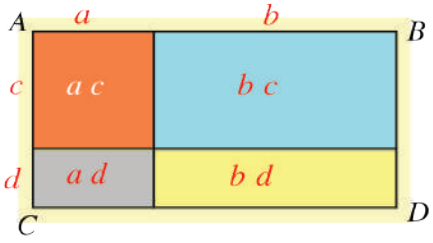
نشر $(a+b)(c+d)$

$$(a+b)\times(c+d) = \underbrace{a\times(c+d)} + \underbrace{b\times(c+d)}$$
$$= a\times c + a\times d + b\times c + b\times d$$
$$= ac + ad + bc + bd$$

توضيح هندسي

في الشكل المرافق:

مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي مجموع مساحات المستطيلات الأربعة الملونة.



المساواة السابقة صحيحة عند جميع قيم a و b و c و d. نقول إنها **مطابقة**.

مثال نشر واختصار $(x+5)(2x+1)$

$$(x+5)(2x+1) = \underbrace{x(2x+1)}_{} + \underbrace{5(2x+1)}_{}$$
$$= \underbrace{x\times 2x}_{} + \underbrace{x\times 1}_{} + \underbrace{5\times 2x}_{} + \underbrace{5\times 1}_{}$$
$$= 2x^2 + (1+10)x + 5$$
$$= 2x^2 + 11x + 5$$

اكتسـاب معـارف

كيف ننشر عبارة من الصيغة $a-b(c+d)$؟

مثال يرمز x إلى عدد. انشر ثم أنجز ناتج $A = 2-3(x+5)$.

لنشر عبارة من هذه الصيغة، نطبق قاعدة الأولويات في العمليات.

الحل

للضرب أولوية على الطرح، فننشر بدايةً $3(x+5)$.

$$A = 2-3(x+5) = 2-(3\times x+3\times 5)$$

والقوس مسبوق بالإشارة $-$، فيجب إنجاز عمليتي الضرب داخل القوسين.

$$A = 2-(3x+15)$$

نحذف الأقواس: $A = 2-3x-15$

ننجز اختزال العبارة: $A = -3x+2-15 = -3x-13$.

كيف ننشر عبارة من الصيغة $(a-b)(c+d)$؟

مثال يرمز x إلى عدد، و $A = (x-2)(2x+5)$ انشر العبارة A ثم اختزله .

الحل

نبدأ بالنشر وفق $(a-b)k = ak-bk$

$$A = (x-2)(2x+5) = x(2x+5)-2(2x+5)$$

ننشر كل حد وفق $k(a+b) = ka+kb$

$$A = (x\times 2x + x\times 5)-(2\times 2x+2\times 5) = (2x^2+5x)-(4x+10)$$

ننشر الحد الأول وفق $(a+b) = 1(a+b) = a+b$

والحد الثاني وفق $-(a+b) = -1(a+b) = -a-b$، فنحصل على:

$$A = 2x^2+5x-4x-10 = 2x^2+(5-4)x-10$$

ننشر $(5-4)x = 1\times x = x$ ، فنحصل على $A = 2x^2+x-10$

كيف ننشر عبارة من الصيغة $(a-b)(c-d)$؟

مثال يرمز x إلى عدد، و $A=(x-1)(x-2)$ انشر العبارة A ثم اختزله .

الحل

نبدأ بالنشر وفق $(a-b)k=ak-bk$

$$A=(x-1)(x-2)=x(x-2)-1(x-2)$$

ننشر كل حد وفق $k(a-b)=ka-kb$

$$A=(x\times x-x\times 2)-(1\times x-1\times -2)=(x^2-2x)-(x-2)$$

نستعمل فكرة أنَّ الطرح هو الجمع مع النظير، مع الأخذ بأنَّ نظير $x-2$ هو $-x+2$، فنحصل على:

$$A=(x\times x-x\times 2)-(1\times x-1\times -2)=(x^2-2x)+(-x+2)$$

ننشر الحد الأول وفق $(a-b)=1(a-b)=a-b$

والحد الثاني وفق $(-a+b)=1(-a+b)=-a+b$، فنحصل على:

$$A=x^2-2x-x+2=x^2+(-2-1)x+2$$

ننشر $(-2-1)x=-3\times x$ ، فنحصل على $A=2x^2-3x+2$

تحقق من فهمك

① انشر ثم اختزل كلاً من العبارتين $A=3x-2(3x-5)$ و $B=1-4x-5(7-3x)$

② **انشر ثم اختزل ناتج كل عبارة:** ① $(x+5)(x-3)$ ② $(3x-7)(2+x)$

③ $(5x-1)(2x-3)$ ④ $(4x-2)(5x-3)$

تدرب

① انشر ثم اختزل ناتج كل عبارة:

① $A=(x+3)(x+2)$ ② $B=(2x+1)(x+4)$

① $C=(5x+6)(2x+3)$ ② $D=(7x+55)(8+9x)$

① $E=\left(x+\frac{1}{3}\right)(x+2)$ ② $F=\left(\frac{1}{2}x+3\right)(x+2)$

② هي ذا خلاصة كتابة تلميذ لنشر العبارة $A=(x-6)(x+4)$:

$$A=(x-6)(x+4)=x^2\not=24$$

1. رغم الشطب، ناتج النشر خاطئ. لماذا؟

2. انشر ثم اختزل العبارة $A=(x-6)(3x+4)$.

③ انشر ثم اختزل ناتج كل عبارة:

① $(-x+6)(2x-3)$ ② $(4x+1)(-4x-1)$

① $\left(\frac{1}{3}x-4\right)(x-3)$ ② $\left(\frac{x}{2}+6\right)(8x-4)$

تذكر: $(a+b)^2=(a+b)\times(a+b)$ و $(a-b)^2=(a-b)\times(a-b)$

④ انشر ثم اختزل ناتج كل عبارة مما يأتي:

① $A=(x+1)^2$ ② $(2x-3)^2$

③ $(1+3x)^2$ ④ $(4-3x)^2$

⑤ ليكن $A=3x(2x-5)(x+2)$

1. A هو جداء ضرب الحد $3x$ بالعبارة $(2x-5)(x+2)$.

① تحقق من أنَّ $(2x-5)(x+2)$ يكتب $2x^2-x-10$.

② انشر ثم اختزل ناتج $3x(2x^2-x-10)$.

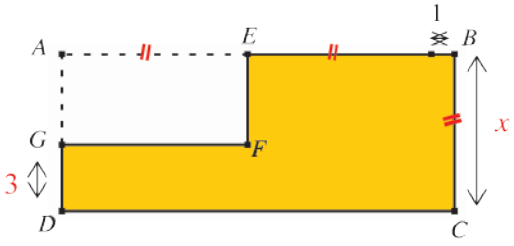
2. A هو أيضاً جداء ضرب العبارتين $3x(2x-5)$ و $(x+2)$.

① انشر $3x(2x-5)$.

② أكمل النشر واختزال A. (يجب الحصول على ناتج السؤال في الطلب الأول)

⑥ يرمز x إلى عددٍ أكبر من 3.

نرمز إلى مساحة السطح الملون بالرمز $\mathcal{A}$، ونعتزم التعبير عن $\mathcal{A}$ بدلالة x .



1. ① اشرح لماذا مساحة المستطيل $ABCD$ تساوي $x(2x+1)$ ؟ ولماذا مساحة المستطيل $AEFG$ تساوي $x(x-3)$ ؟

② بعد نشر العبارتين السابقين، اكتب $\mathcal{A}$ بدلالة x .

2. أثبت أنَّ $\mathcal{A}$ يكتب أيضاً بالصيغة $(x+1)(x-3)+3(2x+1)$. انشر ثم اختزل هذا العبارة.

5 اختبار مساواة رمزية.

نشاط « التحقق من مثال عكسي »

نشَرَ طالبٌ الجداء $(3x+1)(x+2)$ ثم اختزلَ الناتج فكتبَ:

$$(3x+1)(x+2) = 3x^2 + 6x + 2$$

1 اختبار أول

1. احسب قيمة كلٍ من $(3x+1)(x+2)$ و x^2+6x+2 عند $x=0$.

2. هل المساواة التي كتبها الطالب صحيحة عند $x=0$ ؟

2 اختبار ثان

1. احسب قيمة كلٍ من $(3x+1)(x+2)$ و x^2+6x+2 عند $x=1$.

2. هل المساواة التي كتبها الطالب صحيحة عند $x=1$ ؟

3. أمن الضروري أن يقوم الطالب باختبارٍ آخر ؟ ماذا تنصحه ؟

3 بدورك

1. انشر ثم اختزلْ العبارة $(3x+1)(x+2)$ **2.** اختبرْ المساواة التي حصلت عليها.

نبّه الطالب إلى أنَّ صحة المساواة بعددٍ من الاختبارات لا يعني صحتها أياً كانت قيمة x

تعلم

مثال نشرَ الطالب ثم اختزلَ. هو ذا ناتجه النهائي:

$$x^2 - 3x - (x + 2x^2) = 3x^2 - 4x$$

لكي يتحقق من صحة ناتجه، يمكنه إعطاء قيمةٍ للرمز x. لتكن $x=1$:

$$x^2 - 3x - (x + 2x^2) = 1 - 3 - (1 + 2) = -5 \quad \text{و} \quad 3x^2 - 4x = 3 - 4 = -1$$

فالمساواة التي كتبها الطالب **خاطئة**. ولا ضرورة لإعطاء x أية قيمةٍ أخرى.

يمكننا إذن استنتاج أن الطالب قد أخطأ، إما في النشر وإما في الاختزال. لكننا لا نعلم بالضبط أين الخطأ.

إنَّ حالة صحة المساواة عند كل قيمة جرّبت للرمز x، لا يبرر صحة النشر أو الاختزال (ولكن ذلك يزيدنا ثقةً بالتحقق من الناتج الذي وجدناه) .

اكتسـاب معـارف

كيف يتم حساب قيمة عبارة رمزية

مثال يرمز x إلى عدد، و $A=(x+1)(x+5)-6x$

1. انشر العبارة A ثم اختزله .

2. احسب قيمة A في حالة $x=-30$ بالتعويض في الصيغة الأكثر اختزالاً.

الحل

1. $A=(x+1)(x+5)-6x=x\times x+x\times 5+1\times x+1\times 5-6x$

$=x^2+5x+x-+5-6x=x^2+5x+x-6x+5$

$=x^2+(5+1-6)x+5$

ولما كان $(5+1-6)x=0\times x=0$، كان $A=x^2+5$.

2. حساب A عند $x=-30$، هو الأسهل عند التعويض في الصيغة المختزلة $A=x^2+5$:

$A=(-30)^2+5=900+5=905$

ثمة حالات يكون حساب القيمة العددية أسهل في الصيغة غير المختزلة، كما هي حالة:

$A=x^2+5(x-20)(x^2-x+5)$ عند $x=20$.

$(x-20)=0$، إذن $5(x-20)(x^2-x+5)=0$، وبالتالي

$A=(20)^2+0=400+0=400$.

تحقق من فهمك

① ليكن $Z=3(5x-1)-4(-2x+3)$

1. انشر ثم اختزل Z .

2. احسب قيمة Z في كلٍ من الحالات التالية:

① $x=0$ ② $x=-1$ ③ $x=\frac{15}{23}$

② ليكن $B=x(-x+3)-3(x^2+2x)$

1. انشر ثم اختزل B .

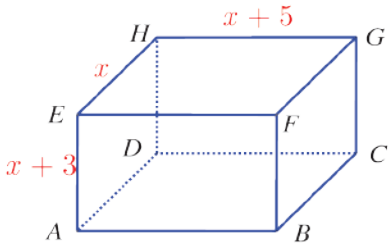
2. احسب قيمة B في كلٍ من الحالات التالية:

① $x=-1$ ② $x=2$ ③ $x=-1,5$

تدرب

① يرمز x إلى عددٍ موجب.

الشكل المرافق هو متوازي مستطيلات أُعطيت أبعاده الثلاثة بالسنتيمترات.



1. عبّرْ بدلالة x عن مساحة كل سطح من سطوحه.

انشر، ثم اختزل العبارات التي حصلت عليها.

2. عبّرْ بدلالة x عن مساحة السطح الكلي للأوجه الستة.

3. احسب هذه المساحة في حالة $x=5$.

② نعتزمُ التحقق من المساواة $(x+3)(x+4)=x^2+7x+12$.

1. أنجزَ حسان هذه المهمة كما يلي:

• حسبَ $(x+3)(x+4)$ عند $x=1$، فوجد:

$(x+3)(x+4)=(1+3)(1+4)=4\times5=20$.

• حسبَ $x^2+7x+12$ عند $x=1$، فوجد

$x^2+7x+12=1^2+7\times1+12=1+7+12=20$.

• كتب حسان: نستنتج أنَّ المساواة صحيحة.

هل أفلح حسان في المهمة ؟ علِّقْ على إنجازه.

2. أنجزَ وضاح هذه المهمة كما يلي:

$$(x+3)(x+4)=x(x+4)+3(x+4)=x\times x+x\times4+3\times x+3\times4$$
$$=x^2+4x+3x+12=x^2+(4+3)x+12=x^2+7x+12$$

هل أفلح وضاح في المهمة ؟

3. أنجزت لينا هذه المهمة كما يلي:

$$(x+3)\ (x+4)=x\times x+x\times4+3\times x+3\times4$$
$$=x^2+(4+3)x+12$$
$$=x^2+7x+12$$

هل أفلحت لينا في المهمة ؟ اشرح إنجازها.

تمرينات ومسائل

1 في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.

❶ العبارة $a+(b-2)$ تساوي:

① $a+b+2$ ② $a+b-2$ ③ $a-b+2$

❷ العبارة $9x^2-5x+7-3x^2-4$ تساوي:

① $6x^2-5x+3$ ② $13x^2-5x-4$ ③ x^2+3

❸ العبارة $x-(-3+x)+(x-7)$ تساوي:

① $3x-10$ ② $x-4$ ③ $x+4$

❹ عند $x=-2$، قيمة العبارة $3x^2-5x+4$ هي:

① 2 ② 6 ③ 26

❺ عند الانتقال من $(x-1)(5x-2)$ إلى $5x^2-7x+2$:

① نختزل ② ننشر ③ نحلّل

❻ عند الانتقال من $5x-2+2x-1$ إلى $7x-3$:

① نختزل ② ننشر ③ نحلّل

❼ العبارة $x(x-4)-5(x^2+2x)$ تساوي:

① $-4x^2+2x-4$ ② $6x^2-2x$ ③ $-4x^2-14x$

❽ العبارة $(2x-5)(x-4)$ تساوي:

① $3x-9$ ② $2x^2-13x+20$ ③ $2x^2+20$

❾ بعد نشر واختزال $2(y-4)+5y$، طرفا المساواة التي حصلنا عليها يأخذان القيمة ذاتها عند $y=3$، إذن نتيجة النشر والاختزال:

① صحيحة ② خاطئة ③ التحقق منها غير ممكن

❿ بعد نشر واختزال $(a+5)(5a-3)$، طرفا المساواة التي حصلنا عليها لا يأخذان القيمة ذاتها عند $a=-2$، إذن نتيجة النشر والاختزال:

① صحيحة ② خاطئة ③ التحقق منها غير ممكن

لإحراز تقدم

2 الصيغة المعيارية

انسخ الجدول المرسوم جانباً وأشرك كل عدد بصيغته المعيارية.

العدد	الصيغة المعيارية
317	3.17×10^{0}
0.317	3.17×10^{5}
317 000	3.17×10^{-1}
0.000 317	3.17×10^{-2}
3.17	3.17×10^{2}
0.0 317	3.17×10^{-4}

3 حذف أقواس مسبوقة بإشارة

مثال: لحذف الأقواس في العبارة $3-\left(2x-5+x^2\right)$، نكتب:

$$3-\left(2x-5+x^2\right)=3+\left(-2x+5-x^2\right)=3-2x+5-x^2$$

1. لدينا العبارة $A=5x-\left(x^2+1-x\right)$

① اكتب A دون أقواس.

② اختبر المساواة التي حصلت عليها بوضع $x=1$.

2. أجب عن السؤال السابق لكلٍ من العبارتين التاليتين:

① $B=-\left(2x+5\right)+\left(x-3\right)$ ② $C=\left(x-1\right)-\left(7x+3\right)$

4 نشر $a\left(b+c\right)$

مثال: نشر $A=2a\left(-5+3a\right)$:

- $A=2a\left(-5+3a\right)$
- $A=2a\times\left(-5\right)+2a\times\left(+3a\right)=-10a+6a^2$

بطريقةٍ مماثلة، انشر كلاً من العبارات التالية:

① $A=3a\left(5a+2\right)$ ② $B=-4x\left(-2x+3\right)$

③ $C=-11a\left(-2-5a\right)$ ④ $D=3x\left(-5x^2+2x\right)$

5 نشر $(a+b)(c+d)$

مثال: نشر $A=(a+4)(-5+2a)$:

$$A=(a+4)(-5+2a)$$

$$A=a\times(-5)+a(2a)+4\times(-5)+4\times(2a)=-5a+2a^2-20+8a=2a^2+3a-20$$

بطريقةٍ مماثلة، انشر واختزل كلاً من العبارات التالية، ثم اختبر كل مساواة تحصل عليها:

① $A=(x+5)(-4+3x)$ ② $B=(2x-3)(-3x+4)$

③ $C=(x+4)(3-2x)$ ④ $D=(x-7)(8-x)$

6 تعلم صياغة النصوص

اقرأ النص واقرأ الحل المعروض من قبل أحد التلاميذ، ثم أنجز حلاً آخذاً بالاعتبار مجمل ملاحظات المصحح:

النص:

في إحدى الرحلات السياحية، توقف فريق من 40 شخصاً في أحد المطاعم التي تقدم وجبات سريعة بسعر 255 ليرة لوجبة البالغين و 175 ليرة لوجبة الأطفال.

يرمز x إلى عدد الأشخاص البالغين في الفريق السياحي.

1. عبر بدلالة x عن كلفة الوجبات التي قُدمت للفريق السياحي.

2. انشر ثم اختزل العبارة التي حصلت عليها.

حل الطالب وملاحظات المصحح:

1. $225x+175(40-x)$

اشرح ما استوجب هذه الكتابة.

2. $225x+7\,000+175x$

- خطأ في الإشارة $175x$ + $225x+7\,000$
- أنت لم تختزل.
- اشرح لغوياً.

7 إثبات مساواة

يرمز x إلى عددٍ صحيح.

نعتزم إثبات أنَّ $(3x-4)(2x+3)=(3x-2)(x+6)+3x(x-5)$

1. انشر واختزل $A=(3x-4)(2x+3)$
2. انشر واختزل $B=(3x-2)(x+6)+3x(x-5)$
3. تحقق من أنَّ ناتجي A و B متساويان.

لإثبات صحة مساواة من النمط $A=B$ ، يمكن:

- حساب A
- حساب B
- التحقق من أنَّ ناتجي A و B متساويان.

8 مع أعداد طبيعية متتالية

أكَّد عمار: « مجموع كل ثلاثة أعداد طبيعية متتالية يساوي ثلاثة أمثال ثانيها »

1. اختزْ ثلاثة أعداد طبيعية متتالية، احسب مجموعها واختبر تأكيد عمار.
2. ارمز إلى أصغر هذه الأعداد المتتالية بالرمز n ، كيف يكتب العددان الآخران بدلالة n ؟
3. أثبت تأكيد عمار.

هي ذي الأعداد الطبيعية المتتالية: $0\ ,\ 1\ ,\ 2\ ,\ 3\ ,\cdots,\ n,\ ?\ ,\ ?$

كل عدد مغاير للصفر يساوي سابقه مزيداً 1.

9 استخدام الأقواس

انسخ ووضِعْ الأقواس الضرورية لتصبح المساواة صحيحة في كلٍ مما يلي:

① $12-5+6+4-9=-4$ ② $-4-15-12-7=6$

③ $13-14+7-3+4=-15$ ④ $-b-a+3-a-6=-b+3$

10 عبارة ناقصة

في كلٍ من الحالات التالية، أوجد العبارة A كي تصبح المساواة صحيحة:

① $3x+4+A=-2x+5$ ② $5x+6-A=-6x+3$

③ $A-(-4x+6)=2x-9=-15$ ④ $A\times(2x+1)=6x^2+3x$

11 حساب ذهني

a و b عددان

1. انشر واختزل $(a+b)(a-b)$

2. استنتج نشر واختزال كلٍ من:

① $(a+2)(a-2)$ ② $(a+3)(a-3)$ ③ $(a+5)(a-5)$

3. باستعمال السؤال الأول، احسب ذهنياً كلاً من الجداءات التالية:

① 52×48 ② 65×55 ③ 103×97

12 نشر

مثال: $A=(a-3)(2a^2+5a-1)$ هو:

$$A=a\times 2a^2+a\times 5a+a\times(-1)-3\times 2a^2-3\times 5a-3\times(-1)$$
$$=2a^3+5a^2-a-6a^2-15a+3=2a^3-a^2-16a+3$$

بطريقةٍ مماثلة، انشر واختزل كلاً من العبارات التالية:

① $(2x-5)(3x^2-5x+7)$ ② $(7x^2-2x-3)(-4x-2)$ ③ $\left(\frac{x}{2}-5\right)(2x^2-4x+3)$

13 ملء فراغات

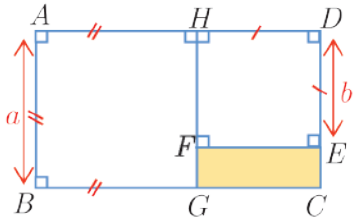
انسخ ثم أكمل كل مساواة تالية:

① $(-x+6)(4x-\cdots)=\cdots x^2+27x-\cdots$

② $(2x+5)(\cdots+2)=6x^2+\cdots x+10$

③ $(5x+\cdots)(3x+6)=\cdots x^2+36x+\cdots$

14 مربعان



يرمز كلٌّ من a و b إلى عددٍ موجب و $a>b$.

نرمز إلى مساحة السطح الملون بالرمز $\mathcal{A}$.

1. اشرح لماذا تُعطى $\mathcal{A}$ بالعبارة $\mathcal{A}=a(a+b)-(a^2+b^2)$ ؟

2. انشر واختزل العبارة السابقة.

3. عبّرْ عن $\mathcal{A}$ بطريقة ثانية. تحقق من أنَّ الناتج يطابق $a(a+b)-(a^2+b^2)$.

4. احسب المساحة $\mathcal{A}$ في حالة $a=15$ و $b=8$.

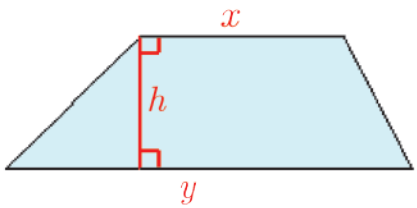
15 من النصوص إلى الرموز

يرمز a و b إلى عددين، اكتب:

① مجموع مربعي هذين العددين، ثم فرق مربعي هذين العددين، ثم مربع مجموع هذين العددين.

② مربع فرق هذين العددين، ثم مجموع مربع فرق هذين العددين ومِثلي جداء ضربهما.

16 مع شبه منحرف قائم

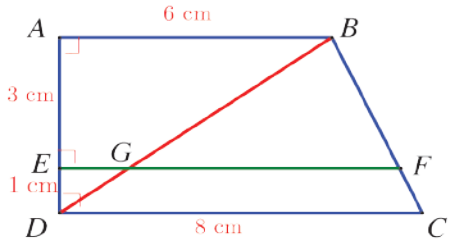


مساحة شبه منحرف بدلالة قاعدتيه x و y، وارتفاعه h، تعطى بالعلاقة $\mathcal{A} = \dfrac{(x+y)\times h}{2}$

في الشكل المرافق: $ABCD$ شبه منحرف،

$(AB)\perp(AD)$ و $(CD)\perp(AD)$

E و F نقطتان من $[AD]$ و $[BC]$ على التوالي وتحققان $(EF)\parallel(AB)$.



1. يرمز a إلى طول $[EF]$ بالسنتيمترات.

ويرمز $\mathcal{A}$ إلى مساحة شبه المنحرف $ABCD$.

① احسب $\mathcal{A}$ بالسنتيمترات المربعة.

② عبّرْ، بدلالة a وبالسنتيمترات المربعة، عن مساحة كلٍ من $ABFE$ و $CDEF$.

③ نرمز إلى مساحتي $ABFE$ و $CDEF$ على التوالي بالرمزين $\mathcal{A}_1$ و $\mathcal{A}_2$.

نعلم أنَّ $\mathcal{A} = \mathcal{A}_1 + \mathcal{A}_2$. احسب قيمة a.

2. نرمز إلى طول $[GF]$ بالسنتيمترات بالرمز x، وإلى مساحة المثلث BCD بالرمز S.

① احسب S.

② نرمز إلى مساحة المثلث BGF بالرمز S_1، وإلى مساحة شبه المنحرف $CDGF$ بالرمز S_2.

احسب بدلالة x كلاً من S_1 و S_2.

③ نعلم أنَّ $S = S_1 + S_2$. احسب قيمة x.

3. أيمكن القول بأنَّ الرباعي $ABFG$ هو متوازي أضلاع ؟ تحقق من إجابتك.

الوحدة الرابعة
معادلات من الدرجة الأولى

1. مساواة وعمليات.
2. حل معادلة.
3. اصطناع معادلة.

انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يلي، واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ صحيحة، أشر إليها:

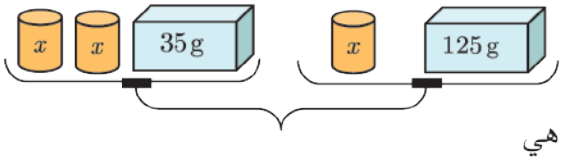
① نختار عدداً n ، نضيف إليه 10، ثم نضاعف الناتج. الناتج الأخير هو

① $(n+10)\times 2$ ② $n+10\times 2$ ③ $n\times 2+10$

② المساواة $2x+35=x+125$ صحيحة في حالة

① $x=10$ ② $x=90$ ③ $x=160$

③ يرمز x إلى كتلة الأسطوانة الملونة بالبرتقالي وكفتا الميزان متوازنتان.



المساواة الممكنة بين الكفتين هي

① $35x^2=125x$ ② $2x+35=x+125$ ③ $35+2\times x=125x$

④ في حالة $3-x=5$ يكون x مساوياً ① $5-3$ ② $3+5$ ③ $3-5$

⑤ في حالة $2x=13$ يكون x مساوياً ① $-\frac{13}{2}$ ② $\frac{2}{13}$ ③ $6,5$

⑥ في حالة $\frac{x}{4}=3$ يكون x مساوياً ① -12 ② 12 ③ -1

⑦ إذا طُرح 10 من جداء ضرب a بالعدد 3 وكان الناتج النهائي مساوياً 8، كان a مساوياً

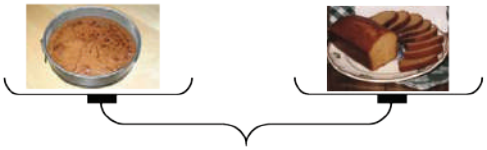
① 0 ② 6 ③ -6

1 مساواة وعمليات.

نشاط « الأخذ بالقاعدة: إذا كان $a = b$، كان $a + c = b + c$ و $ac = bc$ »

1. اختبار

هذا الميزان هو في حالة توازن:



في الكفة اليمنى صحن من قطع الكعك نرمز إلى كتلتها بالرمز x، وفي الكفة اليسرى صحن كاتو، نرمز إلى كتلته بالرمز y.

في كلٍ من الحالات التالية، وضِّحْ إن كان الميزان في حالة توازن أم تراجح. وفي حالة التوازن، اكتبْ المساواة الموافقة للحالة.

① نضيف إلى كل كفة غرضاً كتلته $30\ g$.

② أكل عدنان $100\ g$ من الكيك وأكل غسان $100\ g$ من الكاتو.

③ نضع صحنين من الكيك في الكفة اليمنى وصحنين كاتو في الكفة اليسرى.

④ أكل فارس ربع كمية الكيك وأكل سامر ربع كمية الكاتو.

2. تخمين

انطلاقاً من المساواة $x = y$، كيف يمكن الانتقال إلى **مساواة جديدة ؟**

تعلم

قاعدة (1)

إذا جمعنا إلى كلٍ من طرفي مساواة، أو طرحنا من كلٍ من طرفيها العدد ذاته، حصلنا على مساواة جديدة.

إذا كان $a = b$ كان: ① $a + c = b + c$ ② $a - c = b - c$

مثال في حالة $x + 3 = 2$، يمكن تأكيد أنَّ $x + 3 - 3 = 2 - 3$.

قاعدة (2)

إذا ضربنا كلاً من طرفي مساواة بالعدد ذاته، أو قسمنا كلاً من طرفيها على العدد غير المعدوم ذاته، حصلنا على مساواة جديدة.

إذا كان $a = b$ و $c \neq 0$ كان: ① $a \times c = b \times c$ ② $a \div c = b \div c$

مثال في حالة $2x = 6$، يمكن تأكيد أنَّ $2x \div 2 = 6 \div 2$.

مثال حل المعادلة $x - 1 = 5$.

الحل:

- نجمع العدد 1 إلى كلٍ من طرفيها: $x - 1 + 1 = 5 + 1$.
- فنحصل على $x = 6$.

اكتسـاب معـارف

كيف تثبت صحة علاقة؟

ترمز a و b و c إلى أعداد و d غير معدوم.

مثال إذا كان $a = b$، فأثبت أنَّ $a + c = b + c$.

لإثبات تساوي عددين x و y، يمكن إثبات أنَّ $x - y = 0$. (إضافة أو طرح العدد ذاته)

توجيه للحل:

بافتراض أننا علمنا أنَ $a = b$، وهذا يعني أنَّ $a - b = 0$، إذن $(a + c) - (b + c) = 0$.

بطريقةٍ مماثلة، أثبت أنه إذا كان $a = b$، لكان $a - c = b - c$.

مثال أثبت أنه إذا كان $a = b$، كان $ac = bc$.

العمليات التي نجريها على أحد طرفي مساواة، يجب أن نجريها على الطرف الآخر.

توجيه للحل:

بافتراض أننا علمنا أنَ $a = b$، وهذا يعني أنَّ $a - b = 0$، إذن $ac - bc = c(a - b) = 0$.

أثبت أنه إذا كان $a = b$، كان $\frac{a}{d} = \frac{b}{d}$.

تحقق من فهمك

① انسخ واربط بين كل مساواتين متكافئتين:

$x-5=3$	$x=3-5$
$2x=12$	$x=12-2$
$5x=3$	$x=3+5$
$2+x=12$	$x=6$
$x+5=3$	$x=3\div 5$

② انسخ ثم أكمل:

① لحل المعادلة $x+5=-2$:

- ..... : .....
- فنحصل على .....

② لحل المعادلة $7-x=3$:

- ..... : .....
- فنحصل على .....

تدرب

① انسخ ثم أكمل

① لحل المعادلة $4+y=-9$:

- ..... : .....
- فنحصل على .....

② لحل المعادلة $-2-z=-8$:

- ..... : .....
- فنحصل على .....

③ لحل المعادلة $7x=-4$:

.....

فنحصل على .....

④ لحل المعادلة $-5x=3$:

.....

فنحصل على .....

⑤ لحل المعادلة $\frac{2}{3}y=5$:

..... : .....

فنحصل على .....

نقسم الطرفين على ....، فنجد .....

⑥ لحل المعادلة $4z=\frac{2}{3}$:

..... : .....

فنحصل على .....

نقسم الطرفين على ....، فنجد .....

② إذا علمت أنَّ $x+2=7$، فأعط قيمة كلٍ من:

① $x+8$ ② $2x+4$ ③ $-3x-6$

4

③ إذا علمت أنَّ $3x + 20 = 7$.

1. اطرح العدد 20 من كلٍ من طرفي المساواة. ما المساواة الجديدة التي تحصل عليها ؟

2. ما الإجراء اللاحق للحصول على مساواة من الصيغة $x = \cdots$ ؟ اكتب هذه المساواة.

④ إذا علمت أنَّ $\frac{x}{3} - 4 = 2$.

1. اجمع العدد 4 إلى كلٍ من طرفي المساواة. ما المساواة الجديدة التي تحصل عليها ؟

2. ما الإجراء اللاحق للحصول على مساواة من الصيغة $x = \cdots$ ؟ اكتب هذه المساواة.

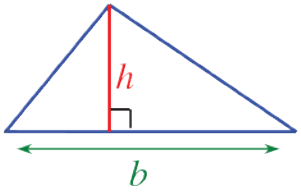
⑤ عمر لانا بالسنوات هو a. ويزيد 3 سنوات عن عمر أخيها مجد.

1. اكتب مساواةً تعبر عن النص السابق.

2. إلامَ تؤول المساواة بعد 5 سنوات؟

3. ما المساواة التي كانت قبل سنة؟

⑥ مساحة المثلث المرسوم جانباً، ولتكن $\mathcal{A}$،



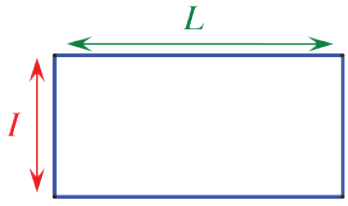
تُعطى بالعلاقة $\mathcal{A} = \frac{1}{2} b\,h$.

1. انسخ وأكمل: $2\mathcal{A} = \cdots$

2. عبّرْ عن h بدلالة $\mathcal{A}$ و b.

3. تطبيق عددي: احسب h إذا علمت أنَّ $\mathcal{A} = 15\ \text{cm}^2$ و $b = 4\ \text{cm}$.

⑦ محيط المستطيل المرسوم جانباً، وليكن P،



يُعطى بالعلاقة $P = 2(L + I)$.

1. انسخ وأكمل: $2L = \cdots$

2. عبّرْ عن L بدلالة P و I.

3. تطبيق عددي: احسب L إذا علمت أنَّ $P = 31\ \text{cm}$ و $I = 6.4\ \text{cm}$.

2 حل معادلة.

نشاط « إدراك لحل المعادلة $ax + b = c$ خطوةً فخطوة »

1. حساب ذهني

في كل حالة، لدينا شكلان يمثلان قطعتي أرض مساحتاهما متساويتان، وقد اشير إلى مساحة كل قطعة بدلالة x مقدراً بالأمتار المربعة.

أمعن النظر في كل حالة لتكتشف قيمة x شارحاً خطوات وصولك إلى النواتج.

①

②

③

④

2. مع خواص المساواة

1. انسخ وأكمل.

$3x = 2x + 50$ (نطرح $2x$ من كلٍ من الطرفين)

$x = \cdots$

2. انسخ وأكمل.

$5x = 80 + 3x$ (نطرح $3x$ من كلٍ من الطرفين)

$2x = \cdots$ (نقسم كلاً من الطرفين على 2)

$x = \cdots$

3. حل المعادلة $2x + 80 = 120$ ثم المعادلة $3x + 35 = 2x + 62$ مع التحقق من صحة الحل.

4. حل المعادلة $2(9 + 2x) = 14$.

تعلم

تعريف:

- المعادلة هي مساواة تضم عدداً مجهولاً، نرمز إليه غالباً بحرف أبجدي.
- حل معادلة، هو إيجاد جميع قيم المجهول التي تجعل المساواة صحيحة (نقول إنها تحقق المعادلة)
- كل قيمة تحقق المعادلة نسميها حلاً لها.

معرفة مسبقة لحل معادلة

توضيح:

في حالة $x = 3$، قيمة التركيب $4x - 5$ هي 7.

هذا يعني أنَّ العدد 3 حلٌّ للمعادلة $4x - 5 = 7$.

حل المعادلة

مثال لحل المعادلة $5x - 6 = 14$، يمكن أن نتَّبع الخطوات الآتية:.

- نعزل الحدود التي تضم المجهول x في أحد طرفي المساواة $(=)$، والحدود المستقلة عن x في الطرف الآخر من المساواة، على أن نغير إشارة كل حد منقول: $5x = 14 + 6$.
- نختزل كلاً من طرفي المساواة: $5x = 20$.
- نقسم كلاً من طرفي المساواة الأخيرة على معامل x: $\frac{5x}{5} = \frac{20}{5}$، لنصل إلى الحل $x = 4$.

يمكن إنجاز الخطوة الأولى كما يلي: $5x - 6 + 6 = 14 + 6$

تحقق من فهمك

① انسخ وأكمل على غرار المثال السابق:

① $3x + 2 = 8 \leftarrow 3x = \cdots \leftarrow 3x = \cdots \leftarrow x = \cdots$

② $-2x + 5 = -4 \leftarrow -2x = \cdots \leftarrow -2x = \cdots \leftarrow x = \cdots$

③ $5x = -4x + 3 \leftarrow 5x \cdots = 3 \leftarrow \cdots = 3 \leftarrow x = \cdots$

④ $5x + 7 = 2x - 1 \leftarrow 5x \cdots = -1 \cdots \leftarrow \cdots = \cdots \leftarrow x = \cdots$

② انسخ وأكمل الجدول التالي:

x	0	0.25	-2	$\frac{5}{4}$	10	$\frac{7}{4}$	1
$4x - 5$							

③ استفدْ من الحسابات السابقة لإيجاد حلٍ لكلٍ من المعادلات التالية:

① $4x-5=-4$ ② $4x-5=2$ ③ $4x-5=-1$ ④ $4x-5=0$

تدرب

① من بين الأعداد -5 و 0 و $\frac{1}{3}$ و 5، أشرْ في كل حالة إلى الذي هو حلٌّ للمعادلة:

① $2x(3x-1)=0$ ② $x^2-25=0$ ③ $5x=3x+10$

④ $2x^3=250$ ⑤ $3x(x+5)=0$ ⑥ $3x^2+14x-5=0$

② حل كلاً من المعادلات التالية ذاكراً مختلف مراحل الحل.

① $x+5=-14$ ② $17-y=5$ ③ $5x=-2$

④ $-\frac{1}{2}a=3$ ⑤ $-\frac{x}{5}=\frac{2}{3}$ ⑥ $\frac{1}{5}t-3=1$

③ حل المعادلة $6x+360=4x+600$ مبرراً كل مرحلة.

④ حل كلاً من المعادلات الآتية:

① $3x-2=5x+7$ ② $4y+3=-2y-5$

③ $-7a+4=5a-2$ ④ $-5x-7=-3x+2$

⑤ حل كلاً من المعادلات الآتية:

① $3(x-2)=7$ ② $2(x-5)=3x+7$

③ $-3(x-4)=5(x+3)$ ④ $5(3-x)-3(x-4)=0$

⑥ في الشكل المرافق: يرمز x إلى عددٍ موجب، وأبعاد المستطيل مقدرة بالسنتيمترات، وعُلِم أنَّ $2(x+15)=42$.

1. ماذا تعني هذه المساواة بالنسبة إلى المستطيل ؟

2. ① انشرْ $2(x+15)$.

② تبعاً للنشر السابق، كيف تكتب المعادلة $2(x+15)=42$ ؟

③ حل هذه المعادلة.

3. اقترحْ طريقةً أخرى لحل تلك المعادلة وأنجز حلها

3 اصطناع معادلة.

نشاط « بناء معادلة»

1. استكشاف عددي

بعد جولتهما في مخزنٍ لبيع أقراصٍ CD.

قال هاني لهالة: « اشتريتُ قرصين وبقي معي 80 ليرة سورية »

ردت هالة: « كان لدي 560 ليرة سورية، اشتريتُ قرصاً واحداً، فبقي معي نفس المبلغ الذي كان لديك قبل أن تشتري القرصين »

أيمكن أن يكون سعر القرص 140 ليرة سورية؟ 160 ليرة سورية؟

2. استخدام رمز

نرمز إلى سعر القرص بالرمز x بالليرات السورية.

1. بناء معادلة

- استفد من قول هاني لتعبّرْ عن المبلغ الذي كان بحوزته قبل الشراء.
- استفد من قول هالة لتعبّرْ عن المبلغ الذي بقي معها بعد الشراء.
- ترجم، إلى مساواة، قولي هاني وهالة.

2. حل المعادلة

- حل المعادلة التي حصلت عليها مبرراً خطوات الحل.
- تحقق من المساواة التي حصلت عليها في **1.** بتعويض قيمة x بها.

3. تأويل الحل

- عبّرْ بجملة إنشائية عن سعرِ القرصِ.
- صِغْ سؤالين يتعلقان بالمسألة ثم أجب عنهما.

تعلم

التعبير عن مسألة بمعادلة

مثال يمتلك بُشر 5 أقراص CD زيادة عما تمتلك سامية منها. ويمتلكان معاً 27 قرصاً.

إذا كان x يرمز إلى عدد الأقراص التي تمتلكها سامية، لكان عدد الأقراص التي يمتلكها بشر $x+5$، إذن $x+\left(x+5\right)=27$.

التعبير عن مسألة بمعادلة وحلها

مثال في عيد ميلاده، نظَّمَ فائز حفلةً مع أصدقائه.

في بداية الحفلة كان عدد الفتيات يزيد على عدد الفتيان بمقدار 3 .

بعد مغادرة أربعة صبيان، أصبح عدد الفتيات مثلي عدد الفتيان. كم كان عدد الفتيان وعدد الفتيات ؟

الحل

اختيار المجهول

نرمز إلى عدد الفتيان في بداية الحفلة بالرمز x ، فيكون عدد الفتيات $x+3$.

وضع معادلة

بعد مغادرة أربعة فتيان ، بقي منهم $x-4$.

مثلا هذا الباقي يساوي عدد الفتيات ، إذن $2(x-4)=x+3$.

لتسهيل كتابة هذه المعادلة، نقترح تنظيم جدولٍ بمعطيات نص المسألة كالتالي:

	الفتيان	الفتيات
في بداية الحفلة	x	$x+3$
في نهاية الحفلة	$x-4$	$2(x-4)$

حل المعادلة

ننشر الطرف الأيسر من المعادلة $2(x-4)=2x-8$

فنحصل على المعادلة $2x-8=x+3$

نطرح من كلٍ من طرفيها العدد 3 ، $x+3-3=2x-8-3$

فنحصل على المعادلة $x=2x-11$

نطرح من كلٍ من طرفيها $2x$: $x-2x=2x-11-2x$

فنحصل على المعادلة $-x=-11$

نضرب كلاً من طرفيها بالعدد -1 : $(-1)(-x)=(-1)(-11)$

فنحصل على $x=11$.

التحقق: إذا افترضنا $x=11$ ، وجدنا:

$x+3=11+3=14$ و $2(x-4)=2(11-4)=2\times 7=14$.

إذن $x=11$ هو حل المعادلة $x+3=2(x-4)$.

النتيجة: في بداية الحفلة، كان عدد الفتيان 11 وعدد الفتيات $11+3=14$.

تحقق من فهمك

لتمويل برنامج مدرسي، اقترح طلاب الصف الثامن أن يبيعوا قطعاً من فطائر الجبنة، سعر القطعة بالجملة 30.50 ليرة سورية. وقطعاً من فطائر الزعتر، سعر القطعة 28.50 ليرة سورية.

أثناء الفرصة نفذ الطلاب اقتراحهم إذ باعوا 50 قطعة من الفطائر، وجنوا 1515 ليرة سورية.

ننوي إيجاد عدد قطع فطائر الجبنة وعدد قطع فطائر الزعتر التي باعها الطلاب.

رمزَ إلى عدد قطع فطائر الزعتر المباعة بالرمز y.

① عبّرْ، بدلالة y، عن عدد قطع فطائر الجبنة المباعة.

② عبّرْ، بدلالة y، عن ثمن قطع فطائر الزعتر المباعة، ثم عن ثمن قطع فطائر الجبنة المباعة.

③ اكتب المعادلة التي تعبّرْ عن جني مبلغ 1515 ليرة سورية.

④ حل المعادلة التي حصلت عليها.

تدرب

① خصص معمل أدوية 12 عبوة لتعبئة إنتاجها من أقراص معالجة مرض السكري.

قالت العاملة:

« • جرَّبتُ تعبئة الأقراص في 10 عبوات، فزاد 15 قرصاً.

• لملء جميع العبوات ينقص 35 قرصاً »

1. أصحيح أنَّ سعة العبوة هي 20 قرصاً ؟ 30 قرصاً ؟

2. يرمز x إلى سعة العبوة الواحدة.

① عبّرْ بطريقتين مختلفتين عن عدد الأقراص التي أنتجها المعمل.

② اكتب المعادلة التي تعبّرْ عن مضمون نص المسألة ثم حلها.

③ ما سعة كل عبوة من العبوات المخصصة لتلك الأقراص ؟

④ ما عدد الأقراص التي أنتجها المعمل.

تمرينات ومسائل

1 في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.

❶ $2x+3=15+y$ ، إذن:

① $y=12-2x$ ② $y=2x+18$ ③ $y=2x-12$

❷ حل المعادلة $3x=2(x-4)$ هو ...

① -8 ② 4 ③ 16

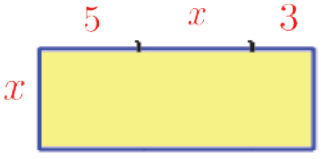
❸ لكي نحل المعادلة $2x+9=3-4x$، يمكننا أن نكتب على التتالي:

① $6x+9=3$ ثم $6x=-6$ ثم $x=-1$

② $6x+9=3$ ثم $6x=12$ ثم $x=2$

③ $9=3-6x$ ثم $12=-6x$ ثم $x=1$

❹ محيط المستطيل المرسوم في الشكل المرافق يساوي $36\ \text{m}$.



يمكن التعبير عن ذلك بالمعادلة:

① $2\times 2x+8=36$ ② $2(2x+8)=36$ ③ $2(x^2+8)=36$

❺ حلُّ المعادلة $2x+280=520$ هو حلٌّ للمسألة:

① لدينا 520 ليرة سورية. إذا اشترينا قرصين مرنين، يبقى في حوزتنا 280 ليرة سورية.
ما سعر القرص الواحد ؟

② يزيد سعر قرص CD للبرمجة عن 280 ليرة سورية. لشراء قرصين، يجب أن يكون في حوزتنا 520 ليرة سورية. ما سعر القرص الواحد ؟

③ لدينا 520 ليرة سورية. ينقصنا 280 ليرة سورية لشراء قرصين مرنين. ما سعر القرص الواحد ؟

❻ عمر ماري 42 عاماً. بعد عامين يصبح عمرها مثلي عمر ابنها. إذا رمزنا إلى عمر ابنها الحالي بالرمز x، لعبَّرْنا عن النص بالمعادلة التالية:

① $2(x+2)=42$ ② $2(x+2)=44$ ③ $2x+2=44$

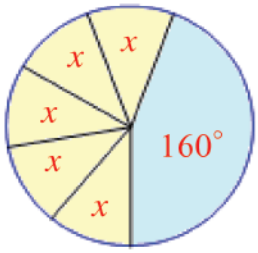
2 حل كلاً من المعادلات التالية ذاكراً مراحل الحل.

① $5a-2=27$ ② $-7-3x=6$ ③ $-25=4x+3$

④ $-\frac{2}{3}b+4=-4$ ⑤ $\frac{9}{4}+x=1$ ⑥ $-1+\frac{1}{3}t=-\frac{3}{5}$

لإحراز تقدم

3 تشكيل معادلة لمعرفة أجزاء متساوية



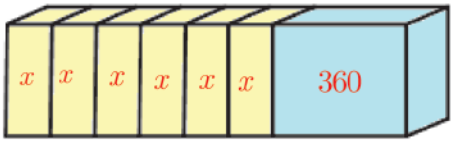
في الشكل المرافق، يرمز x إلى قياس كل زاوية ملونة بالأصفر بالدرجات.

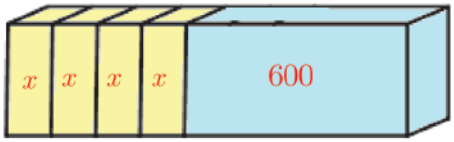
1. اشرح لماذا يمكن كتابة $5x + 160 = 360$.

2. حل هذه المعادلة.

4 تشكيل معادلة لمعرفة أجزاء متساوية

في الشكل المرافق، حجما البلاطتين متساويان. وحجم كل جزء معطىً بالسنتيمترات المكعبة.





1. أمعن النظر في الشكل واحسب x ذهنياً.

2. حل المعادلة $6x + 360 = 4x + 600$ مبرراً كل مرحلة.

5 التعبير عن نصٍ بمعادلة (تشكيل معادلة)

عبر عن كل من النصين الآتيين بمعادلة:

① « أضمرُ عدداً x، أضيفُ إليه 15 ، ثم أضاعف الناتج فأحصل على 44 »

② « أحد بعدي مستطيل يساوي ثلاثة أمثال البعد الآخر، ومحيطه يساوي 28 »

6 تعلُّم صياغة النصوص

تأمل النص والحل الذي نفذه أحد التلاميذ، ثم صغْ حلاً بعد الأخذ بمجمل ملاحظات المصحح.

النص: سعر بطاقة الدخول إلى مسرح للبالغ يعادل مِثلي سعر بطاقة الدخول للقاصر. حضرَ الحفلَ جمعٌ من 12 بالغاً و 10 قصراً، فدفعوا ثمن بطاقاتهم 2550 ليرة. ما سعر بطاقة دخول بالغ.

حل التلميذ وملاحظات المصحح:

$10x + 12 \times 2x = 2550$ (إلام يرمز x؟ اشرح ما يرمز إليه $2x$)

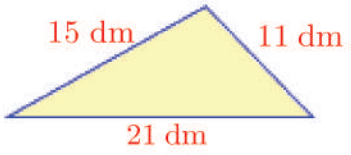
$34x = 2550$ (اكتب التفاصيل التي أوصلتك إلى هذه المساواة)

$x = 2550 - 34$ (أنت غير موفق في هذه الخطوة)

$x = 2516$ (عليك بعد الحصول على قيمة x، أن تختم الحل بجملة تعبر بها عما كان مطلوباً)

للتعمق

7 مثلث جديد



نضيف إلى كلٍ من أضلاع المثلث المرسوم في الشكل المرافق العدد x ذاته مقدراً بالسنتيمترات، بحيث يصبح محيطه مساوياً 48.5 dm. احسب قيمة x.

8 مقتنيات

اقتنى رامي نماذج من منتجات سيارات السباق وأخرى سياحية.

مقتنياته من سيارات السباق تزيد عن مقتنياته من السيارات السياحية بمقدار 37 .

أعطى أخيه الصغير 5 سيارات سياحية، فأصبح لديه عدد سيارات السباق مثلي عدد السيارات السياحية.

كم كان عدد مقتنياته من كل نوع من السيارات قبل أن يعطي أخيه ؟

9 استخدام موظفين

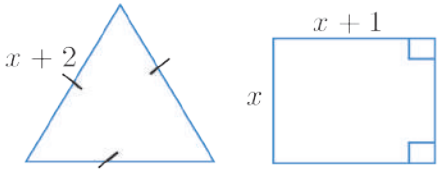
عدد الموظفين العاملين في أحد المشاريع يزيد على عدد الموظفات بمقدار 4 .

غادرت ثلاث موظفات المشروع فأصبح عدد الموظفين مِثلي عدد الموظفات.

كم كان عدد كلٍ من الموظفين والموظفات في المشروع قبل مغادرة الموظفات الثلاث؟

10 محيطان متساويان

في الشكلين التاليين، الأبعاد معطاة بالسنتيمترات.



محيط المستطيل يساوي محيط المثلث المتساوي الأضلاع.

1. احسب قيمة x .
2. احسب المحيط المشترك لكل من الشكلين.

11 أعداد متتالية

أوجد ثلاثة أعداد صحيحة متتالية مجموعها يساوي 261 .

12 لعبة

هي ذي قاعدةُ لعبةٍ: « نتلقى 150 ليرة سورية إن ربحنا الواقعة وندفع 60 ليرة سورية إن خسرنا الواقعة »

لعبت سناء 25 واقعة فبلغت خسائرها 30 ليرة سورية. كم واقعة ربحتها سناء؟

13 محاصصة

وزعت إحدى السيدات 50 قطعة سكاكر على أطفالها الثلاثة، ليلى وماهر ومناف.

حصة مناف منها تعادل مثلي حصة ماهر.

حصة ليلى تزيد بخمس قطع عن حصة مناف.

1. احسب عدد قطع السكاكر التي أعطيت لماهر.

2. احسب عدد قطع السكاكر التي أعطيت لكلٍ من مناف وليلى.

14 رحلة

قررت إدارة إحدى مدارس دمشق إقامة رحلة طلاب الصف الثامن إلى بلدة زحلة في بقاع لبنان. عند وصولها إلى موقع الجمارك السورية (في جديدة يابوس) كانت قد قطعت ثُلثي المسافة بين دمشق وزحلة، وبين موقع الجمارك السورية وموقع الجمارك اللبنانية تم قطع ربع المسافة بين موقع الجمارك السورية وبلدة زحلة. وفي موقع الجمارك اللبنانية سأل مشرف الرحلة أحد سكان المنطقة عن المسافة الباقية إلى زحلة، فأجاب 15 km بالتأكيد.

1. احسب المسافة بين دمشق وزحلة.

2. احسب مسافة كلٍ من مرحلتي الرحلة، الأولى من دمشق إلى موقع الجمارك السورية والثانية بين موقعي الجمارك السورية والجمارك اللبنانية .

15 هدية

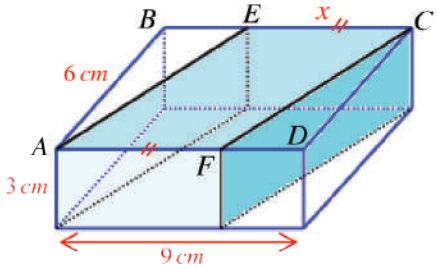
بمناسبة عيد ميلاد ليلاس، اتفقت صديقاتها على إهدائها هدية مشتركة، على أن تشترك كل منهن بمبلغ 420 ليرة سورية.

وقبل شراء الهدية المتفق عليها، انضمت لهن صديقتان أخريان، فتبين أنَّ المبلغ المترتب على كل مشتركة في هذه الحالة ولشراء الهدية ذاتها هو 390 ليرة سورية.

1. ما عدد صديقات ليلاس؟

2. ما سعر الهدية ؟

16 قصة المجلدات



$ABCD$ هي قاعدة متوازي مستطيلات، ارتفاعه 3 cm وبعدا قاعدته $AB = 6$ cm و $AD = 9$ cm.

E نقطة من القطعة $[BC]$ و F نقطة من القطعة $[AD]$ تحققان كون الرباعي $AECF$ متوازي أضلاع.

نرمز إلى طول القطعة $[EC]$ بالرمز x.

نتأمل الموشور القائم الذي قاعدته $AECF$ كما يدلنا الشكل المرافق.

احسب قيمة x في الوضع الذي يكون حجم هذا الموشور مساوياً مِثلي حجم المجسم الباقي.

17 طوابع بريدية

ما تراه طابعٌ بريدي بقيمة قرشين سوريين، استخدم في البريد السوري لعامي 1924 و 1925 إبان الاحتلال الفرنسي لسوريا.

شادي وفادي مولعان باقتناء تشكيلة طوابع بريدية.

شادي: « لدي 135 طابعاً »

فادي: لو أضفتُ إلى طوابعي ثُلث ما لدي، لنقصني 15 طابعاً عما لديك يا شادي.

ما عدد طوابع فادي ؟

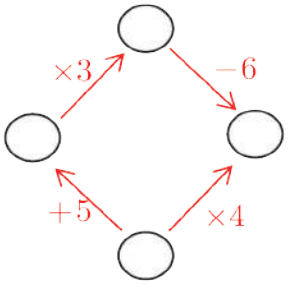
18 مسألة العمر

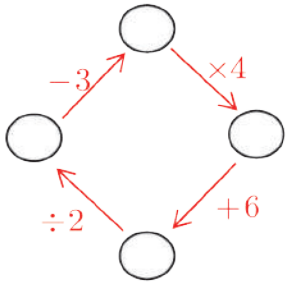
عمر السيد غازي هو 64 عاماً وعمر ابنه 18 عاماً.

بعد كم سنة يصبح عمر غازي ثلاثة أمثال عمر ابنه ؟

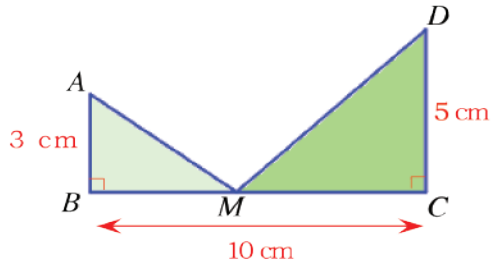
19 أعداد مخفية

انسخ واملأ الخانات الفارغة في كلٍ من المخططين التاليين بأعدادٍ مناسبة.





20 اختيار مكان مناسب



في الشكل المرافق:

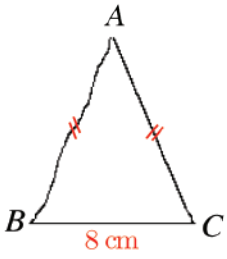
M نقطةٌ من القطعة المستقيمة $[BC]$.

نريد معرفة موضع النقطة M بحيث تتساوى مساحتا المثلثين ABM و DCM.

نرمز إلى طول $[BM]$ بالرمز x بالسنتيمترات وبالرمز $\mathcal{A}_1$ إلى مساحة المثلث ABM بالسنتيمترات المربعة، وبالرمز $\mathcal{A}_2$ إلى مساحة المثلث DCM بالسنتيمترات المربعة.

1. احسب كلاً من $\mathcal{A}_1$ و $\mathcal{A}_2$ بدلالة x.
2. استخدم معادلةً تعبّرْ عن تساوي المساحتين $\mathcal{A}_1$ و $\mathcal{A}_2$.
3. حل هذه المعادلة وأنجز حل المسألة.

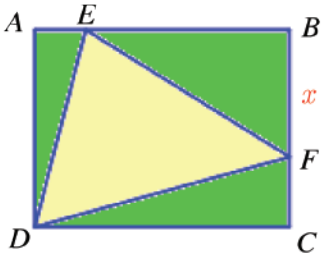
21 التحقق من الحل



محيط المثلث المرسوم يدوياً من قبل أحد التلاميذ يساوي 16 cm.

1. كم يجب أن يكون طول $[AB]$ ؟
2. أيوجد مثل هذا المثلث؟ لماذا ؟

22 مثلث علمت مساحته



$ABCD$ مستطيل. $AB = 5\text{ cm}$ و $AD = 4\text{ cm}$.

E نقطة من $[AB]$ تحقق $AE = 1\ cm$.

F نقطة من $[BC]$.

نرمز إلى طول $[BF]$ بالرمز x مقدراً بالسنتيمترات.

1. احسب مساحة المثلث AED.
2. عبرْ عن مساحة كل من المثلثين EBF و DFC بدلالة x.
3. أثبت أنَّ مساحة المثلث EDF بالسنتيمترات المربعة هي $8 + 0.5\ x$.
4. حل المعادلة $8 + 0.5\ x = 9.5$.
5. ارسم الشكل في الحالة التي تكون فيها مساحة المثلث EDF مساوية 9.5 cm^2.

الوحدة الخامسة
النسبة والتناسب

1. التناسب والتمثيل البياني
2. السرعة الوسطى
3. النسبة المئوية

انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يأتي، واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ صحيحة، أشر إليها.

① الجدول الذي تتناسب أعداد السطر الأول مع أعداد السطر الثاني هو

①	8	4	20
7	17	107

②	12	28	0.4
21	50	0.7

③	8	4	20
6	3	15

② في الجدول الآتي الثمن بالليرات السورية متناسب مع الكتلة بالكيلوغرام .

الكتلة (بالكيلوغرام)	8	14	24
الثمن (بالليرات)	1200	x	3600

معامل التناسب هو ① 150 ② 160 ③ 140

③ في الجدول السابق الأثمان متناسبة مع الكتل، فقيمة x هي

① 2600 ② 2100 ③ 2110

④ ساعة و 18 دقيقة تساوي ... ① 1.18 ساعة ② 1.2 ساعة ③ 1.3 ساعة.

⑤ سعر كنزة هو 3600 ليرة سورية، وفي فترة التنزيلات نقص سعرها 5 % . فسعر الكنزة يصبح

① 3480 ليرة سورية ② 3420 ليرة سورية ③ 3500 ليرة سورية

⑥ 125 % من 320 يساوي ... ① 4000 ② 40 ③ 400

⑧ عدد الطلبة في أحد الصفوف هو 25 ، منهم 10 طلاب. فالطلاب يشكلون

① 0.40 % من الطلبة ② 4 % من الطلبة ③ 40 % من الطلبة

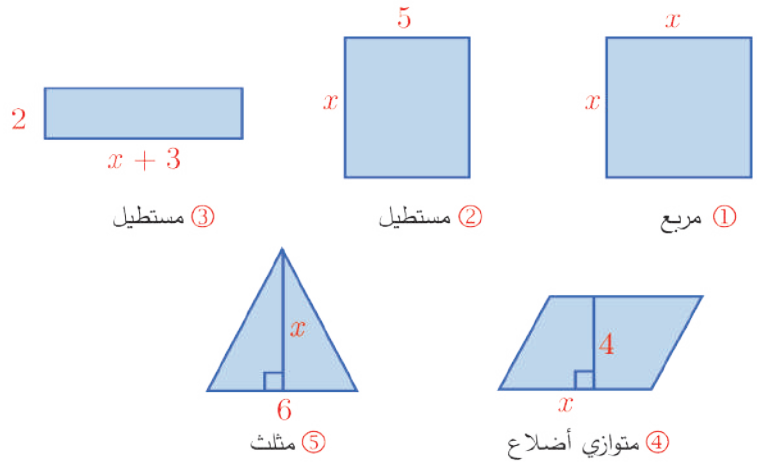
⑨ سعر علبة بسكويت هو 120 ليرة سورية، وبعد ارتفاع الأسعار أصبح سعرها 132 ليرة سورية، فالنسبة المئوية لازدياد سعر علبة البسكوت هي ① 0.2 % ② 10 % ③ 1.1 %

1 التناسب والتمثيل البياني

نشاط « وصف التناسب بنقاط متسامتة مع مبدأ جملة ديكارتية »

1. « جداول تناسبية وأخرى ليست تناسبية »

فيما يأتي خمسة أشكال هندسية مساحاتها تابعة لطولٍ متغيرٍ x.



وخمسة جداول تعبّر عن مساحات تلك الأشكال حسب قيم x.

x	1	2	3
$\mathcal{A} = 3x$			

①

x	1	2	3
$\mathcal{B} = 2(x+3)$			

②

x	1	2	3
$\mathcal{C} = 5x$			

③

x	1	2	3
$\mathcal{D} = 4x$			

④

x	1	2	3
$\mathcal{E} = x^2$			

⑤

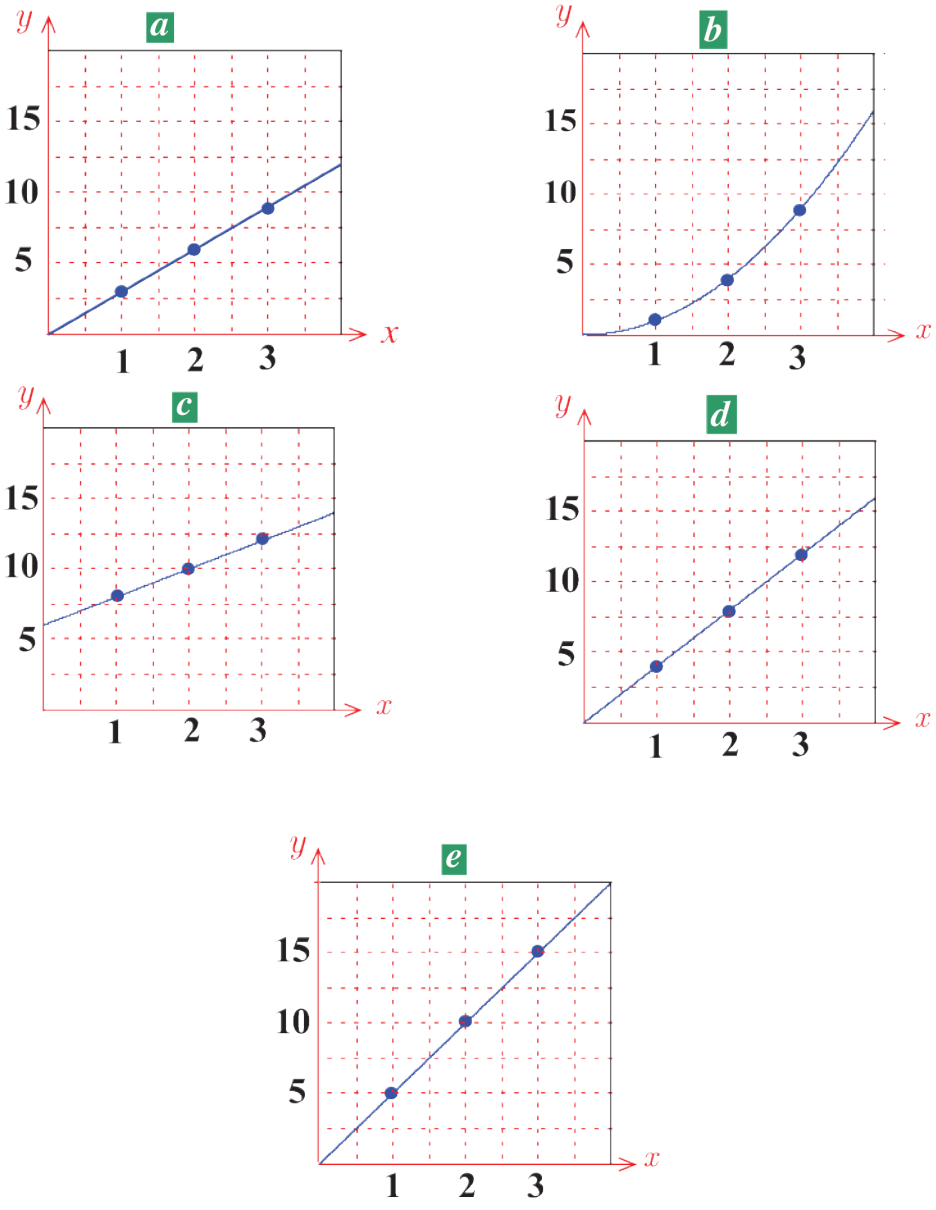
1. طابق بين كل شكل والجدول الموافق له.

2. انسخ الجداول الخمسة وأكمل مضامينها.

3. من بين تلك الجداول، أيها جداول تناسبية؟

2. « تمثيل بياني »

هي ذي خمسة خطوط بيانية تمثل الجداول السابقة ① ; ② ; ③ ; ④ ; ⑤ .



1. طابق بين كل بيان والجدول الموافق له.

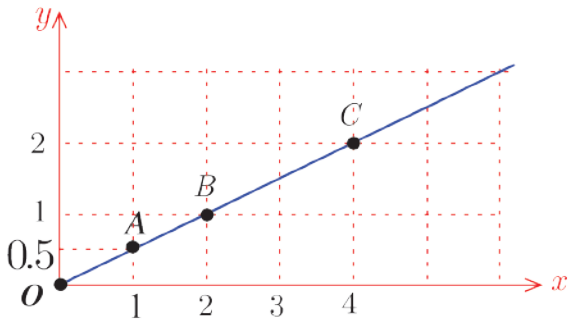
2. كيف يمكنك تمييز الخطوط البيانية التناسبية؟

تعلم

من التناسب إلى التمثيل البياني

إذا مثلنا بيانياً معطياتٍ متناسبة، فإنَّ النقاط ذات الصلة تقع مع المبدأ على استقامة واحدة.

مثال الجدول االمرافق هو جدول تناسب، والشكل المرافق تمثيل بياني له.



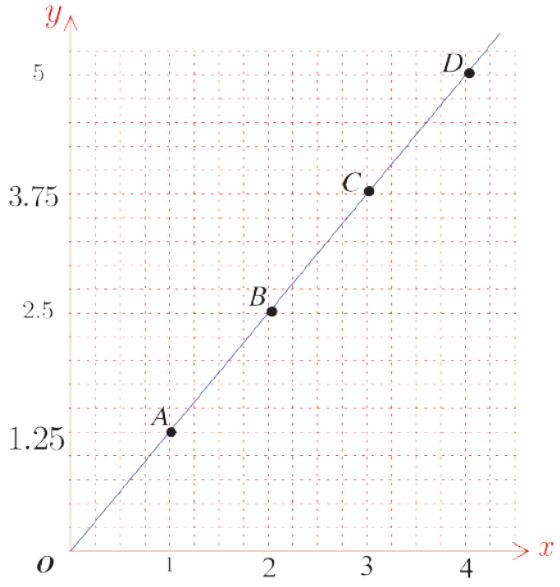
x	1	2	4
y	0.5	1	2

$\times 0.5$

فالنقاط $O(0,0)$ و $A(1,0.5)$ و $B(2,1)$ و $C(4,2)$ واقعة على استقامة واحدة.

من التمثيل البياني إلى التناسب

إذا كانت النقاط الممثلة لمعطيات جدول واقعة مع المبدأ على استقامة واحدة، كان الجدول جدول تناسب.



مثال

هذه حالة تناسب

لأنَّ النقاط $A(1,1.25)$ و $B(2,2.5)$

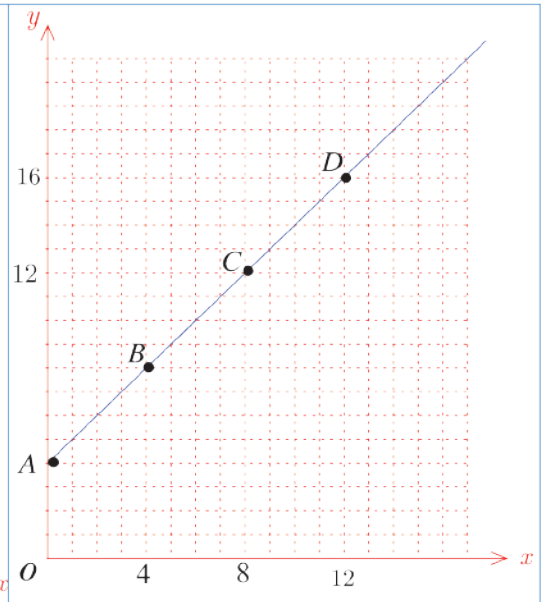
و $C(3,3.75)$ و $D(4,5)$ تقع

مع المبدأ $O(0,0)$ على استقامة واحدة.

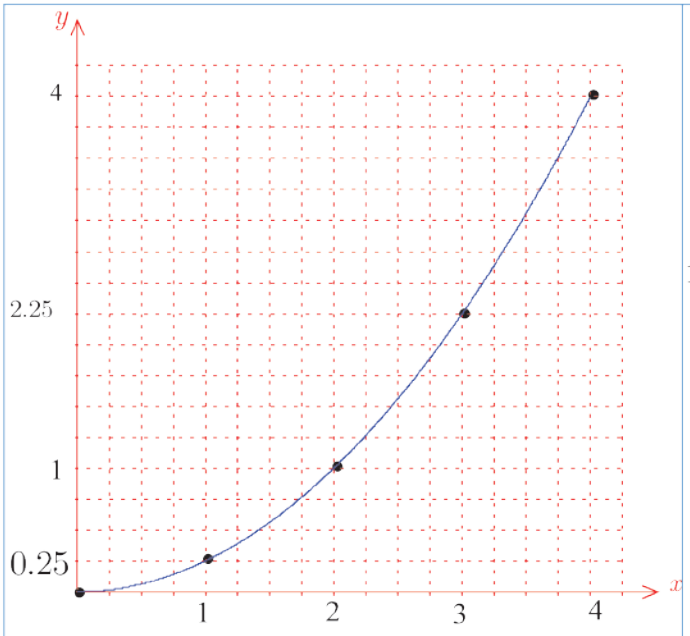
أو نقول:

الخط البياني الذي يمثل المعطيات مستقيمٌ مارٌّ بالمبدأ.

مثال



هذه ليست حالة تناسب لأنَّ A و B و C و D لا تقع مع المبدأ على استقامة واحدة.

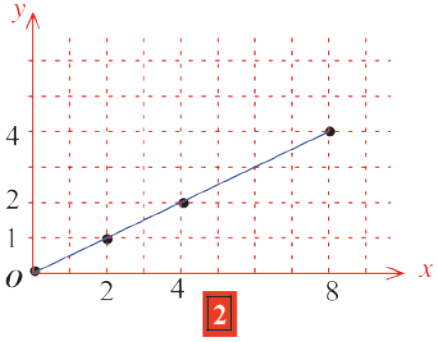


هذه ليست حالة تناسب

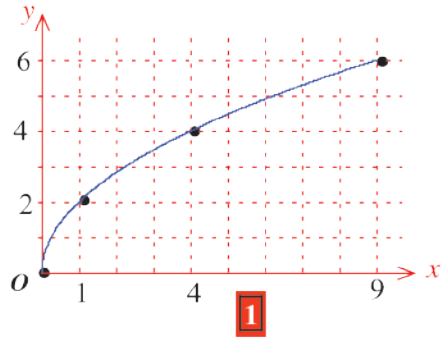
لأنَّ النقاط الممثلة لا تقع مع المبدأ على استقامة واحدة.

تحقق من فهمك

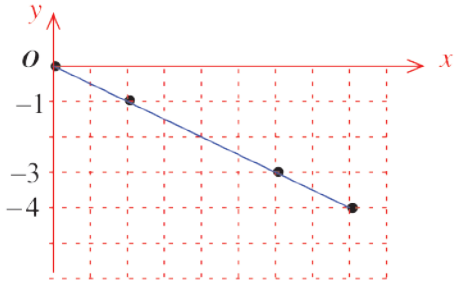
من بين التمثيلات الأربعة الآتية، أشر إلى ما هو في حالة تناسب ذاكراً معامل تناسبه.



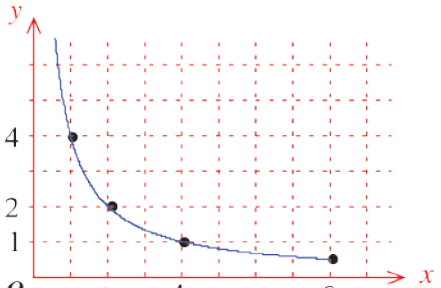
2



1



4



3

إذا كان

x	a	b	c
y	a'	b'	c'

جدول تناسب، كانت النسبة $\frac{y}{x}$ ثابتة.

والعدد الثابت $\frac{y}{x}$ يسمى **معامل التناسب**.

تدرب

① تأمل الجدول الآتي الذي يتضمن الرواتب الشهرية لأربعة موظفين مستأجرين منازل بأجور سنوية (الوحدة النقدية هي الليرة السورية).

الراتب الشهري	24 000	26 000	28 000
الأجرة السنوية	144 000		

إذا علمت إنَّ أجور السكن متناسبة مع الرواتب السنوية.

أولاً:

1. أيٌّ من الأعداد 3 ، 6 ، 9 هو معامل التناسب؟

2. انسخ الجدول السابق وأكمله.

ثانياً:

1. نظِّمْ جدولاً مماثلاً بالرواتب الشهرية وأجور السكن الشهرية.

2. هل الرواتب الشهرية متناسبة مع أجور السكن الشهرية. ما معامل التناسب؟

3. مثِّل بيانات هذا الجدول بيانياً.

② أراد أحد هواة الحاسب اختبار سرعة كتابته على شاشة حاسبه، فوجد النتائج الآتية:

عدد الكلمات	420	600	780
الزمن بالدقائق	7	10	13

1. هل الأزمنة المستغرقة متناسبة مع عدد الكلمات المكتوبة. ما معامل التناسب؟

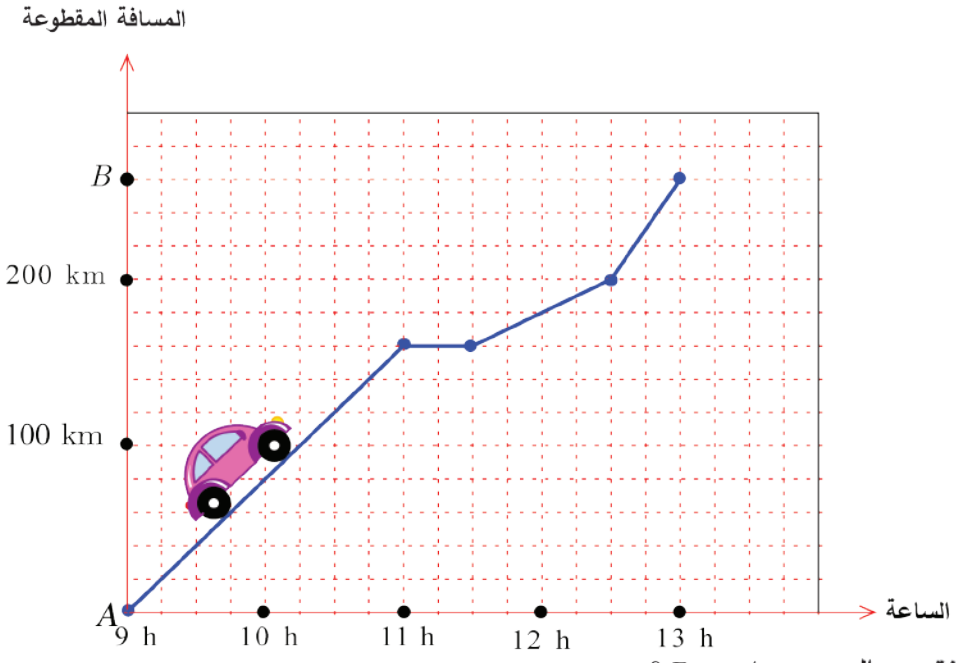
2. مثِّل مفردات هذا الجدول بيانياً

2 السرعة الوسطى

نشاط « حساب السرعات الوسطى وصولاً إلى الصيغة $d = v \cdot t$ »

1. « قراءة خط بياني »

الخط البياني المرسوم أدناه، تمثيل لانتقال سيارة بين مدينتين A و B.



1. ما المسافة بين المدينتين A و B ؟

2. في أية ساعة انطلقت السيارة من المدينة A ؟ وفي أية ساعة وصلت إلى المدينة B ؟

3. ما المسافة التي قطعتها السيارة من الساعة الحادية عشرة حتى الساعة الثالثة عشر ؟

4. هل انتقلت السيارة في الفترة ما بين الساعة الحادية عشرة والحادية عشرة والنصف؟

2. « صيغة »

إذا كان d رمزاً للمسافة المقطوعة بالكيلومترات، وكان t الزمن المستغرق بالساعات، وكان v رمزاً للسرعة الوسطى بالكيلومتر في الساعة، لكان $d = v \cdot t$.

من الساعة التاسعة حتى الحادية عشرة، قطعت السيارة مسافة 160 km، علماً بأنَّ سرعتها لم تكن ثابتة (نقول إنَّ حركتها غير منتظمة). يمكننا القول أن السيارة سارت بمعدل 80 km في الساعة

(نقول إنَّ سرعتها الوسطى هي 80 km في الساعة، والتعبير الرمزي لقولنا هو $80\ \mathrm{km \cdot h^{-1}}$ أو $80\ \mathrm{km\ /\ h}$).

1. ما السرعة الوسطى للسيارة ما بين الساعة الحادية عشرة والنصف والثانية عشرة والنصف؟ وما بين الساعة الثانية عشرة والنصف والثالثة عشر ؟

2. ما السرعة الوسطى للسيارة ما بين الساعة التاسعة والثالثة عشر ؟

3. « مسيرة عودة »

أنهت السيارة مسيرة عودتها من B إلى A بسرعة وسطى مقدارها $80\ \mathrm{km\ /\ h}$.

1. احسب مدة هذه المسيرة.

2. احسب السرعة الوسطى للسيارة ذهاباً وإياباً مقرباً الجواب إلى خانة عشرية واحدة.

4. « في ألعاب القوى »

في سباقِ جريٍ، قطع متسابقٌ مسافة 200 m في عشرين ثانية.

1. ما سرعته الوسطى مقدرة بالأمتار في الثانية؟

2. بهذه السرعة الوسطى، ما المسافة التي يقطعها

① في دقيقة؟ ② في ساعة؟ ③ في يوم؟

3. ما سرعته الوسطى؟ مقدرة بالوحدات الآتية

① $\mathrm{(m/min)}$ ② $\mathrm{(km\ /\ h)}$ ③ كيلو متر في اليوم

4. بعض هذه الوحدات غير ملائمة. ما تعليقك؟

تعلم

تعريف.

القول « v هي السرعة الوسطى لمتحرك » يعني « v هي نسبة المسافة التي يقطعها المتحرك إلى الزمن الذي يستغرقه المتحرك لقطع هذه المسافة »

خاصة.

إذا رمزنا إلى السرعة الوسطى بالرمز v، وإلى المسافة المقطوعة بالرمز d، وإلى الزمن المستغرق بالرمز t، كان $v = \dfrac{d}{t}$، إذن $d = v \cdot t$.

مثال

إذا قطعت سيارة مسافة $120\ \text{km}$ خلال ساعتين من حركتها، كانت سرعتها الوسطى

$$v = \frac{d}{t} = \frac{120\ \text{km}}{2\ \text{h}} = 60\,\text{km/h}$$

وهذا لا يعني بالضرورة أن سرعة السيارة كانت ثابتة، فقد تكون أبطأت تارة وأسرعت تارة أخرى. لكنها كانت تسير بمعدل ستين كيلومتراً في الساعة خلال مدة حركتها.

اكتساب معارف

كيف نستعمل الصيغة $d = v \cdot t$ لحساب المسافة d؟

مثال سارت سيارة لمدة ساعتين و 12 دقيقة بسرعة وسطى مقدارها $65\,\text{km/h}$.

ما المسافة التي قطعتها السيارة؟

الحل:

- كل ساعة تساوي 60 دقيقة، إذن $1\,\text{min} = \frac{1}{60}\ \text{h}$، وبالتالي $12\,\text{min} = \frac{1}{60} \times 12 = \frac{1}{5} = 0.2\ \text{h}$،

  فالزمن المستغرق $t = 2 + 0.2 = 2.2\ \text{h}$.
- بما أنَّ السرعة معطاة بالكيلو متر في الساعة $v = 65\ \text{km / h}$ والزمن معطى بالساعة، $t = 2.2h$

  فتحسب المسافة بالكيلومتر.
- باستعمال الصيغة $d = v \cdot t$، نجد $d = 65 \times 2.2 = 143\ \text{km}$.

فتكون السيارة قد قطعت مسافة 143 كيلومتراً.

كيف نستعمل الصيغة $d = v \cdot t$ لحساب السرعة v؟

مثال تقطع طائرة نفاثة مسافة $28.2\ \text{km}$ كل دقيقتين. احسب سرعتها الوسطى بالمتر في الثانية.

الحل:

- نحسب المسافة المقطوعة بالأمتار $28.2\ \text{km} = 28.2 \times 1000 = 28\,200\ \text{m}$
- نحسب الزمن بالثواني: $2\ \text{min} = 2 \times 60 = 120\ \text{s}$
- نستخدم $d = v \cdot t$ بالصيغة $v = \frac{d}{t}$، فنجد $v = \frac{28\,200}{120} = 235\ \text{m / s}$

فالسرعة الوسطى للطائرة هي $235\,\text{m / s}$

كيف نستعمل الصيغة $d = v \cdot t$ لحساب الزمن t؟

مثال في سباق للدراجات الهوائية، أطلق متسابق العنان لدراجته، فقطع مسافة $3484.5\ \text{km}$ بسرعة وسطى مقدارها $40.4\,\text{km/h}$. احسب الزمن الذي استغرقه هذا المتسابق.

الحل:

- نستخدم $d = v \cdot t$ بالصيغة $t = \dfrac{d}{v}$، فنجد $t = \dfrac{3484.5}{40.4} = 86.25$
- فالزمن الذي استغرقه المتسابق هو 86 ساعة وربع الساعة ($86.25\ \text{h}$).
- نحول $86.25\ \text{h}$ إلى ساعات ودقائق

$$86.25\ \text{h} = 86\ \text{h} + 0.25\ \text{h} = 86\ \text{h} + 0.25 \times 60\ \text{min} = 86\ \text{h} + 15\ \text{min}$$

فالزمن الذي استغرقه المتسابق هو 68 ساعة و 15 دقيقة.

كيف تعرّف وحدات السرعة ليصار إلى اختيار أفضلها حسب وحدات الزمن والمسافة؟

مثال

يسير رجل ماشياً بسرعة وسطى مقدارها $12.6\ \text{km / h}$، أي أنه يسير بمعدل 12.6 كيلومتراً في الساعة.

لحساب هذه السرعة الوسطى بالمتر في الثانية، نجري التحويلين الآتيين.

- $d = 12.6\ \text{km} = 12.6 \times 1000\ \text{m} = 12600\ \text{m}$
- $t = 1\ \text{h} = 1 \times 60 \times 60\ \text{s} = 3600\ \text{s}$

وبهذا نجد $v = \dfrac{d}{t} = \dfrac{12\,600\ \text{m}}{3600\ \text{s}} = 3.5\ \text{m / s}$ (نكتب أيضاً $v = 3.5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)

تحقق من فهمك

① تطير طائرة بسرعة وسطى $9000\ \text{km/h}$ لمدة ساعة و 24 دقيقة. ما المسافة التي قطعتها الطائرة؟

② يقطع أحد الجنود، مسافة $1.9\ \text{km}$ خلال $40\ \text{s}$ (40 ثانية). ما السرعة الوسطى للجندي مقدراً بالمتر في الثانية؟ (m/s)

③ يقدر العلماء أنَّ سرعة الديناصورات جرياً كانت بحدود $36\ \text{km / h}$.

احسب هذه السرعة مستخدماً الوحدة m / s.

تدرب

① قطعَ راكب دراجة على مسارٍ دائري 8 دورات بسرعة وسطى 30 km / h وبزمن قدره 54 s.

1. ما المسافة التي قطعها؟

2. احسب، بدلالة π، نصف قطر دائرة المسار.

② في أحد أحواض السباحة، قطع سبّاح مسافة 140 m خلال دقيقتين و 14 ثانية.

1. احسب السرعة الوسطى لهذا السبّاح مقدرة بالكيلومتر في الساعة.

2. قرب هذه السرعة إلى أقرب وحدة صحيحة.

③ تقطع سلحفاة مسافة 10.4 m كل دقيقة وربع.

1. احسب المسافة التي تقطعها السلحفاة في نصف ساعة.

2. احسب السرعة الوسطى للسلحفاة مستعملاً (m / h).

④ سارت سيارة من الساعة 11 والدقيقة 18 حتى الساعة 12.

1. احسب (بالساعات) الزمن الذي استغرقته السيارة.

2. إذا علمت أنَّ السرعة الوسطى للسيارة كانت محصورة بين 70 km / h و 80 km / h،

أوجد حصراً للمسافة التي قطعتها السيارة.

⑤ اجرِ التحويلات الآتية.

1. ثلاث ساعات وإحدى عشرة دقيقة إلى دقائق.

2. خمس ساعات وتسعة بالعشرة من الساعة إلى دقائق.

3. خمس ساعات وخمس عشرة دقيقة إلى ساعات.

4. تسع دقائق وثلاث وعشرون ثانية إلى ثوان.

⑥ يزحف حلزون بسرعة 15 cm / min. احسب سرعته مستخدماً الوحدة km / h ومقرباً الجواب لثلاثة منازل عشرية.

3 النسبة المئوية

نشاط « العمل على النسب المئوية والقيم الفعلية »

تمعَّنْ الجدول الآتي والذي يحصي طلبة أحد المعاهد حسب أعمارهم

عدد الطلبة	أعمار الطلبة
3 600	① 16 – 20 سنة
2 400	② 21 – 25 سنة

والطلبة الذين يتعلمون اللغة الفرنسية يشكلون 30 % من الفئة ① و 40 % من الفئة ② .

1. ما عدد الطلبة الذين يتعلمون الفرنسية من كل فئة؟

2. لاحظ $30\ \% + 40\ \% = 70\ \%$ ، فهل الذين يتعلمون الفرنسية يشكلون 70 % من طلبة المعهد؟

3. ما عدد طلاب المعهد الذين يتعلمون الفرنسية؟ وما نسبتهم المئوية؟

تعلم

عدد الطالبات في أحد المعاهد 45، ويشكلن 18 % من مجموع طلبة المعهد.

لمعرفة عدد طلبة المعهد وليكن x ، نستخدم القاعدة الثلاثية

100 ← 18

x ← 45

لنجد أن عدد طلبة المعهد $x = \dfrac{45 \times 100}{18} = \dfrac{5 \times 100}{2} = 250$

مثال اشترت رانيا آلة حاسبة بمبلغ 4000 ليرة سورية، وبعد ازدياد الأسعار بنسبة 12.5 %، اشترت صديقتها تالا آلة مماثلة.

لمعرفة السعر الجديد للآلة، نحسب الزيادة x التي تضاف للسعر القديم

100 ← 12.5

4000 ← x

إذن $x = \dfrac{4000 \times 12.5}{100} = 500$ فالسعر الجديد للآلة يساوي $4000 + 500 = 4500$ ليرة سورية.

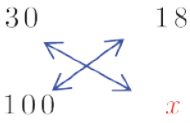
اكتساب معارف

كيف نحسب نسبة مئوية؟

مثال يضم أحد الصفوف 20 طالبة و 10 طلاب. في امتحان الرياضيات نال 65 % من الطالبات و 50 % من الطلاب درجة (امتياز). ما النسبة المئوية لطلبة الصف الذين نالوا درجة (امتياز)؟

الحل:

- $\frac{65}{100} \times 20 = 13$ ، إذن 13 طالبة نالوا درجة (امتياز) .
- $\frac{50}{100} \times 10 = 5$ ، إذن 5 طلاب نالوا درجة (امتياز) .
- عدد الطلبة الذين نالوا (امتياز) يساوي $13 + 5 = 18$
- إذن 18 شخصاً من أصل $20 + 10 = 30$ نالوا درجة (امتياز) .
- نستخدم القاعدة الثلاثية



فنجد $x = \frac{18 \times 100}{30} = 60$ وبهذا فإنَّ 60 % من الطلبة نالوا درجة امتياز .

تحقق من فهمك

① لدى رغد 7 أسطوانات موسيقا كلاسيكية، وهي تشكل 35 % من مجموعة الأسطوانات التي تقتنيها. ما عدد جميع الأسطوانات في المجموعة التي تقتنيها رغد؟

② في صالة عرض للأدوات الكهربائية، عُرض جهاز تصوير بسعر 25 540 ليرة سورية. وبعد فترة ارتفع سعر الجهاز بمقدار 15 %. ما السعر الجديد لجهاز التصوير؟

③ يضم نادٍ رياضي 50 لاعبة و 75 لاعباً. 70 % من اللاعبات و 80 % من اللاعبين يزيد أعمارهم عن 20 سنة. احسب النسبة المئوية لأعضاء النادي ممن يزيد أعمارهم عن 20 سنة.

تدرب

① في صالة عرض للأدوات الكهربائية، عُرض جهاز تلفزيون بسعر 65550 ليرة سورية. وبعد فترة أعلنت الصالة عن تنزيلات بمقدار 18 %. ما السعر الجديد لجهاز التلفزيون؟

② شاهدت ناديا في إحدى صالات البيع سترة واقية للمطر سعرها 2 560 ليرة سورية، وعندما همت بشرائها خصم لها البائع 320 ليرة سورية. احسب النسبة المئوية لهذا الخصم.

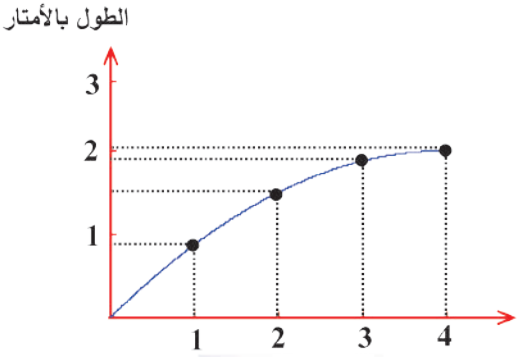
③ بعد الإعلان عن التنزيلات، بيعت سترة سعرها 7 650 ليرة سورية بمبلغ 6 120 ليرة سورية. احسب النسبة المئوية للتنزيل الذي طرأ على سعر السترة.

④ في أحد الشواطئ الصالحة للسباحة، ضمَّ مخيمٌ 75 شابة و 125 شاباً.
في الساعة الثانية، وُجد أنَّ 40 % من الشباب و 60 % من الشابات يسبحون في البحر.
ما النسبة المئوية للمخيمين ممن تواجدوا يسبحون في البحر تلك اللحظة.

تمرينات ومسائل

1 في كل حالة من الحالات الآتية، إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات. أشر إليها.

❶ مثلنا طول شجرة بدلالة عمرها، فحصلنا على البيان المرافق.



① عمر الشجرة متناسب مع طولها

② طول الشجرة متناسب مع عمرها

③ أي منهما ليس متناسباً مع الآخر

❷ باستعمال (السكوتر) استغرقت ناديا $35\ \text{min}$ لقطع مسافة $7\ \text{km}$.

فالسرعة الوسطى للسكوتر هي

① $\frac{35}{7} = 5\ \text{km} \cdot \text{min}^{-1}$ ② $\frac{7}{35} = \frac{1}{5}\ \text{km} \cdot \text{min}^{-1}$ ③ $7 \times 35 = 245\ \text{km} \cdot \text{min}^{-1}$

❸ يستغرق طارق على دراجته على الأقل دقيقة واحدة لقطع مسافة 1 كيلومتر.

فسرعته الوسطى هي:

① $60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ② أقل من $60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$ ③ أكثر من $60\ \text{km} \cdot \text{h}^{-1}$

❹ $5.4\ \text{km} \times \text{h}^{-1}$ يساوي:

① $90\ \text{m.s}^{-1}$ ② $5.4\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$ ③ $1.5\ \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$

❺ سعر مقعد طفل هو 2000 ليرة سورية، ولما ارتفعت الأسعار بنسبة $10\ \%$، أصبح سعره

① 2200 ② 220 ③ 2020

2 أأنت متفق مع ما يرد؟ علِّلْ إجابتك وصحح ما هو خاطئ.

❶ مجموعة مثلثات، $15\ \%$ منها قائمة و $10\ \%$ منها متساوية الساقين و 60 مثلثاً ليست قائمة ولا متساوية الساقين. إذن، عدد هذه المثلثات هو 80 مثلثاً.

❷ طول ضلع مربع $20\ \text{cm}$، فمساحته تساوي $20^2 = 400\ \text{cm}^2$.

إذا ازداد طول ضلعه بنسبة $10\ \%$ بلغت مساحته $440\ \text{cm}^2$.

❸ باع أحد التجار دراجةً بمبلغ 30000 ليرة سورية بخسارة 20 % من سعرها. ثم باع دراجةً ثانية بمبلغ 30000 ليرة سورية إنما بربح 25 % من سعرها. في محصلة الصفقتين يكون التاجر موفقاً.

❹ قال مدرّبٌ لأحد متسابقي الجري ممن يدربهم:

« إذا أردت أن تخفض مدة جريك 20 %، عليك أن تزيد سرعتك 25 % »

❺ قيست سرعة باستعمال الوحدة ($m \cdot s^{-1}$)، فإذا أردنا قياسها باستعمال الوحدة ($km \cdot h^{-1}$)، نضرب بالعدد 3.6.

3

نتأمل مجموعة مستطيلات بعدا كلّ منها x و $x+3$.

1. احسب $\mathcal{A}$ (مساحة كلٍ منها بالسنتيمترات المربعة) بدلالة x.

2. احسب قيم $\mathcal{A}$ الموافقة لقيم x في الحالات الآتية.

$x = 0.5$ و $x = 1$ و $x = 1.5$ و $x = 2$ و $x = 3$. نظِّمْ جدولاً بهذه القيم.

3. مثِّلْ بيانياً محتويات الجدول واستخدم هذا التمثيل لمعرفة ما إذا كان $\mathcal{A}$ و x في حالة تناسب أم لا، معلِّلاً إجابتك.

4

في إحدى مكتبات القرطاسية، وُجد أنَّ سعر القلم الواحد هو 15 ليرة سورية، أما المبيع بالجملة فهو على النحو المبين في الجدول الآتي.

عدد الأقلام	1	5	15
ثمن الأقلام (ل.س)	15	70	200

1. هل أثمان الأقلام متناسبة مع عددها؟. علِّلْ إجابتك.

2. مثِّل مفردات هذا الجدول بيانياً. استخدم التمثيل البياني لتأكيد إجابتك السابقة.

5

في سباق الجري، قطع أحد المتسابقين مسافة 3 km في 10 دقائق.

1. كم متراً يكون قد قطع هذا المتسابق

① في دقيقة واحدة ② في ثانية واحدة

2. ماذا تسمي العددين السابقين؟

6

يملأ صنبور حوضاً سعته 5 ليترات خلال دقيقتين ونصف.

1. ما المدة اللازمة ليملأ هذا الصنبور إناءً سعته $500\ cm^3$؟

2. كم ليتراً من الماء يتدفق من هذا الصنبور خلال ساعة واحدة؟

7 قاد سائق شاحنة شاحنته مدة ساعة و 30 دقيقة بسرعة وسطى قدرها $80\ km / h$، ثم قادها مدة 44 دقيقة بسرعة وسطى قدرها $90\ km / h$.

1. ما المسافة التي قطعها؟

2. احسب السرعة الوسطى لشاحنته خلال مسيرته في مرحلتي القيادة .

8 في سباق جريٍ للكلاب السلوقية، قطع الكلب الفائز مسافة السباق وهي $314\ m$ بسرعة وسطى مقدارها $89.8\ km / h$.

1. احسب بالثواني الزمن الذي استغرقه هذا المتسابق لقطع مسافة السباق.

2. قرِّبْ الثواني إلى خانتين عشريتين. (يمكن استعمال آلة حاسبة)

9 يطارد الفهد طريدته (لمسافات قصيرة) بسرعة $100\ km / h$.

احسب هذه السرعة مستخدماً الوحدة m / s مقرباً الجواب لخانة عشرية واحدة.

10 في عام 2010 كانت الليرة السورية تعادل 0.02 دولاراً أمريكياً.

أولاً) احسب بالدولار الأمريكي سعر كل من الأشياء الآتية مقرباً الجواب لخانتين عشريتين:

1. طاقية سعرها 80 ليرة سورية.

2. قلم حبر ناشف سعره 15 ليرة سورية.

ثانياً) احسب بالليرة السورية سعر كل من الأشياء الآتية مقرباً الجواب لخانتين عشريتين:

1. طقم سعره 175 دولاراً أمريكياً.

2. معطف سعره 190 دولاراً أمريكياً.

11 يدور محرك بسرعة 4200 دورة في الدقيقة. ما سرعة دوران هذا المحرك بالدورات في الثانية؟

12 نعلم أنَّ متوسط غزارة نهر الأمازون في أمريكا الجنوبية هي $150000\ m^3 / s$.

احسب غزارة هذا النهر بالكيلومتر مكعب في السنة (معتبراً السنة 365 يوماً).

13 يضم أحد صفوف الثامن 15 طالبة. يؤلف الذكور 40 % من طلبة هذا الصف. ما عدد طلبة هذا الصف؟

لإحراز تقدم

14 تحويل وحدات السرعة

الخطوات التي تقود إلى التعبير عن السرعة $18\ km \cdot h^{-1}$ بالوحدة $m \cdot s^{-1}$. انسخ وأكمل.

① نحوِّل $18\ km$ إلى الأمتار، فيكون $18\ km = \cdots\cdots m$.

② نحوِّل $1\ h$ إلى الثواني، فيكون $1\ h = \cdots\cdots s$.

③ نستنتج أنَّ $18\ km \cdot h^{-1} = \cdots\cdots\ m \cdot s^{-1}$.

④ عبِّرْ عن السرعة $2\ m \cdot s^{-1}$ بدلالة الوحدة $km \cdot h^{-1}$.

معلومة

$$1\ h = 60\ min,\ 1\ h = 3\ 600\ s,\ 1\ min = 60\ s,\ 1\ s = \frac{1}{3\ 600}\ h,\ 1\ s = \frac{1}{60}\ min,\ 1\ min = \frac{1}{60}\ h$$

15 تحويل وحدات الزمن وحساب السرعة

قطعت رياضية لسباق المشي مسافة $10\ km$ بمدة $41\ min$ و $49\ s$.

① عبِّرْ بالساعات عن كلٍ من $41\ min$ و $49\ s$.

② استخدم آلتك الحاسبة لحساب المدة التي استغرقتها المتسابقة ثم قرب الناتج إلى منزلتين عشريتين.

③ احسب السرعة الوسطى لهذه المتسابقة باستعمال الوحدة $km \cdot h^{-1}$.

قرِّب الناتج إلى رقم عشري واحد.

16 تعلُّم التعبير النصي

اقرأ النص والحل المقترح من قبل أحد الطلاب، ثم صِغ الحل آخذاً بالتعليقات على حل الطالب.

النص: يسكن كنان على مسافة $800\ m$ من موقف حافلة مديريته ويخرج من منزله في الساعة السابعة والدقيقة 15، ويمر الباص بالموقف في الساعة السابعة والدقيقة 21.

بأية سرعة على كنان أن يجري (بالكيلومتر في الساعة) كي لا يتخلف عن باصه؟

حل الطالب مع ملاحظات المصحح (باللون الأحمر).

$7\ h\ 21\ min - 7\ h\ 15\ min = 6\ min$ (ما هي هذه المدة؟)

$0.8 \div 6 \approx 0.13$ (من أين لك العدد 0.8؟ وما هي وحدة خارج القسمة؟)

على كنان أن يجري بسرعة ~~0.13~~ $km \cdot h^{-1}$.

للتعمق

17 أراد أحد سائقي سيارات الأجرة لرحلات طويلة أن يختبر معدل مصروف سيارته من الوقود، وفي إحدى رحلاته شاهد على لوحة السيارة ما يتضمنه الجدول الآتي.

	عند الانطلاق	عند الوصول
عدّاد المسافة (بالكيلومتر)	8 280	8 520
عدّاد الوقود (باللتر)	35	19.40

1. ① احسب (باللتر) متوسط كمية البنزين التي تصرفها سيارته لقطع مسافة 100 km.

② استخدم المعلومة السابقة لحساب متوسط كمية البنزين التي تصرفها سيارته لقطع مسافة 20 000 km.

2. ① احسب (بالكيلومتر) متوسط المسافة التي تقطعها السيارة باستهلاك لتر من البنزين.

(قرب الجواب إلى خانتين عشريتين)

② استخدم المعلومة السابقة لحساب متوسط المسافة التي تقطعها السيارة باستهلاك 38 L من البنزين

18 الحركة خلال مرحلتين

يقود كلّ من أكرم وأكثم دراجته على مرحلتين.

- أكرم:

في المرحلة الأولى يسير بدراجته لمدة نصف ساعة بسرعة $30\ km \cdot h^{-1}$، وفي المرحلة الثانية بسرعة $20\ km \cdot h^{-1}$.

- أكثم:

في المرحلة الأولى يقطع مسافة 15 km بسرعة $30\ km \cdot h^{-1}$، وفي المرحلة الثانية يقطع مسافة 15 km بسرعة $20\ km \cdot h^{-1}$. فمن من الإثنين قد حقق سرعة وسطى أفضل في مرحلتي حركتهما؟

19 على الدراجة

كي يصل أحد المدرسين إلى مدرسته، يقطع باستعمال دراجته النارية 5 km في ربع ساعة.

وفي العودة (كونه ليس مستعجلاً) يخفض سرعته الوسطى بمقدار 20 %.

ما الزمن الذي يستغرقه المدرس في مسيرة العودة؟

20 تناسب أم لا؟

y و z يرمزان إلى مقدارين تابعين لمقدارٍ رمزه x:

$y = x\left(x^2 - 3x + 4\right)$ و $z = 5\left(x - 3\right) - 3\left(x - 5\right)$

نريد معرفة ما إذا كان y و z متناسبين مع x:

أولاً: 1. انسخ وأكمل الجدول الآتي.

x	0	1	2
y			
z			

2. بمقتضى الجدول، هل يمكن التأكيد على أنَّ y و z متناسبين مع x؟

ثانياً:

1. احسب قيمة كلٍ من y و z عند $x = 3$.

2. من هذا الحساب، هل يمكن استنتاج أنَّ:

① y ليس متناسباً مع x؟ لماذا؟ ② z متناسب مع x؟ لماذا؟

ثالثاً: استخدم عبارة z بدلالة x لتأكيد أنَّ z متناسب مع x.

لتأكيد أنَّ z متناسب مع x. عليك أن تعيّن معامل التناسب، وهو العدد الثابت a الذي يحقق $z = ax$.

21 المقياس

1. رُسم مصوّر لغرفة مستطيلة الشكل بعداها 3.2 m و 4 m على صفحة بمستطيل بعداه 16 cm و 20 cm. ما المقياس المستخدم في الرسم؟

2. نريد أن نرسم على الصفحة، وفق المقياس السابق، نموذجاً لخزانة مستطيلة بعداها 1.80 m و 63 cm. احسب بعدي النموذج.

3. إذا كان عرض الباب على المصور 4 cm، ما العرض الحقيقي للباب؟

22 دائرة

هل طول الدائرة متناسب مع طول نصف قطرها؟ إن كان ذلك، ما معامل التناسب؟

23 كريب

في الاجتماع السنوي لمجلس إدارة إحدى الشركات، تغيب الكثير من الأعضاء بسبب وباء الكريب المتفشي في تلك الفترة. قال أحد الأعضاء السبعة الحاضرين «لا يمكننا اتخاذ أي قرار بسبب غياب 65 % من الأعضاء» ما عدد أعضاء مجلس إدارة تلك الشركة؟

24 سهرة

70 % من زمن سهرة الشباب تنقضي قبل منتصف الليل. فإذا كانت السهرة تبدأ في الساعة 20 والدقيقة 30، في أية ساعة تنتهي السهرة؟

25 نجاح – رسوب

في إحدى المدن، نشر المركز الثقافي جدولاً بالطلاب المنتقلين من الصف التاسع من التعليم الأساسي إلى الصف الأول من التعليم الثانوي لأربع سنوات متتالية.

العام الدراسي	طلاب التاسع الأساسي	طلاب الأول الثانوي	النسبة المئوية
2008 – 2009	1 000	972	2.8 %
2009 – 2010	1 050	1 029	.....
2010 – 2011	.....	1 379	1.5 %
2011 – 2012	2 000	.....	1.2 %

1. إلامَ تشير النسبة المئوية 2.8 %.

2. أكمل الجدول بما ينسجم مع معطيات العام الدراسي 2008 – 2009.

26 في عام 2013 عرضت إحدى صالات البيع حواسب محمولة بسعر 60000 ليرة لكل حاسب.

وفي العام 2014 ارتفعت الأسعار بنسبة 10 %، ثم ارتفعت في العام 2015 بنسبة 10 %. ما سعر الحاسب في العام 2015؟

27 مضاعفات العدد 7

يرمز n إلى كل عدد صحيح يحقق $32 < n < 58$. ما النسبة المئوية لمضاعفات العدد 7 من بين هذه الأعداد؟

28 صمامات محرك السيارة

يقطع مزارع المسافة بين منزله ومزرعته في زمن معين.

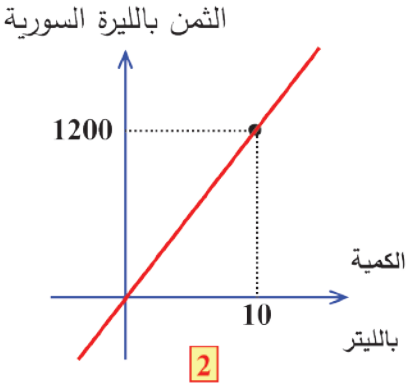
في أحد الأيام، وبسبب خلل في صمامات محرك سيارته، اضطر المزارع إلى تخفيض سرعته الوسطى بمقدار $50\ \%$.

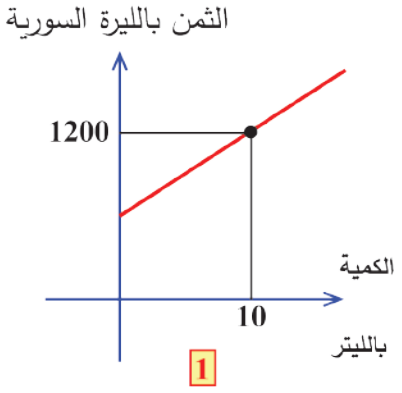
احسب النسبة المئوية للزيادة التي طرأت على الزمن الذي استغرقه المزارع بين منزله ومزرعته في هذه الرحلة.

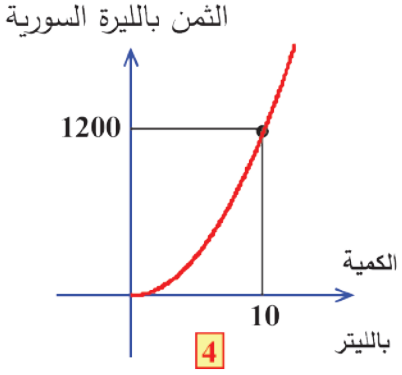
29 التفسير بالتمثيل البياني

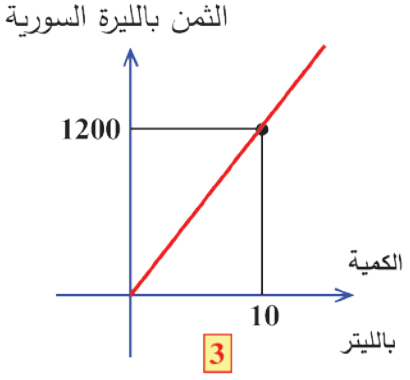
ملأ أحد السائقين خزان سيارته بالوقود من إحدى المحطات.

أيٌّ من التمثيلات الآتية هو الأفضل تمثيلاً لتلك المحطة؟ علِّلْ إجابتك.









الوحدة السادسة
الإحصاء

1. الجدول التكراري وجدول الفئات
2. التكرار المتجمع (التراكمي)
3. تمثيل بيانات إحصائية
4. المتوسط الحسابي

انطلاقة نشطة

في كلٍ مما يأتي، واحدة فقط من الإجابات ① و ② و ③ صحيحة، أشر إليها.

الجدول الآتي يمثل درجات عينة من طلاب الصف الثامن الأساسي في اختبار درجته العظمى 20.

استعمل هذا الجدول للإجابة عن الأسئلة من الرقم 1 حتى الرقم 4.

الدرجة x	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
التكرار n	1	1	3	5	6	5	9	8	6	3	3

① التكرار الكلي لهذه العينة يساوي ① 15 ② 50 ③ 110

② التكرار للدرجة 8 هو ① 5 ② 8 ③ 12

③ تكرار الدرجات التي تساوي أو تقل عن 8 يساوي ① 5 ② 10 ③ 25

④ تكرار الدرجات x التي تحقق $8 \leq x < 11$ يساوي ① 16 ② 20 ③ 15

⑤ في ثلاثة اختبارات متتالية لمادة الرياضيات في الفصل الدراسي الأول (الدرجة العظمى 20)، نالت رانيا في الاختبار الأول 15 درجة، ونالت في كلٍ من الاختبارين الآخرين 18 درجة.

الدرجة التي استحقتها رانيا في الفصل الأول هي .... ① 18 ② 17.5 ③ 17

1 الجدول التكراري وجدول الفئات

نشاط « التمكن من تبويب معطيات إحصائية في فئات مما يفيد في دراسة العينات كبيرة الحجم »

1. تقدم 20 طالباً لاختبار في مادة الرياضيات (الدرجة العظمى 20).

سليمان وعلا ورغد، نال كل منهم 10 درجات. وغيث وريم وورلا وورويدة ، نال كل منهم 12 درجة.

سلمى، نالت 14 درجة. لجين وعبير، نالت كل منهما 15 درجة. فؤاد وفادي وجمال وجمانة، نال كل منهم 16 درجة. صفاء وسارة وحلا، نال كل منهم 18 درجة. ولماح ووضاح ولينا، نال كل منهم 19 درجة.

أكمل الجدول التكراري الآتي.

الدرجة	10	12	14	15	16	18	19
التكرار	.	4	...	...	...	...	...

2. العينة الإحصائية الآتية، مفرداتها هي كتل 28 شخصاً قدرت بالكيلوغرامات.

20 , 9 , 16 , 14 , 16 , 15 , 12 , 13 , 14 , 12 , 15 , 25 , 12 , 15

16 , 12 , 12 , 20 , 9 , 20 , 26 , 25 , 27 , 15 , 24 , 22 , 26 , 24

نرتب هذه العينة تصاعدياً، فنجد.

9 9 12 12 12 12 12 13 14 14 15 15 15 15

16 16 16 20 20 20 22 24 24 25 25 26 26 27

إذا رمزنا إلى الكتلة بالرمز x_i وإلى عدد الأشخاص ذوي الكتلة x_i بالرمز f_i، وجدنا الجدول التكراري الآتي

x_i	9	12	13	14	15	16	20	22	24	25	26	27
f_i	2	5	1	2	4	3	3	1	2	2	2	1

الجدول الآتي نسميه جدول الفئات.

الفئة	$[9,12[$	$[12,15[$	$[15,18[$	$[18,21[$	$[21,24[$	$[24,27[$
التكرار	7	8	.....	.....	.....	5

1. ما عدد الفئات؟

2. طول الفئة الأولى (أو مداها) $\ell = 12 - 9 = 3$. ما أطوال باقي الفئات؟

3. مركز الفئة الثانية: $c_2 = \frac{12+15}{2} = 13.5$. ما مراكز باقي الفئات؟

تعلم

الجدول التكراري

في إحدى الجامعات، وجد أنَّ 20 طالباً، مسافات سكنهم عن الجامعة، موزعة على النحو الآتي.

المسافة (d) بالكيلومترات	1	4	5	7	10	12	14	15	17	19
التكرار (عدد الطلاب)	1	1	2	2	4	4	3	0	1	2

①

مجموعة الطلاب التي أحصيت مسافات منازلهم عن الجامعة، نسميها **عينة إحصائية**، ونسمي عدد الطلاب **حجم العينة** ونرمز إليها بالرمز n. في مثالنا $n = 20$.

- الجدول السابق نسميه **الجدول التكراري**.
- عدد الطلاب الذين يبعد سكنهم عن الجامعة $14\ \text{km}$ هو 3 . نسمي 3 **التكرار** للمسافة 14.

جدول الفئات

لتنظيم جدول الفئات، علينا اختيار عدد الفئات، هذا العدد يجب أن يكون قاسماً لحجم العينة.

في مثالنا يمكن أن نختار عدد الفئات 2 أو 4 أو 5 أو 10 ... وكلما كبر عدد الفئات كلما كانت المعطيات أقرب من الحقيقة.

في عملنا مع البيانات في المثال السابق، سنوزع العينة إلى أربع فئات، فيكون طول الفئة $\ell = \frac{D}{4} = 4.5 \approx 5$ حيثُ D مدى العينة ويساوي أكبر مفردة - أصغر مفردة.

الفئة الأولى $[0,5[$: $0 \leq d < 5$ ، تكرارها $1 + 1 = 2$

الفئة الثانية $[5,10[$: $5 \leq d < 10$ ، تكرارها $2 + 2 = 4$

الفئة الثالثة $[10,15[$: $10 \leq d < 15$ ، تكرارها $4 + 4 + 3 = 11$

الفئة الرابعة $[15,20]$: $15 \leq d \leq 20$ ، تكرارها $0 + 1 + 2 = 3$

ويكون الجدول الآتي هو جدول الفئات لهذه البيانات.

الفئة	$[0,5[$	$[5,10[$	$[10,15[$	$[15,20]$
تكرار الفئة	2	4	11	3

②

يمكن تنظيم جدول الفئات على النحو الآتي.

الفئة	$0 \leq d < 5$	$5 \leq d < 10$	$10 \leq d < 15$	$15 \leq d \leq 20$
تكرار الفئة	2	4	11	3

تحقق من فهمك

① طُلب من طلاب الصف الثامن (20 طالباً) أن يسجلوا عدد الروايات التي قرؤوها هذا العام، فجاءت النتائج كالآتي. 1, 0, 1, 3, 0, 2, 4, 5, 2, 1, 0, 0, 2, 3, 1, 0, 0, 0, 1, 2

نظم جدول التكرار .

② العينة الإحصائية الآتية، مفرداتها هي درجات 30 طالباً في مذاكرة الرياضيات.

200, 290, 300, 281, 290, 210, 150, 240, 295, 256

180, 257, 270, 100, 234, 235, 255, 249, 90, 190

160, 274, 290, 210, 250, 215, 183, 211, 245, 196

نظم جدول الفئات لهذه البيانات (اختر عدد الفئات 6).

تدرب

① الجدول الآتي يظهر عدد الأهداف التي حققها فريق لكرة القدم.

عدد الأهداف	0	1	2	3
عدد المباريات	2	3	4	1

① ما عدد المباريات التي لعبها هذا الفريق؟

② ما عدد الأهداف التي سجلها هذا الفريق؟

② في أولمبياد للرياضيات خاص بالصف الثامن (الدرجة العظمى 20) نشرت درجات عينة مؤلفة من 50 متسابقاً كما يأتي.

15, 6, 15, 8, 18, 14, 5, 9, 5, 7
17, 9, 18, 15, 6, 10, 1, 11, 12, 6
10, 14, 13, 9, 16, 8, 13, 5, 8, 11
2, 17, 15, 6, 14, 11, 10, 6, 13, 3
10, 2, 15, 2, 8, 7, 12, 18, 3, 13

نظِّمْ جدول فئات بهذه المعطيات متخذاً أربع فئات على النحو الآتي:

$15 \leq m$ $\quad 10 \leq m < 15$ $\quad 5 \leq m < 10$ $\quad m < 5$

(يرمز m إلى درجة المتسابق).

2 التكرار المتجمع (التراكمي)

نشاط « تعرف التكرار المتجمع الصاعد (أقل من) والنازل (أكبر من)»

1. جدول التكرار المتجمع الصاعد

المعطيات هي ما وردت في مثال الأشخاص وكتلهم (المثال السابق)

الجدول الآتي يسمى جدول التكرار المتجمع الصاعد. أكمل هذا الجدول.

الحد الأعلى للفئة	< 12	< 15	< 18	< 21	< 24	≤ 27
التكرار المتجمع الصاعد	2	10	... ...	... ...	... ...	... ...

2. جدول التكرار المتجمع النازل

المعطيات هي ما وردت في مثال الأشخاص وكتلهم (المثال السابق)

الجدول الآتي يسمى جدول التكرار المتجمع النازل. أكمل هذا الجدول.

الحد الأدنى للفئة	≥ 9	≥ 12	≥ 15	≥ 18	≥ 21	≥ 24
التكرار المتجمع النازل	28	26	... ...	... ...	... ...	5

تعلم

التكرار المتجمع الصاعد (أقل من)

لنتأمل الجدول ② .

عدد الطلاب الذين مسافة سكنهم عن الجامعة أقل من 5 km هو 2 .

عدد الطلاب الذين مسافة سكنهم عن الجامعة أقل من 10 km هو $2 + 4 = 6$.

عدد الطلاب الذين مسافة سكنهم عن الجامعة أقل من 15 km هو $6 + 11 = 17$.

عدد الطلاب الذين مسافة سكنهم عن الجامعة أقل من 20 km هو $17 + 3 = 20$.

ننظم جدولاً بهذه البيانات، نسميه الجدول المتجمع الصاعد:

الحد الأعلى للفئة	5	10	15	20
التكرار المتجمع الصاعد	2	6	17	20

التكرار المتجمع النازل (أكثر من)

لنتأمل الجدول ① .

عدد الطلاب الذين مسافة سكنهم عن الجامعة أكبر من 0 km هو 20 .

عدد الطلاب الذين مسافة سكنهم عن الجامعة أكبر من 5 km هو $20 - 2 = 18$.

عدد الطلاب الذين مسافة سكنهم عن الجامعة أكبر من 10 km هو $20 - 6 = 14$.

عدد الطلاب الذين مسافة سكنهم عن الجامعة أكبر من 15 km هو $20 - 17 = 3$.

ننظم جدولاً بهذه البيانات، نسميه الجدول المتجمع النازل.

الحد الأدنى للفئة	0	5	10	15
التكرار المتجمع النازل	20	18	14	3

تحقق من فهمك

الجدول الآتي يشير إلى الفارق في عدد الأهداف التي حققها أحد فرق كرة القدم مع الخصوم خلال 160 مباراة أحرز فيها الانتصار.

الفارق في الأهداف	1	2	3	4
عدد الانتصارات	95	45	15	5

1. أنشئ جدول التكرار المتجمع الصاعد.

2. أنشئ جدول التكرار المتجمع النازل.

تدرب

هذه المفردات هي مسافات 24 موظفاً عن مكاتبهم (المسافة d مقدرة بالكيلومترات):

2.5	3.2	2	3.5	3.9	3.2
3.1	3.5	3.5	2.7	4.1	2.4
4.2	2.7	3.4	2.1	2.5	1.9
3.4	3.8	2.3	3	3.9	3.4

نظِّمْ جدولاً تكرارياً لهذه المفردات مستعملاً الفئات:

$1 \leq d < 2$ ، $2 \leq d < 3$ ، $3 \leq d < 4$ ، $4 \leq d < 5$

3 المتوسط الحسابي

نشاط « تعرُّف المتوسط الحسابي باستعمال طرائق مختلفة لعرض البيانات الإحصائية »

المعطيات هي ما وردت في مثال الأشخاص وكتلهم (المثال السابق)

1. في حالة البيانات الإحصائية معطاة وفق الجدول التكراري الآتي.

x_i	9	12	13	14	15	16	20	22	24	25	26	27
f_i	2	5	1	2	4	3	3	1	2	2	2	1

احسب المتوسط الحسابي لكتل أشخاص العينة.

2. في حالة البيانات معطاة وفق جدول الفئات الآتي.

الفئة	$[9,12[$	$[12,15[$	$[15,18[$	$[18,21[$	$[21,24[$	$[24,27]$
التكرار	2	8	... ...	... ...	... ...	7

1. أكمل الجدول هذا الجدول.

2. احسب **القيمة التقريبية** للمتوسط الحسابي لكتل أشخاص العينة.

تعلم

أولاً: المتوسط الحسابي

تعريف.

المتوسط الحسابي للأعداد $x_1 , x_2 , \cdots\cdots , x_n$ هو خارج قسمة مجموع هذه الأعداد على عددها.

$$\overline{x} = \frac{x_1 + x_2 + \cdots\cdots + x_2}{n}$$

مثال المتوسط الحسابي للأعداد الخمسة $6 , 16 , 15 , 8 , 10$ يعطى وفق:

$$\overline{x} = \frac{10 + 8 + 15 + 16 + 6}{5} = \frac{55}{5} = 11$$

تعريف.

المتوسط الحسابي لمفردات العينة $x_1 , x_2 , \cdots\cdots$ التي تكراراتها على التوالي هي $n_1 , n_2 , \ldots$ ، يعطى وفق

$$\overline{x} = \frac{n_1.x_1 + n_2.x_2 + \cdots\cdots}{n_1 + n_2 + \cdots\cdots} = \frac{n_1.x_1 + n_2.x_2 + \cdots\cdots}{n}$$

مثال لتكن البيانات الإحصائية مبوبة في الجدول التكراري الآتي.

x_i	6	8	10	11	12
f_i	2	3	6	4	1

المتوسط الحسابي يعطى وفق

$$\overline{x} = \frac{2\times 6 + 3\times 8 + 6\times 10 + 4\times 11 + 1\times 12}{2+3+6+4+1} = \frac{12+24+60+44+12}{16} = \frac{152}{16} = 9.5$$

ثانياً: المتوسط الحسابي التقريبي

نسعى إلى هذا المتوسط في حالة بيانات إحصائية مبوبة في جدول فئات.

في هذه الحالة، x_1 , x_2 , ... هي مراكز الفئات.

مثال

الفئة	$[0,4[$	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16]$
تكرار الفئة	2	4	3	1

مراكز الفئات في هذه البيانات هي على التوالي.

$$x_1 = \frac{0+4}{2} = 2, \quad x_2 = \frac{4+8}{2} = 6, \quad x_3 = \frac{8+12}{2} = 10, \quad x_4 = \frac{12+16}{2} = 14$$

الفئة	$[0,4[$	$[4,8[$	$[8,12[$	$[12,16]$
مركز الفئة	2	6	10	14
تكرار الفئة	2	4	3	1

فالمتوسط الحسابي التقريبي يُعطى وفق.

$$\overline{x} = \frac{2\times 2 + 4\times 6 + 3\times 10 + 1\times 14}{2+4+3+1} = \frac{4+24+30+14}{10} = \frac{72}{10} = 7.2$$

تحقق من فهمك

مجموعة مؤلفة من 200 شخصاً، يستغرقون يومياً الوقت t بالدقائق، في مشاهدة التلفاز وفق التوزيع الآتي.

الزمن t	$0 \le t < 40$	$40 \le t < 80$	$80 \le t < 120$	$120 \le t \le 180$
التكرار	10	50	100	40

احسب المتوسط الحسابي التقريبي للزمن الذي يستغرقه الشخص الواحد من هؤلاء في مشاهدة التلفاز.

تدرب

① الجدول الآتي يظهر عدد الأهداف التي حققها فريق الجهاد لكرة القدم في 19 مباراة لعبها هذا الفريق وتبقى مباراة أخيرة في الدوري سيلعبها هذا الفريق الأسبوع المقبل.

عدد الأهداف	0	1	2	3
عدد المباريات	7	7	4	1

❶ ما المتوسط الحسابي لعدد الأهداف التي حققها الفريق في المباراة الواحدة حتى الآن؟
(بالتقريب إلى رقم عشري واحد)

❷ كم هدفاً على هذا الفريق أن يحقق في المباراة الأخيرة، كي يكون متوسط أهدافه هدفاً في كل مباراة.

② الجدول الآتي عرضُ للائحة بأسعار أربع قطع من عقار.

سعر المتر المربع (ل.س)	10000	12000	15000	20000
مساحة القطعة (m^2)	200	150	100	50

1. احسب المتوسط الحسابي لسعر المتر المربع من العقار.

2. إذا ارتفع سعر المتر المربع من العقار بنسبة 5 % :

① احسب المتوسط الحسابي حسب السعر الجديد.

② احسب النسبة المئوية للزيادة في المتوسط الحسابي.

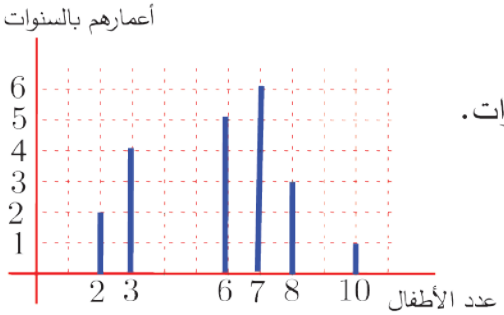
③ تضم إحدى المدارس 5 صفوف بسعة 28 طالباً، و 4 صفوف بسعة 27 طالباً، و 3 صفوف بسعة 26 طالباً، و 5 صفوف بسعة 25 طالباً، و 3 صفوف بسعة 24 طالباً.

1. ما عدد الطلاب في هذه المدرسة؟

2. احسب المتوسط الحسابي لعدد الطلاب في الصف الواحد (قرب الجواب إلى خانة عشرية واحدة)

تمثيل بيانات إحصائية

نشاط « تمثيل بيانات إحصائية بمستطيلات »



1. الشكل المرافق تمثيلٌ بالأعمدة لأعمار 36 طفلاً بالسنوات.

طفلان: عمر كل منهما سنتان.

ثلاثة أطفال: عمر كل منهم 4 سنوات

ستة أطفال: عمر كل منهم 5 سنوات .... وهكذا

نظِّمْ جدول التكرار للبيانات الإحصائية الممثلة بهذه الأعمدة.

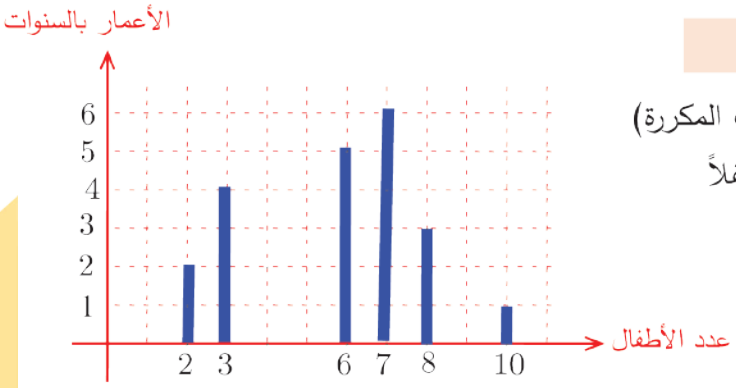
2. جدول الفئات الآتي، يمثل أعمار 17 شخصاً

الفئة	$[2,6[$	$[6,10[$	$[10,14[$	$[14,18[$	$[18,22]$
التكرار	1	3	7	5	1

مثل هذه البيانات بمستطيلات، قاعدة كل منها تساوي مدى الفئة وارتفاعه يساوي تكرار الفئة.

تعلم

التمثيل بالأعمدة (لبيانات مكررة)



مثال التمثيل بالأعمدة (خاص بالبيانات المكررة)

الشكل المرافق تمثيلٌ بالأعمدة لأعمار 36 طفلاً بالسنوات.

طفلان: عمر كل منهما سنتان ،

ثلاثة أطفال: عمر كل منهم 4 سنوات

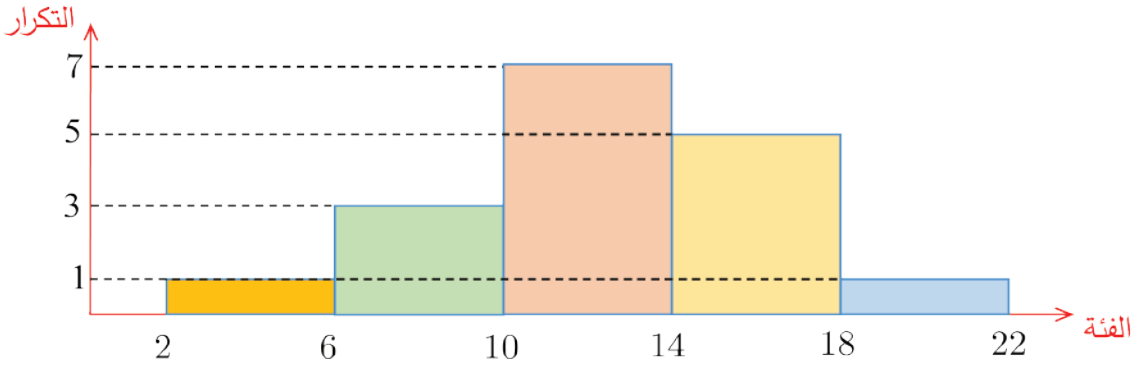
ستة أطفال: عمر كل منهم 5 سنوات .... وهكذا

التمثيل بمستطيلات

في حالة بيانات مبوبة في جدول تكراري، يمكن تمثيلها بمستطيلات البعد الأفقي لكل مستطيل يساوي مدى الفئة والبعد الشاقولي يساوي تكرارها. يسمى هذا التمثيل: المدرج التكراري.

الفئة	$[2,6[$	$[6,10[$	$[10,14[$	$[14,18[$	$[18,22]$
التكرار	1	3	7	5	1

تمثل هذه البيانات بمستطيلات، قاعدة كل منها تساوي مدى الفئة وارتفاعه يساوي تكرار الفئة.



اكتسـاب معـارف

مثال الجدول الآتي هو الجدول التكراري لدرجات 30 طالباً في اختبارٍ لمادة الرياضيات (الدرجة العظمى 30)

المفردة x_i	10	13	16	20	22	26	28	29
التكرار f_i	2	4	6	7	5	3	1	2

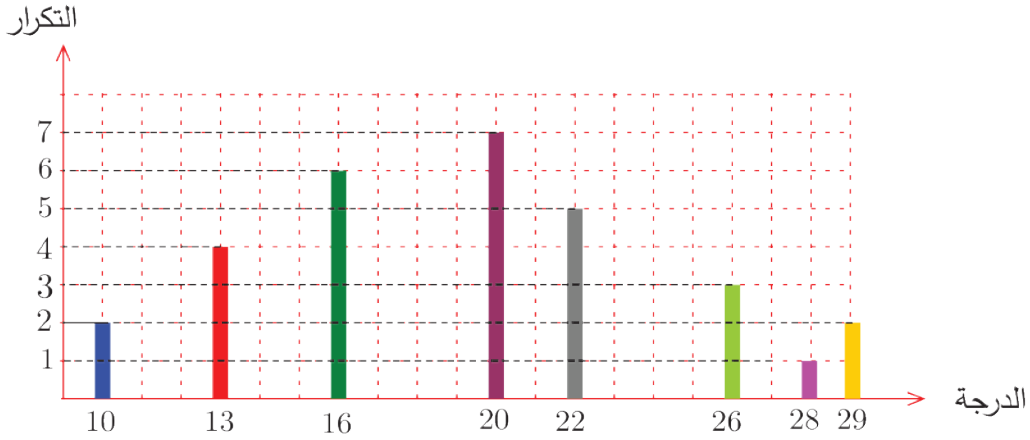
1. احسب المتوسط الحسابي لدرجات هذه العينة.
2. مثِّل هذه البيانات بأعمدة.
3. نظِّمْ جدولَ فئات لهذه البيانات، ثم احسب المتوسط الحسابي التقريبي.
4. مثِّل هذه البيانات بمستطيلات.
5. نظم جدولَ التكرار المتجمع الصاعد.
6. مثِّلْ التكرار المتجمع الصاعد بأعمدة.

الحل:

1. حساب المتوسط الحسابي

$$\overline{x} = \frac{2\times 10 + 4\times 13 + 6\times 16 + 7\times 20 + 5\times 22 + 3\times 26 + 1\times 28 + 2\times 29}{2+4+6+7+5+3+1+2} = \frac{582}{30} = 19.4$$

2. تمثيل البيانات بأعمدة.



3. جدول فئات، متوسط حسابي تقريبي.

① تنظم جدول فئات

مدى العينة: $D = 30 - 10 = 20$

نعتمد 5 فئات، فيكون طول الفئة $\ell = \frac{D}{5} = \frac{20}{5} = 4$ ، ويكون جدول الفئات الموافق هو الآتي:

الفئة	$[10,14[$	$[14,18[$	$[18,22[$	$[22,26[$	$[26,30]$
تكرار الفئة	6	6	7	5	6

قد نرمز إلى درجة الطالب بالرمز x ، ثم ننظم جدول الفئات على النحو الآتي.

الفئة	$10 \leq x < 14$	$14 \leq x < 18$	$18 \leq x < 22$	$22 \leq x < 26$	$26 \leq x \leq 30$
تكرار الفئة	6	6	7	5	6

② المتوسط الحسابي التقريبي.

مراكز الفئات هي على التوالي: $x_1 = \frac{10+14}{2} = 12$ ، $x_2 = x_1 + 4 = 12 + 4 = 16$ ،

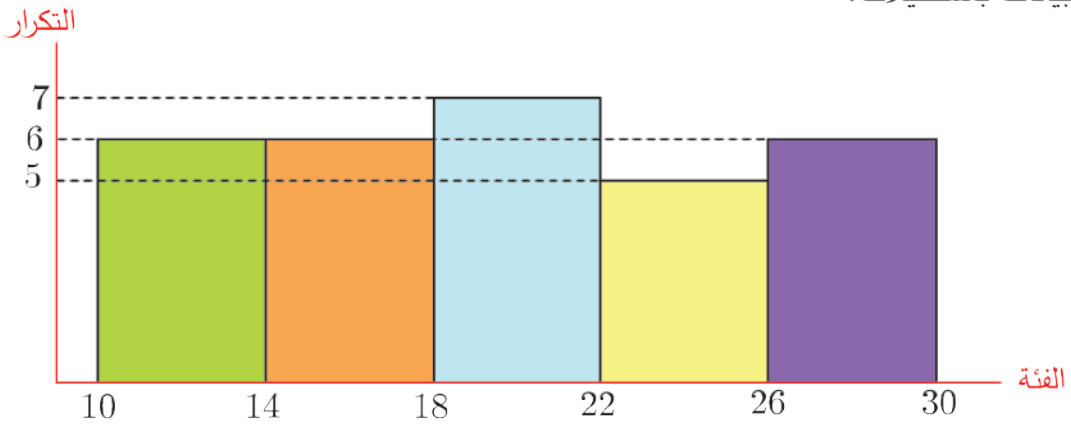
$x_3 = 16 + 4 = 20$ ، $x_4 = 24$ ، $x_5 = 28$

مركز الفئة	12	16	20	24	28
تكرار الفئة	6	6	7	5	6

يُعطى المتوسط الحسابي $\overline{x}$ وفق

$$\overline{x} = \frac{6 \times 12 + 6 \times 16 + 7 \times 20 + 5 \times 25 + 6 \times 28}{6 + 6 + 7 + 5 + 6} = \frac{582}{30} \approx 19$$

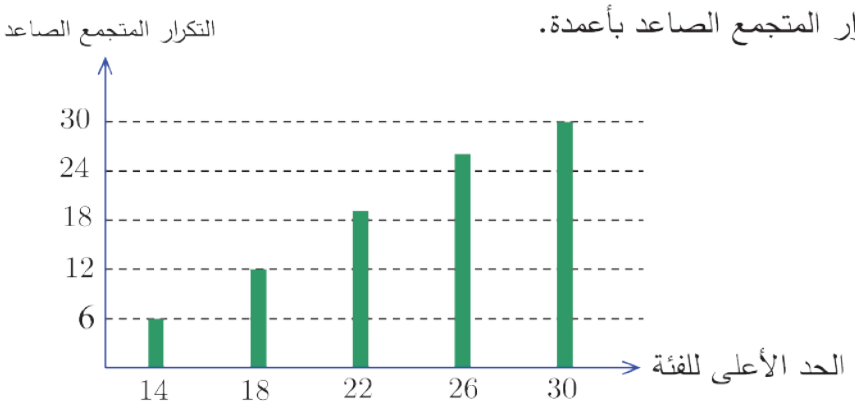
4. تمثيل البيانات بمستطيلات.



5. جدولَ التكرار المتجمع الصاعد.

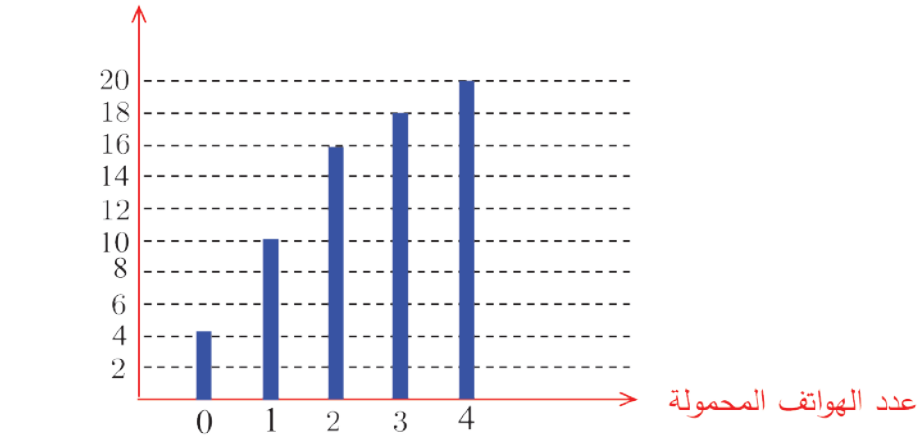
الحد الأعلى للفئة	< 14	< 18	< 22	< 26	< 30
التكرار المتجمع الصاعد	6	12	19	24	30

6. تمثيل التكرار المتجمع الصاعد بأعمدة.



تحقق من فهمك

التمثيل الآتي هو تمثيل تصاعدي لمقتنيات 20 عائلة من الهواتف المحمولة.



حسب هذا التمثيل.

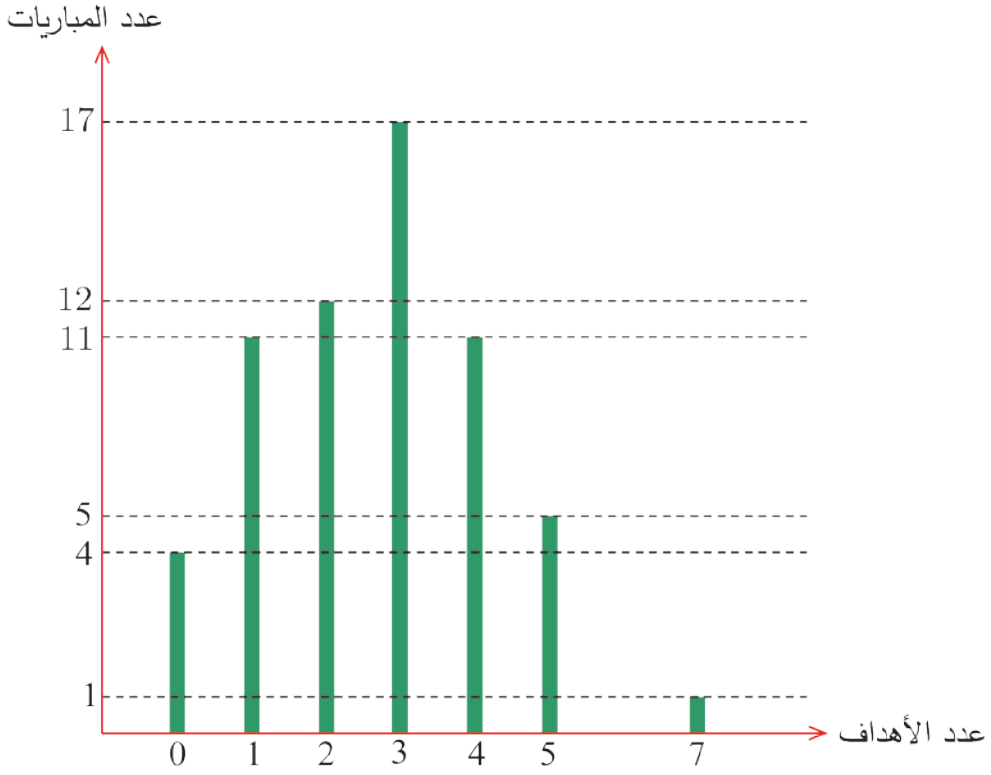
1. كم عائلة تملك على الأكثر جهازي هاتف؟

2. كم عائلة تملك بالضبط جهازي هاتف؟

3. نظِّمْ الجدول التكراري لهذه البيانات.

تدرب

① في مونديال 1998 لكرة القدم، نُظِّم التمثيل التكراري الآتي بعدد الأهداف وعدد المباريات.



1. ما عدد المباريات التي جرت في هذا المونديال؟

2. احسب المتوسط الحسابي لعدد الأهداف في المباراة الواحدة (مقرباً الجواب إلى خانة عشرية واحدة)

تمرينات ومسائل

1 **في كل حالة آتية، هناك إجابة صحيحة واحدة من بين ثلاث إجابات مقترحة. أشر إليها.**

الجدول الآتي هو جدول توزيع الدرجات التي نالها سامر في 10 اختبارات.

الدرجة	4	5	6	7
التكرار	2	4	3	1

❶ نال سامر 4 مرات الدرجة ① 2 ② 5 ③ 6

❷ التكرار للدرجة 4 هو ① 2 ② 5 ③ $4 \times 2 = 8$

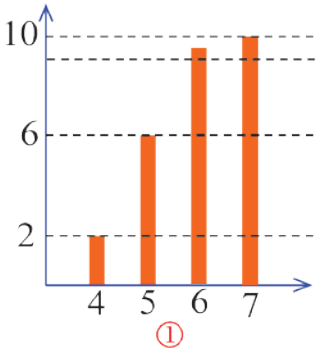
❸ التكرار المتجمع الصاعد لدرجات الطلاب هو

① 4, 9, 15, 22 ② 2, 6, 9, 10 ③ 10, 8, 4, 1

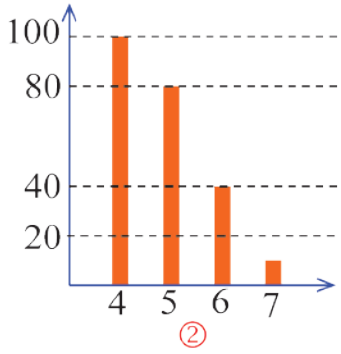
❹ التكرار المتجمع النازل لدرجات الطلاب هو ...

① 22, 15, 9, 4 ② 2, 6, 9, 10 ③ 10, 8, 4, 1

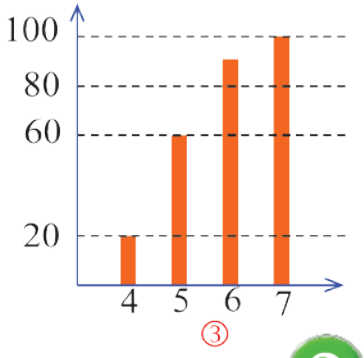
❺ تمثيل جدول التكرار المتجمع الصاعد بالأعمدة هو



①



②



③

2 هل أنت موافق أم غير موافق؟ اشرح إجابتك.

❶ في أحد الصفوف، جميع الطلاب أعمارهم 12 أو 13 أو 14 سنة. فالمتوسط الحسابي لأعمار طلاب هذا الصف يساوي 13 .

❷ إذا نظمت معطيات عددية في مجموعات، فإن المتوسط الحسابي ينتمي إلى المجموعة ذات التكرار الأكبر.

❸ إذا كان 28 % من طلاب أحد المعاهد أعمارهم أقل من 15 سنة، كان 72 % منهم أعمارهم أقل من 14 سنة.

❹ إذا كان نسبة الذكور في نادي رياضي 72 %، فإنَّ الإناث يشكلون 20.16 % من الذكور .

❺ المتوسط الحسابي لسلسلة أعداد يقسم هذه الأعداد إلى مجموعتين متساويتي العدد.

❻ الجدول الآتي بيان بعدد المنتسبين إلى أحد النوادي من العام 2012 حتى العام 2016 .

العام	2012	2013	2014	2015	2016
عدد المنتسبين	80	90	100	95	105

من العام 2012 حتى العام 2014 عدد المنتسبين للنادي هو 270 شخصاً.

3 طُلب من 40 طالباً أن يصرحوا عن عدد الأقلام في حقائبهم ، فكانت النتائج حسب الجدول الآتي.

عدد الأقلام	0	1	2	3	4
عدد الطلاب	1	5	24	7	3

أكمل كلاً من الجداول الأربعة الآتية.

①

على الأقل	0	1	2	3	4
التكرار	...	...	...	...	...

②

على الأكثر	0	1	2	3	4
التكرار	...	...	...	...	...

③

أقل من	0	1	2	3	4
التكرار	...	...	...	...	...

④

أكثر من	0	1	2	3	4
التكرار	...	...	...	...	...

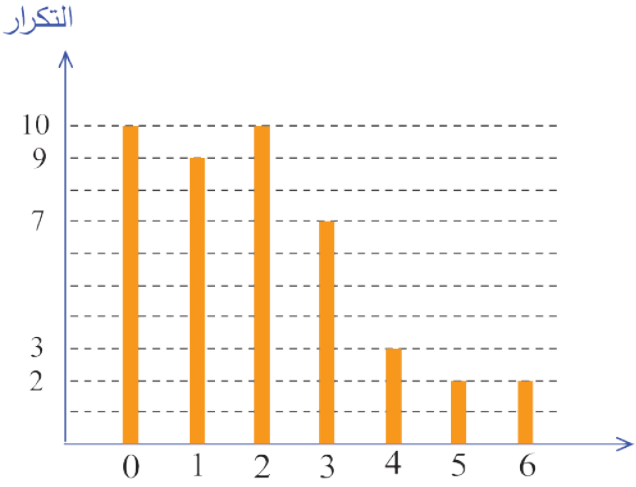
4 الجدول الآتي يبيّن توزيع 32 شخصاً حسب كتلهم بالكيلوغرامات.

الكتلة	$[40,44[$	$[45,49[$	$[50,54[$	$[55,59[$
التكرار	4	8	12	8

1. كم شخصاً من هؤلاء، كتلته 40 kg أو أكثر؟ 50 kg أو أكثر؟

2. نظِّمْ الجدول التكراري الصاعد لهذه البيانات.

5 أحصينا عدد الأطفال في عينة مؤلفة من 43 عائلة، ثم مثلنا البيانات بالأعمدة، فكان كالآتي.



1. نظِّم جدول التكرار بهذه البيانات.
2. نظِّم جدول التكرار المتجمع الصاعد.
3. نظِّم جدول التكرار المتجمع النازل.

6 المتوسط السنوي والمتوسط الفصلي

هذه هي الدرجات التي نالها ياسر في مادة الرياضيات (الدرجة العظمى 20) على مدى ثلاث أعوام.

درجاته في العام الأول: 7 و 9 و 10 ، درجاته في العام الثاني 12 و 12 و 11 و 13

درجاته في العام الثالث: 9 و 10 و 12 .

1. احسب المتوسط الحسابي لهذا الطالب على مدى الأعوام الثلاثة.
2. احسب المتوسط الحسابي لكل عام من الأعوام الثلاثة.
3. لتثبيت المعدل السنوي في مادة الرياضيات اعتمد المدرس المتوسط الحسابي لمتوسطات الأعوام الدراسية الثلاثة. هل يستحق ياسر هذا المعدل؟

7 في اختبار لمادة الرياضيات، وزعت درجات 100 طالب في الجدول التكراري الآتي.

الدرجة	2	3	4	5	6	7
التكرار	1	0	4	3	5	6

الدرجة	8	9	10	11	12	13
التكرار	9	8	12	10	11	10

الدرجة	14	15	16	17	18	19
التكرار	5	4	4	5	1	2

استعمل آلتك الحاسبة لحساب المتوسط الحسابي لدرجات هؤلاء الطلاب المائة.

8 في إحدى دوريات كرة القدم في القطر العربي السوري، كانت نتائج نادي الاتحاد على النحو المبين في الجدول الآتي.

عدد المباريات	7	2	3	5
عدد النقاط	10	2	7	5

نعلم أن الفريق ينال ثلاث نقاط لكل انتصار، ونقطةً واحدة لكل تعادل، وصفر نقطة لكل خسارة.

1. ما عدد المباريات التي لعبها فريق الاتحاد في هذا الموسم؟

2. احسب المتوسط الحسابي لعدد النقاط التي نالها النادي في المباراة الواحدة بالتقريب إلى خانة عشرية واحد.

9 مجموعة مؤلفة من 20 شخصاً، أعمارهم بالسنوات هي:

18, 16, 22, 34, 28, 29, 32, 27, 19, 23

21, 24, 26, 38, 39, 28, 33, 25, 29, 32

1. احسب المتوسط الحسابي لأعمار هؤلاء الأشخاص.

2. رتب المفردات المعطاة (الأعمار) تصاعدياً.

3. أكمل الجدول التكراري الآتي.

العمر	$[15,19[$	$[20,24[$	$[25,29[$	$[30,34[$	$[35,39[$
التكرار					

4. استعمل الجدول التكراري الذي أكملته في حساب المتوسط الحسابي التقريبي.

10 في الفصل الدراسي الأول، وُجد أنَّ مجموع معدلي غسان وعدنان يزيد على مجموع معدلي غسان وسلوى بمقدار 3.5. كم يزيد معدل عدنان على معدل سلوى؟

11 لما كانت الدرجة العظمى في اختبار مادة الرياضيات 18، كان معدل درجات الصف الثامن 12.5.

كم يصبح معدل درجاتهم فيما لو كانت الدرجة العظمى 20؟ (دون تغيير في علامات الطلاب)

لإحراز تقدم

12 حساب متوسط

الجدول الآتي بيانٌ بدرجات مجموعة من الطلاب:

الدرجة	8	9	10	11	12	المجموع
التكرار	5	7	8	12	11	
الجداء						

1. انسخ هذا الجدول.

2. أكمل السطر «الجداء» وذلك بجداء ضرب كل درجة بالتكرار الموافق لها.

3. أكمل العمود «المجموع» وذلك بجمع التكرارات والجداءات.

4. احسب المتوسط الحسابي لدرجات هؤلاء الطلاب وذلك بتقسيم مجموع الجداءات على مجموع التكرارات.

13 تعلُّم التعبير

اقرأ النص والحل المنجز من قبل أحد الطلاب. ثم حرِّرْ الحل مع الأخذ بمجمل ملاحظات المصحح.

النص الجدول الآتي هو جدول فئات الأعمار a لمجموعة من الأشخاص:

العمر	$18 \leq a < 22$	$22 \leq a < 26$	$26 \leq a < 30$	$30 \leq a < 34$	$34 \leq a \leq 38$
التكرار	6	10	18	9	2

احسب المتوسط الحسابي التقريبي لهؤلاء الأشخاص.

حل الطالب، مع ملاحظات المصحح

$$\overline{x} = \frac{6 \times a + 10 \times a + 18 \times a + 9 \times a + 2 \times a}{45} = \frac{45a}{45} = a$$

من أين جئت بالعدد a؟

يمكن التعبير عن الأعداد برموز (خطوط – عيدان – ....) على النحو الآتي:

/ رمز العدد 1 ، // رمز العدد 2 ... حتى العدد 4 .

رمز العدد 5 ، ###// رمز العدد 7 ..... وهكذا

14 التكرار الرمزي

طُلب من طلاب الصف الثامن (28 طالباً) أن يسجل كل منهم عدد أشقائه (إخوة وأخوات)، فجاءت النتائج كالآتي.

0 ... 0 ... 2 ... 3 ... 1 ... 1 ... 5 ... 1 ... 0 ... 1 ... 1 ... 4 ... 1 ... 2

2 ... 3 ... 2 ... 1 ... 0 ... 2 ... 3 ... 5 ... 1 ... 2 ... 1 ... 3 ... 2 ... 0

يمكن عرض هذه النتائج في الآتي:

1. انسخ الجدول الآتي:

عدد الأشقاء	0	1	2	3	4	5
التكرار الرمزي						
التكرار العددي						

2. اقرأ قائمة عدد الأشقاء، ثم انتقل إلى الجدول وضع في كل عمود من السطر الثاني الرمز الموافق.

3. أكمل الجدول بكتابة التكرار العددي في كل عمود.

15 الجمعة وباقي أيام الأسبوع

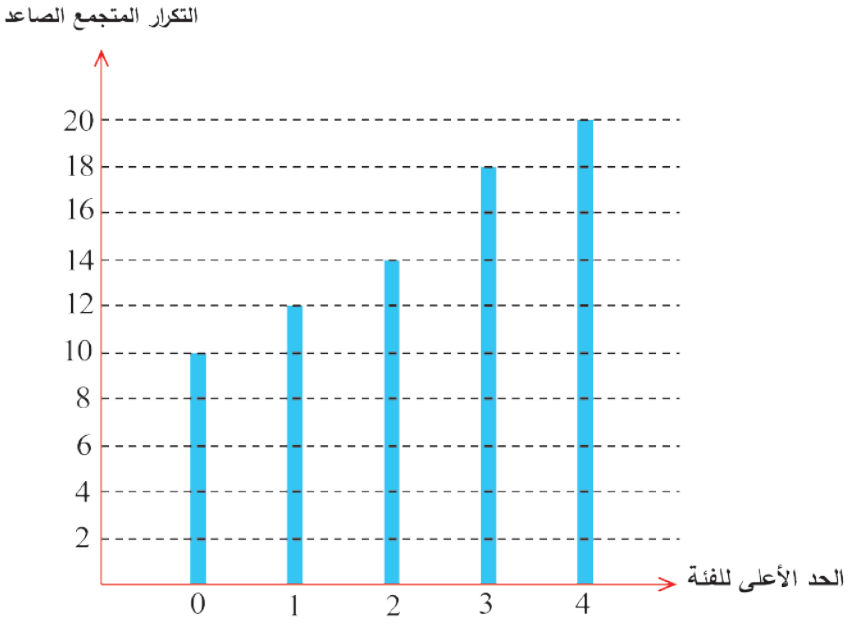
متوسط المسافة التي يقطعها أحد الرياضيين جرياً هو 8 km في اليوم (خلال سبعة أيام)، والمسافة التي يقطعها يوم الجمعة هي 14 km. ما متوسط المسافة التي يقطعها هذا الرياضي باقي الأيام؟

16 المعد ت الجزئية والمعدل العام

أجريت ستة اختبارات متتالية في مادة الرياضيات (الدرجة العظمى 10) لطلاب الصف الثامن.
كان معدل مازن في الاختبارات الأربعة الأولى 6 ، وكان معدله في الاختبارات الثلاثة الأخيرة 7 ، وكان معدله في الاختبارات الستة 6 . احسب الدرجة التي نالها مازن في الاختبار الرابع .

17 التكرار الصاعد والتكرار النازل

سُئل 20 شخصاً عن عدد الشطائر التي يأكلونها يومياً، فكانت الإجابات وفق التمثيل التصاعدي الآتي:



1. نظِّمْ الجدول المتجمع الصاعد لهذه البيانات.

2. مثل مضمون هذا الجدول بالأعمدة.

18 لعبة النرد

يلقي لاعب حجر نرد. ليكن n العدد الظاهر ($1 \leq n \leq 6$).

يربح اللاعب في كل رمية $10n - 35$ نقطة. (الناتج السالب يدل على الخسارة)

1. كم نقطة يخسر اللاعب إذا حقق العدد 1 ؟ وكم نقطة يربح إذا حقق العدد 5؟

2. ألقى لاعب حجر النرد 100 مرة، فكانت النتائج وفق الجدول الآتي:

رقم الوجه	1	2	3	4	5	6
التكرار	12	25	17	14	13	19

1. نظِّمْ جدول التكرار المتجمع الصاعد بهذه المعطيات.

2. احسب المتوسط الحسابي للنقاط التي سجلها اللاعب (مقرباً الجواب لخانة عشرية واحدة).