سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

٨

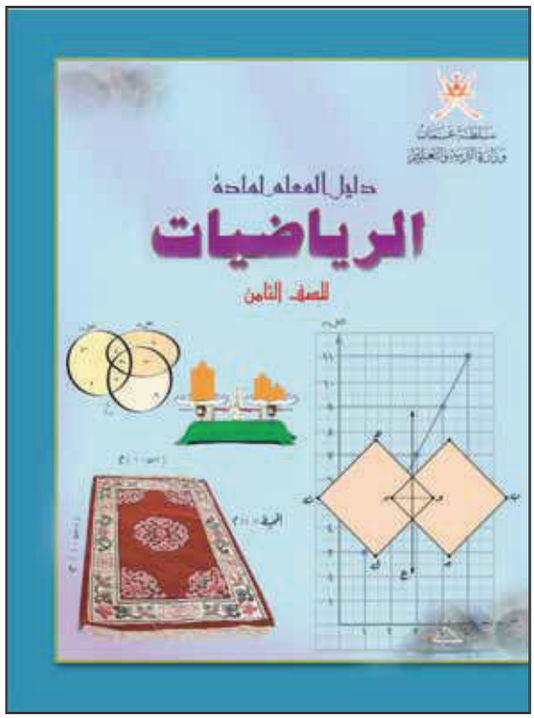
دليل المعلم لمادة

الرياضيات

للصف الثامن

الطبعة التجريبية

١٤٣٩ هـ – ٢٠١٨ م



أُلف هذا الكتاب من قبل لجنة مشكله بالقرار الوزاري رقم
١٣١ / ٢٠٠٣

تمت عمليات إدخال البيانات والتدقيق اللغوي والرسومات والتصميم والإخراج
في مركز إنتاج الكتاب المدرسي والوسائل التعليمية
بالمديرية العامة لتطوير المناهج

جميع حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة
لوزارة التربية والتعليم

حضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد المعظم

المحتويات

الموضوع	الصفحة
الفهرس	٥
المقدمة	٩
الأسس الفكرية لتغيير المنهاج وتطويره	١١
الوحدة الأولى :	
المجموعات	٢٣
تمارين ومسائل (١)	٢٦
العمليات على المجموعات	٢٧
خواص عمليتي الاتحاد والتقاطع	٣١
تمارين ومسائل (٢)	٣٥
العلاقات	٣٦
حاصل الضرب الديكارتي	٤٠
تمارين ومسائل (٣)	٤٥
الأعداد النسبية والعمليات عليها	٤٧
تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد	٥٠
العمليات على الأعداد النسبية	٥٢
خواص عمليتي الجمع والطرح على الأعداد النسبية	٥٤
تمارين ومسائل(٤)	٦٠
تمارين ومسائل عامة	٦١
الوحدة الثانية	
الأهداف	٦٦
الأسس	٦٧
المقادير الجبرية وإيجاد قيمتها	٦٨
تمارين ومسائل (١)	٧١
الحدوديات	٧٢

المجموعات والعلاقات

المقادير الجبرية والحدوديات

الموضوع	الصفحة

تابع المقادير الجبرية والحدوديات

ضرب الحدوديات ٧٢
التحليل بإخراج العامل المشترك ٧٥
قسمة حدودية على حدودية أحادية ٧٧
المربع الكامل ٧٨
الفرق بين مربعين ٨٠
تمارين ومسائل(٢) ٨٢
حساب الدخل ٨٤
إجمالي الراتب وصافي الراتب ٨٤
الأجر الإضافي ٨٧
العمل بالقطعة ٨٨
الفائدة البسيطة والفائدة المركبة ٨٩
تمارين ومسائل(٣) ٩١
تمارين ومسائل عامة ٩٢

الوحدة الثالثة :

التطابق والتشابه

الانعكاس ٩٩
تمارين ومسائل(١) ١٠٥
الانعكاس حول المحورين السيني والصادي ١٠٦
الانعكاس حول نقطة ١٠٧
تمارين ومسائل(٢) ١١٠
استخدام مقياس الرسم لعمل أشكال متشابهة ١١١
رسم المضلعات ١١٤
تمارين ومسائل(٣) ١١٦
التطابق ١١٧

الموضوع	الصفحة
تابع التطابق والتشابه	
رسم مثلثات متطابقة	١٢١
تمارين ومسائل(٤)	١٢٤
تمارين ومسائل عامة	١٢٥
الوحدة الرابعة	
الأهداف	١٢٩
الهندسة	
المضلعات والزوايا الداخلية والخارجية	١٣١
الزوايا الداخلية لأي مضلع	١٣١
الزوايا الخارجية للمضلع	١٣٣
الزوايا المركزية للمضلع المنتظم	١٣٥
تمارين ومسائل (١)	١٣٦
منصفات زوايا المثلث	١٣٨
الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث	١٤٠
القطع المتوسطة للمثلث	١٤٢
تمارين ومسائل (٢)	١٤٤
المساحات والحجوم	١٤٥
المنشور	١٤٥
حجم المنشور	١٤٨
الأسطوانة	١٥١
تمارين ومسائل (٣)	١٥٢
تمارين ومسائل عامة	١٥٣
الوحدة الخامسة	
الأهداف	١٥٨
العلاقات والدوال	١٥٩

الموضوع	الصفحة

الدوال والمعادلات

تمارين ومسائل(١) ١٦٥
المعادلة ١٦٦
تمارين ومسائل (٢) ١٧٠
المتباينة ١٧١
حل المتباينات ١٧٢
تمارين ومسائل (٣) ١٧٦
تمارين ومسائل عامة ١٧٧

الوحدة السادسة

الإحصاء والإحتمالات

الأهداف ١٨١
العينه والمجتمع الإحصائي ١٨٣
مجتمع الدراسة ١٨٣
العينه ١٨٤
تمارين ومسائل(١) ١٨٨
مقاييس النزعة المركزية ١٨٩
المتوسط الحسابي ١٨٩
الوسيط والمنوال ١٩٢
تكوين مجموعة أعداد إذا علم المتوسط والوسيط والمنوال ١٩٦
المتوسط والوسيط والمنوال لجدول تكراري ١٩٨
تمارين ومسائل(٢) ٢٠٥
الاحتمالات ٢٠٧
تمارين ومسائل (٣) ٢١١
تمارين ومسائل عامة ٢١٢

المقدمة

الحمد لله رب العالمين و الصلاة و السلام على أشرف المرسلين سيدنا محمد ﷺ وعلى آله و أصحابه والتابعين لهم بإحسان إلى يوم الدين . أما بعد :

اخي المعلم الكريم

نقدم لك دليل المعلم لمادة الرياضيات للصف الثامن الأساسي كإضافة جديدة لأدلة المعلم لبقية الصفوف ، ويأتي هذا الدليل ضمن سلسلة الأدلة الجديدة التي تتميز بالأمور التالية :

١- يحوي الدليل مقدمة عامة عن الرياضيات وطرق التدريس المعتمدة على محورية المتعلم ، و التي يمكن الاستفادة منها في تنفيذ منهاج هذا الصف .

٢- يشمل الدليل بداخله نسخة كاملة لكتاب الطالب مما يغني المعلم من الرجوع إلى كتاب الطالب ويكتفي بالدليل باعتباره مرجعاً متكاملاً للمعلومات التي يرجع لها عند التحضير للدرس من جميع الجوانب .

٣- أدرجت حلول التدريبات و التمارين الضرورية ضمن الدليل مع ما يصاحب ذلك من إرشادات وتعليمات وتنبيهات لكيفية تنفيذ الدروس ، ومتابعة تنفيذ الطلاب للأنشطة ، وما يمكن التوصل إليه في نهاية كل نشاط من استنتاجات أو تعميمات .

٤- وقد ضمن الدليل أيضاً نماذج من الأنشطة الإثرائية و التعزيزية التي يمكن للمعلم الاستعانة بها والنسج على منوالها بهدف تفريد التعليم .

٥- أضيفت تمارين وأسئلة اختبارية متنوعة في نهاية الدليل تساعدك في إعداد اختبارات قصيرة وسريعة ضمن جزء من الحصة أو لحصة كاملة مما يتيح لك استخدام أسلوب التقويم المستمر دون عناء كبير .

هذا و إذ نقدم لك أخي المعلم هذا الدليل لنرجو منك الإطلاع عليه بصورة شاملة و التعرف على محتوياته بشكل مفصل ، و الاستفادة – ما أمكن – من الإرشادات والتوجيهات التي يحويها في تفعيل دور المتعلم باتباع طرق مبتكرة في التدريس والتنويع فيها ، وعدم الاعتماد على طريقة واحدة بعينها راجين أن يتم تناول المفاهيم بشكل متدرج مستخدماً في ذلك المحسوسات – ما أمكن – لجعل المتعلم قادراً على فهم ما يدرسه متتبعاً كل مفهوم أو استنتاج أو تعميم خطوة بخطوة جاعلاً من دراسة الرياضيات متعة مفيدة ، رابطاً الأمثلة والتمارين بالبيئة الواقعية التي يعيشها المتعلم ، مستفيداً من إمكانات تلك البيئة في تدريس مادتك هذه ، مع تأكيدنا على ضرورة التعاون الوثيق بينك وبين زملائك في مدرستك أو في المدارس الأخرى القريبة منك لمناقشة القضايا المشتركة واقتراح الأساليب المبتكرة في التدريس ، جاعلاً نصب عينيك تدريس الرياضيات من أجل الاستفادة العملية والعلمية لا مجرد الاستعداد لأداء الامتحان ، حيث أن الرياضيات مادة تراكمية مرتبط بعضها بالبعض الآخر سواء كان منها السابق أو اللاحق .

متمنين لك دوام التوفيق و السداد مؤكدين على ضرورة موافاتنا بجميع ملاحظاتك ومقترحاتك لكي نستفيد منها في تطوير تدريس الرياضيات عامة ودليلها هذا خاصة .

و الله ولي التوفيق

المؤلفون

الأسس الفكرية لتغيير المنهاج وتطويره

تعتبر الرياضيات أحد أهم وسائل التواصل الحديثة وإن كانت تختلف عن وسائل الاتصال المعروفة من مرئية ومسموعة ومقروءة ، ولكن جميع وسائل الاتصال لا تستغني عن الرياضيات، كما أن التواصل اليومي في معظم المعاملات وعلى جميع المستويات يتم باستخدام الرياضيات بصورة أو أخرى(مباشرة أو ضمنية)فمعاملات البيع والشراء وأسواق المال والبنوك والمؤسسات المالية الأخرى المحلية والدولية ووسائل التكنولوجيا من أجهزة حاسوب إلى أجهزة طبية وأجهزة تشغيل متعددة ومتنوعة تستخدم الرياضيات.

وتعتمد الاستفادة من الرياضيات في الحياة اليومية بشكل أساسي على ما يتعلمه الناس منها وكيفية تقديمها إليهم كمادة مهارية هامة لا كمادة مجردة لا علاقة لها بواقع الحياة البتة ، وقد أولت الوزارة أساليب وطرق تدريس الرياضيات عناية خاصة في مناهجها الجديدة ، وقدمت الكتب المدرسية بصورة شيقة تعتمد الممارسة العملية في تحقيق معظم أهدافها مع الربط الهادف بالمواقف الحياتية ، مركزة على تقديم المادة العلمية ومفاهيمها الأساسية والمهارات المرتبطة بها كأنشطة علمية ذات طبيعة حياتية تستمد عناصرها من واقع الحياة اليومية التي يعيشها الطالب بغية ربط المادة بالمهارات الحياتية المعتادة ليكون لدراستها معنى .

وركزت المناهج الحديثة على تحقيق مخرجات متميزة منها : التواصل ، وتطوير المهارات الحياتية ، وإثراء الجوانب المعرفية ، وتطوير الجوانب المهارية ، والاستفادة من الكفاءة التقنية ، وتقديم القيم الجمالية والتجديدية .

الأهداف العامة لتعلم الرياضيات

ينطلق تطوير مناهج الرياضيات من عدد من المبادئ المرتبطة بالتطور العالمي في جميع المجالات، أما أهداف تعلم الرياضيات في ضوء تلك المنطلقات فهي :

- التواصل والاتصال عن طريق الرياضيات.
- ربط الأفكار الرياضية بالمفاهيم الأخرى في المادة وبالخبرات اليومية والمواد الدراسية الأخرى.
- استعمال التقدير والحساب الذهني.
- ربط المعرفة الرياضية بالحياة ، واستخدامها في حل المشكلات الحياتية.
- التفكير بصورة عقلانية.
- استخدام التكنولوجيا المناسبة مثل أجهزة الحاسوب والأقراص المدمجة وشبكة المعلومات الدولية(الإنترنت)والآلة الحاسبة.
- استخدام المرئيات للمساعدة في معالجة المعلومات، وعمل الروابط، وحل المشكلات.

محاور المنهاج

جمعت أهداف الرياضيات بصورة عامة في ستة محاور بهدف إبرازها وبيان تطبيقاتها في الحياة اليومية بناءً على المحور الذي تندرج في إطاره وهذه المحاور هي :

المحور الأول: الأعداد ونظرية العدد

المجموعات:

١) استخدام الرموز وتوضيح اتحاد مجموعتين أو أكثر.
٢) استخدام الرموز وتوضيح تقاطع مجموعتين أو أكثر.
٣) استيعاب مفهوم المجموعات الجزئية وتوضيحها.
٤) فهم عمليات "الفرق" في مجموعتين وتوضيحها.
٥) حل مشكلات تشتمل على مجموعات ورموزها.

القوى والأسس:

٦) فهم الأسس السالبة واستخدامها.

الكسور:

٧) تحديد الأعداد النسبية ووصفها وتعريفها.

المحور الثاني: العمليات على الأعداد

ترتيب العمليات:

١) ترتيب إجراء عمليات تتضمن أسس سالبة.

النسب:

٢) إنشاء رسوم باستخدام مقاييس رسم.

رياضيات المستهلك :

٣) حل مسائل حياتية تتضمن الفائدة البسيطة والفائدة المركبة.
٤) حساب الدخل لكل من:
* الأجر الإجمالي الأسبوعي أو الشهري للراتب الاعتيادي
* الأجر الإضافي .
* العمولة المباشرة.
* الأجر الأساسي مع العمولة.
* العمل بالقطعة.
٥) تحديد الفرق بين إجمالي الراتب وصافي الراتب .

المحور الثالث : الهندسة وحساب المثلثات والحس المكاني

الهندسة الفراغية:

١) تسمية وتحديد العناصر (شكل الوجه ، القاعدة ، الارتفاع ... الخ) لكل من:

* المخروط .
* الهرم .

الهندسة المستوية :

٢) تحديد مجموع الزوايا الداخلية لأي مضلع .

٣) إيجاد الزاوية الداخلية المجهولة لأي مضلع بمعرفة الزوايا الأخرى.

٤) تحديد قياس الزاوية المركزية في مضلع منتظم.

٥) تصنيف الأشكال حسب عدد خطوط التماثل.

٦) تكوين أشكال باستخدام التبليط.

٧) استخدام أشكال بسيطة لتحديد ورسم الانعكاسات (الأشكال المقلوبة)

المثلثات :

٨) تحديد خصائص المثلثات المتطابقة.

٩) تحديد وذكر العناصر المتناظرة في المثلثات المتطابقة.

١٠) برهنة فيما إذا كانت المثلثات متطابقة من خلال :

* ثلاثة أضلاع .
* ضلعان وزاوية محصورة بينهما.

١١) استخدام مقياس الرسم لتكوين أشكال مشابهة لشكل معطى.

الإنشاء:

١٢) إنشاء مثلثات متطابقة باستخدام :

* ثني الأوراق.
* شبه مرآة.

١٣) استخدام فرجار وحافة مستقيمة لإنشاء مثلث متطابق مع مثلث معلوم.

١٤) إنشاء مضلعات منتظمة متنوعة باستخدام فرجار وحافة مستقيمة.

المحور الرابع : القياس

مساحة السطح :

١) قياس أبعاد سطح ثم إيجاد مساحة الأسطح لكل من:

* الاسطوانة.
* المنشور.

الحجم:

٢) تقدير الحجم ثم إيجاده باستخدام القانون لكل من:

* الاسطوانة.
* المنشور .

٣) تحديد التأثير على حجم متوازي مستطيلات عند تغيير بعد واحد أو أكثر من أبعاده.

المحور الخامس: ما قبل الجبر والجبر

المتغيرات والمقادير الجبرية :

١) إيجاد قيم المقادير الجبرية في متغير واحد باستخدام الأعداد النسبية.

٢) إيجاد قيم المقادير الجبرية بمتغيرين أو اكثر باستخدام الأعداد النسبية.

كثيرات الحدود :

٣) تطبيق قاعدة الأسس على حدودية أحادية الحد مرفوع إلى قوة أسية.

٤) جمع وطرح كثيرة الحدود مع تطبيقات عليها.

٥) ضرب كثيرة الحدود في أحادية الحدود.

٦) إيجاد العامل المشترك الأعظم في كثيرات الحدود.

المعادلات والجمل العددية :

٧) حل معادلات تتضمن متغير واحد من الدرجة الأولى باستخدام الورقة والقلم من خلال الصيغ التالية:

* أس = ب $\pm$ جـ س
* أ (س $\pm$ ب) = جـ
* أ س $\pm$ ب = جـ س $\pm$ د
* أ (ب س $\pm$ جـ) = د (هـ س $\pm$ و) حيث أ ، ب، جـ، د، هـ ، و أعداد صحيحة أو نسبية.

٨) استيعاب مفهوم (المتباينة)واستخدامه

٩) حل معادلة من الدرجة الأولى تتضمن متغير.

العلاقات :

١٠) تعريف واستخدام مصطلحات "العلاقة" و "مجال" العلاقة ، و"مدى العلاقة" ، وعرض علاقة ما في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة.

١١) تمثيل أزواج مرتبة على مستوى إحداثي (ديكارتي).

١٢) قراءة معلومات من رسم بياني لخط مستقيم.

١٣) تعريف واستخدام المصطلحات التالية :

* الإحداثي السيني للنقطة.
* الإحداثي الصادي للنقطة .

١٤) تعريف أمثلة للعلاقات في مواقف حياتية والتعبير عنها.
١٥) عرض علاقة ما في صورة :
* رسم تخطيطي لتعريف الدالة.
* رسم بياني.
١٦) التحقق من أن زوجاً مرتباً يعتبر حلاً للعلاقة الخطية .

الدوال :

١٧) رسم دالة خطية باستخدام الأزواج المرتبة.

المحور السادس: معالجة البيانات والاحتمالات

جمع البيانات :

١) التمييز بين المصطلحين "عينة" و "مجتمع إحصائي"
٢) إدراك أن البيانات التي يتم جمعها تتأثر بواسطة:
* طبيعة العينة.
* طريقة الجمع.
* حجم العينة .
* الانحياز.
٣) مناقشة إيجابيات وسلبيات استخدام عينة أو مجتمع إحصائي.

تلخيص البيانات وتفسيرها :

٤) تحديد مقاييس النزعة المركزية التالية لمجموعة بيانات:
* المتوسط الحسابي .
* الوسيط .
* المنوال .
٥ تحديد الأثر على كل من المتوسط والوسيط والمنوال عندما:
* يضاف مقدار ثابت إلى كل عدد أو يطرح منه.
* يضرب كل عدد في مقدار ثابت أو يقسم عليه.
* يضرب كل عدد في مقدار ثابت أو يقسم عليه.
* يضاف عدد متطرف إلى البيانات.
٦) تكوين مجموعة أعداد إذا علم المتوسط والوسيط والمنوال

الاحتمالات:

٧) استخدام المصطلحات الآتية بطريقة صحيحة:
* الاحتمال التجريبي.
* الاحتمال النظري.

٨) حساب الاحتمال النظري لحدث ما.
٩) تعريف "الأرجحية " "نسبة احتمالية الحدث" .
١٠) استخدام النسبة لوصف الإمكانية.
١١) حساب إمكانية الحدوث بمعرفة الاحتمال والعكس

وقد تم معالجة أهداف هذه المحاور بصورة تكاملية مترابطة موضوعياً ، وتم إخراجها في ست وحدات دراسية يشمل كل منها أهدافاً من محاور مختلفة تندرج تحت إطار وحدة الموضوع ، وهذه الأهداف موضحة في بداية كل وحدة من وحدات الكتاب ، مع العلم أن بعض الأهداف قد تتكرر في أكثر من وحدة نظراً لارتباطها ببقية الأهداف في الوحدة من حيث الموضوع الذي تعالجه الوحدة.

طرق تدريس الرياضيات

هناك عدة طرق لتدريس الرياضيات نستعرض اثنتين منهما فيما يلي :
- الطريقة الاستقرائية (Inductive)
- الطريقة الاستنتاجية (Deductive)

ففي **الطريقة الأولى (الاستقرائية)** يتم الوصول إلى قاعدة عامة أو قانون من خلال معالجة وملاحظة عدة حالات خاصة بالتدرج المرحلي في الوصول إلى المفهوم ، فمثلا عند دراسة مفهوم العدد الأولي يمكن تقديم عدد من الأمثلة والأسئلة على أعداد أولية يتم التأكد من خاصيتها ثم يتم صياغة التعريف الرياضي بناء على خواص تلك الأمثلة ،مع التأكيد على أهمية أن يقوم الطلاب أنفسهم بمحاولات عدة لصياغة التعريف في ضوء ملاحظاتهم لتلك الأمثلة .
أما **الطريقة الثانية (الاستنتاجية)** فإنها تعتمد بشكل أساسي على تقديم مبادئ أو قواعد عامة يستخلص منها–باستخدام قواعد الاستنتاج المنطقي–صحة قضية أو قضايا خاصة وهو ما يعرف بالانتقال من العام إلى الخاص ومن الكل إلى الجزء ، فمثلاً من المبدأ العام "مجموع قياسات زوايا المثلث يساوي ١٨٠درجة " يتم برهنة النظرية ومن ثم يمكناستنتاج قياس الزاوية الثالثة للمثلث إذا عرفنا قياس أي زاويتين فيه : فإذا كان المثلث ب هـ و فيه ق ب و هـ = ٦٠درجة ، وق ب هـ و= ٤٠درجة فإن ق و ب هـ =٨٠درجة .

أساليب تدريس الرياضيات

تتأثر عملية تدريس الرياضيات بعوامل مختلفة ومتنوعة بعضها معقد وبعضها صعب ومتشابك ، وتتطلب مهارات ، ومن المؤثرات الهامة خصائص المتعلم (ميوله ،درجة نضجه ، ورغباته ، وخبراته السابقة ، وظروف بيئته التعليمية ..الخ)، كذلك طبيعة المعرفة الرياضية (جديدة ، استمرارية لتعلم سابق

، جزء من تعلم غير مكتمل ..الخ) لذلك فمن المهم جداً اختيار الأسلوب المناسب وفقاً لنوع الموقف التعليمي وظروفه ، ولا يمكن الجزم بأفضلية أسلوب على آخر دون النظر إلى هذه المؤثرات وأخذها بعين الاعتبار :

وفيما يلي مجموعة من الأساليب التي نقدمها دون تفضيل أحدها على الآخر بصورة عامة وإنما سنشير إلى أهمية كل منها لمواقف معينة وعلى الأخ المعلم و الأخت المعلمة اختيار ما يناسب الموقف التعليمي من هذه الأساليب مؤكدين على أن يأخذ الاختيار وقت وتفكير مناسبين لكي يؤتى الثمار المرجوة ولكي تتم العملية بصورة جذابة للمتعلم على أن نتذكر جميعاً أن نظام مناهج الرياضيات يركز على إيجابية المتعلم وعلى الممارسة الفعلية –ما أمكن– بمعنى آخر على اعتبار المتعلم محور العملية التعلمية ، كما أنه على الأخ المعلم والأخت المعلمة عدم الاستعجال على الطلبة وإعطائهم وقتاً كافياً للتفكير والمناقشة لأن هذا يجعل المتعلم أكثر رغبة في معرفة المزيد وأكثر اهتماما بالنتائج التي يتوصل إليها ، ثم ذلك يجعله قادراً بصورة أكبر في المرات القادمة على التحليل والاستنتاج وعلى استخدام المواد التعليمية الهادفة في الموقف المناسب:

أولاً – التعلم بالاكتشاف :

وهو مدى واسع من الاستراتيجيات أكثر منه نموذجاً للتعلم والتعليم، وعلى الرغم من عدم وجود تعريف محدد لهذا النوع من التعلم إلا أن له بعدين رئيسين هما :

– تنظيم الخبرات التعليمية من قبل المعلم بصورة تقود المتعلم إلى إدراك المفهوم أو التعميم المراد اكتشافه إذا ما تفاعل المتعلم إيجابياً مع تلك الخبرات.

– يقتصر دور المعلم على التوجيه والإرشاد للمتعلم دون تقديم معرفة جاهزة له.

وقد وصف برونر التعلم بالاكتشاف بأنه إفساح المجال للمتعلم وتهيئة الظروف الملائمة له كي يستقصي الحقائق بنفسه ويكتشف علاقات أو طرق حل جديدة لم تكن معروفة لديه، وقد قيل أن التعلم بالاكتشاف :

١–يزيد القدرة العقلية الإجمالية للمتعلم فيصبح قادراً على النقد والتحليل واكتشاف العلاقات وتقويم المعلومات بطريقة عقلانية.

٢–ينمي الشعور بالمتعة –وهذه من أهم ما ينبغي الحرص عليها عند تدريس الرياضيات – وتحقيق الذات لدى توصل المتعلم إلى اكتشافٍ ما ، مما يولد لديه دافعاً قوياً للاستمرار في التعلم ويحسّن من اتجاهاته نحو الرياضيات.

وتختلف استراتيجيات هذا النوع من التعلم باختلاف درجة تدخل المعلم في الموقف التعليمي ، لذلك فهناك اكتشاف موجه ، وهناك اكتشاف حر .

إلا أنه ينبغي عليك أن تكون حذراً ، فاستخدام هذا الأسلوب ليس دائماً ممكناً فهو بحاجة إلى تهيئة عامة واضحة وإرشاد دقيق قد يكون مباشراً وقد يكون ضمنياً حتى لا تضيع الأهداف .

ويمكن المزج بين هذا الأسلوب وبقية الأساليب للوصول إلى نتائج طيبة ومن ذلك :

–قدم للمتعلمين فكرة مبسطة عن الموضوع الجديد من خلال مثال بسيط ربما ينفذه بعض الطلبة أمام زملائهم.

-أترك الفرصة للمتعلمين للممارسة الحقيقية من خلال استخدام المواد المحسوسة التي تناسب مستواهم، وترتبط بهدف الدرس.
-قدم بعض الأنشطة ذات العلاقة ، واترك للمتعلمين تنفيذها خطوة بخطوة ، وشجعهم على إثارة نقاشات فيما بينهم (بين أفراد المجموعة الواحدة أو بين المجموعات).
-أكد على ضرورة عدم الانتقال إلى خطوة جديدة دون معرفة نتيجة الخطوة السابقة لها .
-قدم بعض الأسئلة التي تقود إلى الربط بين خطوات التنفيذ للوصول إلى الهدف المنشود.
-شجع المتعلمين على تقديم أفكار متنوعة حول النتيجة التي توصلوا إليها من خلال النشاط.
-ناقش تلك الأفكار وأعد صياغتها في صورة عامة وفقاً للموقف والهدف المنشود.
-قدم تدريباً للتحقق من وضوح الفكرة لدى المتعلمين .

ثانياً - أسلوب حل المشكلات :

ما المشكلة ؟ وما هدفها ؟

ربما يتساءل البعض ويقول ولماذا نقدم مشكلات للمتعلمين ونضعهم في حيرة من أمرهم؟
في الحقيقة المشكلة ليست بالضرورة أمراً معقداً ، كما أنها ليست على مستوى واحد من الصعوبة .
فالمشكلة بصورة عامة "موقف جديد محير ليس له حل جاهز على الفور ، وهذا الموقف بحاجة إلى استخدام مجموعة من العمليات الذهنية والعملية " ولكي يوصف أي موقف بأنه مشكلة لا بد من توافر بعض الشروط أهمها:

أ- هدف واضح ومحدد يسعى المتعلم لتحقيقه .
ب- وجود حاجز(نقص في الخبرات) يمنع المتعلم من الوصول إلى تحقيق الهدف ، فيجد نفسه بحاجة ماسة إلى عادات تفكير غير مألوفة لديه حالياً لأنه في موقف تحدٍ .
جـ -الموقف جديد تماماً على المتعلم في هذه المرحلة التي يمر بها .

وهنا يتضح أن ما يعتبر مشكلة للمتعلم اليوم قد لا يكون كذلك غداً ، وأن ما يعتبر مشكلة لدى متعلم قد لا يكون كذلك لدى متعلم آخر فالذي سبق وتعرض لنفس الموقف واكتسب خبرة سابقة في حله لا يشكل له أي تحدٍ الآن .
وهنا يكمن الاهتمام بتنمية مستويات مختلفة لدى المتعلمين وعدم التركيز على مستوى دون غيره ، كما أنه من المؤكد عدم التركيز على المستويات الدنيا مثل التذكر والحفظ الآلي والتعويض في قانون أو قاعدة موجودة ، لذا فإن أسلوب حل المشكلة يتطلب عملاً متكاملاً سواء على مستوى المتعلم الواحد أو على مستوى مجموعة من المتعلمين .
واستراتيجية حل المشكلة تمر بخطوات ليست بالضرورة منفصلة عن بعضها كما أنها ليست محددة الخطوات بشكل كامل وإنما هناك أربع خطوات رئيسة يمكن اعتبارها أساساً لهذه الاستراتيجية وهي :

(١) فهم المشكلة :

حيث يجب على المتعلم أن يكون قادراً على فهم مختلف جوانب المشكلة وعرضها من خلال جميع أو بعض الخطوات الآتية :

-استخدام المحسوسات .
-تفسير الجداول والرسوم البيانية .
-استخدام الصور وتفسيرها .
-طرح الأسئلة ومناقشتها .
- رسم الأشكال .
- التمثيل العملي للمسألة .
- استخدام الجمل العددية .
-إعادة صياغة المسألة(المشكلة) .
-تحديد المعلومات الناقصة أو الزائدة في المسألة .

(٢) التخطيط لحل المشكلة :

وفي هذ ه الخطوة ينبغي أن يكون المتعلم قادراً على تصميم خطة واضحة ومحددة لحل المسألة باستخدام استراتيجيات متنوعة منها :

-تمثيل المسألة بالوسائل المحسوسة .
-رسم الأشكال المرتبطة بها .
-تمثيل الخطة عملياً في صور مختلفة منها (تمثيل الأدوار) .
-اختيار العملية (أو العمليات) المناسبة ذات العلاقة .
-استخدام استراتيجيات الحساب الذهني والأنماط والحس المكاني .
-جمع البيانات وتنظيمها وتبويبها وتحليلها وتفسيرها .
-استخدام جمل عددية .

(٣) تنفيذ الحل: ويتم فيها إجراء العمليات الحسابية التي خطط لها .

(٤) التحقق من صحة الحل :

وهذه خطوة هامة جداً ينبغي على المعلمين الانتباه إليها وإعطائها الاهتمام المناسب ، حيث أنه كثيراً ما يحدث أن يتوصل المتعلم إلى نتيجة ويقف ويعتبر نفسه أنجز الحل المطلوب وحل المشكلة المعروضة، وفي الحقيقة قد يكون الحل غير صحيح ، لذا لابد من التحقق منه باستخدام طرق متنوعة منها :

-التفسير للكيفية التي تم بها الحل .
-إجراء الحل بطريقة مختلفة .
-الحكم على معقولية النتائج باستخدام التقدير أو الحساب الذهني أو التعويض المباشر في بعض الأحيان .

وهناك طرق وأساليب تدريسية أخرى كثيرة منها: المحاضرة ، التعليم المصغر ، الحوار والمناقشة...الخ. وكل هذه الأساليب والطرق يمكن استخدامها معاً ويصعب غالبا الفصل بينها إلا أن غلبة أسلوب على آخر هو الذي يعطي الصفة العامة لأسلوب التدريس ونود التأكيد على أهمية التركيز على دور المتعلم باعتباره مركز العملية التعلمية التعليمية ومحورها.

وفي سبيل ذلك ينبغي التركيز على قدرة المتعلم على التكيف للمواقف الجديدة ، ونقدم فيما يلي شرحاً مختصراً لتكييف المواقف التعليمية وما يتعلق بها فيما يعرف بالمنحى التكيفي.

المنحى التكيفي

يعد المنحى التكيفي جزءاً أساسياً من البرامج المدرسية ، ويطال كلا من المنهاج وأساليب التدريس . ويعرف هذا المنحى بأنه : عملية مواءمة البرامج المدرسية التي تراعي حاجات الطلاب التعلمية على اختلاف مستوياتهم، وتتضمن تلك الممارسات التي يقوم بها المعلم ، لتجعل المنهاج وطرائق التدريس والبيئة المدرسية ذات معنى ومناسبة لكل طالب ، كما تجعل المتعلم قادراً على تكييف أساليب التعلم لديه وفقاً للمواقف التي يتعرض لها بغض النظر عن اختلافها عما عهده أو تدرب عليه.

وباختصار فإن هذا المنحى يمكن التعبير عنه بقولنا " ابحث عن طرق أخرى " وتقدم للطلاب مزيداً من البدائل والمصطلحات المعرفية ، لتسهيل مشاركتهم في التعلم . تماما كما في البيئات المادية التي يمكن جعلها أكثر سهولة من خلال إجراء التعديلات عليها مثل الأسطح المائلة ، أو الأبواب الواسعة ، فإن البيئة العلمية يمكن جعلها أكثر سهولة من خلال تعديل الوضع أو الطريقة ، أو استبدال المادة المستخدمة .

ويستخدم هذا المنحى في تحقيق :

* زيادة استقلالية الطالب إلى أبعد حد .
* زيادة القدرة على التعميم ونقل المعلومات .
* مواءمة الدروس لكل من تحصيل الطلاب وقدراتهم .
* تنمية حب التعلم .
* زيادة النمو الإيجابي للشخصية والشعور بالانتماء .
* تطوير الثقة بالنفس .
* زيادة الرغبة في المشاركة في عملية التعلم .
* تحقيق التكامل .

وهناك بعض الخطوط العامة لعملية التكيف نوجهها إليك أيها المعلم من أبرزها :

– غير طرائق التدريس لتناسب حاجات الطلاب .
– كيِّف سرعة تدريسك للمادة لتضمن استيعاب الطلاب للمفاهيم المقدمة ، وأعط الطلاب مزيدا من الوقت للاستكشاف ، الابتكار ، الاستفسار ، وبناء الخبرات ...الخ أثناء تعلمهم .
– شجع الطلاب للعمل بأكثر من طريقة لتحقيق المهمة .
– راقب استخدام المفردات والمصطلحات .وربما أدى استخدام مفردتين للمفهوم نفسه في السؤال الواحد إلى زيادة فهم طلاب على أساس أن كل طالب يأخذ ما يناسبه كأن تقول : عين الشكل الكروي أوعين الشكل الذي يشبه (الكرة) .وهذا يثري مفردات الفئة متدنية التحصيل ، ويجعل الدرس أكثر متعة .
– عدل الطريقة إلى تلك التي يجدر أن يستجيب بها الطالب للمعلم وللأسلوب المستخدم في التدريس .
– عدل طريقة جلوس الطلاب ليستفيدوا أكثر ما يمكن من الأسلوب المستخدم .
– استخدم أنماطاً مختلفة للتعليم (وسائل بصرية ، وسائل سمعية ..)

– استخدم مواد ووسائل لرفع فاعلية التعلم وإثرائه إلى أبعد حد .
– توقع زيادة سرعة التعلم فقط عندما يتمكن الطلاب من تحقيق درجة عالية من الدقة.
– جهز أنشطة ومهام في القدرات العليا للطلاب الذين يحققون أداء مرتفعاً .
– استخدم تقنيات التفاعل الصفي والتي تسمح بملاحظة تقدم الطلاب .
– أشرك الطلاب بالقرارات التي تتعلق بتعلمهم .
– استخدم أساليب تقويم تتفق مع أساليب التدريس المتبعة والمعدة لتلائم حاجاتهم التعلمية .

وعلى هذا فالمنحنى التكيفي يشتمل على جميع الممارسات التي يستخدمها المعلم لجعل عملية التعلم ملائمة وذات معنى لكل طالب ، وحيث إن المنحى التكيفي يؤثر في كل ممارسات التعليم ، فإن قرار الخبير يكون هو الفيصل في هذا المجال ، ويشجع الدليل مثل هذه المرونة في اتخاذ القرار .

الحساب الذهني

يُعدّ الحساب الذهني مهارة حياتية تساعد في حل الكثير من المشكلات ذات العلاقة بالرياضيات ، ويساعد تطوير قدرة الطلاب في الحساب الذهني على فهم المفاهيم الأساسية للأعداد والعلاقات بينها ، كما أنها تحسن من قدراتهم لإجراء الحسابات الكتابية وتجنبهم الأخطاء التي قد تحدث من استخدام الآلة الحاسبة أو استخدام الحفظ الآلي.إن هذه القدرة الذهنية تنمي الثقة وتؤكد للطلاب أنهم يمتلكون المهارة لحل مسائل رياضية أساسية بسرعة .

وفيما يلي أفكار تعليمية مقترحة لتطوير قدرات الحساب الذهني لدى الطلاب :

١– استخدم الحساب الذهني حيثما كان ذلك ممكنا في جميع مجالات الدراسة .واطرح أسئلة من بيئة الطلاب يكون لها معنى في حياتهم اليومية ، وبعد أن ينهي الطلاب حل المسألة ، استمر في طرح أسئلة متتابعة تتطلب من الطلاب إجراء الحساب الذهني والتفكير بشكل ناقد .

٢– قدِّم أنواعا متعددة من استراتيجيات الحساب الذهني ؛ لأن الطلاب لا يتعلمونها بأنفسهم ، وقد تم تناول هذه الاستراتيجيات في محور العمليات على الأعداد في الصفوف السابقة –خاصة الحلقة الأولى– بشكل متسلسل يتفق مع تطور قدرات الطلاب لتعلم هذه الاستراتيجيات ، وينبغي هنا الاستمرار في توظيف تلك الاستراتيجيات وتنميتها بمستويات أعلى من ذي قبل.

٣– شجع الطلاب على تطوير استراتيجيات واستخدامها وشرحها .وطالبهم بأن يشرحوا شفويا الطرق التي استخدمت لحساب الجواب ذهنيا للمسألة .

٤– درب الطلاب على الحساب الذهني الذي يجب أن ينطلق من سياق ذي معنى كأن تعرض على الطلاب مشكلات حياتية حقيقية ، وأنشطة وألعابا يستخدم فيها الطلاب الحساب الذهني .

٥– اربط التقدير بالحساب الذهني ، وفي هذه السن يجب ا لعمل على تشجيع الطلاب لاستخدام استراتيجيات التقدير بشكل أوسع مثل : تقدير المسافات البعيدة أفقياً ورأسياً ، وتقدير كتل

الأشياء الكبيرة ، والسعات لأشياء لم يكن الطالب قادراً على تقديرها في الصفوف الأولى مثل تقدير سعة خزان كبير ، وقياسات أخرى .

إن الطلاب الذين يشتغلون في حل تدريبات تحريرية يعتادون في الغالب على اتباع خطوات محددة سلفا مع أقل قدر من التفكير .

والحساب الذهني يلزم الطلاب أن يفكروا بالأعداد والعلاقات بينها ، كما أن التقدير يسمح لهم برؤية مدى معقولية الأجوبة فينبغي الربط بين التدريبات التحريرية .

١ الوحدة الأولى

(المجموعات والعلاقات)

الأهداف :

١) توضيح مفهوم اتحاد مجموعتين أو أكثر واستخدام الرموز.

٢) توضيح مفهوم تقاطع مجموعتين أو أكثر واستخدم الرموز.

٣) إيجاد عدد المجموعات الجزئية.

٤) فهم عمليات " الفرق " بين مجموعتين وتوضيحها.

٥) حل مسائل تشتمل على مجموعات تطبيقية واستخدام الرموز الخاصة بالمجموعات.

٦) التعرف على المجموعات المنتهية وغير المنتهية .

٧) فهم الأسس السالبة واستخدامها.

٨) تحديد الأعداد النسبية ووصفها وتعريفها والعمليات عليها.

٩) تعريف واستخدام مصطلحات " العلاقة " و " مجال العلاقة " ، و" مدى العلاقة " وعرض علاقة ما في صورة مجموعة من الأزواج المرتبة.

١٠) تمثيل أزواج مرتبة على مستوى إحداثي (ديكارتي).

١١) إعطاء أمثلة للعلاقات في مواقف حياتية والتعبير عنها.

المجموعات Sets

مشروع (إنشاء محل أحذية)

أراد محمد وسالم إنشاء محل لبيع الأحذية ،فساهم كل واحد منهما في نصف تكاليف المشروع،وقاما باستيراد كمية كبيرة من الأحذية مختلفة الألوان والأشكال والمقاسات .

* اقترح تنظيمًا مناسبًا لمحل الأحذية لمساعدة محمد وسالم ، ثم ناقش زملاءك حول اقتراحك .

إذا كانت مقاسات أحذية الأطفال تنحصر من ١٥ إلى ٢٨، ومقاسات أحذية الأولاد تنحصر من ٢٩إلى ٣٦ ، ومقاسات أحذية البالغين من ٣٧إلى ٤٧.

١) اكتب المجموعات الثلاث لمقاسات الأحذية السابقة (س١ ، س٢ ، س٣) بطريقة ذكر العناصر ، وبطريقة الصفة المميزة.

٢) اكتب بمجموعة شاملة (ش) لهذه المجموعات .

٣) ما المقصود بالعبارة : س١ ⊆ ش؟

٤) هل هنالك عناصر مشتركة بين س٢ ، س٣ ؟

تساوي المجموعات :

تُستورد أحذية المحل من بلدان مختلفة ، فإذا رمزنا لمجموعة البلدان التي يتم استيراد الأحذية النسائية منها بالرمز أ ن = { الصين ، ايطاليا ، ألمانيا ، سورية ، مصر } ،

ورمزنا لمجموعة البلدان التي يتم استيراد أحذية الأطفال منها بالرمز أ ط = { الصين ، ايطاليا، ألمانيا ، سورية ، مصر } .

١) قارن بين المجموعتين أ ن و أ ط .

٢) هل توجد عناصر مشتركة بين المجموعتين ؟ اذكرها.

٣) هل كل عنصر في أ ن ينتمي إلى أ ط ؟

الهدف :

*** إيجاد عدد المجموعات الجزئية لمجموعة ما والتعبير عن ذلك بالرموز .**

– راجع مع الطلاب المفاهيم التي درسوها في الصف السابع حول المجموعات . ناقش الطلاب بأسلوب كتابة المجموعة وفي إجابة الأسئلة المقابلة :

١) أ) بطريقة ذكر العناصر :

س١ = { ١٥ ، ..... ، ٢٨ } ،

س٢ = { ٢٩ ، ..... ، ٣٦ } ،

س٣ = { ٣٧ ، ..... ، ٤٧ } ،

ب) بطريقة الصفة المميزة :

فإن س١ = { س١ : ١٥ ≤ س١ ≤ ٢٨ }

س٢ = { س٢ : ٢٩ ≤ س٢ ≤ ٣٦ }

س٣ = { س٣ : ٣٧ ≤ س٣ ≤ ٤٧ }

– ناقش الحلول الأخرى .

٢) ش = { ١٥ ، ..... ، ٤٧ }

٣) تعنى س١ محتواه في ش .

كل عنصر في س١ ينتمي إلى ش

٤) لا توجد عناصر مشتركة بين س٢ ، س٣

– اطلب إلى الطلاب أن يعملوا في مجموعات ثنائية يكتب الأول مجموعة ويطلب إلى الآخر كتابة مجموعة مساوية لها . راقب أعمال الطلاب ربما يعتقد الطالب أن المجموعتين متساويتان إذا كان عدد العناصر متساوياً صحح هذا المفهوم وتوصل معهم من خلال النقاش إلى ضرورة أن تشمل المجموعة الثانية على نفس عناصر المجموعة الأولى مهما كان ترتيبها .

تعزيز :

إذا كانت ش = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ }

س = { س : س ∈ ش ، ٢س + ١ ، عامل من عوامل ٣ }

ص = { ص : ص ∈ ش ، ص٢ – ٢ عدد أولي }

أ) عبر عن س ، ص بذكر العناصر .

ب) هل س = ص ؟

الحل :

أ) س = { ١ ، ٠ }

ص = { ٢ ، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ }

ب) س ≠ ص

إعادة تعلم :

– إذا كانت س = { ٤ ، ٨ ، ٩ }

وعناصر مجموعة ص موضحة بشكل فن كالتالي:

) عبر عن المجموعة ص بذكر العناصر .

ب) هل س = ص ؟

حل تدريب ١ :

أ) ع = {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤}

ص~ = {٢، ٤، ٦، ٨، ١٠، ١٢، ١٤}

ب)

جـ) ع = ص~

– نبه الطلاب بأن ٩،٦ مثلاً لايمكن أن تساوي {٩،٦} لأن الثانية تعد مجموعة بينما الأولى لا تعد مجموعة .

٤) هل كل عنصر في أ~ ينتمي إلى أ~ ؟

٥) هل أ~ ⊆ أ~ ؟ وهل أ~ ⊇ أ~ ؟ اكتب السبب .

٦) اكتب النتيجة التي توصلت إليها.

تدريب ١ :

إذا كانت ع {ع : ع مضاعف من مضاعفات العدد ٢ ، ٢ ≤ ع < ١٥ }

ص~ = { ص : ص عدد طبيعي زوجي ، ١ < ص < ١٥ }

أ) عبر عن المجموعتين بذكر العناصر .

ب) مثل المجموعتين بشكل فن .

ج) قارن بين المجموعتين .

تعريف : تتساوى المجموعتان س~، ص~ إذا أحتوتا على نفس العناصر .بمعنى آخر : س~ = ص~ ، إذا كان س~ ⊆ ص~ وكذلك ص~ ⊆ س~ .

مثال ١ :

إذا كانت ش~ = { ٣ ، $\frac{١}{٤}$ ، ٥ ، –٦ ، ٧ ، $\frac{٣}{٨}$} ، س~ = { س : س عدد أولي ، س ∈ ش~ }

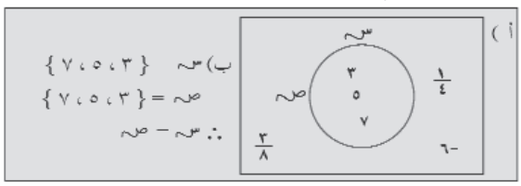
ص~ = {ص : ص عدد فردي ، ص ∈ ش~}

أ) عبر عن المجموعات بشكل فن .

ب) هل س~ = ص~ ؟ ولماذا ؟

الحل:

أ)



ب) س~ = { ٣ ، ٥ ، ٧ }

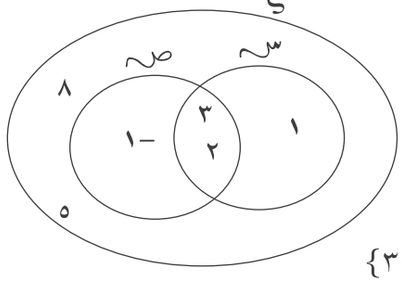
ص~ = { ٣ ، ٥ ، ٧ }

∴ س~ = ص~

إثراء :

– اكتب مجموعة المجموعات الجزئية للمجموعة س~

من الشكل المقابل :



الحل :

المجموعة س~ = {١، ٢، ٣}

مجموعة المجموعات الجزئية = { {١}، {٢}، {٣}، {١، ٢}، {١، ٣}، {٢، ٣}، {١، ٢، ٣}، ∅ }

عدد المجموعة الجزئية للمجموعة س~ = ٨ مجموعات جزئية.

تدريب ٢ :

١) قارن بين المجموعات بوضع أحد الرمزين = ، ≠ بين كل مجموعتين مما يلي :

أ) {٠ ، ١ ، ٢} ● {س : س عدد صحيح ، ٢ < س < ٢}

ب) {ع : ع عدد طبيعي زوجي ، ١ < ع < ٨} ● {ل : ل من مضاعفات ٢ ، ١ < ل < ٨}

ج) هـ مجموعة تحوي ٧ عناصر ● ن مجموعة أخرى بها ٧ عناصر .

نشاط ١ المجموعات الجزئية . Sab Sets

المواد : أحجار نرد ذوات ستة أوجه .

الخطوات :

١) خذ حجري نرد وألقهما معا ،وسجل مجموعة الأرقام الظاهرة .

٢) يأخذ زميلك ثلاثة أحجار نرد ،ويلقيها معا ،ويسجل مجموعة الأرقام الظاهرة.

٣) يأخذ زميل آخر أربعة أحجار نرد ،ويلقيها معا ،ويسجل مجموعة الأرقام الظاهرة .

٤) يقوم كل طالب بكتابة المجموعات الجزئية للمجموعة التي سجلها ،ويجيب على الأسئلة التالية .

كم مجموعة جزئية تتكون من عنصر واحد ؟

– كم مجموعة جزئية تتكون من عنصرين ؟

كم مجموعة جزئية تتكون من ثلاثة عناصر ؟

– كم مجموعة جزئية تتكون من أربعة عناصر ؟

كم مجموعة جزئية خالية ؟ وما عدد المجموعات الجزئية التي تكونت ؟

٥) اكتب علاقة بين عدد عناصر المجموعة وعدد مجموعاتها الجزئية .

تدريب ٣ :

استخدم العلاقة التي توصلت إليها واكتب عدد المجموعات الجزئية لكل من المجموعات التالية :

أ) س = {أ ، ب ، ج ، د ، هـ} ب) ل = {أحمر ، أخضر ، أبيض} .

حل تدريب ٢ :

أ) ≠ ، ب) = ، جـ) ≠

– ارشـد الطلاب إلى اتباع خطوات النشاط بدقة ومحاولة اكتشاف القاعدة (٢ ^ن) حيث ن عدد عناصر المجموعة.

حل السؤال ٤ من نشاط ١ :

	عنصر واحد	عنصرين	ثلاث عناصر	أربعة عناصر	خالية
الأول	٢	١	٠	٠	١
الثاني	٣	٣	١	٠	١
الثالث	٤	٦	٤	١	١

٥) عدد المجموعات الجزئية لمجموعة = ٢ ^ن
حيث ن عدد العناصر .

حل تدريب ٣ :

عدد المجموعات الجزئية للمجموعة س = ٢^٥ = ٣٢
عدد المجموعة الجزئية للمجموعة ل = ٣٢ = ٨
– وضح للطلاب بأن رمز ⊆ ، ⊈ دائمًا يكون بين مجموعة وأخرى وليس بين عنصر ومجموعة .

تعزيز :

– أكمل الجدول التالي بإيجاد قيم الرموز فيه :

عدد عناصر المجموعة	عدد المجموعات الجزئية
٤	أ
٦	ب
جـ	٢٥٦
١٠	د
هـ	و

الحل : أ) ١٦ ، ب) ٦٤ ، جـ) ٨ ، د) ١٠٢٤ ، هـ) ١٢ ، و) ٤٠٩٦

إعادة تعلم :

نشاط :
الأدوات : حجر نرد ذو ستة أوجه .
الخطوات :
١) أرم حجر النرد خمس مرات .
٢) اكتب الأعداد التي حصلت عليها في مجموعة وارمز لها بالرمز ع
٣) اكتب المجموعات الجزئية للمجموعة ع وأوجد عددها .

حل تمارين ومسائل ١ :

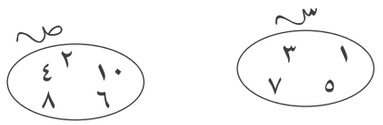
١) نعم $ص \subseteq س$ لأن مجموعة عناصر ص محتواه في المجموعة س .

٢) أ) = ، ب) ≠ ، جـ) =

٣) أ) $س = \{١، ٣، ٥، ٧\}$

$ص = \{ص: ص$ عدد طبيعي زوجي، $ص < ١١\}$

ب)

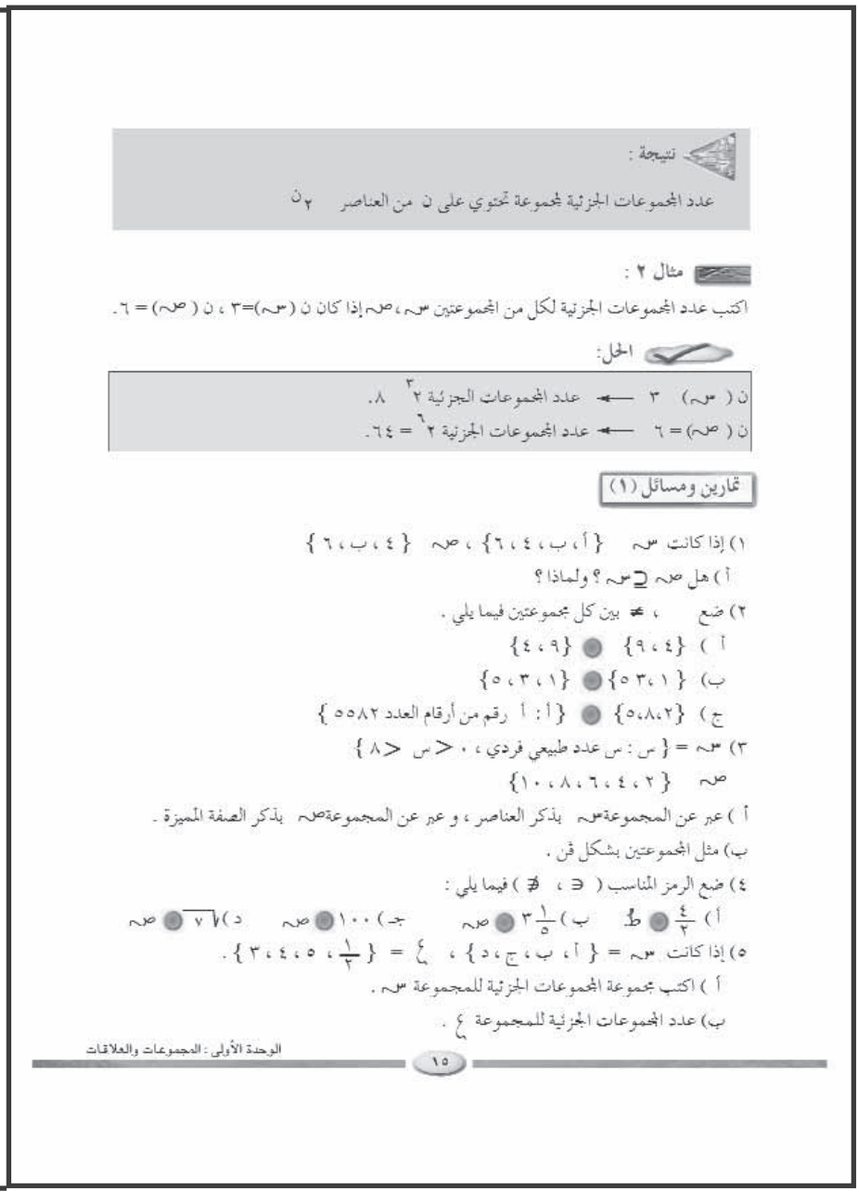


٤) أ) ∋ ، ب) ∉ ، جـ) ∋ ، د) ∉

٥) ب) = {{أ} ، {ب} ، {ج} ، {د} ، {أ، ب} ، {أ، ج} ، {أ، د} ، {ب، ج} ، {ب، د} ، {ج، د} ، {أ، ب، ج} ، {أ، ب، د} ، {أ، ج، د} ، {ب، ج، د} ، {أ، ب، ج، د} ، ∅}.

ب) $٢^{ن} = ٢^{٤} = ١٦$ مجموعة جزئية .

يفضل أن تكون الإجابة مرتبة كي يتدرب الطالب على الترتيب وكي لا ينسى بعضها .



نتيجة :

عدد المجموعات الجزئية لمجموعة تحتوي على ن من العناصر $٢^{ن}$

مثال ٢ :

اكتب عدد المجموعات الجزئية لكل من المجموعتين س، ص إذا كان ن (س) = ٣ ، ن (ص) = ٦ .

الحل:

ن (س) = ٣ ← عدد المجموعات الجزئية $٢^{٣} = ٨$.

ن (ص) = ٦ ← عدد المجموعات الجزئية $٢^{٦} = ٦٤$.

تمارين ومسائل (١)

١) إذا كانت س = { أ، ب، ٤، ٦} ، ص = { ٤، ب، ٦ }

أ) هل ص ⊆ س ؟ ولماذا ؟

٢) ضع ، ≠ بين كل مجموعتين فيما يلي .

أ) {٤، ٩} ● {٤، ٩}

ب) { ١، ٣، ٥} ● {١، ٣، ٥}

ج) {٢، ٨، ٥} ● { أ : أ رقم من أرقام العدد ٥٥٨٢ }

٣) س = { س : س عدد طبيعي فردي ، ٠ < س < ٨ }

ص = { ٢، ٤، ٦، ٨، ١٠}

أ) عبر عن المجموعة س بذكر العناصر ، و عبر عن المجموعة ص بذكر الصفة المميزة .

ب) مثل المجموعتين بشكل فن .

٤) ضع الرمز المناسب (∋ ، ∉) فيما يلي :

أ) $\frac{٤}{٣}$ ● ط ب) $٣\frac{١}{٥}$ ● ص جـ) ١٠٠ ● ص د) $\sqrt{٧}$ ● ص

٥) إذا كانت س = { أ، ب، ج، د } ، ع = { $\frac{١}{٣}$ ، ٥، ٤، ٣ } .

أ) اكتب مجموعة المجموعات الجزئية للمجموعة س .

ب) عدد المجموعات الجزئية للمجموعة ع .

العمليات على المجموعات

١ـ اتحاد المجموعات Union of Sets

نشاط ١ : مجموعة الاتحاد

الخطوات :

١) قم بعمل قائمة أو إحصائية بمجموعة أسماء طلاب فصلك الذين تبدأ أسماؤهم بأي من الحرفين (م) أو (ع) ، ومجموعة أخرى تبدأ أسماؤهم بأي من الحرفين (أ) أو (ع) .

٢) ارمز للمجموعة الأولى بالرمز س، والمجموعة الثانية بالرمز ص .

٣) عبر عن مجموعة ثالثة (أ ع) تضم عناصر المجموعتين س ، ص .

٤) قارن بين المجموعات الثلاث (س ، ص ، أ ع).

٥) سجل ملاحظاتك و ناقش الآخرين فيها .

تدريب ١ :

إذا كان ص مجموعة أماكن استيراد الأحذية النسائية {الصين ، ايطاليا ، ألمانيا ، سوريا ، مصر}

ع = مجموعة أماكن استيراد الأحذية الرجالية = {سنغافورة ، ايطاليا ، تايلاند }

مثل المجموعتين بشكل فن .

ماذا لو وضعنا عناصر المجموعتين في مجموعة واحدة تضم عناصر ص وعناصر ع معا، ولتكن أ .

عبر عن أ بذكر العناصر . هل يمكن ذكر اسم الدولة مرتين في المجموعة

تعريف :

تسمى مجموعة العناصر الناتجة من ضم عناصر المجموعتين س، ص بمجموعة إتحاد س ، ص ، ويرمز لها بالرمز س ∪ ص .

حيث : س ∪ ص = { أ : أ ∈ س أو أ ∈ ص} .

الوحدة الأولى : المجموعات والعلاقات ١٦

الهدف :

*** ايجاد اتحاد مجموعتين أو أكثر والتعبير عن ذلك بالرموز .**

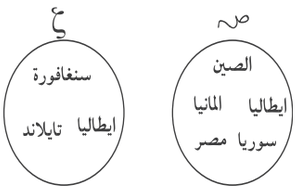
ينفذ النشاط كما هو موضح في كتاب الطالب .

– وضح للطلاب أن رمز (م أو ع) تعني الحصول على أحد الرمزين أو كلاهما معًا.

ويمكنك استبدال النشاط بشيء آخر كعمل قائمة بهوايات طلاب الصف أو أماكن سكنهم أو غير ذلك.

حل تدريب ١ :

أ)



ب) ص ∪ ع

جـ) أ = {الصين ، ايطاليا ، ألمانيا ، سوريا، مصر ، سنغافورة ، تايلاند }

– لا تكرر اسم الدولة في مجموعة الاتحاد .

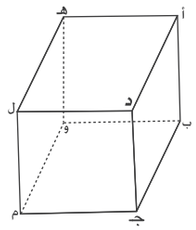
إثراء :

تأمل الشكل المقابل وأجب عن الأسئلة بذكر أضلاع أوجه الشكل حيث:

١) أب جـ د ، ٢) ب و م جـ ، ٣) جـ د ل م ،

٤) و م ل هـ ، ٥) أ د ل هـ ، ٦) أ ب و هـ .

أوجد : (١ ∪ ٢) ، (١ ∪ ٤) ، (٤ ∪ ٥ ∪ ٦)



الحل :

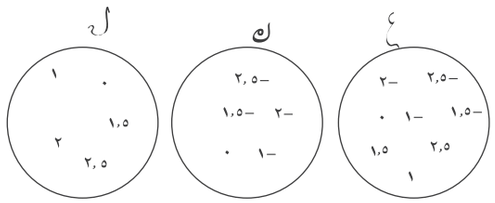
١ ∪ ٢ = { $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب و}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ ، $\overline{\text{د أ}}$ ، $\overline{\text{و م}}$ ، $\overline{\text{م جـ}}$ }

١ ∪ ٤ = { $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب جـ}}$ ، $\overline{\text{جـ د}}$ ، $\overline{\text{د أ}}$ ، $\overline{\text{و م}}$ ، $\overline{\text{م ل}}$ ، $\overline{\text{ل هـ}}$ ، $\overline{\text{و هـ}}$ }

٤ ∪ ٥ ∪ ٦ = { $\overline{\text{أ د}}$ ، $\overline{\text{د ل}}$ ، $\overline{\text{ل هـ}}$ ، $\overline{\text{هـ أ}}$ ، $\overline{\text{و م}}$ ، $\overline{\text{م ل}}$ ، $\overline{\text{هـ و}}$ ، $\overline{\text{أ ب}}$ ، $\overline{\text{ب و}}$ }

حل تدريب ٢ :

أ)



ب) ع ∪ ك = { $-٢\frac{١}{٢}$ ، -٢ ، $-١\frac{١}{٢}$ ، -١ ، ٠ ، ١ ، $١\frac{١}{٢}$ ، $٢\frac{١}{٢}$ }

ك ∪ ل = { -٢,٥ ، -٢ ، -١,٥ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ١,٥ ، ٢ ، ٢,٥ }

ع ∪ ك ∪ ل = { -٢,٥ ، -٢ ، -١,٥ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ١,٥ ، ٢ ، ٢,٥ }

مثال ١ :

إذا كان :

س = { أ : أ الرياضة التي يمارسها أحمد يوم الخميس } = { السباحة ، الجري ، كرة الطائرة }

ص = { ب : ب الرياضة التي يمارسها أحمد يوم الجمعة } { الجري ، كرة السلة }

اكتب مجموعة الرياضات التي يمارسها أحمد خلال يومي الخميس والجمعة .

الحل:

س ∪ ص = { السباحة ، الجري ، كرة الطائرة } ∪ { الجري ، كرة السلة }

{ السباحة ، الجري ، كرة الطائرة ، كرة السلة }

مثال ٢ :

إذا كانت س = { أ : أ حذاء سعره أكثر من ١٠ ريالات }

ص = { أ : أ حذاء ، ٦,٥ ≤ سعر الحذاء ≤ ١٠ }

فاكتب س ∪ ص باستخدام الصفة المميزة .

الحل:

س ∪ ص = { أ : أ حذاء سعره ≤ ٦,٥ } .

تدريب ٢ :

إذا كانت كل من ع ، $أ'$ ، ل مجموعة قيم لأعداد نسبيه حيث :

إذا كانت ع { -٢,٥ ، -٢ ، -١,٥ ، -١ ، ٠ ، ١ ، ١,٥ ، ٢ ، ٢,٥ }

$أ'$ = { -٢,٥ ، -٢ ، -١,٥ ، -١ ، ٠ }

ل { ٠ ، ١ ، ١,٥ ، ٢ ، ٢,٥ }

أ) ارسم شكل فن الذي يعبر عن المجموعات .

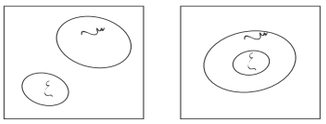
ب) أوجد ما يلي :

ع ∪ $أ'$ ، $أ'$ ∪ ل ، ع ∪ $أ'$ ∪ ل

تعزيز :

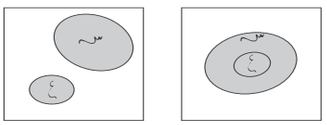
* ظلل س ∪ ع في الشكلين التاليين :

شكل ١ شكل ٢



الحل :

شكل ١ شكل ٢



إعادة تعلم :

– إذا كانت ل مجموعة الخضار والفاكهة المزروعة في مزرعة محمد = {خيار ، ليمون ، موز ، طماطم } ، ك مجموعة الخضار والفاكهة في مزرعة عادل = {ليمون ، بطيخ ، خيار}.

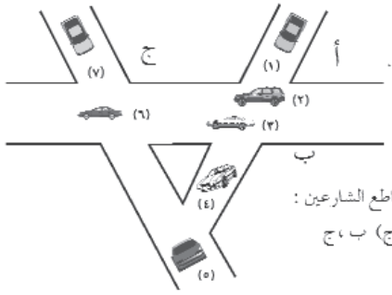
أوجد : ل ∪ ك

الحل :

ل ∪ ك = {خيار ، ليمون ،موز ، بطيخ ، طماطم} .

٢- تقاطع المجموعات : Intersection of sets

يمكن توضيح مفهوم التقاطع من خلال تقاطع الشوارع التالية (شارع أ ، شارع ب ، شارع ج) ، حيث نجد أن التقاطع هنا يمثل الأجزاء أو النقاط المشتركة بين الشوارع في الشكل .



١) حدد موقع السيارات حسب الشوارع أ ، ب ، ج .
أ) السيارة رقم ١ .
ب) السيارة رقم ٦.
ج) السيارة رقم ٣.

٢) ما السيارات التي توجد في تقاطع الشارعين :
أ) أ ، ج . ب) أ ، ب ج) ب ، ج

نشاط ٢ تقاطع المجموعات

– تعاون مع اعضاء مجموعتك في إعداد جدول بأسماء طلاب صفك الذين شاركوا في مختلف الأنشطة المدرسية خلال العام الدراسي . ارمز لكل نشاط بأحد الأحرف كما في الجدول ،

ثم أجب عن الأسئلة التالية :

س~	ص~	ل~
الإذاعة المدرسية	التصوير الضوئي	المسرح

أ) هل هناك طلبة يمارسون أكثر من نشاط ؟

ب) اكتب مجموعة العناصر المشتركة بين كل مجموعتين.

ج) مثل المجموعتين س~ ، ص~ بشكل فن ، ولاحظ موقع مجموعة العناصر المشتركة.

الهدف :

*** إيجاد تقاطع مجموعتين أو أكثر والتعبير عن ذلك بالرموز.**

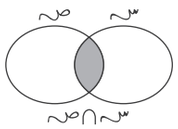
– قدم مفهوم التقاطع بإعطاء أمثلة من الحياة وتوضيح العناصر المشتركة بين أي مجموعتين واربط ذلك بالمفاهيم السابقة (الاتحاد) ، ثم قدم أمثلة لمجموعتين لا توجد بينهما عناصر مشتركة ، مجموعتين متساويتين .

حل أسئلة النشاط :

١) أ) تقع في الشارع أ .
ب) تقع في تقاطع الشارعين ب ، ج .
جـ) تقع في تقاطع الشارعين أ ، ب .

٢) أ) ٥ ب) ٣,٢ جـ) ٦

– قدم أمثلة لمجموعات مختلفة وعبر عن تقاطع مجموعتين بشكل فن كالتالي :



– ليس من الضروري التقيد بنفس الأنشطة في نشاط ٢ ، يمكنك التغيير حسب ما تراه مناسبًا بحيث تتوصل إلى تكرار في بعض الأسماء في أكثر من نشاط لتوضيح عملية التقاطع .

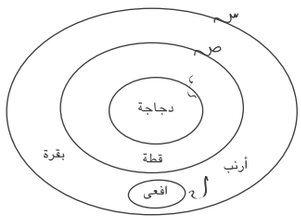
إثراء :

تأمل الشكل المقابل ، وأكمل ما يلي بما يناسب :

أ) ■ ⊃ ■ ب) ■ ⊅ ■

جـ) ■ ⊅ ■ د) ■ ∩ ■ = {أفعى}

هـ) ■ ∋ ■ و) ■ ∪ ■ = {دجاجة ، قطة}



الحل :

أ) ص~ ⊂ س~ (هناك أكثر من حل)

ب) قطة ∉ ع (هناك أكثر من حل)

جـ) ل ⊄ ع (هناك أكثر من حل)

د) س~ ∩ ل ،

هـ) دجاجة ∈ ع (هناك أكثر من حل)

و) ع ∪ ص~

حل تدريب ٣ :

أ) { كوب ماء ، تمر }

ب) { كوب ماء ، تمر }

* هناك مجموعات لا توجد بينها عناصر مشتركة .

مثال :

إذا كانت س~ = {١ ، ٢} ، ص~ = {٣ ، ٤}

فيكون س~ ∩ ص~ = ∅

وفي هذه الحالة يقال إن المجموعتين منفصلتان كما هو موضح في شكل فن السابق .

اطرح أسئلة من النوع :

إذا كانت مجموعة تقاطع مجموعتين هي إحدى المجموعتين س~ ∩ ص~ = س~

فأي المجموعتين جزئية من الأخرى ؟

تعزيز :

إذا كانت ش~ = { ش : ش ∈ ط ، ١٠ ≥ ش ≥ ٠ }

= { ف : ف ∈ ش~ ، ف٢ − ٢٥ = ٠ }

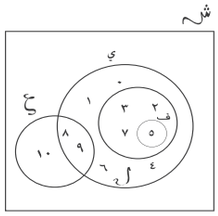
ل~ = { ل : ل عدد أولي ، ل ∈ ش~ }

ع~ = { ع : ع < ٧ ، ع ∈ ش~ }

ى = { ى : ى ≥ ٩ ، ى ∈ ش~ }

أ) مثل المجموعات بشكل فن وظلل مناطق التقاطع وحددها .

الحل :

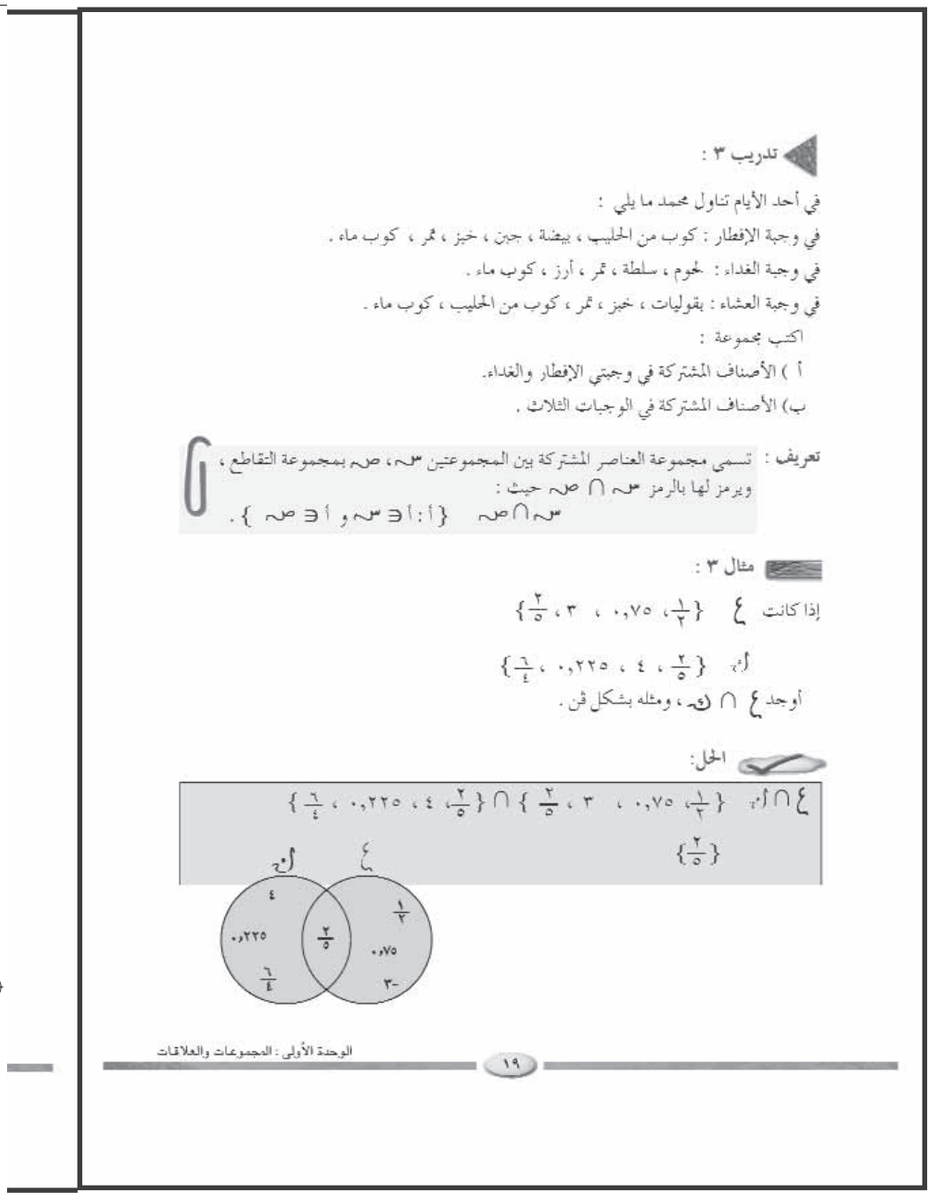


إعادة تعلم :

إذا كانت س~ = {أحمر ، أصفر ، أخضر }

ص~ = {بني ، رصاصي ، أسود ، أحمر }

أوجد س~ ∪ ص~ ، س~ ∩ ص~


تدريب ٣ :

في أحد الأيام تناول محمد ما يلي :

في وجبة الإفطار : كوب من الحليب ، بيضة ، جبن ، خبز ، تمر ، كوب ماء .

في وجبة الغداء : لحوم ، سلطة ، تمر ، أرز ، كوب ماء .

في وجبة العشاء : بقوليات ، خبز ، تمر ، كوب من الحليب ، كوب ماء .

اكتب مجموعة :

أ) الأصناف المشتركة في وجبتي الإفطار والغداء.

ب) الأصناف المشتركة في الوجبات الثلاث .

تعريف : تسمى مجموعة العناصر المشتركة بين المجموعتين س~ ، ص~ بمجموعة التقاطع ، ويرمز لها بالرمز س~ ∩ ص~ حيث :

س~ ∩ ص~ = { أ : أ ∈ س~ و أ ∈ ص~ }.

مثال ٣ :

إذا كانت ع~ = { ½ ، ٠,٧٥ ، ٣ ، ⅖ }

أ~ = { ⅖ ، ٤ ، ٠,٢٢٥ ، ¼ }

أوجد ع~ ∩ أ~ ، ومثله بشكل فن .

الحل:

ع~ ∩ أ~ = { ½ ، ٠,٧٥ ، ٣ ، ⅖ } ∩ { ⅖ ، ٤ ، ٠,٢٢٥ ، ¼ }

= { ⅖ }

تدريب ٤ :

إذا كانت ص = { أ : أ عدد صحيح ، −٥ < أ < ٥ }

ع = { ب : ب عامل من عوامل العدد ١٠ ، ب < ٠ }

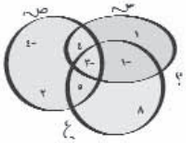
أ) عبر عن المجموعتين بذكر العناصر .

ب) مثل المجموعتين بشكل فن.

ج) أوجد : ص ∪ ع ، ص ∩ ع

خواص عمليتي الاتحاد و التقاطع :

اعتمد على الشكل المقابل واكتب كلا من المجموعات س ، ص ، ع بذكر العناصر .



* أوجد س ∪ ص ، ص ∪ س ، ماذا تلاحظ ؟

– ما اسم هذه الخاصية ؟

* أوجد (س ∪ ص) ∪ ع ، س ∪ (ص ∪ ع) ، ماذا تلاحظ ؟

– ما اسم هذه الخاصية ؟

* أوجد س ∪ (ص ∩ ع) ، (س ∪ ص) ∩ (س ∪ ع) .

(ص ∩ ع) ∪ س ، (ص ∪ س) ∩ (ع ∪ س) .

هل س ∪ (ص ∩ ع) = (س ∪ ص) ∩ (س ∪ ع) ؟ وضح السبب .

– تحقق من توزيع التقاطع على الاتحاد .

نتيجة :

تحقق عمليتا الاتحاد والتقاطع على المجموعات الخواص التالية :

١- الخاصية الإبدالية.

٢- الخاصية التجميعية.

٣- خاصية التوزيع:

أ) توزيع الاتحاد على التقاطع .

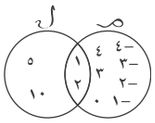
ب) توزيع التقاطع على الاتحاد .

حل تدريب ٤ :

أ) م = { −٤ ، −٣ ، −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

ل = { ١ ، ٢ ، ٥ ، ١٠ }

ب)

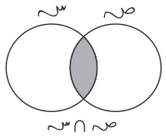


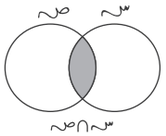
جـ) م ∪ ل = { −٤ ، −٣ ، −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ١٠ }

م ∩ ل = { ١ ، ٢ }

اطلب إلى الطلاب التحقق من خاصية الإبدال والخاصية التجميعية على عملية تقاطع المجموعات والتوصل إلى أن هاتين الخاصيتين تتحققان على عملية تقاطع المجموعات .

– اطلب إلى الطلاب تمثيل س ∩ ص بشكل فن وتظليل التقاطع ثم برسم آخر لـ ص ∩ س وتظليل التقاطع وملاحظة خاصية الإبدال .





مثال :

من الشكل المقابل :

هل س ∪ ص = ص ∪ س ؟

– الخاصية الإبدالية: أ ، ب مجموعتان

أ ∪ ب = ب ∪ أ

أ ∩ ب = ب ∩ أ

– الخاصية التجميعية :

أ ∪ (ب ∪ جـ) = (أ ∪ ب) ∪ جـ

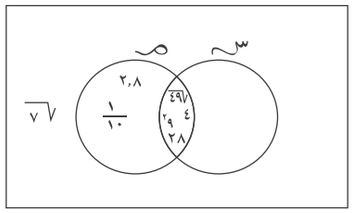
– التوزيع :

أ) أ ∪ (ب ∩ جـ) = (أ ∪ ب) ∩ جـ

ب) أ ∩ (ب ∪ جـ) = (أ ∩ ب) ∪ جـ

حل تدريب ٥ :

١)



٢) أ) ش ∩ (س ∩ ص)

س ∩ ص = { ٤٩٧ ، ٤ ، ٢٩ ، ٢٨ }

ش ∩ (س ∩ ص) = { ٤٩٧ ، ٤ ، ٢٩ ، ٢٨ }

ب) ش ∩ (س ∪ ص)

س ∪ ص = { ١/١٠ ، ٤٩٧ ، ٢٨ ، ٤ ، ٢٩ }

ش ∩ (س ∪ ص) = { ١/١٠ ، ٤٩٧ ، ٢٨ ، ٤ ، ٢٩ }

مثال ٤ :

إذا كانت ل = { ن : ن ∈ صـ ، −٤ < ن < ٤ } ، ب = { م : م عدد طبيعي فردي ، ٣ ≤ م ≤ ٥ }

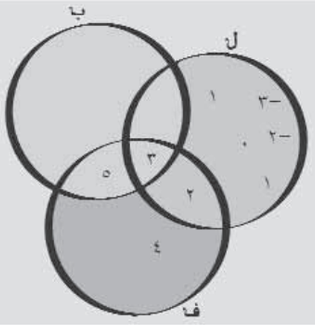
فـ = { و : و ∈ ط ، ٢ ≤ و ≤ ٥ }

١) عبر عن المجموعات بطريقة ذكر العناصر .

٢) أوجد :

(أ'ـ ∩ ب) ∩ فـ ، أ'ـ ∩ (ب ∩ فـ) .

الحل:



١) أ'ـ = { −٣ ، −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

ب { ٣ ، ٥ }

فـ = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

٢) (ل ∩ ب) ∩ فـ

نوجد أولا: (ل ∩ ب) = { ٣ }

ثم نوجد (ل ∩ ب) ∩ فـ { ٣ }

ل ∩ (ب ∩ فـ)

نوجد أولا: (ب ∩ فـ) = { ٣ ، ٥ }

ثم نوجد ل ∩ (ب ∩ فـ) { ٣ }

تدريب ٥ :

إذا كانت

شـ { ٤ ، ١/١٠ ، ٤٩٧ ، ٧٧ ، ٢٩ ، ٢٨ ، ٢,٨ }

س = { س : س عدد صحيح ، ٣ س ∈ شـ } ، م = { م : م عدد صحيح أو كسر ، م ∈ شـ }

١) عبر عن المجموعات بشكل ڤن .

٢) أوجد :

أ) شـ ∩ (س ∩ صـ) ، ب) شـ ∩ (س ∪ صـ)

إثـراء :

* إذا كانت ش هي مجموعة الأعداد الصحيحة وأ، ب ، جـ مجموعات جزئية منها حيث :

أ = { س : س > −٣ } ، ب = { س : س < ٣ } ، جـ = { س : −٢ < س < ٤ }

– أوجد (أ ∩ ب) ∩ جـ ، أ ∩ (ب ∩ جـ) .

الحل :

أ ∩ ب = { س : س > −٣ و س < ٣ } = { س : −٣ < س < ٣ }

(أ ∩ ب) ∩ جـ = { س : −٣ < س < ٣ و −٢ < س < ٤ } = { س : −٢ < س < ٣ }

ب ∩ جـ = { س : س < ٣ و س : −٢ < س < ٤ } = { س : −٢ < س < ٣ }

أ ∩ (ب ∩ جـ) = { س : س > −٣ و س : −٢ < س < ٣ } = { س : −٢ < س < ٣ }

٣ ـ الفرق بين المجموعات (Difference Operation)

في محل الأحذية:

لـ مجموعة ألوان الأحذية الرجالية في محل الأحذية { أبيض ، بني ، أسود ، رصاصي }

ع = مجموعة ألوان الأحذية النسائية في محل الأحذية = { أبيض ، أحمر ، أسود ، أخضر ، أزرق }

١) مثل المجموعتين بشكل فن .

٢) هل مجموعة أ ع تساوي مجموعة ع ؟ اذكر السبب.

٣) اكتب المجموعة أ ع، حيث أ ع هي مجموعة العناصر المختواة في ع وغير مختواة في لـ، وارمز لها بالرمز (ع – أ ع) ، واقرأها ع فرق لـ .

٤) اكتب المجموعة صـ، حيث صـ هي مجموعة العناصر المختواة في لـ وغير مختواة في ع . وارمز لها بالرمز (أ ع – ع) ، واقرأها أ ع فرق ع .

٥) ما العلاقة بين لـ ، صـ ؟

تدريب ٦ :

إذا كانت س مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين ٠ ، ١٠.

ف = مجموعة الأعداد الطبيعية الزوجية المحصورة بين ١ ، ١٠ .

أ) عبر عن المجموعتين بذكر العناصر ، ثم مثلهما بشكل فن .

ب) اكتب مجموعة الفرق (س ـ ف) .

جـ) ظلل عناصر الفرق في الشكل إن وجدت .

تعريف :

مجموعة الفرق س – صـ هي عبارة عن مجموعة مكونة من العناصر المنتمية إلى س وغير المنتمية إلى صـ أي أن :

س – صـ = { أ : أ ∈ س و أ ∉ صـ }

الهدف :

- فهم عمليات الفرق بين مجموعتين وتوضيحها .

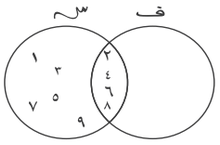
– لتقويم مفهوم الفرق بين مجموعتين راجع للطلاب مفهوم متممة مجموعة التي درسها في الصف السابق، لأن مفهوم الفرق ذو علاقة بمفهوم متممة مجموعة ، حيث س – صـ هي نفسها صـ بالنسبة إلى س

* وضح للطلاب (س – صـ ≠ صـ – س)
من خلال شكل فن .

حل تدريب ٦ :

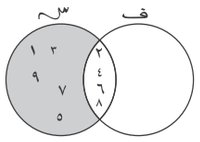
أ) س = {١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦، ٧، ٨، ٩}

ف = {٢، ٤ ، ٦ ، ٨}



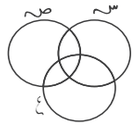
ب) س – ف = {١، ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩}

جـ)

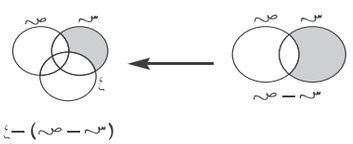


إثراء :

* ظلل (س – صـ) – ع من الشكل التالي :



الحل :



(س – صـ) – ع

تعزيز :

من الشكل المقابل ، أوجد :

ع – صـ ، صـ – ع

الحل :

ع – صـ = {١ ، ٥، ٦} = ع

صـ – ع = {٤ ، ٨} = صـ

– اسـأل الـطـلاب متى تـكـون مجموعة الفرق بين مجموعتين خالية .

مثال :
من الشكل المجاور :
ص ∩ ع = ∅
وماذا يكون ع – ص ؟

– أعط أمثلة واقعية وباستخدام المواد واطلب إلى الـطـلاب إيـجـاد الإتحاد والـتـقـاطـع ، والـفـرق للمجموعات واسأل أسئلة من النوع هل الفرق بين مجموعتين يساوى تقاطعهما؟ واطلب إليهم تمثيل ذلك بالمواد .

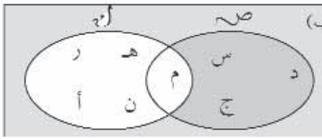
مثال ٥ :

إذا كانت ص = {م ، س ، ج ، د}
ش = {م ، ن ، أ ، ر ، هـ}
أ) أوجد : ص – ش وعبر عنها بالصفه المميزه .
ب) مثل المجموعتين بشكل فن ،و ظلل ص – ش .

الحل:

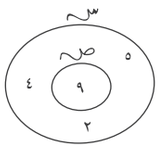
أ) ص – ش = {س ، ج ، د}
{ أ: أ حرف من أحرف كلمة سجد }

ب)



تعزيز :

من الشكل المقابل ، أوجد :
س – ص ، ص – س



الحل :

س – ص = {٢، ٤، ٥}
ص – س = { } = ∅

إعادة تعلم :

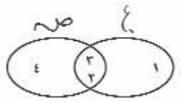
– إذا كانت س = {–١ ، ٠ ، ٢ ، ٦} ،
ص = {–٢ ، ٠ ، ٥}
أ– عبر عن المجموعات بشكل فن .
ب– أوجد س – ص ، ص – س

تمارين ومسائل (٢)

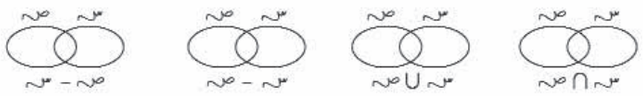
١) من الشكل المقابل ، أوجد :

ع ∪ ص ، ع ∩ ص ،

ع ص ، ص ع



٢) انقل الاشكال في دفترك ثم ظلل الجزء الذي تعبر عنه كل عملية من عمليات المجموعات في أشكال فن التالية:



٣) الجدول التالي يحوي بعض المنتجات الزراعية في السلطنة .

	منطقة ظفار	منطقة الباطنة	منطقة الظاهرة	المنطقة الداخلية
الموز				
الرمان				
التفاح				
البصل				
الثوم				
الطماطم				
القمح				

أ) استعن بالكتب المتوفرة في غرفة مصادر التعلم، شبكة الانترنت ، دائرة الزراعة في منطقتك ، لتتوصل إلى المنتجات الزراعية التي تشتهر بها كل منطقة كما جاء في الجدول .

ب) انقل الجدول المقابل إلى دفترك وأكمله بوضع إشارة (×) أمام كل نوع تشتهر المنطقة بزراعته.

ج) عبر عن مجموعات المنتجات في كل منطقة بذكر العناصر ، حيث سنرمز للمنطقة الجنوبية بالرمز س ، ومنطقة الباطنة بالرمز ص ، ومنطقة الظاهرة بالرمز ع ، والمنطقة الداخلية بالرمز أ .

د) أوجد :

س ∩ ص ، ص ع ، ع ∪ أ ، أ ∩ س ∩ ص .

حل تمارين ومسائل ٢ :

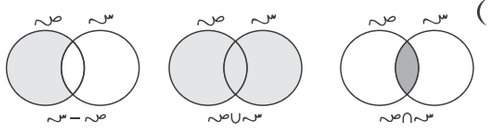
١) (ع ∪ ص) = {١، ٢ ، ٣ ، ٤ }

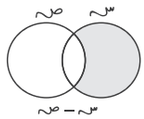
(ع ∩ ص) = {٣ ، ٢ }

(ع − ص) = { ١ }

(ص − ع) = {٤}

٢)



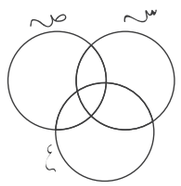


٣) شجع الطلاب بالبحث عن الموضوع في السؤال ٣ من مصادر مختلفة ، وتوقع أن تحصل على إجابات عديدة ومختلفة مقبولة .

إثراء :

– ضع العناصر الناتجة من العمليات التالية في أماكنها الصحيحة :

في الشكل المقابل :



(س − ص) ∩ (ع − ص) = { ٥ }

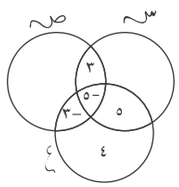
س ∩ (ص ∩ ع) = { ٥ − }

(ص ∩ س) ∪ (ص ∩ ع) = { ٥ − ، ٣ − ، ٣ }

(ص ∩ ع) − س = { ٣ − }

ع − (ص ∪ س) = { ٤ }

الحل :



الهدف :
*** تقديم أمثلة للعلاقات في مواقف حياتية والتعبير عنها.**

– قدم أمثلة على علاقات من واقع الحال مثل :
علاقة أكبر من ٦ > ٥، وعلاقة أصغر من ١٠< ٢٥
كما اعط علاقات مكانية مثل: بجانب أوعلى يمين مثل سالم بجانب علي .
وأعط أمثلة أخرى مثل: شجرة عائلة محمد وشجعهم أن يأتوا بأمثلة من عندهم .
– يجب أن تؤكد على الطلاب بأن الترتيب في الزوج المرتب مهم ،فالزوج (س ، ص) لا يساوي (ص ، س) لأن س في الزوج الأول عنصر من المجال وفي الزوج الثاني عنصر في المجال المقابل أو االمدى .

العلاقات (The Relations)

شجرة عائلة محمد

شجرة العائلة :

الشكل السابق يمثل شجرة لعائلة محمد بدءًا من زواجه إلى آخر أحفاد أبنائه .

١) ما علاقة محمد بعائشة ؟ ٣) ما علاقة هند بمنى ؟

٢) ما علاقة هاجر بسعد؟ ٤) ما علاقة منى بهند ؟

في الشكل توجد العديد من العلاقات (ع) التي تربط بين عناصر هذه المجموعة ،من هذه العلاقات :

علاقة (زوج) ، علاقة (أخ) ، علاقة (أخت) ، علاقة (ابنة)

٥) قدم تعريفا للعلاقة .

يمكننا التعبير عن العلاقة عن طريق كتابة عناصرها على صورة (أ ، ب)،ويسمى هذا بالزوج المرتب، حيث أ يمثل المسقط الأول من الزوج المرتب ، ب يمثل المسقط الثاني من الزوج المرتب

ففي علاقة (زوجة) : يمكننا التعبير عنها كالتالي :

علاقة زوجة = { (عائشة ، محمد) ، (فاطمة ، عبد الله) ، ..... } أكمل بقية الأزواج المرتبة .

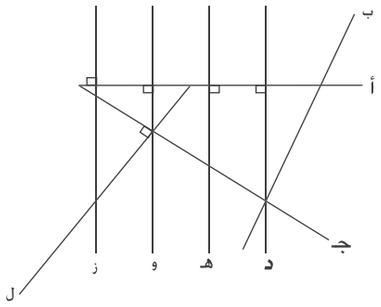
٦) هل الزوج المرتب (محمد ، عائشة) ∋ علاقة زوجة ؟ ولماذا ؟

٧) في اعتقادك : هل الزوج المرتب (عبد الله ، سارة) هو نفسه الزوج المرتب (سارة ، عبد الله) ؟ ولماذا ؟

٧) هل ترتيب العنصرين داخل القوسين مهم في العلاقة ؟ لماذا

إثـراء :

تأمل الشكل المقابل :
– عبر عن ع علاقة (عمودي على)



الحل :

ع = {(ب ، جـ) ، (أ ، د) ، (أ ، هـ) ، (أ ، و) ، (جـ ، ب) (جـ ، ل) ، (د ، أ) ، (هـ ، أ) ، (و ، أ) ، (هـ ،أ) ، (أ ، ز) ، (ل ، جـ) ، (ز ، أ) }

تدريب ١ :

من شجرة العائلة السابقة ، هناك علاقة أخت ، علاقة عم ، علاقة جد .

– اكتب العلاقات السابقة على شكل مجموعات من الأزواج المرتبة.

تدريب ٢ :

إذا كانت س~ = { بغداد ، القاهرة ، مسقط ، الدوحة ، أبو ظبي ، الخرطوم }

ص~ = { العراق ، مصر ، عُمان ، الإمارات ، السودان ، لبنان ، الأردن }

ع علاقة عاصمة دولة معرفة من س~ إلى ص~ .

أ) كم عدد عناصر س~ (المجال) ؟

ب) كم عدد عناصر ص~ (المجال المقابل) ؟

جـ) اكتب عناصر العلاقة (ع) بذكر الأزواج المرتبة .

د) هل كل دولة في المجموعة ص~ لها عاصمة في المجموعة س~ ؟ أو بعبارة أخرى : هل جميع عناصر المجال المقابل عبارة عن صور لعناصر المجال ؟

مجموعة صور عناصر المجال تسمى (المدى)

هـ) ما الدول التي لم تذكر عواصمها في المجموعة س~ ؟ هل هذه الدول تقع ضمن مجموعة المدى؟ لماذا ؟

و) قارن بين مجموعة المدى ومجموعة المجال المقابل ماذا تلاحظ ؟.

ز) هل المدى ⊆ المجال المقابل ؟

تعريف :

١) إذا ارتبطت عناصر من المجموعة س~ بعناصر من مجموعة أخرى ص~ سميت « **علاقة من س~ إلى ص~** » ،وتكتب على شكل مجموعة أزواج مرتبة، المسقط الأول من المجموعة الأولى والمسقط الثاني من المجموعة الثانية .

٢) إذا ارتبطت عناصر من المجموعة س~ بعناصر من نفس المجموعة سميت « **علاقة على مجموعة** »، وتكتب العلاقة على شكل مجموعة أزواج مرتبة.

٣) تسمى المجموعة الأولى **بمجال العلاقة** ، وتسمى المجموعة الثانية **بالمجال المقابل** ، كما تسمى مجموعة المساقط الثانية (الصور) **بمدى العلاقة**.

تعزيز :

إذا كانت س~ = {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}

وعرفت العلاقة ع على س~ = { أ : أ عامل من عوامل ب ، أ ، ب ∈ س~ }

– عبر عن ع بذكر الأزواج المرتبة .

الحل :

ع = { (٢،٢) ، (٤،٢) ، (٦،٢) ، (٣،٣) ، (٦،٣) ، (٤،٤)، (٥،٥) ، (٦،٦) }

الهدف :

*** تعريف واستخدام مصطلحات العلاقة ومجال العلاقة والمدى وعرض علاقة في صورة أزواج مرتبة.**

حل تدريب ١ :

ع١ (علاقة أخت) = {(سارة ، عبدالله) ،(سارة ، سعد) ، (هند ، عيسى) }

ع٢ (علاقة عم) = {(سعد ، راشد) ،(سعد ، سالم) (سعد ، خالد) ،(سعد ، يعقوب) ، (سالم ، هند) ، (سالم ، عيسى) ، (خالد ، هند) ، (خالد ، عيسى) ، (يعقوب ، هند) ، (يعقوب ، عيسى)،(سالم ، موسى) ،(خالد ، موسى) ،(راشد ، موسى) }

ع٣ (علاقة جد) = {(محمد ، راشد) ، (محمد ، سالم) (محمد ، خالد) ، (محمد ، يعقوب) ، (عبدالله ، هند) ، (عبدالله ، عيسى)، (عبدالله ، موسى) }

حل تدريب ٢ :

أ) ٦

ب) ٧

جـ) ع = {(بغداد ، العراق) ، (القاهرة ، مصر) ، (مسقط ، عُمان) ، (الخرطوم، السودان) ، (أبو ظبي ، الإمارات)}.

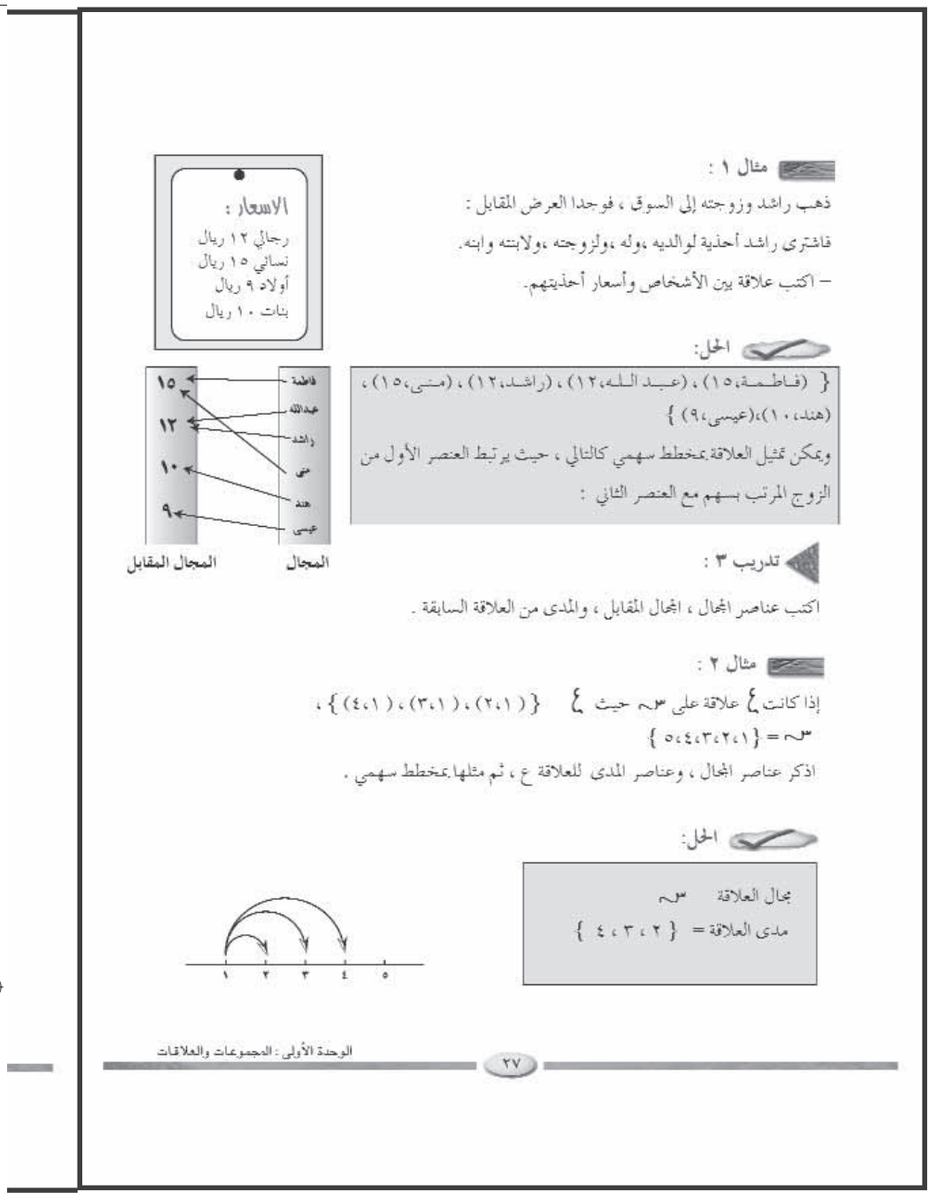
د) لا ، هناك دول في ص~ليس لها عواصم في س~ وهي: لبنان ، الأردن .

هـ) لبنان ، الأردن ، هذه الدول لا تقع ضمن مجموعة المدى لأنها لم ترتبط بعواصمها في مجموعة المجال .

و) مجموعة عناصر المدى≠مجموعة عناصر المجال المقابل ، مجموعة عناصر المدى محتواه في مجموعة المجال المقابل.

ز) نعم ، المدى ⊆ المجال المقابل .

– قدم للطلاب أمثلة متنوعة على العلاقة من مجموعة لأخرى ثم قدم أمثلة لعلاقة على مجموعة .



مثال ١ :

ذهب راشد وزوجته إلى السوق ، فوجدا العرض المقابل :

فاشترى راشد أحذية لوالديه ،وله ،ولزوجته ،ولابنته وابنه.

– اكتب علاقة بين الأشخاص وأسعار أحذيتهم.

الأسعار :
رجالي ١٢ ريال
نسائي ١٥ ريال
أولاد ٩ ريال
بنات ١٠ ريال

الحل:

{ (فاطمة،١٥) ، (عبد الله،١٢) ، (راشد،١٢) ، (منى،١٥) ، (هند،١٠)،(عيسى،٩) }

ويمكن تمثيل العلاقة بمخطط سهمي كالتالي ، حيث يرتبط العنصر الأول من الزوج المرتب بسهم مع العنصر الثاني :

فاطمة
عبدالله
راشد
منى
هند
عيسى
١٥
١٢
١٠
٩
المجال
المجال المقابل

تدريب ٣ :

اكتب عناصر المجال ، المجال المقابل ، والمدى من العلاقة السابقة .

مثال ٢ :

إذا كانت } علاقة على ٣ـ حيث { { (٢،١) ، (٣،١) ، (٤،١) } ،

٣ـ = { ٥،٤،٣،٢،١ }

اذكر عناصر المجال ، وعناصر المدى للعلاقة ع ، ثم مثلها بمخطط سهمي .

الحل:

مجال العلاقة ٣ـ

مدى العلاقة = { ٢ ، ٣ ، ٤ }

١ ٢ ٣ ٤ ٥

– وضح للطلاب بأن عناصر مدى العلاقة ليست دائمًا عبارة عن جميع عناصر المجال المقابل ، فهناك عناصر في المجال المقابل أحيانًا لاترتبط بأي عنصر في المجال ، وهذه لا تقع ضمن مجموعة المدى .

حل تدريب ٣ :

المجال = {فاطمة ، عبدالله ، راشد ، منى ، هند ، عيسى}

المجال المقابل = {١٥ ، ١٢ ، ١٠ ، ٩}

المدى = {١٥ ، ١٢ ، ١٠ ، ٩}

– أطلب من الطلاب تفسير وقراءة العلاقات من مخططات سهمية أو من مستوى ديكارتي .

مثال : ١ ٢ ٣ ٤

– هذه علاقة على مجموعة ، وتعني علاقة يساوي ، حيث ارتبط كل عنصر في المجموعة مع نفسه .

– اسأل الطلاب ماذا تعني العلاقة التالية :

١ ٢ ٣ ٤ ٥ ٦

تعزيز :

– أكمل الجدول ، ثم أوجد عناصر المدى :

س	ص=س +٣	ص
٠	٠ + ٣	٣
٢		
٥		
٧		
٨		
٩		

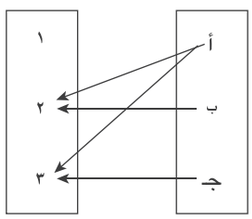
الحل :

المدى = {٣، ٥ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢}

إعادة تعلم :

١)من المخطط السهمي المقابل :

– اكتب مجموعة عناصر المجال ، المجال المقابل ، المدى .



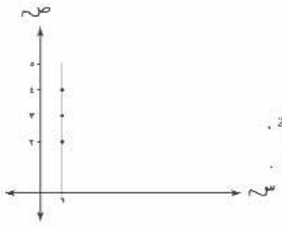
٢) إذا كانت س = {٤ ، ٦ ، ٨ ، ٩ ، ١٠}

ع = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٧}

– ارسم المخطط السهمي للعلاقة (ضعف) من س إلى ع

يمكن تمثيل العلاقة بمخطط من نوع آخر يسمى (المخطط البياني)

كالتالي :



– حيث تمثل عناصر س~ بنقاط تنتمي إلى المحور الأفقي .

– تمثل عناصر ص~ بنقاط تنتمي إلى المحور الرأسي .

من النقاط التي تمثل عناصر س~ نرسم مستقيمات رأسية .

– من النقاط التي تمثل عناصر ص~ نرسم مستقيمات أفقية .

تمثل نقاط تقاطع المستقيمات الأفقية والرأسية الأزواج المرتبة للعلاقة .

تدريب ٤ :

أ) إذا كانت } علاقة من ص~ إلى س~ حيث } {(١ ، أ) ، (٢ ، ب) ، (٣ ، جـ) ، (٤ ، جـ)}

وكانت س~ = { أ ، ب ، جـ ، د } ، ص~ = { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ }

اذكر مجموعة عناصر مدى العلاقة .

– مثل العلاقة بيانيا .

ب) الجدول التالي يمثل العلاقة بين طول الإنسان ص بالسنتيمتر وكتلته س (بالكغم) .

ص = س + ١٠٠ ، حيث

س~ { ٣٥ ، ٤٠ ، ٤٥ ، ٥٠ } .

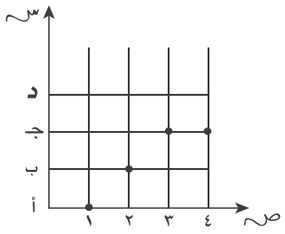
أنقل الجدول الآتي إلى دفترك وأكمله ، ثم مثل العلاقة بيانيا .

س	ص
٣٥	١٣٥
٤٠	
٤٥	
٥٠	

حل تدريب ٤ :

١) ١) المدى = {أ ، ب ، جـ}

٢)



ب)

س~	س~ + ١٠٠	المدى
٣٥	١٠٠ + ٣٥	١٣٥
٤٠	١٠٠ + ٤٠	١٤٠
٤٥	١٠٠ + ٤٥	١٤٥
٥٠	١٠٠ + ٥٠	١٥٠

الهدف :

*** تمثيل أزواج مرتبة على مستوى إحداثي ديكارتي.**

– قـــدم للطلاب أمثلة على الحاصل الديكارتي لمجموعتين وإيجاد حاصل الضرب الديكارتي لمجموعة في نفسها .
– أعط الطلاب فرصة الاستنتاج أن العلاقة مجموعة جزئية من الحاصل الديكارتي .

حاصل الضرب الديكارتي
(Cartesian Products)

نشاط ١ التمثيل البياني لحاصل الضرب الديكارتي

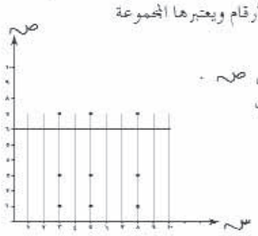
المواد : ورق رسم بياني ، مسطرة ،قلم ،حجر نرد بعشرة أوجه (عدد ٣) .

الخطوات :

١ حدد المحورين الاحداثيين س ، ص .

٢– الق أحجار النرد الثلاث معا واكتب الأرقام الظاهرة ،واعتبرها المجموعة س = { ٣، ٥، ٨ } مثلاً

٣– اطلب من زميلك أن يلقي الأحجار مرة أخرى ويحدد الأرقام ويعتبرها المجموعة ص { ١ ، ٣، ٧ } مثلاً .



٤– مثل المجموعة الأولى على محور س والمجموعة الثانية على ص .

٥ اكتب الأزواج المرتبة التي تمثل النقاط في المستوى ،وأجب عن الأسئلة الآتية :

ما عدد الأزواج المرتبة ؟

– ما علاقة عدد الأزواج المرتبة بعدد عناصر كل من س ، ص ؟

– هل ارتبط كل عنصر من س بجميع عناصر ص ؟

٦– كرر العمل برمي أحجار النرد ، وأجب عن الأسئلة السابقة ؟

٧– إذا حصل كل منكما على نفس الأعداد ، فما عدد الأزواج المرتبة التي نحصل عليها من الرسم البياني ؟

تعزيز :

إذا كانت س = {٢، ٣ ، ٥ ، ٤ }
فاكتب العلاقة ع = { (أ ، ب) : أ ، ب ∈ س ، أ > ب }
بصورة أزواج مرتبة .

الحل :

= {(٣،٢)، (٥،٢)، (٤،٢)،(٤،٣)،(٥،٣)، (٥،٤) }

تدريب ٥ :

اعتمد على إجابتك عن الأسئلة السابقة وأجب عن ما يلي :

لقد تم بيع حذاء واحد من كل من المقاسات ٣٦ ، ٣٧ ، ٣٨ ، ٤٠ لكل من الأصناف أ ، ب ، جـ .

فكم عدد الأحذية التي تم بيعها؟

– مثل مبيعات الأحذية بيانيا .

تعريف :

– الحاصل الديكارتي لمجموعة س في نفسها (س × س) عبارة عن جميع الأزواج المرتبة التي يكون مسقطها الأول عنصر في س ومسقطها الثانيعنصر في المجموعة س أيضا .

أي أن س × س = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ س }

– الحاصل الدكارتي لمجموعتين (س × ص) عبارة عن جميع الأزواج المرتبة التي يكون مسقطها الأول عنصر في س ومسقطها الثاني عنصر في المجموعة ص .

أي ان س × ص = {(أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص }

مثال ٣ :

أوجد الحاصل الديكارتي س ×ص إذا كانت س = { ٢ ، ٤ ، ٥ }،ص = { ٦ ، ٨ }

الحل:

س × ص = { (٢ ، ٦) ،(٢ ، ٨) ،(٤ ، ٦) ،(٤ ، ٨) ،(٥ ، ٦) ،(٥ ، ٨)}

مثال ٤ :

إذا كانت س= { ٢ ، ٣ } ، ص = { ٤ ، ٥ ، ٦ }

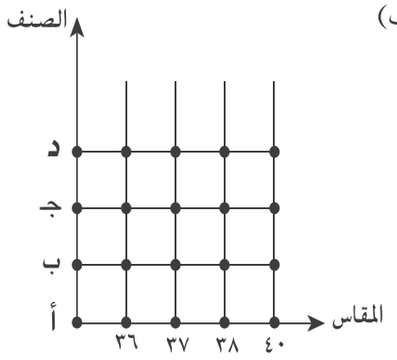
أ) اكتب س × ص

ب) مثل س × ص بمخطط سهمي .

حل تدريب ٥ :

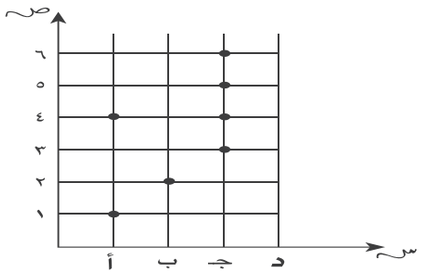
أ) ١٢

ب)



ناقش المثال في كتاب الطالب مع الطلاب ، وأعط أمثلة مشابهه وضح لهم خطوات إجراء حاصل الضرب الديكارتي بحيث يضرب العنصر الأول من س بكل عنصر من عناصر ص ثم ينقل إلى العنصر الثاني وهكذا

تعزيز :



١) اكتب العلاقة من س إلى ص الممثلة في الشكل

الحل :

ع = {(أ،١) ، (أ ،٤) ، (ب،٢) ، (جـ ،٣) ، (جـ،٤) ، (جـ،٥)،(جـ،٦) }

إعادة تعلم :

إذا كانت م={٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

ر = {٦ ، ٧ }

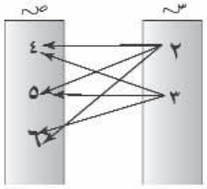
– اكتب م× ر

– مثِّل م× ر بيانيًا .

الحل:

س × ص = { (٤،٢) ، (٥،٢) ، (٦،٢) ، (٤،٣) ، (٥،٣) ، (٦،٣) }

عدد عناصر س × ص = ن (س) × ن (ص) ٢ × ٣ ٦



تدريب ٦ :

من المثال السابق أوجد ما يلي :

أ ع١ : س ← ص (علاقة أصغر من).

ب- ع٢ : س ← ص (علاقة نصف) .

ج اكتب ص٢ × س ، ثم قارن بين س × ص ، ص × س .

نتيجة :

عدد عناصر س × س = (ن)٢، حيث ن عدد عناصر س .

عدد عناصر س × ص ن × م ، حيث ن عدد عناصر س م عدد عناصر ص .

مثال ٥ :

إذا كانت:

س { ١ ، ٢ ، ٣ }

اكتب الحاصل الديكارتي س × س بذكر الصفة المميزة ، ثم بذكر العناصر .

الحل:

س × س { (أ ، ب) : أ ∈ س ، ب ∈ س }

∴ س × س = { (١،١) ، (٢،١) ، (٣،١) ، (١،٢) ، (٢،٢) ، (٣،٢) ، (١،٣) ، (٢،٣) ، (٣،٣) }

لاحظ أن عدد عناصر س × س = (ن)٢ = (٣)٢ = ٩ عناصر

حل تدريب ٦ :

أ) ع١ = { (٤،٢) ، (٥،٢) ، (٦،٢) ، (٤،٣) ، (٥،٣) ، (٦،٣) }

ب) ع٢ = { (٤،٢) ، (٦،٣) }

ج) ص × س = { (٢،٤) ، (٣،٤) ، (٢،٥) ، (٣،٥) ، (٢،٦) ، (٣،٦) }

س × ص ≠ ص × س

– درب الطلاب على إيجاد عدد عناصر الحاصل الديكارتي لمجموعة في نفسها ولمجموعة في مجموعة من خلال اسئلة تدريبية واختر أن لا تكون الأسئلة لمجموعات عدد عناصرها كبير .

وشجع الطلاب على استخدام معرفتهم بعدد عناصر الحاصل الديكارتي في التحقق من أن حاصل الضرب صحيح .

إثراء :

لتكن المجموعات : س = {٣،٢} ، ص = {٥} ، ع = {٩}

اكتب كلاً من : أ) (س × ص × ع)

ب) (ع × ص × س) وهل (س × ص × ع) = (ع × ص × س)

جـ) (س × (ص ∪ ع))

الحل :

أ) (س × ص × ع) = { (٢ ، ٥ ، ٩) ، (٣ ، ٥ ، ٩) }

ب) (ع × ص × س) = { (٩ ، ٥ ، ٢) ، (٩ ، ٥ ، ٣) }

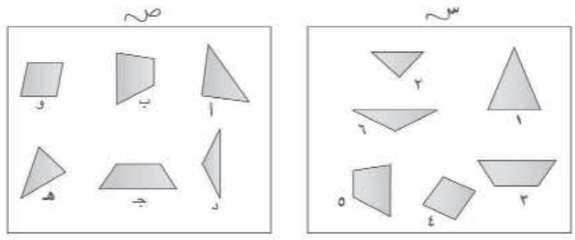
(س × ص × ع) ≠ (ع × ص × س)

جـ) (ص ∪ ع) = { ٥ ، ٩ }

س × (ص ∪ ع) = { (٥،٢) ، (٩،٢) ، (٥،٣) ، (٩، ٣) } .

تدريب ٧ :

من الشكل المثمثل في مجموعتين :



١ أوجد س × ص من خلال التعبير برموز وأرقام الأشكال .

٢) عبر عن ع ، حيث ع علاقة (نفس عدد الأضلاع) .

٣) قارن بين العلاقة ع و س × ص .

تعريف :

– كل مجموعة جزئية غير خالية من الحاصل الديكارتي س × ص تعتبر علاقة من س إلى ص .

وكل مجموعة جزئية غير خالية من الحاصل الديكارتي س × س تعتبر علاقة على س .

مثال ٦ :

يمثل الشكل البياني المقابل العلاقة بين أنواع الأ-

١) صف كل من العلاقات التالية :

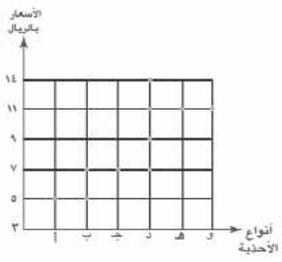
أ) { (أ ، ٥) ، (ب ، ٥) ، (ب ، ٧) }

ب) { (ب ، ٧) ، (ج ، ٧) ، (د ، ٧)

جـ) { (د ، ١١) ، (هـ ، ١١) ، (د ، ٤

د) { (د ، ٧) ، (د ، ٩) ، (و ، ١١)

٢) كم مجموعة جزئية غير خالية يمكن تكوينها من الرسم البياني ؟



حل تدريب ٧ :

١) (س × ص) = {(١، أ) ، (١،ب) ، (١،جـ) ، (١،د) ، (١،هـ) ، (١،و) ، (٢، أ) ، (٢،ب) ، (٢،جـ) ، (٢،د) ، (٢،هـ) ، (٢،و) ،(٣،أ) ، (٣،ب) ، (٣،جـ) ، (٣،د) ، (٣،هـ) ، (٣،و) ، (٤، أ) ، (٤،ب) ،(٤،جـ) ، (٤،د) ، (٤،هـ) ، (٤،و) ، (٥، أ) ، (٥،ب) ، (٥،جـ) ، (٥،د) ، (٥،هـ) ، (٥،و) ، (٦،أ) ، (٦،ب) ، (٦،جـــ) ، (٦،د) ، (٦،هـــ) ، (٦،و)}

٢) ع = { (١، أ) ، (١،د) ، (١،هـ) ، (٢، أ) ، (٢،د) ، (٢،هـــ) ، (٣،ب) ، (٣،جـــ) ، (٣،و) ، (٤،ب) ، (٤،جـ) ، (٤،و) ، (٥،ب) ، (٥،جـ) ، (٥،و) ، (٦، أ) ، (٦،د) ، (٦،هـ) }

٣) ع ⊆ (س × ص)

ناقش الطلاب في إجابة المثال واطلب إليهم أن يصفوا كل علاقة بالوصف الذي يرونه مناسبا وأن اختلف عن حل الكتاب وشجع تبادل الأفكار وتوصل معهم إلى الحل الصحيح .

٣) إذا باع المحل من كل نوع من الأنواع الموضحة بالرسم زوجين فما مقدار مبيعات المحل ؟وإذا كان صافي ربح المحل يعادل ١٥٪ من مبيعات المحل فما دخل المحل الصافي؟

ناقش اختلاف الإجابات إن وجدت

الحل:

أ) أحذية يقل سعرها أو يساوي ٧ ريالات .
ب) أحذية سعر كل منها يساوي ٧ ريالات .
جـ) أحذية سعر كل منها يساوي ١١ أو ١٤ ريالا .
د) أحذية يزيد سعرها عن ٥ ريالات ويقل عن ١٤ ريال.

تدريب ٨ :

أكمل حل الجزأين الثاني والثالث من المثال السابق.

حل تدريب ٨ :

٢) عدد المجموعات الجزئية = ١٠٢٣ مجموعة

٣) مقدار مبيعات المحل = ٢٠٢ ريال عماني

صافي ربح المحل = $٢٠٢ \times \frac{١٥}{١٠٠}$

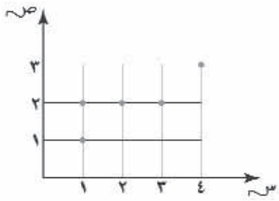
= ٣٠,٣ ريال عماني

تمارين ومسائل (٣)

١) من الأشكال التالية :

عبر عن $ع_1$ علاقة (أكبر من) ، $ع_2$ علاقة (أصغر من) ، بالاعتماد على عدد محاور التماثل .

٢) من الشكل المقابل ، أوجد المجال ، ومدى العلاقة .



٣) العلاقة $ع$ تتكون من الأزواج المرتبة التالية :

(٠،٠) ، (١،٢) ، (٢،٤) ، (٣،٦)

أ) مثل هذه العلاقة بيانيا .

ب) أوجد مجال العلاقة ومداها .

٤) إذا كانت $ع$ علاقة من س إلى ص ، حيث س $\{ ٥ ، ١,٤ ، \frac{٢}{٥} ، ٦ ، ١ \}$

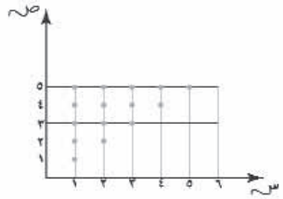
ص = $٢س^{٢}$

أ) أوجد الأزواج المرتبة للعلاقة .

ب) أوجد عناصر مدى العلاقة .

جـ) ارسم العلاقة بيانيا .

٥) من الشكل المقابل :



أ) اكتب س بذكر العناصر .

ب) اكتب ص بذكر العناصر .

ج) اكتب (س × ص) بذكر الصفة المميزة .

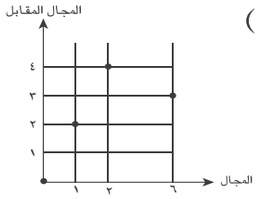
حل تمارين ومسائل ٣ :

١) $ع_1$ = { (١،٥) ، (٢،٥) ، (٣،٥) ، (٤،٥) ، (٥،٦) ، (١،٦) ، (٢،٦) ، (٣،٦) ، (٤،٦) ، (١،٤) ، (٢،٤) ، (٣،٤) ، (١،٢) }

$ع_2$ = { (٥،١) ، (٥،٢) ، (٥،٣) ، (٥،٤) ، (٦،٥) ، (٦،١) ، (٦،٢) ، (٦،٣) ، (٦،٤) ، (٤،١) ، (٤،٢) ، (٤،٣) ، (٢،١) }

٢) المجال = {١،٢،٣،٤} ، المدى = {١،٢،٣}

٣) أ)



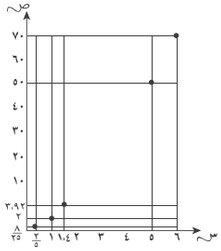
ب) المجال = {٠، ١، ٢، ٦} ، المدى = {٠،٢،٤،٣}

٤)

أ) $ع_1$ = {(٥ ، ٥٠) ، (٣,٩٢ ، ١,٤) ، ($\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٨}{٢٥}$) ، (٧٢ ، −٦) ، (٢ ، −١) }

ب) المدى = { ٥٠ ، ٣,٩٢ ، $\frac{٨}{٢٥}$ ، ٧٢ ، ٢ }

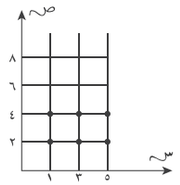
جـ)



٥) أ) س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

ب) ص = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

جـ) س × ص = {(أ،ب) : أ ∈ س ، ب ∈ ص}

٦) 

– نبه الطلاب بأن السؤال رقم ٦ له أكثر من إجابة تعتمد حول ارتباط عناصر المجال بالمجال المقابل ، فليس بالضرورة أن يكون لكل عنصر في س صورة في ص أو ربما يكون له أكثر من صورة في ص .

٧)

أ) ١) $ع_1$ = {(١،١) ، (٢،٢) ، ... (٥،٥)}

٢) $ع_2$ = {(١،١) ، (١،٢) ، ... (٤،٥) ، (٥،٥)}

٣) $ع_3$ = {(١،١) ، (٢،١) ، ... (٥،٤) ، (٥،٥)}

٤) $ع_4$ = {(٤،١) ، (٣،٢)}

ب)

١) $ع_1$ = {(١،١) ، (٢،٢) ، (٣،٣) ، ...}

٢) $ع_1$ = {(١،١) ، (٢،٢) ، (٣،٣) ، ...}

٣) Ø

٩) أ) المجال = {١،٢،٣} ،
والمجال المقابل = {١،٢،٣}
المدى = {٢ ، ٣}

ب) المجال = { أ ، ب ، جـ}
المجال المقابل = {١ ، ٢ ، ٣}
المدى = {١، ٢، ٣}

جـ) المجال = {٢ ، ٤ ، ٦}
المجال المقابل = {٢ ، ٤ ، ٦}
المدى = {٢، ٤}

٦) اذا كانت $ع_1$ علاقة مجالها {١ ، ٣ ، ٥} ، ومجالها المقابل {٢ ، ٤ ، ٦ ، ٨} ، ومداها = {٢ ، ٤} ، فمثل العلاقة $ع_1$ بمخطط سهمي

٧) لتكن س = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥}

أ) عبر عن العلاقات التالية بمجموعة أزواج مرتبة علمًا بأنها من س إلى س ، ثم مثّل كل منها بمخطط سهمي.

١) $ع_1$ علاقة المساواة .

٢) $ع_2$ = علاقة أكبر من أو يساوي .

٣) $ع_3$ علاقة أصغر من أو يساوي .

٤) $ع_4$ = {(أ ، ب) : أ + ب = ٥}

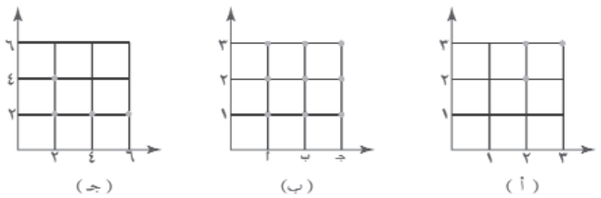
ب) أوجد :

أ) $ع_1 \cap ع_2$ ٢) $ع_2 \cap ع_3$ ٣) $ع_1 \cap ع_4$

٨) ابحث في غرفة المصادر ، في دليل التقويم ليساعدك في الربط بين كل مناسبة دينية وتاريخها، ثم عبر عن العلاقة بذكر الأزواج المرتبة ، ومثّلها بمخطط سهمي .

المناسبة الدينية	التاريخ الهجري
راس السنة الهجرية	
المولد النبوي الشريف	
غزوة بدر	
الاسراء والمعراج	
عيد الفطر المبارك	
عيد الاضحى المبارك	

٩) أوجد المجال والمجال المقابل والمدى لكل من المخططات التالية :



الأهداف :

*** تحديد الأعداد النسبية ووصفها وتعريفها والعمليات عليها .**

– راجع مع الطلاب الأعداد االطبيعية والصحيحة.
– ذكر الطلاب بالميراث وكيفية توزيع التركة .
– قدم للطلاب أمثلة متنوعة تشتمل على الكسور وبين مدى الحاجة إليها .

الأعداد النسبية والعمليات عليها

(Rational Numbers)

– اكتب مجموعة الأعداد الطبيعية ط .
اكتب مجموعة الأعداد الصحيحة صـ .
– ما العلاقة بين مجموعة الأعداد الطبيعية ومجموعة الأعداد الصحيحة ؟
هل الكسور تنتمي إلى مجموعة الأعداد الطبيعية ؟ وهل تنتمي إلى مجموعة الأعداد الصحيحة ؟
لتأمل معا الموقف التالي :
توفي رجل وترك ٧٢٠٠٠ ريال ، وله زوجة وابن وبنت ،وقد تم تحديد نصيب كل واحد منهم حسب الشرع ،وذلك وفق الآيتين الكريمتين ١١ ،١٢ من سورة النساء :
قال تعالى

﴿١١﴾ يُوصِيكُمُ ٱللَّهُ
فِىٓ أَوْلَـٰدِكُمْ لِلذَّكَرِ مِثْلُ حَظِّ ٱلْأُنثَيَيْنِ فَإِن كُنَّ نِسَآءً
فَوْقَ ٱثْنَتَيْنِ فَلَهُنَّ ثُلُثَا مَا تَرَكَ وَإِن كَانَتْ وَٰحِدَةً فَلَهَا
ٱلنِّصْفُ وَلِأَبَوَيْهِ لِكُلِّ وَٰحِدٍ مِّنْهُمَا ٱلسُّدُسُ مِمَّا تَرَكَ إِن
كَانَ لَهُۥ وَلَدٌ فَإِن لَّمْ يَكُن لَّهُۥ وَلَدٌ وَوَرِثَهُۥٓ أَبَوَاهُ فَلِأُمِّهِ ٱلثُّلُثُ
فَإِن كَانَ لَهُۥٓ إِخْوَةٌ فَلِأُمِّهِ ٱلسُّدُسُ مِنۢ بَعْدِ وَصِيَّةٍ يُوصِى
بِهَآ أَوْ دَيْنٍ

أ) من الآيتين الكريمتين ساعد الأسرة في تحديد نصيب كل واحد منهم من التركة .
ب) ماذا نسمي الأعداد التي وضع تحت كل منها خط في الآية ؟

الوحدة الأولى : المجموعات والعلاقات ٣٦

إثراء :

اثبت أنه بين أي عددين نسبيين يوجد عدد نسبي .

الحل :

ليكن $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ عددين نسبيين وأن $\frac{أ}{ب} > \frac{جـ}{د}$

$\frac{أ}{٢ب} > \frac{جـ}{٢د}$ لماذا ؟

$\frac{أ}{٢ب} + \frac{جـ}{٢د} > \frac{جـ}{٢د} + \frac{أ}{٢ب} > \frac{جـ}{٢د} + \frac{جـ}{٢د}$ لماذا ؟

$\frac{أ}{ب} < \frac{ب جـ + أ د}{٢ (ب + د)} > \frac{جـ}{د}$ وهو المطلوب .

– يفضل البدء بأمثلة عددية .

حل تدريب ١ :

١) ٣ س + ٢ = ٧

٣ س = ٥ ⟵ س = $\frac{٥}{٣}$

أ) قيمة س ∉ ط

ب) قيمة س ∉ ص

٢) النقطة أ تمثل العدد $\frac{١}{٢}$

أ ليس عدد صحيح لأن $\frac{١}{٢}$ كسر والكسور لا تقع ضمن الأعداد الصحيحة .

– ب تمثل العد – $\frac{١}{٢}$ ٢

– ب ليس عدد صحيح لأن – $\frac{١}{٢}$ ٢ عدد كسري ،

– ٢ عدد ∋ ص ولكن – $\frac{١}{٢}$ كسر .

– الكسور ليست أعداد صحيحة .

تدريب ١ :

١) حل المعادلة التالية :

٣س + ٢ = ٧

أ) هل قيمة س ∋ ط ؟ ب) هل قيمة س ∋ صـ؟

٢) في خط الأعداد المقابل : النقطة أ تمثل عددا يقع بين ٠ ، ١ .

– ما العدد الذي تمثله النقطة أ ؟

هل أ عدد صحيح ؟وضح إجابتك

– النقطة ب تمثل عدداً يقع في منتصف المسافة بين –٢ ، –٣ ، ما هذا العدد ؟

هل ب عدد صحيح ؟ وضح إجابتك.

– هل الكسور $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، ..... أعداد صحيحة ؟

* من التدريبات السابقة نجد أنه من الضروري التوسع في مجموعة الأعداد الصحيحة، لتشكل مجموعة جديدة تشمل الأعداد الصحيحة والكسور يطلق عليها مجموعة الأعداد النسبية .

تعريف : العدد النسبي هو عدد يمكن كتابته على الصورة $\frac{أ}{ب}$ ، حيث أ ، ب عددان صحيحان ، ب ≠ صفر . ونرمز لمجموعة الأعداد النسبية عادة بالرمز ℚ .

اي ان ℚ = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∋ صـ ، ب ≠ صفر }

مثال ١ :

١) حدد الأعداد النسبية فيما يلي:

-٢٤ ، $\frac{١٥}{٢٤}$ ، $٨,٦٥$ ، $\sqrt{٥}$ ، ٦٩ ، $\sqrt[٣]{\frac{١}{٨}}$ ، $\sqrt{\frac{٢}{٦٤}}$ ، $\sqrt{١٩}$ ، $\frac{٨}{٩}$

الحل:

الأعداد ٢٤ ، ٦٩ ، $\frac{١٥}{٢٤}$ ، $٨,٦٥$ ، $\sqrt[٣]{\frac{١}{٨}}$ ، $\sqrt{\frac{٢}{٦٤}}$ ، $\frac{٨}{٩}$ أعداد نسبية ، أما العددان $\sqrt{٥}$ ، $\sqrt{١٩}$ فهما عددان غير نسبيين ، فكر لماذا ؟

تدريب ٢ :

١) هل العدد ٩ عدد نسبي ؟ ولماذا ؟

٢) حدد الأعداد النسبية فيما يلي، واكتبها على شكل مجموعة :

$\frac{٣}{٥}$ ، ٩٣ ، $\sqrt{٨٧}$ ، $٤,١$ ، $٣\frac{١}{٢}$ ، $\sqrt[٦]{\frac{١}{٦}}$ ، ١٠٠ .

٣) مثّل العلاقة بين مجموعة الأعداد الطبيعية (ط) ومجموعة الأعداد الصحيحة (صـ) ومجموعة الأعداد النسبية (ن) ثم أجب عما يلي:

أ) هل يوجد عنصر في صـ لا ينتمي إلى ن؟

ب) هل جميع الأعداد الصحيحة أعداد نسبية ؟

ج) هل صـ مجموعة جزئية من ن ؟

نتيجة :

ط ⊂ صـ ⊂ ن

حل تدريب ٢ :

١) العدد ٩ عدد نسبي ، لأنه من الممكن وضعه في صورة $\frac{\text{أ}}{\text{ب}} \longleftarrow \frac{٩}{١}$ بسطه ومقامه أعداد صحيحة.

٢) $س = \{\frac{٣}{٥} ، ٩٣ ، ٤,١ ، ٣\frac{١}{٢} ، ١٠٠\}$

٣) ١- لا يوجد عنصر في صـ $\notin$ ن

٢- نعم جميع الأعداد الصحيحة أعداد نسبية .

٣- نعم صـ مجموعة جزئية من ن

اطرح أسئلة من النوع :

هل يوجد عنصر في ط لا ينتمي إلى صـ ؟

هل يوجد عنصر في ط لا ينتمي إلى ن ؟

تعزيز :

- اكتب خمسة أعداد نسبية تقع بين ٣،٤ .

الحل :

$٣ ، ٣\frac{٣}{٤} ، ٣,٧٥ ، ٣\frac{١}{٤} ، ٣\frac{٩}{١٠}$

إعادة تعلم :

ضع الرمز المناسب ($\ni$ ، $\notin$)

أ) $-\frac{٣}{٤}$ ■ $ن^{+}$ ب) $^{-}١$ ■ $ن^{+}$

جـ) ٠ ■ ن د) ٥,٦ ■ ن

هـ) $\sqrt{١١}$ ■ ن

مثال ٢ :

إذا كانت س = { ١ ، $\frac{٢}{٣}$ ١ ، ٢ ، $\frac{٢}{٣}$ ، ٣ }

ص = { أ : أ عدد نسبي }

أ) ضع الرمز المناسب (⊆ ، ∉) فيما يلي :

س ◯ ص ، ص ◯ س

ب) أي من المجموعتين س ، ص تعتبر مجموعة منتهية ؟ ولماذا ؟

الحل:

أ) س ⊆ ص ، ص ∉ س .

ب) المجموعة ص غير منتهية ، لأننا نعجز عن حصر جميع عناصرها ، لذلك فإننا نلجأ عند التعبير عنها إلى كتابة بعض عناصرها ثم نضع ثلاث نقاط للدلالة على وجود عناصر أخرى .

المجموعة س منتهية ، لأننا نستطيع حصر جميع عناصرها .

تدريب ٣:

أ) ما المقصود بالمجموعة المنتهية ؟ ناقش زملاءك في ذلك .

ب) حدد المجموعة المنتهية والمجموعة غير المنتهية فيما يلي :

١) مجموعة فصول السنة . ٢) مجموعة نقاط قطعة مستقيمة . ٣) مجموعة المسلمين في العالم .

٤) مجموعة الأعداد الزوجية الأكبر من ٦٠٠ .

تمثيل الأعداد النسبية على خط الأعداد :

على خط الأعداد التالي ،قسمت المسافة بين كل عددين صحيحين متتاليين إلى قسمين متساويين .

ما العدد الذي تمثله كل من النقطة أ ، والنقطة ب ؟

حل تدريب ٣ :

أ) المجموعة المنتهية هي : المجموعة التي تحتوي عدد معين ومحدد أو عدد نهائي من العناصر أي من الممكن حصر جميع عناصرها .

ب) ١،٣ مجموعات منتهية.

٢،٤ مجموعات غير منتهية.

استخدم خط الأعداد التالي وأجب عن الأسئلة التي تليه :

أ) كم عدد الوحدات بين كل عدد صحيح والعدد الصحيح الذي يليه ؟

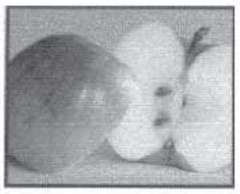
ب) اكتب الأعداد النسبية التي تمثلها النقاط أ ، ب ، جـ ، د ، هـ على خط الأعداد .

تدريب ٤ :

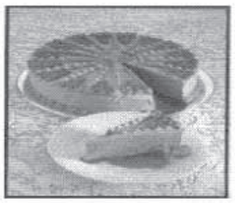
أ) ارسم خط الأعداد ، ومثّل عليه الأعداد التالية :

٤ ، $٤\frac{٢}{٣}$ ، $٦\frac{١}{٤}$ ، $٥\frac{٢}{٧}$.

ب) أكتب الكسر الذي يمثل الجزء المقطوع في كل شكل من الأشكال أدناه وقارن بينهما .

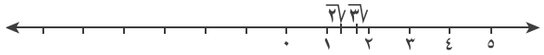


(١)



(٢)

حل تدريب ٤ :



إثراء :

أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة لا تساوي الصفر ، بين متى يكون العدد $\frac{٢أ - ٥ب}{٦جـ + ب}$ عددًا نسبيًا ومتى لا يكون عددًا نسبيًا .

الحل :

حيث أن أ ، ب ، جـ أعداد صحيحة لذلك فان ٢أ − ٥ب عدد صحيح ، ٦جـ + ب عدد صحيح

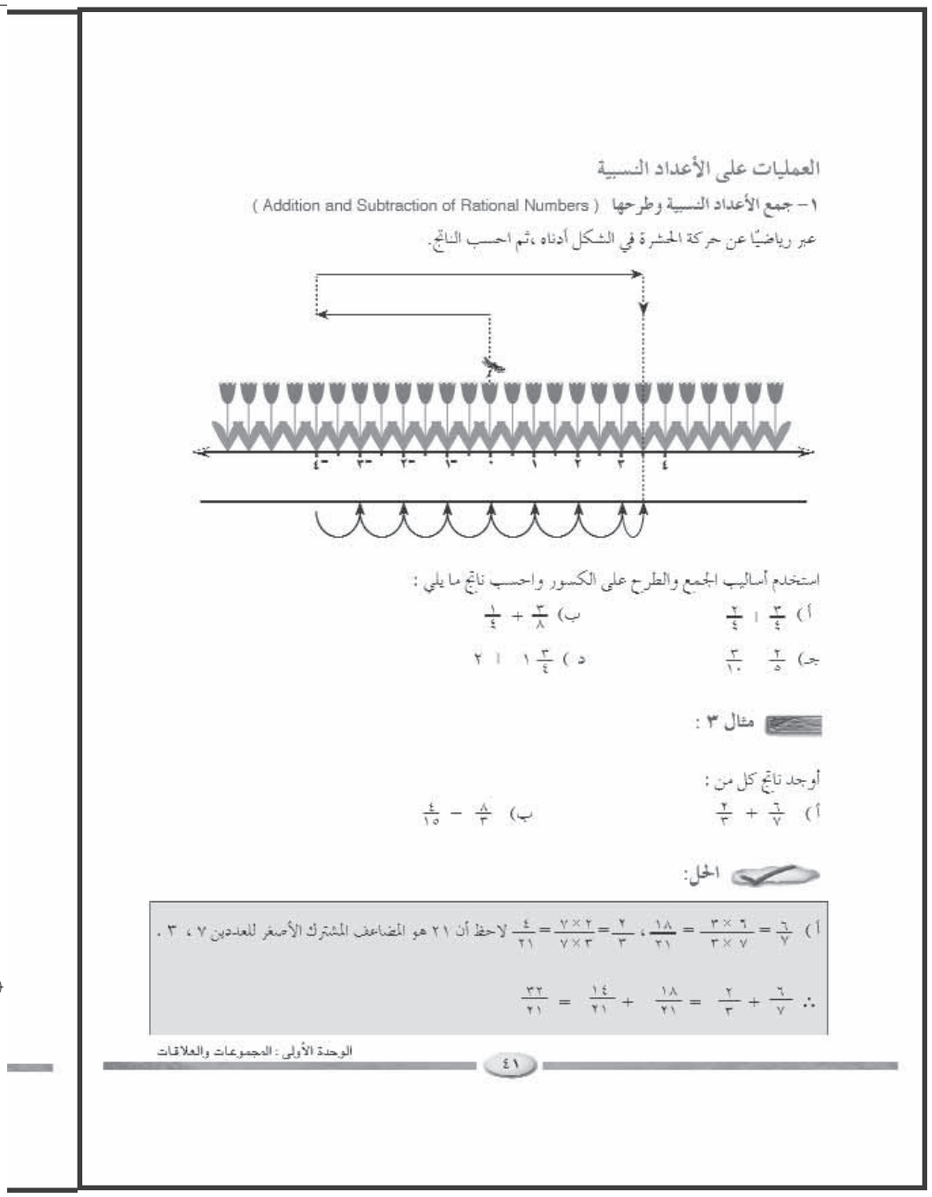
$\frac{٢أ - ٥ب}{٦جـ + ب}$ ، هي نسبة بين عددين صحيحين فهي عدد نسبي

لا يكون $\frac{٢أ - ٥ب}{٦جـ + ب}$ عدد نسبي عندما يكون المقام = ٠ أي عندما جـ = $\frac{-ب}{٦}$

– راجع مع الطلاب العمليات على الكسور (الجمع والطرح).
– أبدأ من الكسور التي مقاماتها متشابهة ثم الكسور التي يكون مقام أحدها مضاعف لمقام الآخر وتوصل أخيرًا إلى جمع وطرح الكسور التي مقاماتها مختلفة .

– أكثر من الأمثلة والتدريبات كي تنمي مهارة الجمع والطرح لدى جميع الطلاب .

– يمكنك أن تقسم الطلاب إلى مجموعات ثنائية بحيث يعطي الأول مسألة يقوم الآخر بحلها ويتبادلا الأدوار.



العمليات على الأعداد النسبية

١– جمع الأعداد النسبية وطرحها (Addition and Subtraction of Rational Numbers)

عبر رياضيًا عن حركة الحشرة في الشكل أدناه ،ثم احسب الناتج.

استخدم أساليب الجمع والطرح على الكسور واحسب ناتج ما يلي :

أ) $\frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٤}$ ب) $\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٤}$

جـ) $\frac{٢}{٥} - \frac{٣}{١٠}$ د) $١\frac{٣}{٤} + ٢$

مثال ٣ :

أوجد ناتج كل من :

أ) $\frac{٦}{٧} + \frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{٤}{١٥} - \frac{٨}{٣}$

الحل:

أ) $\frac{٦}{٧} = \frac{٣ \times ٦}{٣ \times ٧} = \frac{١٨}{٢١}$ ، $\frac{٢}{٣} = \frac{٧ \times ٢}{٧ \times ٣} = \frac{١٤}{٢١}$ لاحظ أن ٢١ هو المضاعف المشترك الأصغر للعددين ٧ ، ٣ .

$\therefore \frac{٦}{٧} + \frac{٢}{٣} = \frac{١٨}{٢١} + \frac{١٤}{٢١} = \frac{٣٢}{٢١}$

الوحدة الأولى : المجموعات والعلاقات ٤١

إثـراء :

– اقتسم ثلاثة أشخاص مبلغًا قدره ١٥٧ ريالاً ، حيث كانت حصة الثاني ثلثي حصة الأول وكانت حصة الثالث تزيد عن حصة الثاني بقدر ١٥ ريال . أوجد حصة كل منهم .

الحل :

حصة الأول = $\frac{٤٢٦}{٧}$

حصة الثاني = $\frac{٢٨٤}{٧}$

حصة الثالث = $\frac{٣٨٩}{٧}$

إعادة تعلم :

اكتب عددًا نسبياً بين كل زوج من الأعداد النسبية التالية :

أ) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$

ب) $\frac{١}{٢}$ ٢ ، ٥

جـ) $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ ١

ب) $\frac{٨}{٣}$ $\frac{٤}{١٥}$ المضاعف المشترك الأصغر للمقامين ١٥

$\frac{٥ \times ٨}{٥ \times ٣}$ $\frac{٤}{١٥}$ $\frac{٤٠}{١٥}$ $\frac{٤}{١٥}$ $\frac{٣٦}{١٥}$ $\frac{١٢}{٥}$

وبنفس الأسلوب يمكن التوصل إلى قاعدة عامة على فرض أن أ ، ب ، جـ ، د أعداد صحيحة ، وأن ب ≠ صفر ، د ≠ صفر ، فأوجد ناتج $\frac{أ}{ب} \pm \frac{جـ}{د}$

ولإيجاد ذلك لاحظ ما يلي :

أوجد المضاعف المشترك الأصغر بين ب ، د (ب د).

أوجد عدد نسبي (كسر) يكافئ $\frac{أ}{ب}$ ومقامه يساوي ب د ($\frac{أ د}{ب د}$) .

أوجد عدد نسبي (كسر) يكافئ $\frac{جـ}{د}$ ومقامه يساوي ب د ($\frac{جـ ب}{ب د}$) .

∴ $\frac{أ}{ب} \pm \frac{جـ}{د} = \frac{أ د}{ب د} \pm \frac{جـ ب}{ب د} = \frac{أ د \pm جـ ب}{ب د}$ حيث أن المقامات متساوية .

نتيجة :

يمكن جمع الأعداد النسبية وطرحها وفق القاعدة التالية :

$\frac{أ}{ب} \mp \frac{جـ}{د} = \frac{أ د \mp ب جـ}{ب د}$ أي :

$$\frac{\text{بسط الأول في مقام الثاني} \mp \text{بسط الثاني في المقام الأول}}{\text{حاصل ضرب مقام الأول في مقام الثاني}}$$

طبق هنا أسس جمع الكسور على الرموز فمثلاً :

$$\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{أ د}{ب د} + \frac{جـ ب}{ب د}$$

$$= \frac{أ د + جـ ب}{ب د}$$

استدرج الطلاب لإيجاد علاقة بين حدود الطرف الأيمن والأيسر واطلب إليهم أن يصفوا هذه العلاقة فمثلاً : المقام : عبارة عن حاصل ضرب المقامين .

البسط :

عبارة عن مجموع بسط الأول × مقام الآخر + بسط الآخر × مقام الأول .

أكثر من التدريبات للأعداد والرموز حتى ترسخ الفكرة.

مثال ٤ :

أوجد ناتج :

أ) $\frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٥}$ ب) $\frac{٦}{٥} + ٣$

جـ) $٠,٦ + \frac{٢}{٧}$ د) $\frac{١٣}{٣} - ١,٤$

الحل:

أ) $\frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٥} = \frac{٢ \times ٥ + ٤ \times ٣}{٥ \times ٣} = \frac{٢٢}{١٥}$

ب) $\frac{٦}{٥} + ٣ = \frac{٦}{٥} + \frac{٣}{١} = \frac{٦ \times ١ + ٥ \times ٣}{١ \times ٥} = \frac{٢١}{٥}$

جـ) $٠,٦ + \frac{٢}{٧} = \frac{٦}{١٠} + \frac{٢}{٧} = \frac{٣}{٥} + \frac{٢}{٧} = \frac{٣ \times ٧ - ٥ \times ٢}{٧ \times ٥} = \frac{١١}{٣٥}$

د) $\frac{١٣}{٣} - ١,٤ = \frac{١٣}{٣} - \frac{١٤}{١٠} = \frac{١٣}{٣} - \frac{٧}{٥} = \frac{١٣ \times ٥ - ٧ \times ٣}{٥ \times ٣} = \frac{٤٤}{١٥}$

تدريب ٥ :

أ) إذا باع محل الأحذية أحذية رجالية بمبلغ ٧٠,٥ ريال ، وأحذية نسائية بمبلغ ٢٠,٧ ريال ، فما مجموع المبالغ التي باع بها؟

ب) قطعة أرض طولها ١٧,٨م وعرضها ١٥,٩م ، أوجد محيطها .

خواص عمليتي الجمع والطرح على الأعداد النسبية :

١) الخاصية الإبدالية : Commutative Property

تدريب ٦ :

اختبر صحة ما يلي ، وقارن إجابتك مع إجابات زملائك .

أ) $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٧} = \frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٥}$ ب) $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٣}$

حل تدريب ٥ :

أ) ٧٠,٥ + ٢٠,٧ = ٩١,٢ ريال

ب) ٢ (١٧,٨ + ١٥,٩) = ٦٧,٤ م

حل تدريب ٦ :

أ) $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٧} = \frac{٢ \times ٧ + ٥ \times ٣}{٣٥} = \frac{٢٩}{٣٥}$

$\frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٥} = \frac{٣ \times ٥ + ٧ \times ٢}{٣٥} = \frac{٢٩}{٣٥}$

$\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٧} = \frac{٣}{٧} + \frac{٢}{٥}$

ب) وهكذا بالنسبة للفرع ب ؛ حيث ستتوصل بعد الحل إلى أن $\frac{٢}{٣} + \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٣}$

إثراء :

* أوجد العدد الذي مجموع ثلثه وربعه وخمسه يساوي ٤٥ .

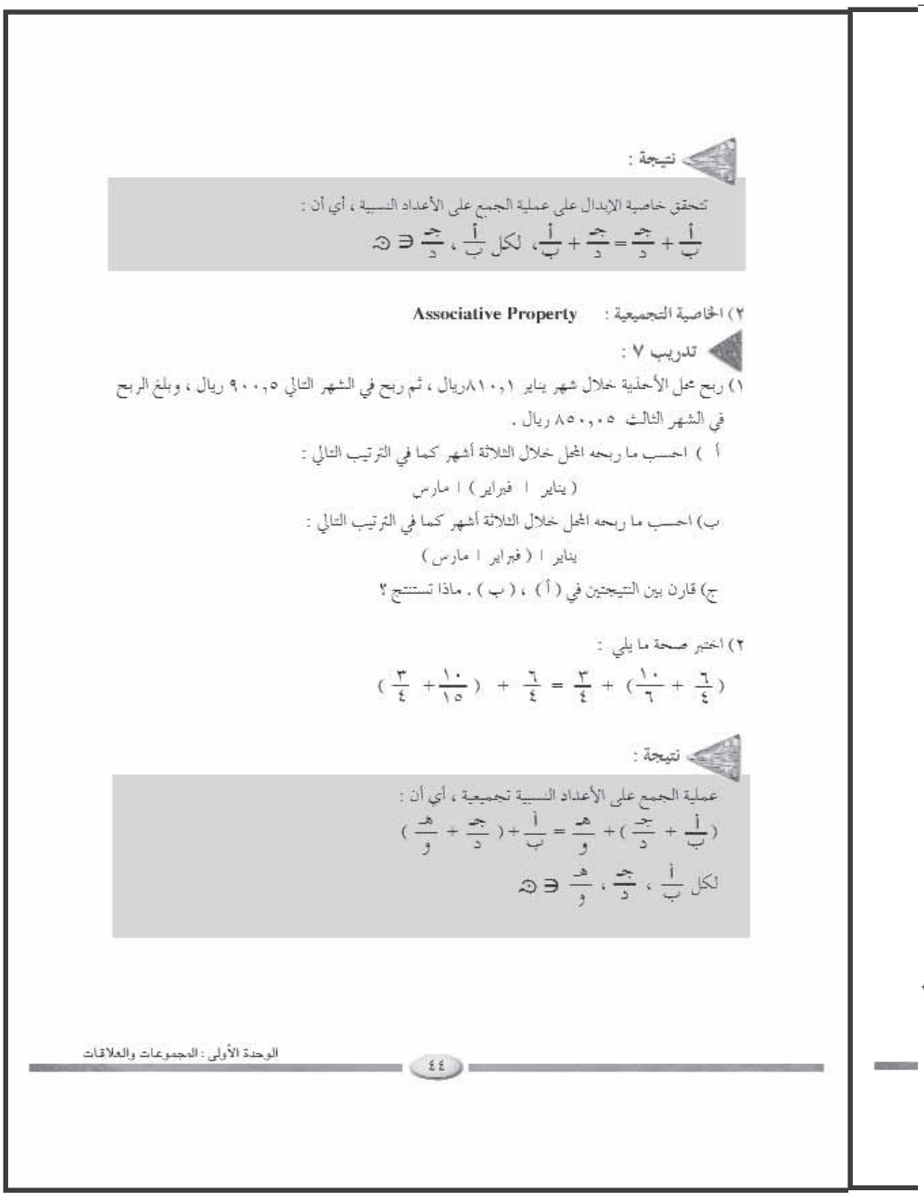
$\frac{١}{٣}س + \frac{١}{٤}س + \frac{١}{٥}س = ٤٥$

الحل :

$\frac{١}{٣}س = \frac{٢٠}{٦٠}س$ ، $\frac{١}{٤}س = \frac{١٥}{٦٠}س$ ، $\frac{١}{٥}س = \frac{١٢}{٦٠}س$

$\frac{١}{٣}س + \frac{١}{٤}س + \frac{١}{٥}س = \frac{٢٠}{٦٠}س + \frac{١٥}{٦٠}س + \frac{١٢}{٦٠}س = \frac{٤٧}{٦٠}س$

$\frac{٤٧}{٦٠}س = ٤٥$ $س = \frac{٤٥ \times ٦٠}{٤٧}$



نتيجة :

تتحقق خاصية الإبدال على عملية الجمع على الأعداد النسبية ، أي أن :

$\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د} = \frac{جـ}{د} + \frac{أ}{ب}$ ، لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in$ ق

٢) الخاصية التجميعية : Associative Property

تدريب ٧ :

١) ربح محل الأحذية خلال شهر يناير ٨١٠,١٠٠ريال ، ثم ربح في الشهر التالي ٩٠٠,٥٠٠ ريال ، وبلغ الربح في الشهر الثالث ٨٥٠,٠٥٠ ريال .

أ) احسب ما ربحه المحل خلال الثلاثة أشهر كما في الترتيب التالي :

(يناير ، فبراير) ، مارس

ب) احسب ما ربحه المحل خلال الثلاثة أشهر كما في الترتيب التالي :

يناير ، (فبراير ، مارس)

ج) قارن بين النتيجتين في (أ) ، (ب) . ماذا تستنتج ؟

٢) اختبر صحة ما يلي :

$(\frac{٦}{٤} + \frac{١٠}{٦}) + \frac{٣}{٤} = \frac{٦}{٤} + (\frac{١٠}{١٥} + \frac{٣}{٤})$

نتيجة :

عملية الجمع على الأعداد النسبية تجميعية ، أي أن :

$(\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{د}) + \frac{هـ}{و} = \frac{أ}{ب} + (\frac{جـ}{د} + \frac{هـ}{و})$

لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د}$ ، $\frac{هـ}{و} \in$ ق

الوحدة الأولى : المجموعات والعلاقات ٤٤

حل تدريب ٧ :

١) أ) (يناير + فبراير) + مارس

(٩٠٠,٥٠٠ + ٨١٠,١٠٠) + ٨٥٠,٠٥٠

(١٧١٠,٦) + ٨٥٠,٠٥٠ = ٢٥٦٠,٦٥ريال

ب) يناير + (فبراير + مارس)

٨١٠,١٠٠ + (٨٥٠,٠٥٠ + ٩٠٠,٥٠٠)

٨١٠,١٠٠ + (١٧٥٠,٥٥) = ٢٥٦٠,٦٥ ريال

جـ) نتيجة (أ) = نتيجة (ب)

٢) $(\frac{٦}{٤}-) + (\frac{١٠}{١٥} + \frac{٣}{٤}) = \frac{٥}{٦}- + \frac{٣}{٤} = \frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٦}- = \frac{١}{١٢}-$

$(\frac{٣}{٤} + \frac{١٠}{١٥}) + \frac{٦}{٤}- = \frac{١٧}{١٢}- + \frac{٦}{٤} = \frac{١}{١٢}-$

العبارتان متساويتان .

إثراء :

إذا كان أ ، ب ، جـ أعداداً نسبية وعرفت العملية * على مجموعة الأعداد النسبية على النمط .

أ * ب = أ + ب − ١ فتحقق أن

العملية * تحقق الخاصية الإبدالية والتجميعية على الأعداد النسبية

الحل :

١) أ * ب = أ + ب − ١ ، ب * أ = ب + أ − ١

وحيث أن أ + ب − ١ = ب + أ − ١ فإن العملية * إبدالية على الأعداد النسبية

٢) (أ * ب) * جـ = (أ + ب − ١) * جـ = أ + ب − ١ + جـ − ١ = أ + ب + جـ − ٢

أ * (ب * جـ) = أ * (ب + جـ − ١) = أ + ب + جـ − ١ − ١ = أ + ب + جـ − ٢

أي أن العملية * عملية تجميعية على الأعداد النسبية

تدريب ٨ :

أ) زادت كتلة شخص خلال شهر $2\frac{1}{2}$ كغم و زاد في الشهر الثالث $4\frac{3}{4}$ كغم حتى أصبحت كتلته ٧٧ كغم ، أوجد مقدار الزيادة في كتلته في الشهر الثاني إذا علمت أن كتلته السابقة كانت ٦٧ كغم .

ب) هل تحقق خاصية الإبدال والخاصية التجميعية على عملية الطرح على الأعداد النسبية ؟ أعط أمثلة تؤكد إجابتك .

٣- العنصر المحايد لعملية الجمع : Additive identity

تعلم أن الصفر هو العنصر المحايد لعملية الجمع على صـ ، كذلك الحال بالنسبة لمجموعة الأعداد النسبية، فإن الصفر هو العنصر المحايد لعملية الجمع على ن .

تدريب ٩ :

أكمل ما يلي :

أ) $\frac{9}{5} + \cdot =$ ●

ب) $4\frac{1}{6}$ | ● $- 4\frac{1}{6}$

نتيجة :

$\frac{أ}{ب}$ | $\cdot - \cdot$ | $\frac{أ}{ب} - \frac{أ}{ب}$

لكل $\frac{أ}{ب}$ ∈ ن

٤- النظير الجمعي : Additive inverse

تدريب ٨ :

١) أكمل ما يلي :

النظير الجمعي للعدد ٥ هو ●

النظير الجمعي للعدد ● هو $\frac{1}{6}$

النظير الجمعي للعدد ● هو ٩

الوحدة الأولى : المجموعات والعلاقات

٤٥

حل تدريب ٨ :

١) $2\frac{3}{4}$ كغم

٢) لا تحقق خاصية الإبدال والخاصية التجميعية على عملية الطرح على الأعداد النسبية .

مثال :

هل $\frac{2}{3} - \frac{5}{6} = \frac{5}{6} - \frac{2}{3}$

$\frac{2}{3} - \frac{5}{6} = \frac{-1}{6}$ أما $\frac{5}{6} - \frac{2}{3} = \frac{1}{6}$

حل تدريب ٩ :

أ) $\frac{9}{5}$

ب) صفر

راجع مع الطلاب مفهوم العنصر المحايد على الأعداد الصحيحة والنظير الجمعي .

أعط أمثلة على هذين المفهومين واطلب من الطلاب تعميم هذين المفهومين على الأعداد النسبية .

حل تدريب ٨ :

النظير الجمعي للعدد ٥ هو -5

١) النظير الجمعي للعدد $\frac{-1}{6}$ هو $\frac{1}{6}$.

النظير الجمعي للعدد ٩ هو -9 .

أكثر من التدريبات حتى يصبح لدى الطالب القدرة على إعطاء النظير الجمعي لأي عدد نسبي .

تعريف : يسمى العدد $\frac{-أ}{ب}$ نظيرًا جمعيًا للعدد $\frac{أ}{ب}$ إذا كان ($\frac{-أ}{ب}$) + $\frac{أ}{ب}$ = ٠ .
لكل $\frac{أ}{ب} \in$ ℚ .

تدريب ٨ :

أ) أكمل:

$\frac{٥}{١١}$ + ● = ● + $\frac{٥}{١١}$ = صفر

ب) اكتب النظير الجمعي لكل مما يأتي :

$-٠,٨$ ، $\frac{٥}{٦}$ ٣ ، -٩ ، $\frac{٨}{١٠}$ ٨ ، ٣,٤

٢ – ضرب الأعداد النسبية وقسمتها (Multiplication and Division of Rational Numbers)

قام محمد وسالم باستيراد كمية كبيرة ومتنوعة من الأحذية ، اتفقا على أن يتم عرض $\frac{١}{٦}$ الكمية شهريا في المحل، احسب نسبة الأحذية التي ستعرض خلال ٣ شهور .

– إذا أغلق المحل لمدة ٣ أشهر ، أعط قيمة تعبر عن نسبة الأحذية التي كان من المفروض أن تعرض خلال تلك الفترة.

– هل هناك فرق بين الإجابتين ، فسر ما توصلت إليه للآخرين.

نتيجة :

$\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{د} = \frac{أ \times جـ}{ب \times د}$ لكل $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{د} \in$ ℚ

$= \frac{\text{البسط} \times \text{البسط}}{\text{المقام} \times \text{المقام}}$

مثال ٥ :

يستغرق حامد $\frac{١}{٤}$ ٩ دقيقة حتى يصل إلى المدرسة .

أ) كم دقيقة يستغرق حامد ذهابا وإيابا في اليوم الواحد ؟

ب) كم دقيقة يستغرق حامد خلال الدوام الرسمي في الأسبوع الواحد ؟

الحل:

أ) $\frac{١}{٤}$ ٩ × ٢ = $\frac{٢}{٤}$ ١٨ دقيقة

ب) $\frac{٢}{٤}$ ١٨ × ٥ = $\frac{١}{٢}$ ٩٢ دقيقة خلال الأسبوع .

حل تدريب ٨ :

١) $\frac{٥}{١١} + \frac{-٥}{١١} = \frac{-٥}{١١} + \frac{٥}{١١}$ = صفر .

٢) ٠,٨ ، $\frac{-٥}{٦}$ ٣ ، ٩ ، $\frac{-٨}{١٠}$ ٨ ، ٣,٤

ربما يخطئ الطالب إذا طلب منه أن يعطي النظير لعدد ما فيعطي العنصر المحايد يكون هذا الخطأ ناجم من قلة التدريبات بحيث يخلط بين المفهومين .

أكد أن العنصر المحايد وحيد بينما لكل عنصر نظير جمعي وحيد .

من المفيد تذكير الطلاب بمعنى عملية الضرب وأنها عبارة عن جمع متكرر وإن ٣ × ٤ تعني ثلاث مجموعات في كل منها ٤ عناصر .

ذكرهم بعملية ضرب الكسور $\frac{٣}{٥} \times \frac{٢}{٧} = \frac{٦}{٣٥}$

أي يتم بضرب البسط في البسط والمقام في المقام .

أطلب إليهم تطبيق هذه القاعدة على ضرب الأعداد النسبية وقدم لهم تطبيقات متعددة على الضرب .

ذكر بالنظير الضربي والمحايد الضربي واسأل اسئلة من النوع .

ما العدد الذي يضرب في العدد ٥ ويكون الجواب ٥؟ وما أثر هذا العدد على الناتج؟ وتدرج إلى تسمية هذا العدد بالعنصر المحايد .

إثراء :

استخدم خاصية العنصر المحايد والنظير الجمعي في حل المعادلة التالية :

س + $\frac{٥}{٣} = \frac{٦}{٢}$

الحل :

بإضافة النظير الجمعي للعدد $\frac{٥}{٣}$ للطرفين لا تتأثر المعادلة (خاصية المعادلة)

س + $\frac{٥}{٣} - \frac{٥}{٣} = \frac{٦}{٢} - \frac{٥}{٣}$

س + ٠ = $\frac{١٨-١٠}{٦}$ خاصية النظير وتعريف عملية الطرح على الأعداد

س = $\frac{٨}{٦}$ خاصية العنصر المحايد

= $\frac{٤}{٣}$ استخدام الكسور المتكافئة

أطلب إلى الطلاب البحث عن عدد يضرب بالعدد ٢ مثلاً ليكون الجواب واحد ، كرر أسئلة شبيهه ، وتوصل معهم أن مثل هذا العدد يسمى نظيراً ضربياً ويمكن الحصول عليه بأخذ مقلوب العدد فمثلاً : نظير $\frac{١}{٢}$ هو $\frac{٢}{١}$ ، نظير $\frac{٣}{٤}$ هو $\frac{٤}{٣}$ ، ....
أكد أنه لا يوجد نظير ضربي للعدد (صفر) وأعط أمثلة لذلك وفسر السبب .
أطلب إلى الطلاب تنفيذ النشاط وتوصل معهم إلى قاعدة القسمة بقسمة $\frac{أ}{ب}$ على $\frac{جـ}{د}$ ، نضرب $\frac{أ}{ب}$ في النظير الضربي للعدد $\frac{جـ}{د}$ وأعط أمثلة وتدريبات كافية.

– أكثر من التدريبات على عملية الضرب والقسمة على أساس أنهما عمليتان متعاكستان ونوع بالتدريبات بحيث بعضها = ٠ ، و بعضها الآخر عدد سالب وهكذا ...

حل تدريب ٩:

أ) $\frac{٣٠}{٣٢}$ ، ب) $\frac{١٥}{٤٦}$

تعزيز :

أجري عمليات القسمة التالية وتحقق من ذلك بإجراء العملية العكسية (الضرب)

أ) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{٢}{٣} \div \frac{١}{٥}$

الحل :

أ) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٢}{٣} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٩}{١٠}$

التحقق $\frac{٩}{١٠} \times \frac{٢}{٣} = \frac{١٨}{٣٠} = \frac{٣}{٥}$

ب) $\frac{٢}{٣} \div \frac{١}{٥} = \frac{٢}{٣} \times \frac{٥}{١} = \frac{١٠}{٣}$

التحقق $\frac{١}{٥} \times \frac{١٠}{٣} = \frac{١٠}{١٥} = \frac{٢}{٣}$

مثال ٦ :

أ) أوجد ناتج : $\frac{٥}{٨} \div \frac{٤}{٧}$

الحل:

تعلمت سابقا كيفية قسمة الكسور بطريقة ضرب العدد الأول في مقلوب العدد الثاني .
مقلوب العدد $\frac{٤}{٧}$ هو $\frac{٧}{٤}$

$$\frac{٥}{٨} \div \frac{٤}{٧} = \frac{٥}{٨} \times \frac{٧}{٤} = \frac{٧ \times ٥}{٤ \times ٨} = \frac{٣٥}{٣٢}$$

تعريف : ١) يسمى العدد $\frac{ب}{أ}$ نظيرًا ضربيًا للعدد $\frac{أ}{ب}$ (مقلوب) إذا كان $\frac{ب}{أ} \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب} \times \frac{ب}{أ} = ١$،
$\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{ب}{أ} \neq ٠$

٢) يسمى العدد ١ العنصر المحايد لعملية الضرب على الأعداد النسبية حيث
$\frac{أ}{ب} \times ١ = ١ \times \frac{أ}{ب} = \frac{أ}{ب}$ لكل $\frac{أ}{ب}$ ∋ ℚ

تدريب ٩ :

أوجد ناتج :
$\frac{٥}{٨} \div \frac{-٤}{٦}$ ، $٢\frac{١}{٧} \div ٦\frac{٤}{٧}$

تعريف : القسمة على عدد نسبي ≠ صفر تتم بضرب العدد الأول في النظير الضربي للعدد الثاني كما يلي :
$\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{د} = \frac{أ}{ب} \times \frac{د}{جـ} = \frac{أ\ د}{ب\ جـ}$
حيث ب ، جـ ، د ≠ ٠

نشاط ١

الأدوات : جهاز الحاسوب لاستخدام برنامج الأكسل (Excel)

الخطوات :

١) ادخل إلى البرنامج في صفحة جديدة .

٢) اكتب الأعداد النسبية التالية بالترتيب أفقيا ورأسيا على أن تهمل أول خلية A1

أفقيا : (٠,٢ ، ٠,٧٥ ، ١ ، ١,٢ ، ١,٥ ، ٢ ، ٢,٢ ، ٢,٥ ، ٣)

رأسيا : (١ ، ٢ ، ٣ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٦}$)

٣) اكتب المعادلة = (b٢ / b١) = المعبرة عن عملية القسمة :

٤) بعد ذلك اسحب الخلية التي كتبت فيها المعادلة من المربع الصغير في أسفلها عموديا حتى آخر عدد لنسخ المعادلة ، ثم اضغط مفتاح الإدخال (Enter)

٥) كرر نفس العملية لباقي الأعمدة الأخرى.

٦) اطبع الصفحة .

مما سبق أنت تعلم بأن ٠,٢ = $\frac{٢}{١٠}$ و ٠,٧٥ = $\frac{٣}{٤}$.

أوجد : $\frac{٢}{١٠} \div \frac{٣}{٤}$

خواص عملية الضرب على الأعداد النسبية :

تدريب ١٠ :

١) تحقق أن $\frac{-٤}{٦} \times \frac{٨}{١٢} = \frac{٨}{١٢} \times \frac{٤}{٦}$

تحقق أن ٤,٥ × ٩,٢ − ٩,٢ × ٤,٥

– ماذا تستنتج ؟

٢) أوجد ناتج :

أ) $(\frac{٥}{٨} \times \frac{٩}{١١}) \times \frac{٣}{٧}$ ب) $\frac{٥}{٨} \times (\frac{٣}{٧} \times \frac{٩}{١١})$

– قارن بين نتيجة (أ) ونتيجة (ب) . ماذا تستنتج ؟

أنت تعلم بأن الواحد هو العنصر المحايد لعملية الضرب على الأعداد الصحيحة ، كذلك الحال بالنسبة لمجموعة الأعداد النسبية .

حل تدريب ١٠ :

أ) $\frac{١٣٥}{٦١٦}$ ، ب) $\frac{١٣٥}{٦١٦}$

∴ (أ) = (ب)

ذكر الطلاب أنه عندما نضرب أي عدد نسبي بواحد فيمكن أن يضرب بكسر بسطه ومقامه متساويين :

$\frac{أ}{ب} \times ١ = \frac{أ}{ب} \times \frac{٢}{٢}$ ، أو $\frac{أ}{ب} \times \frac{٣}{٣}$

أو $\frac{أ}{ب} \times \frac{-٤}{-٤}$ ، أو $\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{جـ}$

إثراء :

مثل على خط الأعداد الأعداد النسبية التالية :

١$\frac{١}{٢}$ ، ١,٩ ، ٢,٥ ، ٣$\frac{٥}{٦}$ ثم ضع $\sqrt{٢}$ ، $\sqrt{٣}$ ، $\sqrt{٥}$ على خط الأعداد

الحل :

حل تمارين ومسائل ٤ :

١) أ) ٠,٦ ب) ٢٧, جـ) −٠,٠٥

٢) أ) $\frac{٤}{١٠}$

ب) $\frac{٥٦}{١٠٠}$

جـ) $-\frac{٩٨}{١٠٠}$

د) $٢\frac{٢١١}{١٠٠٠}$

هـ) $١\frac{٢٥}{١٠٠}$

٣) ٤٢ ريال .

٤) ١,٥م

٥) أ) $-٩\frac{٥}{١٠٠}$

ب) $-١٠,٨$

جـ) $\frac{٧}{١٥}$

د) $\frac{٣٩}{٤٠}$

٦) ٤٤,٦٣ كغم

٧) ٨٨١٠,١ سم^٣

تمارين ومسائل (٤)

١) اكتب كلا مما يلي في صورة كسر عشري :

أ) $\frac{٣}{٥}$ ب) $\frac{٤}{١٥}$ ج) $\frac{١}{٢٠}$

٢) اكتب كل كسر عشري في صورة عدد نسبي :

أ) ٠,٤ ب) ٠,٠٥٦ ج) ٠,٩٨ د) ٢,٢١١ هـ) ١,٢٥٠

٣) يملك شخص ٢٤٠ سهما في إحدى الجمعيات التعاونية .إذا كانت قيمة السهم الواحد ٥ ريالات، والجمعية توزع أرباحا سنوية بسعر ٣,٥٪ فأوجد الربح السنوي للأسهم .

٤) بلغ الفرق بين القيمتين العظمى والصغرى لدرجة الحرارة في منطقة ما مقدار $١٠\frac{١}{٢}$° خلال أسبوع . أوجد متوسط التغير في درجة الحرارة في اليوم الواحد

٥) أوجد ناتج ما يلي :

أ) $٩\frac{١}{٤} + \frac{٢}{١٠}$

ب) ٦,٧٠ ٤,١٠

ج) $\frac{١٤}{١٥} \times \frac{٢}{٤}$

د) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٨}{١٣}$

٦) إذا كانت كتلة أسامة قبل شهرين $٤٢\frac{١}{٢}$ كغم ، لكنه مرض وأصيب بفقدان الشهية فنقصت كتلته بحيث اصبحت $\frac{٩}{١٠}$ مما كانت عليه سابقًا ، ثم استعاد حاليا صحته بعد زيارته للطبيب والتزامه بالإرشادات الصحية ، وزادت كتلته لتصبح $\frac{٧}{٦}$ كتلته بعد المرض أوجد كتلة أسامة حاليا .

٧) عبوة صابون على شكل متوازي مستطيلات ، أبعادها ١٨سم، ١٩,٥ سم ، ٢٥,١ سم احسب حجم العبوة .

تمارين ومسائل عامة

١) إذا كانت س~ مجموعة الحيوانات الأليفة .

ص~ = مجموعة الأغنام .

ع مجموعة الأغنام ذات اللون الأبيض .

ل~ – مجموعة فصيلة الذكور من الأغنام .

بين صحة أو خطأ العبارات التالية ، مع ذكر السبب.

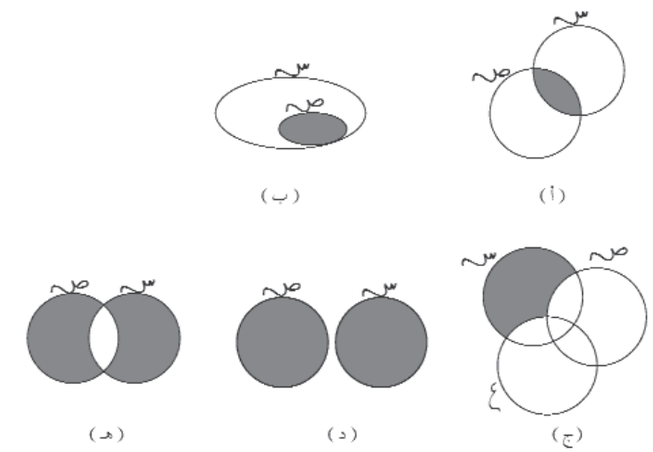
أ) ص~ ⊆ س~ د) ل~ ⊆ ع

ب) س~ ⊆ ص~ هـ) ع ⊆ ل~

جـ) ص~ ⊆ ل~ و) ل~ ⊆ س~

---

٢) انقل الأشكال التاليه في دفترك ثم اكتب بالرموز أسفل كل شكل ما يعبر عنه الجزء المظلل .



(أ) (ب) (جـ)

(د) (هـ)

حل تمارين ومسائل عامة :

١) أ) (✔) .

ب) (✕) .

جـ) (✕) .

د) (✕) .

هـ) (✕) .

و) (✔) .

٢) أ) ص~ ∩ س~

ب) ص~ ∩ س~

أو ص~

جـ) س~ – (ص~ ∪ ع)

د) ص~ ∪ س~

هـ) (ص~ ∪ س~) – (ص~ ∩ س~)

أو (ص~ ∩ س~)

٣) ما هي المجموعات المتساوية فيما يلي ؟ علل إجابتك.

س= { أ : أ ∈ صـ ، أ^{٢} = ٢٥ }

ع = { ب : ب ∈ ط ، ب^{٢} = ٢٥ }

ل = {ف : ف ∈ ص ، (ف + ٥)(ف − ٥) = صفر}

٤) إذا كان س$_{١}$ = { أ ، ب } ، س$_{٢}$ = { ١ ، ٠ } ، س$_{٣}$ = { ٥ ، ٦ } فأوجد :

أ) س$_{١}$ ∪ (س$_{٢}$ ∪ س$_{٣}$) جـ) س$_{٣}$ ∩ (س$_{١}$ ∩ س$_{٢}$)

ب) (س$_{١}$ ∩ س$_{٢}$) ∪ س$_{٣}$ د) (س$_{٣}$ ∪ س$_{١}$) ∩ س$_{٢}$

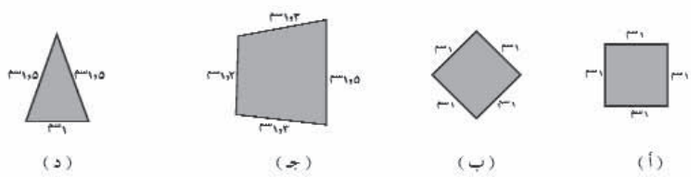
٥) عمر ماجد $\frac{١}{٣}$ عمر والده ، وعمر أخيه خالد $\frac{٤}{٨}$ عمر والده ، كم عمر كل من ماجد وخالد إذا كان عمر والدهما $\frac{١}{٤}$ ٣٥ سنة ؟

٦) تذهب سارة ومريم للمدرسة سيرًا على الأقدام ،تقطع سارة مسافة $\frac{٢}{٣}$ ٧٣ متر ، حتى تصل للمدرسة، وتقطع مريم مسافة ٣٥ مترًا حتى تصل للمدرسة .

أ) أي الطالبتين أقرب للمدرسة ؟

ب) أوجد الفرق بين المسافتين .

٧) إذا كانت ع مجموعة قيم محيط الأشكال التالية ، اكتب المجموعة بذكر العناصر .



تابع حل تمارين عامة :

٣) س = ل

٤) أ) { أ ، ب ، ٠ ، ١ ، ٥ ، ٦}

ب) س ⊂ ص

جـ) Ø

د) Ø

٥) عمر ماجد = ١٧،٦٢٥ سنة ،

عمر خالد = ١٧،٦٢٥ سنة

٦) أ) مريم

ب) ٣٨,٧ م

٧) س = {٤ ، ٣,٥}

٨) إذا كانت $ش$ = { −٣ ، −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

$س$ = { س : س ∈ $ش$ ، (س+١) ≤ ٠ } ، $ص$ = { ص : ص ∈ $ش$ ، (ص+١) ≥ ٠ }

أ) عبر عن $س$ ، $ص$ بذكر العناصر ، ثم مثل المجموعات بشكل فن .

ب) أوجد : $س$ ∪ $ص$ ، $س$ ∩ $ص$ ، $س$ − $ص$ ، $ص$ − $س$.

٩) أوجد بمجموعة قيم ص المناظرة لقيم $س$ في العلاقة :

ص = ٢س^{٢} + ٤س ، حيث $س$ = { ٥ ، $\frac{٢}{٥}$ ، $\sqrt{٤٧}$ ، ٣ ، ٢ }

١٠) إذا كانت ع علاقة على مجموعة الأعداد الطبيعية ط حيث :

ع = { (س ، ص) : س ، ص ∈ ط ، س + ص = ٥ }

أ) اكتب ع بذكر العناصر . ب) مثل ع بمخطط سهمي .

١١) إذا كانت ع علاقة معرفة من خلال القاعدة :

ص = س + ٢ حيث س ∈ { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ }

أ) عبر عن العلاقة بذكر الأزواج المرتبة . ب) حدد مدى العلاقة . ج) مثل العلاقة بيانيا.

١٢) إذا كانت ك = { أ : أ ∈ $ص$ ، ٢ ≤ أ ≤ ٥ }

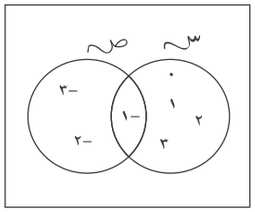
$ص$ = { ب : ب ∈ $ص$ ، ٠ < ب ≤ ٣ }

أ) اكتب كلا من ك ، $ص$ بذكر العناصر .

ب) مثل (ك × $ص$) بمخطط بياني .

٨) أ) $س$ = { −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

$ص$ = { −٣ ، −٢ ، −١ }



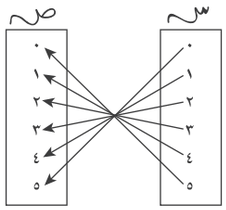
ب) $ص$ ∪ $س$ = { −٣ ، −٢ ، −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

$ص$ ∩ $س$ = { −١ } ، $س$ − $ص$ = { −٣ ، −٢ }

$ص$ − $س$ = { ٠ ، ١ ، ٢ ، ٣ }

٩) $ص$ = { ٣٠ ، $\frac{٤٨}{٢٥}$ ، ١٦ ، ٣٠ ، ٠ }

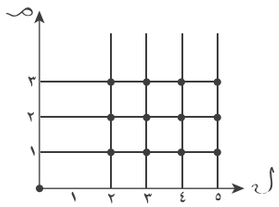
١٠) أ) ع = { (٢،٣) ، (٣،٢) ، (١،٤) ، (٤،١) ، (٠،٥) ، (٥،٠) }



١١) أ) ع = { (٠،٢) ، (١،٣) ، (٢،٤) ، (٣،٥) ، (٤،٦) ، (٥،٧) }

ب) { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ }

١٢) ك = { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ } ، م = { ١ ، ٢ ، ٣ }



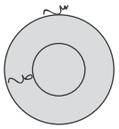
اختبار الوحدة الأولى
المجموعات والعلاقات

اختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المعطاة فيما يلي :

١) جميع ما يلي أعداد نسبية ما عدا :

أ) ٥,٧ ب) $\sqrt{١٦}$ جـ) $\sqrt{٣}$ د) ١٣

٢) الشكل المقابل يمثل :



أ) ص ∪ س ب) س جـ) $\overline{ص}$ ∪ س د) جميع ما سبق صحيح

٣) عدد المجموعات الجزئية (ن) لمجموعة حروف كلمة القسطنطينية:

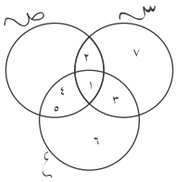
أ) ٦٤ ب) ١٤ جـ) ٢٥٦ د) ٢٨٨

٤) إذا كانت س = {س :س عدد أولي : ٠ < س< ٩} ،ص = {ص:ص عدد فردي} ، فإن مجموعة التقاطع هي :

أ) {٩،٧،٥،٣،١} ب) {٩،٠}

جـ) {٧،٥،٣} د) Ø

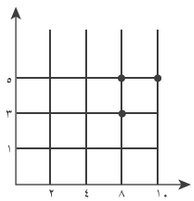
٥) من الشكل المقابل ناتج ((س ∩ص) – (س ∩ ص ∩ ع)):



أ) {٧،٢} جـ) {٧}

ب) { ٢ } د) Ø

٦) عناصر مجال العلاقة في المخطط المقابل :



أ) {٢،٤،٨،١٠} جـ) {١،٣،٥}

ب) {٨،١٠} د) { ٢،٤ }

٧) جميع ما يلي ليست أعداداً نسبية ما عدا :

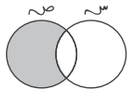
أ) $\sqrt{٧}$ ب) $\sqrt[٣]{١}$ جـ) $\sqrt{٨}$ د) $\sqrt[٣]{٩}$

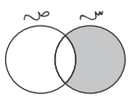
٨) مجموعة الأزواج المرتبة {(١،٥) ، (٠،٦) ، (–١،٥) ، (٢،٢) ، (–٢،٢)}تعبر عن العلاقة:

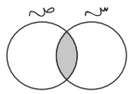
أ) ع = {(أ،ب):أ + ب = ٦} جـ) ع = {(أ،ب): أ – ب = ٦}

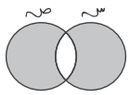
ب) ع = {(أ،ب): $أ^{٢}$ + ب =٦} د) ع = {(أ،ب): $أ^{٢}$ – ب =٦}

٩) أي أشكال فن التالية يعبر عن س~ ∪ ص~ – (س~ ∩ ص~):

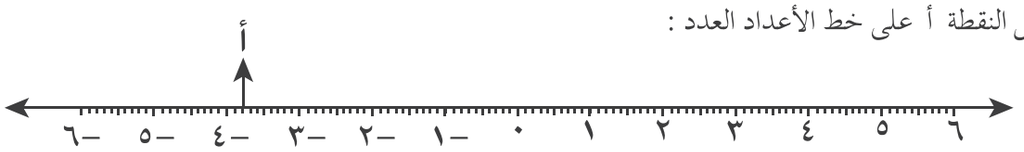
أ) 

ب) 

جـ) 

د) 

١٠) تمثل النقطة أ على خط الأعداد العدد :



أ) $-٣\frac{٤}{٨}$ ب) $-٣\frac{٤}{٧}$ جـ) $-٣\frac{٤}{٦}$ د) $-٣\frac{٤}{٥}$

١١) ناتج جمع $-٦\frac{٥}{٩}+١٢\frac{٢}{٤}$ هو :

أ) $-\frac{١٢}{٧٣}$ ب) $-\frac{٧٣}{١٢}$ جـ) $\frac{٧٣}{١٢}$ د) $\frac{١٠٧}{١٨}$

١٢) المجموعة المساوية للمجموعة ص~={ص:ص عدد طبيعي فردي: ٣ ≤ ص ≤٩}هي:

أ) س~= {٩،٧،٥،٣}

ب) ل = {ل:ل عدد صحيح فردي ، ٣≤ م< ٩}

جـ) ن = {ك:ك عدد أولي ٢< ك< ١٠}

د) جميع ما سبق

١٣) المجموعة الجزئية للمجموعة ر= { ر:ر عدد صحيح ، –٤ < ر< ٠} هي:

أ) {–١، –٢، –٣ }

ب) ع = {ع:ع عدد صحيح ، –٣ ≤ع < ٠}

جـ) {–١، –٢}

د) جميع ما سبق.

١٤) جميع ما يلي مجموعات غير منتهية ما عدا :

أ) س~={س:س عدد صحيح ، س^{٢} = ١}

ب) س~={س:س عدد طبيعي}

جـ) س~= {س:س عدد صحيح أصغر من ١}

د) س~= {...،–٤،–٢،٠،٢،٤،...}

٢ الوحدة الثانية

(المقادير الجبرية والحدوديات)

الأهداف :

١) فهم الأسس السالبة واستخداماتها .
٢) تطبيق قاعدة الأسس على حدودية أحادية الحد مرفوعة إلى قوة أسيَّة .
٣) إيجاد المقادير الجبرية في متغيّر واحد باستخدام الأعداد النسبية .
٤) إيجاد قيم المقادير الجبرية بمتغيرين أو أكثر باستخدام الأعداد النسبية .
٥) جمع وطرح كثيرات الحدود مع تطبيقات عليها .
٦) ضرب كثيرة حدود في أحادية حدود .
٧) قسمة حدودية على حدودية أحادية .
٨) إيجاد العامل المشترك الأكبر في كثيرات الحدود .
٩) إيجاد مفكوك المربع الكامل .
١٠) تحليل الفرق بين مربعين .
١١) حساب الدخل لكل من :
- الأجر الإجمالي الأسبوعي أو الشهري للراتب .
- الأجر الإضافي .
- العمولة .
- العمل بالقطعة .

١٢) تحديد الفرق بين إجمالي الراتب وصافي الراتب .
١٣) حل مسائل حياتية تتضمن الفائدة البسيطة والفائدة المركبة .

الأهداف :

*** فهم الأسس السالبة واستخدامها .**
*** تطبيق قاعدة الأسس على حدودية أحادية الحد مرفوعة إلى قوة أسية .**
*** إيجاد قيم المقادير الجبرية في متغير واحد باستخدام الأعداد النسبية .**
*** إيجاد قيم المقادير الجبرية بمتغيرين أو أكثر باستخدام الأعداد النسبية .**

– ذكر الطلاب بما تعلّموه عن مفاهيم وقوانين الأسس، فهي المنطلق الأساسي لدراسة الأسس الصحيحة السالبة.
– تأكد من فهم الطلاب للمفاهيم التالية:
الأس ، الأساس ، القوة ، بإعطائهم أمثلة وتدريبات.
– توصل مع الطلاب إلى كيفية التعويض بالأعداد النسبية للحصول على قيم المقادير الجبرية بمتغيرين.

حل تدريب ١ :

أ) $-٢٧ع^{٦}$
ب) ٨ ل
جـ) $ع^{٥}$

حل تدريب ٢ :

$٢^{-١}$	$٢^{-٢}$	$٢^{-٣}$	$٢^{-٤}$	$٢^{-٥}$	....	$٢^{-ن}$
$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{١}{٨}$	$\frac{١}{١٦}$	$\frac{١}{٣٢}$		$\frac{١}{٢^{ن}}$

) ١٦ ، $\frac{١}{١٢٨}$ ، $\frac{١}{١٠٢٤}$

ب) ٢٧ ، $\frac{١}{٦٤}$ ، $\frac{١}{٢٥}$

جـ) الأسس السالبة يمكن وضعها في المقام لتحويلها إلى أسس موجبة .

الأسس (Exponents)

لقد تعلمت في الصف السابع القواعد المختلفة في الأسس الصحيحة الموجبة وسوف تتعرف على العمليات في حالة الأسس الصحيحة السالبة.

قواعد الأسس :

١) س × س × س × س × س × .... ن مرة = $س^{ن}$
٢) $س^{أ} \times س^{ب} = س^{أ+ب}$
٣) $س^{أ} \div س^{ب} = س^{أ-ب}$ حيث أ > ب
٤) $(س^{أ})^{ب} = س^{أ \times ب}$

تدريب ١ :

أوجد ناتج كل من :
أ) $(٣ ع^{٢})^{٣}$
ب) $١٦ ل^{٥} \div ٢ ل^{٤}$
ج) $ع^{٢} \times ٣ ع^{٣} + ٢ ع^{٣} ع^{٢}$

تدريب ٢ :

أكمل الجدول التالي في كراستك حسب النمط ثم اجب عن الأسئلة التي تليه مستخدما النتيجة التي استخلصتها .

الأسس	$٢^{٢}$	$٢^{١}$	$٢^{٠}$	$٢^{-١}$	$٢^{-٢}$	$٢^{-٣}$	$٢^{-٤}$	$٢^{-٥}$	...	$٢^{-ن}$
القيمة	٤	٢	١							

أ) أوجد قيمة كل من $٢^{٤}$ ، $٢^{٧}$ ، $٢^{١٠}$
ب) أوجد قيمة كل من $٣^{٣}$ ، $٤^{٣}$ ، $٥^{٢}$ ماذا تلاحظ ؟
ج) ناقش زملاءك في الفرق بين معنى الأسس الموجبة والأسس السالبة .

نتيجة : $س^{-ن} = \frac{١}{س^{ن}}$ حيث ن ∈ صـ ، س ≠ صفرا

مثال ١ :

أكتب كلا مما يلي بحيث يكون الأس موجبا
(أ) $٤^{-٥}$ (ب) $١٠^{-٢}$

الحل:

(أ) $٤^{-٥} = \frac{١}{٤^{٥}}$ (ب) $١٠^{-٢} = \frac{١}{١٠^{٢}}$

إثراء :

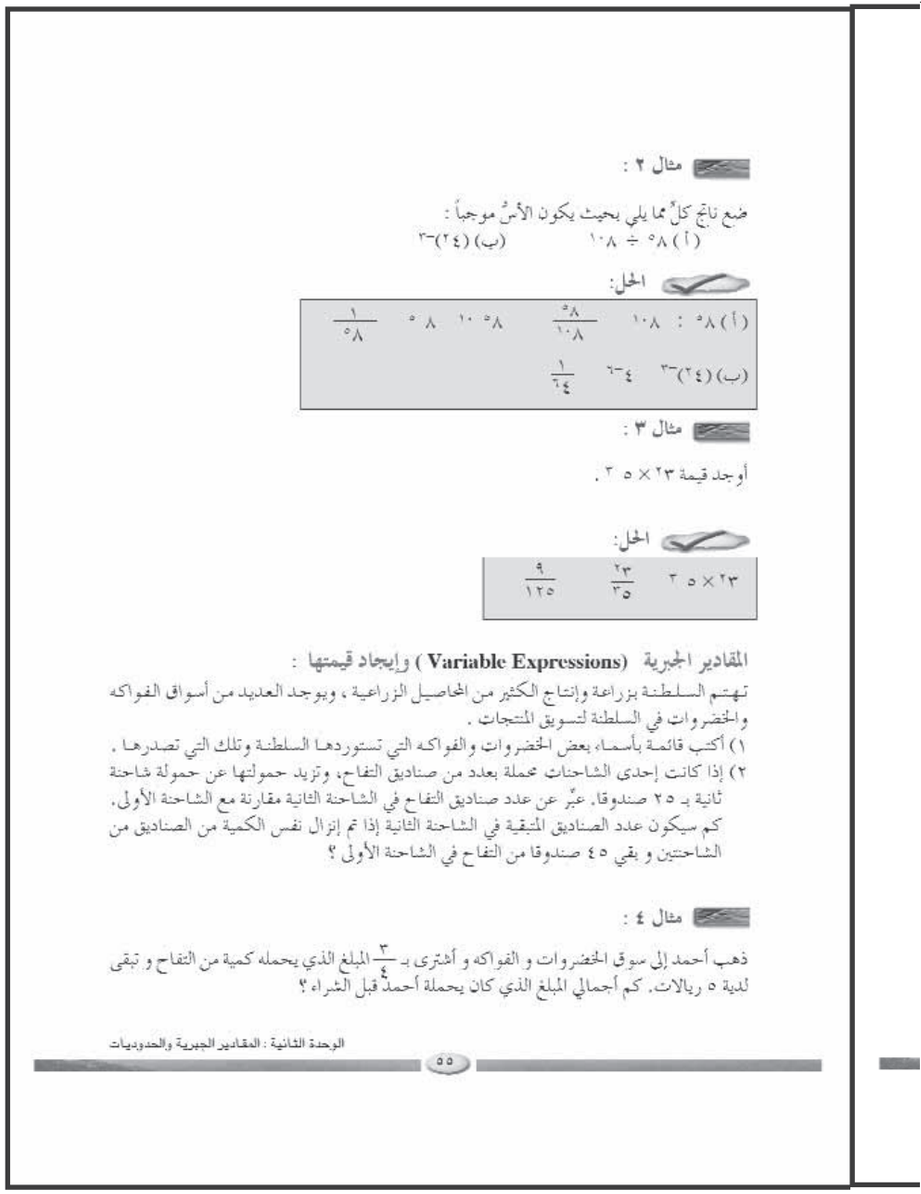
أكتب كلاً مما يلي بصورة أسية للأساس ١٠ .
أ) ٠,٠١ ب) ٠,٠٠١ جـ) ٠,٠٠٠٠١

الحل :

أ) $٠,٠١ = \frac{١}{١٠^{٢}} = ١٠^{-٢}$

ب) $٠,٠٠١ = \frac{١}{١٠^{٣}} = ١٠^{-٣}$

جـ) $٠,٠٠٠٠١ = \frac{١}{١٠^{٥}} = ١٠^{-٥}$



مثال ٢ :

ضع ناتج كلٌّ مما يلي بحيث يكون الأسُّ موجباً :

(أ) $٨^{٥} \div ١٠^{٨}$ (ب) $(٢٤)^{-٣}$

الحل:

(أ) $٨^{٥} : ١٠^{٨} = \frac{٨^{٥}}{١٠^{٨}} = ٨^{٥} \times ١٠^{-٨} = \frac{١}{٨^{-٥}}$

(ب) $(٢٤)^{-٣} = ٤^{-٦} = \frac{١}{٤^{٦}}$

مثال ٣ :

أوجد قيمة $٣^{٢٣} \times ٥^{٣}$.

الحل:

$٣^{٢٣} \times ٥^{٣} = \frac{٢٣}{٣٥} = \frac{٩}{١٢٥}$

المقادير الجبرية (Variable Expressions) وإيجاد قيمتها :

تهتم السلطنة بزراعة وإنتاج الكثير من المحاصيل الزراعية ، ويوجد العديد من أسواق الفواكه والخضروات في السلطنة لتسويق المنتجات .

١) أكتب قائمة بأسماء بعض الخضروات والفواكه التي تستوردها السلطنة وتلك التي تصدرها .

٢) إذا كانت إحدى الشاحنات محملة بعدد من صناديق التفاح، وتزيد حمولتها عن حمولة شاحنة ثانية بـ ٢٥ صندوقا. عبِّر عن عدد صناديق التفاح في الشاحنة الثانية مقارنة مع الشاحنة الأولى. كم سيكون عدد الصناديق المتبقية في الشاحنة الثانية إذا تم إنزال نفس الكمية من الصناديق من الشاحنتين و بقي ٤٥ صندوقا من التفاح في الشاحنة الأولى ؟

مثال ٤ :

ذهب أحمد إلى سوق الخضروات و الفواكه و أشترى بـ $\frac{٣}{٤}$ المبلغ الذي يحمله كمية من التفاح و تبقى لديه ٥ ريالات. كم أجمالي المبلغ الذي كان يحمله أحمد قبل الشراء ؟

الوحدة الثانية : المقادير الجبرية والحدوديات

٥٥

تعزيز :

أكتب كلاً مما يلي في صورة أس موجب:-

أ) $٣^{-٤}$ ب) $١ \div ٣^{-٥}$ جـ) $(-\frac{١}{٣})^{-٢}$

الحل :

أ) $\frac{١}{٤٣}$ ب) $\frac{١}{٣^{-٥}} = ٣^{٥}$ جـ) $\frac{١}{(-\frac{١}{٣})^{٢}} = (-٣)^{٢} = ٩$

إعادة تعلم :

١) $٥^{-٢} = \frac{١}{\square}$

٢) $\frac{١}{٦٤} = \square^{٤}$

٣) $٢^{-٣} \times ٤^{\square} =$

٤) $\frac{١}{٩} = \square^{٣}$

– النتيجة السابقة $س^{-ن} = \frac{١}{س^{ن}}$ ، حيث ن ∋ ص ، س ≠ صفر ، يمكن استخدامها للاسس الصحيحة وغير الصحيحة ولكن في هذا الصف يكتفي بالاسس الصحيحة.

– اسأل أسئلة من النوع . ما قيمة $\frac{س^{٣}}{س^{٣}}$، أكتب $\frac{س^{٣}}{س^{٣}}$ بصورة مقدار مرفوع إلى أس .

– لاحظ أن $\frac{س^{٣}}{س^{٣}} = ١$ وأن $\frac{س^{٣}}{س^{٣}} = س^{٣-٣} = س^{٠}$

– استخدم أساً آخر وتوصل إلى نفس النتيجة

– شجع الطلبة على برهنة ذلك بالرموز

$١ = \frac{س^{ن}}{س^{ن}} = س^{ن-ن} = س^{٠}$

– توصل مع الطلبة إلى النتيجة التالية :

$س^{٠} = ١$ لكل س ≠ صفر .

– إعط الطلبة تمارين ومسائل لترسيخ النتيجة.

– راجع مع الطلاب ما سبقت دراسته فيما يتعلق بالحدود والمقادير مثلا :

* الحدود العددية * المقادير العددية
* الحدود الجبرية * المقادير الجبرية

– إسأل الطلاب أن يقدموا أمثلة على المفاهيم السابقة؟

– إسأل الطلاب أسئلة من النوع :

– ممَّ يتكون الحد الجبري؟

– ماذا يسمى ٥ س؟

– ماذا يسمى ٤ س + ٣ ؟

– وضح للطلاب أن كل حد جبري يعد مقداراً جبرياً وليس العكس . مثلاً:

٢س ، ٤ص (حدود جبرية ومقادير جبرية)

٤س +٢ (مقدار جبري وليس حد جبري)

– قد يخطي الطالب في ترجمة المسألة اللفظية هذه إلى معادلة لإيجاد قيمة س فمثلاً :

$\frac{٣}{٤}$ س + ٥س = $\frac{٣}{٤}$ ٥ س

أو قد يخطئ في إيجاد قيمة س من المعادلة :

س – $\frac{٣}{٤}$ س = ٥

$\frac{١}{٤}$ س = ٥

س = $\frac{٥}{\frac{١}{٤}}$

حل تدريب ٢ :

أ) $\frac{١}{٧}$

ب) ٣ $\frac{١}{٢}$

جـ) = ٥ $\frac{٢٣}{٢٨}$

حل تدريب ٤ :

استخدم الطرف الثاني $\frac{١٥ س – ٩}{٣}$ + ٨

= $\frac{١٥س}{٣}$ – $\frac{٩}{٣}$ + ٨

= ٥س – ٣ + ٨

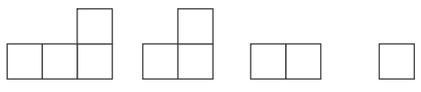
= ٥س + ٥ = ٥ (س + ١)

وهو الطرف الأول

بالإمكان حل التدريب بأخذ العامل المشترك مباشرة .

إثراء :

استخدام أعواد الثقاب لتكملة النمط التالي:



أ) انقل الجدول التالي في كراستك وأكمله :

عدد المربعات الصغيرة	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد أعواد الثقاب						

ب) صف النمط السابق بالكلمات .

جـ) إستخدم النمط الجديدلإيجاد عدد أعواد الثقاب اللازمة لعمل س مربعاً صغيراً.

د) كم عدد أعواد الثقاب اللازمة لعمل ١٥ مربعاً صغيراً .

الحل :

أ) ٤، ٧، ١٠

ب) يضاف ثلاثة للعدد السابق ويبدأ بـ ٤ .

جـ) ٣ن+١

د) ٤٦عود ثقاب

الحل:

ليكن المبلغ الذي كان يحمله أحمد هو س

∴ س $\frac{٣}{٤}$ س ٥

$\frac{١}{٤}$ س = ٥

س ٢٠

أي أن المبلغ الذي كان مع أحمد هو ٢٠ ريالاً عمانياً.

مثال ٥ :

أوجد قيمة المقدار ٣س٢ ٥س ١ ١ عندما س تساوي :

أ) –٢ ب) $\frac{٢}{٣}$ ج) ٢,٤

الحل:

أ) ٣ (٢)٢ ٥ (٢) ١ ١ ٣×(٤) ١ ١٠١ ٢٣

ب) ٣ ($\frac{٢}{٣}$)٢ – ٥ ($\frac{٢}{٣}$) + ١ = ٣ × ($\frac{٤}{٩}$) – ($\frac{١٠}{٣}$) + ١ = –١ (لماذا؟)

ج) ٣ (٢,٤)٢ ٥ (٢,٤) ١ ١ ٦,٢٨

تدريب ٣ :

أوجد قيمة كل من المقادير الجبرية التالية إذا كانت س = $\frac{٤}{٧}$ ، ص = – $\frac{٣}{٤}$

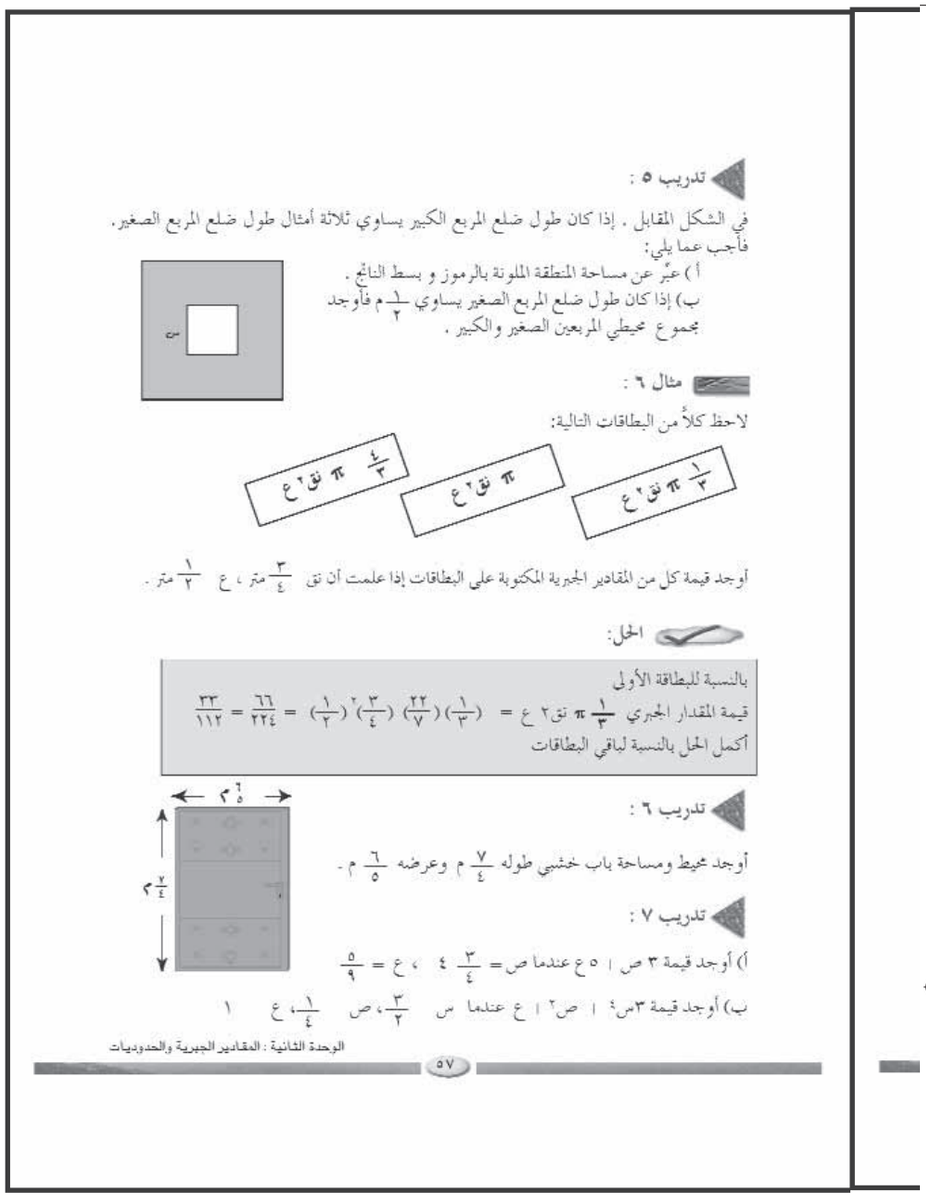
أ) $\frac{١}{٤}$ س

ب) ٧ س – $\frac{١}{٢}$

ج) $\frac{٧}{٤}$ س٢ $\frac{١}{٣}$ ص ١ ٥

تدريب ٤ :

أثبت أن المقدار : ٥ (س ١ ١) يساوي المقدار $\frac{١٥س}{٣}$ + ٨ $\frac{٩}{}$



تدريب ٥ :

في الشكل المقابل . إذا كان طول ضلع المربع الكبير يساوي ثلاثة أمثال طول ضلع المربع الصغير.
فأجب عما يلي:

أ) عبِّر عن مساحة المنطقة الملونة بالرموز و بسط الناتج .

ب) إذا كان طول ضلع المربع الصغير يساوي $\frac{1}{2}$ م فأوجد مجموع محيطي المربعين الصغير والكبير .

مثال ٦ :

لاحظ كلاً من البطاقات التالية:

$\frac{4}{3}\pi$ نق^2 ع π نق^2 ع $\frac{1}{3}\pi$ نق^2 ع

أوجد قيمة كل من المقادير الجبرية المكتوبة على البطاقات إذا علمت أن نق $\frac{3}{4}$ متر ، ع $\frac{1}{2}$ متر .

الحل:

بالنسبة للبطاقة الأولى

قيمة المقدار الجبري $\frac{1}{3}\pi$ نق^2 ع $= (\frac{1}{3})(\frac{22}{7})(\frac{3}{4})^2(\frac{1}{2}) = \frac{66}{224} = \frac{33}{112}$

أكمل الحل بالنسبة لباقي البطاقات

تدريب ٦ :

أوجد محيط ومساحة باب خشبي طوله $\frac{7}{4}$ م وعرضه $\frac{6}{5}$ م .

تدريب ٧ :

أ) أوجد قيمة ٣ ص | ٥ ع عندما ص $= \frac{3}{4}$ ، ع $= \frac{5}{9}$

ب) أوجد قيمة ٣س^4 | ص^2 | ع عندما س $\frac{3}{2}$ ، ص $\frac{1}{4}$ ، ع ١

الوحدة الثانية : المقادير الجبرية والحدوديات

٥٧

حل تدريب ٥ :

أ) $٩س^2 - س^2 = ٨س^2$

ب) $٢ + \frac{3}{2} \times ٤ = ٢ + ٦ = ٨$

بالإمكان إرشاد الطلاب في المثال (٦) للاستفادة من إجابة البطاقة الأولى .

– الضرب في (٣) لإيجاد ناتج البطاقة الثانية.

– الضرب في (٤) لإيجاد ناتج البطاقة الثالثة.

حل تدريب ٦ :

المحيط $= \frac{59}{10} = ٥,٩$ ،

المساحة $= \frac{6}{5} \times \frac{7}{4} = \frac{42}{20} = \frac{21}{10}$

حل تدريب ٧ :

أ) $٣ \times \frac{3}{4} ٤ + ٥ \times \frac{5}{9} = \frac{613}{36}$

ب) $\frac{228}{16} = \frac{57}{4}$

تعزيز :

أكتب المقادير التالية بأبسط صورة ومثلها بالمحسوسات.

أ) $-٢ (س - ٣) - س$

ب) $(-٣س + ٣) \times \frac{1}{3}$

الحل :

أ) $-٢س + ٦ - س = -٣س + ٦$

ب) $-س + ١$

إعادة تعلم :

جد قيم المقادير الجبرية التالية عند القيم المعطاة .

أ) $٣س + ٢$ ، $س = -٢$

ب) $\frac{-س}{2} + ٥$ ، $س = ١٠$

جـ) $س - ٥ ص - ٢$ ، $س = -٥$ ، $ص = ٥$

حل تمارين ومسائل (١) :

١) أ) $\frac{١}{٢٢٥}$ ، ب) $\frac{١}{٨}$ ، ج) $\frac{١}{١٠٢٤}$

٢) $٣^{-٥} = \frac{١}{٥٣} = \frac{١}{٢٤٣}$

٣) أ) $\frac{١٥٥}{٢٤}$

ب) $\frac{٥٣١٤٤٢}{٣} = ١٧٧١٤٧\frac{١}{٣}$

٤) أ) الطالب كتب أن $ص^{-٤} \times ص^{-٢} = ص^{٢}$ والإجابة هي $ص^{-٦}$

ب) قام الطالب بتغيير إشارة الأسس ليصبح $ص^{٧} \times ص^{-٣}$ والإجابة هي $ص^{-٧} = ص^{-٤}$

جـ) قام الطالب بالقسمة بدل الضرب الإجابة هي $س^{٢ن}$

٥) $\frac{٤١}{١٨}$

٦) أ) $\frac{١}{٣}$

ب) $\frac{١٤}{٩}$

جـ) $\frac{-٢٦}{٢٧}$

د) $\frac{١٠}{٣}$

٧) م = القاعدة × الارتفاع = $\frac{١}{٢١٦}$

٨) أ) π نق^{٢} − ٦ π ر^{٢}

ب) مساحة الدائرة الكبيرة (حاملة الأكواب) = $\pi (\frac{٢٩}{٢})^{٢}$

مساحة الدائرة الصغيرة (المكان المحدد لوضع الكوب) = $\pi (\frac{٧}{٢})^{٢}$

مجموع مساحات الدوائر الصغيرة = $\pi \frac{٢٩٤}{٤}$

مجموع مساحة المنطقة الملونة = $\pi \frac{٨٤١}{٤} - \pi \frac{٢٩٤}{٤} = \pi \frac{٥٤٧}{٤}$

تمارين ومسائل (١)

١) أكتب كلا مما يلي بحيث يكون الأس موجبا ثم أوجد القيمة لذلك المقدار:

أ) $١٥^{٢}$ ب) $٣^{٢}$ ج) $٤^{٥}$

٢) وضح كيف أن $٣^{-٥} = \frac{١}{٢٤٣}$.

٣) أوجد ناتج كل من :

أ) $٢^{٣} \times ٣^{٣} + ٣^{١} \times ٢^{٤}$ ب) $((-٩)^{٢} + ٣^{٤}) \div ٣^{٧}$

٤) ناقش زملاءك في الخطأ الذي ارتكبه أحد الطلاب عند حلّه لكل مما يلي :

أ) $\frac{ص^{٤}}{ص^{٢}} = ص^{٢}$

ب) $١ + ١ \frac{س^{٣}}{س^{٧}} = ١ + س^{٤}$

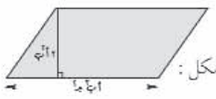
ج) $(س^{٥})^{٢} = س^{\frac{٥}{٢}}$

٥) بسط المقدار $\frac{٣^{٢} + ٢^{٥}}{٢^{٤}}$

٦) أوجد قيمة كل مما يلي عندما س= $\frac{١}{٣}$ ، ص= $\frac{-١}{٢}$

أ) $٤س^{١} ص$ ب) $٥س^{٢} ص$ ج) $س^{٣} ص^{٢}$ د) $٤(س - ص)$

٧) أوجد مساحة متوازي الأضلاع إذا كانت أ $\frac{١}{٣}$ ، ب $\frac{٣}{٤}$ ، ج $\frac{٤}{٩}$



٨) قام أحد المصممين بتصميم حاملة أكواب دائرية كما هو موضح بالشكل :

أ) عبّر عن مساحة المنطقة الملونة بالرموز وضعها في أبسط صورة.

ب) إذا كان نصف قطر الدائرة الكبيرة $\frac{٢٩}{٢}$ سم.ونصف قطر الدائرة الصغيرة $٣\frac{١}{٢}$ سم .

فأوجد مساحة المنطقة الملونة ثم أوجد مجموع مساحات الدوائر الصغيرة.

الحدوديات
(Polynomials)

١) أوجد ناتج ما يلي:

أ) (٢س^{٢} + ٤س^{٣}) + (٣س^{٢}+١)

ب) ١٥ س^{٢}ص − ٣ص س^{٢}

٢) استخدم أشرطة المتغيرات لإيجاد ناتج جمع الحدوديتين:

(س^{٢} + ٣س −٣) + (٥ س −٥)

ضرب الحدوديات

لقد تعلمت أنه لضرب حد جبري في آخر نقوم بضرب المعامل بالمعامل و المتغير بالمتغير حيث نجمع الأسس للحدود المتشابهة .

فمثلا:

حاصل ضرب ٥س^{٣} × ٢س^{٤} = ٥× ٢ ×س^{٣} × س^{٤}= ١٠× س$^{٣+٤}$ = ١٠س^{٧}

أوجد نتيجة هذا المقدار عندما س ١ وعندما س $\frac{٢}{٣}$

تدريب ١ :

أ) إذا كانت ٣ع^{٣} × ٤ ع^{٥} × ٢ ع^{٧} = أ ع$^{٣ر-٩}$ ، فأوجد قيمة المعامل أ ، وقيمة العدد ر .

ب) إضرب ٤ س^{٣} في ٢س^{٢} + ٣س − ٥

نشاط ١ : « ضرب حدودية من الدرجة الأولى بحدودية أخرى من الدرجة الثانية »

الأدوات : أشرطة المتغيرات (مربعات كبيرة لها نفس مساحة سطح المكعب ، أشرطة متغيرات لها نفس طول ضلع المربع ، مربعات صغيرة) ، مكعبات ، حيث :

يمثل س^{٣} ، يمثل − س^{٣} ، يمثل س^{٢} ، يمثل − س^{٢} ، يمثل س ، يمثل − س

وكذلك ■ تمثل (١) و □ تمثل (−١) .

الأهداف :

*** جمع وطرح كثيرات الحدود مع تطبيقات عليها.**
*** ضرب كثيرة حدود في أحادية حدود .**
*** ايجاد العامل المشترك الأكبر في كثيرات الحدود .**

– يتوقع أن يصل الطالب إلى جمع وطرح كثيرات الحدود وإيجاد العامل المشترك الأكبر لها.

– راجع مع الطلاب جمع الحدوديات وطرحها حسب ما سبق دراسته في الصف السابع الأساسي.

– ناقش الطلاب في كل من : معنى (ثابت × متغير) وضرب (حد جبري × حد جبري)

موضحاً ذلك بالأمثلة:

٤×ص = ٤ص = ص + ص + ص + ص

$$\frac{(٤\times ع)}{٨} = \frac{٤ ع}{٨} = \frac{١}{٢}\times ع$$

س ص × س^{٢} ع = س^{٣} × ص × ع = س^{٣} ص ع

حل تدريب ١ :

أ) قيمة أ = ٢٤

قيمة ر = ٨

ب) ٨س^{٥} + ١٢س^{٤} − ٢٠س^{٣}

– أكد على الطلاب أن أي مقدار جبري يحتوي على متغير واحد على الأقل بأس سالب لا يسمى حدودية.

ما تعريف الحدودية؟

– عند ضرب الحدوديات قد يقوم الطلاب بضرب أسس الحدود الجبرية وهذا خطأ . مثلاً :

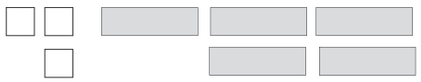
٢س^{٢}×٣س^{٣} = ٦س^{٦} والصحيح هو ٦س^{٥}

تذكير بتعريف الحدودية:

هي كل مقدار جبري.بمتغير واحد لا يحتوي على متغير في المقام أو جذر متغير.

– هذا النشاط يتم تنفيذه لضرب حدوديتين من الدرجة الأولى أو إحداهما من الدرجة الأولى والأخرى من الدرجة الثانية.

– قبل البدء بهذا النشاط أعط الطلاب مجموعة من النماذج وإطلب منهم كتابة المقدار الجبري والعكس . مثلاً :
– أكتب المقدار الجبري الذي يمثله النموذج التالي وجد قيمته عندما س = ٣



الحل :

٥س – ٣ = ٥ × ٣ – ٣ = ١٥ – ٣ = ١٢

– يفترض أن يتوصل الطلاب من خلال النشاط إلى فهم طريقة الضرب لإيجاد الناتج ومنها يستطيع القيام بعملية الضرب جبرياً .
– راجع مع الطلاب خاصية توزيع الضرب على الجمع.

٣ × (٤ + ٥) = ٣ × ٤ + ٣ × ٥

= ١٢ + ١٥

إثـراء :

اطلب من الطالب إيجاد حاصل ضرب الحدوديات (–٣ س + ٢) × (٣س – ٢) هندسياً كما يلي :

	–س	– س	–س	١	١
س	–س٢	–س٢	–س٢	س	س
س	–س٢	–س٢	–س٢	س	س
س	–س٢	–س٢	–س٢	س	س
–١	س	س	س	–١	–١
–١	س	س	س	–١	–١

الحل :

بتجميع المساحات الداخلية نحصل على :

= –٩ س٢ + ١٢ س – ٤

إعط الطلاب حدوديات أخرى لايجاد الضرب واطلب منهم التأكد من إجاباتهم جبرياً .

= ٣س × (٢س٢ ٢س | ٥) | ١ × (٢س٢ ٢س | ٥) قانون التوزيع
٦س٣ ٦س٢ | ١٥س | ٢س٢ ٢س | ٥
٦س٣ ٤س٢ | ١٣س | ٥

كما يمكن ترتيب عملية الضرب بطريقة رأسية بحيث يتم ترتيب الحدود تنازليا حسب الأس كالآتي:

٢س٢ − ٢س + ٥
× ٣س + ١
٦س٣ − ٦س٢ + ١٥س
| ٢س٢ − ٢س + ٥
٦س٣ − ٤س٢ + ١٣س + ٥

تدريب ٢ :

أوجد ناتج ضرب (س ٥) (٣س٢ | ١) جبرياً ثم تأكد من إجابتك باستخدام المحسوسات.

مثال ١ :

أوجد ناتج ضرب كل مما يلي جبريا :
أ) (س٣ + ٢س − ٥) (٦س − ٣)
ب) (٧س٥ + ٢س٣ − ٥س + ١) (س − ١)

الحل:

أ) (س٣ | ٢س ٥) (٦س ٣) ٦س × (س٣ | ٢س ٥) ٣ × (س٣ | ٢س ٥)
= ٦س٤ + ١٢س٢ − ٣٠س − ٣س٣ − ٦س + ١٥
= ٦س٤ − ٣س٣ + ١٢س٢ − ٣٦س + ١٥

ب) (٧س٥ + ٢س٣ − ٥س + ١) (س − ١) = ...

٧س٥ + ٢س٣ − ٥س + ١
× س − ١
٧س٦ | ٢س٤ | ٥س٢ | س
+ ٧س٥ | ٢س٣ | ٥س | ١
٧س٦ − ٧س٥ + ٢س٤ − ٢س٣ − ٥س٢ + ٦س − ١

ملاحظة :

عند الضرب بالطريقة الرأسية نقوم بكتابة الحدود المتشابهة أسفل بعضها حتى تتم عملية الجمع بسهولة.

– اطلب من الطلاب بعد تنفيذ النشاط تكرار الخطوات لحدوديات أخرى لتعميق الفهم لديهم عن كيفية إجراء عملية الضرب باستخدام المحسوسات.

– ذكّر الطلاب بضرورة ترتيب حدود الحدودية تنازلياً حسب الدرجة ؛ وذلك لتسهيل العمليات على الحدوديات .

– قد يرتكب الطالب خطأ عند الجمع كما يلي :
٢س + ٥س = ٧ (٢س) = ١٤ س
٣س٢ − ٢س = س ، ما الأخطاء التي إرتكبها ؟

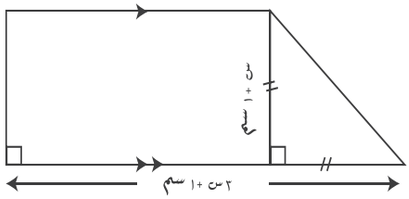
– اسأل اسئلة من النوع : ماذا يقصد بالحدود المتشابهة أهي التي لها نفس المعامل ؟ أم نفس الإشارة أم نفس الدرجة ؟

– إذا لم يقم الطلاب بكتابة الحدود المتشابهة أسفل بعضها فإنهم قد يخطئون في إيجاد ناتج الجمع . مثلاً

٣س٦ + ٣س٦
−٤س٥ + −٤س٥
−س١١ + −س٦

تعزيز :

عبرّ عن مساحة الشكل التالي بالرموز ، ثم أوجد المساحة عندما س = ٣



الحل :

المساحة = مساحة المستطيل + مساحة المثلث
$= (٣س + ١)(س + ١) + \frac{(س+١)^{٢}}{٢}$
$= (٢س)(س + ١) + \frac{(س+١)^{٢}}{٢}$
= ٢٤ + ٨ = ٣٢

إعادة تعلم :

أوجد حاصل ضرب كل مما يلي :
١) (٣س٢ + ١) (س + ١)
٢) (٥س٣ + ٤) (٥س٢ − ١)
٣) (س٤ + ١) (٢س٤ − ١)

حل تدريب ٣ :

مساحة متوازي الأضلاع = ٦س^{٥} + ١٢س^{٣} + ٦س^{٢}

يتم بضرب طول القاعدة × الارتفاع

– أضف أسئلة أخرى يستخدم فيها الطالب قوانين المساحات لإيجاد ناتج ضرب الحدوديات.

راجع مع الطلاب كيفية إيجاد العامل المشترك الأكبر لعددين أو أكثر ، وقُم بربط ذلك بكيفية إيجاد العامل المشترك الأكبر للمقادير الجبرية .

–ذكر الطلاب بأن إشارتي الجمع (+) ، والطرح (–) هي التي تفصل بين الحدود بينما إشارتي الضرب ، والقسمة لا تفصل بينها فمثلاً :

٥س×٢ص×$\frac{٩}{١٦}$ هي حد واحد بينما ٥س +١ عبارة عن حدين .

يفترض أن يستنتج الطالب من الخطوات :

(١) و(٢) أن س^{٢} + ٢س = س × (س+٢)

(٣) و(٤) أن س^{٢} – ٣س = س × (س – ٣)

ومنه يتوصل الطالب إلى كيفية التحويل من مجموع أو فرق بين حدين إلى حد وأحد .

إثراء :

١) أوجد العامل المشترك لكل مما يلي :

أ (ص +٥) + ٢ (ص + ٥)

ب (أ +٢) + ص (أ + ٢) قارن الإجابتين .

ماذا تلاحظ؟

الحل :

أ (ص + ٥) + ٢ (ص + ٥) = (ص+٥) (أ + ٢)

ب (أ + ٢) + ص (أ + ٢) = (أ + ٢) (ص + ٥) نفس ا لحل .

٢) أي من كثيرات الحدود التالية لا يوجد عامل مشترك بين حدودها ؟ ولماذا ؟

أ) ٣س^{٢} + ١٣

ب) ٢س^{٢} + ٦س + ١٢

الحل :

لا يوجد عامل مشترك أصلاً بين حدود (أ) ويوجد عامل مشترك أكبر بين حدود (ب)

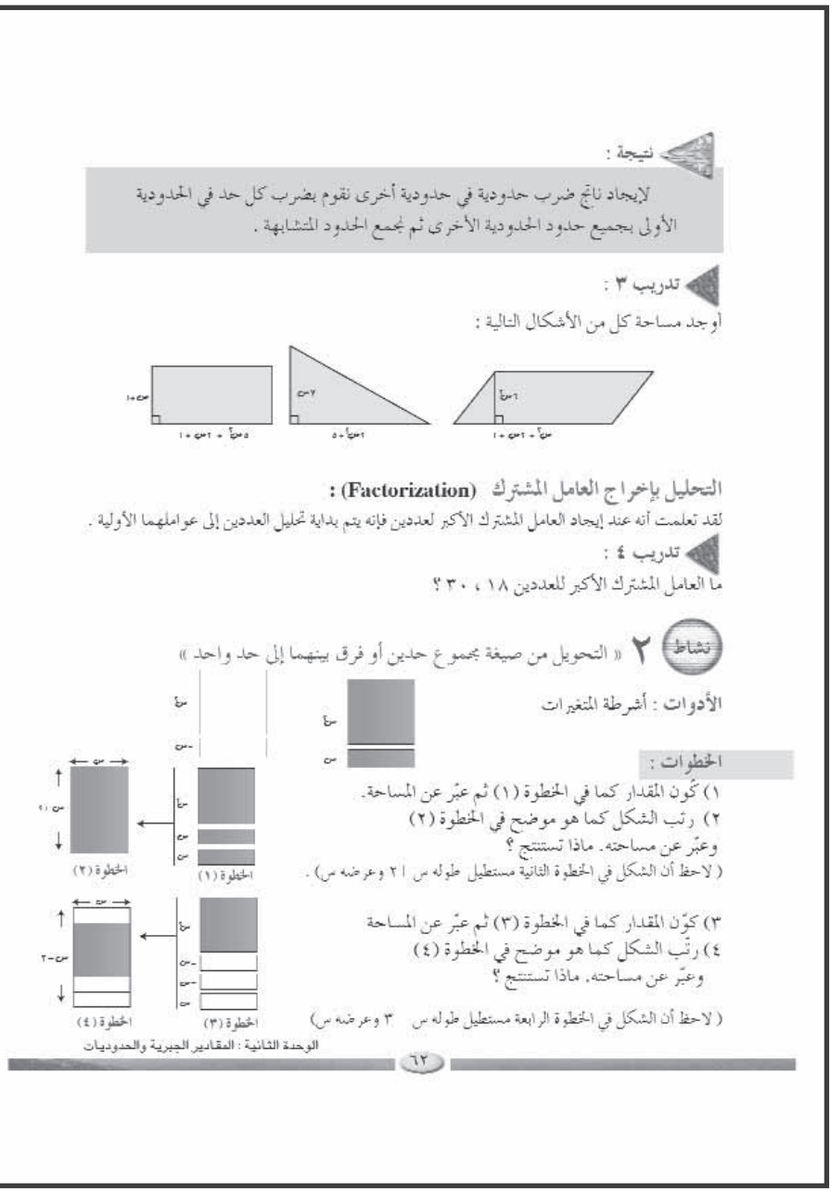
٣) أذا كانت مساحة مستطيل تساوي :

٢س^{٢} + ١٠س فما الأبعاد الممكنة لهذا المستطيل ؟

الحل :

٢(س^{٢} + ٥س) ، ٢س (س + ٥)

س (٢س +١٠) ، (٢س^{٢} + ١٠ س)



نتيجة :

لإيجاد ناتج ضرب حدودية في حدودية أخرى نقوم بضرب كل حد في الحدودية الأولى بجميع حدود الحدودية الأخرى ثم نجمع الحدود المتشابهة .

تدريب ٣ :

أوجد مساحة كل من الأشكال التالية :

التحليل بإخراج العامل المشترك (Factorization) :

لقد تعلمت أنه عند إيجاد العامل المشترك الأكبر لعددين فإنه يتم بداية تحليل العددين إلى عواملهما الأولية .

تدريب ٤ :

ما العامل المشترك الأكبر للعددين ١٨ ، ٣٠ ؟

نشاط ٢ « التحويل من صيغة مجموع حدين أو فرق بينهما إلى حد واحد »

الأدوات : أشرطة المتغيرات

الخطوات :

١) كوّن المقدار كما في الخطوة (١) ثم عبّر عن المساحة.

٢) رتب الشكل كما هو موضح في الخطوة (٢)

وعبّر عن مساحته. ماذا تستنتج ؟

(لاحظ أن الشكل في الخطوة الثانية مستطيل طوله س ا ٢ وعرضه س) .

٣) كوّن المقدار كما في الخطوة (٣) ثم عبّر عن المساحة

٤) رتّب الشكل كما هو موضح في الخطوة (٤)

وعبّر عن مساحته. ماذا تستنتج ؟

(لاحظ أن الشكل في الخطوة الرابعة مستطيل طوله س ٣ وعرضه س)

الخطوة (١) الخطوة (٢) الخطوة (٣) الخطوة (٤)

الوحدة الثانية : المقادير الجبرية والحدوديات

٦٢

نستطيع القول بأن العامل المشترك للمقدار الجبري س^{٢} + ٢س هو س حيث :

س^{٢} + ٢س = س × س + س × ٢ = س (س + ٢) لاحظ أن س تمثل أكبر عامل مشترك وكذلك الحال بالنسبة للمقدار :

س^{٢} ٣س س × س س × ٣ س (س ٣) . هل س تمثل أكبر عامل مشترك للمقدار ؟

تدريب ٥ :

حلل المقدار ٢س^{٢} + ٤س باستخدام العامل المشترك للمقدار الجبري. تحقّقْ من الحل باستخدام أشرطة المتغيرات كما في النشاط السابق.

نتيجة :

لتحليل المقدار جبريا يتم تحديد العامل المشترك الأكبر (ع.م.أ) ويتم وضعه خارج قوسين. ويكتب داخل القوس مجموع ناتج قسمة كل حد من حدود المقدار على العامل المشترك.

أي أن :

التحليل إلى العوامل عبارة عن تحويل مقدار جبري من عدة حدود إلى حد واحد .

مثال ٢ :

حلّل ما يلي بإخراج العامل المشترك الأكبر:

أ) ٢٧ص^{٢} + ٩ص^{٣} ب) ٤س^{٤} + ١٦س^{٧} − ٤٨س^{٣}

الحل:

أ) ٢٧ ص^{٢} + ٩ ص^{٣} = ٩ص^{٢} × ٣ + ٩ص^{٢} × ص = ٩ص^{٢} (٣ + ص)

ب) ٤س^{٤} ، ١٦س^{٧} ٤٨س^{٣} ٤س^{٣} × س ، ٤س^{٣} × ٤س^{٤} ، ٤س^{٣} × ١٢

٤س^{٣} (س ، ٤س^{٤} ١٢)

تدريب ٦ :

حلل المقادير الجبرية التالية بإخراج العامل المشترك الأكبر:

أ) س^{٣} ٢س^{٢} ، ٨ س

ب) ٣أ^{٢} ب^{٢} ١٥ أ^{٢} ب^{٢} ، ٩ ب^{٨} أ^{٢}

ج) ٢٤ س^{٢} ص^{٢} − ١٦ س^{٣} + ١٢ س ص^{٥} − ١٨ س ص^{٩}

د) $\sqrt{٥}$ س − $\sqrt{٢٠}$ س ص − $\sqrt{٨٠}$ س^{٢} ص

* شجع الطلاب في البداية على تحديد العامل المشترك الأكبر في الحدود قبل التحليل وهو وجود نفس الرمز أو العدد في جميع الحدود فمثلاً :

س^{٢} + ٢س = س × س + س × ٢

إسأل الطلاب عن الرمز المشترك بين الحدين؟ لاحظ وجود س في الحد الثاني فهي عامل مشترك.

* اعط أسئلة على النحو السابق حتى يصبح الطلاب متمكنين من إخراج العامل المشترك ذهنياً.

* قم بتذكير الطلاب بالعامل المشترك الأكبر والعوامل المشتركة الأخرى لعددين لتساعدهم في عملية التحليل. مثلاً :

حلل المقدار التالي باخراج العامل المشترك :

٩ س^{٥} ص^{٢} + ٢٧س^{٢}ص^{٣}

الحل:

هناك أكثر من عامل مشترك ، مثلاً :

٣ ، ٩ ، س ، س^{٢} ، ص ، ص^{٢} ، ٣س ص .... الخ

– هل هناك عوامل مشتركة أخرى ؟

– ما أكبر العوامل المشتركة للمقدار ؟

الحل :لاحظ أنه :

٩س^{٢} ص^{٢} (س^{٣} + ٣ص)

لذلك ٣س^{٢} ص^{٢} هو أكبر عامل مشترك ويطلق عليه « العامل المشترك الأكبر» .

* ما الفائدة من إيجاد العامل المشترك الأكبر ؟

الحل: للتبسيط وخاصة في العمليات المعقدة .

تعزيز :

حلل المقدار ٦ (س − ص)^{٤} − ٨ (س − ص)^{٣} .

الحل :

٢ (س − ص)^{٣} (٣ (س − ص) − ٤) .

إعادة تعلم :

حلّل المقدار ٩س − ١٥ بإخراج العامل المشترك .

* ما أكبر عامل مشترك للحدين ٩س ، ١٥ ؟

* حلل ما يلي بإخراج العامل المشترك الأكبر :

أ) س^{٣} − س

ب) $\frac{٣}{٢}$ ل^{٢} − $\frac{١٥}{٢}$ ل ع

الأهداف :

*** قسمة حدودية على حدودية أحادية .**
*** إيجاد مفكوك المربع الكامل .**
*** تحليل الفرق بين مربعين .**

– لابد أن يتمكن الطالب من إيجاد مفكوك المربع الكامل وأيضاً كيفية تحليل الفرق بين مربعين.
– يكتفي أن يقوم الطالب بقسمة حدودية على حدودية أحادية في هذه المرحلة.
– استخدام معلومات الطلاب في كيفية قسمة المقادير العددية للتوصل لكيفية القيام بقسمة حدودية على حدودية أخرى .

– قد يقوم الطالب بالقسمة مباشرة دون الانتباه لعمليات الجمع والطرح . مثلاً

$\frac{س^{٣}+٧س}{٣س^{٣}} = \frac{١+٧س}{٣}$ وهذا خطأ .

حل تدريب ٧ :

أ) $\frac{١}{٢}س^{٣} - \frac{٧}{٢}س^{٢}$

ب) $-٧س + \frac{٣}{س}$

جـ) $\frac{١٠}{٨}س^{٦} - \frac{٢}{٨} + \frac{١}{٨س^{٨}}$

قسمة حدودية على حدودية أحادية (Dividing Polynomials by Monomials):

تأمل قسمة المقادير التالية على عدد لا يساوي صفراً :

١) $\frac{٣ \mid ٥}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢} \mid \frac{٥}{٢}$

لاحظ عملية تجزئة البسط ، ماذا تستنتج ؟

٢) $\frac{٥ \quad ٧}{٣}$ ، $\frac{٥}{٣} - \frac{٧}{٣}$

بالاستفادة مما سبق نستطع القيام بقسمة حدودية على حدودية بنفس الطريقة.

مثال ٣ :

أوجد الناتج في كل مما يلي واكتبه في أبسط صورة:
أ) $(٨س^{٢} \mid ٤) \div ٢س$ ، $س \neq$ صفر
ب) $(س^{٣}+٧س) \div ٣س^{٣}$ ، $س \neq$ صفر

الحل:

أ) $\frac{٨س^{٢}+٤}{٢س} = \frac{٢(٤س^{٢}+٢)}{٢س} = \frac{٤س^{٢} \mid ٢}{س} = ٤س + \frac{٢}{س}$

ب) $\frac{س^{٣} \mid ٧س}{٣س^{٣}} = \frac{س(س^{٢}+٧)}{٣س^{٣}} = \frac{س^{٢} \mid ٧}{٣س^{٢}} = \frac{١}{٣} + \frac{٧}{٣س^{٢}}$

تدريب ٧ :

أوجد الناتج في كل مما يلي :
أ) $(س^{٥} \quad ٧س^{٤}) \div (٢س^{٢})$
ب) $(٧س^{٢} - ٣) \div (-س)$
ج) $(١٠س^{١٥} \quad ٢س^{٩} \mid س) \div (٨س^{٩})$

إثراء :

ناقش زملاؤك في الخطأ الذي ارتكبه أحد الطلاب فيما يلي :

$\frac{١+ص^{٥}}{ص^{٣}} = ص^{٢}$

الحل :

الطالب لم يقسم الواحد على $ص^{٣}$

حيث $\frac{١+ص^{٥}}{ص^{٣}} = \frac{١}{ص^{٣}} + ص^{٢}$

تعزيز :

جد ناتج :

$(\frac{١}{س^{٢}} - ٤س^{\frac{١}{٣}} + ٣(٢س^{٢})) \div ٢س$

الحل :

$= ٨س^{٦} + \frac{١}{٣}س^{٤} - \frac{١}{٢س} \div ٢س$

$= ٤س^{٥} + \frac{١}{٦}س^{٣} - \frac{١}{٣س^{٢}}$

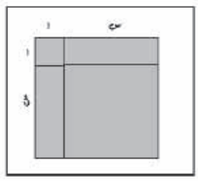
تدريب ٨ :

أكتب حدوديتين بحيث يكون ناتج قسمة إحداهما على الأخرى يساوي (٣س٢ ا ٢) .

المربع الكامل (Perfect Square):

تدريب ٩

ما مربع كل مما يلي: (س ا ١) ، (س ا ١)

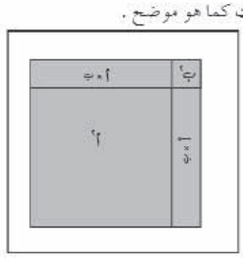


نشاط ٣ « إيجاد مفكوك المربع الكامل »

الأدوات: أشرطة المتغيرات

الخطوات :

١) كوّن مربعا طول ضلعه س ا ١ باستخدام أشرطة المتغيرات كما هو موضح .
٢) أكتب مجموع الأجزاء التي يتكون منها الشكل .
٣) كرر الخطوات السابقة ولكن بتشكيل مربع طول ضلعه س + ٢ واكتب مجموع الأجزاء . ماذا تستنتج ؟
٤) كوّن مربعا طول ضلعه (أ ا ب) باستخدام أشرطة المتغيرات كما هو موضح .
٥) أكتب مجموع الأجزاء التي يتكون منها الشكل الموضح جانباً.
٦) ماذا تستنتج بالنسبة لحاصل ضرب الطول في العرض (أ + ب) × (أ + ب) ؟



تدريب ١٠ :

استخدم النتيجة التي توصلت إليها في إيجاد مفكوك كل من (س + ٢)٢ ، (٢ أ + ٣ب)٢ .

حل تدريب ٨ :

توجد عدة حلول لهذا التدريب ، مثلاً :

$\frac{٩ س^{٥} + ٦ س^{٣}}{٣ س^{٣}}$ ، $\frac{٦ س^{٣} + ٤ س}{٢ س}$

– ابدأ بشرح ما يعنيه مربع كامل وذلك من خلال أمثلة مثلاً :

١٦ ، ص^{٢} ، $\frac{١}{٩}$ ، (س – ٢)^{٢} ، ع^{٤} .

– أكد على الطلاب أن كل مربع كامل هو مقدار غير سالب . أي أنه أكبر من أو يساوي صفر.

– في نشاط إيجاد مفكوك المربع الكامل يفترض أن يستنتج الطالب من الخطوات (١) ، (٢)، (٣) أن :

(س + ١) (س + ١) = س^{٢} + ٢س + ١

ومن الخطوات (٤) ، (٥) ، (٦) أن :–

(أ +ب) × (أ +ب) = أ^{٢} + ٢ (أ ×ب) + ب^{٢}

وهذه تؤدي إلى النتيجة المطلوب التوصل إليها .

حل تدريب ١٠ :

(س + ٢)^{٢} = س^{٢} + ٤س + ٤

(٢أ + ٣ب)^{٢} = ٤أ^{٢} + ١٢ أ ب + ٩ب^{٢}

إعادة تعلم :

لقسمة المقدار (ص^{٣} + ٢ص) ÷ ص يتم قسمة كل حد من المقدار على ص

$\therefore \frac{ص^{٣}}{ص} + \frac{٢ص}{ص}$ = ص^{٢} + ٢

أوجد الناتج في كل مما يلي :

١) (٣٠ص^{٢} + ١٥ص^{٣}) ÷ ٣ص^{٢}

٢) (٢ص$^{-٢}$ + ص$^{-٥}$) ÷ ص$^{-٣}$

إثراء :

أوجد القيمة التي تجعل كلاً مما يلي مربعاً كاملاً :

أ) س^{٢} + ٢س + ■

ب) س^{٢} – ١٢س + ■

جـ) س^{٢} – ٣س + ■

الحل :

الحد الأخير يمكن إيجاده باستخدام

س^{٢} + ب س + ($\frac{ب}{٢}$)^{٢} = (س + $\frac{ب}{٢}$)^{٢}

أ) ١

ب) ٣٦

جـ) $\frac{٩}{٤}$

ماذا يسمى المقدار التالي؟

$أ^{٢} + ٢أ ب + ب^{٢}$

واذكر سبب هذه التسمية ؟

الحل:

مربع كامل وهو دائماً أكبر من أو يساوي صفراً .

– ركز على الشروط التي يجب توافرها في أي مقدار ثلاثي لكي يكون مربعاً كاملاً في حقل الاعداد النسبية ن . وهي :

١) الحد الاوسط (بعد تركيب الحدود تصاعدياً) :

٢ × جذر الحد الأول × جذر الحد الأخير

٢) الحد الأخير = مربع نصف معامل س بشرط أن يكون معامل $س^{٢} = ١$

حل تدريب ١١ :

$(أ + ب)^{٢}$ = مربع الحد الأول (أ) + ضعف حاصل ضرب الحد الأول (أ) في الحد الثاني (ب) + مربع الحد الثاني (ب) .

تعزيز :

تحقق من أن الحدودية

$٤أ^{٢} - ٢٤ أ ب + ٣٦ ب^{٢}$ تمثل مربعاً كاملاً

الحل :

إطلب من الطلاب استخدم الشروط السابقة للتحقق

الحد الأوسط = ٢(٢أ) (٦ب) = ٢٤أب

الحد الاخير = $(\frac{٦ب}{٢})^{٢} = ٩ب^{٢}$

$(٢أ)^{٢} - ٢(٢)(٦) أ ب + (٦ب)^{٢}$ مربع كامل

إعادة تعلم :

– إذا علمت أن $(س + ص)^{٢} = س^{٢} + ٢س ص + ص^{٢}$

= مربع س + ضعف س × ص + مربع ص

أوجد مفكوك كل من :

١) $(ص + ٧)^{٢}$

٢) $(س - \frac{١}{٩})^{٢}$

٣) $(\frac{١}{٣} س - \frac{١}{٥})^{٢}$

لاحظ أن :

ناتج مفكوك $(أ + ب)^{٢}$ $(أ + ب) (أ + ب)$

$= أ^{٢} + أب + أب + ب^{٢}$

$= أ^{٢} + ٢ أب + ب^{٢}$

استخدم أشرطة المتغيرات لايجاد مفكوك $(أ - ب)^{٢}$

لاحظ أن:

ناتج مفكوك $(أ \quad ب)^{٢}$ $(أ \quad ب) (أ \quad ب)$

$أ^{٢} \quad أب \quad أب \quad ا \quad ب^{٢}$

$أ^{٢} \quad ٢ أب \quad ا \quad ب^{٢}$

نتيجة :

$(أ + ب)^{٢} = أ^{٢} + ٢أب + ب^{٢}$

$(أ \quad ب)^{٢} \quad أ^{٢} \quad ٢أب \quad ا \quad ب^{٢}$

مثال ٤ :

أوجد مفكوك كل من :

أ) $(س \quad ا \quad ٦)^{٢}$

ب) $(٢س \quad ٣ص)^{٢}$

الحل:

أ) $(س + ٦)^{٢} = س^{٢} + ١٢س + ٣٦$

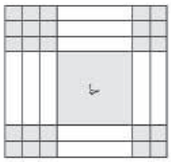
ب) $(٢س - ٣ص)^{٢} = ٤س^{٢} - ١٢س ص + ٩ص^{٢}$

تدريب ١١ :

عبّر عن النتيجة السابقة بالكلمات .

نشاط ٤ « التأكد من أن حدودية تمثل مربعا كاملا »

الأدوات: أشرطة المتغيرات



الخطوات :

١– كوّن باستخدام أشرطة المتغيرات الحدودية $س^{٢} - ١٠ س + ٢٥$ لتكون على شكل مربع .

٢ أكتب مكوّنات هذا المربع. ماذا تلاحظ ؟

٣– قم بنفس الإجراءات السابقة بالنسبة للحدودية التالية : $س^{٢} + ١٢س + ٣٦$

٤ ماذا تلاحظ ؟

تدريب ١٢ :

استخدم أشرطة المتغيرات للتحقق من أن الحدودية الثلاثية ٩ص^{٢} + ٢٤ص + ١٦ تشكل مربعا كاملا ثم حللها.

مثال ٥ :

تحقق من أن الحدودية ٢٥س^{٢} ـ ٤٠س ص + ١٦ص^{٢} تمثل مربعا كاملا ثم قم بتحليلها.

الحل:

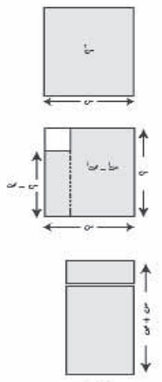
٢٥س^{٢} مربع كامل . لماذا ؟
١٦ص^{٢} مربع كامل . لماذا ؟
الحد الأوسط يساوي ضعف ناتج ضرب ٥س في ٤ص .
من هنا نستطيع الحكم على الحدودية بأنها مربع كامل ومنها:
٢٥س^{٢} − ٤٠س ص + ١٦ص^{٢} = (٥س)^{٢} − ٢ (٥س) (٤ص) + (٤ص)^{٢}
= (٥س − ٤ص)^{٢}

تدريب ١٣ :

تحقق من أن الحدودية ٢٥ع^{٢} + ٩٠ع + ٨١ تمثل مربعا كاملا ثم قم بتحليلها.

الفرق بين مربعين (Difference of Sqares):

نشاط ٥ « تحليل الفرق بين مربعين »



الأدوات: أشرطة المتغيرات ، مقص ، لصق.

الخطوات:

١) مثل س^{٢} باستخدام أشرطة المتغيرات.
٢) قم بقص قطعة مربعة □ من الشكل والتي تمثل ص^{٢}.
ما المساحة المتبقية؟
٣) رتب الشكل المتبقي بحيث تحصل على مستطيل.
ما مساحة المستطيل ؟
وهل تساوي المساحة السابقة ؟
استخدم النتيجة التي توصلت إليها في حل التدريب التالي.

حل تدريب ١٢ :

– استخدم الشروط السابقة
الحد الأوسط = ٢(٥ ع) (٩) = ٩٠ ع أو
الحد الأخير = ($\frac{٩٠}{٥٠}$ ع)^{٢} = $\frac{٨١}{٢٥}$ وهو الحد الأخير .

– لتحليل الحدودية:
٢٥ ع^{٢} مربع كامل لأن ٥ ع × ٥ ع = ٢٥ ع^{٢}
٨١ مربع كامل لأن ٩×٩ = ٨١
= (٥ ع)^{٢} + ٢(٥ ع) (٩) + (٩)^{٢}
= (٥ ع + ٩)^{٢}

– التحليل للمقدار الجبري هو في حقل الأعداد النسبية (ن) فقط في هذه المرحلة وليس داخل حقل الأعداد الحقيقية ، مثلاً :

– المقدار س^{٢} − ٥ هو ليس فرقاً بين مربعين في حقل الأعداد النسبية ، لذا فهو لا يتحلل إلى عاملين في ن ، ولكن يمكن اعتباره فرقا بين مربعين في حقل الاعداد الحقيقية ؛ لذا فهو يتحلل إلى حاصل ضرب عاملين :
س^{٢} − ٥ = (س + $\sqrt{٥}$) (س − $\sqrt{٥}$)

إثراء :

عيِّن قيمة أ التي تجعل الحدودية
٩ س^{٢} − ١٢ س ص + أ مربعاً كاملاً

الحل :

∴ (٣س)^{٢} − ٢(٣×٢) س ص + ٤ص^{٢}
∴ أ = ١٦ لتكون الحدودية مربعاً كاملاً

تعزيز :

حلل كلاً مما يأتي :−
أ) ٤٩ س^{٢} − ١٦ص^{٢}
ب) ٤ − ٣٦ ع^{٢}
جـ) (ع − ل)^{٢} − ١

الحل :

أ) (٧س − ٤ص) (٧س + ٤ص)
ب) (٢ − ٦ع) (٢ + ٦ ع)
جـ) ((ع − ل) − ١) ((ع − ل) + ١)

تدريب ١٤ :

حلل ٩س^{٢} – ٤ص^{٢}

نتيجة :

س^{٢} – ص^{٢} = (س– ص) (س + ص)

تسمى هذه الصيغة بتحليل الفرق بين مربعين

مثال ٦ :

حلل

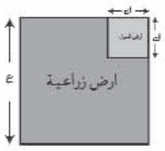
٣٦ س^{٤} – ٩ص^{٢}

الحل:

٣٦ س^{٤} – ٩ص^{٢} = (٦س^{٢})^{٢} – (٣ص)^{٢} = (٦س^{٢} – ٣ص) (٦س^{٢} + ٣ص)

لاحظ أن ٣٦ س^{٤} ٦س^{٢} × ٦س^{٢}

تدريب ١٥ :



أرض زراعية مربعة الشكل طول ضلعها« ع مترًا » .

تم القيام ببناء منزل على قطعة مربعة من الأرض طول ضلعها « ل مترًا» كما في الشكل .

أ) عبر عن مساحة المنطقة الزراعية المتبقية بعد بناء المنزل بطريقتين.

ب) إذا كان طول المنطقة الزراعية قبل بناء المنزل ٥٠م و طول أرض المنزل ٢٠م فأوجد مساحة المنطقة الزراعية بعد بناء المنزل.

تدريب ١٦ :

حلل كلا مما يلي :

(أ) س^{٢} – ٣٦ (ب) ٤ص^{٢} ٩ (ج) ٢٥ أ^{٢} ٩ ب^{٢}

(د) ص^{٢} – $\frac{١}{٩}$ (هـ) (س– ص)^{٤} – (س– ص)^{٢}

حل تدريب ١٤ :

(٣س –٢ص) (٣س + ٢ص)

للتأكد من أن الحدودية :–

١٦ س^{٢} – ٥٥س + ٤٩

ليست مربعاً كاملاً ، أخبر الطلاب ملاحظة مايلي:

٥٥س ≠ ٢ × ٤س × ٧ (الحد الأوسط)

إذن هذه الحدودية ليست مربعاً كاملاً

حل تدريب ١٥ :

أ) ع^{٢} – ل^{٢}

ب) ٢١٠٠م^{٢}

حل تدريب ١٦ :

أ) (س–٦) (س+٦)

ب) (٢ص–٣) (٢ص+٣)

جـ) (٥أ – ٣ب) (٥أ + ٣ب)

د) (ص – $\frac{١}{٣}$) (ص+ $\frac{١}{٣}$)

هـ) [(س–ص)^{٢}– (س–ص)] [(س–ص)^{٢} + (س – ص)]

حل آخر :

(س–ص)^{٢} [(س–ص)^{٢} – ١]

(س–ص)^{٢} [((س – ص)–١))((س – ص)+١])

= (س–ص)^{٢}(س – ص–١) (س – ص+١)

إعادة تعلم :

حلل:

أ) ٤س^{٢} –٩ص^{٢}

ب) ٩أ^{٢} – ٢٥ب^{٢}

تمارين ومسائل (٢)

(١) أوجد حاصل ضرب المقدار ص ٤ + ص٣ + ٣ ص٢ −٣ في المقدار ص٤ + ص٢ جبريا .

(٢) حلل كلاً من المقادير التالية :

أ) س٤ ص + ص٢ س٣ + س٢ ص٣

ب) ٥س٧ ص٣ ٣٠ص٥ س٢ | ١٥س٩ ص٢ ع٣

ج) $\frac{١}{٩}$ ل٩ ع٣ + $\frac{١}{٣}$ ع٧ ل٣ − $\frac{٤}{٢٧}$ ل٨ ع٦

(٣) أوجد ناتج كل مما يلي:

أ) (ص٤ ص٢) × (ص | ٤)

ب) (ع +١) × (ع٣ + ٣ ع٢ + ٥)

ج) (س٧ + ٣ س٤ + س) × (٥س٢ +١)

(٤) أوجد ناتج قسمة كل مما يلي وأكتبه في أبسط صورة :

أ) (س٧ + ٣) ÷ (س٧)

ب) (٤س٤ | ٢س٢) ÷ (٤س٣)

ج) ($\frac{١}{٣}$ س٥ | $\frac{٢}{٣}$ س٢ | س) ÷ (س)

(٥) أوجد مفكوك كل من :

أ) (س + ٣)٢ ، ب) ($\frac{١}{٢}$ ص٣ + $\frac{١}{٥}$ ع٢)٢

(٦) حلل كل حدوديه تمثل مربعًا كاملاً مما يلي :

أ) ٤س٢ − ١٢ س ص +٣٦ ص٢

ب) ٢س٢ ٢س | ٥

ج) ٩ص٢ + ٢٤ص + ١٦

(٧) عيّن قيمة أ التي تجعل الحدودية الثلاثية مربعا كاملا:

أ) ٨١س٢ + أ س ص + ٤٩ص٢

ب) ٤أ ع٢ | ٢٨ ع | ٤٩

حل تمارين ومسائل ٢ :

١) ص٨ + ص٧ + ٤ص٦ + ص٥ − ٣ص٢

٢)

أ) س٢ص (س٢ + ص س + ص٢)

ب) −٥ س٢ص٢ [س٥ص +٦ص٣−٣س٧ع٣]

جـ) $\frac{١}{٣}$ ل٣ ع٣ [$\frac{١}{٣}$ ل٦ + ع٤ − $\frac{٤}{٩}$ ل٥ ع٣]

٣) أ) ص٥ − ص٣ +٤ص٤ −٤ص٢

ب) ع٤ + ٤ ع٣ + ٣ ع٢+ ٥ ع + ٥

جـ) ٥س٩+ س٧+ ١٥س٦+ ٣س٤+ ٥س٣+ س

٤) أ) ١ + $\frac{٣}{س٧}$

ب) س + $\frac{١}{٢س}$

جـ) $\frac{١}{٣}$ س٤ + $\frac{٢}{٣}$ س +١

٥) س٢ + ٦س +٩

$\frac{١}{٤}$ ص٦+ $\frac{ص٣ ع٢}{٥}$ + $\frac{١}{٢٥}$ ع٤

٦) أ) ليست مربعاً كاملاً

ب) ليست مربعاً كاملاً

جـ) (٣ص)٢+ ٢(٣) (٤) ص+٢٤ = (٣ص+٤)٢

٧) ١) أ = ١٢٦

٢) أ = ١

إثـراء :

أوجد مجموعة حل ٥س٢ = ٦س + ٨

الحل :

س٢ = $\frac{٦}{٥}$ س + $\frac{٨}{٥}$

س٢ − $\frac{٦}{٥}$ س = $\frac{٨}{٥}$

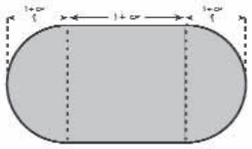
س٢ + ٢ (−$\frac{٣}{٥}$) س + (−$\frac{٣}{٥}$)٢ = $\frac{٨}{٥}$ + (−$\frac{٣}{٥}$)٢ (لإيجاد المربع الكامل)

(س − $\frac{٣}{٥}$)٢ = $\frac{٤٩}{٢٥}$ ⟵ (س − $\frac{٣}{٥}$) = ± $\sqrt{\frac{٤٩}{٢٥}}$

س = $\frac{٣}{٥}$ ± ($\frac{٧}{٥}$)

الحلول هي ٢ و−$\frac{٤}{٥}$

(٨) بركة سباحة على شكل مربع طول ضلعه س + ١ مترا تم توسعتها بحيث تصبح كما في الشكل المقابل . أوجد ما يلي:



أ) محيط بركة السباحة ومساحتها قبل التوسعة .

ب) محيط بركة السباحة ومساحتها بعد التوسعة .

ج) إذا كانت س تساوي $\frac{٣}{٤}$ ٨ متر ،
فأوجد مساحة بركة السباحة بعد التوسعة .

٨)

أ) محيط بركة السباحة قبل التوسعة

= ٤س + ٤ = ٤(س+١)

مساحة بركة السباحة قبل التوسعة

(س+١) (س+١) = س^{٢} +٢س+١

ب) محيط بركة السباحة بعد التوسعة

= (س+١) + (س+١) + ٢ π نق

= ٢س +٢ + ٢ $\frac{\text{س} + ١}{٢}$ π

= ٢س + ٢ + πس + π

= س (٢+ π) + (٢ + π)

ومساحة بركة السباحة بعد التوسعة

= س^{٢} + ٢س + ١ + πنق^{٢}

= س^{٢} + ٢س + ١+π$\left(\frac{\text{س}+١}{٢}\right)^{٢}$

= (س^{٢} + ٢س + ١)(١+ $\frac{\pi}{٤}$)

جـ) مساحة بركة السباحة بعد التوسعة

إذا كانت س = $\frac{٣}{٤}$ ٨

=$\left[\left(\frac{٣}{٤}٨\right)^{٢} + ٢\left(\frac{٣}{٤}٨\right) + ١\right]$(١+ $\frac{\pi}{٤}$)

حساب الدخل (Calculating Income)

يعرَّف الدخل الشخصي بأنه جميع العائدات التي يحصل عليها الشخص مثل الرواتب ، والعقارات والأسهم ، والاستثمارات والعمل الإضافي..... ألخ

يعمل ناصر في شركة لبيع السيارات حيث يبلغ دخله الشهري ٥٠٠ ريال عماني. الجدول التالي يوضح تقسيم هذا الدخل وفق مصروفات شهر يناير:

قسط الجمعية	قسط السيارة	إيجار البيت	الراتب المتبقي
١٩٠ ريالاً عمانيًا	٧٥ ريالاً عمانيًا	٩٠ ريالاً عمانيًا	١٤٥ ريالاً عمانيًا

– من خلال مناقشتك مع زملائك في المجموعة، كيف يمكنك تقسيم الدخل السابق ٥٠٠ ريال عماني كمصروفات شهرية؟
– هل يتقاضى جميع الأشخاص (أفراد المجتمع) أجورهم شهريا ؟ أعط أمثلة.

١) أجمالي الراتب وصافي الراتب (Gross pay and net pay) :

يتسلم الموظفون في القطاع الخاص أو القطاع الحكومي راتبا من جهة العمل ويكون هذا الراتب سنوياً أو شهريا ، وقد يكون كل أسبوع أو كل أسبوعين أحيانا .

مثال ١ :

يتقاضى أحد المعلمين راتبا سنويا مقداره (س) ريالا عمانيا. أكتب مقدرا جبريا يعبر عن راتبه الشهري والأسبوعي ثم أوجد قيمة ذلك إذا كان راتبه السنوي ٧٠٠٠ ريال عماني .

الحل:

لحساب راتبه الشهري نقوم بقسمة الأجر الذي يتقاضاه المعلم على ١٢ (لماذا؟)

ويكون س ÷ ١٢ = $\frac{س}{١٢}$ = $\frac{٧٠٠٠}{١٢}$ = ٥٨٣,٣ ريال عماني .

– لحساب راتبه الأسبوعي يتم قسمة الأجر الذي يتقاضاه المعلم على ٥٢ (لماذا ؟)

ويكون س ÷ ٥٢ = $\frac{٧٠٠٠}{٥٢}$ = ١٣٤,٦ ريال عماني .

تدريب ١ :

أ) أحسب الأجر السنوي والأسبوعي الذي يتقاضاه ناصر من شركة بيع السيارات.
ب) تتقاضى هدى راتبا سنويا قدره (٨٥٠٠) ريال عماني سنوياً من إحدى المؤسسات الحكومية.
احسب الراتب الشهري والأسبوعي الذي تتقاضاه هدى من هذه المؤسسة.

إثراء :

يدخر أحمد مبلغاً مالياً قدره ٢٠٠ ريال عماني شهرياً .
١) ما المبلغ الذي يدخره أحمد سنوياً .
٢) ما المبلغ الذي يدخره أحمد خلال ٥ سنوات.
٣) إشترى أحمد منزلاً قيمته ٢٥,٥٠٠ ريال عماني.
كم عدد السنوات التي سيحتاجها أحمد لتجميع هذا المبلغ ؟

الحل :

١) ٢٤٠٠ ريالاً عمانياً .
٢) ١٢٠٠٠ ريالاً عمانياً .
٣) ١٠ سنوات و٨ شهور.

الأهداف :

*** حساب الدخل لكل من :**
– الأجر الإجمالي الأسبوعي أو الشهري.
– الأجر الإضافي .
– العمولة (ت).
– العمل بالقطعة.
*** تحديد الفرق بين إجمالي الراتب وصافي الراتب .**

– يفضل إحضار نشرة أو كشف برواتب مجموعة أشخاص وتوزيعها على مجموعات الطلاب أو عرضها على شفافية لتوضيح البنود السابقة.
– يمكن الإستفادة بكتاب العلوم الاقتصادية والإدارية للصف الثاني عشر من التعليم العام للقسم الأدبي.
– الأفضل تدريس هذه الأهداف من خلال موضوع واحد يتمثل في عمل ناصر في شركة بيع السيارات بحيث يتم حساب الأجر الإجمالي الذي يتسلمه ناصر بعد إيجاد الأجر الإضافي والعمولة التي يحصل عليها.
– إطلب من الطلاب إحضار قائمة تمثل المخصصات المالية لأحد العاملين (القطاع الخاص ، القطاع الحكومي) بحيث يتم مناقشة ذلك في مجموعات.

حل تدريب ١ :

أ) الأجر السنوي = ٦٠٠٠ ريال عماني ،
الأجر الأسبوعي = ١١٥,٤ ريال عماني
ب) الراتب الشهري = ٧٠٨,٣ ريال عماني
جـ) الراتب الأسبوعي = ١٦٣,٥ ريال عماني

يشير **إجمالي الراتب** إلى الأجر الذي يتقاضاه الموظف مضافا إليه العلاوات قبل أن يتم اقتطاع أي جزء منه حيث يختلف اقتطاع الراتب من موظف إلى آخر.

الجزء المتبقي من الراتب بعد الاقتطاع يسمى **صافي الراتب** ناقش مجموعتك :

– ما الأشياء التي تؤدي إلى الاقتطاع من الراتب ؟ هل هناك أسباب اختيارية كالتبرعات. اذكر أمثلة.

تدريب ٢ :

الجدول التالي يمثل المخصصات المالية لـ لفاطمة :

المخصصات المالية	قبل الترقية	بعد الترقية
الراتب الأساسي	٣١٤ ريالاً عمانيًا	٣٢٧ ريالاً عمانيًا
بدل السكن	١٨٠ " "	٢٥٠ " "
بدل الماء	٥ " "	٦ " "
بدل الكهرباء	١٢ " "	٢٤ " "
بدل النقل	٣٠ " "	٤٦,٥٠ " "
بدلات أخرى	.....	.....

أ) ما إجمالي الراتب الذي تتسلمه فاطمة في نهاية كل شهر قبل الترقية وبعد الترقية.

ب) ما إجمالي الفرق بين مجموع البدلات (العلاوات) التي تحصل عليها فاطمة قبل الترقية وبعد الترقية.

ج) هل إجمالي الراتب الذي يفترض أن تتسلمه فاطمة هو نفسه الراتب الذي تتسلمه نهاية الشهر؟ وضح إجابتك.

د) إذا تم اقتطاع المبالغ التالية من الراتب:

* شراء حاسب آلي	٢٠ ريالا عمانيا
* قسط سيارة	١٠٠ ريال عماني
* إيجار شهري	١٦٠ ريالا عمانيا

– أوجد صافي الراتب الذي تتسلمه فاطمة بعد الترقية.

– من وجهة نظرك. أيهما أفضل أن تأخذ هذه الموظفة سكنا من جهة العمل أم أنها تتسلم بدل لسكن ؟ ولماذا؟!

لاحظ كيف تم التوصل إلى صافي الراتب عند معرفة إجمالي الراتب وإجمالي الخصومات.

صافي الراتب = إجمالي الراتب – مجموع الخصومات

بعض الأسباب التي تؤدي إلى الاقتطاع من الراتب هي (قسط سيارة ، قسط جمعية ، قسط بنك ، إيجار شهري .....)

أما الأسباب الإختيارية فهي :

جمعيات خيرية ، برنامج إفطار صائم ، صدقات .

حل تدريب ٢ :

أ) قبل الترقية ٥٤١ ريال .

بعد الترقية ٦٥٣,٥ ريال .

ب) إجمالي الفرق ٣٢٦,٥–٢٢٧

= ٩٩,٥ ريال عماني.

جـ) لا ، قد يجيب الطلاب أن البنك يأخذ فائدة وأيضاً هناك إقتطاع معين لحساب التقاعد.

د) = ٣٧٣,٥ ريال عماني .

قد تختلف الإجابات وغالباً الإجابة هي :

تستلم بدل السكن لأنها قد تسكن مع عائلتها ولا تدفع إيجار شهري أو أي سبب آخر.

تعزيز :

تستلم هدى راتباً أساسياً قدره ٣١٥ ريالاً عمانياً ، ومجموع بدلات قدرها ١٢٧ ريالاً عمانياً طلبت هدى من البنك اقتطاع مبلغ وقدره ٢٥ريالاً عمانياً ، لأربعة شهور كتبرعات أحسب ما يلي :

١) إجمالي الراتب الذي تستلمه هدى .

٢) مجموع التبرعات التي تقدمها هدى سنوياً.

الحل :

١) إجمالي الراتب الذي تستلمه هند = ٣١٥ + ١٢٧

= ٤٤٢ريالاً عمانياً .

٢) مجموع التبرعات التي تقدمها = ٤ × ٢٥

= ١٠٠ ريالاً عمانياً .

إعادة تعلم :

كان إجمالي الراتب الذي يتسلمه سعيد هو ٧٥٧ ريالاً عمانياً فإذا تم إقتطاع مبلغ ٣٥ ريالاً عمانياً بدل فاتورة الهاتف ومبلغ ٥٩ ريالاً عمانياً بدل فاتورة النادي (التغذية والترفيه) فما هو المبلغ الذي يستلمه سعيد في نهايه الشهر ؟

مثال ٢ :

يعمل أحمد في إحدى المؤسسات الحكومية براتب شهري ٣٥٠ ريالا عمانيا و في أحد الأشهر حصل على اجر إضافي ٣٥ ريالا نظير مهمة رسمية وتم اقتطاع مبلغ ٧٥ ريالا كقسط للسيارة و ٧٠ ريالا لإيجار شهري. أوجد إجمالي الراتب وصافي الراتب الذي يتقاضاه أحمد في نهاية ذلك الشهر.

الحل:

إجمالي الراتب ٣٥٠ + ٣٥ = ٣٨٥ ريالاً عمانياً
إجمالي الخصومات = ٧٥+٧٠= ١٤٥ ريالاً عمانياً
صافي الراتب= ٣٨٥– ١٤٥= ٢٤٠ ريالاً عمانياً

مثال ٣ :

يعمل سعيد في محل بيع الهواتف النقالة ويتقاضى أجرا أساسيا قدره ١,٢٠٠ ريال عماني في الساعة مضافا إليه عمولة وقدرها ٢٪ لكل المبيعات التي يبيعها أسبوعيا. إذا عمل سعيد ٣٨ ساعة في الأسبوع وكانت مبيعاته ٢٥٥ ريالاً عمانياً. أحسب ما يتقاضاه سعيد في نهاية هذا الأسبوع.

الحل:

الأجر الأساسي= ٣٨×١,٢٠٠=٤٥,٦ ريال عماني أسبوعيا
العمولة ٢٥٥× $\frac{٢}{١٠٠}$ ٥,١ ريال عماني أسبوعيا
الأجر الذي يتقاضاه سعيد نهاية الأسبوع ٤٥,٦ + ٥,١ = ٥٠,٧ ريال عماني

تدريب ٣ :

أ) أذكر بعض الأعمال التي يحصل شاغلوها على عمولة. ما نسبة هذه العمولة؟ لماذا برأيك تعطى هذه العمولة ؟

ب) اتفق مدير المبيعات في شركة لبيع السيارات مع ناصر أن يعطيه عمولة قدرها ٥ ريالات عن كل سيارة يبيعها بشرط أن يقوم ببيع ٦ سيارات على الأقل خلال الشهر الواحد. أجب عما يلي :
من وجهة نظرك . هل تؤيد الحصول على عمولة بهذه الطريقة. ولماذا ؟
– هل سيحصل ناصر على عمولة في حالة بيعه لخمس سيارات. ولماذا ؟

– هناك العديد من المهمات الرسمية التي قد يكلف الموظف القيام بها ، سواء أكانت هذه المهام داخل السلطنة أم خارجها. أذكر للطلاب أمثلة على ذلك وأطلب منهم إعطاء أمثلة أخرى. (حضور ندوات ومؤتمرات ، زيارات ، ورش عمل ..... الخ)

– وضِّح للطلاب أن إجمالي الراتب وصافي الراتب تتغير بتغير العلاوات السنوية والخصومات /الاقتطاعات وكذلك الأجر الإضافي والعمولة.
إعط الطلاب أمثلة على ذلك .

– تحسب العمولة غالباً لموظفي القطاع الخاص والمحلات التجارية وليس للقطاع الحكومي حيث يختلف حساب تلك العمولة حسب الاتفاق بين الجهة الموظفة والموظف.

حل تدريب ٣ :

أ) بيع السيارات ، بيع الالكترونيات ، الترويج ، تعطي العمولة لتحفيز الموظفين لزيادة كمية البيع.
ب) الإجابة قد تكون لا بسبب أنها عمولة غير مضمونة للموظف.
وقد تكون نعم : لأنه تحفيز من قبل صاحب الشركة للموظفين.
– لا ، لأن عدد السيارات أقل من ٦ سيارات.

– ما المبلغ الذي سيحصل عليه ناصر كعمولة إذا باع ٧ سيارات ؟
– قام ناصر ببيع ١١ سيارة خلال شهر يناير. ما العمولة التي سيحصل عليها في نهاية هذا الشهر.
حصل ناصر في أحد الشهور على عمولة قدرها ١٠٠ ريال عماني. كم عدد السيارات التي باعها ناصر في هذا الشهر.

(٢) الأجر الإضافي (Overtime Pay) :

يتسلم ناصر أجراً إضافياً من شركة بيع السيارات قدره ٢,٤٠٠ ريال عماني عن كل ساعة إضافية يعملها. عبر عن ذلك جبريا ثم أحسب تلك القيمة إذا عمل ناصر لمدة ٢٥ ساعة إضافية خلال شهر يناير

تدريب ٤ :

– ما معني الأجر الإضافي؟ وما إيجابياته وسلبياته ؟ حدد مع أعضاء مجموعتك أمثلة على ذلك ووضح الفرق بينه وبين الأجر بالساعة
– هل تعليم سياقة السيارات عمل بالأجر الإضافي أم عمل بالساعة ؟ولماذا ؟

مثال ٤ :

يعمل عبدالله في إحدى شركات المقاولات كعامل بناء بأجر ١,٧٠٠ ريال لكل ساعة يعملها. كم يتسلم عبدالله كل أسبوع إذا كان يعمل ٤٠ ساعة في الأسبوع الواحد؟

الحل:

يتسلم عبدالله كل أسبوع ١,٧٠٠×٤٠= ٦٨ ريالا عمانيا

تدريب ٥ :

تعمل أسماء في محل خياطة ملابس لمدة ٣٥ ساعة أسبوعيا براتب ٨٣,٤٢٥ ريال عماني و قبل بداية العام الدراسي تعمل أسماء ٩ ساعات إضافية في الأسبوع مقابل ٥,٥ ريال عماني للساعة الواحدة. أحسب أجمالي الدخل الذي تتسلمه أسماء في نهاية أربعة أسابيع.

تدريب ٦ :

أوجد الأجر الاجمالي الذي يحصل عليه ناصر في شهر يناير إذا كان هذا الأجر شاملا على عمولة وأجر إضافي ، ثم أوجد مجموع المبالغ التي يتم اقتطاعها (الخصومات) من الأجر الإجمالي لناصر. هل هذه المبالغ تعادل ثلث الراتب ؟

– نعم . ٣٥ ريالاً عمانياً.
– ٥٥ ريالاً عمانياً.
– ٢٠ سيارة .

حل تدريب ٤ :

*الأجر الإضافي هو الأجر الذي يستلمه الموظف عن الساعات الإضافية التي يعملها .
إيجابياته / يحقق إنتاج أكثر في أيام قليلة لإنجاز العمل.
السلبيات : قد يلجأ الموظف إلى عدم إنجاز العمل في ساعات الدوام الأصلية كي يكلف بها على أساس الأجر الإضافي .

* الأجر بالساعة هو الأجر الذي يستلمه العامل (غير الموظف) عن الساعات التي يعملها بالاتفاق مع صاحب العمل.
تعليم السياقة هو عمل بالساعة لأن معلم السياقة (ليس موظفاً) حيث أنه يتفق مع المتعلم على قيمة الساعة التي يعملها .

حل تدريب ٥ :

إجمالي الدخل = ٥٣١,٧ ريالاً عمانياً .

حل تدريب ٦ :

الأجر الإجمالي هو :
٥٠٠ريال عماني راتب شهري + ٥٥ ريالاً عمانياً عمولة + ٦٠ ريال عماني أجر إضافي
= ٦١٥ ريال عماني.
مجموع المبالغ التي يتم إقتطاعها
= ١٩٠ + ٧٥ + ٩٠ = ٣٥٥ ريالاً عمانياً
المبالغ تعادل أكثر من النصف.

(٣) العمل بالقطعة (Piecework) :

يأخذ بعض الأفراد أو بعض الشركات مبالغ مالية على العمل بالقطعة حسب الوقت و المواد و الجهد المبذول للانتهاء من العمل أو المسؤولية المتفق عليها مثلا (النجار، الحلاق، الخياط، الرسام،البناء.....الخ)

ناقش أعضاء مجموعتك فيما يلي :

ماذا تعني بكلمة العمل بالقطعة ؟

أذكر أمثلة على هذه الأعمال من البيئة المحيطة.

مثال ٥ :

يعمل أبو سالم في محل خياطة الملابس العمانية وقد اتفق مع أحد متاجر بيع الملابس الجاهزة على عمل دشاديش وفق الآتي:

أجرة خياطة الدشداشة الواحدة ٤ ريالات

ثمن القماش من النوع (أ) ١٢ ريالاً عمانيًا .

ثمن القماش من النوع (ب) ١٥ ريالاً عمانيًا.

أ) عبر جبريا عن المبلغ الذي سيتسلمه أبو سالم .

ب) إذا خاط أبو سالم ٣ دشاديش من النوع (أ) ودشداشتين من النوع (ب) ،فاحسب المبلغ الذي يتسلمه أبو سالم بعد إنجاز العمل.

الحل:

أ) المبلغ الذي سيتسلمه أبو سالم (١٢+٤)×س + (١٥+٤)×ص

حيث س هو عدد الدشاديش من النوع (أ) ، ص هو عدد الدشاديش من النوع (ب)

ب) المبلغ الذي يتسلمه أبو سالم (١٢+٤)×٣ + (١٥+٤)×٢

= ٤٨ + ٣٨ = ٨٦ ريالاً عمانيًا

الوحدة الثانية : المقادير الجبرية والحدوديات

٧٥

– وضح للطلاب إنه إذا تم حساب المبلغ المالي الذي يتقاضاه العامل بناء على الجهد والوقت والمواد المستخدمة لانجاز عمل معين فإن هذا يسمى "العمل بالقطعة" مثلاً : الحلاقة ، النجارة ، كي الملابس ، البناء.

– قد يتسلم العامل أحياناً راتباً شهرياً من الجهة الموظفة وفي هذه الحالة لا يسمى ذلك العمل الذي ينجزه العامل "عمل بالقطعة" مثلاً :– مصانع الخياطة ، فبالرغم من عمل الموظف لقطع معينة ، إلا أنه يعطي راتبه شهرياً.

إثراء :

تعمل أسماء في محل خياطة العباءات ، وفي أحد الأسابيع قامت بخياطة ٤ عباءات في يوم السبت و٥ عباءات في يوم الاحد و٦ عباءات في يوم الإثنين و٥ عباءات في يوم الثلاثاء و٣ عباءات في يوم الأربعاء . فإذا كانت أجرة خياطة العباءة الواحدة ٤ ريالات وتتقاضى أسماء ما نسبته ٣٠٪ من أجرة العباءات التي تخيطها . فكم المبلغ الذي تستلمه أسماء في نهاية الأسبوع.

الحل :

أجرة خياطة العباءات = ٩٢

المبلغ الذي تستلمه أسماء في نهاية الأسبوع=٢٧,٦ ريالاً عمانياً

تعزيز :

من خلال تدريب رقم (٧)اطلب من الطلاب كتابة أجرة صنع أشياء أخرى مختلفة عما هو موجود بالتدريب . مثلاً :–

١) أكتب مقداراً جبرياً يعبر عن أجرة صنع عدد من الطاولات وعدد من الكراسي يعادل ٤ أمثال عدد الطاولات . احسب هذا المقدار إذا كان عدد الطاولات ثلاث .

٢) أكتب مقداراً جبرياً يوضح أجرة صنع سريرين ومكتبة وثلاث كراسي .

الحل :

١) ٥٥س + (٤س × ٢٥) = ١٥٥ س

= ١٥٥×٣= ٤٦٥ريالاً عمانياً

٢) ٢س + (س +٥) + (س + ١٠) = ٤س +١٥

= ٢٧٥ ريالاً عمانياً

الهدف :

*** حل مسائل حياتية تتضمن الفائدة البسيطة والفائدة المركبة .**

حل تدريب ٧ :

١) ٥٥س + (٦س × ٢٥)

حيث س عدد الطاولات = ١٦٥ + ٤٥٠

= ٦١٥ ريالاً عمانياً

لنفرض أن س هي قيمة صنع السرير الواحد

٢) ٢س + س + ٧٥ + س + ١٥٥

= ٢س + س + ٧٥ + س + ١٥٥

= ٤ س + ٢٣٠

∴ قيمة المقدار = ٤ × ٦٥ + ٢٣٠

= ٢٦٠ + ٢٣٠

= ٤٩٠ ريالاً عمانياً .

الإجابة هي :

– المبلغ الذي سيتم الحصول عليه هو ١٢ ل وإذا كانت نسبة الفائدة $\frac{٥}{١٠٠}$ فإن المبلغ = ٦٠ ريالاً عمانياً .

– الفائدة على المبلغ ٦٠٠ ريال عماني بعد ٩ سنوات بفائدة ٧٪ تساوي ٣٧٨ ريالاً عمانياً

تدريب ٧ :

في احد محلات النجارة اتفق العامل مع أحد الزبائن على صنع بعض الأثاث المنزلي على أن يقوم هذا العامل بتوفير جميع المواد اللازمة للصنع. الجدول التالي يوضح الأثاث المطلوب صنعه:

المطلوب صنعه	القيمة للقطعة الواحدة
سرير	٦٥ ريالاً
طاولة	٥٥ ريالاً
خزائن للمطبخ	٢٢٠ ريالاً
كرسي	٢٥ ريالاً
مكتبة	٧٠ ريالاً

١) أكتب مقدارا جبريا يعبر عن أجرة صنع عدد من الطاولات وعدد من الكراسي يعادل ستة أمثال عدد الطاولات ، ثم أحسب المقدار إذا كان عدد الطاولات يساوي ثلاثة.

٢) أكتب مقدارا جبرياً يوضح أجرة صنع سريرين ومكتبتين وخزائن للمطبخ ثم أوجد قيمة ذلك المقدار.

الفائدة البسيطة و الفائدة المركبة
(Simple Interest and Compound Interest)

لقد تعلمت في الصف السابع حساب الفائدة البسيطة التي يتم أخذها عند ايداع مبلغ من المال في أحد المصارف.

أجب عما يلي:

إذا كان البنك يدفع فائدة بسيطة $\frac{ل}{١٠٠}$ سنويا للمبالغ المودعة. أكتب صيغة جبرية للمبلغ الذي سيتم الحصول عليه عند وضع ١٢٠٠ ريال عماني لمدة سنة . وما قيمة ذلك المبلغ إذا كانت نسبة الفائدة ٥٪ ؟

– وضع مبلغ ٦٠٠ ريال عماني في شركة استثمار بفائدة بسيطة نسبتها ٧٪ سنويا . أحسب فائدة المبلغ بعد ٩ سنوات.

* بالرغم من وجود التعامل بواسطة الفائدة البسيطة إلا أن معظم البنوك وغيرها من الشركات ومؤسسات القروض والايداع لا تتعامل بواسطة هذه الفائدة السنوية ولكن الفائدة تحسب لفترات قصيرة و تضاف إلى المبلغ الأصلي. هذه الفترات تختلف من مؤسسة إلى أخرى و في البنوك الحديثة قد تكون سنوية أو نصف سنوية او ربع سنوية أو شهرية أو حتى أسبوعية ويومية. تسمى مثل هذه الفائدة (الفائدة المركبة).

إعادة تعلم :

اتفقت سلمى مع أحد محلات كي وغسيل الملابس على دفع مبلغ قيمته ١,٧٥٠ ريال عماني على غسيل ٥ قطع من ملابسها وكيها . أوجد :

– قيمة غسيل وكي القطعة الواحدة .

– إذا كانت قيمة كي القطعة الواحدة ١٠٠ بيسة فما قيمة الغسيل فقط للقطع الخمس ؟

تعزيز :

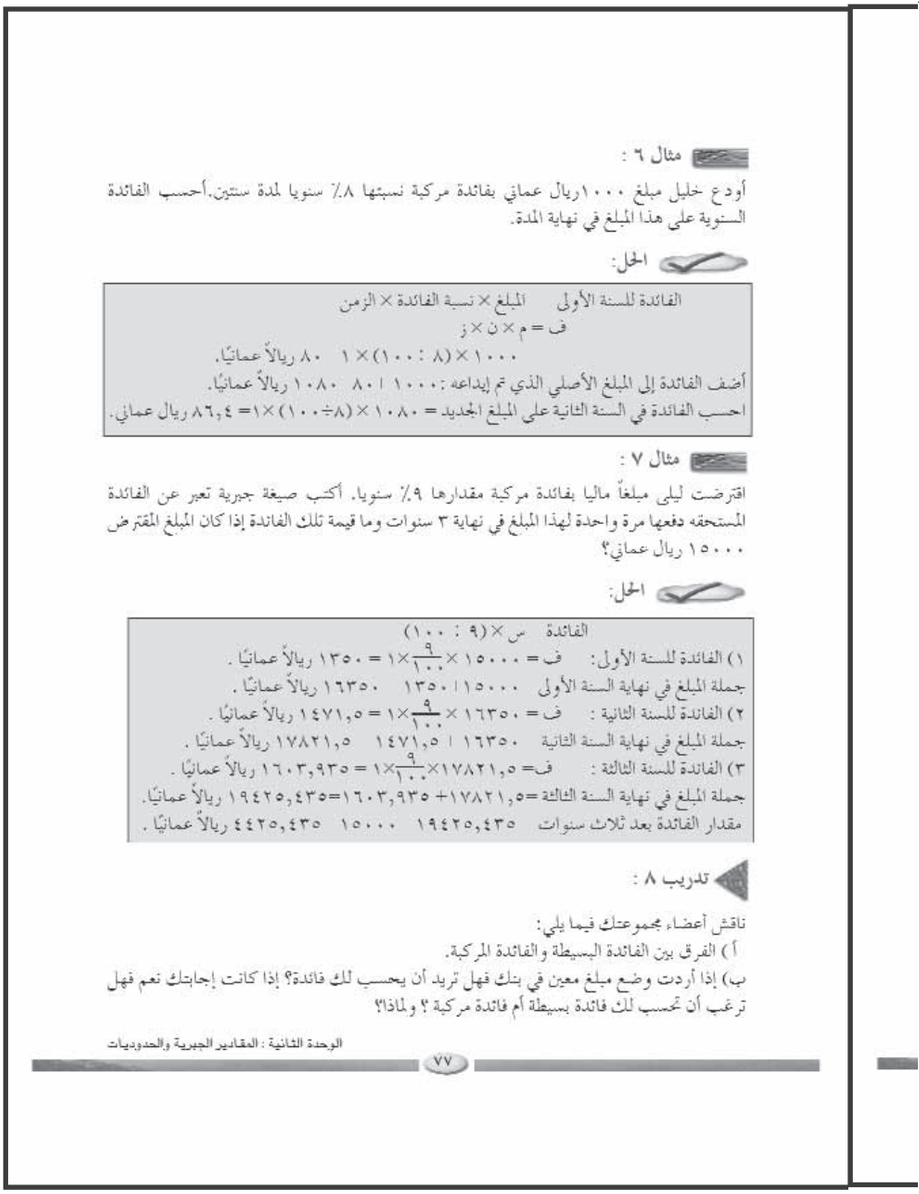
قام أحمد باستثمار مبلغ قيمته ص ريال عماني بفائدة بسيطة نسبتها ٣٪ فإذا كانت فائدة ذلك المبلغ بعد ٨ سنوات ١٢٠ ريالاً عمانياً. فما قيمة المبلغ المستثمر؟

الحل :

الفائدة = م × ن × ز

١٢٠ = م × $\frac{٣}{١٠٠}$ × ٨

١٢٠ = ٠,٢٤ م ⟸ م = ٥٠٠ ريال عماني وهو المبلغ المستثمر



مثال ٦ :

أودع خليل مبلغ ١٠٠٠ريال عماني بفائدة مركبة نسبتها ٨٪ سنويا لمدة سنتين.أحسب الفائدة السنوية على هذا المبلغ في نهاية المدة.

الحل:

الفائدة للسنة الأولى المبلغ × نسبة الفائدة × الزمن

ف = م × ن × ز

١٠٠٠ × (٨ : ١٠٠) × ١ ٨٠ ريالاً عمانيًا.

أضف الفائدة إلى المبلغ الأصلي الذي تم إيداعه : ١٠٠٠ + ٨٠ ١٠٨٠ ريالاً عمانيًا.

احسب الفائدة في السنة الثانية على المبلغ الجديد = ١٠٨٠ × (٨ ÷ ١٠٠) × ١ = ٨٦,٤ ريال عماني.

مثال ٧ :

اقترضت ليلى مبلغاً ماليا بفائدة مركبة مقدارها ٩٪ سنويا. أكتب صيغة جبرية تعبر عن الفائدة المستحقه دفعها مرة واحدة لهذا المبلغ في نهاية ٣ سنوات وما قيمة تلك الفائدة إذا كان المبلغ المقترض ١٥٠٠٠ ريال عماني؟

الحل:

الفائدة س × (٩ : ١٠٠)

١) الفائدة للسنة الأولى: ف = ١٥٠٠٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × ١ = ١٣٥٠ ريالاً عمانيًا .

جملة المبلغ في نهاية السنة الأولى ١٥٠٠٠ + ١٣٥٠ ١٦٣٥٠ ريالاً عمانيًا .

٢) الفائدة للسنة الثانية : ف = ١٦٣٥٠ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × ١ = ١٤٧١,٥ ريالاً عمانيًا .

جملة المبلغ في نهاية السنة الثانية ١٦٣٥٠ + ١٤٧١,٥ ١٧٨٢١,٥ ريالاً عمانيًا .

٣) الفائدة للسنة الثالثة : ف = ١٧٨٢١,٥ × $\frac{٩}{١٠٠}$ × ١ = ١٦٠٣,٩٣٥ ريالاً عمانيًا .

جملة المبلغ في نهاية السنة الثالثة = ١٧٨٢١,٥ + ١٦٠٣,٩٣٥ = ١٩٤٢٥,٤٣٥ ريالاً عمانيًا.

مقدار الفائدة بعد ثلاث سنوات ١٩٤٢٥,٤٣٥ ١٥٠٠٠ ٤٤٢٥,٤٣٥ ريالاً عمانيًا .

تدريب ٨ :

ناقش أعضاء مجموعتك فيما يلي:

أ) الفرق بين الفائدة البسيطة والفائدة المركبة.

ب) إذا أردت وضع مبلغ معين في بنك فهل تريد أن يحسب لك فائدة؟ إذا كانت إجابتك نعم فهل ترغب أن تحسب لك فائدة بسيطة أم فائدة مركبة ؟ ولماذا؟

الوحدة الثانية : المقادير الجبرية والحدوديات

٧٧

– ذكِّر الطلاب بكيفية إيجاد قيمة الفائدة البسيطة التي درسوها في الصف السابع الأساسي بإعطاء أمثلة على ذلك .

– أكِّد على الطلاب أنه لحساب الفائدة للسنة الثانية ، فإنه تتم إضافة الفائدة على جملة المبلغ في نهاية السنة الأولى إذا كانت الفائدة مركبة .

– ناقش مع الطلاب النظرة الإسلامية للاقتراض وحساب الفائدة للمبالغ المودعة والمقترضة .

حل تدريب ٨ :

أ) الفائدة البسيطة تحسب على رأس المال الأصلي فقط أما الفائدة المركبة تحسب على رأس المال الأصلي مضافاً إليها الربح في نهاية كل سنة ليصبح المبلغ الناتج عن هذا رأس المال للسنة التالية.

ب) تختلف إجابات الطلاب .

نعم ، فائدة مركبة (أرباح أكثر).

لا، لأني أريد أن أحصل على المبلغ الناتج لفترة أخرى .

تعزيز :

إذا تم استثمار مبلغ ٢٠٠ ريالاً عمانياً بنسبة فائدة مركبة مقدارها ٤٪ سنوياً . أحسب الفائدة الواجب دفعها لهذا المبلغ المستثمر بعد نهاية ٤ سنوات .

الحل :

= ٣٣,٩٧ ريال عماني

إعادة تعلم :

احسب الفائدة البسيطة لمبلغ ١٥٠٠ريال عماني استثمربسعر ٤٪ لمدة ٦ شهور.

حل تمارين ومسائل ٣ :

١) أ) ٣٨,٤ ريال عماني .

ب) ١٥٣,٦ ريالاً عمانياً

٢) إجمالي الراتب الشهري = ٦٢٩ ريالاً عمانياً ،
طول فترة عمله في الصحراء
صافي الراتب = ٣٧١ ريالاً عمانياً.
وهو المبلغ المستلم بعد الاقتطاع

٣) إجمالي الفائدة = ٤٨٤٧,٦١٥ ريال عماني

ب) نعم . ضروري / الأقساط مريحة من البنك وستكون السيارة جديدة ومريحة جداً .
لا . فوائد كثيرة وبالإمكان أخذ سيارة بقيمة بسيطة وبقيمة مناسبة .
جـ) نعم . قد تختلف الإجابات

الأصدقاء	البنك
* بدون فوائد	* عدم وجود أصدقاء لديهم مبالغ كبيرة
* تنمية روح التعاون	* عدم المطالبة الملحة للمبلغ المقترض
أسباب أخرى	

تمارين ومسائل (٣)

١) تعمل ابتسام في محل بيع العباءات لمدة ٨ ساعات يوميا ما عدا يوم الجمعة ، براتب ٨٠٠ بيسة عن كل ساعة تعملها.

أ) ما المبلغ الذي تستلمه ابتسام في نهاية الأسبوع ؟

ب) ما مقدار الراتب الشهري الذي تستلمه ابتسام (باعتبار أن الشهر يساوي أربعة أسابيع)

٢) يعمل عبدالله في إحدى شركات النفط براتب شهري ٥٥٤ ريالاً عمانياً و يحصل على أجر إضافي خلال فترة عمله في الصحراء قدره ٧٥ ريالا عمانيا شهريا. أوجد إجمالي الراتب وصافي الراتب الشهري الذي يستلمه عبدالله إذا استمر عمله في الصحراء لمدة ستة أشهر علما بأنه يتم اقتطاع مبلغ ٩٨ ريالاً عمانيًا كأقساط سيارة ومبلغ ١٦٠ ريالاً عمانيًا كإيجار منزل شهريا .

٣) فكر ناصر (قبل اشتراكه في الجمعية) إقتراض مبلغ ٩٠٠٠ ريال عماني لمدة ٥ سنوات لشراء سيارة فوجد أن البنك يأخذ فائدة مركبة بنسبة ٩٪ سنويا.

أ) أحسب إجمالي الفائدة التي ستستحق الدفع على المبلغ الذي سيقترضه ناصر في نهاية المدة.

ب) هل ترى أن هذا القرض ضروري ؟

ج) هل يمكن الحصول على هذا المبلغ بطريقة أخرى؟ وأيهما تفضل ؟ ولماذا ؟

تمارين ومسائل عامة

١) ضع المقادير التالية في أبسط صورة:

أ) $(٥^{٢})^{٣}$

ب) $(\frac{٣٢}{٣})^{٥}$

ج) $(\frac{٥^{٤}}{٤} \times \frac{٣٢}{٣})^{٢}$

٢) أوجد ناتج $(٣^{-٢} + ٩^{-٢}) \times ٣٩$.

٣) أوجد ناتج $\frac{(\frac{١}{٢})^{٣} \times (٣^{-٥} \times ٢٣)^{٢}}{(\frac{١}{٨})^{٣} \times (٣^{٢} + ٥٣)^{٢}}$

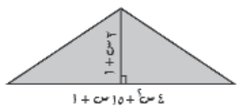
٤) أوجد قيمة $\frac{٤}{٥}ع^{٢}ل - \frac{٢}{٧}ل ع + ٥$ عندما ع $= \frac{٢}{٣}$، ل $= \frac{٣}{٤}$

٥) أوجد قيمة $\frac{(\frac{١}{٣})س^{٢} - \frac{١}{٤}ص^{٢}}{ع^{٢}}$ عندما س $= ٣$ ، ص $= ٢$ ، ع $= \frac{١}{٢}$

٦) إذا كانت المسافة بالأمتار لسقوط جسم في زمن قدره ث ثانية يعبر عنه بالمقدار $\frac{٧}{٣}$ ث^{٢} أوجد المسافة التي يقطعها هذا الجسم إذا كان زمن سقوطه:

أ) ٢ ثانية ب) ٥ ثواني ج) نصف دقيقة

٧) أنظر إلى المنطقة المثلثية التالية :



أ) عبر عن مساحة هذه المنطقة في أبسط صورة

ب) أوجد قيمة هذه المساحة إذا علمت أن س $= \frac{١}{٣}$

حل تمارين ومسائل عامة :

١) أ) $(٥)^{٦} = ١٥٦٢٥$

ب) $\frac{١٥^{٢}}{٥^{٣}}$

جـ) $\frac{٥^{٨} \times ٤}{٩}$

٢) ٩٠

٣) ٣٠٦٦٧٠٢٧٢,١

٤) $\frac{٤}{١٥} - \frac{١}{٧} + ٥ = \frac{٥٣٨}{١٠٥} = ٥\frac{١٣}{١٠٥}$

٥) $\frac{١}{٢}$

٦) أ) ١٤م

ب) ٨٧,٥م

جـ) ٣١٥٠م

٧) ١) $\frac{١}{٢}$ (٤س^{٢} + ١٥س +١) (٣س+١)

٢) $\frac{٥٨}{٩}$

٨) ٣ع^{٢} ل^{٢} (ع ل^{٣} − ٣ع^{٢} + ٣ل^{٥})

٩) ٤ص^{٧} − ٢ص − $\frac{٥}{٢}$ص$^{-٢}$

١٠) ب) (٢ص −٣) (٢ص + ٣)
جـ) (٥س−٤ص) (٥س + ٤ص)
د) (س^{٢} −٤) (س^{٢} + ٤)

١١) رجب ٣٨٥ ريالاً عمانياً .
رمضان ٣٧٥ ريالاً عمانياً .
ذو القعدة ٣٧٠ ريالاً عمانياً .
جملة صافي الراتب في الأشهر الثلاثة
= ٣٨٥ + ٣٧٥ + ٣٧٠
= ١١٣٠ ريالاً عمانياً .

١٢) أ) ١٨٠ ريالاً عمانياً .

٨) حلل المقدار ٣ع^{٣} ل^{٥} − $\frac{٢٧\ ع^{٤}\ ل^{٢}}{٣}$ + ٩ ل^{٧} ع^{٢} بأخذ العامل المشترك الأكبر.

٩) أوجد ناتج قسمة (٨ص^{٩} ٤ص^{٣} ٥) : (٢ص^{٢})

١٠) انقل في دفترك وضع علامة صح أمام الحدانية التي تمثل فرقا بين مربعين فيما يلي ثم حللها:
أ) ع^{٢} | ن^{٢} ب) ٤ص^{٢} ٩ ج) ٢٥ س^{٢} ١٦ ص^{٢}
د) س^{٤} ١٦ هـ) هـ^{٢} و^{٢} | ن^{٤} م^{٣} و) ع^{٢} | ٩ ل^{٢}

١١) تتسلم عائشة راتبا شهريا قدرة ٤٥٠ ريالا عمانيا. يتم إقتطاع مبلغ ٥٠ ريالا عمانيا أقساطا شهرية بالإضافة إلى مبلغ اختياري في ثلاثة أشهر مختلفة حسب الجدول . أحسب صافي الراتب في هذه الأشهر الثلاثة ؟

رجب	تبرعات خيرية	١٥ ريالا
رمضان	برنامج إفطار صائم	٢٥ ريالا
ذو الحجة	صدقة	٣٠ ريالا

١٢) يعمل جمال في الفترة الصباحية منسقا في أحد المستشفيات الخاصة حيث يتقاضى أجرا يوميا وقدره ٩ ريالات عمانية. وفي الفترة المسائية يعمل جمال في محل بيع الأجهزة الالكترونية براتب شهري ٧٠ ريالاً عمانيًا ويضاف إليه عمولة مقدارها ٣٪ على جميع المبيعات إذا زادت عن ١٣٠٠ ريالاً عمانيًا.

أ) إحسب دخل جمال من المستشفى في أربعة أسابيع إذا عمل ٥ أيام في كل أسبوع.

ب) إذا باع جمال أجهزة الكترونية بقيمة ٢٣٠٠ ريالاً عمانيًا في نفس الأسابيع الأربعة السابقة فكم يكون دخله الشهري من المحل. (باعتبار الشهر أربعة أسابيع).

ج) إذا دفع جمال من راتبه أقساط بنكية بمقدار ٨٥ ريالاً عمانيًا وأقساط سيارة قدرها ٦٠ ريالاً عمانيًا في نفس الأربعة أسابيع فكم سيكون صافي الدخل الذي يستلمه جمال في نهاية الأسابيع الأربعة.

١٣) يعمل سالم في شركة تنظيف السيارات ويحصل على راتبه حسب عدد السيارات التي يقوم بتنظيفها بتكلفة ١,٥ ريال عماني للسيارة الواحدة. فإذا قام سالم بتنظيف ٣٥ سيارة في الأسبوع الأول و٣٠ سيارة في الأسبوع الثاني و٤٤ سيارة في الأسبوع الثالث و ٢٩ سيارة في الأسبوع الرابع فأوجد:

– مجموع ما يتسلمه سالم في نهاية كل أسبوع.
مجموع ما يتسلمة سالم نهاية الأربعة أسابيع.
– حسب وجهة نظرك. أيهما أفضل أن يحصل سالم على راتب شهري ثابت وقدره ١٢٠ ريالا عمانيا أم يحصل على راتبه حسب عدد السيارات التي يقوم بتنظيفها كما جاء في السؤال. ولماذا؟

١٤) إحسب الفائدة لمبلغ ١٥٠٠ ريال عماني يتم استثماره بنسبة فائدة بسيطة ٨٪ تحسب لكل أربعة شهور ولمدة سنة واحدة.

١٥) قامت ليلى بإيداع مبلغ ٢٠٠ ريال عماني في حسابها بنسبة فائدة مركبة ٢٪ شهريا. إحسب كم سيكون في حساب ليلى بعد أربعة شهور.

ب) ١٣٩ + ١٨٠ = ٣١٩ ريال عمانياً .
جـ) (٣١٩ – ١٤٥) = ١٧٤ ريالاً عمانياً .

١٣) أ) ٥٢,٥ ريال عماني ، ٤٥ ريالاً عمانياً ،
٦٦ ريال عماني ، ٤٣,٥ ريالاً عمانياً .
ب) ٢٠٧ ريالات عمانية .
جـ) هذا يتوقف على عدد السيارات :
– فإذا كان العدد قليلاً فإنه يفضل أن يتسلم ١٢٠ ريالاً عمانياً (راتب ثابت)
– وإذا كان العدد كثيراً فإنه يفضل أن يتسلم راتبه حسب العدد.

ملاحظة: إعط الطلاب الحرية في التفكير لمناقشة الموضوع من جميع الجوانب .

١٤) نهاية ٤ شهور الأولى:
$١٥٠٠ \times \frac{٨}{١٠٠} \times \frac{١}{٣} =$ ٤٠ ريالاً عمانياً .
نهاية ٤ شهور الثانية = ٤٠ ريالاً عمانياً .
نهاية ٤ شهور الثالثة = ٤٠ ريالاً عمانياً .
المجموع الفائدة = ٣ × ٤٠ = ١٢٠ ريالات .

١٥)

الشهر الأول = $٢٠٠ \times \frac{٢}{١٠٠} \times ١ =$ ٤ ريالات

الشهر الثاني= $٢٠٤ \times \frac{٢}{١٠٠} \times ١ =$ ٤,٠٨ ريال عماني

الشهر الثالث = $٢٠٨,٠٨ \times \frac{٢}{١٠٠} \times ١$

= ٤,١٦١٦ ريال عماني

الشهر الرابع = $٢١٢,٢٤١٦ \times \frac{٢}{١٠٠} \times ١$

= ٤,٢٤٤٨٣٢ ريال عماني

جملة المبلغ ≃ ٢١٦,٥ ريالاً عمانياً .

مجموع الفوائد = ٢١٦,٥ – ٢٠٠

≃ ١٦,٥ ريال عماني.

اختبار الوحدة الثانية
المقادير الجبرية والحدوديات

اختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المعطاة فيما يلي :

١) قيمة $٢^{-٣}$ تساوي

أ) -٨ ب) $-\frac{١}{٨}$ جـ) $\frac{١}{٨}$ د) ٨

٢) ناتج $٣^{٣} \times ٣^{-٢} + ٤^{٣} \times ٣^{-٣}$ يساوي

أ) $\frac{٢}{٣}$ ب) $\frac{٣}{٢}$ جـ) ٣ د) ٦

٣) $\frac{ص^{٥} + ٣}{ص^{٣}}$ يساوي :

أ) $ص^{٥} + \frac{٣}{ص}$ ب) $ص^{٢} + \frac{٣}{ص^{٣}}$ جـ) $ص^{٢} + ٣$ د) $ص^{٢} + ٣ص^{٣}$

٤) قيمة المقدار $س^{٢} - ٣س + ١$ عندما س تساوي $-\frac{١}{٣}$ هي :

أ) $-\frac{١}{٩}$ ب) $\frac{١٧}{٩}$ جـ) $\frac{١٩}{٩}$ د) $\frac{١}{٩}$

٥) إذا كانت $٢س^{-٢} \times -٣س^{٧} = -٦س^{٢}ر^{-٧}$ فإن ر تساوي

أ) -٧ ب) -٢ جـ) ٢ د) ٦

٦) ناتج ضرب $(٢س^{٢} - ١)(-س)$ يساوي

أ) $-٢س^{٣} - س$ ب) $-٢س^{٣} + س$ جـ) $٢س^{٢} - س$ د) $٢س^{٢} + س$

٧) العامل المشترك الأكبر للمقدار $-٩س^{٤}ص^{٢} + ٢٧ص^{٢}س^{٣}$ هو

أ) $٣س^{٣}ص^{٢}$ ب) $-٩س^{٤}ص^{٢}$ جـ) $-٩س^{٣}ص^{٢}$ د) $٢٧س^{٣}ص^{٢}$

٨) قسمة $(ل^{٤} + ٥ل^{٥}) \div (ل^{٥})$ يساوي

أ) $\frac{١}{ل} + ٥$ ب) $ل + ٥$ جـ) $\frac{١}{ل} + \frac{١}{٥}$ د) $ل + \frac{١}{٥}$

٩) ناتج تحليل المقدار $س^{٢} - ٩$ هو

أ) $(س - ٣)(س + ٣)$ ب) $(س + ٣)(س + ٣)$

جـ) $(س^{٢} - ٣)(س^{٢} + ٣)$ د) $(س^{٢} + ٣)(س^{٢} + ٣)$

١٠) ناتج مفكوك المقدار (–س – ١)^{٢} يساوي :

أ) –س^{٢} +٢س+١ ب) س^{٢}+٢س+١

جـ) س^{٢}–٢س+١ د) –س^{٢} – ٢س +١

١١) قيمة أ التي تجعل المقدار ٤س^{٢}–٢ أس ص + ٩ص^{٢} مربع كامل هي :

أ) –١٢ ب) –٦ جـ) ٦ د) ١٢

١٢) يتقاضى أحد الموظفين راتباً سنوياً قدره ٥٤٠٠ ريال عماني ، الراتب الشهري لهذا الوظف بالريال العماني يساوي:

أ) ٤٠٠ ب) ٤٥٠ جـ) ٥٠٠ د) ٥٤٠

١٣) الجدول المقابل يوضح إجمالي الراتب لأحد الموظفين بالريال العماني. إذا تم اقتطاع ١٠٦ ريالات عمانية من إجمالي الراتب ، فإن صافي الراتب لهذا الموظف بالريال العماني يساوي :

تفاصيل الراتب	المبلغ
الراتب الأساسي	٣٢٧
بدل السكن	٢٥٠
بدل ماء	٦
بدل كهرباء	٢٤
بدل نقل	٤٦

أ) ٢٢٠ ب) ٢٢١

جـ) ٥٤٧ د) ٦٥٣

١٤) يحصل عبدالله على عمولة قدرها ٣٢٠ ريالاً عمانياً على جملة مبيعات ١٦٠٠٠ريال عماني فإن هذه العمولة تقدر بنسبة :

أ) ١٪ ب) ٢٪ جـ) ٣٪ د) ٤٪

١٥) تستلم خولة أجراً إضافياً من محل بيع الملابس قدره ١,٣٥٠ ريال عماني عن كل ساعة إضافية تعملها . فإن الأجر الإضافي الذي تستلمه خوله إذا عملت لمدة ٥ ساعات إضافية يساوي:

أ) ٥,٧٥٠ ريال عماني ب) ٥,٥٠٠ ريال عماني

جـ) ٦,٥٠٠ريال عماني د) ٦,٧٥٠ريال عماني

١٦) إجمالي الفائدة للسنة الأولى على مبلغ ١٤٠٠٠ ريال عماني تم اقتراضه لمدة أربع سنوات بفائدة مركبة مقدارها ٨٪ هي:

أ) ٨ ريالات ب) ١١٢٠ ريالاً عمانياً

جـ) ١٧٥٠ ريالاً عمانياً د) ٣٥٠٠ ريالاً عمانياً

٣ الوحدة الثالثة

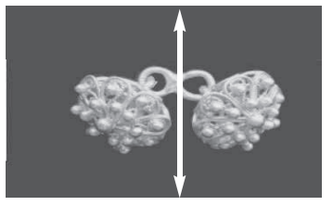
(التطابق والتشابه)

الأهداف :

١ـ تصنيف الأشكال حسب خطوط التماثل .
٢ـ استخدام أشكال بسيطة لتحديد ورسم الانعكاسات .
٣ـ تحديد خصائص المثلثات المتطابقة .
٤ـ تحديد وذكر العناصر المتناظرة في المثلثات المتطابقة .
٥ـ برهنة فيما إذا كانت المثلثات متطابقة من خلال :
* ثلاثة أضلاع .
* ضلعان وزاوية محصورة بينهما .
٦ـ تكوين أشكال مشابهة لشكل معطى باستخدام مقياس الرسم .
٧ـ إنشاء مثلثات متطابقة باستخدام :
* ثني الورقة
* شبه مرآه
٨ـ استخدام فرجار وحافة مستقيمة لإنشاء مثلث متطابق مع مثلث معلوم .
٩ـ أنشاء مضلعات منتظمة متنوعة باستخدام فرجار وحافة مستقيمة .

يمكنك الحصول على صور أخرى لمراحل صياغة الذهب من الأنترنت .
يمكنك عرض الصورة التالية على الطلاب قبل عرض صورة الجسر ومناقشتهم حول وجود إختلاف بين الصورة والأصل في كل مما يلي:

١) الشكل ؟
٢) اللون ؟
٣) الأبعاد ؟



كما يمكنك وضع مرآه على الخط الموضَّح وتغطية أحد الشكلين لتظهر صورة الشكل الأول مكان الشكل الذي تم تغطيته وتطلب من الطلاب مقارنتها من حيث المحافظة على (الأطوال، الأبعاد، البينية،قياسات الزوايا،...) مع الصورة السابقة .

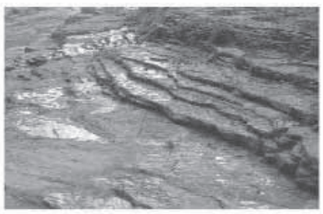
المشروع : محل صياغة ذهب وفضة

افتتح عدد من الشركاء مصنعا لصياغة الذهب والفضة. حيث ينتج هذا المصنع أنواعا متعددة من المصوغات الذهبية والفضية (الحلي، الميداليات ، الخناجر ... الخ) .

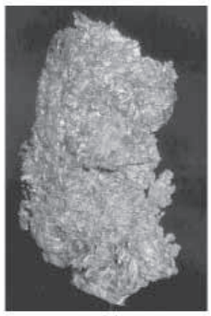
الصور التالية توضح بعض مراحل صياغة الذهب ، تأمل هذه الصور ثم رتبها مع زملائك حسب المرحلة التي تأتي أولا عند صناعة الذهب .

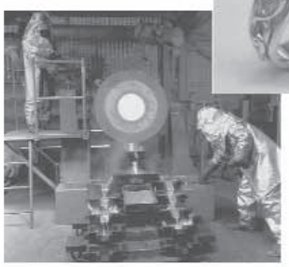
اكتب مع مجموعتك وصفا لهذه المراحل وناقش ما كتبته مع المجموعات الأخرى .

(٢)


(١)

(٣)


(٥)


(٤)

إثـراء :

١) اطلب من الطلاب البحث عن كثافة الذهب ، وما العوامل التي تتأثر بها الكثافة ؟
٢) أحسب حجم قطعة ذهب كتلتها ٣,٤٥ غم .

الحل :

١) كثافة الذهب =١٩,٣ غم/مل .

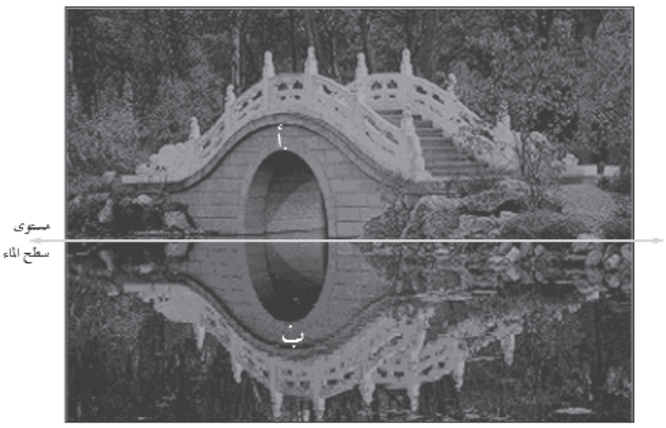
٢) الكثافة = $\frac{\text{الكتلة}}{\text{الحجم}}$

∴ الكثافة تتأثر بالكتلة والحجم .

٢)الحجم = ١٧٩, مل .

الانعكاس Reflection

تأمل الصورة التالية وصف ما تراه ، ثم أجب عن الأسئلة التي تليها :



١) يبدو شكل الجسر مكررا في الصورة لماذا ؟ ما أوجه الشبه وأوجه الاختلاف بين الشكلين ؟

٢) قس بعد كل من النقطتين أ ، ب عن مستوى سطح الماء ماذا تلاحظ ؟

٣) ما وجه الشبه بين ما تلاحظه في الشكل وبين ما تلاحظه عند وقوفك أمام المرآة ؟

٤) قارن تأثير المرآة عند وقوفك أمامها وتأثير سطح الماء على كل من الجسر و النقطة أ

الأهداف :

*** تصنيف الأشكال حسب خطوط التماثل .**

*** استخدام أشكال بسيطة لتحديد ورسم الانعكاسات .**

–يفترض أن يكتسب الطالب بعد نهاية الدرس عدة مهارات منها :

١) رسم وتعيين صورة نقطة تحت تأثير انعكاس حول محور / نقطة .

٢) رسم وتعيين صورة شكل تحت تأثير انعكاس حول محور / نقطة .

بالنسبة لموضع الانعكاس يمكنك الاستعانة ببعض الوسائط التعليمية مثل الشفافيات ، جهاز العرض العلوي ، لوحة الرسم البياني اللوحة المسمارية ، ورق شفاف ، شبه المرآه ، ورق القص واللصق .

–سبق وأن تعرض الطالب لدراسة الإنعكاس دون معرفة المسمى .

– يمكنك استخدام المرآه لتوضيح مفهوم الانعكاس حيث يمكن وضع مرآه في نهاية طاولة ملتصقة بها ويقف طالب في الجهة الأخرى ملتصقا بالطاولة فيلاحظ أن البعد بين الصورة والمرآه هو أحد أبعاد الطاولة وهو نفسه البعد بين الطالب والمرآة

إثراء :

احضر ٣ مرايا صغيرة مستطيلة الشكل ، شريط لاصق ، بذور أو أحجار .

اطلب من الطلبة إلصاق المرايا الثلاث بحيث يكون السطح العاكس للداخل في مواجهة بعضها لتشكل منشوراً ثلاثياً، ثم اطلب إليهم إسقاط بذرة داخل الفراغ المتكون ، ولينظروا من الفتحة في الاتجاهات الثلاثة وناقشهم في ما يرون .

– يمكنك البدء في الدرس عن طريق المعالجة السابقة للانعكاس والتي يوضحها النشاط المقابل باستخدام ثني الورقة أو شبة المرآه حيث سبق للطالب أن درس كيف يرسم انعكاس نقطة أوشكل . إذ درس رسم خط موازٍ أو عمودي على مستقيم من نقطة خارجه باستخدام فكرة الانعكاس حو ل خط الثني أو شبه المرآه في الصف السابع .

– يمكنك استخدام قلم عريض السن في النشاط ليسهل طبع الشكل على النصف الآخر من الورقة .

–نبّه الطلاب أن يرسموا والورقة مثنية حتى يظهر محور الانعكاس (خط الثني) .

– يجب أن يصل الطالب من النشاط إلى التعريف وخواص الانعكاس .

نشاط ١ رسم انعكاس شكل

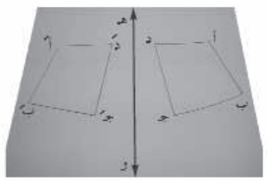
الأدوات : ورق شفاف ، شبة المرآه

الخطوات :

١) اثن الورقة من النصف ثم ارسم مضلعاً بلون غامق على أحد النصفين

٣) اقلب الورقة المثنية واضغط عليها ليظهر الشكل المرسوم في الجهتين (إن لم يكن ظاهراً بوضوح حدده بقلم آخر أو استخدم الورق الشفاف أو شبه المرآة) .

٤) افتح الورقة وارسم المستقيم هـ و على خط الثني .



٥) سم رؤوس كل من ا لشكلين ، فمثلا لتكن إحدى النقاط أ والنقطة التي تناظرها في الشكل المقابل أ' ، وهكذا بالنسبة لبقية النقاط .

٦) قس البعد بين أ وخط الثني (هـ و) وكذلك بين أ' وخط الثني .

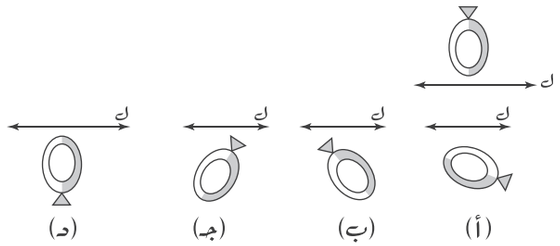
٧) كرر ذلك مع النقاط الأخرى ودوّن ذلك في جدول .ماذا تلاحظ ؟

٨) أوجد قياس الزاوية التي يصنعها أ أ' مع وهـ ، كرر ذلك مع النقاط الأخرى

٩) سجل ملاحظتك وناقشها مع زملائك .

إثراء :

من الأشكال المقابلة حدد الشكل الذي يمثل انعكاس للشكل التالي حول المحور ل :



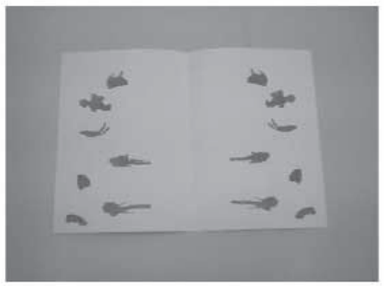
الحل :

(د)

تعزيز :

اطلب من أحد الطلاب أن يمسك مرآه وعلى بعد ١٠ سم تقريبا ، اطلب من آخر أن يمسك مرآه أخرى مقابل الأولى بحيث يكون السطح العاكس للداخل في مواجهة بعضيهما . اسقط أحجار أو بذور بين المرآتين وناقش الطلاب في ما يرون في الجهتين ، مثلاً كم عدد الحبات التي ترونها ؟

يمكنك إعادة النشاط السابق باستخدام قطرات من لون الطعام أو الحبر أو باستخدام مجسم مثل المفتاح (انظر الأشكال) .

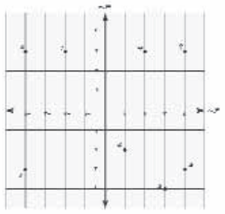


في النشاط السابق يسمي المستقيم هـ و الموضح بالشكل بمحور الانعكاس حيث أ هي الأصل و أ هي صورة أ تحت تأثير إنعكاس حول هـ و .

وبالمثل يسمى شكل الجسر أسفل مستوى سطح الماء بصورة الجسر تحت تأثير انعكاس حول مستوى سطح الماء (محور الانعكاس) .

تدريب ١ :

أ) من الشكل المقابل اكتب كل نقطة وصورتها بالانعكاس (ان وجدت) حول .
- المحور السيني
- المحور الصادي

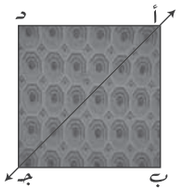


ب) يقف شخص على بعد ٥, ١ م من مرآة مستوية . كم يبعد الشخص عن صورته في المرآة ؟

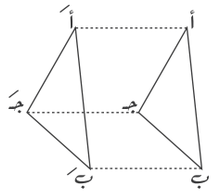
إعادة تعلم :

مستعينا بالشكل حدد صورة كل مما يلي بالانعكاس حول المحور أ جـ

أ ، ب ، جـ ، د ، أب ، أجـ ، أد



- وضح للطلاب أنه في الانعكاس كل نقطة تتحرك في خط مستقيم وعمودي على محور الانعكاس ، وكل نقطة في الشكل تتحرك نفس المسافة وفي نفس الاتجاه ويكون اتجاه حركة النقاط في مسارات متوازية (انظر الشكل) .

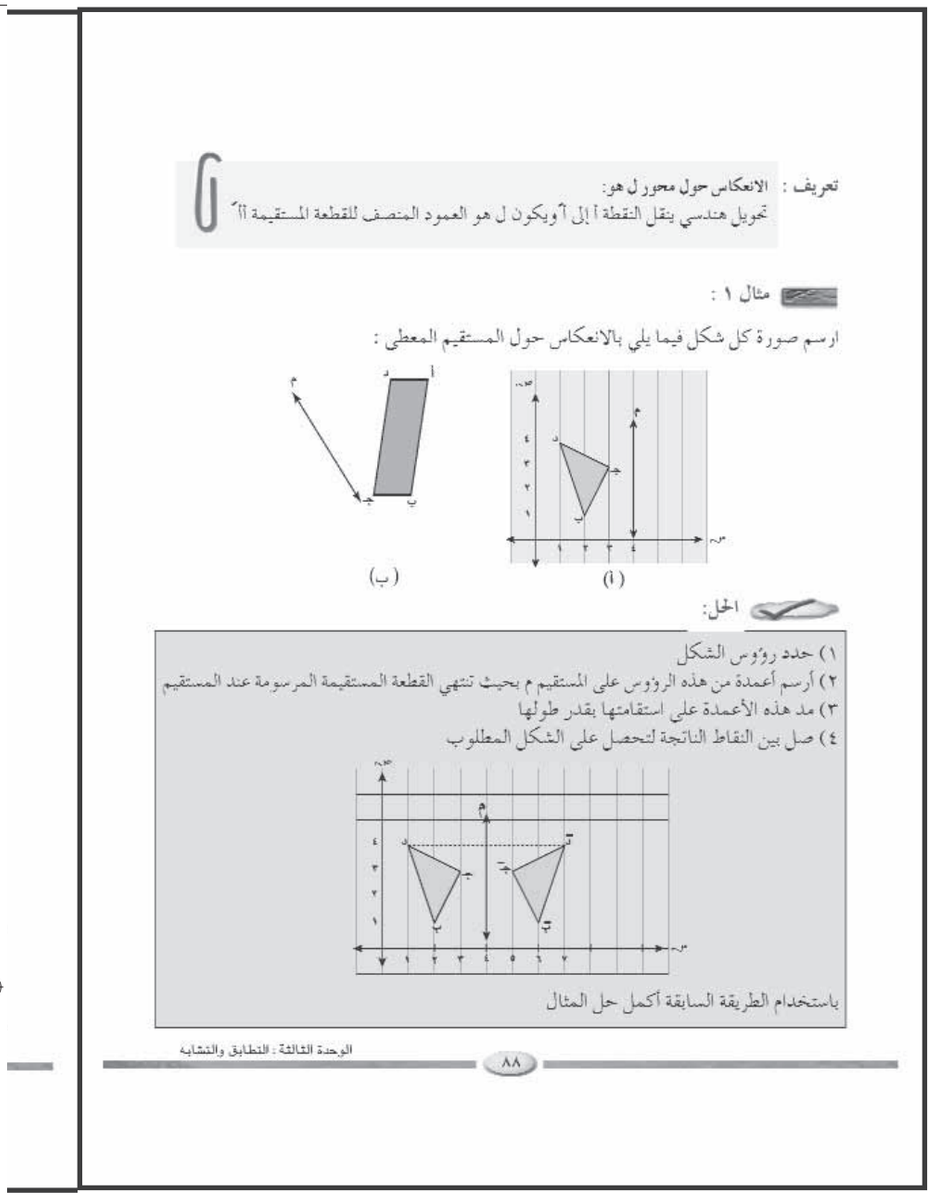


- التعامل مع اللوحة المسمارية أو السبورة البيانية واستخدام منحنيات مألوفة للطالب مصنوعة من السلك أو البلاستيك وتوظيف المستوى الإحداثي بأسلوب علمي يعطي ناتجاً تعليمياً أفضل بالاضافة إلى أنه يبعد التجريد عن الموضوع ويعطيه صيغة وظيفية . يمكن أن تعطي الطالب تدريباً آخر وتؤجل هذا التدريب ليكون تمهيدا لدرس الانعكاس في احد محوري الإحداثيات .

حل التدريبات :

١) بعض النقاط التي لا يوجد لها صورة في إحدى الحالتين ، أو كلتاهما مثل F

٢) ٣ م



تعريف : **الانعكاس حول محور ل هو:**
تحويل هندسي ينقل النقطة أ إلى أ′ ويكون ل هو العمود المنصف للقطعة المستقيمة أأ′

مثال ١ :

ارسم صورة كل شكل فيما يلي بالانعكاس حول المستقيم المعطى :

(ب) (أ)

الحل:

١) حدد رؤوس الشكل
٢) أرسم أعمدة من هذه الرؤوس على المستقيم م بحيث تنتهي القطعة المستقيمة المرسومة عند المستقيم
٣) مد هذه الأعمدة على استقامتها بقدر طولها
٤) صل بين النقاط الناتجة لتحصل على الشكل المطلوب

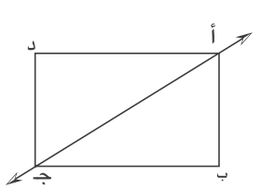
باستخدام الطريقة السابقة أكمل حل المثال

– يلزم تدريب الطلاب على استخدام الأدوات الهندسية في رسم صورة شكل هندسي بسيط تحت تأثير انعكاس في محور / نقطة حيث في ذلك تدعيم للمهارات الهندسية (الإنشاءات الهندسية التي سبق دراستها). ولكن لا داعي للمغالاة في مثل هذه التمارين نظراً لأنها تحتاج إلى وقت .

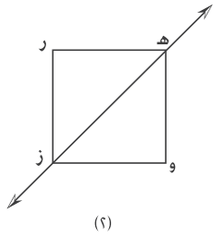
– يمكنك بعد الانتهاء من المثال أن تطرح بعض الأسئلة على الشكل ب مثلاً:
١. هل تغير الشكل ؟
٢. هل $\overline{أب}$ // $\overline{جـ ء}$ ؟ تحقق من إجابتك .
٣. هل ق($\hat{أ}$) = ق ($\hat{أ}$) ؟
٤. اثبت أن $\overline{أ م}$ = $\overline{أ م}$ (يمكنك الإثبات بالقياس).
٥. إذا كانت النقطة س تقع على أ د فأين تقع صورتها؟
من خلال مجموعة الأسئلة هذه يجب أن يعرف الطالب خواص الانعكاس حيث أن الانعكاس يحافظ على الاستقامة ، البينية ، الأطوال ، قياسات الزوايا ، التوازي . كما يمكنك التوصل إليه من أمثلة وتمارين سابقة .
ويمكنك أن تسأل الطالب عن خواص الإنعكاس في الاختبار كمفردة مقالية أو موضوعية .

تعزيز :

انقل الشكلين في دفترك وجد صورتهما بالانعكاس في المحورين أ جـ ، هـ ز على الترتيب:



(١)



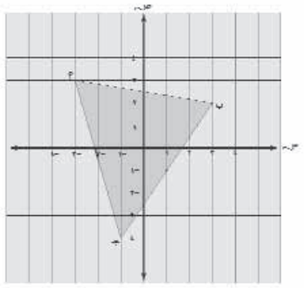
(٢)

الحل :

الشكل المنعكس هو الشكل الأصلي . حيث :
أ ب جـ د ⟵ جـ د أ ب
هـ و ر ز ⟵ ز ر و هـ

تدريب ٢ :

٢) انقل الشكل التالي في دفترك ثم ارسم صورته بالانعكاس حول المحور الصادي



مثال ٢ :

وضع المختصون في المصنع تصميما لديوس ذهبي يتكون من جزأين متماثلين حيث رسم أحد الأجزاء وباستخدام الانعكاس رسم الجزء المطابق له .

تأمل الشكل ثم أجب عن الأسئلة التالية :

١. كم محور تماثل للشكل ؟

٢. هل محور الانعكاس هو محور تماثل ؟ وضح اجابتك .

٣. ارسم تصميما آخر لحلي لها أكثر من محور تماثل واحد .

الحل:

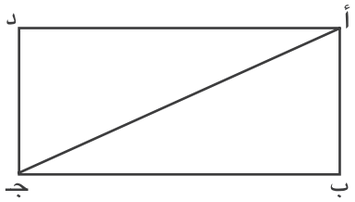
١) للشكل محور تماثل واحد . وضحه

٢) نعم حيث أنه يمكن ثني الشكل حول محور الانعكاس ويعطي شكلين متطابقين ولكل نقطة من نقاط الشكل صورة تحت تأثير الانعكاس حول محور التماثل (تأكد باستخدام الورق الشفاف) .

– في التدريب يمكن ان يقوم بعض الطلبة برسم صورة الشكل بالانعكاس حول المحور السيني . ثم اطلب إليهم أن يستخدم الورق الشفاف لرسم الصورة ومقارنتها بالأصل والتأكد من خواص الانعكاس .

– اطلب إلى الطالب أن يعطيك أمثله على الانعكاس والتناظر من الطبيعة .

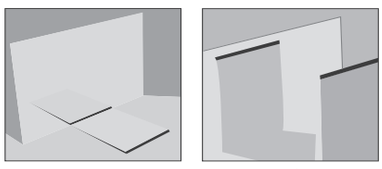
– أشر إلى الطلاب أن كل محور تناظر هو محور انعكاس ولكن ليس كل محور انعكاس هو محور تناظر . مثلاً المستطيل أ ب جـ د



صورة △ أب جـ تحت تأثير انعكاس حول المحور (القطر) أ جـ هي △ جـ د أ ولكن أ جـ لا يمثل محور تناظر لأنه عند ثني الشكل حول المحور أ جـ لا يتطابق الشكلان .

إثراء :

١) وضح أي الشكلين يكون مثالا جيدا للانعكاس حول محور موضحا السبب .



(أ) (ب)

الحل :

الشكل (ب) حيث يمثل خط تقاطع المرآة مع الورقة محور إنعكاس

تعزيز :

١) ارسم ما تراه في المرآة عندما تنعكس الحروف التالية عليها:
A ، M ، D ، L ، ح ، د ، ب

٢) سم بعض الأحرف الأخرى التي تبدو كما هي عند الانعكاس في مرآة (يمكن قراءتها كما يقرأ الأصل) .

الحل :

١) A ، M ، ᗡ ، ⊥ ، ↄ ، ے ، ب

٢) ت ، W ، ث ، ن ، H

حل تدريبات ٢ :

١)

١) عدد لا نهائي .

٢) ٥ محاور .

٣) لا يوجد .

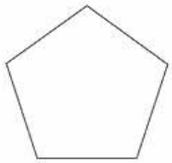
لحل رقم (١) يمكن أن يستخدم الطالب شبه المرآة . كما يمكنك أن تسأل الطلاب أن يقوموا بتعديل بعض أجزاء الشكل رقم (٣) حتى يصبح له محور تماثل واحد أو أكثر .

٢) يترك للطالب .

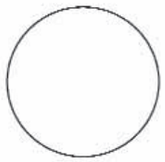
تدريبات ٢ :

١) صنف الأشكال التالية حسب عدد محاور التماثل :

(٣)



(٢)



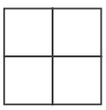
(١)

٢) تأمل الصور التالية ثم قدم أمثلة من بيئتك على أشكال متماثلة وارسمها في دفترك موضحا محاور التماثل والانعكاس (إن وجدت).

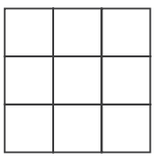
إثـراء :

يمكنك استخدام الانعكاس للمربع الصغير في الشكل (١) لرسم الأشكال (٢)، (٣)

(١)



(٢)



(٣)

تأمل الأشكال واجب عن ما يلي :

١) كم عدد المربعات الصغيرة في الشكل (٢) ؟

٢) كم مرة ينعكس المربع الصغير في الشكل ١ لينتج الشكل الثاني (يحدث الانعكاس للمربع الصغير والانعكاس الذي يليه يحدث للمربع الناتج من الانعكاس السابق)

٣) كم عدد المربعات الصغيرة في الشكل (٣) ؟

٤) كم مرة ينعكس المربع الصغير لينتج الشكل (٣) ؟

٥) إذا كانت الأشكال السابقة تكوّن نمطا . كم مرة ينعكس المربع الصغير لينتج شكلا يتكون من ٦٤ مربعا ؟

٦) ما ترتيب الشكل الذي يحتوي على ٤٩ مربعا صغيرا في النمط السابق ؟

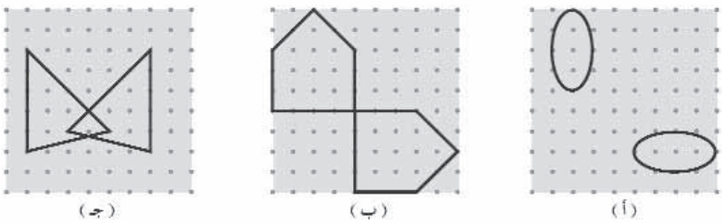
٧) كم عدد المربعات الصغيرة الناتجة من انعكاس المربع الصغير ٨٠ مرة ؟ وما ترتيبه في النمط ؟

الحل :

١) ٤	٢) ٣	٣) ٩	٤) ٨
٥) ٦٣	٦) ٧	٧) ٨١ ، ٩	

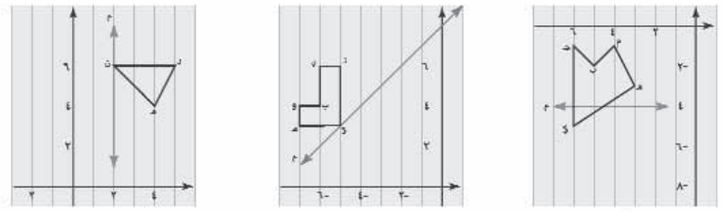
تمارين ومسائل (١)

١) انقل الرسومات التالية على ورق منقط ثم ارسم محور انعكاس في كل من الأشكال التالية لينتج لديك صورة وأصل ثم استخدم شبه المرآه للتأكد من الحل .



(أ) (ب) (جـ)

٢) انقل الأشكال التالية في دفترك ثم ارسم صورة كل منها تحت تأثير انعكاس حول المحور الموضح في الشكل :



(أ) (ب) (جـ)

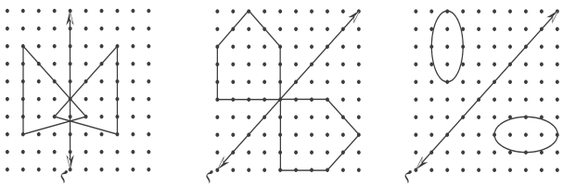
٣) أراد الصائغ أن يقسم السبيكة المنتظمة التالية لقطعتين متماثلتين .

أ) بكم طريقة يمكنه الحصول على هذه القطع .

ب) إذا علمت أن سبيكة ذهب تزن ٣٩ غم وسعر الغرام الواحد ٤,٣٥٠ ريال عماني فما سعر كل قطعة .

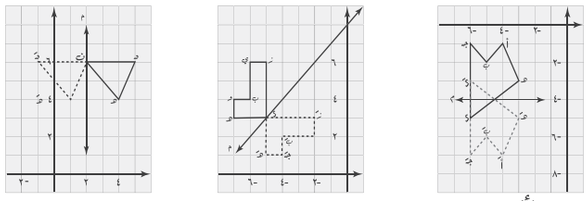
حل تمارين ومسائل ١ :

١)



(أ) (ب) (جـ)

٢)



(أ) (ب) (جـ)

٣) أ) ٦ طرق .

ب) سعر السبيكة = ٣٩ × ٤,٣٥٠

= ١٦٩,٦٥٠ ريال .

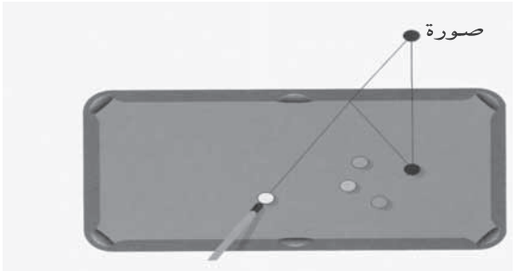
سعر القطعة الواحدة = ١٦٩,٦٥٠ ÷ ٢

= ٨٤,٨٢٥ ريال .

إثراء :

تخيل مازن صورة الكرة السوداء إذا انعكست حول الحد العلوي للطاولة.ثم ضرب الكرة البيضاء مكان الصورة التي تخيلها ليضرب الكرة السوداء وتدخل في الهدف (انظر الشكل ١) .

أ) لماذا في اعتقادك لم يضرب مازن الكرة السوداء مباشرة في الكرة البيضاء لتدخل في الهدف ؟



الانعكاس حول المحورين السيني والصادي **Reflection on x,y axis** :

نشاط ١ الانعكاس حول محور **Reflection on axis**

الأدوات : ورق مربعات ، قلم ، مسطرة

الخطوات :

١) ارسم النقاط التالية على المستوى الاحداثي أ (٢،١) ، ب (٣،– ٤) ، جـ (– ٢، –٥) ، د (–٤، ٥) .
٢) مثل صورة كل من النقاط بالانعكاس حول المحور السيني في المستوى الاحداثي .
٣) سجل النقطة وصورتها بالانعكاس حول المحور السيني . ما الاختلاف بينهما ؟
٤) كرر العمل السابق مع نقاط أخرى من أرباع مختلفة .
٥) كرر العمل السابق باستخدام المحور الصادي محورا للإنعكاس واكتب استنتاجك .

تدريب ١ :

باستخدام الاستنتاج الذي توصلت إليه في النشاط السابق
أوجد صورة المثلث ع ل ن بالانعكاس حول كل من المحورين السيني والصادي وارسم الشكلين الناتجين
حيث ع (٦،٠) ، ل (٨ ،١٠) ، ن (٠،٠)

نتيجة :

أ) صورة النقطة (س، ص) بالانعكاس حول المحور السيني هي (س، ص)
ب) صورة النقطة (س، ص) بالانعكاس حول المحور الصادي هي (– س ، ص)

– بعد أن يؤدي الطلاب النشاط ويتوصلوا للنتائج لفت نظرهم إلى أن الانعكاس في المحور السيني ينتج عنه تغير في الإحداثي الصادي لها بينما يبقى الاحداثي السيني كما هو والعكس بالنسبة للانعكاس في المحور الصادي .
– زود الطلاب بأمثلة كافية للانعكاس حول أحد محوري الاحداثيات عن طريق نقاط وأشكال هندسية.

حل تدريب ١ :

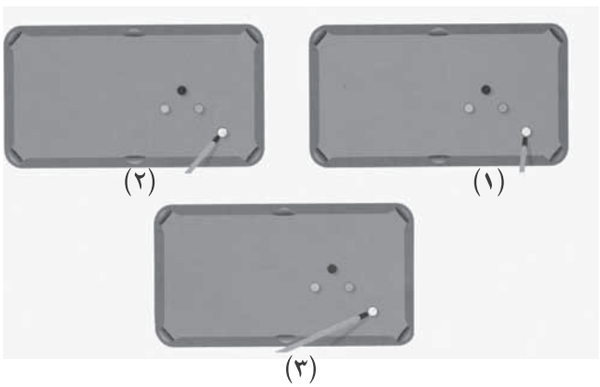
حول المحور السيني :
عَ (٠ ، –٦) ، لَ (–٨،–١٠) ، نَ (٠ ، ٠)
حول المحور الصادي :
عً (٠ ، ٦) ، لً (٨،١٠) ، نً (٠ ، ٠)

إثراء :

ب) تخيل صورة الكرة السوداء عند انعكاسها حول الطرف الأيمن من الطاولة وحدد في أي من الحالات التالية ستدخل الكرة السوداء الهدف . ثم فسر إجابتك

الحل :

في الحالة الثالثة.



– المثال المقابل يوضح كيفية رسم صورة نقطة بالانعكاس حول نقطة يمكنك استخدام الورق المنقط لرسم انعكاس نقطة ومن ثم التوسع لانعكاس شكل حول نقطة الأصل .

– يمكن نقل المعين على ورقة وعن طريق الثني يمكن تحديد المركز ثم وضح لهم أن المركز هو نقطة التقاء القطرين .

– وضح للطلاب بأن الشكل الأصلي للخاتم هو معين ثم قام المصمم ببعض التصاميم والحفر.

– يمكن أن يطبق الطلاب ما قام به المصمم بعد أن يتم حل المثال (١) .حيث يمكن أن تطلب اليهم أن يرسموا شكلا في أحد جوانب المعين ثم يرسموا انعكاسة حول المركز ، ثم يمكنهم إعداد تصميم لخاتم أو أي حليه أخرى تحتوي على أشكال هندسية مختلفة .

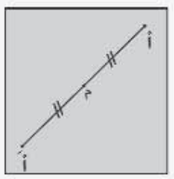
الانعكاس حول نقطة **Reflection on a point** :

تحتاج صياغة الذهب والفضة للدقة في رسم الأشكال على قطع الحلي فمثلا لرسم الأشكال على الخاتم الموضح في الشكل التالي قام المصمم بما يلي :

١) رسم المعين .

٢) حدد مركز المعين وليكن م (كيف نعين المركز؟)

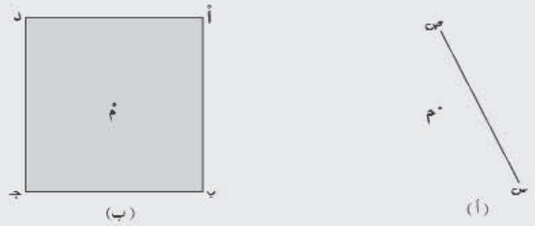
٣) رسم أحد الأشكال وقاس بعد كل نقطة من نقاطه عن المركز .



٤) مد خطا مستقيما من النقطة التي يريد رسم نظيرها (أ مثلا) على الجهة الأخرى ورسم الصورة على الخط المستقيم بحيث يكون أ م = أ م .
وهكذا لبقية النقاط .

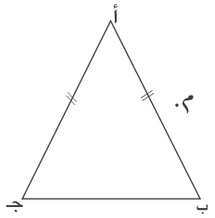
مثال ٢ :

ارسم صورة كل شكل من الأشكال التالية بالانعكاس حول النقطة م



الوحدة الثالثة : التطابق والتشابه ٩٣

تعزيز :



في الشكل المقابل Δ أ ب جـ فيه أ ب = أ جـ
ارسم صورة المثلث بالانعكاس حول النقطة م ثم أثبت أن الصور عبارة عن مثلث متطابق الضلعين .
أعط أمثلة من الشكل وصورته تؤكد من خلالها خواصَ الانعكاس .
الانعكاس يحافظ على :
١) البنية .
٢) الأطوال .
٣) قياسات الزوايا .
٤) الاستقامة .

– يمكن للطالب مبدئياً استخدام ورق المربعات ليسهل عليه الرسم ، كما يمكنه استخدام الأدوات الهندسية للتأكد من القياسات والأبعاد وقياس الزاوية.
– نوع في الأشكال وابدأ بالرسم على ورق منقط أو ورق مربعات للتسهيل على الطالب .

– من المهم أن يصل الطالب للتعريف ، ثم الفت انتباههم إلى التغير الحاصل في الإحداثيين معا .

– يمكنك أن تبدأ بالانعكاس في نقطة الأصل ثم تتطرق إلى الانعكاس حول أي نقطة إذا رأيت أن ذلك يسهل عملية الرسم .

الحل:

أ)

١) ارسم مستقيما يصل النقطة (س) بالنقطة (م)

٢) مد س م بقدر طوله على استقامته من جهة م.

٣) كرر العمل مع النقطة ص .

٤) صل بين النقطتين لتحصل على المستقيم الجديد .

باستخدام الطريقة السابقة أو باستخدام طريقة التي أكمل حل المثال .

يمكنك الحصول على تمارين وتطبيقات مختلفة على الانعكاس بالرجوع للانترنت
http://regentsprep.org/Regnts/math/math

نشاط ٢ الانعكاس في نقطة الأصل

الأدوات : ورق رسم بياني ، قلم ، مسطرة

الخطوات :

١) حدد أربع نقاط على المستوى الأحداثي كل منها يقع في ربع مختلف عن الأخرى .

٢) ارسم صورة كل من النقاط بالانعكاس حول نقطة الأصل وذلك بإتباع الطريقة السابقة التي اتبعها الرسام.

٣) سجل إحداثي النقاط وإحداثي صورة كل منها في جدول .

٤) قارن بين احداثيات كل من الأصل والصورة لكل نقطة .

٥) سجل ملاحظتك وقارنها مع ملاحظة زملائك .

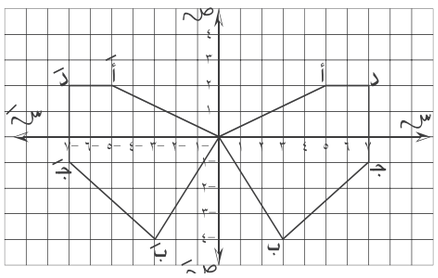
٦) ناقش زملاءك في إحداثي النقطة (س، ص) بالانعكاس حول نقطة الأصل .

تعزيز :

١. ارسم على المستوى الإحداثي الشكل الخماسي الذي إحداثيات رؤوسه ا (٥ ، ٢) و(٠ ، ٠) ب(٣ ،–٤) جـ (٧،–١) ، د (٧، ٢) .
٢. ارسم صورة الشكل تحت تأثير انعكاس حول المحور الصادي .ثم سم الشكل الناتج .
٣. اكتب إحداثيات رؤوس الشكل الناتج من الانعكاس .

الحل :

١) أ (٥ ، ٢) ⟵ أَ (–٥ ، ٢)
و (٠ ، ٠) ⟵ وَ (٠ ، ٠)
ب (٣ ، –٤) ⟵ بَ (–٣ ، –٤)
جـ (٧ ، –١) ⟵ جـَ (–٧ ، –١)
د (٧ ، ٢) ⟵ دَ (–٧ ، ٢)



تدريب ٢ :

أ) حدد إحداثي صور النقاط التالية تحت تأثير انعكاس في نقطة الأصل :
أ (–٥،٥) ، ب (٠،٩) جـ (٠،٠)

ب) اشرح كيف يمكنك استخدام شبه المرآة لرسم انعكاس شكل حول نقطة .

نتيجة :

صورة النقطة (س، ص) بالانعكاس حول نقطة الأصل هي (– س ، – ص)

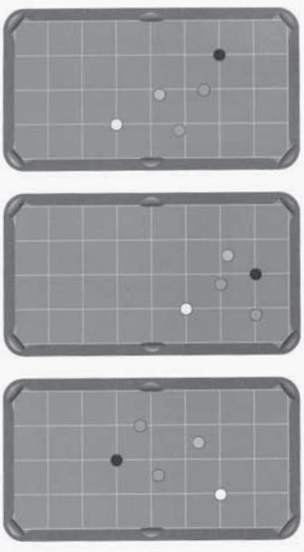
– نوع في التمارين والتدريبات بحيث لا تقتصر على طلب إحداثي صورة النقطة تحت تأثير انعكاس ما ولكن نوع بحيث تطلب إحداثي النقطة إذا علمت صورتها .
– يمكنك أن تعطي الطالب إحداثيات الأصل والصورة وتطلب منهم أن يحددوا نوع التحويل الهندسي .
كما يمكنك أن لا تقتصر في التمارين على الإنعكاس فقط وإنما راجع معهم من خلال تمارين الإنسحاب .

حل تدريب ٢ :

أ (٥ ، –٥)
بَ (–٩ ، ٠)
جَـ (٠ ، ٠)

إثـراء :

– انقل الأشكال التالية على ورق منقط ثم ارسم موقع العصا حتى يمكن أن تضرب الكرة السوداء بالبيضاء وتدخل الهدف



حل تمارين ومسائل ٢ :

أ) انعكاس حول المحور الصادي .

ب) انعكاس حول نقطة الأصل .

جـ) انعكاس حول المحور الصادي .

٣) نقطة الأصل .

٤) أ) انعكاس حول المحور السيني .
ب) إنسحاب في الاتجا ه السالب لمحور السينات مقداره وحدتين .

٥) د (−٦، ٤) ، و (٢،١) ، هـ (−٥ ، ٠)

٦) أ) انعكاس حول نقطة الأصل .
ب) انعكاس حول المحور الصادي أو انسحاب في الاتجاه السالب لمحور السينات مع مراعاة عدد الوحدات.

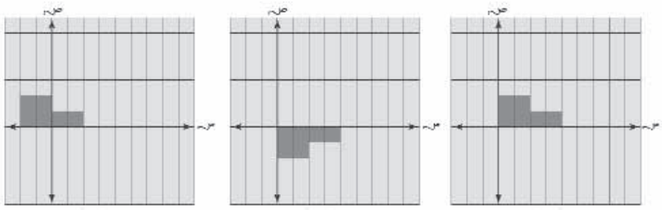
تمارين ومسائل (٢)

١) حدد نوع التحويل الهندسي في كل مما يلي :
أ) س (٣،٢) ← سّ (−٣ ، ٢)
ب) ص (٦، ١) ← صّ (−٦ ، −١)
جـ) ع (٢،٣) ← عّ (−٢ ، ٣)

٢) قدم أمثلة مرسومة توضح أن الانعكاس تحويل هندسي يحافظ على :
أ) الأطوال ب) قياسات الزوايا

٣) ما إحداثيي النقطة التي تكون صورتها هي نفسها بالانعكاس حول كل من المحورين السيني، والصادي ، وحول نقطة الأصل ؟

٤) حدد نوع التحويل الهندسي في كل حالة من الحالات التالية :
أ) من شكل ١ إلى شكل ٢
ب) من شكل ١ إلى شكل ٣



٥) إذا كان دّوَهّ صورة المثلث د و هـ تحت تأثير انعكاس حول المحور الصادي وكانت دّ(٦،٤) ، وَ(−٢،١) ، هَ (٥،٠) ، ارسم المثلثين د و هـ ، دّوَهّ في المستوى الإحداثي

٦) إذا رُسم شكل في الربع الرابع ، حدد تحت تأثير أي من التحويلات الهندسيه التي درستها يمكن أن ينتقل الشكل إلى كل من : أ) الربع الثاني .
ب) الربع الثالث .

الهدف :

*** استخدام مقياس الرسم لتكوين أشكال مشابهه لشكل معطى .**

– راجع مع الطلاب أن مقياس الرسم يستخدم لتكبير أو تصغير الأشكال وراجع معهم معامل التكبير . وأكد أنه لتكبير شكل أو تصغيره فإن الأمر يحتاج معامل تكبير ومركز .

– هذا الهدف له ارتباط كبير بتشابه المثلثات الذي سيدرسه الطالب العام القادم بإذن الله

– راجع مع الطلاب أيضا تكافؤ النسب لارتباطها بتشابه الأشكال .

– يمكن أن تسأل الطلاب أي العبارات التالية دائما صحيحة في الأشكال المتشابهة وذلك لتتأكد من فهمهم للتشابه :

الأشكال المتشابه دائما لها :

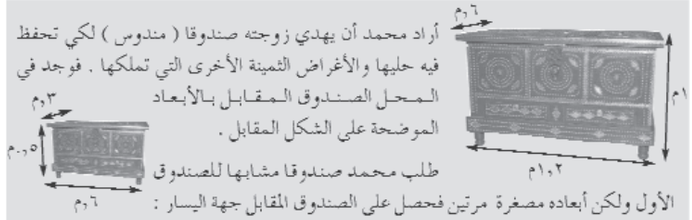
– نفس الشكل .

– نفس الحجم .

– الزوايا المتناظرة متطابقة .

– الأضلاع المتناظرة متطابقة .

استخدام مقياس الرسم لعمل أشكال متشابهة
Scale Drawing of Similar Figures



أراد محمد أن يهدي زوجته صندوقا (مندوس) لكي تحفظ فيه حليها والأغراض الثمينة الأخرى التي تملكها . فوجد في المحل الصندوق المقابل بالأبعاد الموضحة على الشكل المقابل .

طلب محمد صندوقا مشابها للصندوق الأول ولكن أبعاده مصغرة مرتين فحصل على الصندوق المقابل جهة اليسار :

* ما وجه الشبه وأوجه الاختلاف بين الصندوقين ؟

* اكتب معامل التكبير المستخدم على صورة نسبة ، وعلى صورة كسر اعتيادي .

نشاط ١

الأدوات : ورق ، آله تصوير أوراق .

الخطوات :

١. ارسم ثلاثة أشكال مختلفة على الورق .
٢. قم بتصوير الأشكال مكبرة ١٢٠٪ مرة ومصغرة مرة أخرى ٥٠٪ .
٣. قس طول كل ضلع في أحد الأشكال ثم قس طول الضلع المناظر له في صورته .
٤. سجل الأطوال في جدول ثم سجل النسبة بين الأطوال على أن تتبع الترتيب نفسه .
٥. كرر العمل مع الأشكال الأخرى .واكتب ملاحظتك .
٦. قس زوايا كل شكل ثم قس زوايا صورته (المكبرة أو المصغرة). سجل ملاحظتك .
٧. أوجد النسبة بين أطوال أضلاع صورة الشكل المكبرة إلى الأضلاع المناظرة لها في الصورة المصغرة . سجل ملاحظتك .
٨. إذا علمت أن الشكل وصورتيه هي أشكال متشابهه، اكتب مع مجموعتك تعريفا للأشكال المتشابهة.

إثراء :

المربعين الموضحين في الشكل متشابهين.

فسر كيف يمكن أن تكون العبارتان التاليتان صحيحتين لنفس المربع في وقت واحد ؟

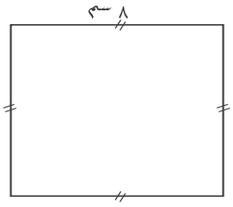
١) تم تصغير الشكل بنسبة $\frac{١}{١٦}$ من الشكل الأصلي .

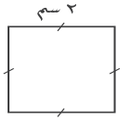
٢) تم تصغير الشكل بنسبة $\frac{١}{٤}$ من الشكل الأصلي .

الحل :

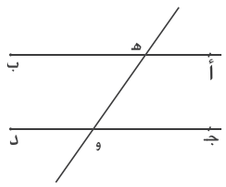
العبارة الأولى توضح النسبة بين مساحة المربعين $= \frac{٤}{٦٤} = \frac{١}{١٦}$

العبارة الثانية توضح النسبة بين أطوال الأضلاع $= \frac{٢}{٨} = \frac{١}{٤}$





– راجع مع الطلاب العلاقات بين الزوايا وأنواع الزوايا ومجموع زوايا المثلث والشكل الرباعي التي درسها سابقا لأنه سيستخدمها عند حل مسائل التشابه والتطابق .يمكنك استغلال الشكل الثاني :



– يمكنك استخدام الحاسوب في رسم أشكال متشابهة يمكنك الرجوع لمناهج تقنيات التعليم حيث درس الطالب ذلك كما درس كيف يمكنه التبليط باستخدام أشكال معينه .

تعريف : يتشابه مضلعان إذا تطابقت زواياهما المتناظرة وتناسبت أطوال أضلاعهما المتناظرة .

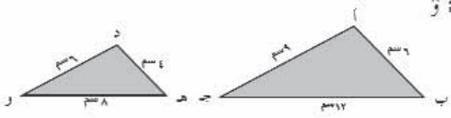
ملاحظة :

تسمي المضلعات المتشابهة بنفس ترتيب الزوايا المتناظرة
فمثلاً Δ أ ب جـ يشابه Δ د هـ و ، حيث :

١) $\hat{أ} \cong \hat{د}$ ، $\hat{ب} \cong \hat{هـ}$ ، $\hat{جـ} \cong \hat{و}$

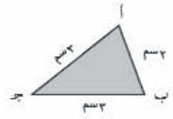
٢) $\frac{أ ب}{د هـ} = \frac{ب جـ}{هـ و} = \frac{جـ أ}{و د}$

$\therefore \frac{٦}{٤} \quad \frac{١٢}{٨} \quad \frac{٩}{٦} \quad \frac{٣}{٢}$



مثال ١ :

ارسم شكلا مشابها للمثلث التالي :



الحل:

يمكن رسم مثلث (د هـ و مثلا) مشابه للمثلث المعطى أكبر أو أصغر منه باستخدام معامل التكبير.
مثلا لتكبير المثلث ٣ مرات :

$\frac{أب}{دهـ} = \frac{ب جـ}{هـ و} = \frac{جـ أ}{و د} = \frac{١}{٣}$

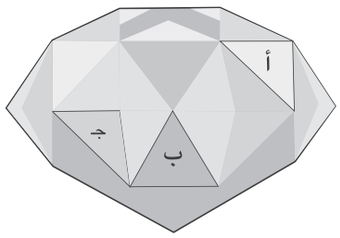
$\frac{٢}{د هـ} - \frac{١}{٣} \Longleftarrow$ دهـ – ٦ لماذا ؟

وبالمثل : هـ و = ٩ ، و د = ٩ ، ارسم المثلث بالابعاد ٦ ، ٩ ، ٩

المثلثان متشابهان إذا كان:
$\frac{أب}{دهـ} = \frac{ب جـ}{هـ و} = \frac{جـ أ}{و د}$

ناقش مع زملائك الشرط الثاني للتشابه .

إثراء :

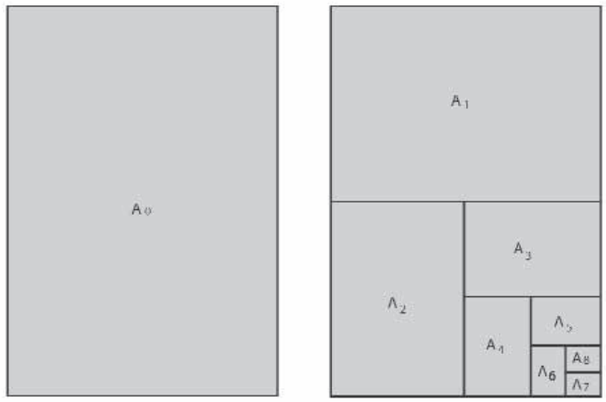


تم تجزئة الماسة المقابلة كما هو موضح في الشكل :
١. أذكر ثلاثة أنواع من المضلعات في الشكل ثم حدد نوعها من حيث كونها :
* مضلعات محدبة أو مقعرة .
* منتظمة أو غير منتظمة .

تدريب ١:

وضح كيف أن الأوراق من A_1 إلى A_7 مشابهه للورقة A_0 إذا كانت النسبة بين الطول إلى العرض.

$\sqrt{٢}$: ١ [استخدم الآله الحاسبة]



حل تدريب ١ :

– يمكنك استخدام ثني الورقة حيث عند ثني A_0 إلى جزئين ينطبق الجزء الواحد على A_1 وعند ثني A_1 إلى إلى نصفين ينطبق على A_2 وهكذا ...

– كما يمكنك قياس الأبعاد وحساب النسبة بين الأضلاع ؛ حيث الزوايا جميعها قائمة.

– يمكن أن يبرهن الطالب رياضياً كالتالي بفرض أن الطول س .

∴النسبة بين الطول إلى العرض في A_0 هي $\sqrt{٢}$: ١

∴ النسبة في A_1 من الطول إلى العرض هي ١ : $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

أي أن يصبح طول A_1 هو ١ والعرض هو $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

حيث ١ < $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

١) $\frac{\text{طول } A_0}{\text{طول } A_1} = \frac{\sqrt{٢}}{١}$

٢) $\frac{\text{عرض } A_0}{\text{عرض } A_1} = \frac{١}{\frac{\sqrt{٢}}{٢}} = \frac{٢}{\sqrt{٢}} = \frac{\sqrt{٢}}{١}$

[يمكن أن يستخدم الطالب الآلة الحاسبة لأن ليس لديه فكرة عن انطاق المقام] .

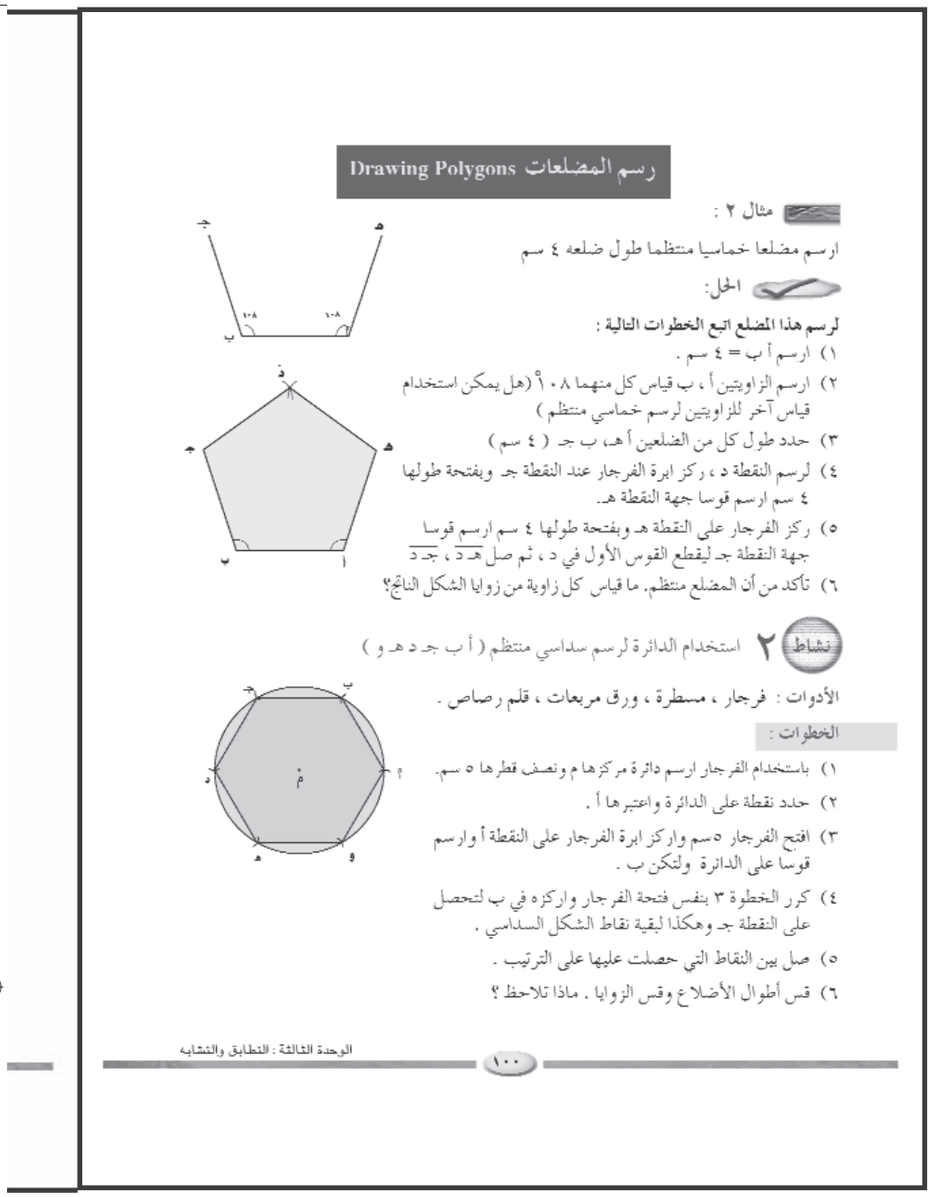
يوجد تناسب بن الأضلاع المتناظرة ، كما أن الزوايا المتناظرة متطابقة .

∴ $A_0 \cong A_1$ وبالمثل الباقي .

الهدف :

*** رسم مضلعات منتظمة بأي عدد من الأضلاع .**

– سبق أن درس الطالب رسم مثلث منتظم (متطابق الأضلاع) ومضلعات رباعية منتظمة .
– تحقق من دقة استخدام الطلاب للفرجار والمنقلة .
– سيدرس الطالب لاحقا مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع المنتظم في الوحدة الرابعة بالتالي يمكنك إما أن تشرح هذا الهدف مع الهدف الخاص بمجموع قياسات الزوايا للمضلع المنتظم أو أنْ تستغل دراسة الطالب السابقة لمجموع قياسات زوايا المربع بحكم أنه ضلع منتظم . كما يمكنك أن تطلب من الطالب أن يحاول رسم المضلع الخماسي المنتظم مثلا بقياس زاوية أخرى غير ١٠٨° وسيستنتجون استحالة ذلك


رسم المضلعات Drawing Polygons

مثال ٢ :

ارسم مضلعا خماسيا منتظما طول ضلعه ٤ سم

الحل:

لرسم هذا المضلع اتبع الخطوات التالية :

١) ارسم أ ب = ٤ سم .
٢) ارسم الزاويتين أ ، ب قياس كل منهما ١٠٨° (هل يمكن استخدام قياس آخر للزاويتين لرسم خماسي منتظم)
٣) حدد طول كل من الضلعين أ هـ، ب جـ (٤ سم)
٤) لرسم النقطة د ، ركز ابرة الفرجار عند النقطة جـ وبفتحة طولها ٤ سم ارسم قوسا جهة النقطة هـ.
٥) ركز الفرجار على النقطة هـ وبفتحة طولها ٤ سم ارسم قوسا جهة النقطة جـ ليقطع القوس الأول في د ، ثم صل هـ د ، جـ د
٦) تأكد من أن المضلع منتظم. ما قياس كل زاوية من زوايا الشكل الناتج؟

نشاط ٢ استخدام الدائرة لرسم سداسي منتظم (أ ب جـ د هـ و)

الأدوات : فرجار ، مسطرة ، ورق مربعات ، قلم رصاص .

الخطوات :

١) باستخدام الفرجار ارسم دائرة مركزها م ونصف قطرها ٥ سم.
٢) حدد نقطة على الدائرة واعتبرها أ .
٣) افتح الفرجار ٥سم واركز ابرة الفرجار على النقطة أ وارسم قوسا على الدائرة ولتكن ب .
٤) كرر الخطوة ٣ بنفس فتحة الفرجار واركزه في ب لتحصل على النقطة جـ وهكذا لبقية نقاط الشكل السداسي .
٥) صل بين النقاط التي حصلت عليها على الترتيب .
٦) قس أطوال الأضلاع وقس الزوايا . ماذا تلاحظ ؟

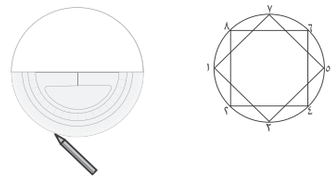
الوحدة الثالثة : التطابق والتشابه ١٠٠

إثراء :

١) استخدم المنقلة وارسم دائرة ثم ضع علامة على كل ٤٥° في الدائرة ورقمها مبتدئا من الرقم ١. على كم جزء حصلت؟
٢) صل بخط بين النقاط التي تحمل أرقاما فردية على الترتيب . ما الشكل الناتج ؟
٣) صلْ بين النقاط التي تحمل أرقاما زوجية . ما الشكل الناتج ؟
٤) كم عدد الزوايا القائمة التي حصلت عليها ؟
٥) ما الأشكال الأخرى التي تكونت ؟ إذا كنت لا تعرف أسماءها فأذكر عدد الأضلاع؟

الحل :

١)



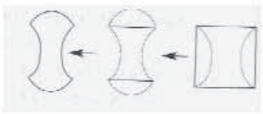
٨ أجزاء [$\frac{٣٦٠}{٤٥} = ٨$]

٢) مربع. ٣) مربع .
٤) ٨ زوايا .
ب) خماسي ، سداسي ، سباعي ، ثماني ، تسع أضلاع .
أشكال تتكون من ١٠ – ١٦ ضلع .

مثال ٣ :

ارسم مربعا طول ضلعه ٣ سم ثم كون منه شكلا يمكن استخدامه في عملية التبليط بحيث تستخدم مساحة المربع كلها .

الحل:



اتبع الخطوات التالية :

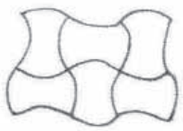
١. ارسم المربع بالطريقة التي تعلمتها في الصف السادس.

٢. كون الشكل المقابل .

٣. قص الشكل المنقط والصقه على الأطراف الأخرى .

٤. كرر العمل مع مربعات أخرى لها طول الضلع نفسه والصقها مع بعضها .

٥. اقترح طريقة أخرى .



تدريب ٢ :

أ) في النشاط (٢) أيهما أكبر مساحة الشكل السداسي أم مساحة الدائرة ؟ ولماذا ؟

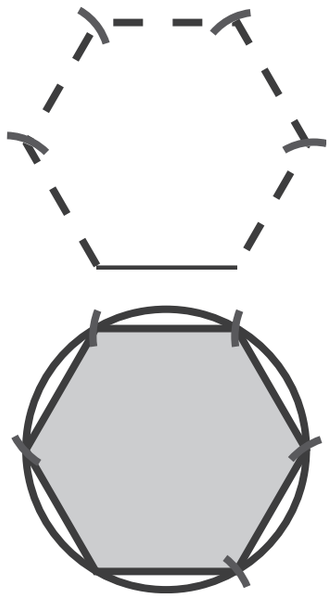
ب) ارسم شكلا سداسيا منتظما طول ضلعه ٤ سم باستخدام كل من الطريقتين السابقتين في كل من المثال (٢) والنشاط (٢) .

– نبه الطلاب أنه قد توجد أخطاء في القص والرسم وبالتال قد تحدث بعض الفجوات عند التبليط .
– اطلب من الطلاب رسم أشكال أخرى كالتي تعلم رسمها في هذا الصف الخماسي والسداسي وعمل أشكال تساعده على التبليط .

حل تدريب ٢ :

أ) مساحة الدائرة .

ب)



حل تمارين ومسائل ٣ :

٣) (ب) ، (أ)

٤) محيط المربع = ٤س = ٢٨

س = ٧

مساحة المستطيل = ٤٩ سم^{٢}

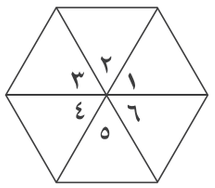
٥) أ) محيط الشكل السداسي = ٦ × ١٦ =٩٦ سم

محيط الشكل الخماسي = ٥×١٦= ٨٠ سم

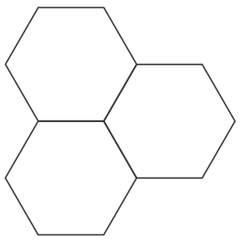
ب) يمكنك حساب مساحة الشكل السداسي عن طريق رسمة أو ورقة بمقياس رسم مناسب مثلاً كل ١سم يمثل ٤سم ، ومن ثم حساب عدد المثلثات التي ينقسم إليها الشكل .

– يمكنك معرفة ارتفاع المثلث عن طريق قياس الطول وحسابه بمقياس الرسم المستخدم .

– يمكنك حساب المساحة باستخدام مساحة شبه المنحرف وضرب مساحة شبه المنحرف في ٢ تعطيك مساحة السداسي :



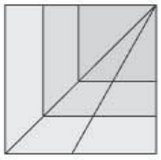
–يمكن استخدام السداسي للتبليط :



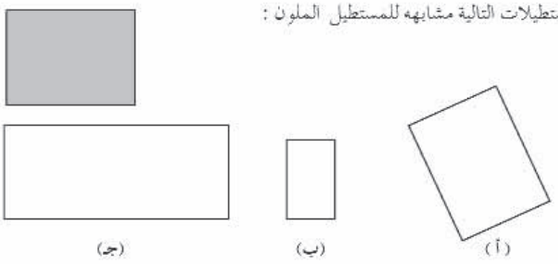
تمارين ومسائل (٣)

١- ارسم مضلعاً خماسياً منتظماً محيطه ١٠ سم ثم ارسم مضلعاً مشابهاً له .

٢. حدد زوجًا من الأشكال المتشابهة في الشكل التالي :



٣. أي المستطيلات التالية مشابهه للمستطيل الملون :



٤. ارسم مربعا محيطه ٢٨ سم ثم احسب مساحته

٥. أراد سالم تبليط ساحة منزله فوجد نوعين من البلاط أحدهما سداسيا منتظما و الآخر خماسيا منتظما طول ضلع كل منهما ١٦ سم .

أ) احسب محيط ومساحة كل منهما .

ب) ارسم المضلعين باستخدام الأدوات الهندسية ثم حدد أي من الشكلين يمكن استخدامه لتبليط ساحة المنزل مع الحاجة إلى أقل عدد من القطع (يمكن إضافة القطع الزائدة على الأطراف) دون الحاجه لقطع إضافيه كثيرة .

جـ) إذا كانت مساحة الساحة ٤٠ م^{٢} . فكم قطعة ستحتاج من النوع الذي اخترته في ب ؟

التطابق
Congruence

درست سابقا أنّ الأشكال تتطابق إذا تطابقت أضلاعها المتناظرة وتطابقت زواياها المتناظرة .

ولكن بالنسبة للمثلثات هل يجب توافر الشروط السابقة للحكم على أن المثلثين متطابقان أم لا ؟

تأمل الأنشطة التالية ثم حدد متى تتطابق المثلثات

نشاط ١ تطابق المثلثات

الأدوات : ٣ أعواد مص ، مسطرة ، خيط ، مقص

الخطوات :

١) استخدم المسطرة والمقص لقطع أعواد المص بالأطوال التالية ٨ سم ، ٩ سم ، ١٠سم .

٢) مرر خيوط داخل كل من أعواد المص الثلاثة ثم اربط الخيوط مع بعضها لتكوين مثلث بالأعواد بحيث تكون رؤوس المثلث عبارة عن العقد الناتجة من ربط كل خيطين عند نهاية أعواد المص التي تشكل أضلاع المثلث . (تأكد من شد الخيوط عند ربطها)

٣) قارن ما توصلت إليه مع زملائك . (هل المثلثات الناتجة متطابقة)

٤) كرر العمل مع أطوال أعواد أخرى وسجل ملاحظتك .

تدريب ١ :

ارسم مثلثين متطابقين باستخدام الورق المنقط .

الأهداف :

*** تحديد خصائص المثلثات المتطابقة .**

*** تحديد وذكر العناصر المتناظرة في المثلثات المتطابقة .**

– يمكنك البدء بموضوع تطابق المثلثات من خلال عرض لبعض الأشكال المتطابقة وتذكير الطلاب بشروط التطابق .

– يمكنك أن تبدأ معهم باستنتاج العناصر التي يجب معرفتها لرسم مثلث ما حيث يمكن أن تقود الطالب لاستنتاج أن بمعرفة ثلاثة أضلاع في المثلث أو ضلعين والزاوية المحصورة بينهما يمكن رسم مثلث وحيد . وهذا يمكن أن يقود الطالب لاستنتاج حالات التطابق.

ملاحظة : قد يكون هناك خطأ بسيط في القياس يحدث نتيجة قص الأعواد مثلا نبه الطلاب لتجاهل هذا الخطأ .

إثراء :

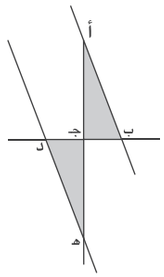
مثل النقطتين في المستوى الإحداثي (٢، ٠) ، (١ ، ٤) ثم صل بين النقطتين بمستقيم يقطع محوري الإحداثيات . سم المثلث الناتج

كرر العمل نفسه مع النقطتين (– ٢ ، ٠) ، (– ١ ، – ٤) .

هل المثلثين متطابقين ؟ وضح إجابتك .

الحل :

المثلثين أ ب و ، ء هـ و متطابقين ويمكن التأكد من القياس أو بالبرهنة مستخدماً حالات التطابق .



– على الطالب معرفة خطوات البرهنة أو الإثبات عندما يطلب في التمرين .
– وضح لهم أنه يجب الاستناد على المعطيات في السؤال أو بعض الحقائق العلمية أو خواص بعض الأشكال... الخ وذلك لإثبات المطلوب من السؤال.

– يجب أن يكون الطالب قادرا على البرهنة لأنه سيطلب منه في الوحدة الرابعة برهنة نظريات .

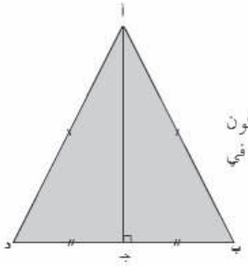
نتيجة :

يتطابق مثلثان إذا تطابقت أضلاعهما المتناظرة

يمكن التعبير عن حالة التطابق هذه بالحروف (ض ،ض، ض) .

مثال ١ :

باستخدام الشكل المقابل :
أثبت أن Δ أ ب جـ ≅ Δ أ د جـ



الحل:

عندما يطلب منك في تمرين أن تثبت شيئا ما يجب أن تكون المعطيات في السؤال واضحة والمطلوب منه واضح ومحدد في خطوات الحل .

المعطيات :
أ ب د مثلث متطابق الضلعين .
أ ب = أ د ، $\overline{أجـ}$ ارتفاع المثلث

المطلوب : اثبات أن Δ أ ب جـ ≅ Δ أ د جـ

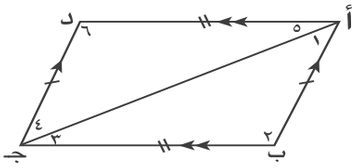
البرهان :
Δ أ ب جـ ، Δ أ د جـ فيهما :
١) $\overline{أب}$ ≅ $\overline{أد}$ معطى
٢) $\overline{بجـ}$ ≅ $\overline{جـد}$ معطى
٣) $\overline{أجـ}$ ضلع مشترك .

من (١) (٢) (٣) يستنتج أن Δ أ ب جـ ≅ Δ أ د جـ (ض . ض . ض)

إثراء :

باستخدام التطابق أثبت أن كل زاويتين متقابلتين في متوازي الأضلاع تكونان متطابقتين .

الحل :



في المثلثين أ ب جـ ، أ د جـ
أ ب = د جـ ، ب جـ = د أ ، أ جـ ضلع مشترك
∴ المثلثان متطابقان
∴ Δ أ ب جـ = Δ أ د جـ
بالتالي ق (١) = ق (٤) ، ق (٣) = ق (٥) (زوايا متبادلة)
∴ ق (١) + ق (٣) = ق (٤) + ق (٥) وهو المطلوب إثباته

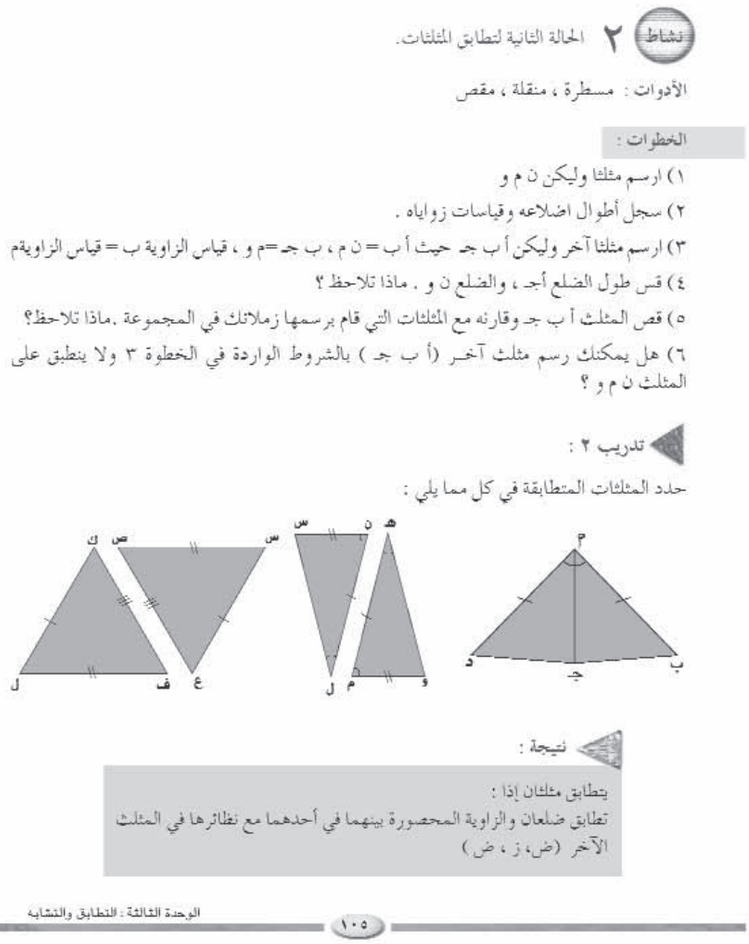
– يمكن أن تعطي النشاطين ١، ٢ في الوقت نفسه وذلك بتقسيمهما على المجموعات في الفصل.
ثم بين المطلوب من المجموعتين أمام الفصل واتركهم لكتابة استنتاجاتهم . يمكنك بعد ذلك مناقشة كل نشاط أمام الصف أو اطلب من بعض الطلاب من كل مجموعة مناقشة النشاط مع الفصل .

حل تدريب ٢ :

Δ أ ب جـ ≅ Δ أ د جـ

Δ هـ و م ≅ Δ ن ل س

Δ س ع ص ≅ Δ ك ف ل


نشاط ٢ الحالة الثانية لتطابق المثلثات.

الأدوات : مسطرة ، منقلة ، مقص

الخطوات :

١) ارسم مثلثا وليكن ن م و

٢) سجل أطوال اضلاعه وقياسات زواياه .

٣) ارسم مثلثا آخر وليكن أ ب جـ حيث أ ب = ن م ، ب جـ=م و ، قياس الزاوية ب = قياس الزاويةم

٤) قس طول الضلع أجـ ، والضلع ن و . ماذا تلاحظ ؟

٥) قص المثلث أ ب جـ وقارنه مع المثلثات التي قام برسمها زملائك في المجموعة .ماذا تلاحظ؟

٦) هل يمكنك رسم مثلث آخر (أ ب جـ) بالشروط الواردة في الخطوة ٣ ولا ينطبق على المثلث ن م و ؟

تدريب ٢ :

حدد المثلثات المتطابقة في كل مما يلي :

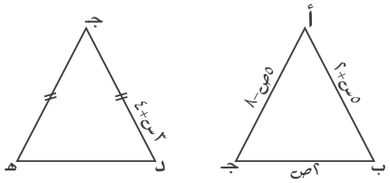
نتيجة :

يتطابق مثلثان إذا :
تطابق ضلعان والزاوية المحصورة بينهما في أحدهما مع نظائرها في المثلث الآخر (ض، ز ، ض)

الوحدة الثالثة : التطابق والتشابه ١٠٥

تعزيز :

إذا كان المثلثان أ ب جـ ، و د هـ متطابقين . أوجد أطوال أضلاع المثلثين .



الحل :

٥ س + ٢ = ٣ س + ٤

٢ س = ٢ س = ١

أ ب = ٧ سم ، جـ د = ٧ سم ، أ جـ = ٧ سم ، جـ هـ = ٧ سم

٥ ص + ٨ = ٧

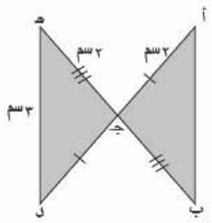
٥ ص = ١٥ ⟵ ص = ٣

ب جـ = د هـ = ٦ سم

– اطلب من الطلاب عمل تصاميم لحلي أو خناجر أو ميداليات بشرط أن يظهر فيها التطابق .
ثم اطلب من كل واحد منهم تقييم عمل زميله وقم أنت بالتقييم النهائي .
– يمكن حث الطلاب على البحث في الانترنت للحصول على تمارين أخرى في التطابق .
كما يمكنهم الحصول على معلومات عن الحالات الأخرى لتطابق المثلثات حيث أن الحالتين الثالثة والرابعة من تطابق المثلثات سيتم عرضها في الصف التاسع ويمكن التمهيد لهما من خلال أنشطة وتمارين للطلبة ذوي القدرات العليا .

مثال ٢ :

قام أحد المصممين بتصميم قطعة ذهب على شكل مثلثين متطابقين ومتلاصقين من جهة الرأس كما في الشكل . فإذا أحاط المصمم القطعة بحبات من الألماس وكانت تكلفة السنتيمتر الواحد ٢٥٠ ريالاً . احسب تكلفة حبات الماس المستخدمة .



الحل:

∵ Δ أ ب جـ ، Δ د هـ جـ فيهما
١) أ جـ ≅ د جـ معطى
٢) أ$\hat{جـ}$ ب ≅ د$\hat{جـ}$ هـ لماذا ؟
٣) ب جـ ≅ هـ جـ معطى
∴ المثلثان متطابقان (ض ، ز ، ض)
∴ محيط الشكل = ٢ (٢ + ٢ + ٣) = ١٤سم
∴ التكلفة ١٤ × ٢٥٠
٣٥٠٠ ريال عماني

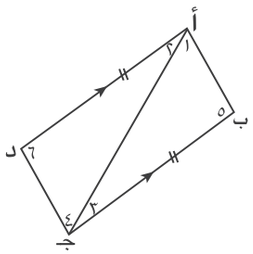
تدريب

١) أ ب جـ د مربع هـ منتصف أ ب ، ن منتصف جـ د اثبت أن : أ ن = هـ جـ

تعزيز :

اثبت باستخدام التطابق أنه إذا تطابق وتوازى ضلعان في شكل رباعي فإنه يكون متوازي أضلاع .

الحل :



∵ ق (٢) = ق (٣) بالتوازي (متبادلتان)
أ جـ ضلع مشترك ، أ د = ب جـ معطى
∴ Δ أ ب جـ ≅ Δ أ د جـ
∴ أ ب ≅ د جـ (١)
من التطابق ق (١) = ق (٤) وهما متبادلتان
$\overline{أ ب}$ // $\overline{د جـ}$ (٢)
$\overline{أ د}$ // $\overline{ب جـ}$ ويطابقه (٣)
من ١ ، ٢ ، ٣ الشكل متوازي أضلاع

رسم مثلثات متطابقة Drawing Congruent Triangles

ناقش زملاءك في المعطيات اللازمة لرسم مثلث
(يمكنك الاستعانة بالأنشطة السابقة في الدرس السابق لمعرفة المعطيات اللازمة لرسم مثلث) .

نشاط ٣ رسم مثلثات متطابقة باستخدام شبه المرآه .

الأدوات : شبه المرآه ، حافة مستقيمة .

الخطوات :

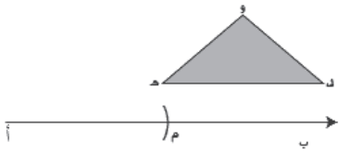
١) ارسم مثلثاً في جزء من الورقة (بحيث يوجد متسع لرسم المثلث الآخر) .
٢) ضع شبه المرآه بجانب المثلث وحدد انعكاس رؤوس المثلث على الورق ، ثم صل بين النقاط .
٣) تأكد من تطابق المثلثين .
٤) كرر العمل بوضع شبه المرآه على أحد رؤوس المثلث .
٥) كرر العمل باستخدام ثني الورقة ولا تستخدم شبه المرآه .

نشاط ٤ رسم مثلثين متطابقين باستخدام الفرجار وحافة مستقيمة .

الأدوات : فرجار ، حافة مستقيمة .

الخطوات :

١) ارسم مثلثًا ما مثل و د هـ



٢) ارسم $\overleftarrow{أ ب}$

٣) اركز الفرجار على النقطة أ، وافتحه بمقدار طول $\overline{د هـ}$ وارسم قوسا يقطع $\overleftarrow{أ ب}$ في م .

الأهداف :

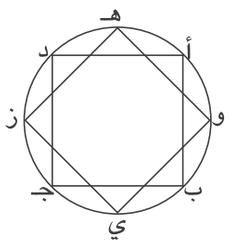
١) إنشاء مثلثات متطابقة باستخدام :
*** ثني الورقة .**
*** شبه مرآه .**
٢) استخدام فرجار وحافة مستقيمة لإنشاء مثلث متطابق مع مثلث معلوم .

– ركز على مهارة استخدام الفرجار .
– يمكن حدوث خطأ وذلك بسبب تغير فتحة الفرجار اطلب من الطلاب التأكد من تساوي طول الفتحة قبل البدء وبعد الانتهاء من الرسم .

– يمكن استخدام المنقلة الدائرية لرسم مثلث متطابق الأضلاع ومن ثم رسم مثلث آخر مطابق له وذلك عند رسم المثلث الأول ضع علامة بعد كل ١٢٠ درجة لتحصل على ثلاث علامات ثم صل بينها وارسم المثلث الآخر المطابق له بنفس الطريقة .

إثراء :

في الشكل التالي حدد
أ) زوجين من الأشكال المتطابقة .
ب) زوجين من المثلثات المتطابقة مع توضيح السبب .



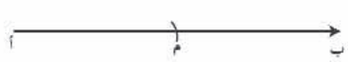
الحل :

أ) أ ب جـ د ≅ هـ و ي ز
ب) يمكن إثباته بالقياس.

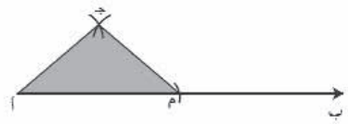
– اطلب من الطالب العمل في مجموعات لمعرفة إن كان هناك طرقاً اخرى لرسم المثلثات المتطابقه .

– اترك المجال للطلاب أن يقدموا اقتراحاتهم ثم يمكنك اعطاء المتميزين منهم طرقاً أخرى مثل استخدام المنقلة أو غيرها إن أمكن .

٣. افتح الفرجار فتحة بمقدار طول $\overline{د و}$ ثم اركز الفرجار على النقطة أ وارسم قوساً ١



٤. افتح الفرجار بطول $\overrightarrow{د و}$ ثم اركزه على النقطة م وارسم قوسا يقطع القوس الذي رسمته في الخطوة السابقة في النقطة جـ .



٥. ارسم $\overline{أ جـ}$ ، $\overline{م جـ}$ لتكون المثلث أ م جـ .

٦. تأكد من تطابق المثلثين .

تدريب ٤ :

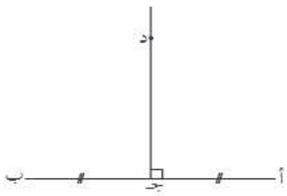
ارسم المثلث م س و الذي أطوال أضلاعه ٤ سم ، ٧ سم ، ٦ سم ثم ارسم مثلثا آخر يطابقه .

نشاط ٥ العمود المنصف لقطعة مستقيمة .

الأدوات : مسطرة ، قلم

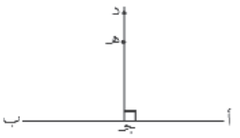
الخطوات :

١. ارسم $\overline{أ ب}$.ونصفها في النقطة جـ .
٢. أقم عمودًا منصفا من النقطة جـ على أ ب .
٣. اختر نقطة على العمود المنصف ولتكن د .
٤. قس طول كل من $\overline{أ د}$ ، $\overline{ب د}$. سجل ملاحظتك .



إعادة تعلم :

أ) ارسم مستطيلاً وارسم مربعاً .
ب) ارسم أحد الاقطار لكل منها .
جـ) هل المثلثان الناتجان متطابقان ؟



٥. حدد نقطه أخرى على العمود ولتكن هـ .
٦. قس طول كل من أ هـ ، ب هـ ، سجل ملاحظتك .
* ما العلاقة بين بعد أي نقطة على العمود المنصف للقطعة المستقيمة أ ب عن كل من طرفيها ؟

تدريب ٥ :

أراد مهندس بناء سطح مائل لمنزل (كما هو موضح بالشكل) اشرح كيف يمكن تخطيط السطح باستخدام استنتاجك من النشاط السابق.

نتيجة :

أي نقطة على العمود المنصف لقطعة مستقيمة تبعد بعدا متساويا عن طرفي القطعة

مثال ٣ :

برهن صحة النتيجة السابقة .

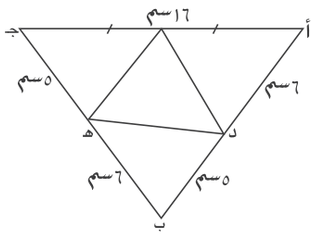
الحل:

المعطيات : أد عمودي على ب جـ من منتصفها .
المطلوب : إثبات أن أية نقطة عليه تبعد بعداً متساويًا عن طرفيها.
العمل : اختر نقطة على العمود المنصف أ د ولتكن هـ وصلها بطرفي القطعة ب جـ .
البرهان : المثلثان هـ د ب ، هـ دجـ فيهما :
١) هـ د ضلع مشترك (ض)
٢) قياس الزاوية هـ د ب = قياس الزاوية هـ د جـ = ٩٠° (لماذا؟) (ز)
٣) د ب = د جـ (ض)
المثلثان متطابقان (ض، ز،ض)
وينتج أن هـ ب = هـ جـ وهو المطلوب إثباته .

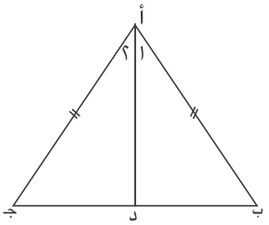
يمكن أن تصاغ النتيجة المقابلة كالتالي :
المحل الهندسي لنقط تتحرك بحيث تبقى على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيمة هو العمود المنصف لتلك القطعة .
الهدف من وجود هذه النتيجة هو التمهيد لخواص المثلث متطابق الضلعين .
كما أنه ستستخدم هذه النتيجة في الوحدة التالية .

تعزيز :

من الشكل الذي أمامك إذا علمت أن أ ب = ب جـ حدد
١) المثلثات المتطابقة .
٢) المثلثات المتطابقة الضلعين .



حل تدريب ٦ :



أولاً أرسم المثلث الذي فيه أ ب = أ جـ
ثم إرسم منصف للزاوية أ

١) Δ أ ب د $\cong \Delta$ أ جـ د

∴ ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{جـ}$)

ارسم أ د منصف للضلع ب جـ (القاعدة)

Δ أ ب جـ ، Δ أ جـ د فيها ضلع مشترك

ق($\hat{ب}$) = ق($\hat{جـ}$) خواص المثلث متطابق الضلعين

$\overline{ب د}$ = $\overline{جـ د}$ معطى

حل تمارين ومسائل ٤ :

١) أ د

٢) ق ($\hat{ب}$) = ق ($\hat{جـ}$) خواص المثلث متطابق الضلعين من ١

٣) ب د = جـ د معطى

المثلثان متطابقان

ق ($\hat{١}$) = ق ($\hat{٢}$)

تدريب ٦ :

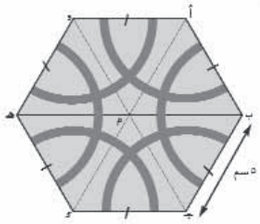
اثبت أن :

١ - زاويتي القاعدة في المثلث المتطابق الضلعين متطابقتان .

٢ . العمود المنصف للقاعدة في المثلث المتطابق الضلعين ينصف زاوية الرأس .

تمارين ومسائل (٤)

١) الشكل المقابل يوضح تصميماً على حزام خنجر اشتراه ناصر .



أ) إذا كانت تكلفة تغطية المثلث الواحد من الشكل ٥ ريالات ، أحسب تكلفة تغطية الشكل.

ب) إذا تم ترصيع الحزام بالشكل المقابل ، أحسب تكلفة ترصيع حزام طوله ١,٢ م .

٢) إلى كم مثلث متطابق يمكنك تقسيم المثلث القائم الزاوية إذا كان طول ضلع كل مثلث يساوي $\frac{١}{٢}$ طول الضلع الأصلي .

٣) هل المثلثان المتطابقان المشتركان في ضلع يشكلان دائماً متوازي أضلاع . وضح إجابتك .

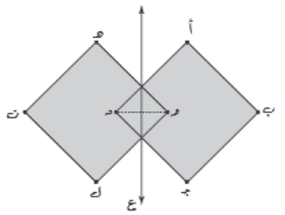
٤) أب جـ د شبه منحرف فيه أ ب // د جـ ، أ د // ب جـ
إثبت أن ق ($\hat{جـ}$) = ق ($\hat{ب}$)

تمارين ومسائل عامة

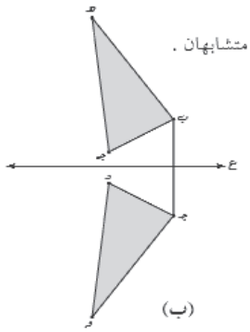
٥) أثبت باستخدام التطابق أن قطري المربع ينصف كل منهما الاخر .

١) إرسم المثلث أ ب جـ في المستوى الإحداثي ثم إرسم إنعكاسه حول المحور الصادي حيث أ (٢ ، ٢) ، ب (٤ ، ٤) ، جـ (٥ ، ١) .

٢) باستخدام الإنعكاس إثبت أن الشكلين في كل مما يلي متشابهان .

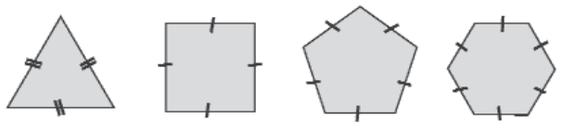


(أ)



(ب)

٣) حدد عدد محاور التماثل لكل من الأشكال التالية ووضحها بالرسم في دفترك .


(أ) (ب) (جـ) (د)

٤) إستخدم ٤ مثلثات متطابقة لتكوين مثلث واحد ثم احسب :
أ) محيط المثلث الكبير ومساحته .
ب) النسبة بين مساحة كل مثلث والمثلث الكبير .
جـ) هل هذه المثلثات متشابهة . وضح إجابتك

حل تمارين ومسائل عامة :

١) أ) (٢،٢) أ (−٢ ، ٢)
ب) (٤ ، ٤) ب (−٤ ، ٤)
جـ) (٥ ، ١) جـ (−٥ ، ١)

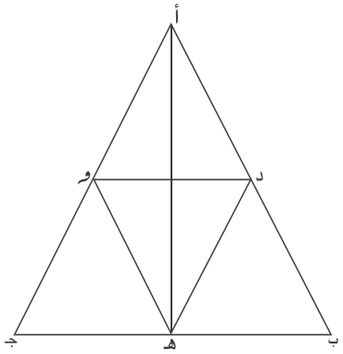
٢) أ) باعتبار $\overleftrightarrow{ع}$ محور انعكاس
$\overline{أ ب}$ ← $\overline{هـ ن}$ ، $\overline{ب جـ}$ ← $\overline{ول}$
$\overline{جـ د}$ ← $\overline{ل ن}$ ، $\overline{ن هـ}$ ← $\overline{د أ}$
∴ الانعكاس يحافظ على الاطوال وقياس الزوايا
١) الزوايا المتناظره متطابقة

٢) $\frac{أ ب}{هـ ن} = \frac{ن جـ}{و ل} = \frac{جـ د}{ل ن} = \frac{ن هـ}{د أ} = ١$

وبالمثل رقم (ب)

٣) أ) ٦ ، ب) ٥ ، ج) ٤ ، د)٣

٤) المثلث أ ب جـ متطابق الأضلاع طول ضلعه ٨ سم



أ) محيط المثلث الكبير = ٣ × ٨ = ٢٤ سم

المساحة = $\frac{١}{٢} \times ٨ \times ٦,٩ = ٢٧,٦$ سم^٢

محيط المثلث الصغير = ٣ × ٤ = ١٢ سم

المساحة = $\frac{١}{٢} \times ٤ \times ٣,٥ = ٧$ سم

ب) النسبة = $\frac{٧}{٢٧,٦} \approx \frac{٢٥}{١٠٠}$

جـ) نعم متشابهة حيث أن جميعها متطابقة الأضلاع وطول ضلع كل منها يساوي $\frac{١}{٢}$ طول المثلث الكبير .

٥) الإنعكاس في نقطة الأصل :

أ (−٢ ، −٣) ⟵ أَ (٢ ، −٣)

ب (٤ ، ٧) ⟵ بَ (−٤ ، −٧)

جـ (١ ، ٥) ⟵ جـَ (−١ ، −٥)

الإنعكاس في المحور السيني :

أ (−٢ ، ٣) ⟵ أَ (−٢ ، −٣)

ب (٤ ، ٧) ⟵ بَ (٤ ، −٧)

جـ (١ ، ٥) ⟵ جـَ (١ ، −٥)

٦) عندما يكون مربعاً

٧) ∵ Δ س ل ع ، ع ص س فيهما :

س ل = ص ع ، ل ع = س ص ، س ع ضلع مشترك

∴ المثلثان متطابقان (ض ، ض ، ض)

وينتج من التطابق أن

ق (ل $\hat{س}$ ع) = ق (ص $\hat{ع}$ س) ⟵ ①

ق (ص $\hat{س}$ ع) = ق (ل $\hat{ع}$ س) ⟵ ②

∵ ق ($\hat{س}$) = ق (ل $\hat{س}$ ع) + ق (ص $\hat{س}$ ع)

ق ($\hat{ص}$) = ق (ص $\hat{ع}$ س) + ق (ل $\hat{ع}$ س) ③

من ١ ، ٢ ، ٣ ينتج أن

ق ($\hat{س}$) = ق ($\hat{ع}$)

٨) ق ($\hat{أ}$) = ١٨٠° − ١٠٠° = ٨٠°

∴ Δ أ ب جـ ≅ هـ د و (ض . ض . ض)

٩) أ) Δ أ ب جـ فيه ضلعان متطابقان

٢س = س + ٣٠

س = ٣٠ أو ٢س + ٢س + س + ٣٠ = ١٨٠°

ق ($\hat{ب}$) = ٦٠° ، ق ($\hat{أ}$) = ٦٠° ، ق ($\hat{جـ}$) = ٦٠°

ب) المثلث متطابق الأضلاع ، متطابق الزوايا

١٠) ق ($\hat{أ}$) = ق (أ $\hat{جـ}$ ب) = $\frac{١٨٠ - ٢٠}{٢}$ = ٨٠°

ق (أ $\hat{جـ}$ د) = ق ($\hat{أ}$) + ق ($\hat{ب}$)

١١) ∵ ق (ب $\hat{جـ}$ د) = ق (ب $\hat{أ}$ د)

= ٣٦٠° − ٢ (١٣٥°)

= ٩٠°

∴ ق (ب $\hat{أ}$ د) = ق (أ $\hat{د}$ هـ) = ٤٥°

∴ ق (و $\hat{أ}$ هـ) = ق (د $\hat{جـ}$ هـ) ٤٥°

∵ ↔ د هـ منصف للزاوية أ $\hat{هـ}$ جـ

∴ ق (د $\hat{أ}$ هـ) = ق (د $\hat{جـ}$ هـ)

∴ ق (أ $\hat{د}$ هـ) − ق (جـ $\hat{د}$ هـ) ①

∵ أ ب جـ د معين

∴ أ د = د جـ ②

د هـ ضلع مشترك ③

من ١ ، ٢ ، ٣

Δ أ د هـ ≅ Δ جـ د هـ

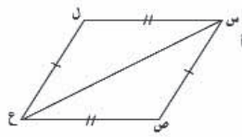
(ض: ز . ض)

٥) المثلث أ ب جـ رؤوسه (−٢، ٣) ، ب (٤ ، ٧) ،جـ (١، ٥) ، عين إحداثيات رؤس المثلث أَبَجـَ الذي يمثل صورة Δ أ ب جـ بالانعكاس حول كل من :−

* نقطة الاصل

* المحور السيني

٦) متى يكون لمتوازي الأضلاع أربع محاور تناظر ؟ وضح بالرسم



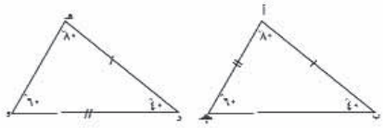
٧) س ص ع ل شكل رباعي فيه:

س ص = ع ل ، س ل = ص ع

إثبت أن ق ($\hat{س}$) = ق ($\hat{ع}$)

٨) من الشكل المقابل

إثبت أن Δ أ ب جـ ≅ Δ هـ د و

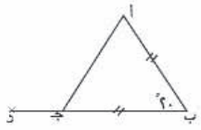


٩) أ ب جـ مثلث فيه

أ ب = أجـ ، ق (ب) = ٢س ، ق ($\hat{أ}$) = س + ٣٠°

أ) أوجد قياسات زوايا المثلث

ب) حدد نوع المثلث من حيث زواياه وأضلاعه



١٠) من الشكل المقابل أوجد ق (أ $\hat{جـ}$ د) ثم حدد علاقتها بزوايا المثلث

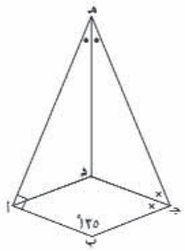
١١) أ ب جـ د معين . ق (ب $\hat{أ}$ هـ) = ٩٠° ،

ق (أ $\hat{ب}$ جـ) ١٣٥°

↔ د جـ منصف ب $\hat{جـ}$ هـ

↔ د هـ منصف أ $\hat{هـ}$ جـ

برهن أن Δ أ د هـ ≅ Δ جـ د هـ



لاحظ أن جميع النقاط هـ ، جـ ، ب ، أ ، د في نفس المستوى

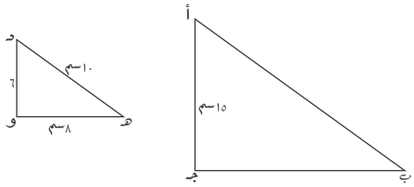
اختبار الوحدة الثالثة
التطابق والتشابه

اختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المعطاة فيما يلي :

١)عدد محاور تماثل الشكل السداسي المنظم هو :

أ) ٣ ب) ٦ جـ) ١٢ د) ١٨

استخدم الشكل المقابل للاجابة على الأسئلة ٢ ، ٣



٢)إذا كان المثلثان الموضحان في الشكل متشابهين فإن طول $\overline{أ ب}$ يساوي :

أ) ١٠سم ب) ٢٠سم جـ) ٢٥سم د) ٣٠سم

٣) مقياس الرسم المستخدم لرسم المثلث د هـ و هو :

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) $\frac{١}{٥}$ جـ) $\frac{٢}{٣}$ د) $\frac{٢}{٥}$

٤) إذا رسم مضلع خماسي منتظم فإن قياس الزاوية بين أي ضلعين في الشكل هو :

أ) ٦٠° ب) ٧٢° جـ) ٨٠° د) ١٠٨°

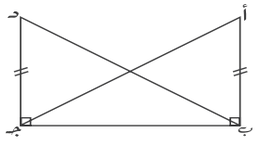
٥) الحالة التي درستها يمكن إستخدامها لبرهنة تطابق المثلثين أ ب جـ ، دجـ ب هي :

أ) ضلع . ضلع . ضلع

ب) ضلع . زاوية . ضلع

جـ) زاوية . ضلع . زاوية

د) زاوية . زاوية . زاوية



٦) صورة النقاط أ (١ ، ٨) ، ب (٣ ، −٥) ، جـ (٢ ، −٢) بالإنعكاس حول محور السينات ، الترتيب :

أ) أَ (١ ، −٨) ، بَ (٣ ، −٥) ، جـَ (٢ ، −٢)

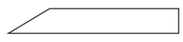
ب) أَ (١ ، −٨) ، بَ (٣ ، ٥) ، جـَ (٢ ، ٢)

جـ) أَ (١ ، −٨) ، بَ (٣ ، ٥) ، جـَ (٢ ، −٢)

د) أَ (١ ، −٨) ، بَ (٣ ، −٥) ، جـَ (٢ ، ٢)

٧) صورة الشكل

بالإنعكاس حول محور الصادات يمثل بالشكل :

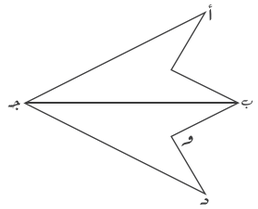
أ) 

ب)

جـ)

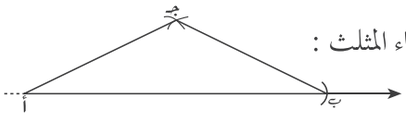
د)

٨) محور تماثل الشكل هو :



أ) ب جـ　　ب) جـ أ　　جـ) جـ د　　د) أ ب

استخدم الشكل المقابل للإجابة على الاسئلة ٩ ، ١٠



٩) المثلث التالي رسم ليطابق مثلث أخر أي من الحالات التالية استخدمت لإنشاء المثلث :

أ) ضلع . ضلع . ضلع
ب) ضلع . زاوية . ضلع
جـ) زاوية . ضلع . زاوية
د) زاوية . زاوية . زاوية

١٠) الجزء الذي تم رسمة أولاً من المثلث هو :

أ) $\overline{\text{جـ أ}}$　　ب) $\overline{\text{جـ ب}}$　　جـ) $\overline{\text{أ ب}}$　　د) أ $\hat{\text{ب}}$ جـ

٤ الوحدة الرابعة

(الهندسة (Geometry))

الأهداف :

١) إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية والخارجية لأي مضلّع .

٢) إيجاد الزاوية الداخلية المجهولة لأي مضلَّع بمعرفة الزوايا الأخرى.

٣) تحديد قياس الزاوية المركزية في مضلَّع منتظم .

٤) قياس وحساب مساحة الأسطح لكل من :

- الإسطوانة .
- المنشور.

٥) تقدير الحجم ثم إيجاده باستخدام القانون لكلٍّ من :

- الإسطوانة.
- المنشور.

٦) تحديد التأثير على حجم متوازي المستطيلات عند تصغير بعد واحد أو اكثر من أبعاده.

٧) تعريف المستقيمات المتوسطة للمثلث وتوضيح خواصها.

٨) تعريف منصفات زوايا المثلث وتوضيح خواصها .

٩) تعريف الأعمدة المقامة من منتصفات أضلاع المثلث وتوضيح خواصِّها .

مروع الوحدة « الفنون الإسلامية »

الأهداف :

*** إيجاد مجموع قياسات الزوايا الداخلية والخارجية لأي مضلع.**
*** إيجاد الزواية الداخلية المجهولة لأي مضلع بمعرفة الزوايا الأخرى .**
*** تحديد قياس الزاوية المركزية في مضلع منتظم .**

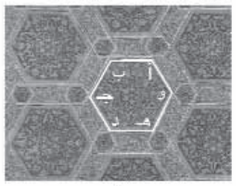
– تعد الكثير من المعالم الإسلامية (المساجد ، والمنازل ، والقلاع ، ..... الخ) شاهداً كبيراً على الاهتمام بالتواصل الإنساني والحضاري التي انعكست في مثل هذه الآثار الإسلامية .
– اطلب من الطلاب إبراز أو ذكر بعض المعالم الإسلامية.
– راجع مع الطلبة بعض المفاهيم الأساسية:
المضلع المحدب، والمضلع المقعر ، والمضلع المنتظم ، والزوايا الداخلية ، .....الخ .
– ناقش الطلبة في صحة أو خطأ العبارات التالية :
* كل مضلع منتظم يكون محدب الشكل (خطأ)
* كل مضلع مقعر يكون منتظم الشكل (خطأ)
* جميع زوايا المضلع المنتظم متساوية (صح)

مشروع الوحدة « الفنون الإسلامية »

اتفق تاجران على إنشاء ورشة لعمل الديكور والتصاميم والنقوش .

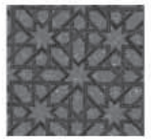
إرجع إلى الموقع التالي لترى بعض الفنون الإسلامية .

* ما الشروط الواجب توافرها للعمال الذين يقومون بالعمل ؟
* اذكر معلمين تاريخيين يمكن اعتبارهما من أبرز التصاميم الإسلامية .
قامت الورشة بعمل التصاميم التالية :



١

٢


٣

٤

١) حدد مضلعين أحدهما محدب الشكل ، وآخر مقعر الشكل ، وقارن بينهما .
٢) في الشكل رقم (١) قدر أولاً قياس الزوايا (أ ، ب ، ج ، د ، هـ ، و) ثم استخدم المنقلة للتحقق من إجابتك .
٣) هل يمكنك إيجاد قياس الزوايا الداخلية لأي مضلّع منتظم بدون قياس ؟ وضّح ذلك .
٤) إذا كان لديك مضلّع خماسي منتظم ، فما قياس كل من زواياه الداخلية ؟

إثراء :

أ) مضلع مجموع زواياه الداخلية ٢١٦٠° كم عدد أضلاعه ؟
ب) مضلع عدد أضلاعه ١١ ضلعاً ، أحسب مجموع زواياه الداخلية ؟

الحل :

أ) مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع = (ن – ٢)×١٨٠°
٢١٦٠° = (ن – ٢)×١٨٠°
$\frac{٢١٦٠^\circ}{١٨٠^\circ}$ = (ن – ٢) ∴ ن = ١٤

ب) مجموع قياسات الزوايا الداخلية = (ن – ٢)×١٨٠°
= (١١ – ٢)×١٨٠°
= ٩×١٨٠
= ١٦٢٠°

المضلّعات والزوايا الداخلية والخارجية لها
(Polygons and the Sum of Interior and Exterior Angles)

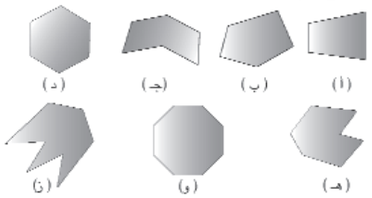
أ) الزوايا الداخلية لأي مضلع (The Sum of Interior Angles of any Polygon)

نشاط ١ « مجموع الزوايا الداخلية للمضلع »

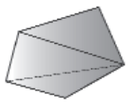
الأدوات : لوحة مسمارية ، أربطة مطاطية

الخطوات :

١) كوّن المضلعات التالية على اللوحة المسمارية



٢) اختر أحد رؤوس المضلع (ب) ثم ارسم الأقطار كما هو موضّح بالشكل



٣) أ) أوجد عدد المثلثات التي تشكلت.
ب) أوجد مجموع الزوايا للشكل .

ملاحظة : (إذا لم تذكر نوع الزوايا ، فيقصد بها الزوايا الداخلية للشكل أينما ذكرت بالوحدة) .

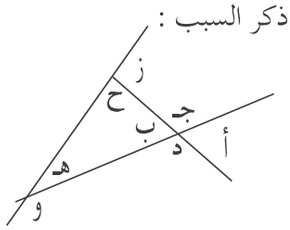
٤) ارسم جدولاً في دفترك كالجدول التالي ثم أكمله لبقية المضلعات التي كونتها .

المضلع	عدد الأضلاع	عدد المثلثات	مجموع الزوايا
خماسي	٥	٣	٣×١٨٠° ٥٤٠°

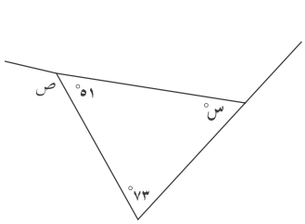
٥) ماذا تستنتج ؟ قارن استنتاجك باستنتاج المجموعات الأخرى .

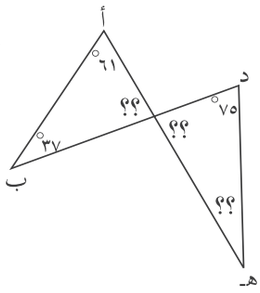
– راجع مع الطلاب بعض المفاهيم والمصطلحات الضرورية مثل: الزوايا المتناظرة ، والزوايا المتبادلة ، والزوايا المتقابلة بالرأس ، والزوايا المتتامة ..... الخ وعلاقاتها ببعضها .

– ناقش الطلاب في علاقة الزوايا المجهولة ببعضها في الشكل الآتي مع ذكر السبب :



–احسب قياس الزوايا المجهولة في كل مما يلي مع ذكر السبب:





تعزيز :

أجب عن الأسئلة التالية :

١) ما العلاقة بين مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع وعدد أضلاعه ؟

٢) ما أكبر زاوية داخلية في مضلع يمكن رسمها ؟

الحل :

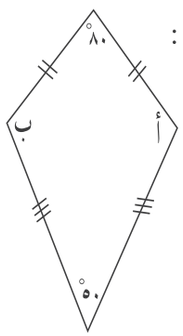
١) م=(ن –٢)×١٨٠° حيث ن عدد الأضلاع ، م مجموع قياسات الزوايا

٢) ٠< س < ٣٦٠° بحيث تكون الزوايا منعكسة .

إعادة تعلم :

١) مضلع سداسي زواياه الداخلية ١٣٠°، ١٤٠° ، ١٥٠° ، ١٦٠°، س° ، ص° ،فإذا علمت أن ق(س^)= ق(ص^) فأوجد قيمة كل منها .

٢) من الشكل الموضح ، أكمل ما يلي :



ق(أ^) =..... ، ق(ب^) =.....

– تابع تنفيذ خطوات النشاط ثم تحقق من أنهم يكتبون العلاقة صحيحة مثلاً :

أ) عدد المثلثات= عدد الأضلاع –٢

ب) ١٨مثلث

$١٨ \times ١٨٠^\circ = ١٤٤٠^\circ$

جـ) (ن –٢)مثلث

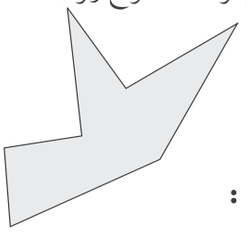
$(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ$

–اطرح أسئلة مثلاً :

* مضلع عدد أضلاعه ٧ ، كم يكون مجموع زواياه الداخلية ؟

* مضلع مجموع زواياه ١٢٦٠° كم يكون عدد أضلاعه ؟

–حدد نوع المضلع التالي : (محدب ، مقعر ، منتظم، غير منتظم) ، ثم اوجد مجموع زواياه الداخلية



حل تدريب ١ :

أ) ٧٢٠°

ب) ١٢٠°

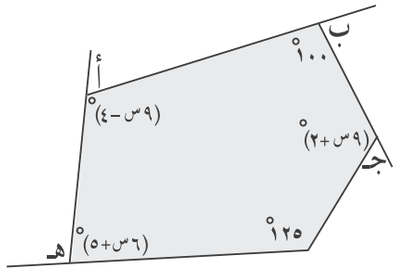
حل تدريب ٢ :

أ) ٥

ب) ٦

إثـراء :

١)أوجد قياسات الزوايا المجهولة (أ ، ب ،جـ، هـ) في الشكل التالي :



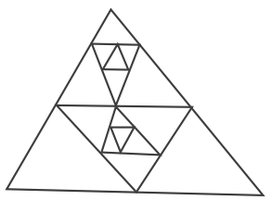
الحل :

١) س=١٣

وهـ (أ) =٦٧° ، وهـ (ب) =٨٠° ، وهـ (جـ) = ٦١° ، وهـ (هـ) =٩٧°

٢) ٢٨٨٠°

٢) ما مجموع الزوايا الداخلية المتكونة في الشكل الموضح تالياً :



٦) ناقش زملاءك في الإجابة عن الاسئلة التالية :

أ) ما العلاقة بين عدد أضلاع كل مضلع وعدد المثلثات ؟

ب) إذا كان لديك مضلع عدد أضلاعه ٢٠ ضلعاً .

ـ كم عدد المثلثات التي يمكن تكوينها في هذا المضلع ؟

ـ ما مجموع قياسات الزوايا الداخلية لهذا المضلع ؟

جـ) مضلع عدد أضلاعه ن :

ـ كم عدد المثلثات التي يمكن تكوينها في هذا المضلع ؟

ـ عبر رياضياً بعلاقة تربط بين عدد أضلاع المضلع ومجموع قياسات الزوايا الداخلية لهذا المضلع .

تدريب ١ :

ارسم مضلعاً سداسياً منتظماً ، ودون استخدام المنقلة أوجد :

أ) مجموع قياسات زواياه .

ب) قياس كل زاوية .

نتيجة :

مجموع قياسات الزوايا الداخلية لأي مضلع عدد أضلاعة ن يساوي :

$(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ$

مثال ١ :

أوجد مجموع قياسات الزوايا الداخلية لكل من المضلعات التي عدد أضلاعها :

أ) ١٠أضلاع ب) ١٥ضلعاً ج)٢١ضلعاً

الحل:

مجموع قياسات الزوايا الداخلية $(ن - ٢) \times ١٨٠^\circ$

∴ أ) $(١٠ - ٢) \times ١٨٠^\circ = ٨ \times ١٨٠^\circ = ١٤٤٠^\circ$

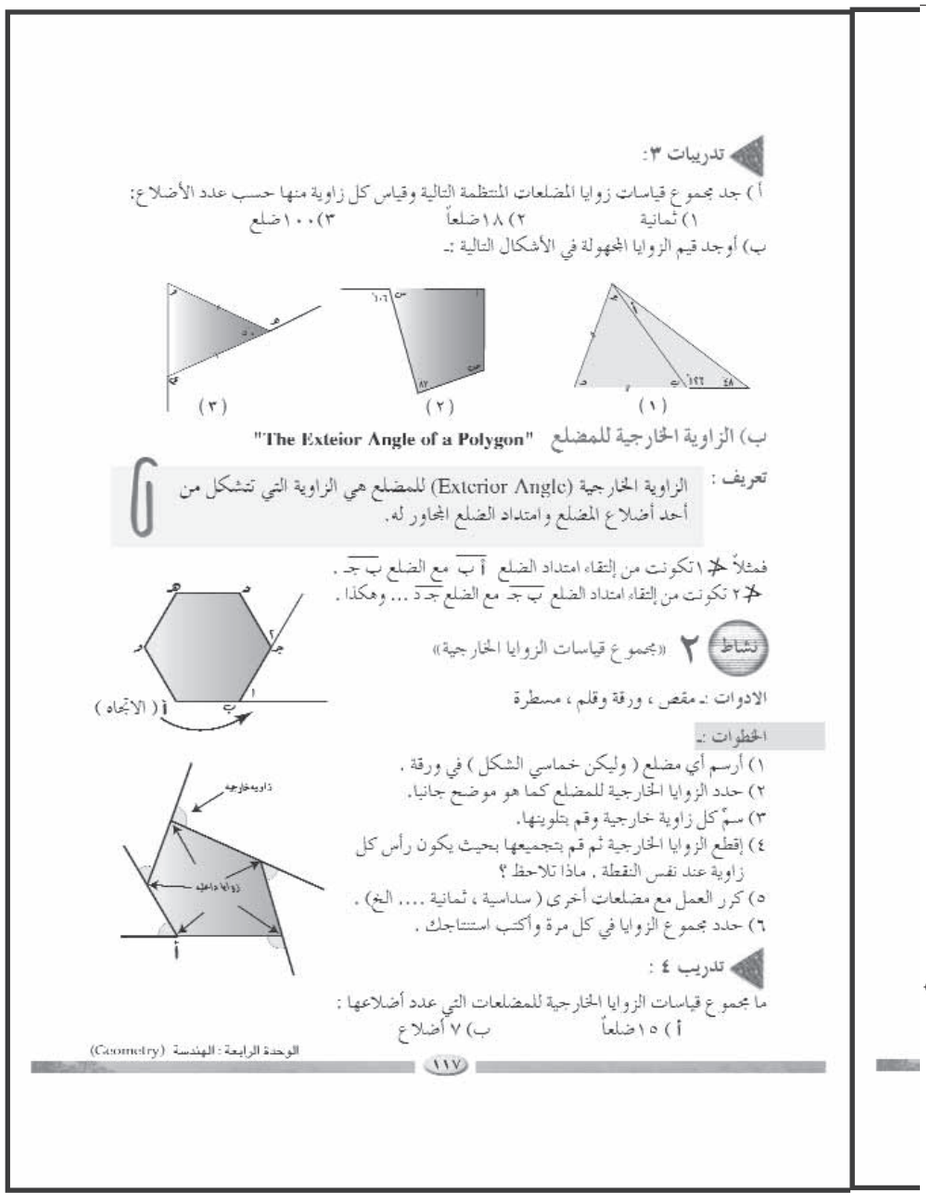
ب) $(١٥ - ٢) \times ١٨٠^\circ = ١٣ \times ١٨٠^\circ = ٢٣٤٠^\circ$

جـ) $(٢١ - ٢) \times ١٨٠^\circ = ١٩ \times ١٨٠^\circ = ٣٤٢٠^\circ$

تدريب ٢ :

ما عدد أضلاع المضلّع الذي مجموع قياسات زواياه الداخلية يساوي .

أ) ٥٤٠° ب) ٧٢٠°



تدريبات ٣:

أ) جد مجموع قياسات زوايا المضلعات المنتظمة التالية وقياس كل زاوية منها حسب عدد الأضلاع:

١) ثمانية ٢) ١٨ضلعاً ٣) ١٠٠ضلع

ب) أوجد قيم الزوايا المجهولة في الأشكال التالية :-

(١) (٢) (٣)

ب) الزاوية الخارجية للمضلع "The Exteior Angle of a Polygon"

تعريف : الزاوية الخارجية (Exterior Angle) للمضلع هي الزاوية التي تتشكل من أحد أضلاع المضلع وامتداد الضلع المجاور له.

فمثلاً ١) تكونت من إلتقاء امتداد الضلع أ ب مع الضلع ب جـ .

٢) تكونت من إلتقاء امتداد الضلع ب جـ مع الضلع جـ د ... وهكذا .

نشاط ٢ «مجموع قياسات الزوايا الخارجية»

الادوات :- مقص ، ورقة وقلم ، مسطرة

الخطوات :-

١) أرسم أي مضلع (وليكن خماسي الشكل) في ورقة .

٢) حدد الزوايا الخارجية للمضلع كما هو موضح جانبا.

٣) سمّ كل زاوية خارجية وقم بتلوينها.

٤) إقطع الزوايا الخارجية ثم قم بتجميعها بحيث يكون رأس كل زاوية عند نفس النقطة . ماذا تلاحظ ؟

٥) كرر العمل مع مضلعات أخرى (سداسية ، ثمانية .... الخ) .

٦) حدد مجموع الزوايا في كل مرة وأكتب استنتاجك .

تدريب ٤ :

ما مجموع قياسات الزوايا الخارجية للمضلعات التي عدد أضلاعها :

أ) ١٥ضلعاً ب) ٧ أضلاع

الوحدة الرابعة : الهندسة (Geometry)

١١٧

حل تدريبات ٣ :

أ) ١) ١٠٨٠° ، ١٣٥°

٢) ٢٨٨٠° ، ١٦٠°

٣) ١٧٦٤٠° ، ١٧٦,٤°

ب) ق(أ) = ٦°

ق(ب) = ٥٤°

ق(جـ) = ق(ب) = ٥٤°

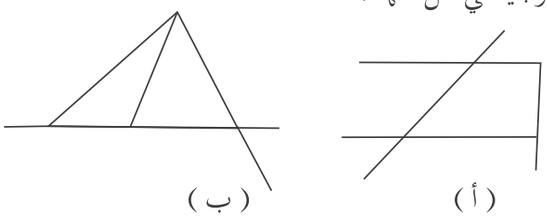
ق(د) = ٧٢°

ق(س) = ٧٤° ، ق(ص) = ١٠٩°

ق(و) = ٦٥° ، ق(ي) = ١١٥°

ق(هـ) = ١٣٠°

– ناقش الطلاب في الأشكال التالية لتحديد الزوايا الخارجية في كل منها :



(أ) (ب)

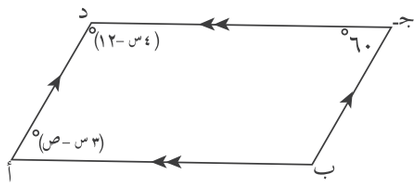
حل تدريب ٤ :

مجموع الزوايا الخارجية لأي مضلع منتظم يساوي ٣٦٠°

أ) ٣٦٠° ب) ٣٦٠°

تعزيز :

إذا كان أ ب جـ د متوازي أضلاع ، فأوجد قيم كلاً من س ، ص



الحل :

س = ٣٣

ص = ٣٩

إعادة تعلم :

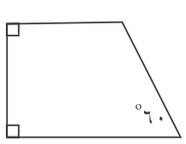
أ) أكمل ما يلي :

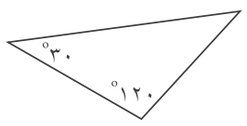
١) مجموع الزوايا الداخلية للمثلث يساوي ..... .

٢) مجموع الزوايا الداخلية للشكل الرباعي يساوي ..... .

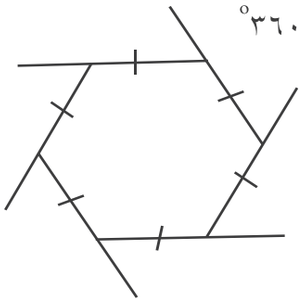
٣) مجموع الزوايا الداخلية للشكل الثماني ..... .

ب)أوجد قيم الزوايا المجهولة في الأشكال التالية :





–اطلب من الطلاب إثبات النتيجة.
– لاحظ أن الشكل يكون (٦) زوايا مستقيمة أي أن أي شكل أو مضلع يكون زوايا مستقيمة بعدد أضلاعه ١٨٠ن (ن عدد أضلاعه).
مجموع قياسات الزوايا الداخلية = مجموع قياسات الزوايا المستقيمة – مجموع قياسات الزوايا الخارجية



$= (٦ \times ١٨٠^\circ) - ٣٦٠^\circ$
$= ٧٢٠^\circ$

وبشكل عام مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع
$= ١٨٠ن - (ن-٢) \times ١٨٠^\circ$
$= \cancel{١٨٠ن} - \cancel{١٨٠ن} + ٣٦٠^\circ$
$= ٣٦٠^\circ$ وهو المطلوب إثباته

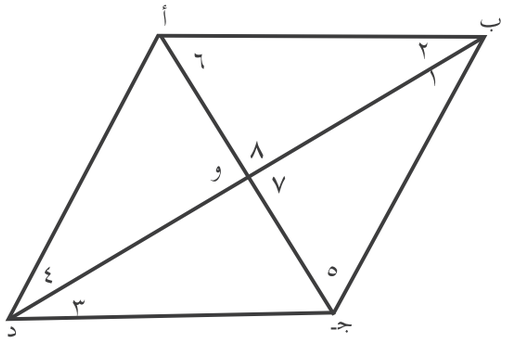
حل تدريب ٥ :

أ) ٤٠°
ب) ١٢ ضلعاً
جـ) أ) ٢٠°
ب) ١٨°
جـ) ١٠°

إثراء :

أثبت أن قطري المعين متعامدان وينصف كل منهما الآخر.

الحل :



∵ Δ أ ب جـ متطابق الضلعين
∴ ق(∠٥) = ق (∠٦)
∵ ق(∠٢) = ق(∠٣) ، ق(∠١) = ق(∠٤) (زوايا متبادلة)
∴ القطر ن د ينصف كل من الزاويتين ب، د
∴ Δ أ ب و يطابق Δ جـ ب و
∴ $\overline{أو} \cong \overline{جـو}$ ← ومنتصف $\overline{أجـ}$ ، وبالمثل يمكن إثبات أن $\overline{ب و} \cong \overline{د و}$
ق(∠٧) = ق(∠٨) ، ∴ $\overline{ب د} \perp \overline{جـ أ}$
ق(∠٧) + ق(∠٨) $= ١٨٠^\circ$
∴ القطر $\overline{ب د}$ ينصف الزاوية ب ، والزاوية د ، ويعامد القطر الآخر ، وكذلك بالنسبة للقطر الأخر .

نتيجة :

مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع تساوي ٣٦٠°

مثال ٢ :

إذا علمت أن قياس كل زاوية خارجية لمضلع منتظم يساوي ٤٥°.
فما عدد أضلاع هذا المضلع ؟

الحل:

∵ مجموع قياسات الزوايا الخارجية $= ٣٦٠^\circ$
عدد الاضلاع $\times ٤٥^\circ = ٣٦٠^\circ$
∴ عدد الأضلاع $\frac{٣٦٠^\circ}{٤٥^\circ}$ ٨ أضلاع

تدريب ٥ :

أ) أوجد قياس كل زاوية خارجية لمضلع منتظم عدد أضلاعه ٩.
ب) اذا علمت أنّ قياس كل زاوية خارجية لمضلع منتظم ٣٠° فأحسب عدد أضلاع هذا المضلع
جـ) أحسب قياس الزاوية الخارجية لكل من المضلعات المنتظمة التي عدد أضلاعها يساوي :
أ) ١٨ ب) ٢٠ جـ) ٣٦

مثال ٣ :

أثبت أن قياس الزاوية الخارجية لأي مثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة لها .

الحل:

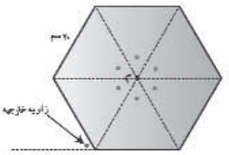
لرسم أي مثلث
لاحظ أن: ق(أ) + ق(ب) + ق(جـ) $= ١٨٠^\circ$ ، ∵ ق(أ) + ق(هـ) $= ١٨٠^\circ$
∴ (١٨٠ – ق(هـ)) + ق(ب) + ق(جـ) $= ١٨٠^\circ$ ⟺ ق(هـ) = ق(ب) + ق(جـ)
نحقق من ذلك من خلال قطع الزوايا هـ ، ب ، جـ ، وتجميعها في رأس واحدة .

نتيجة :

قياس الزاوية الخارجية للمثلث يساوي مجموع قياسي الزاويتين الداخليتين عدا المجاورة لها .

جـ) الزوايا المركزية للمضلع المنتظم (The Central Angles of a Regular Polygon)

لاحظ الشكل التالي ثم أجب عن الأسئلة التي تليه :



١) ضع تعريفاً للزاوية المركزية.
٢) ما قياس كل زاوية مركزية في الشكل ؟
٣) ما قياس كل زاوية مركزية في مضلع منتظم عدد اضلاعه ن ؟
٤) ماذا تستنتج؟

تدريب ٦ :

أراد المصمم أن يزيّن أقطار الشكل أعلاه بأسلاك من الفضة بتكلفة ١٠٠ بيسة للسنتيمتر الواحد، فما تكلفة إضافة مادة الفضة إلى التصميم ؟

تدريب ٧ :

من خلال الاستنتاج السابق ما قياس الزوايا المركزية لكل من المضلعات المنتظمة التي عدد أضلاعها :

أ) ٥ ب) ٩

تعريف :

* الزاوية المركزية للمضلع هي الزاوية التي رأسها مركز المضلع وتقابل أحد أضلاعه.
* قياس الزاوية المركزية في المضلع المنتظم = $\frac{٣٦٠^\circ}{ن}$، حيث ن عدد الأضلاع .

مثال ٤ :

الشكل أ ب جـ د هـ مضلع منتظم ، أوجد قياس كل من الزاويتين س ، ص حيث ومركز المضلع .

الحل:

من النتيجة نجد أن :

ق(س) = $\frac{٣٦٠^\circ}{٥}$ = ٧٢°

ق(ص) $\frac{١٨٠^\circ - ٧٢^\circ}{٢}$ = ٥٤° (فسّر)

تدريب ٨ :

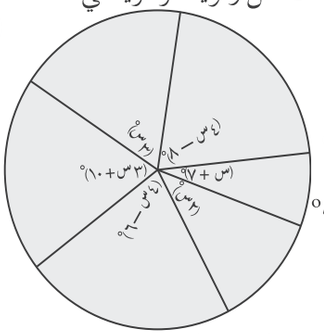
الشكل الموضّح جانباً يمثل نمطاً زخرفياً .

أ) ما نوع كل من المضلع ١، ٢ ؟

ب) أوجد قياس كلٍّ من الزوايا المركزية والزوايا الخارجية للمضلع رقم (١).

تعزيز :

أوجد قيمة المجهول س ثم أوجد قياسات كل زاوية مركزية في الشكل المجاور .



الحل :

بجمع العناصر المتشابهة نحصل على

١٧س + ٣

∵ مجموع زوايا الزوايا المركزية ٣٦٠°

∴ ١٧س + ٣ = ٣٦٠°

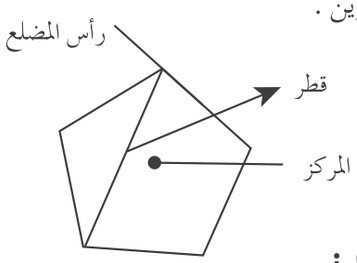
∴ س = ٢١

٦٣° ، ٧٦° ، ٢٨° ، ٤٢° ، ٧٨° ، ٧٣°

– ركز مع الطلاب على أهمية المقارنة بين المصطلحات التالية (مركز المضلع ، قطر المضلع ، رأس المضلع).

مركز المضلع : النقطة التي بعدها عن أي رأس من رؤوس المضلع متساوية .

قطر المضلع : هو القطعة المستقيمة التي تصل بين أي رأسين غير متجاورين .



حل تدريب (٦) :

التكلفة = طول الأسلاك × تكلفة السنتيمتر الواحد

= (٤٠×٣) × ١٠٠

= ١٢٠٠٠ = ١٢ ريالاً عمانياً .

حل تدريب (٧) :

أ) ٧٢°

ب) ٤٠°

–ناقش التلاميذ في العلاقة بين قياسات الزوايا الداخلية والزوايا المركزية و الزوايا الخارجية للمضلع المنتظم .

حل تدريب (٨) :

أ) المضلع ١ مضلع محدب منتظم .

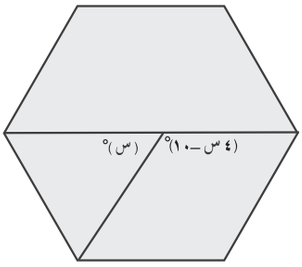
المضلع ٢ مضلع مقعر غير منتظم .

ب)قياس كل زاوية مركزية = $\frac{٣٦٠^\circ}{٦}$ = ٦٠°

قياس كل زاوية خارجية = $\frac{٣٦٠^\circ}{٦}$ = ٦٠°

إعادة تعلم :

إذا علمت أن م مركز المضلع المنتظم الموضح بالشكل. فأوجد قياس زواياهما المركزية ؟



حل تمارين ومسائل ١ :

١) أ) ٢٨٨٠°

ب) ٤٥٠٠°

جـ) (هـ − ٢)×١٨٠°

٢) مجموع قياسات الزوايا الخارجية لأي مضلع = ٣٦٠°

٣) أ) ٦٠°

ب) ٩٠°

جـ) ١٣٥°

٤) وﻫ(س̂) = ١٠٥°

وﻫ(ص̂) = ١٢٣°

وﻫ(ع̂) = ١٠٢°

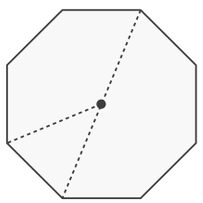
وﻫ(و̂) = ١١٢°

٥) أ) ١٣٥°

ب) مجموع قياس الزوايا الخارجية = ٣٦٠°

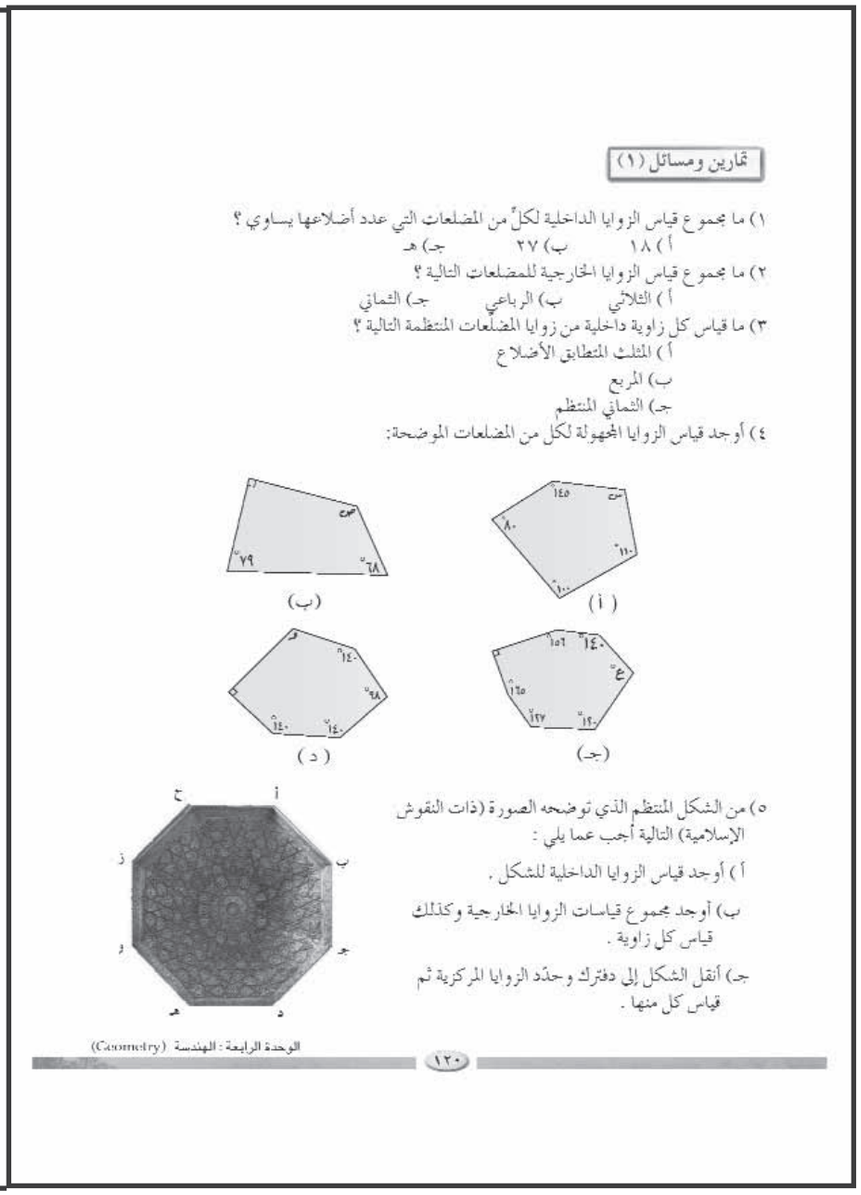
وقياس كل زاوية منها = $\frac{٣٦٠^\circ}{٨}$ = ٤٥°

جـ)



قياس كل زاوية من الزوايا المركزية

= $\frac{٣٦٠^\circ}{٨}$ = ٤٥°



تمارين ومسائل (١)

١) ما مجموع قياس الزوايا الداخلية لكلٍّ من المضلعات التي عدد أضلاعها يساوي ؟

أ) ١٨ ب) ٢٧ جـ) هـ

٢) ما مجموع قياس الزوايا الخارجية للمضلعات التالية ؟

أ) الثلاثي ب) الرباعي جـ) الثماني

٣) ما قياس كل زاوية داخلية من زوايا المضلعات المنتظمة التالية ؟

أ) المثلث المتطابق الأضلاع

ب) المربع

جـ) الثماني المنتظم

٤) أوجد قياس الزوايا المجهولة لكل من المضلعات الموضحة:

(أ)

(ب)

(جـ)

(د)

٥) من الشكل المنتظم الذي توضحه الصورة (ذات النقوش الإسلامية) التالية أجب عما يلي :

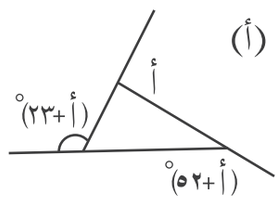
أ) أوجد قياس الزوايا الداخلية للشكل .

ب) أوجد مجموع قياسات الزوايا الخارجية وكذلك قياس كل زاوية .

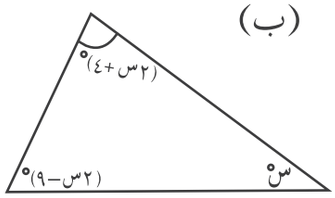
جـ) أنقل الشكل إلى دفترك وحدّد الزوايا المركزية ثم قياس كل منها .

–ناقش الطلاب في مسائل تتضمن حل معادلات خطية بسيطة لإيجاد قياسات الزوايا الداخلية و الخارجية لكل من:

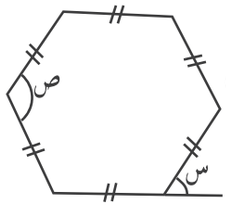
(أ)



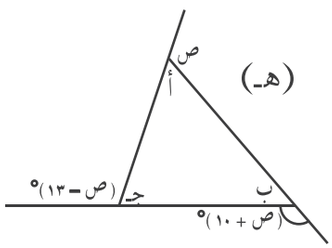
(ب)



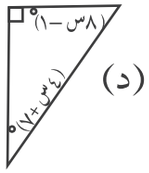
(جـ)



(هـ)



(د)



٦) أ) ٣س − ٢ = ٨٦ + س

∴ س = ٤٤

∴ ق(س̂) = ٤٤°

وقياس الزاوية الخارجية = ٣ × ٤٤ − ٢

= ١٣٢ − ٢

= ١٣٠°

ب) ق(س̂) = ٤٥°

ق(ص̂) = ٤٥°

جـ) ق(س°) + ٩٢° + ١٣٨° = ٣٦٠°

ق(س°) = ٣٦٠° − ٢٣٠

= ١٣٠°

د) ق(س̂) = ١٨٠° − ١١٢° = ٦٨°

ق(ص̂) = $\frac{١٨٠^\circ - ١١٢^\circ}{٢}$

= $\frac{٦٨^\circ}{٢}$ = ٣٤°

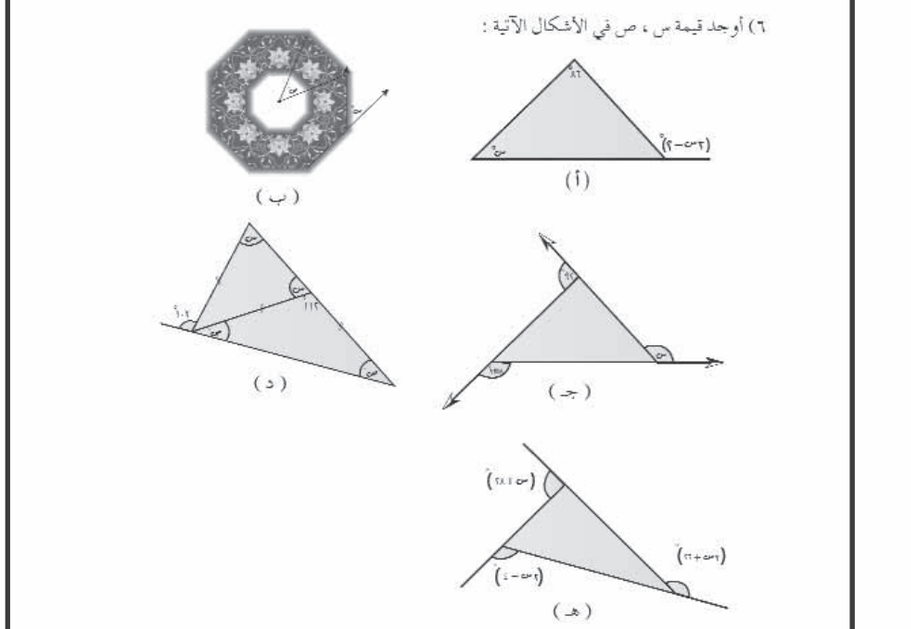
هـ) (٢س+٢٦)+(٢س− ٤)+(س+٢٨)=٣٦٠°

٥س+٥٠=٣٦٠°

٥س=٣١٠

س = $\frac{٣١٠}{٥}$

= ٦٢°



٧) نفرض أن عدد أضلاع المضلع= ن

ومجموع الزوايا الخارجية = ٣٦٠° ،

وحيث أن الشكل منتظم فإن قياس الزوايا الخارجية متساوية ولكل منها $\frac{٣٦٠^\circ}{ن}$

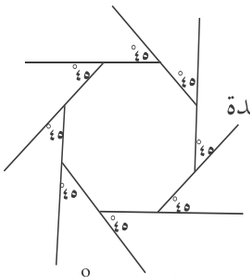
ومجموع قياس الزوايا المركزية = ٣٦٠°

وعددها يساوي عدد الأضلاع وهي متساوية في القياس

قياس كل منها = $\frac{٣٦٠^\circ}{ن}$

وهو المطلوب إثباته .

٨)



١) أوجد قياس الزاوية الخارجية الواحدة

= $\frac{٣٦٠}{٨}$ = ٤٥°

٢) ارسم قطعة مستقيمة طولها ٢سم مثلاً.

٣) استخدم المنقلة لتحديد زاوية خارجية قياسها ٤٥°

٤) ثم ارسم قطعة أخرى بنفس الطول السابق (٢سم)

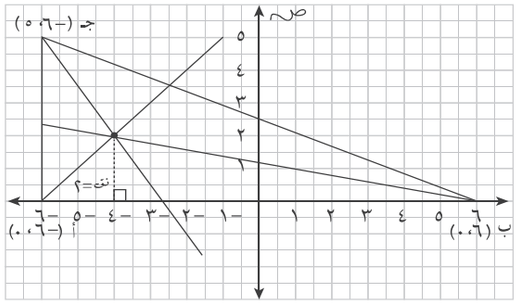
٥) كرر العمل مثل الخطوة رقم ٣ لتحصل على المطلوب

الهدف :

*** تعريف منصفات زوايا المثلث وتوضيح خواصها .**

-يمكنك تطبيق النشاط بطريقة تنصيف الزاوية وذلك باستخدام الأدوات الهندسية تحقق من أن الطلاب قادرون على استخدام الأدوات في تنصيف الزاوية (ارجع الى كتاب الطالب للصف السابع الأساسي)

حل تدريب ١ :

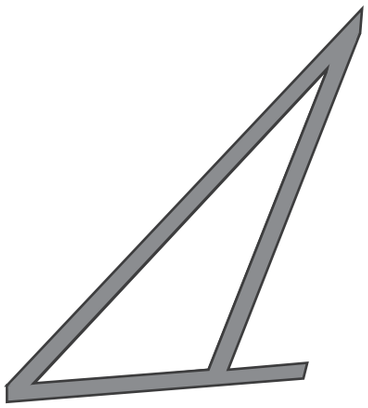


أ) (-٤ ، ٢)

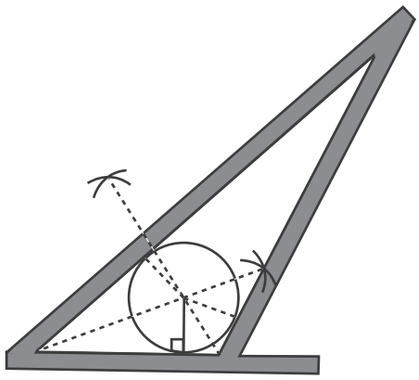
ب) دفـ = ٢سم

إثراء :

يريد مقاول البناء تركيب أنبوب دائري الشكل بحيث يمر هذا الأنبوب داخل منطقة مثلثة كما هو موضح بالشكل المقابل ، ساعد المقاول لعمل المطلوب .

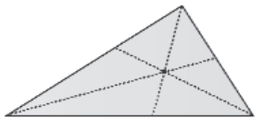


الحل :



منصفات زوايا المثلث Bisectors of Angles of a Triangle

نشاط ١ «خواص منصفات زوايا المثلث»



الأدوات : ورقة ، وقلم ، ومسطرة

الخطوات :

١) ارسم مثلثاً على ورقتك

٢) اقطع المثلث من الورقة

٣) اثن كل زاوية من زوايا المثلث بحيث ينطبق أحد ضلعي كل زاوية على الضلع الآخر لها كما هو موضح في الشكل المجاور .

٤) ارسم مستقيمات على خطوط الثني وأكتب ما تلاحظه .

٥) أنزل عموداً من نقطة تلاقي المنصفات على أحد الأضلاع .

٦) ارسم دائرة مركزها نقطة تلاقي المنصفات ونصف قطرها طول العمود . ماذا تلاحظ ؟

تدريب ١ :

على ورقة رسم بياني ، ارسم المثلث الذي رؤوسه أ (٠،٦) ، ب (٥،٦) ، جـ (٠،٦) ومن خلال مقياس الرسم أجب عن الأسئلة التالية :

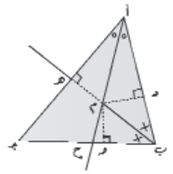
أ) ما إحداثيات نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث ؟

ب) ما طول نصف قطر الدائرة التي يمكنك رسمها داخل المثلث ؟

نظرية :

- منصفات زوايا المثلث تتقاطع في نقطة واحدة .
- نقطة تلاقي منصفات الزوايا تكون على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث .

برهان النظرية :



$\overline{أم}$ ينصف $\hat{أ}$ ⟸ م د = م هـ ... لماذا ؟

$\overline{ب م}$ ينصف $\hat{ب}$ ⟸ م د = م و ... لماذا ؟

∴ م د = م هـ = م و

أي أن النقطة م تكون على أبعاد متساوية من أضلاع المثلث

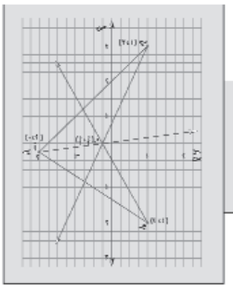
أثبت أن $\overline{م جـ}$ ينصف الزاوية جـ .

مثال ١ :

مثلث رؤوسة أ (-٢،٠) ، ب (١،٣) ، جـ (١،-٢) نصفت كل من زوايا رؤوسه الثلاثة .

أ) ما نقطة تقاطع منصفات الزوايا ؟

ب) ما بعد النقطة عن كل ضلع ؟



الحل:

نرسم المثلث ثم نستخدم الفرجار لرسم منصف كل زاوية ومن خلال الرسم نجد:

أ) و $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ تقريباً .

ب) البعد يساوي ١ سم .

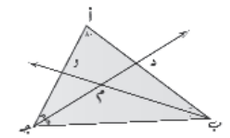
تدريب ٢ :

أرض زراعية مثلثة الشكل أراد صاحبها أن يضع خزان المياه بحيث يكون على أبعاد متساوية من أضلاع القطعة المثلثة ، ساعد صاحب الأرض في تحديد الموقع .

مثال ٢ :

في المثلث أ ب جـ ، ق ($\hat{أ}$) = ٨٠° ، ق ($\hat{ب}$) = ٤٠°، والنقطة م نقطة تقاطع منصفات زوايا المثلث .

أوجد ق (د $\hat{م}$ و)



الحل:

ق (م $\hat{ب}$ جـ) $\frac{1}{2}$ ق ($\hat{ب}$) ٢٠°

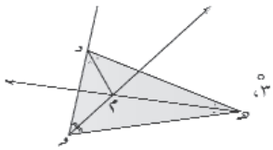
ق (ب $\hat{جـ}$ م) $\frac{1}{2}$ ق ($\hat{جـ}$) ٣٠°

ق (د $\hat{م}$ و) = ق (ب $\hat{م}$ جـ) (بالتقابل بالرأس).

∴ ق (د $\hat{م}$ و) ١٨٠° (٢٠° ٣٠١) ١٣٠°

تدريب ٣ :

في الشكل المجاور إذا علمت أن ق (د $\hat{هـ}$ و) ٣٠° ، ق (د $\hat{و}$ م) ٣٥°، فأوجد ق (هـ $\hat{د}$ م) .

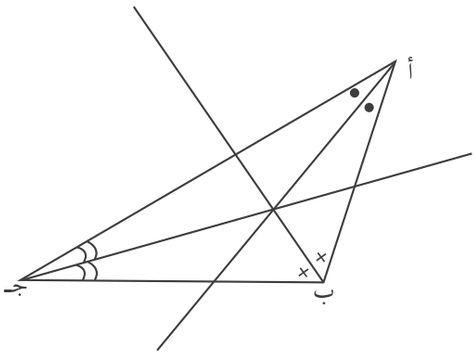


–درِّب الطلاب على عمليات الدقة في الرسم واستخدام الأدوات الهندسية والتحقق من خلال مقارنة زملائه في الصف .

–اعط الطلاب مسائلٍ حياتية توضح وتبرز أهمية هذا الموضوع (لاحظ مثلاً تدريب ٢ في الكتاب) .

حل تدريب (٢) :

يمكن تحديد موقع الخزان وذلك بأن يقوم ثلاثة أشخاص (كل منهم) بتوصيل الحبل من رأس الزاوية الى ضلعها بشرط أن ينصف هذا الحبل زوايا رأس المثلث الى زاويتين متطابقتين كما هو موضح بالشكل

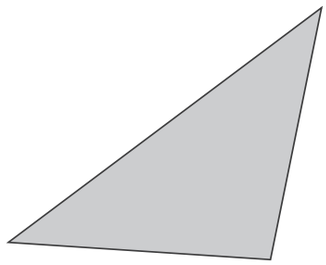


حل تدريب (٣) :

ق(هـ $\hat{د}$ م) = ٤٠°

تعزيز :

ارسم دائرة داخلية في الشكل التالي :



الحل :

يختار الطالب أحد الزوايا ثم ينصفها الى زاويتين متطابقتين ثم يقوم بنفس العمل للزاوية الأخرى وبعدها من خلال تقاطع المنصفين نقوم برسم القطعة المستقيمة العمودية على أحد الأضلاع بحيث يكون طوله نصف قطر الدائرة وبعدها نستخدم الفرجار لرسم الدائرة .

إعادة تعلم :

أكمل العبارات التالية :

١) مجموع الزوايا الداخلية لمضلع عدد أضلاعه٦ يساوي ....

٢) مجموع الزوايا الخارجية لمضلع = مجموع الزوايا ... = ...

٣) مضلع خماسي منتظم قياس كل زاوية خارجية = ...

وقياس كل زاوية مركزية = ...

الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث
(The Perpendicular Bisectors of The Sides of a Triangle)

نشاط ٢ « خواص الأعمدة المقامة من منصفات أضلاع المثلث»

الأدوات: مسطرة ، مثلث قائم أو شبه مرآة .

الخطوات:

١) ارسم مثلثاً ثم حدّد منتصف كل ضلع من أضلاعه .
٢) أقم عموداً من كل من منتصفات أضلاع المثلث ، ماذا تلاحظ ؟
٣) أحسب المسافة بين رأس كل زاوية ونقطة التقاطع .
٤) قارن بين أطوال القطع المستقيمة الواصلة من رؤوس المثلث إلى نقطة التقاطع ، ماذا تلاحظ ؟

تدريب ٤ :

ارسم على ورقة رسم بياني المثلث أ (٠،٠) ، ب (٥،٠) ، جـ (١٢،٠)
أ) استخدم المنقلة والمثلث القائم لرسم الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث .
ب) ما نقطة تقاطع الأعمدة المرسومة ؟
جـ) ما نصف قطر الدائرة التي يمكنك رسمها بحيث تمر برؤوس هذا المثلث ؟

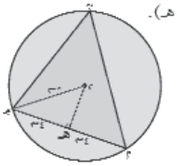
نظرية : الأعمدة المقامة من منتصفات أضلاع المثلث تتلاقى في نقطة واحدة.
تقع نقطة تقاطع الأعمدة المنصفة لأضلاع المثلث على أبعاد متساوية من رؤوس المثلث.

تدريب ٥ :

استخدم التطابق في إثبات النظرية السابقة

مثال ٣ :

في الشكل المجاور أ ب جـ مثلث فيه أ جـ = ٨سم رسمت دائرة خارجية للمثلث نصف قطرها ٥سم أوجد بعد مركز الدائرة عن الضلع أ جـ (استخدم أدواتك الهندسية لإيجاد م هـ).



الحل:

∴ مركز الدائرة هو نقطة تلاقي الأعمدة المنصفة للأضلاع (م) ، هـ منتصف أجـ .
∴ م هـ هو بعد النقطة (م) عن أ جـ ، م هـ = ٣سم .
ما العلاقة بين مربعات أطوال أضلاع Δ م هـ جـ ؟

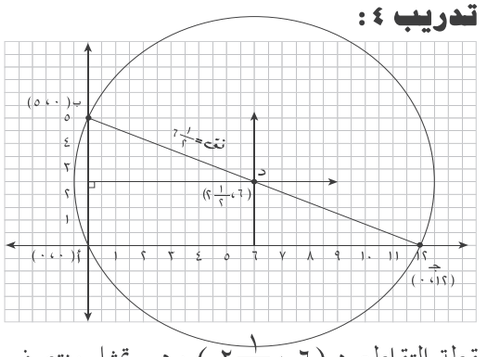
الهدف :

★ تعريف الأعمدة المقامة من منتصفات أضلاع المثلث وتوضيح خواصها .

–تابع تنفيذ الطلاب خطوات النشاط وارشدهم الى المطلوب من تنفيذ النشاط ، واطلب منهم النتائج التي يتوصلون إليها ومناقشة ذلك مع بقية زملائهم في الصف .

حل تدريب ٤ :

أ)



ب)نقطة التقاطع د (٦ ، ٢ ١/٢) وهي تمثل منتصف القطعة المستقيمة ب جـ

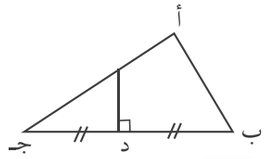
جـ) ∵ م هـ = د جـ = د أ = د ب

$= \sqrt{٦^٢ + (٢\frac{١}{٢})^٢} = ٦,٥$

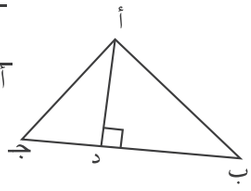
– وضح للطلاب أن مربع الوتر يساوي مجموع مربعي الضلعين الآخرين .

– وضح للطلاب الفرق بين ارتفاعات المثلث وبين الأعمدة المقامة من منتصفات أضلاع المثلث.

لاحظ الفرق في الرسمتين الموضحتين



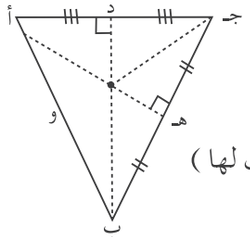
أ د لا يمثل الارتفاع
أ د ⊥ على ب جـ



أ د (ارتفاع Δ أ ب جـ)
أ د ⊥ على ب جـ ولكن لا يمثل عمود منصف

حل تدريب ٥ :

د م هو محور القطعة جـ أ
هـ م هو محور القطعة المستقيمة جـ ب
(محور القطعة المستقيمة هو العمود المنصف لها)
صل نقطة التقاطع (م) بالنقطة و
هل م و ⊥ أ ب ؟ هل م و ينصف أ ب ؟
(هل م و محوراً للقطعة المستقيمة أ ب)

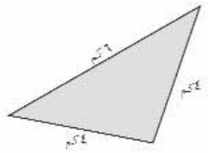


نلاحظ مما تقدم أن محاور أضلاع المثلث تتقاطع في نقطة واحدة

Δ أ د م ، Δ جـ د م فيها :
جـ د = أ د ، د م ضلع مشترك ، ق(جـ $\hat{د}$ م) = ق(أ $\hat{د}$ م)
∴ المثلثان متطابقان أي أن:
جـ م = أ م وهو المطلوب إثباته
(أكمل اثبات أن جـ م = ب م) ....

مثال ٤ :

أرادت وزارة الأوقاف بناء جامع يخدم ثلاث قرى ، وقرر المهندسون بناء الجامع بحيث يقع في مركز المنطقة التي تشمل القرى الثلاث ، فإذا كانت المسافات بين القرى كما هو موضح بالرسم ، فاوجد بعد الجامع عن كل قرية .



الحل:

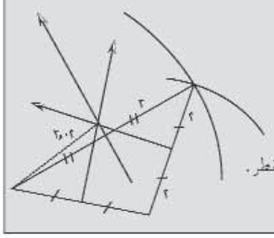
نرسم بحيث تكون وحدة القياس السنتيمتر .

٤سم ⟸ ٤كم ، ٦سم ⟸ ٦كم

* استخدام المسطرة والفرجار ، والمنقلة لرسم الشكل بالمقاسات المطلوبة .

*حدّد المركز من خلال إقامة أعمدة من منتصفات الأضلاع ثم قس المسافة بين رأس المثلث والمركز وأوجد نصف القطر.

∴ بعد الجامع عند كل قرية يساوي تقريبا ٣,٠٢ كم



تدريب ٦ :

إذا علمت إن المسافة بين القريتين أ ، ب تساوي المسافة بين القريتين ب ، جـ تساوي ٥ كم والبعد بين أ ، جـ يساوي ٦كم ، فما البعد بين الجامع وكل من القرى الثلاث ؟

تدريب ٧ :

حدد موقع مركز الدائرة للمثلثات التالية:

أ) حاد الزاوية

ب) قائم الزاوية

جـ) منفرج الزاوية

يمكن حل المثال بطريقة أخرى :

بحيث نفرض أن المسافة د م = س

∴ نصف قطر الدائرة (ب م) =ارتفاع المثلث (ب د) + س

ارتفاع المثلث ب د = $\sqrt{١٦ - ٩}$ = $\sqrt{٧}$

∴ دهـ = $\sqrt{٧}$ + س

في المثلث القائم أ د م

(أ م)^{٢} = س^{٢} + ٩

دهـ^{٢}= س^{٢} + ٩

($\sqrt{٧}$ + س)^{٢} = س^{٢} + ٩

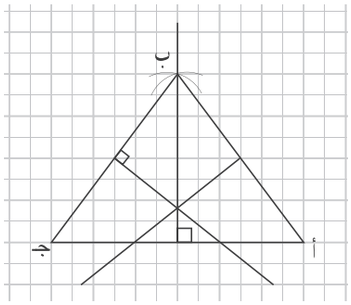
٧+٢$\sqrt{٧}$ س + س^{٢}= س^{٢}+٩

٢ $\sqrt{٧}$ س = ٢ ⟵ س= $\frac{١}{\sqrt{٧}}$

∴ دهـ^{٢}= $\sqrt{٧}$ + $\frac{١}{\sqrt{٧}}$ = $\frac{٨}{\sqrt{٧}}$ = $\frac{٨\sqrt{٧}}{٧}$ كم

= ٣,٠٢ كم

ملاحظة (الطالب لم يدرس نظرية فيثاغورس ، ولهذا طريقة القياس هي الطريقة المستخدمة في هذه المرحلة).



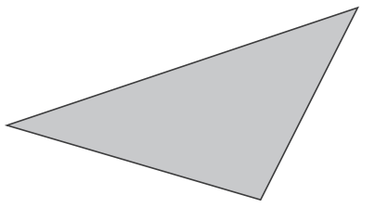
حل تدريب ٦ :

أ م = جـ م = ب م

بالقياس= ٣,٢ كم

تعزيز :

– ارسم دائرة خارجية للشكل التالي :



– يمكن حل السؤال جبرياً :

ب س = $\sqrt{٢٥-٩}$ = ٤

(م س)^{٢} + ٢٣ = (أ م)^{٢}

(٤–أم)^{٢} + ٩ = (أم)^{٢}

أ م = ٣,١٢٥ كم

حل تدريب ٧ :

أ) في المثلث الحاد الزوايا يقع مركز الدائرة داخل المثلث.

ب) في المثلث القائم الزاوية يقع مركز الدائرة على وتر المثلث.

جـ)في المثلث المنفرج الزاوية يقع مركز الدائرة خارج المثلث.

القطع المتوسطة للمثلث (The Medians of a Triangle)

نشاط ٣ «خواص القطع المتوسطة للمثلث».

الأدوات : ورقة رسم بياني ، مسطرة ، قلم .

الخطوات :

١) ارسم المثلث أ ب جـ حيث أ (٠،٠) ، ب (٤،٤) ، جـ (٨ ، -٤).
٢) حدد نقاط منتصفات القطع المستقيمة $\overline{أب}$ ، $\overline{أجـ}$ ، $\overline{ب جـ}$ (د ، هـ ، و) على الترتيب .
٣) ارسم القطع المتوسطة $\overline{ب هـ}$ ، $\overline{جـ د}$ ، $\overline{أ و}$ ماذا تلاحظ ؟
٤) قس المسافة من رأس المثلث إلى نقطة التقاطع والمسافة من نقطة التقاطع إلى منتصف الضلع ، أوجد النسبة بينهما ($\frac{جـ م}{م د}$ ، $\frac{ب م}{م هـ}$ ، $\frac{أ م}{م و}$) ما ذا تلاحظ؟
٥) من الرسم أكتب إحداثيات النقطة م ، ما علاقة إحداثيات هذه النقطة بإحداثيات رؤوس المثلث؟

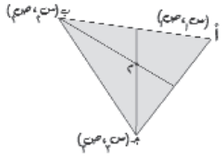
تدريب ٨ :

مثلث رؤوسة أ (١،١) ، ب (٤،٤) ، جـ (٤ ، -٣) ،حيث (و) تمثل نقطة تلاقي المستقيمات المتوسطة .

أ) استخدم الرسم الدقيق في إيجاد إحداثيات النقطة و .
ب) أوجد النسبة جـ و : و هـ .

سنتناول النظرية الآتية بدون برهان:

نظرية :
القطع المتوسطة للمثلث تتقاطع في نقطة واحدة تقسم كل منها بنسبة ١ : ٢ من جهة الرأس



ويمكن إيجاد إحداثيات نقطة تقاطع القطع المتوسطة لأي مثلث :

$\left(\frac{س_١ + س_٢ + س_٣}{٣} \ ، \ \frac{ص_١ + ص_٢ + ص_٣}{٣} \right)$

الهدف :

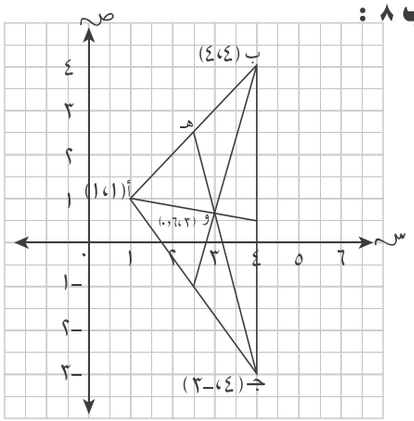
*** تعريف المستقيمات المتوسطة للمثلث وتوضيح خواصها .**

– قم بتكليف كل تلميذ برسم مثلث وتنصيف أضلاعه الثلاثة ، صل رؤوس المثلث بمنتصفات الأضلاع المقابلة لها بقطع مستقيمة وأطلق على هذه القطع باسم .
– يمكنك استخدام طريقة الثني للتوصل الى النتائج المطلوبة .
– ناقش الطلاب في ايجاد القطعة المتوسطة .
– مثلاً : $\overline{أب}$ يمكن ايجاد نقطة المنتصف هـ

$\left(\frac{س_١ + س_٢}{٢} \ ، \ \frac{ص_١ + ص_٢}{٢} \right)$

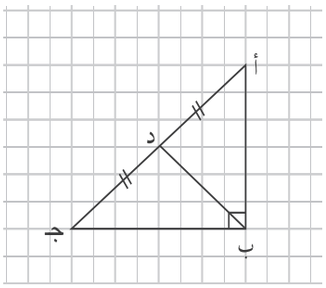
حل تدريب ٨ :

أ)



ب) جـ و : و هـ = ١,٦ : ٠,٨
= ١٦ : ٨
= ٢ : ١

إثـراء :



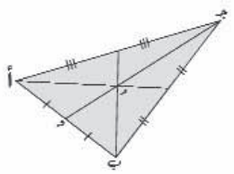
△ أ ب جـ قائم الزاوية في $\hat{ب}$ ، د منتصف $\overline{أجـ}$ أثبت أن △ أ ب جـ متطابق الضلعين علماً بان $\overline{د ب} \perp \overline{أجـ}$

الحل :

△ أ ب د ، △ جـ ب د فيهما :
أ د = د جـ
ب د ضلع مشترك
وزاوية محصورة بينهما ($\hat{٩٠}$)
∴ المثلثان متطابقين
∴ أ ب = ب جـ
△ أ ب جـ فيه أ ب = ب جـ (متطابقين) وهو المطلوب

مثال ٥ :

من الشكل الموضح جانباً إذا علمت أن
وجـ = ١٠س ، ٨ ، د و = ٣س + ٢ فأوجد قيمة س



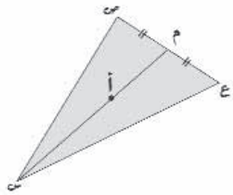
الحل:

و جـ : و د = ٢ : ١

$$\frac{١٠س - ٨}{٣س - ٢} = \frac{٢}{١}$$

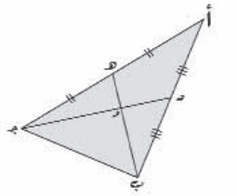
١٠س − ٨ = ٦س + ٤

٤س = ٤ ⟸ س = ١



تدريبات ١ :

١) إذا علمت أن النقطة أ هي نقطة تقاطع القطع المتوسطة في قطعة سراميك مثلثة الشكل س ص ع
فأوجد طول $\overline{أس}$ ، علمًا بأن طول $\overline{م س}$ = ٩ سم



٢) إذا علمت أن النقطة و تمثل نقطة تقاطع المستقيمات المتوسطة للمثلث أ ب جـ فأوجد قيمة س
إذا كانت :
ب و = ٢س + ٣
ب هـ = ٥س + ٣

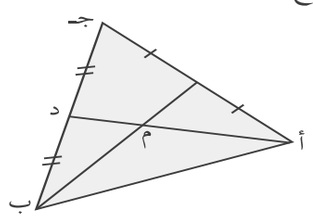
٣) أ) أثبت أن القطعة المتوسطة في المثلث تنصف مساحة المثلث .
ب) أثبت أن القطع المستقيمة الواصلة من رؤوس المثلث إلى نقطة تلاقي القطع المتوسطة تُقسم المنطقة المثلثة إلى ثلاثة أجزاء متساوية المساحة .

تعزيز :

أ ب جـ مثلث متطابق الأضلاع ، م نقطة تقاطع مستقيماته المتوسطة أوجد :
أ) ق (أ$\hat{م}$ ب)
ب) ق (ب$\hat{أ}$ م)
جـ) ق (ج$\hat{د}$ أ)

الحل :

أ) ١٢٠° ب) ٣٠° ج) ٩٠°



حل تدريبات ١ :

١) نسبة م س : أ س هي ٣ : ٢

$أ س = \frac{٢}{٣} \times م س$

$= \frac{٢}{٣} \times ٩ = ٦$سم

٢) $\frac{ب و}{ب هـ} = \frac{٢س+٣}{٥س+٣} = \frac{٢}{٣}$

∴ ٦س + ٩ = ١٠س + ٦

٣ = ٤س

∴ س = $\frac{٣}{٤}$

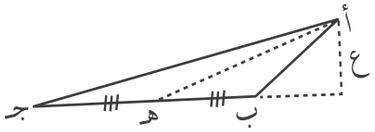
ب و = ٢س + ٣

$= ٢ \times \frac{٣}{٤} + ٣ = \frac{٩}{٢} = ٤\frac{١}{٢}$

ب هـ = ٥س + ٣

$= ٥ \times \frac{٣}{٤} + ٣ = \frac{٢٧}{٤}$

٣) أ) لاحظ من الشكل التالي :



مساحة المثلث أ ب هـ = $\frac{١}{٢}$ (ب هـ) × ع

مساحة المثلث أ هـ جـ = $\frac{١}{٢}$ (هـ جـ) × ع

∵ ب هـ = هـ جـ

∴ مساحة △ ا ب هـ = مساحة △ا هـ جـ

ب) مساحة △أ ب د = مساحة △ أ جـ د ⟵ (١)

مساحة△م ب د = مساحة △م جـ د ⟵ (٢)

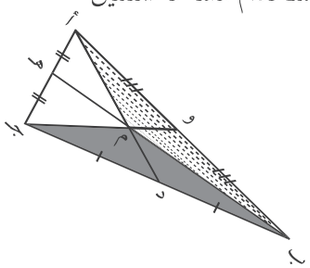
وبالطرح (٢ من ١) نحصل على

مساحة △ أ ب م = مساحة △أ جـ م

وبالمثل يمكن اثبات أن مساحة

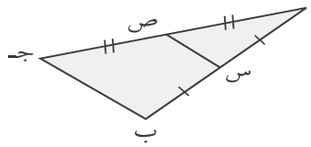
△أ ب م = △ جـ م د باستخدام مساحة المثلثين

△ أ ب هـ ، △ ب هـ جـ



إعادة تعلم :

أوجد مايلي (مستخدماً أدوات القياس المناسبة)



ب جـ = ...

س ص = ...

ق(أ$\hat{س}$ ص) = ...

ق (أ$\hat{ب}$ ج) = ...

حل تمارين ومسائل ٢ :

١) $\frac{\text{أ و}}{\text{و ل}} = \frac{٢}{١} = \frac{٣س+٤}{٤س-٨}$

أ) ٨س − ١٦ = ٣س + ٤

٥س = ٢٠

س = ٤

ب) أ ل = (٣س + ٤) + (٤س − ٨)

= ٧س − ٤

= ٧ × ٤ − ٤

= ٢٨ − ٤ = ٢٤

٢) النقطة م = $\left(\frac{س١+س٢+س٣}{٣}، \frac{ص١+ص٢+ص٣}{٣}\right)$

$= \left(\frac{-٣+٥+س٣}{٣}، \frac{٢+٤+ص٣}{٣}\right)$ = (١ ، ٥)

(س٣ ، ص٣) = (١ ، ٩)

٣) نوجد منتصف كل ضلع وذلك باستخدام المسطرة أو عملية الثني ونرسم المستقيمات المتوسطة .
وتعتبر نقطة التقاطع تمثل نقطة الاتزان .

٤) في المثلث المتطابق الأضلاع (أطلب من الطلاب رسمه والتحقق منه)

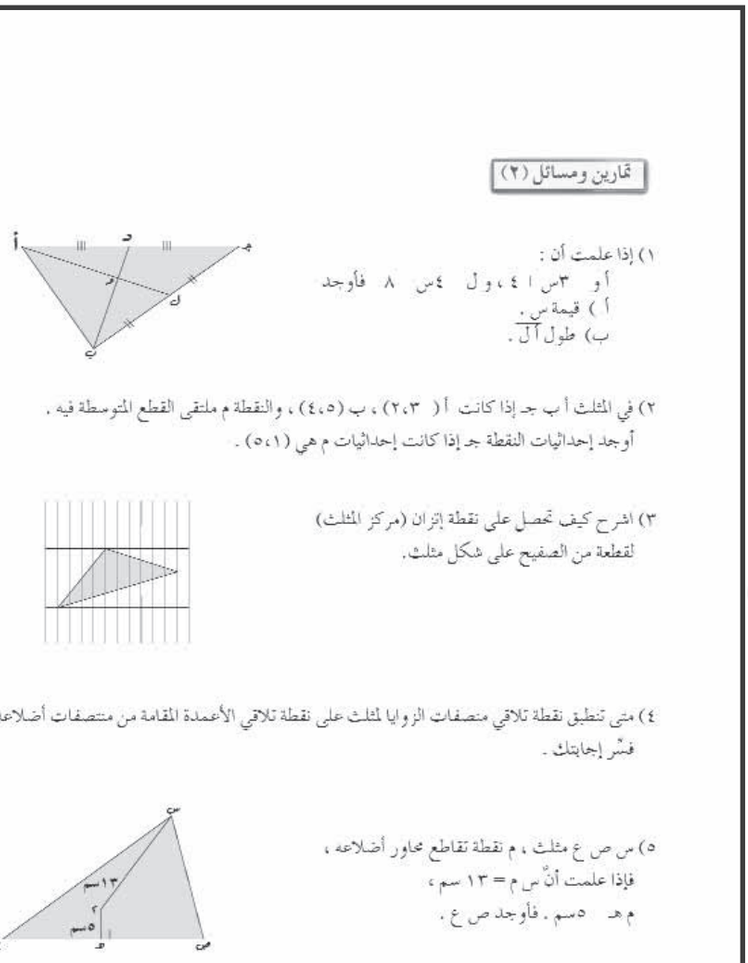
٥) ص هـ = $\sqrt{١٦٩ - ٢٥}$

(الطالب غير مطالب باستخدام نظرية فيثاغورس)

= $\sqrt{١٤٤}$ = ١٢ سم

(يمكن ايجاد القيم باستخدام الأدوات الهندسية)

∴ ص ع = ٢٤سم



تمارين ومسائل (٢)

١) إذا علمت أن :
أ و = ٣س + ٤ ، و ل = ٤س − ٨ فأوجد
أ) قيمة س .
ب) طول $\overline{أل}$.

٢) في المثلث أ ب جـ إذا كانت أ (٢،٣) ، ب (٤،٥) ، والنقطة م ملتقى القطع المتوسطة فيه .
أوجد إحداثيات النقطة جـ إذا كانت إحداثيات م هي (٥،١) .

٣) اشرح كيف تحصل على نقطة إتزان (مركز المثلث) لقطعة من الصفيح على شكل مثلث.

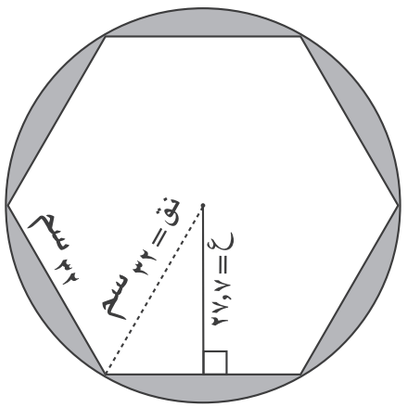
٤) متى تنطبق نقطة تلاقي منصفات الزوايا لمثلث على نقطة تلاقي الأعمدة المقامة من منتصفات أضلاعه ؟
فسّر إجابتك .

٥) س ص ع مثلث ، م نقطة تقاطع محاور أضلاعه ،
فإذا علمت أنّ س م = ١٣ سم ،
م هـ = ٥سم . فأوجد ص ع .

إثـراء :

من الشكل الموضح جانباً أوجد مساحة المنطقة المظللة .

الحل :



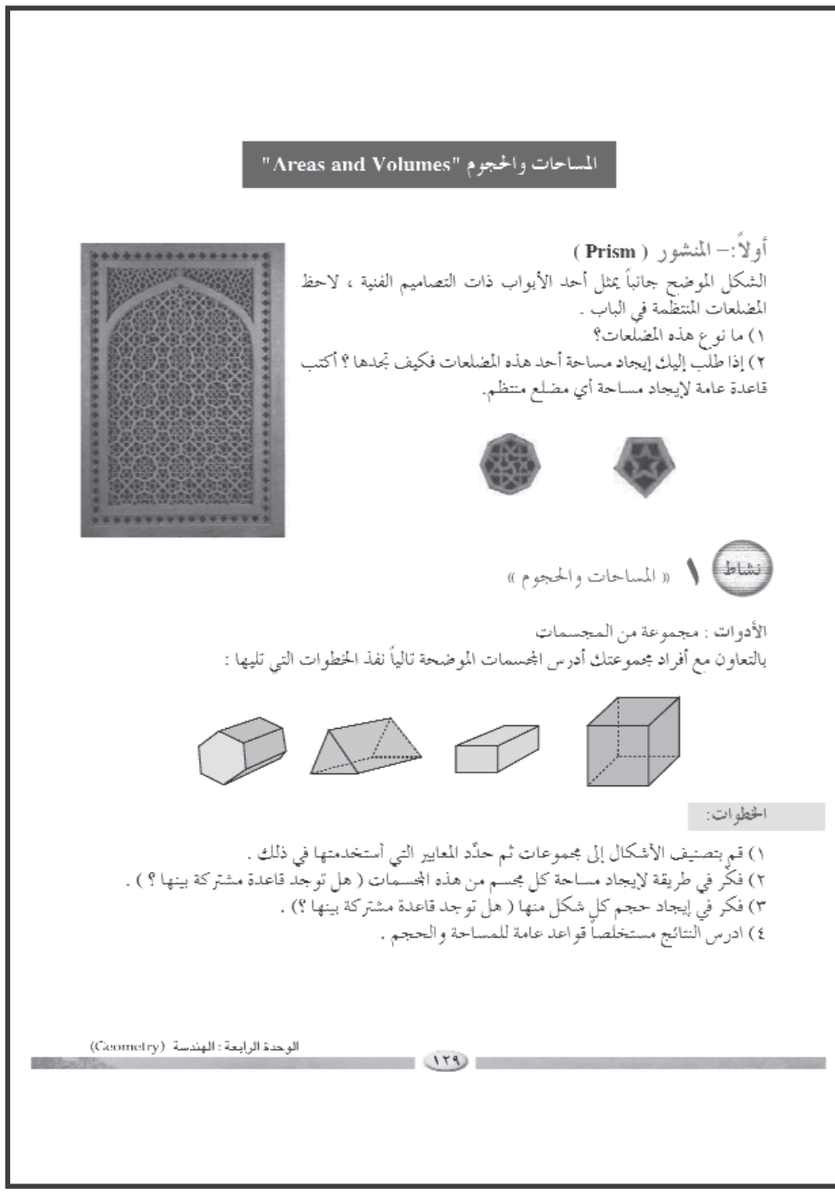
م = مساحة المنطقة الدائرية − مساحة المضلع السداسي المنتظم

= ٣,١٤ × (٣٢)^{٢} − ٦ ($\frac{١}{٢}$ × ٣٢ × ٢٧,٧)

= ٣٢١٥,٣٦ − ٢٥٩٢

= ٣٢١٥,٣٦ − ٢٦٥٩,٢

= ٥٥٦,١٦ سم^{٢}



المساحات والحجوم "Areas and Volumes"

أولاً:- المنشور (Prism)

الشكل الموضح جانباً يمثل أحد الأبواب ذات التصاميم الفنية ، لاحظ المضلعات المنتظمة في الباب .

١) ما نوع هذه المضلعات؟

٢) إذا طلب إليك إيجاد مساحة أحد هذه المضلعات فكيف تجدها ؟ أكتب قاعدة عامة لإيجاد مساحة أي مضلع منتظم.

نشاط ١ « المساحات والحجوم »

الأدوات : مجموعة من المجسمات

بالتعاون مع أفراد مجموعتك أدرس المجسمات الموضحة تالياً نفذ الخطوات التي تليها :

الخطوات:

١) قم بتصنيف الأشكال إلى مجموعات ثم حدّد المعايير التي أستخدمتها في ذلك .

٢) فكّر في طريقة لإيجاد مساحة كل مجسم من هذه المجسمات (هل توجد قاعدة مشتركة بينها ؟) .

٣) فكر في إيجاد حجم كل شكل منها (هل توجد قاعدة مشتركة بينها ؟) .

٤) ادرس النتائج مستخلصاً قواعد عامة للمساحة والحجم .

الوحدة الرابعة : الهندسة (Geometry) ١٢٩

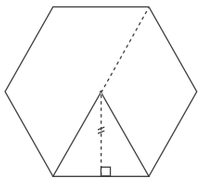
الأهداف :

*** قياس وحساب مساحة الأسطح للمنشور .**
*** تقدير الحجم ثم ايجادة بستخدام القانون للمنشور.**

– استرجع مع الطلاب بعض المفاهيم المتعلقة بالمنشور (الارتفاع ، الأوجه الجانبية ، ...الخ).

– ناقش الطلاب في إيجاد المساحات الكلية والحجوم للمكعب ومتوازي المستطيلات .

١) مضلعات خماسية منتظمة ، ومضلعات ثمانية منتظمة.



٢) لاحظ أن أي شكل منتظم يحتوي على عدد معين من المثلثات فمثلاً المضلع السداسي الموضَّح جانبا يحتوي ٦ مثلثات .

م = $\frac{١}{٢}$ ﻫ ع

حيث ﻫ تمثل طول الضلع ، ع ارتفاع المثلث

∴ المساحة = عدد المثلث × مساحة المثلث الواحد

– تابع عمليات تنفيذ خطوات النشاط مع الطلاب ووجههم للوصول الى :

١) تصنيف الأشكال من حيث منشور رباعي أو ثلاثي ، ..... الخ .

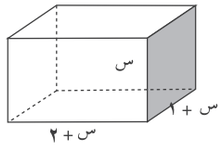
٢)مساحة المكعب = مساحة جميع الأوجه

مثلاً المكعب يمكن إيجاد المساحة الكلية بإيجاد مساحة الأوجه المربعة الستة ٦س٢

٣) استرجع مع الطلاب لإيجاد حجم المكعب (ل٣) والذي يعبر عنه بـ (الطول × العرض × الارتفاع) .

تعزيز :

متوازي مستطيلات أبعاده ٥، ٤، (س−١) بالسنتيمترات فاذا علمت أن مساحته الكلية تساوي ٩٤سم٢ . فأوجد أبعاده



الحل :

م=٢(٥)(٤)+٢(٥)(س−١) +٢(٤)(س−١)

٩٤ = ٢(٢٠) + ٢(٥س−٥) +٢(٤س−٤)

٤٧ = ٢٠ + ٥س −٥ +٤س−٤

٩س= ٤٧−١١

٩س = ٤٧−١١

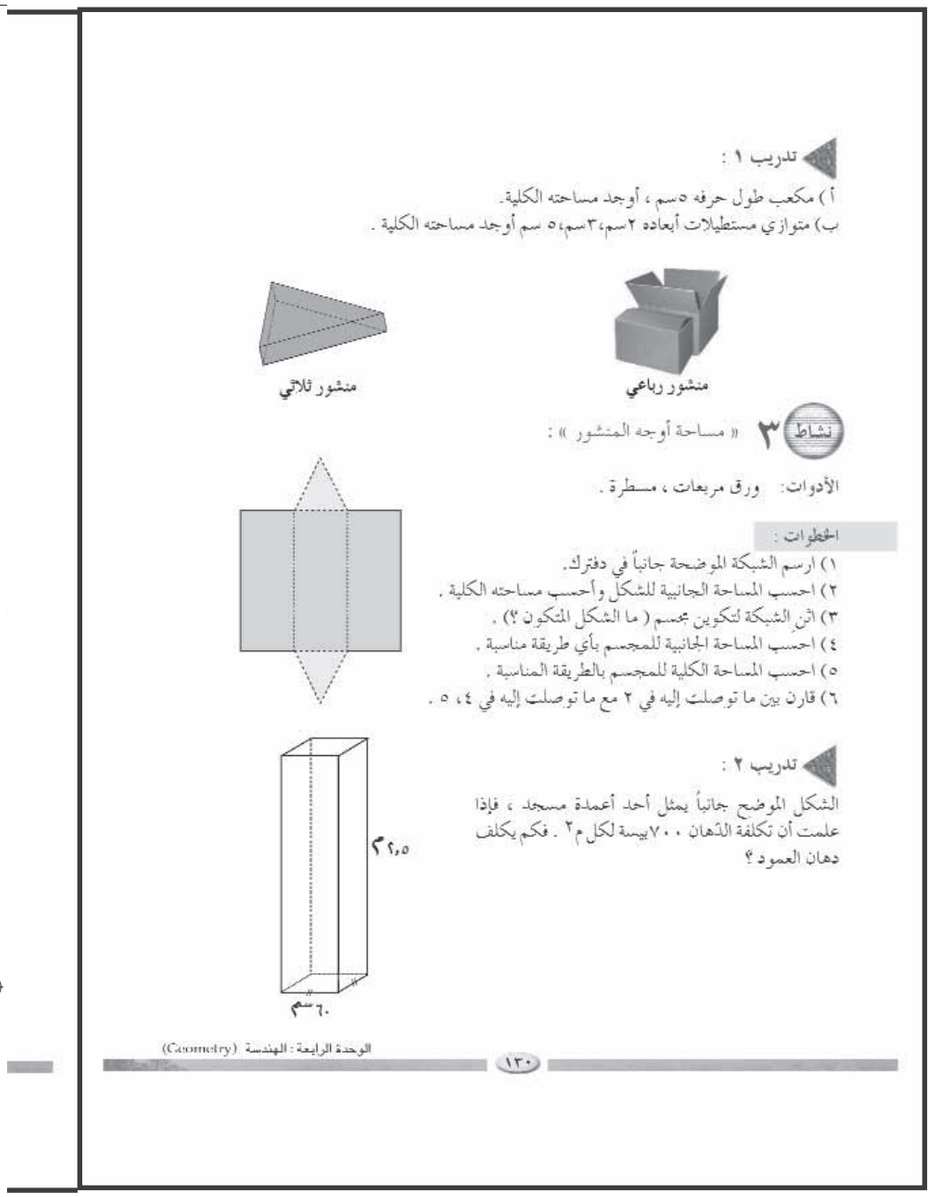
٩س = ٣٦ س=٤ الأبعاد هي : ٥ ، ٤ ، ٣

إعادة تعلم :

١) ما حجم مكعب طول حرفه ٢,٥م

٢) متوازي مستطيلات أبعاده ٣،٢ ، ص وحجمه ٩٠سم . أوجد البعد (ص)

٣) ماالمساحه الكلية لمتوازي المستطيلات أبعاده ٤، ٣ ، ٢



تدريب ١ :

أ) مكعب طول حرفه ٥سم ، أوجد مساحته الكلية.

ب) متوازي مستطيلات أبعاده ٢سم،٣سم،٥ سم أوجد مساحته الكلية .

منشور رباعي

منشور ثلاثي

نشاط ٣ « مساحة أوجه المنشور » :

الأدوات: ورق مربعات ، مسطرة .

الخطوات :

١) ارسم الشبكة الموضحة جانباً في دفترك.

٢) احسب المساحة الجانبية للشكل وأحسب مساحته الكلية .

٣) اقترن الشبكة لتكوين مجسم (ما الشكل المتكون ؟) .

٤) احسب المساحة الجانبية للمجسم بأي طريقة مناسبة .

٥) احسب المساحة الكلية للمجسم بالطريقة المناسبة .

٦) قارن بين ما توصلت إليه في ٢ مع ما توصلت إليه في ٤، ٥ .

تدريب ٢ :

الشكل الموضح جانباً يمثل أحد أعمدة مسجد ، فإذا علمت أن تكلفة الدّهان ٧٠٠ بيسة لكل م٢ . فكم يكلف دهان العمود ؟

٢,٥ م

٦٠ سم

حل تدريب ١ :

– مساحة المكعب = ٦ × مساحة الوجه الواحد

= ٦ × (٥ × ٥)

= ٦ × ٢٥ = ١٥٠ سم٢

– مساحة متوازي المستطيلات

= ٢ × مساحة الأوجه

= ٢ × مجموع مساحة ثلاثة أوجه مختلفة

= ٢ × (٢ × ٣ + ٢ × ٥ + ٣ × ٥)

= ٢ (٦ + ١٠ + ١٥)

= ٢ (٣١) = ٦٢ سم٢

– توصل مع الطلاب الى قانون إيجاد مساحة المنشور الكلية. (المساحةالجانبية + ٢× مساحة إحدى القاعدتين) من خلال خطوات النشاط رقم ٢

– وضح للطلاب أن الشبكة وهي مستوية يمكن إيجاد مساحتها من خلال إيجاد مساحة المستطيل وجمعه مع مساحة المثلثين حيث يمثل شكل المستطيل المساحة الجانبية للمجسم بعد الثني والمثلثين يمثلان قاعدتي الجسم.

حل تدريب ٢ :

المساحة الجانبية للعمود = محيط القاعدة × ع

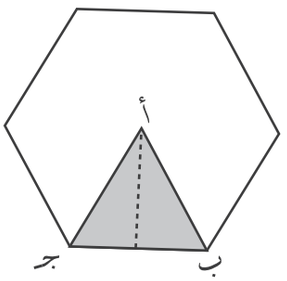
= ٤ × ٠,٦٠ × ٢,٥

= ٦ م٢

التكلفة = ٧٠٠ × ٦ = ٤٢٠٠ = ٤,٢ ريال

إثراء :

إذا علمت أن أ تمثل مركز الشكل السداسي المنتظم فأوجد ع علماً بأن محيط الشكل السداسي ٩٦م٢ ، مساحة المثلث أ ب ج تساوي تقريباً ١١١م٢



الحل :

محيط الشكل = ٦ × طول الضلع

٩٦ = ٦ × س

∴ س = ١٦ سم

مساحة أ ب جـ = $\frac{١}{٢}$ ق ع

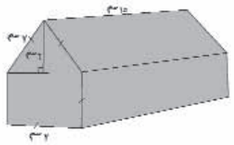
١١١ = $\frac{١}{٢}$ × ١٦ × ع

∴ ع ≈ ١٤ م

نتيجة:
المساحة الجانبية للمنشور (Leteral Surface) = محيط القاعدة × الارتفاع.
المساحة الكلية للمنشور (Surface Area) = المساحة الجانبية + ضعف مساحة إحدى القاعدتين.

مثال ١ :

الشكل التالي يوضح رسمة تخطيطية لصندوق حفظ المجوهرات ، فإذا علمت أن زخرفة هذا الصندوق تكلف ٤٠٠ ريسة للسنتيمتر المربع الواحد ، فكم تتكلف زخرفة الجزء الخارجي للشكل ؟



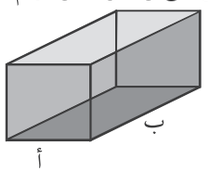
الحل:

مساحة الجزء الخارجي للشكل = مساحة المنشور الثلاثي + المساحة الجانبية لمتوازي المستطيلات.
مساحة المنشور الثلاثي = المساحة الجانبية + ٢(مساحة المثلث)
= (١٥×٧×٢) + ٢(١/٢ ×٦×٧)
= ٢٥٢سم٢.
المساحة الجانبية للمنشور الرباعي = (١٥×٧×٢) + ٢(٧×٧)
= ٣٠٨سم٢ .
∴ المساحة الكلية المراد زخرفتها = ٣٠٨+٢٥٢
= ٥٦٠سم٢ .
∴ التكلفة = ٥٦٠×٤٠٠,٠ = ٢٢٤ريال.

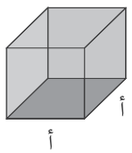
تدريب ٣ :

ابحث في مدرستك أو منزلك عن مجسّمات على شكل منشور ثم قدّر أبعادها واحسب مساحتها الكلية ، قم بقياس الأبعاد الحقيقية ثم احسب المساحة الكلية الحقيقية وقارن النتيجتين (مثلاً خزانة الكتب ، التلفاز ، الكمبيوتر ، .... الخ) .

– اعط الطلاب مجموعة من المسائل لإيجاد المساحات الجانبية وذلك للتحقق من وصول أو فهم الطلاب للقانون .



المساحة الجانبية = محيط المنطقة المستطيلة × الإرتفاع
= ٢(أ+ب) × جـ



المساحة الجانبية =محيط المنطقة المربعة × الإرتفاع
= ٤ أ × أ
= ٤ أ٢

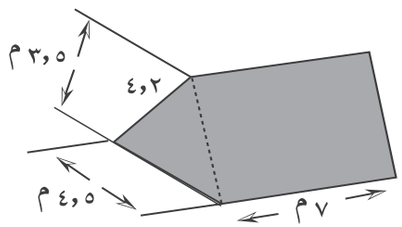
–ركز مع الطلبة على أن المساحات الجانبية تعتمد على نوعية قاعدة الشكل المطلوب إيجاد مساحته (قد تكون قاعدته رباعية ،أو خماسيه أوثمانية ، ....الخ).
–ركز مع الطلاب في إيجاد مساحات المناطق أو أوجه المجسمات المركبة حيث قد يقع الطالب في خطأ في عمليات ايجاد المساحات الكلية فمثلاً قد يقع الطالب في حل . مثال١ بالكتاب حيث يقوم سامي بإيجاد مساحة المنشور الثلاثي ومساحة المنشور الرباعي ويجمعهما دون أن يلاحظ أن هناك بعض الأوجه لاتمثل مساحات جانبية للشكل .

حل تدريب ٣ :

يترك للطالب (توجد إجابات مختلفة حسب نوعية وحجم المجسمات)

تعزيز :

الشكل التالي يوضح خيمه
من خلال البيانات الموضحة بالشكل أوجد المساحة الخارجية للخيمة .

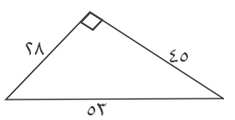


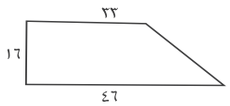
الحل :

م٢ = (٧ × ٤,٢) ٢ + (١/٢ × ٤,٥ × ٣,٥)
= ٧٤,٥٥ م٢

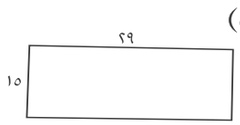
إعادة تعلم :

أوجد مساحة الأشكال التالية :

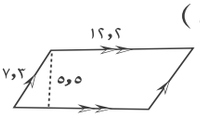




(ب)



(د)



الحل : أ) ٦٣٠ وحدة مربعة
ب)٦٣٢ وحدة مربعة
جـ) ٤٣٥ وحدة مربعة
د)٦٧,١ وحدة مربعة

حجم المنشور
The volume of a Prism

تدريب ٤ :

الجدول التالي يمثل أبعاد متوازيات مستطيلات ، أكمل الجدول ثم أجب عن الأسئلة التي تليه :

الطول	العرض	الارتفاع	الحجم
٥	٥	٥	■
٥	٤	٣	■
٦	٤,٥	٦	■
٦	٤	■	٤٨

أ) ما اسم الشكل الذي تتساوى أبعاده ؟

ب) ماذا يمثل حاصل ضرب الطول × العرض لكل من المجسمات ؟

ج) هل يمكنك استخراج قاعدة عامة لإيجاد حجم منشور بمعلومية مساحة القاعدة والإرتفاع ؟

د) أكتب نتيجتك .

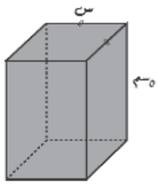
نتيجة:

حجم المنشور = مساحة القاعدة × الارتفاع

مثال ٢ :

في الشكل المجاور ما قيمة س .

إذا علمت أن حجم الشكل يساوي ٦٠سم٣ .



الحل:

ح = مساحة القاعدة × ع

٦٠ = س × س × ٥

٦٠ = ٥س٢

∴ س٢ = ١٢

س = $\sqrt{١٢}$ ≅ ٣,٥ (فسّر لماذا لا تكون س = $-\sqrt{١٢}$)

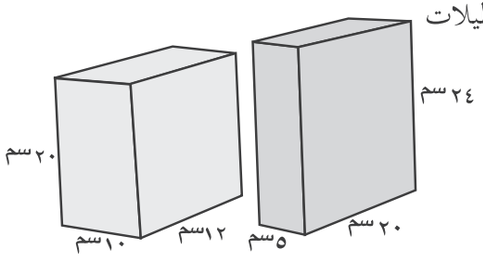
تدريب ٥ :

١) أوجد حجم متوازي مستطيلات ارتفاعه ٦سم ، وعرضه ٧سم ، وطوله ٨سم.

٢) إذا علمت إن قطعة الذهب التي أبعادها ٦سم ، ٦سم ، ٨سم تقدر بـ ١٣٥٨٠ريال .

فما قيمة السنتيمتر المكعب الواحد .

– نناقش الطلاب في مسائل بسيطة على عمليات إيجاد حجوم بعض المجسمات المكعبة أو على متوازي مستطيلات



فمثلاً حجم الصندوق الأول= مساحة القاعدة× ع

= ٢٠ × ٥ × ٢٤

= ٢٤٠٠سم٣

حجم الصندوق الثاني = ١٢×١٠×٢٠

= ٢٤٠٠سم٣

حل تدريب ٤ :

أ) مكعب ب) مساحة القاعدة

جـ) نعم

د) حجم المنشور= مساحة القاعدة× الارتفاع

– أكد للطلاب أن الحجم يتأثر بأبعاده الثلاثة فلا يمكن أن نتعرف على الحجم الأكبر من خلال النظر اليه كما هو موضح بالمثال السابق .

– أعط الطلاب مسائل أخرى بها أوجه مختلفة (مثلثة ، ثمانية ،.....الخ)

حل تدريب ٥ :

١) ح=٧×٨×٦ =٣٣٦سم٣

٢)حجم القطعة =٦×٦×٨ = ٢٨٨سم٣

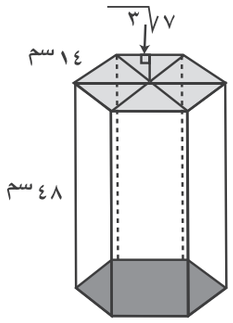
٢٨٨سم٣ : ١٣٥٨٠ ريال

١ سم٣ : س

∴س = $\frac{١٣٥٨٠ \times ١}{٢٨٨}$ = ٤٧,٢ ريال

إثراء :

أوجد حجم المجسم التالي :



الحل :

حجم المجسم = مساحة القاعدة × ع

مساحة القاعدة = ٦($\frac{١}{٢}$ ×١٤×٧ $\sqrt{٣}$)

= ٥٠٩,٢ سم٢

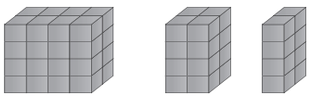
الحجم = ٥٠٩,٢ ×٤٨

≅ ٢٤٤٤٣ سم٣

الأهداف :

*** تحديد التأثير على حجم متوازي المستطيلات عند تغيير بعد واحد أو أكثر من أبعاده .**

– أطلب من الطلبة عمل مجسمات على شكل متوازي مستطيلات باستخدام مكعبات قابلة للوصل وناقشهم في حجم كل منهم والعلاقة بينهم.



(أ) (ب) (جـ)

–لعلك تلاحظ من الأشكال أ ، ب ، ج أن الحجم يزداد من ٨ ⟵ ١٦ ⟵ ٣٢ ناقش الطلاب في مسائل أخرى.

حل تدريب ٦ :

–الحجم الأصلي = ٨×٣×٤=٩٦سم٣

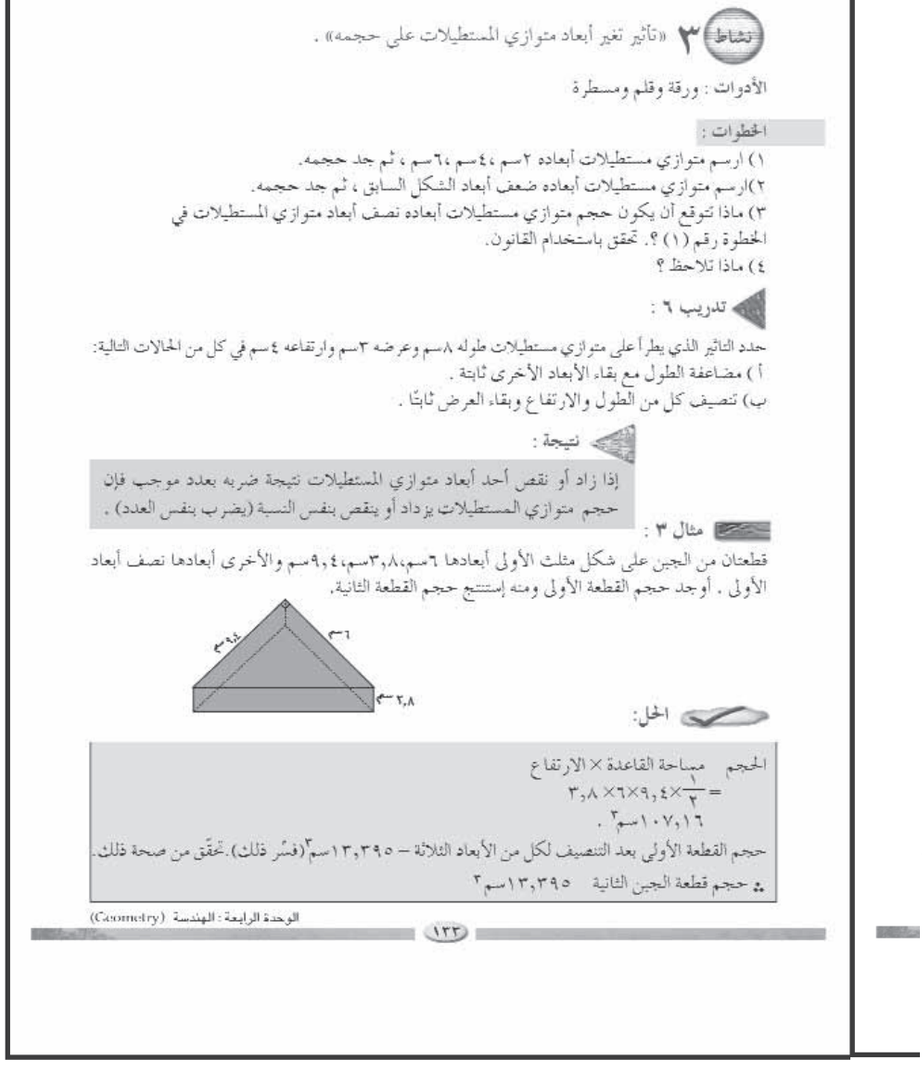
أ) بمضاعفة الطول يتضاعف الحجم ليصبح

= ٩٦×٢=١٩٢سم٣

ب) بتنصيف بعدين من أبعاد متوازي المستطيلات

الحجم= $\frac{٩٦}{٤}$ =٢٤سم٣

–ناقش الطلاب في أسئلة في النسب بين حجوم الأشكال. مثلاً في المثال الموجود في الكتاب اذا كانت العلاقة بين حجم القطعة المثلثة الأولى إلى حجم القطعة الثانية هي نسبة ١:٤ فاذا كان حجم القطعة الأولى ١١٢,٨م٣ فماذا تتوقع أن يكون أبعاد القطعة المثلثة اذا علمت أن طول قاعدة المنطقة المثلثة٩,٤م .



نشاط ٣ «تأثير تغير أبعاد متوازي المستطيلات على حجمه» .

الأدوات : ورقة وقلم ومسطرة

الخطوات :

١) ارسم متوازي مستطيلات أبعاده ٢سم ،٤سم ،٦سم ، ثم جد حجمه.
٢)ارسم متوازي مستطيلات أبعاده ضعف أبعاد الشكل السابق ، ثم جد حجمه.
٣) ماذا تتوقع أن يكون حجم متوازي مستطيلات أبعاده نصف أبعاد متوازي المستطيلات في الخطوة رقم (١) ؟. تحقق باستخدام القانون.
٤) ماذا تلاحظ ؟

تدريب ٦ :

حدد التأثير الذي يطرأ على متوازي مستطيلات طوله ٨سم وعرضه ٣سم وارتفاعه ٤سم في كل من الحالات التالية:
أ) مضاعفة الطول مع بقاء الأبعاد الأخرى ثابتة .
ب) تنصيف كل من الطول والارتفاع وبقاء العرض ثابتًا .

نتيجة :

إذا زاد أو نقص أحد أبعاد متوازي المستطيلات نتيجة ضربه بعدد موجب فإن حجم متوازي المستطيلات يزداد أو ينقص بنفس النسبة (يضرب بنفس العدد) .

مثال ٣ :

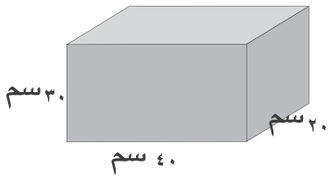
قطعتان من الجبن على شكل مثلث الأولى أبعادها ٦سم،٣,٨سم،٩,٤سم والأخرى أبعادها نصف أبعاد الأولى . أوجد حجم القطعة الأولى ومنه إستنتج حجم القطعة الثانية.

الحل:

الحجم = $\frac{١}{٢}$ مساحة القاعدة × الارتفاع
= $\frac{١}{٢}$ ×٩,٤×٦×٣,٨
= ١٠٧,١٦سم٣ .
حجم القطعة الأولى بعد التنصيف لكل من الأبعاد الثلاثة – ١٣,٣٩٥سم٣(فسّر ذلك).تحقّق من صحة ذلك.
∴ حجم قطعة الجبن الثانية ١٣,٣٩٥سم٣

تعزيز :

أرادت احدى الشركات أن تزيد أطوال العلب التي تصنعها بمقدار ٣أضعاف وتقليل ارتفاعها ، فكم يكون ارتفاع العلبة اذا كان العرض لايتغير وكذلك الحجم ؟



الحل :

ح = ٢٠×٤٠×٣٠ = ٢٤٠٠٠سم٣

الطول = ٤٠×٣=١٢٠سم، العرض = ٢٠، ع = س

ح = الطول × العرض × الارتفاع

٢٤٠٠٠ = ١٢٠×٢٠×ع

ع = ١٠سم

إعادة تعلم :

أكمل العبارات التالية

أ) متوازي مستطيلات حجمه ٦٤سم٣ تقلص أحد أبعاده الى الثمن فيكون حجمه بعد النقصان = ...

ب) مكعب طول حرفه ٢سم زاد أحد أبعاده الى الضعف فسيكون حجمه بعدها = ...

مثال ٤ :

منشور رباعي أبعاده ١٢سم ،٨سم،٤سم ، ما حجم المنشور إذا تم مضاعفة بعدين من أبعاده؟ ماذا تلاحظ؟

الحل:

حجم المنشور قبل المضاعفة = ١٢× ٨ × ٤
=٣٨٤سم
إذا تم مضاعفة بعدين فقط فإن حجمه = ٣٨٤ × ٤ = ١٥٣٦ سم ٣
ويمكن التحقق من ذلك بمضاعفة أي بعدين من أبعاده الثلاثة كما هو موضح بالجدول التالي:

المنشور	البعد الأول	البعد الثاني	البعد الثالث	الحجم
أ	١٢	١٦	٨	٨×١٦×١٢=١٥٣٦سم٣
ب	٢٤	١٦	٤	٤×١٦×٢٤=١٥٣٦سم٣
جـ	٢٤	٨	٨	٨×٨×٢٤=١٥٣٦سم٣

تدريب ٧ :

* ما حجم متوازي المستطيلات إذا تم مضاعفة كل من الطول والارتفاع مع بقاء العرض ثابتاً ؟ .
وضح ذلك بمثال.

* متوازي مستطيلات (أ) طول قاعدته ضعف طول قاعدة متوازي مستطيلات (ب) وعرض قاعدته ضعف عرض قاعدة متوازي المستطيلات (ب) بينما ارتفاعه ربع ارتفاع متوازي المستطيلات (ب) فما علاقة حجم متوازي المستطيلات (أ) ، بحجم متوازي المستطيلات (ب) ؟ وضح ذلك .

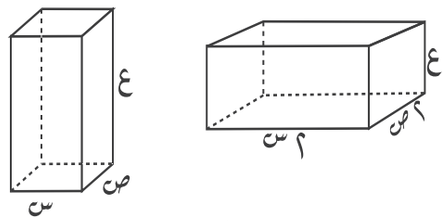
–ركز على توضيح الهدف من خلال إعطاء مسائل وتدريبات تتطلب فيها ايجاد التأثير في الحجم في أبعاد متوازي مستطيلات مختلفة في التزايد أو التناقص .
– صندوق على شكل متوازي مستطيلات أبعاده (١٢سم،٦سم،٤سم) أطلب من الطلاب تغير أبعاد الخزان بحيث يكون الحجم ثابتاً.

حل التدريب (٧) :

* يقل الحجم بمقدار ربع ($\frac{1}{4}$) الحجم الأصلي مثلاً اذا كان أبعاد الشكل هي ٢، ٤ ، ٦ فيكون حجمه بعد تنصيف بعدين من أبعاده :

١،٢،٦ ⟵ ح=١٢ وحدة مكعبة
٢،٢،٣ ⟵ ح=١٢ وحده مكعبة
١،٤،٣ ⟵ ح=١٢ وحده مكعبة

لاحظ أن الحجم الأصلي
=٢ × ٤ × ٦ =٤٨ وحده مكعبة



ح$_{١}$ = ٢س × ٢ص × ع = ٤س ص ع

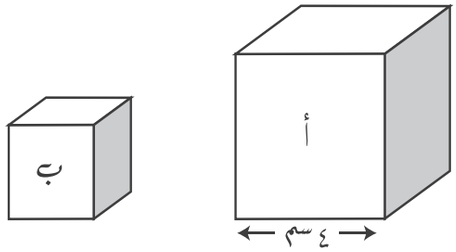
ح$_{٢}$ = س × ص × ٤ ع =٤س ص ع

لاحظ ح$_{١}$ = ح$_{٢}$

إثراء :

في الشكل الموضح أدناه اذا علمت أن طول ضلع المكعب الكبير ٤سم .فأوجد كلاً مما يلي علماً بأن النسبة بين المساحتين الكليتين للمكعبين أ،ب هي ٤ : ١فأوجد :

أ)المساحة الكلية للمكعب ب
ب) طول حرف المكعب ب



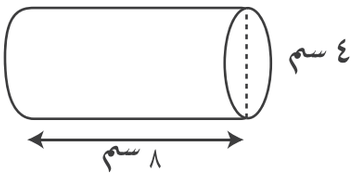
الحل :

مساحة المكعب (أ) =٦×(٤)^{٢}
= ٩٦سم^{٢}
أ)مساحة المكعب (ب) = $\frac{1}{4}$ ×٩٦
=٢٤سم^{٢}
ب)طول حرف المكعب (ب)=٢سم

الأهداف :

*** قياس وحساب مساحة الأسطح للاسطوانة .**
*** تقدير الحجم ثم ايجاده باستخدام القانون حجم الاسطوانة .**

– اطلب من الطلبة تقدير حجوم بعض الأشكال الأسطوانية مثلاً :



ح = ٣,١٤ × ٤ × ٨
≃ ١٠٠ سم٣

– تحقق من أنَّ الطلاب قد أتقنوا عملية إيجاد المساحة الكلية والحجم بالإعتماد على قاعدة كل شكل (مربعة،مستطيلة ، دائرية ، .....الخ) وذلك من خلال المزيد من التدريبات .
– أطلب إلى الطلبة إيجاد حجوم ومساحات بعض الأشكال أو المجسمات المحيطة من حولهم وربطها بالواقع من خلال عمليات الطلاء في المساحات والسعات بالنسبة للحجوم .

ثانياً الإسطوانة (Cylinder) :

نشاط ٤ « المساحة الكلية للأسطوانة »

الأدوات : ورقة مستطيلة الشكل .

الخطوات:

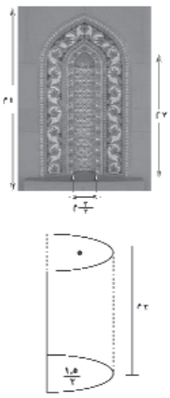
١) خذ ورقة مستطيلة الشكل واثنها لتكون أسطوانة.
٢) قس طول القطر واحسب نصف قطرها .
٣) استخدم قانون المنشور لإيجاد المساحة الجانبية .
٤) إفرد الورقة واحسب مساحتها .
٥) قارن بين المساحتين ، ماذا تلاحظ .
بالمثل يمكن تطبيق قانون حجم المنشور لايجاد حجم الأسطوانة .

نتيجة :

المساحة الكلية للاسطوانة = المساحة الجانبية + ضعف مساحة إحدى القاعدتين
= ٢ π نق ع + ٢ π نق٢
= ٢π نق (ع + نق)
حجم الاسطوانة = π نق٢ × ع

مثال ٥ :

الشكل المجاور يمثل محراب مسجد أبعاده ٢م × ٤م فإذا علمت أن الجزء الداخلي للمحراب يكلف المتر المربع منه ٧ريالات لإجراء النقوش الإسلامية، فقدّر التكلفة المالية لهذا الجزء .



الحل:

المساحة الكلية = ٢ π نق (ع + نق)
$\frac{١}{٢} \times (\frac{١٫٥}{٢})$ (٣ + $\frac{١٫٥}{٢}$) $\frac{٢٢}{٧}$ × ٢
= $(\frac{٧٫٥}{٢})$ $\frac{١٫٥}{٢}$ × $\frac{٢٢}{٧}$
= $\frac{٢٢}{٧}$ × ٢,٨١
∴ التكلفة $\frac{٢٢ \times ٢,٨١}{٧}$ × ٧
= ٦١,٨٢ ريالاً .

تعزيز :

أوجد حجوم الأشكال التالية :

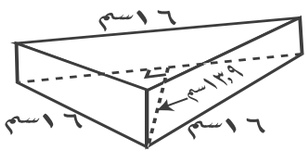
(أ) (ب) (جـ)

الحل :

أ) ١٣٢سم٣
ب) ١٤٩٨٦,٧١٣سم٣
جـ) ١٦٢سم٣

إعادة تعلم :

لإيجاد حجم الشكل التالي نتبع الخطوات التالية :

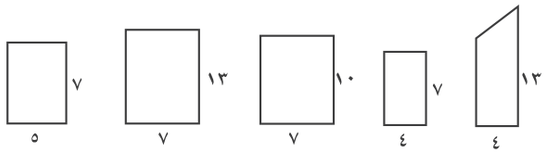


الحل :

١)مساحة القاعدة = $\frac{١}{٢}$ × ق × ع
٢)ح = ... × ع
= ..... × ١٣,٩
=..... سم٣

حل تمارين ومسائل ٣ :

١) أ) المساحة = مساحة أوجهه الستة



أولاً مساحة شبه المنحرف = $\frac{١}{٢}$(١٠+١٣)×٤=٤٦سم^{٢}

مساحة الوجه الثاني = ٧×٤=٢٨سم^{٢}

مساحة الوجه الثالث = ١٠×٧=٧٠سم^{٢}

مساحة الوجه الرابع = ١٣×٧ =٩١سم^{٢}

مساحة الوجه الخامس = ٧×٥=٣٥سم^{٢}

ثانياً المساحة الكلية =٢(٤٦) +٢٨ + ٧٠ + ٩١ + ٣٥

=٣١٦سم^{٢}

ب) م= مساحة الاسطوانة الكبيرة + مساحة الإسطوانتين الصغيرتين

= $\frac{١٧}{٢}$ × π ٢ (١٧+١٥) +(π ٢ × ٦ × ٢٢)

= π ٢ [١٣٢ + ٢٧٢] = π ٨٠٨ سم^{٢}

المساحة الكلية = π ٨٠٨ − ٢ نق^{٢}

= π(٨٠٨ − ٧٢)

= π ٧٣٦

٢) أ)٩٦سم^{٣} ، ٩٥,١سم^{٣}

ب)١٤٢٥سم^{٣} ، ١٤٩٣,٩سم^{٣}

جـ)٢١٦سم^{٣} ، ٢٥٠سم^{٣}

د)٤٠٠سم^{٣} ، ٤٢٨,٦سم^{٣}

ملاحظة:(تختلف إجابات الطلاب بالنسبة لعمليات التقدير)

٣) أ)يتضاعف حجم المنشور بمقدار ٤ مرات أي أن :

الحجم سيكون : ٤ × الحجم الأصلي =٤ × (٣×١٢×١٢)

=١٧٢٨سم^{٣}

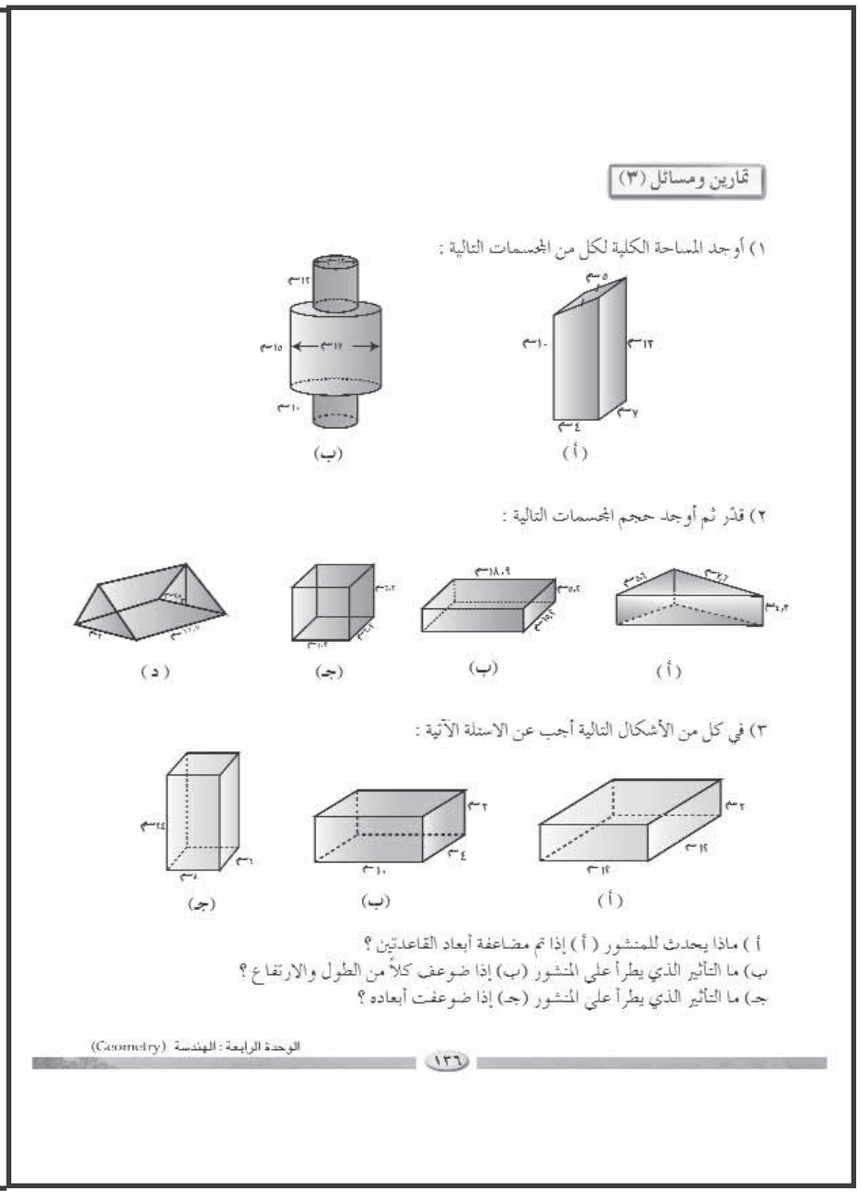
ب)يتضاعف الحجم أيضاً بمقدار ٤مرات أي أن :

سيكون : ٤×الحجم الأصلي =٤ × (٣×٤×١٠)

= ٤٨٠سم^{٣}

جـ) يتضاعف الحجم أيضاً بمقدار (٨) مرات أي أنه يساوي :

$\frac{١}{٨}$× ٦ × ٨ × ٢٤ = ١٤٤سم^{٣}



تمارين ومسائل (٣)

١) أوجد المساحة الكلية لكل من المجسمات التالية :

(أ) (ب)

٢) قدّر ثم أوجد حجم المجسمات التالية :

(أ) (ب) (جـ) (د)

٣) في كل من الأشكال التالية أجب عن الاسئلة الآتية :

(أ) (ب) (جـ)

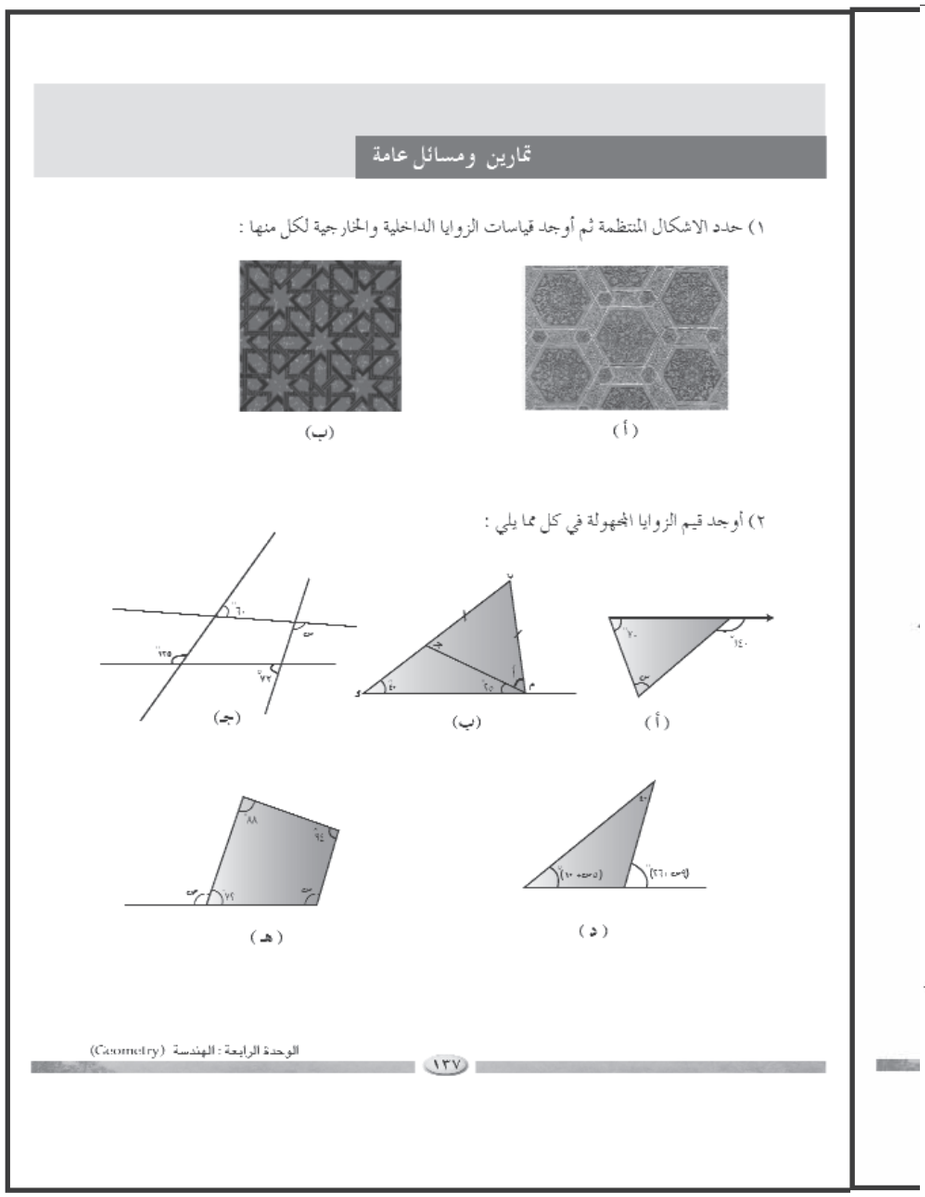
أ) ماذا يحدث للمنشور (أ) إذا تم مضاعفة أبعاد القاعدتين ؟

ب) ما التأثير الذي يطرأ على المنشور (ب) إذا ضوعف كلاً من الطول والارتفاع ؟

جـ) ما التأثير الذي يطرأ على المنشور (جـ) إذا ضوعفت أبعاده ؟

الوحدة الرابعة : الهندسة (Geometry)

١٣٦



حل تمارين ومسائل عامة

١) أ) يترك للطالب معتمداً على الشكل الموضح بالكتاب أو بالأشكال التي يمكن تقديمها من خارج الكتاب .

ب)توجد أشكال أو مضلعات سداسية منتظمة قياس كل من زواياها الداخلية = ١٢٠°، وزواياها الخارجية = ٦٠°

٢) أ) ق(س) = ٧٠°

ب) ق (جـ) = ٦٥°

ق (أ) = ٦٥°

جـ) ق (س) = ١٠٣°

د) ٤٠° + (٥س + ١٠°) = (٩س + ٢٦°)

٥س + ٥٠ = ٩س + ٢٦

٤س = ٢٤

∴س = ٦

∴قياس الزاوية الخارجية (٩س + ٢٦) = ٩ × ٦ + ٢٦

= ٨٠°

وكذلك (٥س + ١٠) = (٥ × ٦) + ١٠

= ٣٠ + ١٠

= ٤٠°

هـ) ق(ص) = ١٠٨°

ق(س) = ١٠٦°

٣) أ) م=محيط القاعدة×الإرتفاع+٢(مساحة إحدى القاعدتين)

= (٦×١٢) +(٢×٩٠)

= ٤٣٢ + ١٨٠ = ٦١٢سم^{٢}

ب) م= محيط القاعدة × الإرتفاع + ٢× مساحة إحدى القاعدتين

= (٤+٤+٤) × $\sqrt{٢٧}$ + ٨ × (٤×٤)

= ٨٠ + $\sqrt{٣٢}$

جـ) م= محيط القاعدة × الإرتفاع + ٢× مساحة إحدى القاعدتين

= ٢ × $\left(\frac{٢٢}{٧} \times \frac{٣}{٢} \times ٦\right)$ + $\left(\frac{٢٢}{٧} \times \frac{٩}{٤}\right)$ × ٢

= $\frac{٤٤}{٧}$ ($\frac{١٨}{٢}$ + $\frac{٩}{٤}$)

= $\frac{٤٤}{٧}$ ($\frac{٤٥}{٧}$)

= $\frac{٤٥ \times ١١}{٧}$ ≅ ٧١سم^{٢}

٤) ح= مساحة القاعدة × الارتفاع + ٢

= (٤٥×٦٠) × ١٠٠

= ٢٧٠٠٠٠سم^{٣}

= ٠,٢٧م^{٣}

٥) ∵ مجموع قياسات زوايا المثلث = ١٨٠°

∴ ق(أ) + ق(٢) + ق(٣) = ١٨٠° ← (١)

ق(١) + ق(٤) = ١٨٠° ← (٢)

ق(٢) + ق(٥) = ١٨٠° ← (٣)

ق(٣) + ق(٦) = ١٨٠° ← (٤)

لأنها تمثل زوايا مستقيمة

من المعادلة (٢)

لاحظ أن ق(٤) = ١٨٠ − ق(١)

وبالتعويض من معادلة (١) نحصل على :

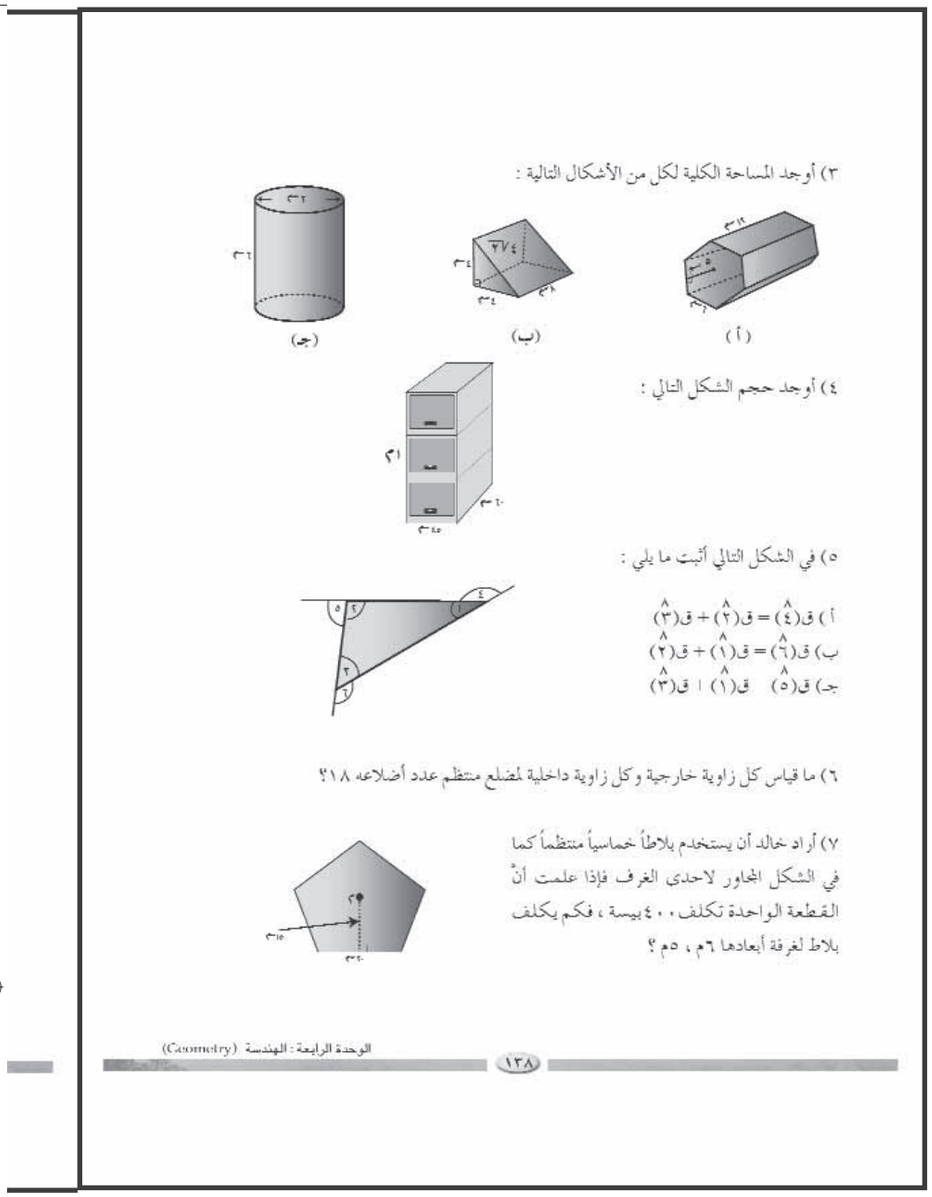
ق(٤) = ١٨٠° − (١٨٠° − ق(٢) − ق(٣))

∴ ق(٢) + ق(٣) (وهذا هو المطلوب)

وبالمثل بالنسبة للمعادلات (٣)، (٤)

يمكن استخدامها لاثبات البقية

∴ ق(٤) = ق(٢) + ق(٣)



٦) قياس الزوايا الخارجية = $\frac{٣٦٠}{\text{ن}}$ = $\frac{٣٦٠}{٦}$ = ٢٠°

قياس كل زاوية داخلية عدد أضلاعه ١٨ تساوي:

$\frac{(١٨-٢) \times ١٨٠^{\circ}}{١٨}$ = ١٦٠°

٧) مساحة الغرفة =٦×٥=٣٠م^{٢}

مساحة القطعة الواحدة = $\left(\frac{١}{٢}(٢٠)\times١٥\right)$ × ٥

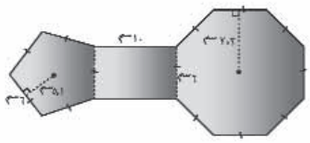
= ١٠×١٥×٥=٧٥٠سم^{٢}

= ٠,٠٧٥ م^{٢}

عدد القطع = $\frac{٣٠}{٠,٠٧٥}$ = ٤٠٠قطعة

التكلفة =٤٠٠×٤٠٠, =١٦٠ريالاً عمانياً .

٨) أوجد مساحة الشكل الآتي :



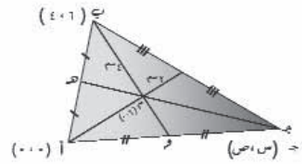
٩) من المثلث أ ب جـ الموضح جانباً إذا علمت أن $\overline{أ د}$ ، $\overline{ب و}$ ، $\overline{جـ هـ}$ هي القطع المتوسطة للمثلث، فأوجد كلاً مما يلي موضحاً الخطوات :

أ) إحداثيات النقطة جـ .

ب) طول $\overline{م أ}$

جـ) طول $\overline{ب و}$

د) طول $\overline{م و}$



٨) مساحة الشكل = مساحة المضلع الثماني + مساحة المستطيل + مساحة المضلع الخماسي

$= ٨(\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٧,٣) + (٦ \times ١٠) + ٥(\frac{١}{٢} \times ٦ \times ٥,١)$

$= ٣١١,٧$ سم^٢

٩) أ) $\frac{٦ + س + ٠}{٣} = ٦$ ⟵ س $= ١٢$

$\frac{٤ + ص + ٠}{٣} = ٠$ ⟵ ص $= -٤$

ب) أ م : م د = ٢ : ١

أ م : ٣ = ٢ : ١ ⟵ أ م $= ٦$

جـ) $\frac{ب و}{ب م} = \frac{٢}{١}$

$\frac{٤}{م و} = \frac{٢}{١}$

∴ م و $= ٢$ وهو المطلوب في د

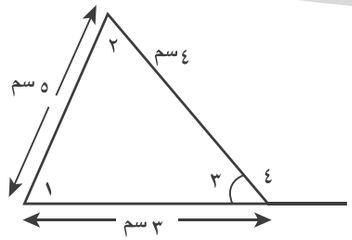
∴ ب و $= ٤ + ٢$

$= ٦$

اختبار الوحدة الرابعة

الهندسة (Geometry)

اختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المعطاة فيما يلي :



١) من الشكل الموضح جانبا ، قياس الزاوية ٤ تساوي :

أ) ق(١) + ق(٢) ب) ق(١) + ق(٣)

جـ) ق(٢) + ق(٣) د) ق(١) + ق(٢) + ق(٣)

٢) مجموع قياسات الزوايا الداخلية للمضلع الثماني تساوي :

أ) ٣٦° ب) ٦٠° جـ) ٧٢٠° د) ١٠٨٠°

٣) قياس الزاوية المركزية التي تقابل ضلعا في الشكل السداسي المنتظم هي :

أ) ٣٦° ب) ٦٠° جـ) ٧٢° د) ٩٠°

٤)قياس الزاوية الخارجية للمضلع المنتظم الذي عدد أضلاعه ١٠ يساوي :

أ) ٣٦° ب) ٦٠° جـ) ٧٢٠° د) ٩٠°

٥)خزان ماء على شكل أسطوانة طول نصف قطرها ٧متر وارتفاعها١٦متراً ، فإن حجمه يساوي

أ) ٢٤٤٦ م٣ ب) ٢٤٦٤ م٣ جـ) ٤٢٤٦ م٣ د) ٦٤٢٤ م٣

٦) أراد كل من سعد وسالم عمل مخزن للحنطة على شكل متوازي مستطيلات فإذا كان حجمه ٥٧٦ م٣ وطوله ٦ م وعرضه ١٢م ، فإن ارتفاعه :

أ) ٦ م ب) ٧ م جـ) ٨ م د) ١٠ م

٧) متوازي مستطيلات حجمه ١٢٠ م٣ ومساحة قاعدتة ٢٠ م٢ ، فإن أبعاده بالأمتار هي :

أ) ٣،٥،٨ ب) ٣٠،٤،١ جـ) ١٥،٤،٢ د) ٦،٥،٤

٨) وعاء أسطواني يراد تغطيته بمادة من المعدن ، فإذا كان طول نصف قطر الاسطوانة ٧سم وارتفاعها ١٥سم ، فإن مساحة المنطقة المعدنية التي يمكن استخدامها للتغطية تساوي :

أ) ٤٠٠سم٢ ب) ٨٠٠سم٢ جـ) ٩٠٠سم٢ د) ١٠٠٠سم٢

٩) وعاء إسطواني ارتفاعه ١٠سم ومحيط قاعدته الدائرية ٢٢سم ، فتكون مساحته الكلية:

أ) ١٩٧سم٢ ب) ٢٩٧سم٢ جـ) ٣٩٧سم٢ د) ٤٩٧سم٢

١٠)اذا تم مضاعفة أبعاد متوازي المستطيلات فان حجمه مقارنة بحجمه الأصلي يكون :

أ) مضاعفًا ب) ٤أضعاف جـ) ٨ أضعاف د) ١٦ ضعفًا

١١) اذا خفض أحد أبعاد متوازي المستطيلات الى النصف (ارتفاعه مثلاً) فيكون حجمه الجديد مقارنة بالسابق يساوي :

أ) نصفه ب) ربعه جـ) ثمنه د) $\frac{١}{١٦}$

١٢) متوازي المستطيلات أبعاده (٤سم،٦سم،١٢سم) فإن التغير الذي يطرأ على حجم الشكل في حالة مضاعفة أحد الأبعاد وتنصيف البعد الثاني :

أ) يبقى الحجم كما هو ب) الحجم يتضاعف

جـ) الحجم يقل الى النصف د) الحجم يتضاعف بمقدار ٣٢

١٣) اذا نصفت أضلاع مثلث مختلف الأضلاع فإن الأعمدة المقامة من منصفاتها تتلاقى في نقطة :

أ) بعدها عن أضلاع المثلث متساو ب) بعدها عن رؤوس المثلث متساو

جـ) تمثل مركز الدائرة الداخلية د) لاشي مماذكر

١٤) اذا علمت أن النقطة هي نقطة تلاقي القطع المتوسطة لمثلث رؤوسة (٠،٠) ،ب(٤،٦)،ج(١٢،−٤) فإن إحداثيات النقطة م هي:

أ) (٠،٦) ب (٠،٩) جـ) (٠،١٨) د) (٦،−٨)

١٥) لمعرفة مركز الدائرة الداخلية لأي مثلث فإننا يمكننا أن نقوم بالعمل التالي :

أ) رسم ثلاث قطع متوسطة للمثلث ثم ايجاد نقطة تقاطعها

ب) رسم الأعمدة المقامة من منتصفات أضلاع المثلث ثم ايجاد نقطة التقاطع

جـ) رسم منصفات زوايا المثلث ثم ايجاد نقطة التقاطع

د) لا شي مما ذكر

٥ الوحدة الخامسة

(الدوال والمعادلات)
Functions and Equations

الأهداف :

١) حل معادلات من الدرجة الأولى تتضمن متغيراً واحداً .
باستخدام الورقة والقلم من خلال الصيغ التالية:
* أ س = ب ± جـ س
* أ (س ± ب) = جـ
* أ س ± ب = جـ س ± د
* أ (ب س ± جـ) = د (هـ س ± و) حيث أ ، ب ، جـ ، د ، و أعداد نسبية.

٢) إيجاد قيمة متغير بدلالة متغيرات أخرى تربطها علاقة.

٣) استيعاب مفهوم (المتباينة) واستخدامه.

٤) قراءة معلومات من رسم بياني معطى لخط مستقيم.

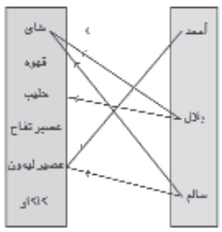
٥) التحقق من أن زوجاً مرتباً يعتبر حلاً للعلاقة الخطية.

٦) رسم دالة خطية باستخدام الأزواج المرتبة.

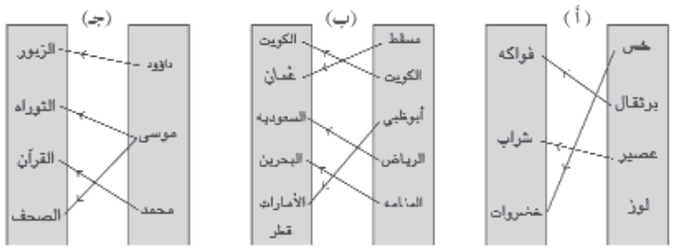
٧) عرض علاقة ما في صورة:
- رسم تخطيطي.
- رسم بياني.

العلاقات والدوال
Relations and Functions

الشكل التالي يمثل المشروبات التي يفضلها كلٌّ من أحمد ، وبلال ، وسالم . أجب عما يلي :
ما المشروبات التي يفضلها أحمد ؟
– ما المشروب الذي يفضله كل من أحمد ، وبلال وسالم ؟
– ما المشروبات التي لا يفضلها أحمد وبلال وسالم ؟



تدريب ١ :
إدرس كلاً من المخططات السهمية التالية ثم أجب عن الأسئلة التي تليها :



– حدّد لكل مخطط مجموعة المجال والمجال المقابل والمدى .
– ما العلاقة التي ارتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر وحيد في المجال المقابل ؟
– بين أوجه الشبه و الاختلاف بين العلاقات السابقة وأعط أمثله لكل منها .

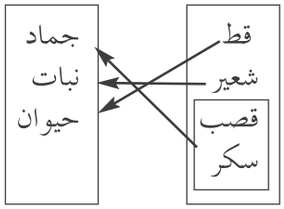
الأهداف :
* **عرض علاقة ما في صورة رسم تخطيطي .**

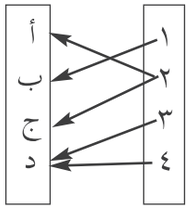
– ذكر الطلبة بالعلاقات و المجال و المجال المقابل الذي أخذه في الوحدة الأولى .
الأجوبة :
– شاي ، عصير ليمون .
– شاي .
– قهوة ، عصير تفاح ، كاكاو .

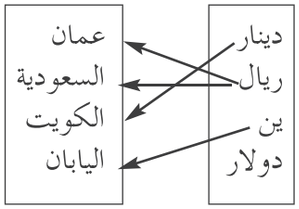
حل تدريب ١ :
أ) المجال { خس ، برتقال ، عصير ، لوز }
المجال المقابل { فواكه ، شراب ، خضروات }
المدى { فواكه ، شراب ، خضروات }
ب) المجال { مسقط ، الكويت ، أبوظبي ، الرياض ، المنامة }
المجال المقابل { الكويت ، عمان ، السعودية ، البحرين ، الإمارات ، قطر }
المدى { الكويت ، عمان ، السعودية ، البحرين ، الإمارات } .
جـ) المجال { داؤود ، موسى ، محمد }
المجال المقابل{الزبور ، التوراة ، القرآن ، الصحف}
المدى {الزبور ، التوراة ، القرآن ، الصحف }
– العلاقة (ب) هي العلاقة التي ارتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر وحيد في المجال المقابل .

إثراء :

أي المخططات السهمية تمثل دالة وأيها لا تمثل دالة و اذكر السبب ؟







الحل : تمثل داله
لأن كل عنصر في المجال ارتبط بعنصر وحيد في المجال المقابل

لا تمثل داله
لأنه يوجد صورتان للعدد (٢)

لا تمثل داله
لأنه يوجد صورتان للريال
ولإنه لا توجد صورة للدولار

الأهداف :

*** إيجاد قيمة المتغير بدلالة متغيرات أخرى تربطها علاقة .**

– بعد أن تعطي الطلبة تعريف الدالة ، اطلب إليهم أن يعينوا من المخططات السهمية السابقة العلاقة التي تمثل دالة مبيناً الأسباب لذلك .

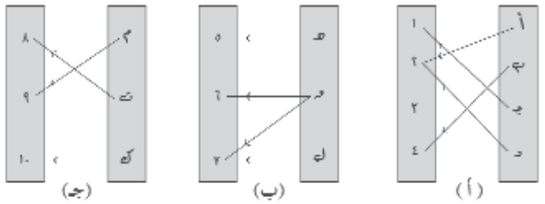
– يجب أن يتوصل الطلاب إلى معرفة أن كل دالة هي علاقة وليست كل علاقة تمثل دالة .
– أكثر من التدريبات ونوعها ، منها على شكل مخططات سهمية ومنها على شكل أزواج مرتبة .

تعريف :

تسمى العلاقة التي يرتبط فيها كل عنصر في المجال بعنصر وحيد في المجال المقابل بالدالة .

مثال ١ :

من المخططات السهمية التالية بين أياً منها تمثل دالة :



الحل:

– لاحظ أن كلاً من المخططين (أ) ،(جـ) فيهما كل عنصر في المجال يرتبط بعنصر وحيد في المجال المقابل .
∴ كل منها يمثل دالة .
– في المخطط (ب) يوجد عنصر في المجال يرتبط بعنصرين في المجال المقابل.
∴ لا يمثل دالة .

مثال ٢ :

تعمل ليلى في دكان لبيع العصائر والجدول التالي يوضح المبالغ التي ربحتها ، والمبالغ التي إدخرتها بالريال العماني خلال أربعة أشهر مختلفة .

الشهر	جمادى الأولى	ربيع الأول	رجب	رمضان المبارك
مبلغ الربح	٢٠٠	٢٨٠	٣٠٠	٥٠٠
مبلغ الإدخار	٦٠	٨٠	٨٥	١٣٥

– في أي الأشهر تبيع ليلى أكبر كمية من العصائر ؟
– أكتب الدالة التي تربط بين مبلغ الربح ومبلغ الإدخار.

تعزيز :

انقل الجدول التالي إلى دفترك الذي يبين أسعار الكميات المختلفة من الدهان

كمية الدهان بالمتر (س)	١	٢	٣	٤
السعر بالريال (ص)	٥	٧	٩	١١

أ) اكتب العلاقة بين كمية الدهان والسعر بصورة أزواج مرتبة.
ب) اكتب الدالة لكمية الدهان وسعره .
جـ) مثل العلاقة بين س ، ص بيانياً .

الحل :

أ) { (١، ٥) ، (٢ ، ٧) ، (٣ ، ٩) ، (٤ ، ١١) }
ب) ص = ٢ س + ٣

إعادة تعلم :

الجدول التالي يمثل العلاقة بين المسافة بالمتر والزمن بالدقائق التي يقطعها أحد الجمال في أحد سباقات الهجن :

س الزمن بالدقائق	٠	٢	٤	٦
ص المسافة بالمتر	٠	٤٠٠	٨٠٠	١٢٠٠

أ)اطلب من الطلبة تمثيل البيانات الموضحة في الجدول بيانياً .
ب) اطلب من الطلبة أن يكتبوا الدالة بين المسافة والزمن .
جـ) اطلب من الطلبة أن يحسبوا المسافة التي قطعها الجمل في الخمس دقائق الأولى .

الحل :

الدالة ص = ٢٠٠ س

الحل:

– تبيع ليلي أكبر كمية من العصائر في شهر رمضان المبارك .
– نفرض أن مبلغ الربح (ص) ومبلغ الإدخار (س) . لا حظ العلاقة بين القيمتين للأشهر الأربعة ..
نكون العلاقة التالية :
ص = □ س + □

∴ ص = ٤ س – ٤٠ فسر ذلك .

تدريب ٢ :

انقل الجدول التالي إلى دفترك والذي يبيّن أسعار الكميات المختلفة للعصائر المخففة التي تعبأ في عبوات كتل كل منها ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ كغم .

كتل عبوات العصير المخفف بالكيلو (س)	١	٢	٤	٨
السعر بالريال (ص)	٣	٥	٩	١٧

– أكتب العلاقة بين كمية العصير المخفف وسعره بصورة أزواج مرتبة .
– مثّل العلاقة بيانيًا على محوري الإحداثيات .
– عبّر عن سعر العصير المخفف (ص) بدلالة كتل العبوات (س) .
– كم يكون سعر عبوة ذات ٥ كيلو من العصير المخفف .

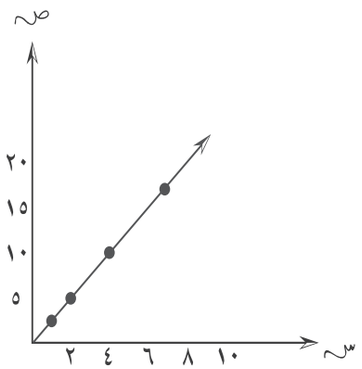
مثال ٣ :

يمتلك محمد أرضاً زراعية قام بتقسيمها إلى أحواض مستطيلة لزراعتها بمحاصيل إنتاج العصائر التالية (قصب سكر برتقال ليمون) بحيث يزيد طول الحوض عن عرضه بمقدار ٢ متر .
أ) أكتب الدالة التي تمثل طول الحوض الواحد .
ب) إذا كان عرض الحوض ٣ متر . فكم يكون طوله .
جـ) خذ قيماً أخرى للعرض ثم أوجد طول الحوض .
د) عيّن النقاط (العرض ، الطول) على المستوى الإحداثي .
هـ) صل بين النقاط .
و) صف المنحنى الذي حصلت عليه .

– أعطهم المزيد من الأمثلة كي يتمكنوا من كتابة الصيغة الرياضية للعلاقة بين المتغيرين .

حل تدريب ٢ :

{ (١ ، ٣) ، (٢ ، ٥) ، (٤ ، ٩) ، (٨ ، ١٧) }



ص = ٢ س + ١
سعر عبوة ذات ٥ كيلو من العصير المخفف
ص = ٢ × ٥ + ١
= ١١ ريالاً

الهدف :

*** قراءة معلومات من رسم بياني على خط مستقيم .**

– ناقش مع الطلاب المثال ٣ وبعد أن يتُعرف الطالب على رسم الدالة بيانياً ، وجه الى الطلبة أسئلة لاستخراج معلومات من الرسم البياني ، فمثلاً :

* كم يبلغ عرض الحوض عندما يكون طوله ٦ متر ؟

* ما هي مساحة الحوض عندما يكون طوله ٧ متر ؟

* ما محيط الحوض عندما يكون عرضه ١٠ متر ؟

حل تدريب ٣ :

١) (٢، ٥) (٣ ، ٧) (٤ ، ٩) (٦ ، ١٣)

٢) ص = ٢ س + ١

تعزيز :

– إذا كانت الدالة التالية تمثل دالة الثمن بالريال لعدد من الآلات التي تستخدم لعصر العصائر :

النوع الأول د(م) =٢ م+٣ ، النوع الثاني د (ل) =٣ ل+١

أ) كم ثمن ٤ آلات من النوع الأول ؟

ب) كم ثمن ٥ آلات من النوع الثاني ؟

جـ) كون جدولاً لكل دالة من النوعين .

د) ارسم رسماً تخطيطياً وفسر الرسم .

الحل :

أ) ١١ ريالاً

ب) ١٦ ريالاً

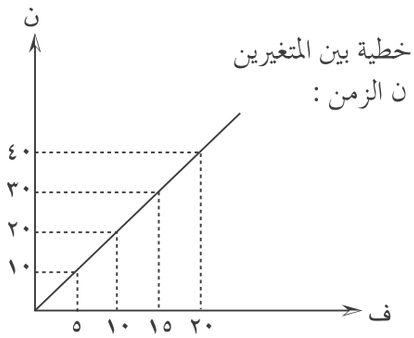
جـ)

م	١	٢	٣	٤
د (م)	٥	٧	٩	١١

د	١	٢	٣	٤
د (ل)	٤	٧	١٠	١٣

إعادة تعلم :

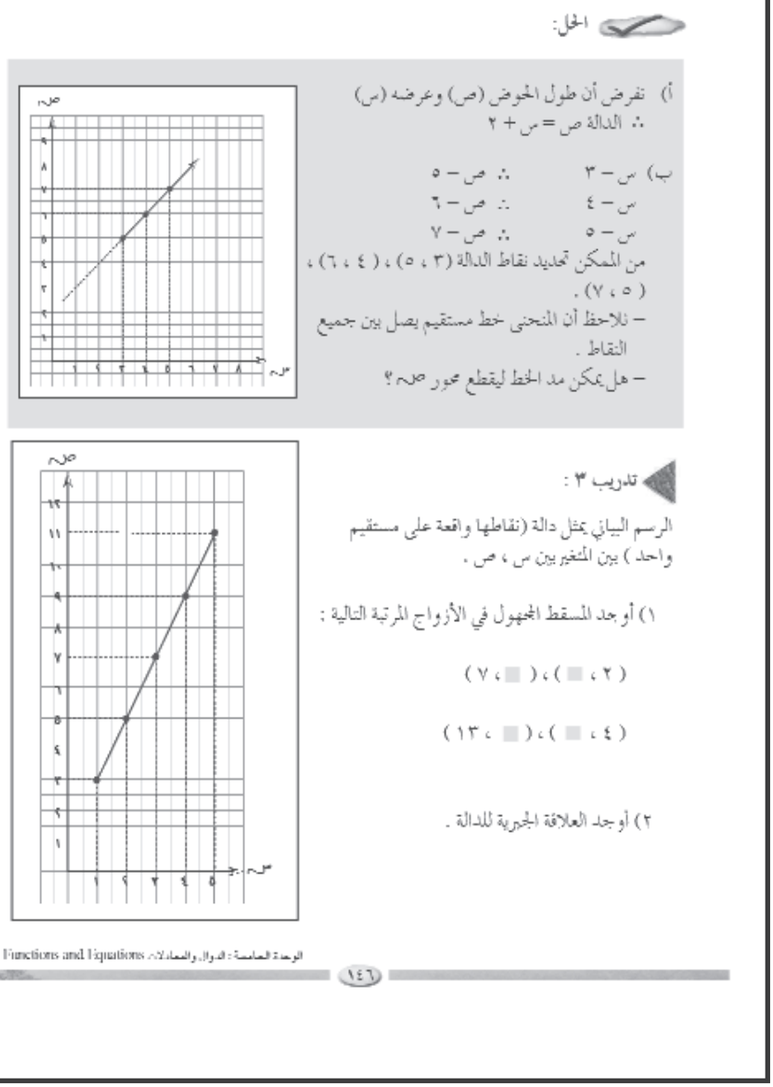
– الرسم البياني يمثل علاقة خطية بين المتغيرين ف ، ن حيث ف المسافة ، ن الزمن :



أ) أوجد المسقط المجهول في الأزواج المرتبة التالية

(٥ ، ...) (... ، ٢٠) (٢٠ ، ...) ؟

ب) حدد قاعدة الدالة الخطية ؟



الحل:

أ) نفرض أن طول الحوض (ص) وعرضه (س)

∴ الدالة ص = س + ٢

ب) س – ٣ ∴ ص – ٥

س – ٤ ∴ ص – ٦

س – ٥ ∴ ص – ٧

من الممكن تحديد نقاط الدالة (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٦) ، (٥ ، ٧) .

– نلاحظ أن المنحنى خط مستقيم يصل بين جميع النقاط .

– هل يمكن مد الخط ليقطع محور صـ؟

تدريب ٣ :

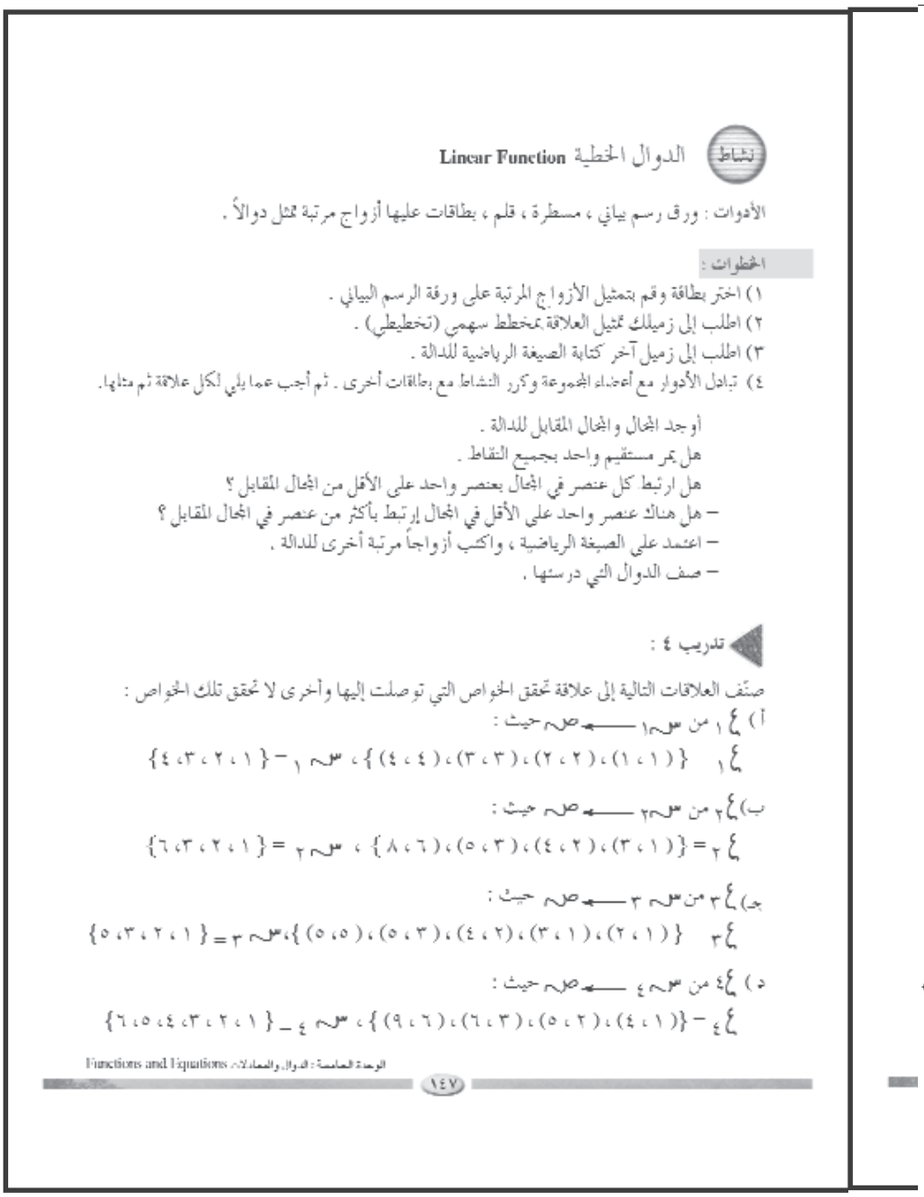
الرسم البياني يمثل دالة (نقاطها واقعة على مستقيم واحد) بين المتغير بين س ، ص .

١) أوجد المسقط المجهول في الأزواج المرتبة التالية :

(٢ ، ■) ، (■ ، ٧)

(٤ ، ■) ، (■ ، ١٣)

٢) أوجد العلاقة الجبرية للدالة .



نشاط الدوال الخطية Linear Function

الأدوات : ورق رسم بياني ، مسطرة ، قلم ، بطاقات عليها أزواج مرتبة تمثل دوالاً .

الخطوات :

١) اختر بطاقة وقم بتمثيل الأزواج المرتبة على ورقة الرسم البياني .
٢) اطلب إلى زميلك تمثيل العلاقة تمخطط سهمي (تخطيطي) .
٣) اطلب إلى زميل آخر كتابة الصيغة الرياضية للدالة .
٤) تبادل الأدوار مع أعضاء المجموعة وكرر النشاط مع بطاقات أخرى . ثم أجب عما يلي لكل علاقة ثم مثلها.

أوجد المجال والمجال المقابل للدالة .
هل يمر مستقيم واحد بجميع النقاط .
هل ارتبط كل عنصر في المجال بعنصر واحد على الأقل من المجال المقابل ؟
– هل هناك عنصر واحد على الأقل في المجال إرتبط بأكثر من عنصر في المجال المقابل ؟
– اعتمد على الصيغة الرياضية ، واكتب أزواجاً مرتبة أخرى للدالة .
– صف الدوال التي درستها .

تدريب ٤ :

صنّف العلاقات التالية إلى علاقة تحقق الخواص التي توصلت إليها وأخرى لا تحقق تلك الخواص :

أ) ع١ من س١ ← ص حيث :

ع١ = {(١ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٣) ، (٤ ، ٤)} ، س١ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤}

ب) ع٢ من س٢ ← ص حيث :

ع٢ = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٥) ، (٦ ، ٨)} ، س٢ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٦}

جـ) ع٣ من س٣ ← ص حيث :

ع٣ = {(١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٥) ، (٥ ، ٥)} ، س٣ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٥}

د) ع٤ من س٤ ← ص حيث :

ع٤ = {(١ ، ٤) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٦) ، (٦ ، ٩)} ، س٤ = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

Functions and Equations الوحدة العاشرة : الدوال والمعادلات ١٤٧

– اطلب إلى الطلبة أن يحددوا النقاط التي في البطاقة وأن يتعرفوا على نوع العلاقة من خلال الملاحظة أو بالمسطرة وورقة الرسم البياني .

– وضح إليهم أن الأزواج المرتبة إذا وقعت على خط مستقيم تكون علاقة خطية أما غير ذلك فهي غير خطية.

حل تدريب ٤ :

ع١ : تمثل دالة وهي دالة خطية .

ع٢ : تمثل دالة وهي دالة خطية .

ع٣ : لا تمثل دالة .

ع٤ : لا تمثل دالة .

إثراء :

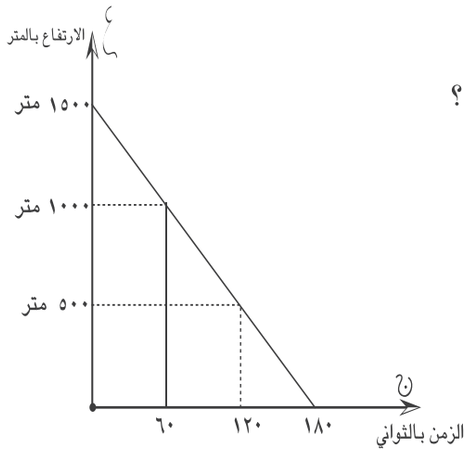
يبين الشكل التالي خط سير طائرة منذ اللحظة التي تنزل فيها عجلاتها حتى تهبط الطائرة تماماً على الأرض .

من الشكل ، أجب عما يلي :

أ) كم يبلغ ارتفاع الطائرة لحظة تنزيل العجلات ؟

ب) كم يبلغ ارتفاع الطائرة بعد ٦٠ ثانية من لحظة تنزيل عجلاتها ؟

جـ) بعدكم دقيقة تكون الطائرة قد لامست سطح الأرض ؟



الحل :

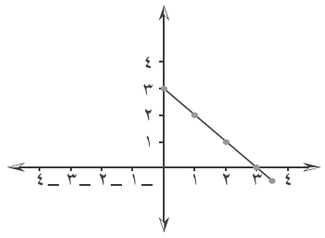
أ) ١٥٠٠ متر

ب) ١٠٠٠ متر

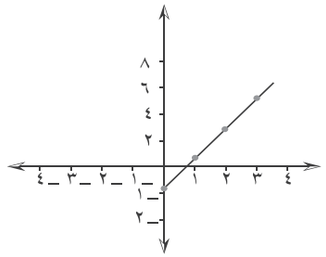
جـ) بعد ثلاث دقائق

حل تدريب ٥ :

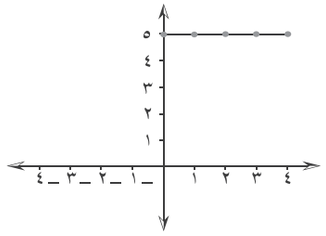
أ) (٠ ، ٣) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١) ، (٣ ، ٠) ، (٤ ، −١)



ب) (٠ ، −١) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٧)



جـ) (٠ ، ٥) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، ٥) ، (٤ ، ٥)

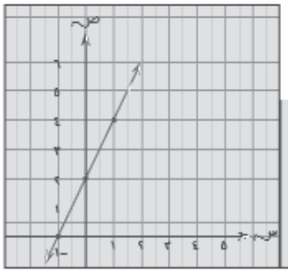


تعريف الدالة :

تسمى الدالة دالة خطية إذا أمكن رسم خط مستقيم واحد يمر بجميع نقاط الدالة .

مثال ٤ :

مثل الدالة ص = ٢س + ١ بيانياً .



الحل:

اختر مجموعة من القيم لـ س ومنها أوجد قيمة ص .
فمثلاً نختار قيم س التالية : { −١ ، ٠ ، ١ ، ٢ }

س	−١	٠	١	٢
ص	٠	٢	٤	٦

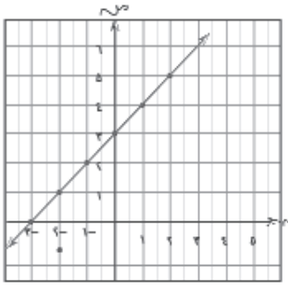
تدريب ٥ :

أوجد خمسة أزواج مرتبة تحقق كلاً من الدوال التالية ، ثم مثلها بيانياً .

أ) د(س) = ٣ − س

ب) د(س) = ٢س − ١

جـ) د (س) = ٥



مثال ٥ :

اعتماداً على الرسم البياني المعطى للدالة :

أ) أوجد أربعة أزواج مرتبة تحقق تلك الدالة .

ب) اكتب الصيغة الرياضية للدالة .

جـ) إذا زادت قيمة س ماذا تتوقع أن يحدث لقيم ص .

الحل:

أ) (٠ ، ٣) ، (−١ ، ٢) ، (−٢ ، ١) ، (−٣ ، ٠)

ب) د(س) = س + ٣

جـ) عندما تتزايد قيم س تتزايد قيم ص

تعزيز :

الرسم البياني المقابل يمثل دالة ثمن الكيلوغرام من لحم الضأن بالريال ، من الرسم

١) صف النقاط المرسومة .

٢) إستعمل التمثيل البياني لإيجاد أثمان الكميات التالية من لحم الضأن :

أ) $\frac{٣}{٤}$ كغم .

ب) ٢٥٠ غ .

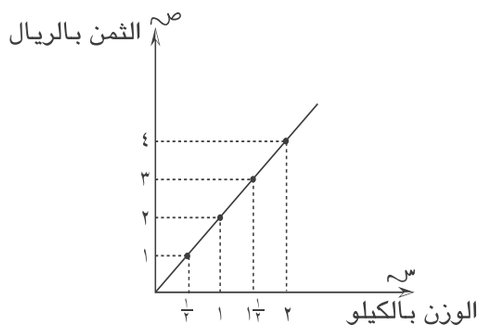
جـ) $\frac{١}{٢}$ كغم .

٣− ما كمية اللحم التي يمكن شراؤها بمبلغ :

أ) ٣ ريالات .

ب)ريالان ونصف .

جـ) ٧ ريالات .



تمارين ومسائل (١)

١) أوجد خمسة أزواج مرتبة تحقق كلاً من الدوال التالية ، ثم مثل كلاً منها بيانياً :

أ) د (ن) = ٥ ن + ١١ ب) د (س) = $\frac{3}{4}$ س + ٤١

جـ) د (ن) = ٥ ٢ن د) د (ن) = ٢ ن ٢

٢) مثل كل مجموعة من الأزواج المرتبة التالية بيانياً ، وبين أي منها يمثل دالة خطية واكتب الصيغة الجبرية لها :

أ) { (٠ ، ٢) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٤) ، (٣ ، ٧) }

ب) { (٠ ، −١) ، (١ ، ٠) ، (٢ ، ٣) ، (٣ ، ٨) }

جـ) { (٠ ، ٤) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٦) ، (٣ ، ٧) }

٣) يبين الجدول التالي أسعار السلالم ذات الأطوال المختلفة :

عدد درجات السلم (س)	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨
ثمن السلم بالريال (ص)	٧	٨	٩	١٠	١١

أ) مثّل هذه البيانات بيانيًا .

ب) اكتب الدالة التي تربط بين ثمن السلم مع عدد الدرجات .

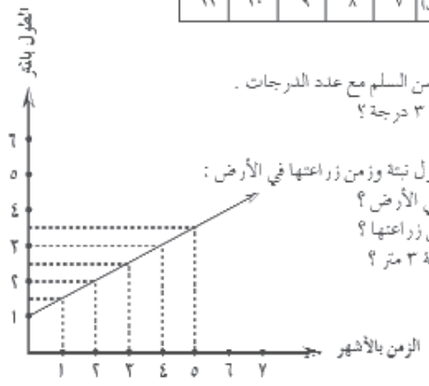
جـ) كم ثمن سلم عدد درجاته ٣٠ درجة ؟

٤) يبيّن الرسم المحاور العلاقة بين طول نبتة وزمن زراعتها في الأرض :

أ) ما طول النبتة عندما زرعت في الأرض ؟

ب) ما طول النبتة بعد ٧ أشهر من زراعتها ؟

جـ) بعد كم شهر يصبح طول النبتة ٣ متر ؟



حل تمارين ومسائل ١ :

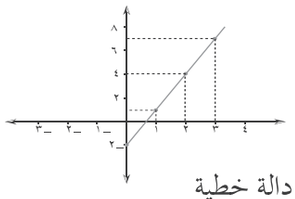
١) أ) (٠ ، ١) ، (١ ، ٦) ، (٢ ، ١١) ، (٣ ، ١٦) ، (٤ ، ٢١) .

ب) (٠ ، ٤) ، (١ ، $\frac{1}{2}$ ٤) ، (٢ ، ٥) ، (٣ ، $\frac{1}{2}$ ٥) ، (٤ ، ٦) .

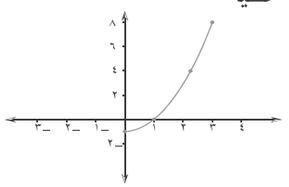
جـ) (٠ ، ٥) ، (١ ، ٣) ، (٢ ، ١) ، (٣ ، −١) ، (٤ ، −٣) .

د) (٠ ، −٢) ، (١ ، ٠) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٤) ، (٤ ، ٦) .

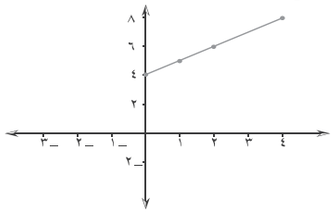
٢) أ) تمثل دالة خطية د (س) = ٣س − ٢



ب) ليست دالة خطية



جـ) دالة خطية د (س) = س + ٤



٣) ص = $\frac{1}{2}$ س + ٢

ص = $\frac{1}{2}$ × ٣٠ + ٢ = ١٧

ثمن السلم = ١٧ ريالاً

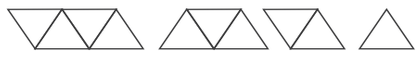
٤) أ) ١ متر

ب) $\frac{1}{2}$ ٤ متر

جـ) أربع أشهر .

إثراء :

استخدم أعواد ثقاب أو نكاشات الأسنان لعمل الأشكال التالية :



١) انقل الجدول التالي في كراستك و أكمله :

عدد المثلثات في الشكل	١	٢	٣	٤	٥	٦
عدد أعواد الثقاب أو نكاشات الأسنان						

٢) صف النمط (المتسلسل) الذي تراه في الجدول بالكلمات.

٣) استخدم النمط لإيجاد عدد أعواد الثقاب أو نكاشات الأسنان اللازمة لعمل ن مثلثا .

٤) استخدم النتيجة التي توصلت إليها لإيجاد عدد أعواد الثقاب أو نكاشات الأسنان اللازمة لعمل ٥٠ مثلثاً .

الحل :

١) ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١١ ، ١٣

٢) أعداد فردية تبدأ بالعدد ٣

٣) ٢ن + ١

٤) ٢ × ٥٠ + ١ = ١٠٠ + ١ = ١٠١

الأهداف :

١) حل معادلة من الدرجة الأولى تتضمن متغيراً واحداً.

٢) حل معادلات تتضمن متغير واحد من الدرجة الأولى باستخدام الورقة و القلم .

– ذكِّر الطلبة بحل معادلة كالتي أخذها في الصف السابع .

– إطلب من الطلبة حل المعادلتين الممثلتين بالميزانين .

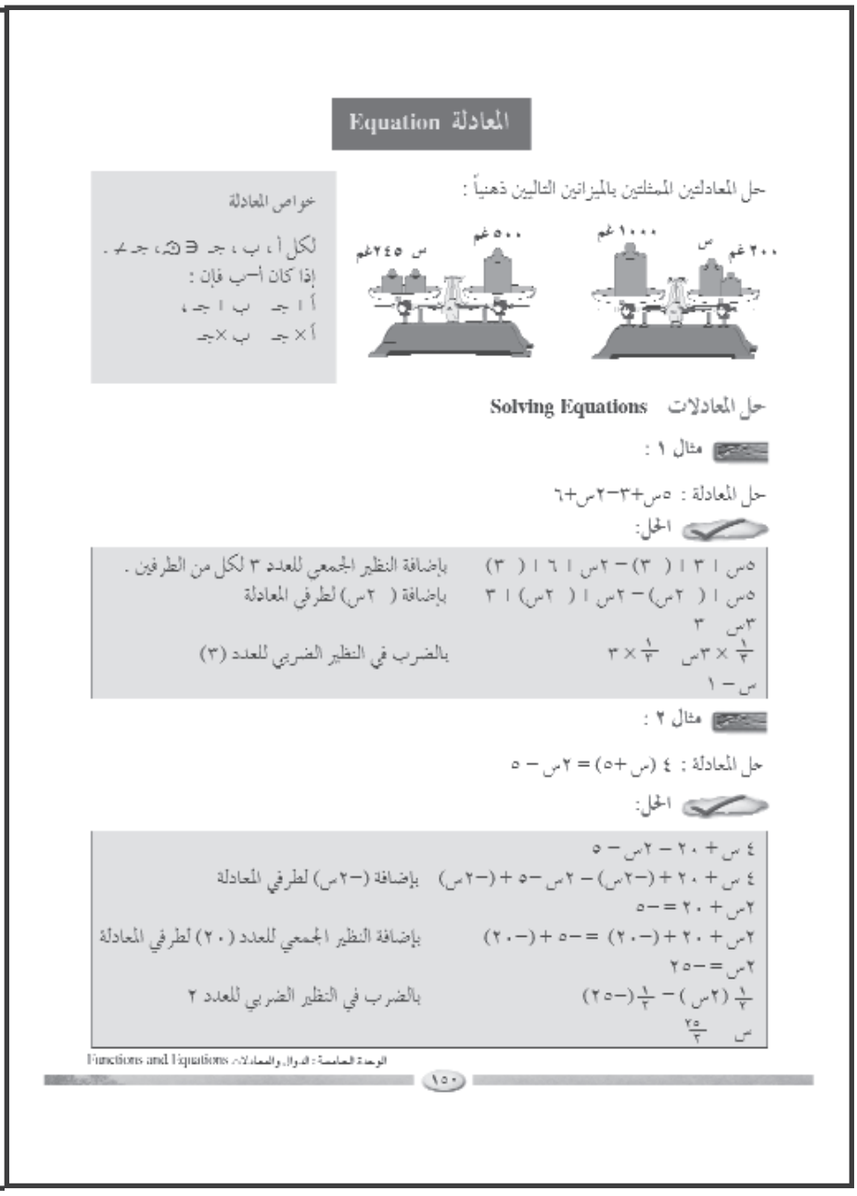
– في حل المعادلة ينبغي الالتزام بتتابع الخطوات وتعليل كل خطوة من خطوات الحل إلى أن يتم التأكد من إدراك الخطوات خطوة خطوه .

– عند حل المعادلة وإيجاد الحل ، اطلب من الطلبة التحقق من صحة الحل دائماً ، وذلك من خلال التعويض بقيمة س والتحقق من تساوي طرفي المعادلة.

– أعرض بعض التدريبات الخاصة بالكسور والعمليات عليها كأمثلة على المعادلات .

– خواص الإبدال و التجميع وتوزيع الضرب على الجمع من المفاهيم التي ينبغي التحقق من قدرة الطلاب على استخدامها .

– ذكر الطلبة بالنظير الجمعي والنظير الضربي وكيفية تعيينه وهي من الأمور التي تفيد أيضاً في دراسة الموضوع .



المعادلة Equation

حل المعادلتين الممثلتين بالميزانين التاليين ذهنياً :

خواص المعادلة

لكل أ ، ب ، جـ ∈ ℝ ، جـ ≠ ٠ .
إذا كان أ = ب فإن :
أ ± جـ = ب ± جـ ،
أ × جـ = ب × جـ

حل المعادلات Solving Equations

مثال ١ :

حل المعادلة : ٥س+٣=٢س+٦

الحل:

٥س + ٣ + (−٣) = ٢س + ٦ + (−٣)	بإضافة النظير الجمعي للعدد ٣ لكل من الطرفين .
٥س + (−٢س) = ٢س + (−٢س) + ٣	بإضافة (−٢س) لطرفي المعادلة
٣س = ٣	
$\frac{1}{3}$ × ٣س = $\frac{1}{3}$ × ٣	بالضرب في النظير الضربي للعدد (٣)
س = ١	

مثال ٢ :

حل المعادلة : ٤ (س + ٥) = ٢س − ٥

الحل:

٤س + ٢٠ = ٢س − ٥	
٤س + ٢٠ + (−٢س) = ٢س − ٥ + (−٢س)	بإضافة (−٢س) لطرفي المعادلة
٢س + ٢٠ = −٥	
٢س + ٢٠ + (−٢٠) = −٥ + (−٢٠)	بإضافة النظير الجمعي للعدد (٢٠) لطرفي المعادلة
٢س = −٢٥	
$\frac{1}{2}$ (٢س) = $\frac{1}{2}$ (−٢٥)	بالضرب في النظير الضربي للعدد ٢
س = $\frac{-٢٥}{٢}$	

تعزيز :

قطعتا أرض الأولى مربعة الشكل و الثانية مستطيلة ، إذا علم أن طول ضلع الأولى يساوي عرض الثانية وطول القطعة الثانية يزيد عن عرضها بمقدار ٥ أمتار ، ومجموع محيطي القطعتين يساوي ٩٠ متراً . أوجد مساحة كل من القطعتين ؟

الحل :

٨س + ١٠ = ٩٠ ∴ س = ١٠

مساحة القطعة الأولى = ١٠ × ١٠

= ١٠٠ متر مربع

مساحة القطعة الثانية = ١٠ × ١٥

= ١٥٠ متر مربع

إعادة تعلم :

حل المسائل التالية :

أ) عددان متتاليان مجموعهما ٩٥ أوجد العددين؟

ب) عدد مكون رمزه من رقمين ، رقم آحاده ضعف رقم عشراته إذا كان مجموع الرقمين ١٢ ، فما هو العدد ؟

الحل :

أ) العددان هما ٤٧ ، ٤٨

ب)العدد هو ٤٨

تدريب ١ :

حل المعادلات التالية :

أ) ٢ (س ١ ٥) = ٤س

ب) ٣ (س ١ ٢) = ٤س ١ ١٥

جـ) ٣س ١ ١٥ = $\frac{١}{٢}$ س

د) ٣ (٢س) + ٢ = ٧

هـ) ٢س = ٥ = ٧ س

مثال ٣ :

تصدق حمد وخالد بمبلغ من المال من مشروع بيع العصائر فكان ما تصدق به حمد ثلاثة أمثال ما تصدق به خالد ، وأن ما تصدقا به معاً يساوي ٢٤٠٠ ريال . فكم ريالاً تصدق به كل منهما ؟

الحل:

نفرض أن ما تصدق به خالد = س

∴ ما تصدق به حمد = ٣ س

س ١ ٣ س = ٢٤٠٠

٤س = ٢٤٠٠

$\frac{٤س}{٤} = \frac{٢٤٠٠}{٤}$

س = ٦٠٠

ما تصدق به خالد ٦٠٠ ريال

وما تصدق به حمد = ٣ × ٦٠٠

= ١٨٠٠ ريال .

تدريب ٢ :

الشكل المقابل يمثل حوضًا مستطيلاً ، يزيد طوله عن عرضه بمقدار ٨ أمتار .

إذا كان محيطه ٢٤٠ متراً ، فكم متراً طوله ؟ ، وكم متراً عرضه ؟

حل تدريب ١ :

أ) ٢س + ١٠ = ٤س

١٠ = ٢س ∴ س = ٥

ب) ٣س + ٦ = ٤س + ١٥

س = −٩

جـ) ٦س + ٣٠ = س

٥ س = −٣٠ ∴ س = −٦

د) ٦س + ٢ = ٧

٦س = ٥ ∴ س = $\frac{٥}{٦}$

هـ) ٩س = ٥ ∴ س = $\frac{٥}{٩}$

حل تدريب ٢ :

محيط المنطقة المستطيلة = ٢ × الطول + ٢ × العرض

٢٤٠ = ٢(س + ٨) + ٢ × س

٢٤٠ = ٢س + ١٦ + ٢س

∴ س = ٥٦

عرضها = ٥٦ متر

طولها = ٦٤ متر

إثراء :

١) حل المعادلة التالية : $\frac{٤س - ٣}{٢} + \frac{٣س + ٢}{٣} = ٠$

الحل :

بالضرب في ٦

٣(٤س − ٣) + ٢ (٣س + ٢) = ٠

∴ ١٨ س = ٥ ⟵ س = $\frac{٥}{١٨}$

٢) حل المعادلة التالية : $\frac{٤ع - ٢}{٥} = \frac{٣ع + ٢}{٢}$

الحل :

٨ع − ٤ = ١٥ع + ١٠

٧ع = −١٤

∴ ع = −٢

مثال ٤ :

أراد حمد ، وخالد ، وسالم إخراج زكاة عن عائدات أموالهم من المشروع البالغة ٣٠٠٠٠ ريال عماني لبعض العائلات الفقيرة وحصروا هذه العائلات حسب إحتياج الأسرة وعدد أفرادها كما هو موضح .

أوجد مقدار ما تأخذه كل عائلة ؟

الحل:

نسبة الزكاة تعادل ٢,٥٪ من المبلغ الذي يمتلكونه.

مقدار الزكاة = ٣٠٠٠٠ × $\frac{٢,٥}{١٠٠}$ = ٧٥٠ ريال

٣س + ٧ + ٢س + ٨ + ٤س + س + ١٥ = ٧٥٠
١٠ س = ٧٢٠
س = ٧٢ ريال

∴ مقدار ما تأخذه عائلة راشد = ٣ × ٧٢ + ٧ = ٢٢٣ ريال
مقدار ما تأخذه عائلة عبدالله = ٢ × ٧٢ + ٨ = ١٥٢ ريال
مقدار ما تأخذه عائلة خالد = ٤ × ٧٢ = ٢٨٨ ريال
مقدار ما تأخذه عائلة خلفان = ١٥ + ٧٢ = ٨٧ ريال

تعزيز :

اشترك سالم وراشد في عمل مشروع لبيع العصائر ، فإذا علمت أن ما يدفعه راشد $\frac{٢}{٣}$ مما يدفعه سالم ، وأن تكلفة المشروع ٩٠٠٠ ريال . احسب ما دفعه كل منهما ؟

الحل :

نفرض أن ما دفعه سالم س
∴ ما دفعه راشد $\frac{٢}{٣}$ س
∴ $\frac{٢}{٣}$ س + س = ٩٠٠٠
∴ س = ٥٤٠٠ ريال و هو ما دفعه سالم
$\frac{٢}{٣}$ × ٥٤٠٠ = ٣٦٠٠ و هو ما دفعه راشد

إعادة تعلم :

مستطيل محيطه ٣٦٠ متراً ، فإذا كان عرضه يقل عن طوله بعشرة أمتار ، فأحسب مساحة هذا المستطيل :

الحل :

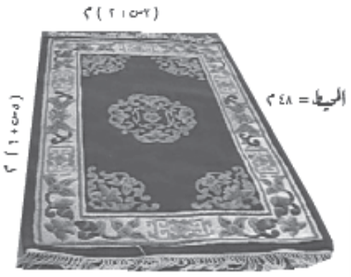
بفرض أن الطول = س
∴ العرض = س − ١٠
٢(٢س − ١٠) = ٣٦٠
٢س − ١٠ = ١٨٠ ← س = ٩٥
∴ الطول = ٩٥ والعرض = ٨٥
المساحة = ٩٥ × ٨٥
= ٨٠٧٥ م^٢

تدريب ٣ :

إشترى تاجر كمية من القماش ، ثلثاها من الحرير والثلث الباقي من القطن ، ودفع ثمن متر الحرير ٢٤ ريالاً وثمن متر القطن ١٦ ريالاً ، فكم متراً اشترى التاجر من كل نوع ، إذا كان ثمن القماش ١٦٠٠ ريال؟

مثال ٥ :

أراد حمد ، وخالد ، وسالم شراء سجادة على شكل مستطيل لأحد محلات مشروع بيع العصائر وكان سعر المتر المربع الواحد من السجادة ريالاً واحدًا ، من البيانات الموضحة على الشكل .
احسب ما يدفعه حمد وخالد وسالم لشراء هذه السجادة .



الحل:

أوجد قيمة س لايجاد الطول والعرض
محيط المستطيل = ٢ × الطول + ٢ × العرض
٤٨ = ٢ (٥ س + ٦) + ٢ × (٣ س + ٢)
٤٨ = ١٠ س + ١٢ + ٦ س + ٤

١٦ س = ٣٢
∴ س = ٢ لماذا ؟
مساحة المستطيل = الطول × العرض
= ١٦ × ٨
= ١٢٨ متراً مربعاً

∴ سعر السجادة المستطيلة = ١٢٨ ريالاً عمانياً.

حل تدريب ٣ :

إذا كان طول القماش = س
يكون طول القماش الحريري = $\frac{٢}{٣}$ س
وطول القماش من القطن = $\frac{١}{٣}$ س
$\frac{٢}{٣}$ س × ٢٤ + $\frac{١}{٣}$ س × ١٦ = ١٦٠٠
∴ س = ٧٥ متر
طول القماش الحريري = ٥٠ متراً
طول القماش من القطن = ٢٥ متراً

إثراء :

أ) لدى مزارع سلة من البيض باع ربعها و كسر من الباقي ٤ بيضات ، فأصبح ما بقي في السلة يعادل $\frac{٥}{٨}$ ما كان فيها . كم بيضة كانت في السلة ؟

الحل :

بقي في السلة س − ($\frac{س}{٤}$ + ٤) وهذا يعادل $\frac{٥}{٨}$ س

س − ($\frac{س}{٤}$ + ٤) = $\frac{٥س}{٨}$

∴ س = ٣٢ بيضة .

حل تمارين ومسائل :

١) أ) ٢ س − ٩

ب) $\frac{٤}{٥}$ − س = $\frac{٢}{٥}$

جـ) $\frac{٢}{٣}$س + ٩

د) ٥ س − ٢ = ٨

٢) أ) ٢س = ٧ س = $\frac{٧}{٢}$

ب) ٣س + ٩ = س + ٧

∴ س = −١

جـ) ٤س −١٢ = ٥س + ١٠

∴ س = −٢٢

د) س = −١٠

هـ) ٤س + ٤ = −٢ س + ٢

س = $\frac{-٢}{٦}$

= $\frac{-١}{٣}$

و) ٥س − ١٠ = ٢س + ١

٣س=١١

∴ س = $\frac{١١}{٣}$

٣) أ) نفرض مبلغ المكافأة = س

٣س − ٢١ = ١٢٠٠

∴ س − ٧ = ٤٠٠

∴ س = ٤٠٧ ريالاً

ب) نفرض أن في كل سلة س بيضة

٣س − س − ٧ = ١٧

∴ س = ١٢

∴ في كل سلة ١٢ بيضة

∴ عند البائع ١٢ × ٣ = ٣٦ بيضة

جـ) نفرض أن عرض الحديقة = س

∴ طولها = ٢س

٢ (س + ٢س) = ١٢٠

٦س = ١٢٠

∴ س = ٢٠

∴ عرض الحديقة = ٢٠ متر و طولها = ٤٠ متر .

د) نفرض أن العدد هو س

س + $\frac{١}{٢}$س+ $\frac{١}{٤}$س = ٢٨

$\frac{٤س + ٢س + س}{٤}$ = ٢٨

$\frac{٧}{٤}$س = ٢٨

س = $\frac{٢٨ \times ٤}{٧}$

∴ س = ١٦

تمارين ومسائل (٢)

١) عبر عما يلي بصيغة رياضية :

أ) ضعف عدد طرح منه ٩.

ب) أنقِصَ عددٌ من $\frac{٣}{٥}$ وكان الناتج $\frac{٢}{٥}$.

جـ) ثلثي عدد مضافاً إليه ٩.

د) خمسة أضعاف عدد مطروحاً منه ٢ والناتج ٨ .

٢) حل المعادلات التالية :

أ) ٣س ا ٥ ٥س ٢

ب) ٣ (س ا ٣) س ا ٧

جـ) ٤ (س−٣)− ٥ (س+٢)

د) (٣س − ٣) − (٤ س + ٧)

هـ) ٤ (س+١)− −٢ (س−١)

و) ٥ (س −٢) − ٢س + ١

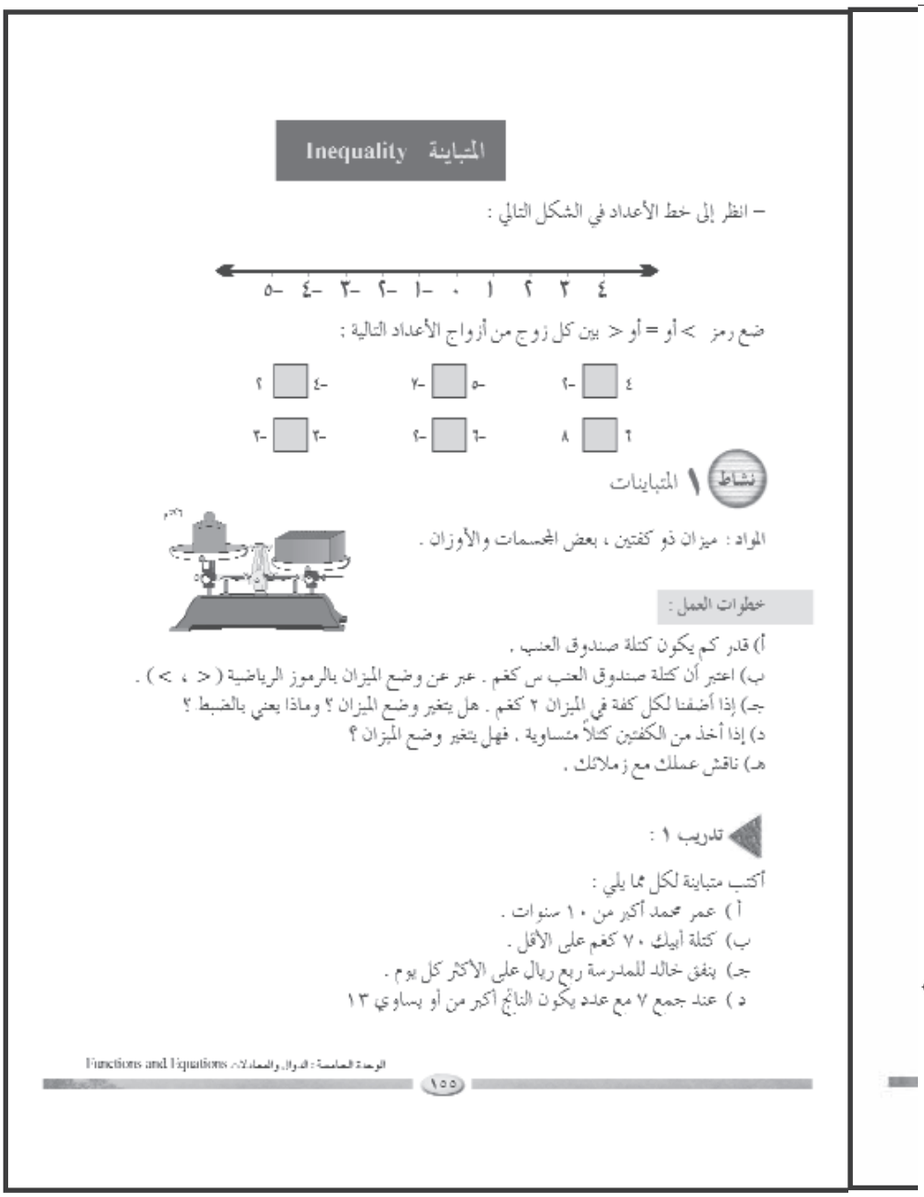
٣) اكتب معادلة تمثل كل مسألة لفظية ثم حلها :

أ) أعطى رجل ولده مبلغاً من المال مكافأة لنجاحه ، فإذا علمت أن ٣ أمثال المبلغ مطروحاً منه ٢١ ريالاً يساوي ١٢٠٠ ريال ، فكم ريالاً كانت تلك المكافأة ؟

ب) لدى بائع ٣ سلال بيض ، في كل منها العدد نفسه من البيض ، باع سلة واحدة و٧ بيضات من السلة الثانية . فإذا بقي لديه ١٧ بيضة . فكم بيضة كانت عنده؟

جـ) حديقة منزل ، مستطيلة الشكل ، محيطها ١٢٠ متراً . فما بعدا الحديقة إذا كان طولها يساوي مثلي عرضها ؟

د) ما العدد الذي إذا أضيف له نصفه ثم ربعه تحصل على العدد ٢٨ ؟



المتباينة Inequality

– انظر إلى خط الأعداد في الشكل التالي :

٥- ٤- ٣- ٢- ١- ٠ ١ ٢ ٣ ٤

ضع رمز > أو = أو < بين كل زوج من أزواج الأعداد التالية :

٤ ☐ ٢-　　٥- ☐ ٧-　　٤- ☐ ٢

٢- ☐ ٣-　　٦- ☐ ٢-　　٢- ☐ ٨

نشاط ١ المتباينات

المواد : ميزان ذو كفتين ، بعض المجسمات والأوزان .

خطوات العمل :

أ) قدر كم يكون كتلة صندوق العنب .

ب) اعتبر أن كتلة صندوق العنب س كغم . عبر عن وضع الميزان بالرموز الرياضية (< ، >) .

جـ) إذا أضفنا لكل كفة في الميزان ٢ كغم . هل يتغير وضع الميزان ؟ وماذا يعني بالضبط ؟

د) إذا أخذ من الكفتين كتلاً متساوية ، فهل يتغير وضع الميزان ؟

هـ) ناقش عملك مع زملائك .

تدريب ١ :

أكتب متباينة لكل مما يلي :

أ) عمر محمد أكبر من ١٠ سنوات .

ب) كتلة أبيك ٧٠ كغم على الأقل .

جـ) ينفق خالد للمدرسة ربع ريال على الأكثر كل يوم .

د) عند جمع ٧ مع عدد يكون الناتج أكبر من أو يساوي ١٣

الأهداف :

*** استيعاب مفهوم المتباينة و استخدامه :**

– ذكر الطلبة بالرموز (< ، >) وكذلك مقارنة الأعداد على خط الأعداد حيث كلما سرت نحو اليمين تزداد قيمة العدد و العكس صحيح .

– يهدف النشاط إلى تعريف الطلاب على المتباينة من خلال المحسوسات و تدريبهم على ترجمة أوضاع معينة للميزان إلى متباينات بعد أن تعرفوا على أوضاع تؤدي إلى معادلات .

– اربط بين المتباينات و المعادلات ونبه الطلاب على التشابه و الاختلاف بينهما .

أ) وزن صندوق العنب > ٦كغم .

ب) س > ٦

جـ) س + ٢ > ٨ .

عند إضافة وزن معين إلى الميزان لا يتغير وضع الميزان.

حل تدريب ١ :

أ) س > ١٠

ب) س ≤ ٧٠

جـ) س ≥ $\frac{١}{٤}$

د) س +٧ ≤ ١٣

إثراء :

أكتب متباينة لكل مما يلي :

أ) نصف طول سالم مضافاً إليه ١٥ سم أقل من متر واحد .

ب) عند جمع ٣ على أربعة أمثال عدد يكون الناتج أكبر من أو يساوي ٢٠.

جـ)ثلاثة أمثال عدد مطروحاً منه ٣ أقل من ٢٥.

الحل :

أ) $\frac{١}{٢}$س + ١٥ < ١٠٠

ب) ٤س + ٣ ≤ ٢٠

جـ) ٣س – ٣ > ٢٥

اطلب من الطلبة أن يعطوا تعريفاً للمتباينة ثم بين لهم التعريف الصحيح .

في النشاط :

ممكن للطالب أن يختار أي متباينة عددية فمثلاً :

أ) ٤ > ٢

ب) ٦ > ٤ بإضافة ٢

جـ) ٢ > ٠ بطرح ٢

د) ٨ > ٤ بالضرب في ٢

هـ) −٨ < −٤ بالضرب في −٢

بعدها إطلب من الطلاب كتابة الإستنتاجات من هذه العمليات .

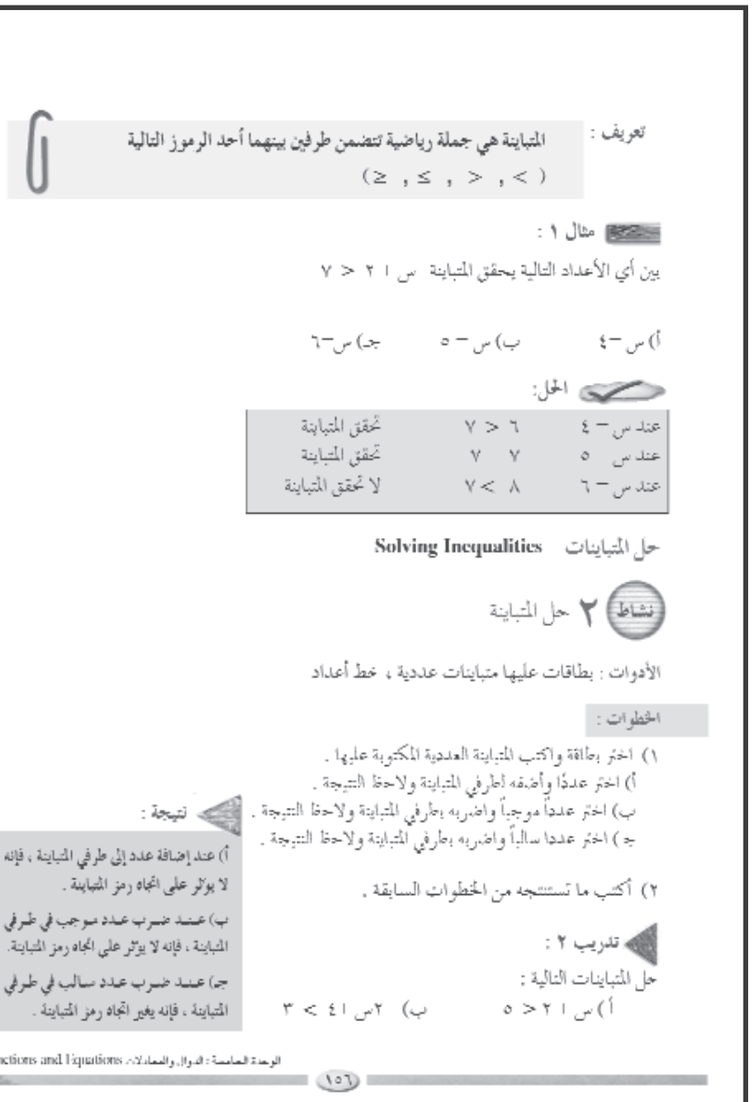
حل تدريب ٢ :

أ) س + ٢ ≥ ٥

س ≥ ٣

ب) −٢س > −١

٢ س < ١



تعريف : المتباينة هي جملة رياضية تتضمن طرفين بينهما أحد الرموز التالية (< , ≤ , > , ≥)

مثال ١ :

بين أي الأعداد التالية يحقق المتباينة س + ٢ > ٧

أ) س = ٤ ب) س = ٥ جـ) س = ٦

الحل:

عند س = ٤	٦ > ٧	لا تحقق المتباينة
عند س = ٥	٧ = ٧	تحقق المتباينة
عند س = ٦	٨ > ٧	تحقق المتباينة

حل المتباينات Solving Inequalities

نشاط ٢ حل المتباينة

الأدوات : بطاقات عليها متباينات عددية ، خط أعداد

الخطوات :

١) اختر بطاقة واكتب المتباينة العددية المكتوبة عليها .

أ) اختر عددًا وأضفه لطرفي المتباينة ولاحظ النتيجة .

ب) اختر عددًا موجبًا واضربه بطرفي المتباينة ولاحظ النتيجة .

جـ) اختر عددا سالباً واضربه بطرفي المتباينة ولاحظ النتيجة .

٢) أكتب ما تستنتجه من الخطوات السابقة .

نتيجة :

أ) عند إضافة عدد إلى طرفي المتباينة ، فإنه لا يؤثر على اتجاه رمز المتباينة .

ب) عند ضرب عدد موجب في طرفي المتباينة ، فإنه لا يؤثر على اتجاه رمز المتباينة.

جـ) عند ضرب عدد سالب في طرفي المتباينة ، فإنه يغير اتجاه رمز المتباينة .

تدريب ٢ :

حل المتباينات التالية :

أ) س + ٢ ≥ ٥ ب) ٢س + ١ < ٣

اثراء :

إذا أراد سليمان شراء ٤ دفاتر ، ويستطيع دفع مبلغ ٨ ريالات على الأكثر ، ماذا يمكن أن يكون ثمن كل دفتر يستطيع شراءه على فرض أن أثمان الدفاتر متساوية ؟

الحل :

نفرض أن ثمن الدفتر الواحد يساوي س ريالاً .

٤ س ≤ ٨ بالقسمة على ٤

∴ س ≤ ٢

∴ ثمن الدفتر الواحد لا يزيد على ريالين حتى يستطيع شراؤه.

إعادة تعلم :

اشترى عبدالله مجموعة من العصائر من أحد محلات بيع العصائر وحصل على خصم ريالين و دفع أقل من ١٠ ريالات، فما ثمن العصائر قبل الخصم ؟

الحل :

س ثمن العصائر قبل الخصم

س − ٢ < ١٠

س < ١٢

مثال ٢ :

أوجد مجموعة حل المتباينات التالية ثم مثلها على خط الأعداد حيث س ∈ صـ :

أ) س − ٢ < ١

ب) س + ٢ ≥ ٠

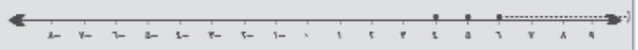
جـ) ٢س − ٢ < ٤

الحل:

أ) س − ٢ < ١ بإضافة ٢ لطرفي المتباينة

س < ٣

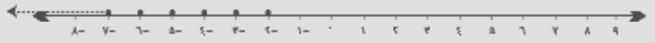
مجموعة الحل = { ٤ ، ٥ ، ٦ ، ..... }



ب) س + ٢ ≥ ٠ بإضافة − ٢ لطرفي المتباينة

س ≥ − ٢

مجموعة الحل = { − ٢ ، − ٣ ، − ٤ ، ..... }

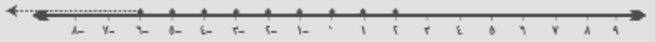


جـ) ٢س < ٤ بإضافة ٢ لطرفي المتباينة

٢س < ٦ بقسمة طرفي المتباينة على ٢

س < ٣

مجموعة حل المتباينة = { ٢ ، ١ ، ٠ ، ١ ، ..... }



تدريب ٣ :

حل المتباينات التالية :

أ) ٣س ≥ ٤ ≥ ٥

ب) $\frac{١}{٢}$ س + ٢ > ٣

جـ) ٢ (س ١) > ٥

حل تدريب ٣ :

أ) ٣س − ٤ ≥ ٥

٣س ≥ ٩

س ≥ ٣

ب) $\frac{١}{٢}$ س + ٢ > ٣

$\frac{١}{٢}$ س > ١

س > ٢

جـ) ٢س + ٦ > ٥

٢س > − ١

س > $-\frac{١}{٢}$

بعد أن تعرف الطالب على حل المتباينة في ص وتمثيلها على خط الأعداد ، أعطه حل المتباينة في ح ويكتب مجموعة الحل بطريقة الصفة المميزة ، قدم له مثالاً على ذلك .

حل تدريب ٤ :

أ) ٢ص − ٥ ≥ −٨

٢ص ≥ −٣

$ص \geq \frac{-٣}{٢}$

$\therefore م . ح = \{ ص : ص \geq \frac{-٣}{٢} ، ص \in ح \}$

ب) ٦ع + ٣ ≤ ٢١

٦ع ≤ ١٨

ع ≤ ٣

$م . ح = \{ ع : ع \leq ٣ ، ع \in ح \}$

جـ) $\frac{١}{٣}$س > ٢

س > ٦

$م . ح = \{ س : س > ٦ ، س \in ح \}$

د) ٣ص ≥ −٧

$ص \geq \frac{-٧}{٣}$

$م : ح = \{ ص : ص \geq \frac{-٧}{٣} ، ص \in ح \}$

هـ) ٢ (ص − ٣) > −١

$(ص - ٣) > \frac{-١}{٢}$

$ص > ٢\frac{١}{٢}$

$م : ح = \{ ص : ص > ٢\frac{١}{٢} ، ص \in ح \}$

و) ٢ع + ٣ع + ٣ ≥ ٢

٥ع ≥ −١

$ع \geq \frac{-١}{٥}$

$م : ح = \{ ع : ع \geq \frac{-١}{٥} ، ع \in ح \}$

ي) $\frac{١}{٢}$س + ٣ > $\frac{٣}{٢}$

$\frac{١}{٢}$س > $\frac{٣}{٢} - \frac{٦}{٢}$

$\frac{١}{٢}$س > $\frac{-٣}{٢}$

س > − ٣

$م : ح = \{ س : س > -٣ ، س \in ح \}$

مثال ٣ :

أوجد مجموعة حل المتباينة التالية حيث س ∈ ح:

أ) $س - \frac{٣}{٢} \geq .$

ب) ٢س + ٤ ≤ ٣

الحل:

أ) $س - \frac{٣}{٢} + \frac{٣}{٢} > \frac{٣}{٢}$ بإضافة $\frac{٣}{٢}$ لطرفي المتباينة

$س > \frac{٣}{٢}$

مجموعة الحل : $\{ س : س > \frac{٣}{٢} ، ٣ \sim ، س \in ح \}$

ب) ٢س + ٤ + (−٤) ≤ ٣ + (−٤)

٢س ≤ −١ بإضافة النظير الجمعي للعدد (−٤) للطرفين

$س \leq \frac{-١}{٢}$ بالضرب في النظير الضربي للعدد (٢) للطرفين

مجموعة الحل : $\{ س : س \leq \frac{-١}{٢} ، ٣ \sim ، س \in ح \}$

تدريب ٤ :

١) أوجد مجموعة حل كل من المتباينات التالية علماً بأن (ص ، ع ، س) ∈ ح:

أ) ٢ ص − ٥ ≥ −٨

ب) ٦ ع + ٣ ≤ ٢١

جـ) $\frac{١}{٣}$ س > ٢

د) ٣ ص + ١ ≤ ٢

هـ) ٢ (ص − ٣) + ٢ > ١

و) ٢ ع + ١ ٣ (ع + ١) ≥ ٢

ي) $\frac{١}{٢}$س + ٣ < $\frac{٣}{٢}$

٢) أكتب متباينة لكل مما يلي ثم حلها .

أ) ربع طول محمد مضافاً إليه ١٠ سم أقل من نصف متر .

ب) عند طرح ٥ من خمسة أمثال عدد يكون الناتج أكبر من أو يساوي ٣٥

جـ) نصف عدد مضافاً إليه ربعه أصغر من ١٧

تعزيز :

أوجد مجموعة حل المتباينات التالية في ص ∼ :

أ) $س - \frac{٣}{٤} > \frac{٣}{٨}$

ب) ٨س − ٦ > ٢ (س − ٥) + ٤

الحل :

أ) { ٢ ، ٣ ، ٤ ، ..... }

ب) { ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ..... }

مثال ٤ :

أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات التالية :

أ) $-٣س + ٢ < ٥$

ب) $٢ - \frac{١}{٢} س < ٤$

الحل:

أ) $-٣س + ٢ < ٥$

$-٣س < ٣$ بإضافة النظير الجمعي للعدد ٢

$-\frac{١}{٣} \times -٣س > ٣ \times -\frac{١}{٣}$ بالضرب في النظير الضربي للعدد -٣

$س > -١$

ب) $٢ - \frac{١}{٢} س < ٤$

$-\frac{١}{٢} س < ٢$ بإضافة العدد -٢ لطرفي المتباينة

$-٢ \times -\frac{١}{٢} س > ٢ \times -٢$ بالضرب في -٢ لطرفي المتباينة

$س > -٤$

تدريب ٥ :

حل كلاً من المتباينات التالية :

أ) $١ - س < -٥$ ب) $٣س - ١ > -٢$

جـ) $٣ - ٢س \leq ٣$ د) $٢س - ٤ > ١$

حل تدريب ٥ :

أ) $١ - س > -٥$

$-س > -٦$

$س < ٦$

ب) $٣س - ١ > -٢$

$٣س > -١$

$س > -\frac{١}{٣}$

جـ) $٣ - ٢س \leq ٣$

$-٢س \leq ٦$

$س \geq -٣$

د) $٢س - ٤ > -١$

$٢س > ٣$

$س > \frac{٣}{٢}$

إثراء :

حل المتباينات التالية في ح

أ) $\frac{٣}{٤} ع - \frac{٢}{٣} \geq \frac{٥}{٨} ع + \frac{٥}{٦}$

ب) $٩ (٥س - ٤) + ٨ \geq ٣٠ (١ - ٢س) + ٧٠$

جـ) $\frac{١}{٦} - \frac{٢}{٣} ص > \frac{٥}{١٢} + \frac{٤}{٣} ص$

الحل :

أ) $\{ ع : ع \in ح ، ع \geq ١٢ \}$

ب) $\{ س : س \in ح ، س \geq \frac{١٢٨}{١٠٥} \}$

جـ) $\{ ص : ص \in ح ، ص < \frac{١}{٨} \}$

حل تمارين ومسائل ٣ :

١) أ) $س + \frac{٤}{٧} > \frac{١١}{٥}$

ب) $ص + ٥ < ٢٥$

جـ) $س \geq ٥$

د) $ص \leq \frac{٥}{٧}$

٢) أ) متكافئان .

ب) غير متكافئين .

جـ) متكافئان .

د) غير متكافئين .

٣) $ن + (ن + ١) + (ن + ٢) < ٩٩$

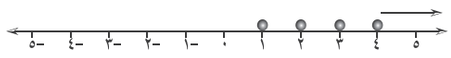
$٣ن + ٣ < ٩٩$

$٣ن < ٩٦$

$ن < ٣٢$

٤) أ) $٢س \leq ٢$

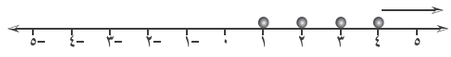
$س \leq ١$



ب) $-٣ س < ٠$

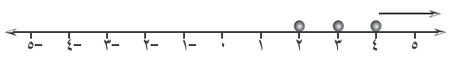
$٣ س > ٠$

$س > ٠$

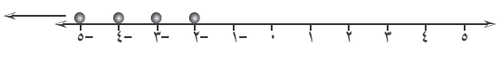


جـ) $-\frac{س}{٢} \geq -١$

$س \leq ٢$



د) $س < -١$



٥) أ) $٤س \leq ٣$

$س \leq \frac{٣}{٤}$

م . ح = $\{ س ، س \leq \frac{٣}{٤} ، س \in ص \}$

ب) $٣س \geq ٢$

$س \geq \frac{٢}{٣}$

م . ح = $\{ س ، س \geq \frac{٢}{٣} ، س \in ص \}$

تمارين ومسائل (٣)

١) عبر عن كل مما يلي رياضياً :

أ) عدد مضافاً إليه $\frac{٤}{٧}$ أكبر من $\frac{١١}{٥}$

ب) عمر سالم بعد ٥ سنوات أصغر من ٢٥

جـ) عند محمد خمسة ريالات على الأكثر .

د) عدد يساوي $\frac{٥}{٧}$ على الأقل .

٢- أي أزواج المتباينات التالية لها نفس مجموعة الحل (متكافئة) .

أ) $س > ٧$ ، $٧ < س$

ب) $س < -٣$ ، $-٣ > س$

جـ) $س > \frac{٣}{٢}$ ، $-س < -\frac{٣}{٢}$

د) $س > \frac{٥}{٤}$ ، $\frac{٥}{٤} < س$

٣ مجموع ثلاثة أعداد صحيحة متتالية أقل من ٩٩ ، عبر عن ذلك بمتباينة ثم حلها .

٤ أوجد حل كل من المتباينات التالية ثم مثلها على خط الأعداد ، حيث $س \in$ صـ :

أ) $٣ + ٢س \leq ٥$

ب) $-٣ س + ٢ > ٢$

جـ) $٥ - \frac{س}{٢} \geq ٤$

د) $س + ٣ > ٢$

٥- حل كلاً من المتباينتين حيث $س \in$ ص:

أ) $٤س + ١ \leq ٥$

ب) $٣س - ١ \geq ١$

تمارين ومسائل عامة

١) حل المعادلات التالية في ℚ:

أ) ٥ (س + ٣) = ٦

ب) ٢ + ٣ع = ٥ع + ٩

جـ) ٤ + ٢ (٥س + ٣) = ١٥

د) $\frac{٥س}{٧} + \frac{١}{٧} = ٢ (س + ١)$

هـ) $\frac{٤ر}{٣} + ٣ = \frac{٢ر}{٥} + ١$

و) $\frac{٢ص - ٨}{٢} = \frac{٥ص}{٢} - (٢ص + ٤)$

٢) محيط مثلث متطابق الضلعين يساوي ٢٠ سم . ما طول كل من الضلعين المتطابقين إذا كان طول الضلع الثالث ٦ سم ؟

٣) لدى مزارع سلة من البيض ، باع ربعها وكسر من الباقي ٤ بيضات ، فأصبح ما في السلة يعادل $\frac{٥}{٨}$ ما كان فيها ، كم بيضة كانت في السلة .

٤) عبر عن المسائل اللفظية التالية بمعادلة ثم حلها :

أ) مجموع ثلاثة أعداد متتالية يساوي (٢٤) . فما هذه الأعداد .

ب) إذا كان ثلاثة أمثال عمر أسامة يساوي ٣٦ فما عمره .

جـ) اشترك سالم وسليمان في إقامة حفل خيري ، فإذا علمت أن ما دفعه سالم ٤ أمثال ما دفعه سليمان وأن تكلفة هذا الحفل بلغت ٢٠٠ ريال . أحسب مقدار ما دفعه كل من سالم وسليمان .

د) مجموع أربعة أعداد فردية متتالية ٥٦ . ما هذه الأعداد .

هـ) مستطيل محيطه ٧٠ متراً . أوجد بعديه إذا كان طوله ينقص ثلاثة أمتار عن ضعف عرضه .

٥) أوجد خمسة أزواج مرتبة تحقق كلاً من العلاقات التالية ثم مثل كلاً من العلاقتين بيانياً :

أ) ص = ٢ − س

ب) ص = ٢س + ٣

حل تمارين ومسائل عامة :

١) أ) ٥س + ١٥ = ٦

٥س = −٩

∴ س = $\frac{-٩}{٥}$

ب) ٢ + ٩ = ٢ع

٢ع = ١١

∴ع = $\frac{١١}{٢}$

جـ) ٤ − ١٠ س + ٦ = ١٥

− ١٠ س = ٥

∴س = $\frac{-٥}{١٠}$ = $\frac{-١}{٢}$

د) ٥س + ١ = ١٤ س + ١٤

٩ س = −١٣

∴ س = $\frac{-١٣}{٩}$

هـ) ٨ ر + ٦ = ٦ ر + ١٥

٢ ر = ٩

∴ ر = $\frac{٩}{٢}$

و) ٢ ص − ٨ = ٥ ص − ٤ ص − ٨

٢ ص − ٨ = ص − ٨

∴ ص = صفر

٢) نفرض أن طول ضلع المثلث س

س + س + ٦ = ٢٠

٢ س = ١٤

∴س = ٧

٣) نفرض أن عدد البيض في السلة يساوي س

∴ س = $\frac{١}{٤}$ س + ٤ + $\frac{٥}{٨}$س

٨ س = ٢ س + ٣٢ + ٥ س

∴ س = ٣٢

٤) أ) ن + ن + ١ + ن + ٢ = ٢٤

٣ ن = ٢١ ن = ٧

الأعداد هي: { ٧ ، ٨ ، ٩ }

ب) ٣ س = ٣٦

س = ١٢

عمره ١٢ سنة

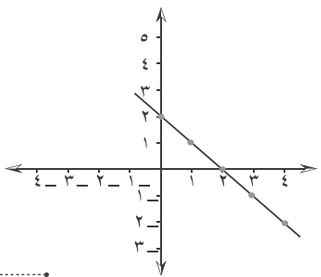
جـ) دفع سالم = ١٦٠ ريال

دفع سليمان = ٤٠ ريال

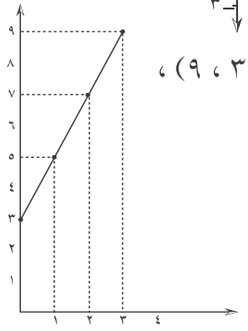
د) الأعداد هي: { ١١ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٧ }

هـ) بعدا المستطيل = { ١٢ $\frac{٢}{٣}$ ، ٢٢ $\frac{١}{٣}$ }

٥) أ) (٠ ، ٢) ، (١ ، ١) ، (٢ ، ٠) ، (٣ ، −١) ، (٤ ، −٢)



ب) (٠ ، ٣) ، (١ ، ٥) ، (٢ ، ٧) ، (٣ ، ٩) ، (٤ ، ١١)



٦) أوجد مجموعة الحل لكل من المتباينات التالية ومثلها على خط الأعداد حيث س ∈ صـ :

أ) $\frac{س}{٥} + ٥ \geq ٤$

ب) $١ - ٧س < ١٥$

جـ) $٥ - \frac{٣س}{٣} \leq ٣$

د) $\frac{٣س}{٤} - ١ > ٥$

٧) أوجد مجموعة حل المتباينات التالية حيث س ∈ ح :

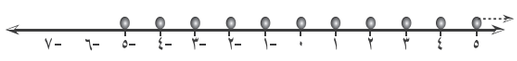
أ) $٣س + ٢ < -٥$

ب) $\frac{٣س}{٢} + ٢ \geq ١$

جـ) $س - ٥ \leq \frac{١}{٢}$

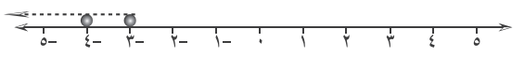
د) $٢س + \frac{١}{٤} < \frac{١}{٣}$

٦) أ) $\frac{س}{٥} \geq -١$ س ≥ -٥



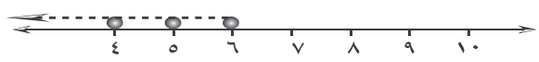
ب) $-٧س > ١٤$

س < -٢

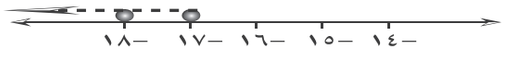


جـ) $-\frac{س}{٣} \geq -٢$

س ≥ ٦



د) س < -١٦



٧) أ) $٣س > -٧$

$س > -\frac{٧}{٣}$

ب) $\frac{س}{٢} \geq -١$

س ≥ -٢

جـ) س $\leq \frac{١}{٢} + ٥$

$س \leq ٥\frac{١}{٢}$

د) $٢س < \frac{١}{٣} - \frac{١}{٤}$

$٢س < \frac{١}{١٢}$

$س < \frac{١}{٢٤}$

اختبار الوحدة الخامسة
الدوال والمعادلات

اختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المعطاة فيما يلي :

١) إذا كان س عدداً طبيعياً زوجياً ، فإن العدد الزوجي الذي يليه مباشرة هو :
أ) س + ١ ب) س + ٢ جـ) س − ٢ د) ٢ س − ١

٢) طول محيط منطقة مربعة طول ضلعها ن + ١ يساوي :
أ) ٤ ن − ١ ب) ٤ ن + ١ جـ) ٤ ن + ٤ د) ٤ ن

٣) في اليوم ٢٤ ساعة ، عدد الساعات في ص يوماً و خمسة أيام هو :
أ) ٢٤ ص ساعة ب) ٢٤ (ص+٥) ساعة
جـ) ٢٤ص + ٥ساعة د) ص + ٢٤ ساعة

٤) عبأت كمية من التفاح في نوعين من الصناديق يتسع الصندوق من النوع الأول إلى ٥٠ تفاحة و يتسع الصندوق من النوع الثاني إلى ٤٠ تفاحة . كم تفاحة في س صندوق من النوع الأول ، و ص صندوق من النوع الثاني ؟
أ) ٩٠ ب) ٥٠ س + ٤٠ ص
جـ) ٥٠ ص + ٤٠ س د) ٩٠ س ص

٥) العبارة ٣س < ٢٥ تكون صحيحة عندما تكون :
أ) س = ٨ ب) س = ٩ جـ) س = ١٠ د) س = ١١

٦) قيم س التي تحقق المتباينة −٣ س + ٥< ٢ س − ١٠ هي :
أ) س > ٣ ب) س < ٣ جـ) س < −٣ د) س > −٣

٧) مجموعة حل المعادلة ٥س + ٨ = ٣س − ٢ في مجموعة الأعداد الصحيحة ص هي :
أ) { −٣ } ب) { −٥ } جـ) { ٨ } د) { -٨ }

٨) مجموعة حل المتباينة س ≥ ٢ في مجموعة الأعداد الصحيحة ص هي :
أ) { ١ ، ٠ ، −١ ، −٢ ، ..... } ب) {٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ..... }
جـ) { ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ..... } د) { ٢ ، ١ ، ٠ ، −١ ، ..... }

٩) المتباينة −٣ أ < ٢ تكافئ المتباينة :−
أ) −٩ أ < ٤ ب) ٣أ < ٨ جـ) ٣أ > −٢ د) ٢ < −٣أ

١٠) للانتقال من المتباينة ٣ س > ٢ س + ١ إلى المتباينة المكافئة ٣ س − ٢ س > ١
أ) نطرح س من الطرفين ب) نضيف (−٢س) إلى الطرفين
جـ) نطرح ٢ من الطرفين د) نضيف (٢س) إلى الطرفين

١١) عددان صحيحان الفرق بينهما ٣٠ و خمسة أمثال أصغرهما هو النظير الجمعي لأكبرهما :

أ) ٤٥ ، −٩ ب) ٣٥ ، ٥ جـ) ٢٥ ، −٥ د) ٣٥ ، −٥

١٢) استخدم سلك طوله ٨س متراً في عمل سور حول قطعة أرض مربعة الشكل طول محيطها ٢س + ٤ متراً ، طول الجزء المتبقي من السلك بعد عمل السور = ...

أ) −٦س−٤ ب) ٦س − ٤ جـ) ١٠س − ٤ د) ٦س + ٤

١٣) مجموعة حل المعادلة $\frac{(٤س - ١)}{٣} = \frac{(س + ١)}{٢}$ هي :

أ) { ١ } ب) $\{\frac{٢}{٥}\}$ جـ) $\{\frac{١}{٩}\}$ د) $\{\frac{١}{٥}\}$

١٤) حل المتباينة $\frac{س - ١}{-١} < ٢ + \frac{٣س}{٢}$ هو :

أ) س $< ١\frac{١}{٥}$ ب) س $> ١\frac{١}{٥}$ جـ) س $< ٨\frac{٢}{٥}$ د) س $> \frac{٢}{٥}$

١٥) المتباينة التي تمثل أربعة أمثال عدد مضافاً إلى ٢ يعطي ٢٢ على الأقل هي :

أ) ٤س + ٢ ≥ ٢٢ ب) ٤س + ٢ < ٢٢

جـ) ٤س + ٢ ≤ ٢٢ د) ٤س + ٢ > ٢٢

٦ الوحدة السادسة

(الإحصاء والاحتمالات)

الأهداف :

١) التمييز بين المصطلحين " عينة " و " مجتمع إحصائي " وإدراك العلاقة بينهما.
٢) إدراك أن البيانات التي يتم جمعها تتأثر بواسطة:
* طبيعة العينة * طريقة الجمع
* حجم العينة * الانحياز
٣) مناقشة إيجابيات وسلبيات استخدام عينة أو مجتمع إحصائي.
٤) تحديد مقاييس النزعة المركزية التالية لمجموعةبيانات:
* المتوسط الحسابي.
* الوسيط.
* المنوال.
٥) تحديد الأثر على كل من المتوسط والوسيط والمنوال عندما:
* يضاف مقدار ثابت إلى كل قيمه في البيانات أويطرح منها.
* تضرب كل قيمه في مقدار ثابت غير الصفر أو يقسم عليها.
* استبدال قيمه متطرفه من البيانات.
٦) تكوين مجموعة أعداد إذا علم المتوسط والوسيط والمنوال.
٧) استخدام المصطلحات الآتية بطريقة صحيحة:
* الاحتمال التجريبي.
* الاحتمال النظري.
٨) حساب الاحتمال النظري لحدث ما .

* قبل تدريس الوحدة ابدأ بتهيئة الغرفة الصفية وذلك بإحضار أدوات يستخدمها الإنسان قديماً وحديثاً لتحلية المياه وتخليصها من الأملاح والشوائب ، أو صوراً معبرة عن هذه الأدوات.

* علّق على جدران غرفة الصف الآيات القرآنية والحكم الدالة على نعمة الماء وضرورته للحياة.

* اطلب من طلابك أن يعبروا عن أهمية المحافظة على الثروة المائية وكذلك أساليب المحافظة عليها.

* إذا كانت المدرسة قريبة من إحدى محطات التحلية ، اصطحب طلابك ليشاهدوا المراحل التي تمر بها عملية التحلية.

* يمكنك كذلك عرض فلم عن عملية التحلية والمراحل التي تمر بها إذا توفر لك ذلك.

* من الأفضل أن تقرأ الوحدة كاملة قبل الشروع في تدريسها حتى تكون لديك فكرة كاملة وواضحة عن محتوياتها.

* جهِّز الأنشطة التي تود إضافتها للوحدة وكذلك أسئلتك التقويمية ، والاختبارات القصيرة التي سوف تطبقها على طلابك.

مشروع الوحدة إنشاء محطة تحلية

أرادت إحدى الشركات تنفيذ مشروع يتمثل في إنشاء محطة لتحلية المياه .
بالتعاون مع أفراد مجموعتك أجب عن الأسئلة التالية:

١) بين أهمية إنشاء المحطة.

٢) ما المكان المناسب لإنشاء المحطة من وجهة نظرك؟

٣) ما الذي يجب أن تقوم به الشركة قبل تنفيذ المشروع؟

٤) ما تخصصات الموظفين الذين تحتاجهم الشركة للمشروع من وجهة نظرك؟

العينة والمجتمع الإحصائي
Sample and Population

مجتمع الدراسة Population :

نشاط ١ مجتمع الدراسة

المواد: فواتير استهلاك المياه لأسر الطلاب في أحد الأشهر.

الخطوات :

١) بالتعاون مع أفراد مجموعتك ، قم بجمع بيانات حول استهلاك المياه لأسر طلاب صفك (استهلاك المياه في أحد الأشهر)
٢) حدد المصادر التي ستجمع منها البيانات.
٣) اكتب الخطوات التي ستتبعها.
٤) حدد عدد الأسر التي ستجمع منها البيانات.
٥) مثل البيانات برسوم بيانية. بكم طريقة يمكنك عرضها؟
٦) قارن النتيجة التي توصلت إليها مع نتائج زملائك.

تسمى أسر أفراد صفك هنا " مجتمع الدراسة " أو " المجتمع الإحصائي " ويصغر المجتمع الإحصائي أو يكبر حسب الظاهرة التي يتم دراستها.

تدريب ١ :

حدد مجتمع الدراسة فيما يلي:
١) إذا أردت معرفة دخل أسر صفك.
٢) إذا أردت معرفة عدد السكان في سلطنة عمان.
٣) إذا أردت معرفة عدد المعلمين في منطقتك.

تعريف : مجتمع الدراسة: عبارة عن جميع مفردات الظاهرة موضوع الدراسة.

الوحدة السادسة : الإحصاء والاحتمالات ١٦٥

الهدف (١) :

*** التمييز بين المصطلحين " عينة " و " مجتمع إحصائي " وإدراك العلاقة بينهما.**

* قبل تدريس النشاط من الأفضل تذكير الطلاب بأساليب جمع البيانات مثل : المقابلة، الإستبانة ، الوثائق . . .

* إطلب من طلابك إحضار فواتير المياه لأحد الأشهر من منازلهم قبل تنفيذ النشاط .

* حتى يستوعب الطلاب مفهوم " المجتمع الإحصائي" يفضل التدرج في عرض المفهوم بداية من مجتمع الفصل إلى مجتمع المدرسة إلى مجتمع المدينة ، ..... وهكذا .

* حاول أن توضح للطالب بأن المجتمع الإحصائي يمكن أن يكون مجتمع مهن مثل : الأطباء ، الزراعيين ، الحرفيين ، .... أو مجتمع أشياء مثل : السيارات ، المنازل.... بحيث لا يحصر الطالب مفهوم المجتمع في مجال واحد يتعلق بالأفراد فقط .

* اعط طلابك فرصة كافية لكتابة تعريف للمجتمع الإحصائي أو مجتمع الدراسة بأنفسهم .

حل تدريب ١ :

١) جميع أسر طلاب الصف .
٢) سكان سلطنة عمان .
٣) جميع معلمي المنطقة .

الهدف (٢) :

*** مناقشة إيجابيات وسلبيات استخدام عينة أو مجتمع إحصائي .**

* احرص على أن يدرك طلابك :
١) أن العينة لابد أن تكون جزءاً من مجتمع الدراسة.
٢) أنه يتم اللجوء إلى أخذ العينة عندما يتعذر أو يصعب تنفيذ الدراسة على المجتمع بأكمله .
٣) أن تمثيل العينة لمجتمع الدراسة نسبي وأنه كلما كان حجم العينة أكبر كان تمثيلها لمجتمع الدراسة أصدق.

حل تدريب ٢ :

١) يدرس كاملاً
٢) يكتفي بأخذ عينة
٣) يكتفي بأخذ عينة
٤) يدرس كاملاً
٥) يكتفي بأخذ عينة
٦) يكتفي بأخذ عينة

العينة : Sample

عندما تذهب إلى المستشفى ويطلب منك فحص لدمك، يقوم أخصائي المختبر بأخذ عينة من دمك لإجراء الفحص عليها.
* لماذا لا يأخذ دمك كله ؟
* إذا أخبرك الطبيب بأن العينة التي فحصها دلت على أن دمك ليس به نقص في مكوناته. فهل يعني أن جميع دمك ليس به نقص في مكوناته ؟

تسمى عينة دمك " بالعينة الممثلة " أي أن ما يصدق عليها يصدق على دمك كله، وتستخدم العينة عندما يتعذر أو يصعب دراسة الظاهرة للمجتمع بأكمله ، أو عندما تكون دراسة المجتمع بأكمله مكلفة من حيث الوقت والجهد والإمكانات، ويكتفى بأخذ عينة ممثلة للمجتمع المراد دراسة الظاهرة له ثم يتم تعميم النتائج بعد ذلك على المجتمع بأكمله.

تعريف : العينة : هي جزء من مجتمع الدراسة يمثله تمثيلا مناسبا.

تدريب ٢ :

حدد المجتمع الذي يفضل دراسته كاملاً والمجتمع الذي يكتفي بأخذ عينة تمثله عند دراسة الظواهر الآتية :
١) تعداد عام لسكان بلد ما .
٢) وجود البكتيريا في الماء .
٣) قياس نسبة الأملاح في الماء .
٤) قياس تحصيل طلاب الصف الثامن في مدرسة ما في مادة الرياضيات .
٥) حساب متوسط الاستهلاك للكهرباء في ولايتك .
٦) قياس نسبة الكلسترول في دمك .

إثراء :

أرادت إحدى شركات بيع السيارات اختبار عينة لمعرفة أي أنواع السيارات يتم شراؤها بصورة أكثر . فأي العينات الآتية أكثر تمثيلاً ؟ ولماذا ؟
١) عينة عشوائية تتكون من ١٠٠ شخص .
٢) عينة عشوائية تتكون من ١٠٠ شخص يملكون سيارات كبيرة .
٣) عينة عشوائية تتكون من ١٠٠ شخص يملكون سيارات.

الحل :

العينة الأكثر تمثيلاً هي العينة رقم (٣) لأنه :
في العينة رقم (١) قد يكون هناك أشخاص لا يملكون سيارات .
وفي العينة رقم (٢) تنحصر في الأشخاص الذين يملكون سيارات من نوع محدد (كبيرة) .
أما العينة رقم (٣) لأشخاص لديهم سيارات مختلفة الأنواع والأحجام.

مثال ١ :

أراد قسم التخطيط بالشركة حساب متوسط عدد الأسر المستفيدة من المشروع حسب دخلها ، فاختار عينة حجمها ٥٠٠ أسرة من بين ١٥٠٠ أسرة فقيرة و ٢٥٠٠ أسرة متوسطة الدخل و ١٠٠٠ أسرة عالية الدخل.

أ) ما المجتمع الإحصائي للدراسة ؟

ب) ما نسبة العينة التي أخذها قسم الإحصاء من المجتمع الإحصائي ؟

جـ) إذا أخذت نفس النسبة من كل فئة لتمثل المجتمع. فما حجم عينة كل فئة ؟

الحل:

أ) المجتمع الإحصائي هو مجموع الأسر المستفيدة من المشروع.

ب) حجم المجتمع الإحصائي = ١٥٠٠ + ٢٥٠٠ + ١٠٠٠

= ٥٠٠٠ أسرة

نسبة العينة = $\frac{٥٠٠}{٥٠٠٠} \times ١٠٠٪$ = ١٠ ٪

جـ) حجم عينة الفئة الفقيرة ١٥٠٠ × ١٠ ٪ = ١٥٠ أسرة .

حجم عينة الفئة متوسطة الدخل = ٢٥٠٠ أسرة . لماذا ؟

حجم عينة الفئة عالية الدخل ١٠٠ أسرة .

تدريب ٣ :

مكتبة يرتادها ٢٠٠٠ طالب و ٣٠٠ موظف و ١٥٠ أستاذ جامعي، أرادت إدارة المكتبة الحصول على مؤشر حول الوقت المناسب لفتح المكتبة، فأخذت عينة نسبتها ١٥٪ من مجتمع الدراسة، أوجد:

أ) حجم العينة .

ب) حجم العينة من كل فئة إذا أخذت بنفس النسبة.

حل تدريب ٣ :

١) حجم المجتمع = ٢٠٠٠ + ٣٠٠ + ١٥٠

= ٢٤٥٠

حجم العينة = ٢٤٥٠ × $\frac{١٥}{١٠٠}$ = ٣٦٨

٢) حجم عينة الطلاب = ٣٠٠ طالب

حجم عينة الموظفين = ٤٥ موظف

حجم عينة الأساتذة = ٢٣ أستاذ

تعزيز :

إذا أردت دراسة النشاط الثقافي وأثره بمدرستك .

١) ما المجتمع الإحصائي الذي تطلب منه المعلومات ؟

٢) كيف ستختار العينة ؟

الحل :

١) المجتمع الإحصائي هو مجموع معلمي المدرسة وإداريها وطلابها .

٢) يتم اختيار العينة بصورة عشوائية من بين الطلاب والمعلمين والإداريين.

إعادة تعلم :

اذكر سبباً يجعل العينات الآتية غير ممثلة:

١) مسح يشمل طلاب صفك لتحديد متوسط أعمار طلاب مدرستك.

٢) مسح يشمل كبار السن في الحي الذي تسكن فيه لتحديد نوع الرياضة التي يفضل الشباب ممارستها .

الهدف (٣) :

*** إدراك أن البيانات التي يتم جمعها تتأثر بواسطة:**
- طبيعة العينة
- طريقة الجمع
- حجم العينة
- الإنحياز

* قبل تنفيذ النشاط وضح للطلاب المفاهيم الواردة في الهدف وخاصة مفهوم الانحياز . ويفضل استخدام الأمثلة لتقريب هذه المفاهيم.
مثل أن يختار طالب مجموعة من طلاب صفه كعينة ممثلة لطلاب مدرسته.

* وضح للطلاب أن كل عينة معرضة لأن تتأثر بالعوامل السابقة ، ولكن على القائم بجمع البيانات واختيار العينة أن يقلل من تأثيرها على العينة قدر الإمكان.

نشاط ٢ العوامل المؤثرة على البيانات

الادوات: كشف بدرجات طلاب صفك.

الخطوات:

١) قم بجمع درجات طلاب صفك في مادة الرياضيات لأحد الاختبارات عن طريق إجراء مقابلة معهم حسب تذكرهم لها.

٢) احصل على درجات طلاب صفك لنفس الاختبار من سجل معلمك. هل هناك فرق بين الدرجات التي حصلت عليها عن طريق المقابلة والدرجات التي حصلت عليها من السجل؟

٣) احسب المتوسط الحسابي لدرجات طلاب صفك. ثم اختر عينة من خمسة طلاب متفوقين واحسب المتوسط الحسابي لدرجاتهم، هل اختلف عن السابق ؟ فسر السبب.

٤) اعط كل طالب من طلاب صفك رقما وأختر عشوائيا :-

أ) خمسة أرقام، واحسب المتوسط الحسابي لدرجاتهم .

ب) عشرة أرقام، واحسب المتوسط الحسابي لدرجاتهم .

هل تعتقد أن الاختلاف بين المتوسطين عائد إلى حجم العينة. وهل هناك أسباب أخرى؟ اذكرها.

٥) اختر مجموعتك لتكون ممثلة لطلاب صفك. واحسب المتوسط الحسابي لدرجاتها. هل هذا الاختيار مناسب؟ولماذا؟

بمناقشة أفراد مجموعتك اجب عن الأسئلة الآتية:

أ) ما طرق جمع البيانات؟ وهل تتأثر البيانات بطريقة جمعها ؟

ب) عند اختيار عينة من الأطفال أو اختيار عينة من كبار السن لتحديد الألعاب التي يرغبون في ممارستها، هل هناك فرق بين طبيعة كل عينة من حيث السن؟

جـ) وعند اختيار عينة من الطلاب وعينة من الطالبات لتحديد الهوايات التي يمارسها الشباب، ما الفرق بين طبيعة كل عينة من حيث الجنس؟

د) ماذا تتوقع: هل البيانات التي يتم جمعها تكون أكثر دقة عندما تكون العينة أكبر أم أقل؟

إثـراء :

إذا طلب منك إجراء مسح لآراء سائقي السيارات في السلطنة حول تحديد السرعة في الطرق السريعة من قبل الجهات المختصة.
١) ما المجتمع الإحصائي الذي ستختاره؟
٢) قم بتقسيم المجتمع إلى فئات .
٣) حدِّد حجم مناسب للعينة من وجهة نظرك.
٤) ما الطريقة التي سوف تتبعها في جمع البيانات.

الحل :

١) جميع سائقي السيارات في سلطنة عمان (الذين يملكون رخصة سياقة)
٢) فئة سائقي الشاحنات ، فئة سائقي السيارات الصغيرة
٣) بإمكان الطالب أن يحدّد نسبة معقولة كأن يختار ١٪ أو ٢٪ من حجم المجتمع
٤) يمكن اتباع طريقة الإستبانة أو المقابلة .

تدريب ٤ :

١) إذا تم اختيار عينة من الأطباء أو المرضى لدراسة كفاية الخدمات التي تقدمها المؤسسات الصحية. صف كيف تكون استجابة عينة الأطباء ؟ وكيف تكون استجابة عينة المرضى ؟

٢) اختر فقرة من كتاب وحدد حروف العلة التي احتوت عليها. واطلب من زميلك تحديد فقرة من كتاب آخر، وقارن النتائج التي توصل إليها كل منكما.
ما العوامل التي تؤثر في وجود اختلاف بين النتائج التي توصلت إليها والتي توصل إليها زميلك؟

نتيجة :

البيانات التي يتم جمعها تتأثر بـ :
طبيعة العينة ـ التحيز ـ حجم العينة ـ طريقة جمع البيانات .

مثال ٢ :

أرادت الشركة المنفذة لمشروع محطة التحلية اختيار عينة عشوائية لحساب متوسط الاستهلاك اليومي للأسرة الواحدة من المياه ، للاستفادة من النتائج في تقدير الإنتاج اليومي للمحطة . فما الطرق الممكنة لاختيار عينة حجمها ١٠ ٪ من مجموع ٥٠٠٠ أسرة يخدمها المشروع ؟

الحل:

أولاً: تقوم الشركة بحصر الأسر المستفيدة من المشروع (المجتمع الإحصائي)
وإعطاء كل أسرة رقماً : ١ ، ٢ ، ٣ ، .... ، ..... ، ٥٠٠٠

ثانياً : تحديد حجم العينة : ٥٠٠٠ × ١٠ ٪ = ٥٠٠ أسرة .

ثالثاً : تحديد الطريقة التي يتم بها اختيار العينة . حيث أن هناك طرق مختلفة منها :
١) اختيار ٥٠٠ رقم عشوائياً من بين ٥٠٠٠ رقم.
٢) اختيار رقم من بين العشرة أرقام الأولى . ثم تأخذ بقية الأرقام بمتتالية حسابية . فمثلاً لو تم اختيار الرقم ٣ عشوائياً تكون الأسر التي أرقامها ٣ ، ١٣ ، ٢٣ ، ..... هي الأسر التي تدخل ضمن العينة.
٣) تقسيم الأسر إلى مجموعات بحيث يتم اختيار عدد من المجموعات عشوائياً ، فإذا كانت كل مجموعة مثلاً تضم ١٠٠ أسرة يتم اختيار خمس مجموعات عشوائياً.
٤) تقسيم الأسر إلى مجموعات واختيار عدد محدد من الأسر من كل مجموعة ، فإذا تم تقسيم الأسر إلى ١٠٠ مجموعة مثلاً، يتم اختيار خمس أسر من كل مجموعة.

حل تدريب ٤ :

١) تكون عينه الأطباء متحيزة عندما تبدي ثناء على الخدمات الصحية وكفايتها كماً ونوعاً أو عندما تبدي أعذاراً لعدم كفاية الخدمات الصحية.
وتكون عينه المرضى متحيزة عندما تبدي تذمراً من الخدمات الصحية لعدم جودتها ولعدم كفايتها كماً ونوعاً.

* حاول قبل أن يجيب الطلاب على التدريب أن تثير نقاشاً حول هذه المسأله مثل:
– كيف يمكن الحكم بشكل صحيح على كفاية الخدمات الصحية؟
– هل هناك مؤشرات تفيد في مثل هذه الحالة؟
– هل السجلات الطبية وسجلات صرف الأدوية يمكن أن تفيد في ذلك
– هل المقارنة بين ما تم صرفه من أدوية وبين عدد المرضى المصروف لهم الدواء يفيد في ذلك؟
– شجع الطلاب على البحث عن بدائل لإجراء دراسة من هذا النوع تكون نتائجها أقرب إلى الواقع.

٢)الأشياء التي تؤثر في وجود اختلاف بين النتائج التي يتم التوصل إليها بين الطالب وزميله هي:
اختلاف الفقرات وبالتالي اختلاف عدد حروف العلة بين الفقرتين.

تعزيز :

حدّد العينات التي حجمها يؤثر على البيانات فيما يلي:
١) عينة من مصابيح الإضاءة
٢) عينة من محلول.
٣) عينة من التربة
٤) عينة من سائقي سيارات الأجرة
٥) عينة من المرضى في أحد المستشفيات

الحل :

العينات التي حجمها يؤثر على البيانات هي التي ارقامها :
١،٤،٥

إعادة تعلم :

حدّد العينات التي تتأثر بالإنحياز فيما يلي:
١) مسح يشمل أصدقائك المقربين لتحديد اللباس المرغوب لدى طلاب مدرستك.
٢) مسح يشمل خمسون مرتاداً لمكتبة لتحديد المواد التي يود مرتادوا المكتبة إضافتها إلى المكتبة.

حل تدريب ٥ :

١) عدد الأسر الممثلة = ٥٠٠٠ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$

= ١٠٠٠ أسرة

٢) رقمين من كل مجموعة إذا كانت كل مجموعة تضم عشر أسر.

٣) إذا تم اختيار الأرقام ٧،٣ مثلاً تكون المتتالية هي:

٧،٣، ١٣، ١٧، ٢٣، ٢٧، ..... ، ٤٩٣، ٤٩٧

حل تمارين ومسائل ١ :

١) أ) التحيز لطلاب الصف.

ب) التحيز للطلاب الذكور دون الإناث.

جـ) التحيز لطلاب مدرسة واحدة.

د) التحيز لطلاب المجموعة.

٢) حجم المجتمع الإحصائي

= ٢٠٠٠ + ٢٥٠٠

= ٤٥٠٠

أ) حجم العينة = ٤٥٠٠ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$ = ٩٠٠

ب) حجم العينة من فئة الذكور

= ٢٠٠٠ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$

= ٤٠٠ طفل

حجم العينة من فئة الإناث

= ٢٥٠٠ × $\frac{٢٠}{١٠٠}$

= ٥٠٠ طفلة

٣) أ) * أن يكون حجمها مناسب.

* أن تكون مأخوذة من نفس مجتمع الدراسة (أي يجب أن تكون العينة من رجال الأعمال الذين يملكون سيارات).

ب) حجم المجتمع الإحصائي = ١٠٠٠

نسبة العينة = $\frac{٢٠٠}{١٠٠٠}$ = ٢٠٪

حجم العينة من كل فئة كالآتي : ١٠٠، ٦٠، ٤٠

تدريب ٥ :

من المثال السابق:

إذا أرادت الشركة اختيار عينة ممثلة حجمها ٢٠ ٪ فاوجد :

١) عدد الأسر الممثلة .

٢) إذا اتبعت طريقة اختيار رقم عشوائي من بين كل مجموعة أرقام متتالية ثم تأخذ بقية الأرقام بمتتالية حسابية . فكم يكون عدد الأرقام في كل مجموعة ؟

٣) اختر رقماً عشوائياً من بين مجموعة الأرقام المتتالية واكتب بقية الأرقام في المتتالية الحسابية .

تمارين ومسائل (١)

١) اذكر السبب الذي يجعل العينات التالية غير ممثلة :

أ) مسح يشمل طلاب صفك لتحديد الهوايات التي يمارسها طلاب مدرستك .

ب) مسح يشمل طلابا ذكورا لتحديد الميول المهنية لخريجي الشهادة العامة .

جـ) مسح يشمل طلاب مدرستك لتحديد أنواع الوجبات المدرسية التي يرغب في تناولها طلاب المدارس .

د) إجراء مقابلة مع طلاب مجموعتك في الصف لتحديد أفضل طرق المذاكرة التي يفضلها طلاب مدرستك .

٢) قامت إحدى شركات إنتاج الدراجات الهوائية اختيار عينة ممثلة لتحديد الدراجات التي يرغب الأطفال في قيادتها ، فاختارت عينة حجمها ٢٠ ٪ من مجتمع إحصائي به ٢٠٠٠ طفل ذكر و ٢٥٠٠ طفلة أنثى، أوجد:

أ) حجم العينة .

ب) حجم العينة من فئة الذكور وحجمها من فئة الإناث إذا أخذت العينة بنفس النسبة من كل فئة.

٣) أرادت إحدى شركات إنتاج السيارات اختيار عينة لتحديد مميزات السيارة التي يفضلها رجال الأعمال.

أ) ما الشروط اللازم توافرها في العينة حتى تكون ممثلة .

ب) أخذت عينة حجمها ٢٠٠ شخص لتمثيل مجتمع إحصائي يتكون من ثلاث فئات أحجامها ٥٠٠، ٣٠٠، ٢٠٠ .قدّر حجم العينة من كل فئة حتى تكون العينة ممثلة. وما نسبتها من كل فئة؟

مقاييس النزعة المركزية
Measures of Central Tendency

المتوسط الحسابي **Mean** :

لقد سبق وأن تعرفت في صفوف سابقة على المتوسط الحسابي (المعدل) .

تدريب ١ :

احسب المتوسط الحسابي للقيم الآتية :

١) ١٥ ، ١٧ ، ١٢ ، ١٤ ، ٣١

٢) ٣,٢ ، ٤,٥ ، ١,٧ ، ٢,٦

مثال ١ :

الجدول التالي يبين توقع الشركة المنفذة لمشروع محطة التحلية للاستهلاك اليومي للمياه في إحدى المناطق التي يخدمها المشروع :

اليـــوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
الاستهلاك بالمتر المكعب	٥٠٠	٦٠٠	٥٥٠	٦٠٠	٥٠٠	٨٠٠	١٠٠٠

أ) احسب متوسط الاستهلاك اليومي ؟

ب) أوجد مجموع فروق القيم من المتوسط الحسابي ؟

جـ) حاول أن تجد تفسيراً لتوقع ارتفاع معدل الاستهلاك في بعض الأيام وخاصة يومي الخميس والجمعة .

الهدف ٤ :

*** تحديد مقاييس النزعة المركزية التالية لمجموعة بيانات:**

- المتوسط الحسابي

- الوسيط

- المنوال

* قبل الشروع في تدريس المادة لتحقيق هذا الهدف قم بتهيئة الغرفة الصفية وذلك بعرض بيانات ممثلة بصور مختلفة (ممثلة بأعمدة أو مضلعات أو مدرجات أو قطاعات دائرية أو بالمصورات).

* حاول دائماً أن تستخدم بيانات خام من إنتاج الطلاب أنفسهم كأن يقيسوا أطوالهم أو أوزانهم أو يقوموا بجمع بيانات من مجلات وجرائد ودوريات ويفضل الإبتعاد عن إعطائهم بيانات وجداول ليست لها دلالة أو معنى.

* حاول دائماً أن تربط البيانات الخام ببيئة الطالب القريبة والتي تحوز على اهتمامه.

* شجع الطلاب على إعطاء تفسيرات للبيانات التي أمامهم سواء كانت بيانات مجدولة أو مرسومة .

* من المهم أن يلاحظ الطلاب أن قيمة المتوسط الحسابي قد تكون أحد القيم المعطاه وقد تكون غير ذلك (أي ليست قيمة من القيم المعطاة).

حل تدريب ١ :

١) المتوسط الحسابي $= \frac{١٥+١٧+١٢+١٤+٣١}{٥}$

$= ١٧,٨$

٢) المتوسط الحسابي $= \frac{٣,٢+٤,٥+١,٧+٢,٦}{٤}$

$= ٣$

* عندما تطلب من طلابك حساب مقاييس النزعة المركزية نوع في طريقة عرض البيانات التي تعطيها لهم فمرة اعطهم البيانات مجدولة ومرة ممثلة بالأعمدة والقطاعات الدائرية ومرة بالمصورات .

* بعد حل المثال رقم (١) إطلب من طلابك اختيار قيمة أخرى غير القيمة التي حصلوا عليها (قيمة المتوسط الحسابي) ثم اطلب منهم إيجاد فروق القيم عن المتوسط الحسابي واتركهم يستنتجون التعريف بعد اختيار عدد من القيم وحساب فروق القيم عنها.

* احرص على تنفيذ أنشطة باستخدام أحجار النرد أو البطاقات في بداية الحصة لتكوين قيم يقوم الطلاب بحساب متوسطها الحسابي وذلك لإتقان المهارة الرياضية أو بإعطائهم أشكال نمطية يحسبون مساحة أسطحها أو مناشير يحسبون حجمها ثم يوجدون المتوسط الحسابي للقيم التي يحصلون عليها.

* ذكر الطلاب بأهمية المتوسط الحسابي في الحياة اليومية ، واطلب منهم ذكر أمثلة على ذلك رابطاً الموضوع بما تم دراسته.

* ناقش الطلاب في قضايا مثل : ما المقصود بالقول إن متوسط المصروف اليومي لأسرة ما هو عشرة ريالات ؟ هل هذا يعني أن الأسرة تصرف يومياً عشرة ريالات؟

حل تدريب ٥ :

١) $\overline{س} = ١٣٠$

٢) مجموع فروق القيم عن متوسطها الحسابي = صفر

إثـراء :

أكمل الجدول التالي :

س	٢٥	٣٠	٣٥	٤٠	٤٥	٥٠	المجموع
$س - \overline{س}$							صفر

الحل :

$-١٢,٥$ ، $-٧,٥$ ، $-٢,٥$ ، $٢,٥$ ، $٧,٥$ ، $١٢,٥$

الحل:

١) المتوسط الحسابي $= \frac{١٠٠٠ + ٨٠٠ + ٦٠٠ + ٥٥٠ + ٦٠٠ + ٥٠٠}{٧}$

$= \frac{٤٥٥٠}{٧}$

$= ٦٥٠$ م^{٣}

٢) نرمز للقيم (الاستهلاك) بالرمز س ، للمتوسط الحسابي بالرمز $\overline{س}$ ونوجد فروق القيم عن متوسطها الحسابي كما يلي :

س	٥٠٠	٦٠٠	٥٥٠	٦٠٠	٥٠٠	٨٠٠	١٠٠٠	المجموع
$س - \overline{س}$	-١٥٠	-٥٠	-١٠٠	-٥٠	-١٥٠	١٥٠	٣٥٠	صفر

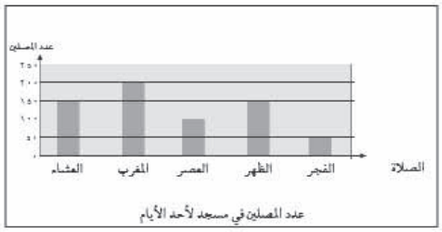
٣) تترك إجابته للطالب .

تدريب ٥ :

من الشكل البياني المقابل أوجد :

أ) المتوسط الحسابي $\overline{س}$

ب) مجموع فروق القيم عن متوسطها الحسابي ($س - \overline{س}$)



عدد المصلين في مسجد لأحد الأيام

تعريف :

المتوسط الحسابي $= \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$ ، وهو القيمة التي يكون مجموع فروق القيم عنها يساوي صفراً.

مثال ٢ :

إذا كان متوسط الاستهلاك اليومي للمؤسسات المستفيدة من المشروع بالمتر المكعب يساوي ٤٥ م^{٣} من يوم السبت وحتى يوم الخميس . فاوجد استهلاك المؤسسات ليوم الخميس إذا كان الاستهلاك من يوم السبت إلى يوم الأربعاء كما يلي :

اليوم	السبت	الأحد	الاثنين	الثلاثاء	الأربعاء
الاستهلاك	٥٠	٣٥	٣٢	٤٠	٤٣

الحل:

نفرض أن استهلاك يوم الخميس س

$$\therefore \text{المتوسط الحسابي} = \frac{٥٠ + ٣٥ + ٣٢ + ٤٠ + ٤٣ + س}{٦}$$

$$٤٥ = \frac{٢٠٠ + س}{٦}$$

$$٢٠٠ + س = ٢٧٠$$

$$س = ٢٧٠ - ٢٠٠ = ٧٠ \text{ م}^{٣}$$

تدريب ٣ :

أوجد قيمة س في كل مما يلي :

أ) المتوسط = ١٥ ، القيم هي : ١٣ ، ١٦ ، ١٩ ، س ، ٢س

ب) المتوسط ٢,٢ ، القيم هي : ٢ ، ٣ ، ١,٥ ، ٢,٦ ، ١,٣ ، ٤س

حل تدريب ٣ :

١) س = ٩

٢) س = ٠,٧

تعزيز :

أوجد عدد القيم إذا كان :

١) مجموعها = ٨٥ ، $\bar{س}$ = ٥

٢) مجموعها = ١٢٠ ، $\bar{س}$ = ٢٤

٣) مجموعها = ١٥,٥ ، $\bar{س}$ = ٠,٧٧٥

الحل :

١) ن = ١٧

٢) ن = ٥

٣) ن = ٢٠

ل

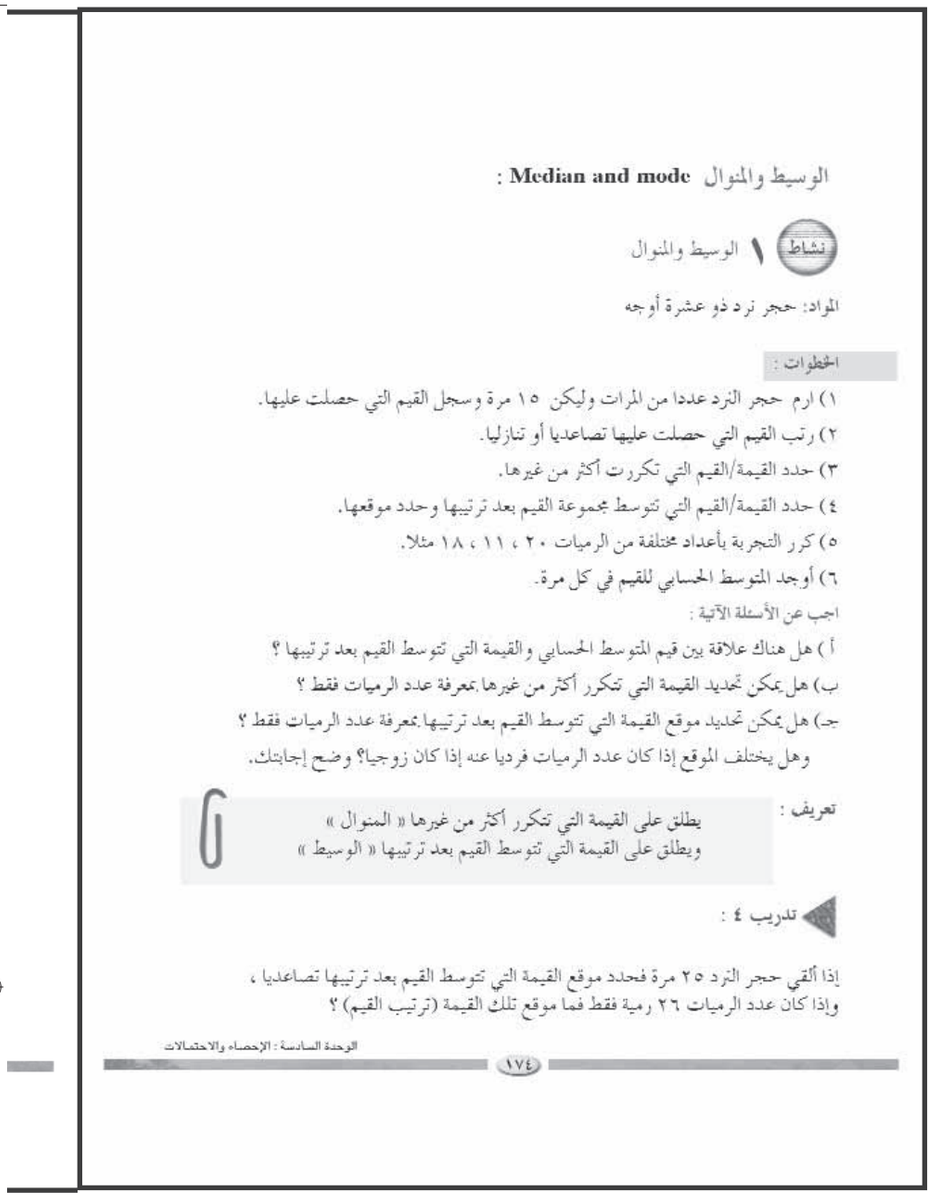
إعادة تعلم :

احسب المتوسط الحسابي للقيم:

١) ٥، ٢ ، ٨ ، ٦ ، ٢ ، ٣ ، ١

٢) ٨٥ ، ١٠٠ ، ٦٠ ، ٨٢ ، ٨٠ ، ٦٠

٣) $١\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٣}$ ، ٤ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٤}{٣}$



الوسيط والمنوال Median and mode :

نشاط ١ الوسيط والمنوال

المواد: حجر نرد ذو عشرة أوجه

الخطوات :

١) ارم حجر النرد عددا من المرات وليكن ١٥ مرة وسجل القيم التي حصلت عليها.
٢) رتب القيم التي حصلت عليها تصاعديا أو تنازليا.
٣) حدد القيمة/القيم التي تكررت أكثر من غيرها.
٤) حدد القيمة/القيم التي تتوسط مجموعة القيم بعد ترتيبها وحدد موقعها.
٥) كرر التجربة بأعداد مختلفة من الرميات ٢٠ ، ١١ ، ١٨ مثلا.
٦) أوجد المتوسط الحسابي للقيم في كل مرة.

اجب عن الأسئلة الآتية :

أ) هل هناك علاقة بين قيم المتوسط الحسابي والقيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها ؟
ب) هل يمكن تحديد القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها بمعرفة عدد الرميات فقط ؟
جـ) هل يمكن تحديد موقع القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها بمعرفة عدد الرميات فقط ؟
وهل يختلف الموقع إذا كان عدد الرميات فرديا عنه إذا كان زوجيا؟ وضح إجابتك.

تعريف :

يطلق على القيمة التي تتكرر أكثر من غيرها « المنوال »
ويطلق على القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها « الوسيط »

تدريب ٤ :

إذا ألقي حجر النرد ٢٥ مرة فحدد موقع القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها تصاعديا ، وإذا كان عدد الرميات ٢٦ رمية فقط فما موقع تلك القيمة (ترتيب القيم) ؟

الوحدة السادسة : الإحصاء والاحتمالات

١٧٤

* من المناسب توضيح أن قيمة الوسيط هي القيمة التي يكون عدد المفردات الأصغر منها يساوي عدد المفردات الأكبر منها بعد ترتيب القيم تصاعدياً أو تنازلياً ، وذلك بخلاف المتوسط الحسابي الذي لا يشترط فيه ذلك.

* من المناسب كذلك تكليف الطلاب بالبحث عن المدلول اللغوي لكلمة " المنوال " قبل الشروع في تنفيذ النشاط من إحدى المعاجم اللغوية.

* يمكنك تنفيذ النشاط بصورة أخرى عن طريق قياس الطلاب لأطوالهم أو أوزانهم ثم ترتيب القيم التي حصلتم عليها تصاعدياً أو تنازلياً بحيث يتم تحديد القيمة التي تقع في وسط الترتيب .

حل تدريب ٤ :

* إذا ألقي حجر النرد ٢٥ مرة فتوجد قيمة واحدة تتوسط القيم وترتيبها يساوي $\frac{٢٦}{٢}$ =١٣

* إذا القي حجر النرد ٢٦ مرة توجد قيمتان وترتيبهما هو ١٣ ، ١٤

إثـراء :

أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال للقيم الآتية. وسجل ملاحظتك.

١) ٧ ، ٨ ، ٩ ، ٨

٢) ٨ ، ٥ ، ٧، ٩، ١١ ، ٨

٣) ٦، ٨ ، ٨ ، ١٠ ، ٦ ، ١٠، ٨

الحل :

جميع المفردات :

متوسطها = ٨

وسيطها = ٨

ومنوالها = ٨

تلاحظ أن مقاييس النزعة المركزية غير كافية لدراسة مجموعة من القيم .

مثال ٣ :

حدد الوسيط والمنوال للقيم التالية :

١٦ ، ١٠ ، ٢٥ ، ١٠ ، ١٧ ، ٥ ، ١٤

الحل:

∵ ترتيب القيم تصاعديا هو: ٥ ، ١٠ ، ١٠ ، ١٤ ، ١٦ ، ١٧ ، ٢٥

∴ المنوال = ١٠ لأنها تكررت أكثر من غيرها .

∵ ترتيب الوسيط ٤

∴ الوسيط = ١٤

نتيجة :

* إذا كان عدد القيم ن فردياً فإنه توجد قيمة واحدة تتوسط القيم بعد ترتيبها ويكون ترتيب الوسيط هو $\frac{ن+١}{٢}$

* إذا كان عدد القيم ن زوجياً فإنه توجد قيمتان تتوسطان القيم بعد ترتيبها ويكون ترتيبهما هو $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}+١$ وقيمة الوسيط تساوي متوسط قيمة الوسيطين.

مثال ٤ :

الجدول التالي يبين رواتب العاملين في المشروع حسب تخصصاتهم بالريال العماني :

المهنة	مهندس كهرباء	مهندس مياه	مهندس ميكنه	فني مختبر	أخصائي إحصاء
الراتب الشهري	٧٥٠	٧٥٠	٦٥٠	٥٠٠	٦٠٠

أوجد :

أ) مقاييس النزعة المركزية (المتوسط والوسيط والمنوال)

ب) إذا احتاجت الشركة إلى توظيف مهندس حاسب آلي براتب ٥٠٠ ريال . فاحسب المتوسط والوسيط والمنوال.

* اترك للطلبة الفرصة للمقارنة بين المقاييس الثلاثة والفائدة من كل واحد منها .

* قدم أمثلة إضافية وناقشها مع طلابك حتى تتأكد من وضوح المفهوم وطريقة الحل التي يتبعها طلابك.

تعزيز :

أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لكل مما يلي:

١) تمثيل بالقطاع الدائري يمثل عدد الأسر بالنسبة للمناطق من كتيب التعداد.

٢) تمثيل بالقطاع الدائري يمثل عدد المنشئات من كتيب التعداد.

إعادة تعلم :

أحسب مقاييس النزعة المركزية للقيم .

١) ١١، ١٢ ، ١٣، ١١ ، ١٤ ، ١٣، ١٢

٢) ٤٥ ، ٣٥ ، ٤٠، ٣٣، ٤٤، ٤٣، ٤٤

* يمكنك إتاحة الفرصة للطلبة لإضافة قيم أخرى وملاحظة قيم كل من المتوسط والوسيط والمنوال.

مثلاً : أضف القيمة المنوالية ٧٥٠ ولاحظ قيم النزعة المركزية.

* أضف قيمة الوسيط الجديدة (٦٢٥) ولاحظ ماذا يحدث ؟

* حاول تشجيع الطلبة على طرح تفسير لإختلاف القيم في كل حالة.

حل تدريب ٥ :

أ) المتوسط = ١٧,٢
الوسيط = ١٧,٥
المنوالان هما : ١٢ ، ١٩

ب) المتوسط = ٢,٣٧
الوسيط ≃ ٢,١٣
المنوال = لا يوجد

الحل:

١) المتوسط الحسابي $= \frac{٦٠٠ + ٥٠٠ + ٦٥٠ + ٧٥٠ + ٧٥٠}{٥}$

٦٥٠ ريال

ترتيب القيم تصاعدياً : ٥٠٠ ، ٦٠٠ ، ٦٥٠ ، ٧٥٠ ، ٧٥٠

الوسيط ٦٥٠ (يوجد وسيط واحد لماذا ؟)

المنوال = ٧٥٠

٢) بعد إضافة القيمة ٥٠٠ يكون

المتوسط الحسابي $= ٥٠٠ + \frac{١٥٠ \times ٥}{٦} = ٥٠٠ + \frac{٧٥٠}{٦}$

٥٠٠ ، ١٢٥ ، ٦٢٥ . لماذا ؟

أوجد المتوسط الحسابي بطريقة أخرى .

ترتيب القيم بعد توظيف مهندس الحاسب الآلي :

٥٠٠ ، ٥٠٠ ، ٦٠٠ ، ٦٥٠ ، ٧٥٠ ، ٧٥٠

توجد قيمتان تتوسطان القيم هما : ٦٠٠ ، ٦٥٠ (لماذا ؟)

ويكون الوسيط $= \frac{٦٠٠ + ٦٥٠}{٢} = ٦٢٥$

ويوجد منوالان هما : ٥٠٠ ، ٧٥٠ لماذا ؟

تدريب ٥ :

اوجد مقاييس النزعة المركزية (المتوسط والوسيط والمنوال) للقيم :

أ) ١٦ ، ١٢ ، ١٩ ، ٢٥ ، ١٩ ، ١٢

ب) ٠,٧ ، ٠,٢٥ ، ١,٧٥ ، ٢,٥ ، ٣ ، ٦

إثراء :

تأمل القيم الآتية:

١) ١٥، ٢٥، ١٥، ٣٥، ١٥، ٤٠، ٣٠، ٢٠، ٢٠، ٢٠، ٢٥، ٣٠، ٢٠، ٢٥

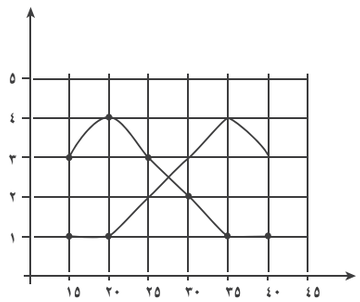
٢) ١٥، ٣٠، ٢٥، ٤٠، ٤٠، ٣٥، ٣٥، ٣٠، ٣٥، ٣٥، ٤٠، ٣٠، ٢٥، ٢٠

ثم : أ) رتب القيم تصاعديا .

ب) ضع القيم في جدول تكراري ومثلها بمنحنى.

جـ) أوجد: المتوسط والوسيط والمنوال ورتبها تصاعديا .

د) ما العلاقة بين شكل المنحنى وترتيب المتوسط والوسيط والمنوال في كل حالة؟



الحل :

في الحالة الأولى : المتوسط = ٢٤,٣ ، الوسيط = ٢٢,٥ ، المنوال = ٢٠ ويكون المتوسط > الوسيط > المنوال.
وفي الحالة الثانية: المتوسط = ٣١ ، الوسيط = ٣٢,٥ ، المنوال =٣٥ ويكون المتوسط < الوسيط < المنوال.
في الحالةالأولى يكون المنحنى ملتوٍ جهة اليمين ، وفي الحالة الثانية ملتوٍ جهة اليسار.

مثال ٥ :

إذا أرادت الشركة توظيف عامل براتب ٢٠٠ ريال بدلاً من فني المختبر . فاحسب :
١) المتوسط والوسيط والمنوال .
٢) إذا تم توظيف خبير بدلاً من مهندس المياه براتب ٢٠٠٠ريال ، فاحسب المتوسط والوسيط والمنوال.
٣) ما تأثير استبدال قيمة متطرفة (تقع في بداية أو نهاية القيم بعد ترتيبها تصاعدياً أو تنازلياً) على كل من المتوسط والوسيط والمنوال .

الحل:

١) ترتيب القيم قبل استبدال القيمة :
٥٠٠ ، ٦٠٠ ، ٦٥٠ ، ٧٥٠ ، ٧٥٠
ترتيب القيم بعد استبدال القيمة :
٢٠٠ ، ٦٠٠ ، ٦٥٠ ، ٧٥٠ ، ٧٥٠

$$\text{المتوسط} = \frac{٢٠٠ + ٦٠٠ + ٦٥٠ + ٧٥٠ + ٧٥٠}{٥} = ٥٩٠$$

الوسيط = ٦٥٠
المنوال = ٧٥٠

٢) ترتيب القيم بعد استبدال القيمة ٧٥٠ :
٥٠٠ ، ٦٠٠ ، ٦٥٠ ، ٧٥٠ ، ٢٠٠٠

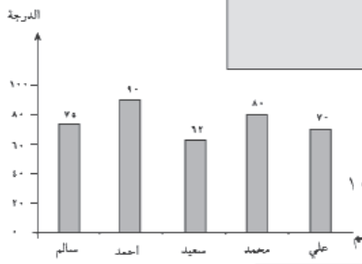
$$\text{المتوسط} = ٦٥٠ + \frac{١٢٥٠}{٥} = ٦٥٠ + ٢٥٠ = ٩٠٠$$

الوسيط = ٦٥٠
المنوال لا يوجد (لماذا) ؟

٣) يترك إجابته للطالب .

تدريب ٦ :

من الشكل المقابل :
١) احسب المتوسط والوسيط والمنوال
٢) إذا تم تعديل الدرجة التي حصل عليها أحمد إلى ١٠٠ فاحسب : المتوسط والوسيط والمنوال.ماذا تلاحظ ؟



نتيجة :

استبدال قيمة متطرفة تقع في بداية أو نهاية القيم بعد ترتيبها يؤثر على المتوسط الحسابي ولا يؤثر على الوسيط بينما قد يتأثر المنوال .

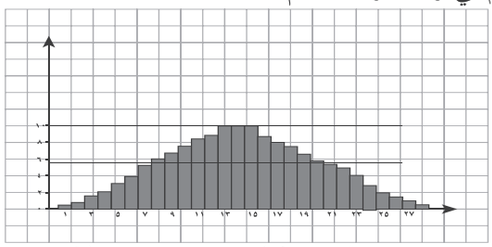
حل تدريب ٦ :

١) المتوسط = ٧٥,٤
الوسيط = ٧٥
المنوال = لا يوجد

٢) يصبح المتوسط = ٧٧,٤
اما الوسيط والمنوال لا يتأثران

تعزيز :

الشكل التالي يمثل المساحة التقريبية للجزء المضيء من سطح القمر المرسوم في ورقة بوحدة سم٢ .



١) احسب مقاييس النزعة المركزية ، ماذا تلاحظ؟
٢) ارسم المنحنى المار برؤوس الأعمدة الممثلة للمساحة المضيئة ، ما شكل المنحنى ؟
هل يوجد التواء موجب أو سالب على المنحنى؟

الحل :

١) المتوسط = الوسيط = المنوال = ٣٢سم.
٢) المنحنى يشبه الجرس ، ولا يوجد به التواء موجب أو سالب ويسمى بالمنحنى الجرسي.

إعادة تعلم :

الجدول التالي يبين استهلاك سيارة أحمد من الوقود بالمتر خلال أيام الأسبوع:

اليوم	السبت	الأحد	الأثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة
الاستهلاك	١٢	١٥	١١	١٤	١٢	١٧	١٠

١) أوجد مقاييس النزعة المركزية .
٢) إذا أراد أحمد القيام برحلة يوم الخميس بسيارته فاستهلك ٥٠ لتراً من الوقود ، احسب مقاييس النزعة المركزية.
٣) إذا أوقف أحمد سيارته ليوم الجمعة ولم يحركها احسب مقاييس النزعة المركزية.
٤) أي المقاييس أكثر تأثيراً عند استبدال قيمة متطرفة.

الهدف ٥ :

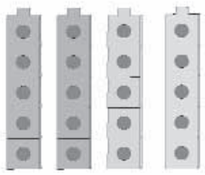
*** تكوين مجموعة أعداد إذا علم المتوسط الحسابي أو الوسيط أو المنوال.**

* يمكنك تنفيذ النشاط التالي ليساعد طلابك على إتقان المهارة بعد تنفيذ النشاط الوارد في الكتاب .

نشاط:

- يعمل الطلاب في مجموعات يتكون كل منها من ستة طلاب.
- يقوم الطالب الأول باختيار عدد يمثل المتوسط الحسابي.
- يقوم أربعة طلاب باختيار أربع قيم.
- يقوم الطالب السادس بحساب القيمة الخامسة بحيث يكون المتوسط الحسابي للقيم الخمس هو الذي فرضه الطالب الأول.
- وهكذا يتبادل الطلاب في المجموعة الأدوار ويكون الفائز هو الذي يحصل على عدد أكبر من الإجابات الصحيحة.

تكوين مجموعة أعداد إذا علم المتوسط أو الوسيط أو المنوال :



نشاط ٢ إيجاد مجموعة من القيم إذا علم المتوسط الحسابي لها

الأدوات : مكعبات قابلة للوصل ، كيس معتم .

الخطوات :

١) شكل أعمدة باستخدام المكعبات كل منها بلون مختلف ولها نفس الطول (أي عدد من الأعمدة).

٢) احسب المتوسط الحسابي لأطول الأعمدة . ماذا تلاحظ ؟

٣) انقص بعض الوحدات من بعض الأعمدة وزدها على أخرى . واكتب القيم التي تعبر عن أطوال الأعمدة.

٤) احسب المتوسط الحسابي لأطوال الأعمدة بعد تغيير أطوالها . ماذا تلاحظ ؟

٥) فك المكعبات التي شكلت بها الأعمدة وضعها داخل كيس معتم .

٦) اخرج مجموعة منها وشكل بها أعمدة (كل منها بطول مختلف) وعددها ينقص عموداً واحداً عن عدد الأعمدة التي شكلتها سابقاً .

٧) اعتبر عدد الوحدات المتبقية داخل الكيس هو طول عمود مجهول وارمز له بالرمز س .

٨) أوجد قيمة س إذا كان المتوسط هو نفسه الذي حصلت عليه سابقاً .

١٠) تأكد من النتيجة التي حصلت عليها بعد الوحدات داخل الكيس .

١١) أعط أفراد مجموعتك قيمة تعبر عن المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم، ثم اطلب منهم كتابة مجموعة من القيم لها نفس المتوسط الحسابي باتباع الخطوات السابقة .

إثراء :

كون مجموعة من ١٣ قيمة يكون متوسطها ٢٤ ووسيطها ١٨ ومنوالها ٢٠

الحل :

- نضع القيمة ١٨ في الوسط.
- نضع القيمة ٢٠ مكرّرة مثلاً ثلاث مرات على يسار القيمة (١٨) بحيث تكون هي القيمة الأكثر تكراراً.
- نضع عن يمين القيمة (١٨) ست قيم.
- ثم نضع عن يسار القيمة (١٨) ثلاث قيم أخرى أحدها مجهول وليكن س فتحصل على القيم التالية :

١٠ ، ١٠ ، ١٦ ، ١٦ ، ١٧ ، ١٧ ، ١٨ ، ٢٠ ، ٢٠ ، ٢٠، ٢٥ ، ٢٥ ، س .

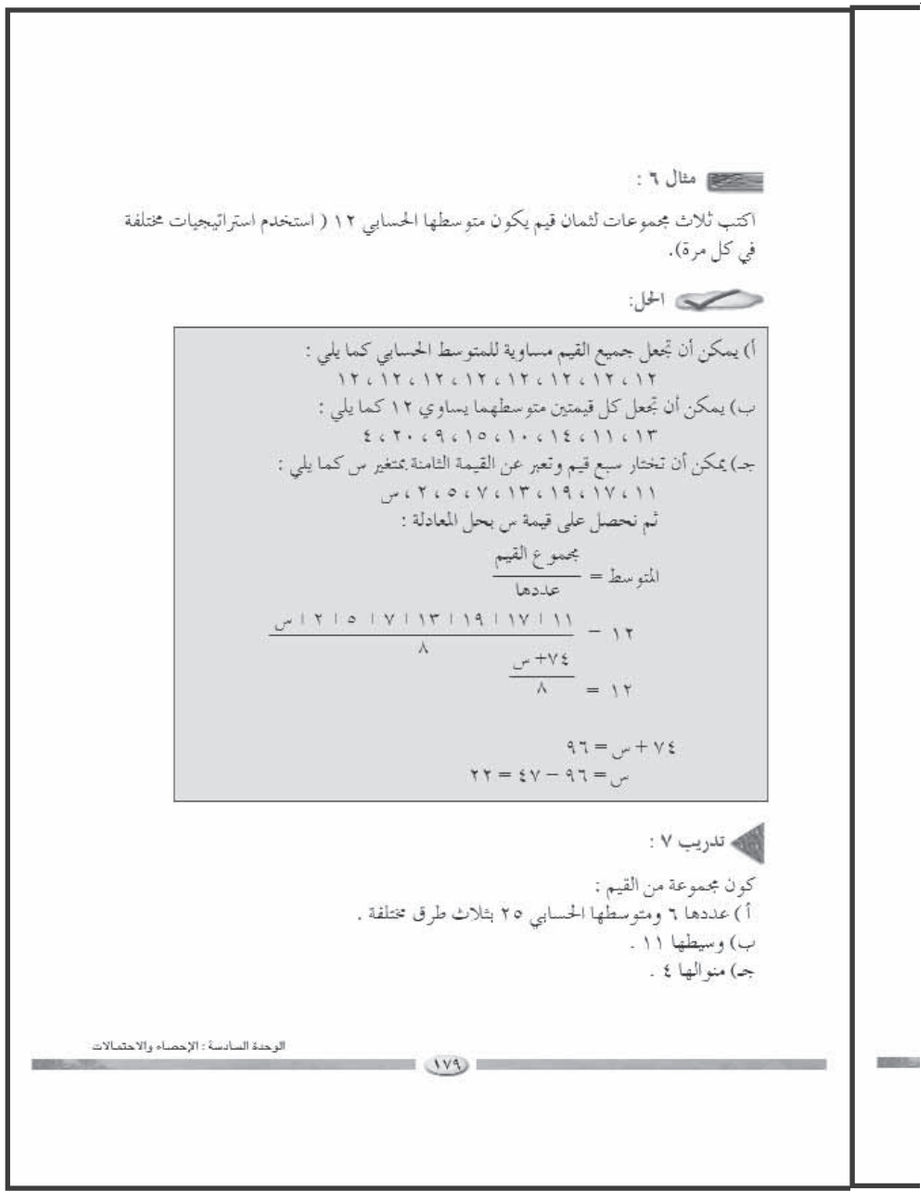
- ثم نوجد قيمة س بالتعويض في المعادلة

$$\text{س} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

$$\frac{٢١٤ + \text{س}}{١٣} = ٢٤$$

$$\text{س} = ٣١٢ - ٢١٤ = ٩٨$$

* تراعى الحلول الأخرى .



مثال ٦ :

اكتب ثلاث مجموعات لثمان قيم يكون متوسطها الحسابي ١٢ (استخدم استراتيجيات مختلفة في كل مرة).

الحل:

أ) يمكن أن تجعل جميع القيم مساوية للمتوسط الحسابي كما يلي :
١٢ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٢ ، ١٢
ب) يمكن أن تجعل كل قيمتين متوسطهما يساوي ١٢ كما يلي :
١٣ ، ١١ ، ١٤ ، ١٠ ، ١٥ ، ٩ ، ٢٠ ، ٤
جـ) يمكن أن تختار سبع قيم وتعبر عن القيمة الثامنة بمتغير س كما يلي :
١١ ، ١٧ ، ١٩ ، ١٣ ، ٧ ، ٥ ، ٢ ، س
ثم نحصل على قيمة س بحل المعادلة :

$$\text{المتوسط} = \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$$

$$\frac{١١ + ١٧ + ١٩ + ١٣ + ٧ + ٥ + ٢ + س}{٨} - ١٢$$

$$\frac{٧٤ + س}{٨} = ١٢$$

$$٧٤ + س = ٩٦$$
$$س = ٩٦ - ٤٧ = ٢٢$$

تدريب ٧ :

كون مجموعة من القيم :
أ) عددها ٦ ومتوسطها الحسابي ٢٥ بثلاث طرق مختلفة .
ب) وسيطها ١١ .
جـ) منوالها ٤ .

تعزيز :

الجدول التالي يوضح الربح اليومي بالريال العماني الذي حصل عليه علي خلال ست أيام من محله لبيع المواد الغذائية:

اليوم	السبت	الأحد	الأثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس
الربح	٧	٩	٨	١٢	١٥	١٧

ويرغب علي أن يكون متوسط ربحه لا يقل عن ١٢ ريال في اليوم.
١) ما الربح الذي يتوجب على علي الحصول عليه يوم الجمعة .
٢) إذا كانت أرباح الأسابيع الثلاثة الأولى هي:
٨٥،٧٩،٧٥ ، فما الربح الذي يجب أن يحصل عليه خلال الأيام المتبقية ليكون متوسط البيع اليومي خلال الشهر القمري (٢٩يوماً) لا يقل عن١٢ ريالاً.

الحل : ١) ١٦ ٢) ١٠٩

إعادة تعلم :

كون مجموعة من القيم
١) متوسطها الحسابي ٢٠ ، عددها ١٠
٢) متوسطها ٨ ، ووسيطها ٦ ، وعددها ١٢
٣) منوالها ١٥ ومتوسطها ١٦ ، وعددها ٩

* عند حل المثال رقم (٦) حاول أن توضح للطلاب أن بإمكانهم تكوين عدد كبير من المجموعات بها قيم جميعها متوسطها الحسابي العدد١٢ .

* أترك الفرصة للطلاب لكي يصلوا بأنفسهم للإستراتيجيات الواردة في حل المثال.

* شجع طلابك على استنتاج استراتيجيات أخرى لتكوين القيم ، كذلك شجعهم على تكوين مجموعات مختلفة ولا تكتفي بالحلول الواردة في الكتاب.

* حاول تنفيذ أنشطة مصحوبة باللعب عن طريق استخدام أحجار النرد أو البطاقات لإتقان مهارة تكوين مجموعات مختلفة من القيم إذا علم المتوسط أو الوسيط أوالمنوال .

مثل: أن يرمي أحد الطلاب حجر النرد ليحصل على قيمة المتوسط الحسابي ويقوم كل طالب في مجموعة بتكوين مجموعة من القيم متوسطها العدد الظاهر عند رمي حجر النرد فتحصل المجموعة على عدد من مجموعات القيم بعدد طلابها.

حل تدريب ٧ :

١) * ٢٥،٢٥،٢٥،٢٥،٢٥،٢٥
* ٢٨،٢٢،٢٧،٢٣،٢٦،٢٤
* ٤٠،٣٠،٢٠،١٠،٥، س
ثم نوجد قيمة س ، فنحصل على س = ٤٥
٢) مثلاً: ١٥،١٢،١١،١٠،٩
٣) مثلاً: ٦،١،٢،٤،٥،٤،٤

* لقد تعلم الطلاب في صفوف سابقة كيفية تكوين جداول تكرارية لكن لا يمنع من تذكيرهم بذلك.

* اعط طلابك الفرصة الكافية لتكوين جداو ل من بيئتهم المحيطة بهم مثل:
- جداول لأوزانهم أو أطوالهم.
- جداول لبعد منازلهم عن المدرسة.
- جداول لعدد أشجار النخيل وأنواعها التي يزرعونها في مزارعهم.
- جداول لمرتادي مكتبة المدرسة خلال أيام الأسبوع.

* إذا أردت إعطاء طلابك جداو ل تكرارية جاهزة استغلالاً للوقت ، فأحرص أن تكون الجداول معبرة وتقيس ظاهرة معينة .

* حاول أن تساعد طلابك في استنتاج القاعدة التالية:

$$\bar{س} = \frac{\text{مجموع س} \times \text{ت}}{\text{مجموع ت}}$$

ولا تستعجل في إعطائهم إياها مباشرة.

حل تدريب ٨:

$\bar{س} \simeq ٧,٥$

إثراء :

أوجد المتوسط الحسابي فيما يلي :

الفئة	−١٠	−٢٠	−٣٠	−٤٠	−٥٠	−٦٠	−٧٠
التكرار	٥	٧	٩	١٠	٨	٦	٥

الحل :

الفئة	التكرار	مركز الفئة س	س × ت
−١٠	٥	١٥	٧٥
−٢٠	٧	٢٥	١٧٥
−٣٠	٩	٣٥	٣١٥
−٤٠	١٠	٤٥	٤٥٠
−٥٠	٨	٥٥	٤٤٠
−٦٠	٦	٦٥	٣٩٠
−٧٠	٥	٧٥	٣٧٥
المجموع	٥٠		٢٢٢٠

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع س} \times \text{ت}}{\text{مجموع ت}}$$

$$= \frac{٢٢٢٠}{٥٠}$$

$$= ٤٤,٤$$

المتوسط والوسيط والمنوال لجدول تكراري .

نشاط ٣ الجدول التكراري **Frequency Table**

المواد : مسطرتان متريتان .

الخطوات :

١) ثبت بالتعاون مع أفراد صفك مسطرتين متريتين بشكل رأسي على جدار الفصل بحيث يبدأ التدريج من أرضية الفصل .
٢) يقوم كل طالب بقياس طوله لأقرب ٥ سم ويضع إشارة أمام القيمة التي تعبر عن طوله في جدول على السبورة كما يلي على سبيل المثال :

الطول أو المقاس	الطول لأقرب ٥ سم س	الإشارات	عدد الطلاب التكرار (ت)	س × ت
١٢٣	١٢٥	////	٤	٤ × ١٢٥
١٢٨	١٣٠	// ////	٧	٧ × ١٣٠
١٣٤	١٣٥	////	٥	٥ × ١٣٥

أ) اوجد مجموع التكرارات (ت). ماذا يمثل مجموع التكرار ؟
ب) أوجد ناتج ضرب الطول (س) في التكرارات (ت) وضع الناتج في عمود رابع في الجدول بجانب عمود التكرار .
جـ) اوجد ناتج جمع (س × ت). ماذا يمثل مجموع (س × ت) ؟
د) اقسم ناتج جمع (س × ت) على مجموع ت . ماذا يمثل ناتج القسمة ؟
هـ) من الجدول ما هي القيمة الأكثر تكراراً (المنوال) ؟

تدريب ٨ :

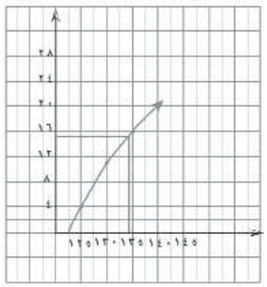
أوجد المتوسط الحسابي للكتل في الجدول التكراري التالي الذي يمثل كتل البطيخ في مزرعة أحمد لأحد المواسم:

الكتلة	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
ت	٢٠	٢٣	٢٥	٣٠	٢٤	٢١

من النشاط السابق : لحساب الوسيط قم بتكوين الجدول التكراري المتجمع الصاعد كما يلي:

الطول لأقرب ٥سم	التكرار ت	التكرار المتجمع الصاعد
١٢٥	٤	٤
١٣٠	٧	١١
١٣٥	٥	١٦

* اوجد ترتيب الوسيط ($\frac{ن}{٢}$) .
* مثل على المحورين في صورة أزواج مرتبة (س ، ص) ،
الطول (س) في المحور الأفقي والتكرار الصاعد (ص) في المحور الرأسي ثم صل بين النقاط بمنحنى .
* حدّد الوسيط عن طريق تحديد قيمة س في المحور الأفقي
والتي تقابل $\frac{ن}{٢}$ في المحور الرأسي .



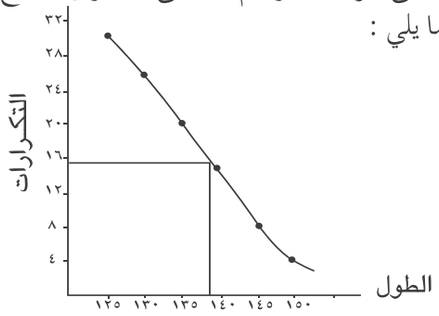
فعندما يكون مجموع طلاب صفك ثلاثين طالباً تكون
$\frac{ن}{٢} - \frac{٣٠}{٢} - ١٥$
وتكون قيمة الوسيط هي القيمة التي تقابل القيمة ١٥ في
المحور الرأسي وهي تقريباً ١٣٤

نتيجة :
* المتوسط الحسابي لجدول تكراري $= \frac{\text{مجموع (س} \times \text{ت)}}{\text{مجموع ت}}$ حيث (س: القيمة ، ت: التكرار)
* ترتيب الوسيط لجدول تكراري $= \frac{ن}{٢}$ سواء كان عدد القيم فردياً أو زوجياً .

* بإمكانك أن تعطي طلابك جداول تكرارية متعدّدة ليحسبوا الوسيط عن طريق رسم منحنى التكرار المتجمع النازل.
ويمكنك أن تجمع بين المنحنيين الصاعد والنازل وتنزل العمود من نقطة تقاطع المنحنيين لتحصل على الوسيط بدقة أكبر.
فلو فرضنا أن الجدول الذي يمثل أطوال طلاب الصف كان على الشكل التالي:

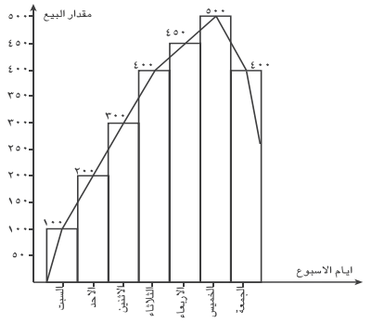
الطول س	التكرارات	التكرار المتجمع النازل
١٢٥	٤	٣٠
١٣٠	٧	٢٦
١٣٥	٥	١٩
١٤٠	٦	١٤
١٤٥	٥	٨
١٥٠	٣	٣

فنحصل على الوسيط برسم منحنى التكرار المجتمع النازل كما يلي :



تعزيز :

الشكل التالي يمثل حركة المبيعات في إحدى الشركات بالريال العماني:



١) احسب مقاييس النزعة المركزية.
٢) رتب قيم المتوسط والوسيط والمنوال ، ماذا تلاحظ ؟

الحل :

١) $\bar{س} = ٣٣٥,٧$ ، الوسيط = ٤٠٠ ، المنوال = ٤٠٠

إعادة تعلم :

إذا كان وزن أحد الأطفال ١٢ كجم في فترة ما ثم بدأ بالزيادة كما في الجدول فما متوسط وزن الطفل بعد نهاية الشهر الخامس من الزيادة .

الشهر	١	٢	٣	٤	٥
الزيادة في الوزن	٠,٥	٠,٦	٠,٧	٠,٦	٠,٥

* وضح للطلاب أن المتوسط الحسابي في المثال (٧) يعني سعة الخزان الواحد عندما تكون سعات الخزانات جميعها متساوية.

* وضح للطلاب أن قيمة الوسيط التي نحصل عليها من الرسم هي قيمة تقريبية ، فقد يحصل هو على قيمة ويحصل زميله على قيمة أخرى قريبة منها وتعد الإجابتان صحيحتين.

* قد يفكر أحد الطلاب بإيجاد الوسيط بدون رسم عن طريق إيجاد القيمة التي تتوسط القيم بعد ترتيبها تصاعدياً حيث أن عدد القيم في المثال (٧) مثلاً ٢٥ قيمة فيكون ترتيب الوسيط هو ١٣ فيفكر الطالب أن القيمة التي ترتيبها ١٣ هي ٧٥ حيث أن القيم التي ترتيبها من ١٣ وحتى ١٨ جميعها قيمة كل منها ٧٥ وإذا فكر أحد طلابك بهذه الطريقة لا تخطئه ولكن أخبره بأن هذه الطريقة صحيحة وإيجاد الوسيط عن طريق الرسم أيضاً طريقة صحيحة.

مثال ٧ :

بناءً على تقدير الإنتاج اليومي للمحطة تم تقدير احتياج المشروع من خزانات المياه ، وبأحجام مختلفة حسب الجدول التالي :

سعة الخزان بـ (م٣)	٢٥ م٣	٥٠ م٣	٧٥ م٣	١٠٠م٣	١٢٥م٣
عدد الخزانات	٣	٨	٧	٤	٣

١) إذا أرادت الشركة أن تجعل جميع الخزانات ذات سعة واحدة فكم تكون سعة الخزان ؟
٢) أوجد الوسيط والمنوال .

الحل:

السعة س	التكرار (ت)	س × ت	التكرار المتجمع الصاعد (ص)
٢٥	٣	٧٥	٣
٥٠	٨	٤٠٠	١١
٧٥	٧	٥٢٥	١٨
١٠٠	٤	٤٠٠	٢٢
١٢٥	٣	٣٧٥	٢٥
المجموع	٢٥	١٧٧٥	

١) من الجدول :

$$\text{المتوسط الحسابي} = \frac{\text{مجموع (س} \times \text{ت)}}{\text{مجموع ت}}$$

$$= \frac{١٧٧٥}{٢٥} = ٧١ \text{ م}^٣$$

∴ سيكون حجم الخزان الواحد يساوي ٧١م٣

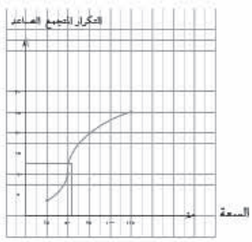
٢) للحصول على الوسيط يتم تمثيل كل من س ، ص.

$$\text{ترتيب الوسيط} = \frac{ن}{٢} = \frac{٢٥}{٢} = ١٢,٥$$

ثم بعد ذلك تحدد القيمة على المحور الأفقي التي تقابل القيمة ١٢,٥ على المحور الرأسي وهي تساوي تقريباً ٥٥ .

∴ الوسيط ٥٥

المنوال من الجدول = ٥٠



إثراء :

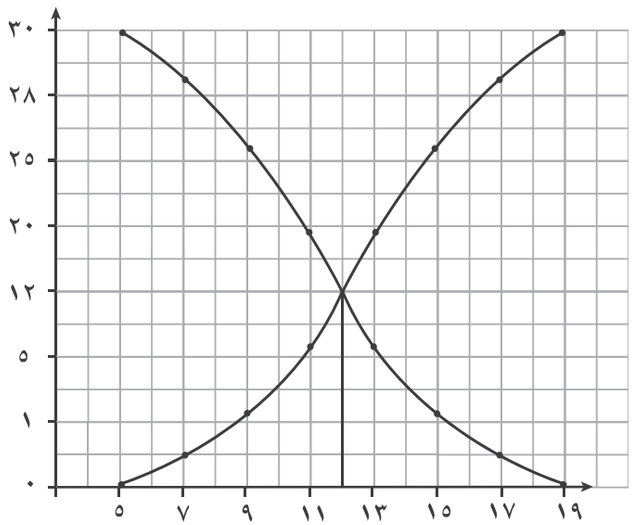
– أوجد الوسيط للجدول التكراري الآتي باستخدام التكرار المتجمع الصاعد والنازل معاً .

الفئة	٥–	٧–	٩–	١١–	١٣–	١٥–	١٧–
التكرار	٢	٣	٥	٨	٧	٤	١

الحل :

الحد الأعلى للفئات	ت.م.ص.
أقل من ٥	صفر
أقل من ٧	٢
أقل من ٩	٥
أقل من ١١	١٠
أقل من ١٣	١٨
أقل من ١٥	٢٥
أقل من ١٧	٢٩
أقل من ١٩	٣٠

الحد الأدنى للفئات	ت.م.ن.
أكثر من ٥	٣٠
أكثر من ٧	٢٨
أكثر من ٩	٢٥
أكثر من ١١	٢٠
أكثر من ١٣	١٢
أكثر من ١٥	٥
أكثر من ١٧	١
أكثر من ١٩	صفر



الوسيط من الرسم = ١٢

* يمكنك أن تطلب من طلابك البحث عن الحد المسموح به لدرجة الملوحة في الماء الصالح للشرب وفوائد التعرف على درجة الملوحة والضرر الذي ينتج عن زيادة الملوحة عن الحد المسموح به .

* يمكن أن تطلب كذلك من طلابك حصر درجات الملوحة (الأملاح الصلبة الذائبة في الماء) بالنسبة لأنواع المياه التي تباع في الأسواق مثل : (تنوف ، الجبل الأخضر ، مسافي ، حتا ، ....) وغيرها .
ثم تكوين جدول تكراري لها وحساب مقاييس النزعة المركزية لدرجات الملوحة كما يمكن أن تطلب منهم حساب مقاييس النزعة المركزية لأسعارها .

* يمكن كذلك أن تطلب من طلابك جلب مياه الشرب التي يستخدمونها في منازلهم وقياس درجة ملوحتها بالتعاون مع فني المختبر بالمدرسة . ثم حساب مقاييس النزعة المركزية لها.

مثال ٨ :

قامت الشركة بحصر آبار الشرب التي كان المستفيدون من المشروع يعتمدون عليها في سد احتياجاتهم من المياه ، وقامت بتحليل مياهها في مختبرات الشركة لتحديد نسبة الأملاح الصلبة الذائبة في الماء مقربة لأقرب ٥٠ جرام لكل م٣ . فكانت كما يلي :

الملوحة بـ(جم /م٣)	٥٠٠	٥٥٠	٦٠٠	٦٥٠	٧٠٠	٧٥٠
عدد الآبار	٢	٣	٥	٦	٢	٢

أوجد : أ) متوسط درجة الملوحة بالجرام لكل م٣ للمياه في المنطقة التي يخدمها المشروع .
ب) الوسيط والمنوال .
جـ) اسأل معلم العلوم عن الحد الأعلى لدرجة الملوحة في الماء حتى يكون صالحاً للشرب .

الحل:

س	ت	س × ت	ت . م . ص
٥٠٠	٢	١٠٠٠	٢
٥٥٠	٣	١٦٥٠	٥
٦٠٠	٥	٣٠٠٠	١٠
٦٥٠	٦	٣٩٠٠	١٦
٧٠٠	٢	١٤٠٠	١٨
٧٥٠	٢	١٥٠٠	٢٠
المجموع	٢٠	١٢٣٥٠	

أ) المتوسط الحسابي = مجموع س × ت / مجموع ت

= ١٢٤٥٠ / ٢٠

= ٦٢٢,٥ جرام/ م٣

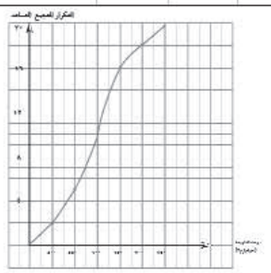
ب) عدد القيم ن ٢٠

∴ ن/٢ ١٠

القيمة التي تقابل التكرار المتجمع الصاعد ١٠ في المحور الصادي هي ٦٠٠ في المحور السيني

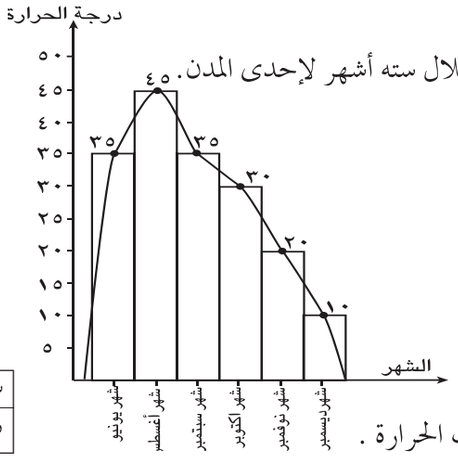
∴ الوسيط = ٦٠٠

المنوال – ٦٥٠ (لماذا ؟)



تعزيز :

الشكل التالي يمثل متوسط درجات الحرارة خلال سته أشهر لإحدى المدن.



١) أوجد المتوسط والوسيط والمنوال لدرجات الحرارة .
٢) رتب قيم المتوسط والوسيط والمنوال.

الحل :

$\bar{س}$ = ٢٩,٢ الوسيط = ٣٢,٥ المنوال = ٣٥

إعادة تعلم :

أوجد الوسيط للجدول التكراري التالي بإستخدام التكرار المتجمع النازل.

س	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠
ت	٣٤	٣٧	٣٩	٤٠	٣٨	٣٢

الهدف ٧ :

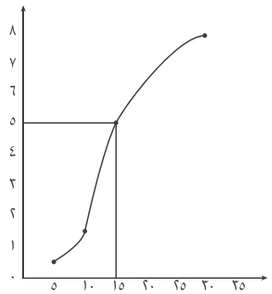
*** تحديد الأثر على كل من المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال عندما :**

- يضاف مقدار ثابت إلى كل قيمة في البيانات أو يطرح منها.

- تضرب كل قيمة في مقدار ثابت غير الصفر أو يقسم عليها.

- استبدال قيمة متطرفة صغرى بقيمة أصغر منها أو قيمة متطرفة كبرى بقيمة أكبر منها.

حل تدريب ٩ :



$\bar{س}$ = ١٨

المنوال = ١٥

الوسيط من الرسم = ١٥

المنوال = ١٥

* البند الأخير من الهدف تمت معالجته في المثال رقم (٥)

يمكنك التأكيد مرة أخرى عليه هنا.

* يمكنك استبدال ميزان قياس الكتلة للحصول على البيانات عن طريق استخدام حجر النرد ، لكن تذكر دائماً أن استخدام بيانات ذات دلالة هو الأفضل مثل قياس مساحات أو أطوال أو حجوم وذلك لتدعيم هذه المهارات لدى الطلاب ولإعادة تعلمها .

تدريب ٩ :

أوجد المتوسط والوسيط والمنوال للقيم في الجدول التكراري التالي :

س	٥	١٠	١٥	٢٠	٢٥	٣٠
ت	١	٣	٦	٥	٣	٢

نشاط ٤ أثر تغير القيم على مقاييس النزعة المركزية .

المواد : ميزان لقياس الكتلة

الخطوات :

١) قم بقياس كتلتك وكتل أفراد مجموعتك لأقرب كيلوغرام .

٢) أوجد المتوسط والوسيط والمنوال للكتل .

٣) أكمل الجدول :

الكتلة (س)	س + ٥	س × ٥

٤) احسب المتوسط الحسابي لقيم العمود (س + ٥) والعمود (س × ٥) . ماذا تلاحظ ؟

٥) كرر مع قيم ثابتة أخرى مثل (س + ٧) ، (س + ٣) ، (س × ٧) ، (س × ٣) . ماذا تلاحظ؟

٦) أوجد الوسيط والمنوال للقيم في كل عمود . ماذا تلاحظ ؟

٧) اختبر ما توصلت إليه عندما تطرح من القيمة س قيمة ثابتة أو تقسيم القيمة س على قيمة ثابتة .
هل تنطبق عليهما نفس النتيجة ؟

٨) قارن نتائجك مع نتائج زملائك .

نتيجة :

عند إضافة أو طرح عدد ثابت إلى كل قيمة من مجموعة القيم وكذلك عند ضرب أو قسمة كل قيمة على عدد ثابت عدا الصفر فإن كلاً من المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لتلك القيم يتأثر بمقدار ذلك العدد الثابت .

تعزيز :

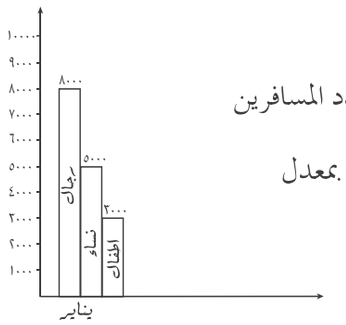
الشكل المقابل يمثل عدد المسافرين في إحدى شركات الطيران خلال شهر يناير.

١) مثل عدد المسافرين خلال شهر فبراير من الرجال والنساء والأطفال وإذا زاد عدد المسافرين بنسبة ١٠٪ عن شهر يناير.

٢) مثل عدد المسافرين خلال شهر مارس من الرجال والنساء والأطفال وإذا نقصوا بمعدل ٥٪ عن شهر يناير.

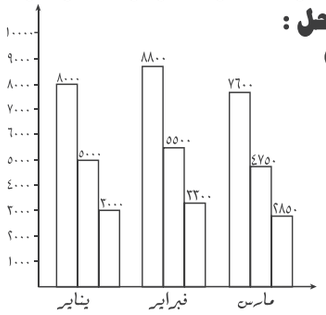
٣) أوجد المتوسط والوسيط والمنوال لعدد المسافرين في الشهر.

٤) أوجد المتوسط والوسيط والمنوال لكل فئة على حده للمسافرين في الشهر.



الحل :

١)



٢) $\bar{س}$ = ١٦٢٦٧ ، الوسيط = ١٦٠٠٠ ، المنوال = لا يوجد

٣) فئة الرجال : $\bar{س}$ = ٨١٣٣ ، الوسيط = ٨٠٠٠

فئة النساء : $\bar{س}$ = ٥٠٨٣ ، الوسيط = ٥٠٠٠

فئة الأطفال : $\bar{س}$ = ٣٠٥٠ ، الوسيط = ٣٠٠٠

تدريب ١٠ :

احسب المتوسط الحسابي للقيم : ٢٧ ، ٥٨ ، ٤٤ ، ٣٨ ، ٤٤ ، ٢٧ عندما :

١) تزيد كل قيمة بمقدار ١٢

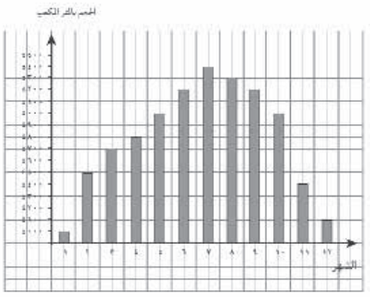
٢) تنقص إحدى القيم بمقدار ٨

٣) تضرب كل قيمة في ٣

٤) تقسم كل قيمة على ٢

مثال ٩ :

الشكل المقابل يوضح الاستهلاك الشهري للمياه بالمتر المكعب للأسر المستفيدة من المشروع خلال أشهر السنة حسب توقع قسم الإحصاء بالشركة .



١) أي أشهر السنة الأكثر استهلاكا للمياه وأيها الأقل ، جد تفسيراً لذلك.

٢) احسب متوسط الاستهلاك الشهري .

٣) أوجد المتوسط في الحالات الآتية :

أ) إذا كان متوسط زيادة الاستهلاك الشهري هو ٥٠٠ م٣

ب) إذا انخفض الاستهلاك الشهري بمقدار ٣٠٠ م٣ شهرياً عن توقع أخصائي الإحصاء .

جـ) إذا وضعت الشركة احتمال هجرة خمس الأسر .

د) إذا توقعت الشركة تضاعف عدد الأسر.

حل تدريب ١٠ :

$\bar{س}$ = ٣٩,٦٧

١) ٥١,٦٧

٢) ٣١,٦٧

٣) ١١٩

٤) ١٩,٨٣

تعزيز :

قدّر المهندس المشرف على بناء منزل احتياجات البناء من الإسمنت والحديد كما يلي :

	المجلس	الصالة	غرف النوم	المطبخ	دورات المياه
مساحة المرفق	٢٤م٢	٣٠م٢	١٢×٣م٢	١٦م٢	٦×٣م٢
احتياج المرفق من الحديد لكل م٢	١٠٠كجم	١٠٥كجم	٩٠كجم	٩٥كجم	٨٠كجم
احتياج المرفق من الاسمنت لكل م٢	٩كيس	١٠كيس	٨كيس	٨كيس	٧ كيس

١) احسب المتوسط الحسابي لكل من كتلة الحديد وعدد أكياس الإسمنت للمرافق لكل متر مربع.

٢) إذا أراد صاحب المنزل تخفيض كتلة الحديد بمعدل ١٠كجم لكل م٢ وبمعدل ٢كيس لكل م٢ . فأحسب المتوسط الحسابي.

٣) احسب تكلفة البيت من الحديد والإسمنت إذا كان ثمن طن الحديد ٢٠٠ ريال وثمن كيس الإسمنت ١,٥٠٠ ريال.

الحل : ١) ٩٤,٧٦كجم ، ٨,٥٣ كيس.

٢) ٨٤,٧٦كجم ، ٦,٥٣ كيس.

٣) ٢٣٥٠ريال للحديد ، ١٥٨٧ريال للإسمنت.

إعادة تعلم :

احسب مقاييس النزعة المركزية للقيم :

١٤،١٣،١٢،١٤،٩،١٢،١٢،٧

عندما :

١) تزيد كل قيمة بمقدار ٥,٣

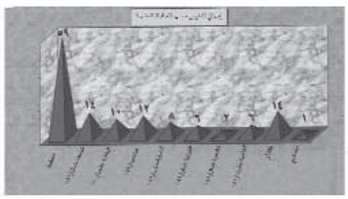
٢) تنقص كل قيمة بمقدار ٣

٣) نضرب كل قيمة في $١\frac{١}{٢}$

٤) نقسم كل قيمة على $\frac{٢}{٣}$

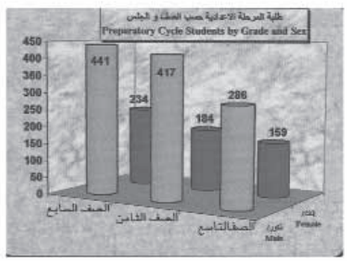
تمارين ومسائل (٢)

١) احسب المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال للقيم :
أ) ٧٢ ، ٦٥ ، ٨٤ ، ٥٥ ، ٧٢ ، ٧٢
ب) ١٦ ، ٢٥ ، ١٤ ، ١٤ ، ٢٣ ، ١٦ ، ١٤
جـ) ١١ ، ٩ ، ٨ ، ١٢ ، ٩ ، ٩ ، ٨



٢) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لعدد المدارس الخاصة الممثلة في الشكل المقابل .

٣) الشكل المقابل يمثل توزيع طلبة التعليم الخاص في الصفوف (٧-٩) حسب الصف والجنس، أوجد :



أ) متوسط عدد الطلبة في هذه الصفوف .
ب) متوسط عدد الطالبات في هذه الصفوف .
جـ) متوسط عدد الطلبة ذكوراً وإناثاً في هذه الصفوف .

٤) اكتب :
أ) ٩ قيم متوسطها الحسابي ٧
ب) ٨ قيم وسيطها ١٣
جـ) ١٥ قيمة منوالها ٥

٥) اوجد قيمة س فيما يلي :
أ) المتوسط = ٣٥ ، القيم : ٤٩ ، ٤٠ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٣١ ، س
ب) المتوسط = ٢٠ ، القيم : ٢س ، ١٢ ، ١٥ ، ٢٣ ، ٣ س

حل تمارين ومسائل (٢) :

١)
أ) ٧٠، ٧٢ ، ٧٢
ب) ١٧,٤٣، ١٦، ١٤
جـ) ٩,٤٣ ، ٩، ٩

٢) $\bar{س}$ = ١٣,٢
الوسيط = ٩
المنوال = ١٤

٣)
أ) $\bar{س}$ = ٣٨١,٣
ب) $\bar{س}$ = ١٩٢,٣
جـ) $\bar{س}$ = ٥٧٣,٦

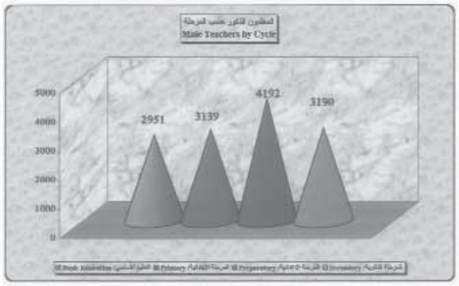
٤) على سبيل المثال:
أ) ٧، ٧، ٧، ٧، ٧، ٧، ٧، ٧، ٧، ٧
أو ٣، ١١، ٤، ١٠، ٥، ٩، ٦، ٨، ٧

ب) ٣، ٧، ١١، ١٣، ١٣، ١٤، ٢٠، ٢٢

جـ) ٥، ٤، ٣، ١٠، ٥، ٥، ٨، ٧، ١، ٣، ١١، ١٢، ٤، ٥، ٢

٥)
أ) $\frac{١٥٥ + س}{٦}$ = ٣٥
س = ٢١٠ − ١٥٥
= ٥٥
ب) $\frac{٥٠ + ٥س}{٥}$ = ٢٠
٥س = ٥٠
س = ١٠

٦) الشكل أدناه يمثل توزيع أعداد المعلمين الذكور حسب المرحلة الدراسية للعام الدراسي ٢٠٠٢ /٢٠٠٣



أوجد مايلي :

أ) المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال لعدد المعلمين في كل مرحلة .

ب) إذا توقعت وزارة التربية والتعليم زيادة مقدارها ١٥٠ معلما في كل مرحلة للعام الدراسي اللاحق. أوجد المتوسط والوسيط والمنوال لأعداد المعلمين لكل مرحلة .

٧) تأمل الجدول التالي :

	عدد الأفلاج	مناطق الاحتياج	المساحة الكلية	الاحتياجات المائية
الباطنة	١٥٦١	١٦١٥	٦٤٥٨	١٠٤
الشرقية	٨٤٦	٦٠٢	٥٨١٩	١١٥
الداخلية	٧٥٠	٦٤٤	٨١٣٢	١٣٥
الظاهرة	٧١٦	٦٦٤	٤٦٢٦	٧٩
مسقط	٢٣٩	١٥٩	١٤٦٣	٢٦

اوجد مقاييس النزعة المركزية للبيانات الواردة في كل عمود على حدة .

٦)

أ) $\bar{س}$ = ٣٣٦٨
الوسيط لا يوجد
المنوال لا يوجد
ب) $\bar{س}$ = ٣٥١٨

٧) مقاييس النزعة المركزية هي :
* لعدد الأفلاج :
$\bar{س}$ = ٨٣٣,٤
الوسيط = ٧٥
المنوال لا يوجد
* مناطق الاحتياج :
$\bar{س}$ = ٧٣٦,٨
الوسيط = ٦٤٤
المنوال لا يوجد
* المساحة الكلية :
$\bar{س}$ = ٥٢٩٩,٦
الوسيط = ٥٨١٩
المنوال لا يوجد
* الاحتياجات المائية :
$\bar{س}$ = ٩١,٨
الوسيط = ١٠٤
المنوال لا يوجد

الاحتمالات Probability

الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري : Experimental Probabiliby and Theoretical Probability

نشاط ١ الاحتمال التجريبي

المواد : قطعة نقود

الخطوات :

١) اكتب الفضاء (ف) لتجربة إلقاء قطعة نقود . وملاحظة الوجه الظاهر للأعلى .
٢) تنبأ بعدد مرات ظهور الصورة إذا قمت برمي قطعة النقود ٢٠ مرة .
٣) ارم قطعة النقود ٢٠ مرة ودون عدد مرات ظهور الصورة وعدد مرات ظهور الكتابة .
٤) بالتعاون مع أفراد مجموعتك، اجمع عدد مرات ظهور الصورة وعدد مرات ظهور الكتابة التي حصلتم عليها .
٥) ثم بالتعاون مع باقي المجموعات قوموا بجمع عدد مرات ظهور الصورة وعدد مرات ظهور الكتابة.
٦) اوجد التكرار النسبي لعدد مرات ظهور الصورة إذا علمت أن :

التكرر النسبي لعدد مرات ظهور الصورة = عدد مرات ظهور الصورة / عدد الرميات (الاحتمال التجريبي)

٧) ماذا تلاحظ على الاحتمال التجريبي كلما زادت عدد الرميات ؟
٨) إذا أعطيت كل وضع من الأوضاع التي تستقر عليها العملة نفس احتمالية الظهور . فكم يكون احتمال ظهور الصورة ؟ وكم يكون احتمال ظهور الكتابة ؟

يسمى هذا الاحتمال بالاحتمال النظري

تدريب ١ :

أوجد الاحتمال النظري لاستقرار علبة الكبريت على أحد الأوجه عند رميها على الأرض .

الوحدة السادسة : الإحصاء والاحتمالات

١٨٩

الهدف ٨:

***استخدام المصطلحات الآتية بطريقة صحيحة:**
- الإحتمال التجريبي .
- الإحتمال النظري .

* وضح للطلاب أن الإحتمال التجريبي ليس بالضرورة أن يكون مطابقاً للاحتمال النظري .

* اترك الفرصة لطلابك ليدركوا بالتجربة أنه كلما زاد عدد مرات إجراء التجربة كلما أقترب الاحتمال التجريبي من الاحتمال النظري .

حل تدريب ١ :

احتمال استقرار العلبة على أحد الأوجه يتناسب مع مساحة كل وجه بالنسبة للوجهين الأخرين.

تعزيز :

عند رمي حجر نرد ذي أربعة أوجه مرتين متتاليتين:
١) اكتب فضاء الإمكانات (ف)
٢) أوجد احتمال :
أ) ظهور عددين متشابهين.
ب) ظهور عددين مجموعهما خمسة.
جـ) ظهور عددين مجموعهما أقل من ٩

الحل :

١) ف = {(١،١) ، (٢،١) ، (٣،١) ، (٤،١) ، (١،٢) ، (٢،٢) ، (٣،٢) ، (٤،٢) ، (١،٣)، (٢،٣) ، (٣،٣) ، (٤،٣) ، (١،٤) ، (٢،٤) ، (٣،٤) ، (٤،٤) }

٢) أ) ل (ح) = $\frac{٤}{١٦}$ = $\frac{١}{٤}$

ب) ل (ح) = $\frac{٤}{١٦}$ = $\frac{١}{٤}$

جـ) ل (ح) = $\frac{١٦}{١٦}$ = ١

الهدف ٩ :

*** حساب الإحتمال النظري لحدث ما .**

* بعد حل المثالين (١) ، (٢) يفضل تنفيذ أنشطة مهارية للطلاب حتى يتقنوا حساب الاحتمال النظري التالي:

نشاط :

الأدوات :

أحجار نرد ذوات أوجه مختلفة في كيس معتم ، بطاقات مكتوب عليها العبارات التالية :

- أعداد فردية
- أعداد زوجية
- أعداد أولية

خطوات النشاط :

* يقوم الطالب الأول بسحب أحد أحجار النرد من الكيس عشوائياً .
* يقوم الطالب الثاني بسحب بطاقة عشوائياً .
* يقوم الطالب الثالث بحساب الاحتمال النظري .

مثلاً إذا سحب حجر نرد ذو ١٠ أوجه وبطاقة مكتوب عليها أعداد أولية يكون الإحتمال النظري

$= \frac{٤}{١٠} = \frac{٢}{٥}$

وهكذا يتبادل الطلاب في المجموعة الأدوار.

نتيجة :

إذا رمزنا للحدث بالرمز (ح) ، ولعدد عناصر فضاء الإمكانات بالرمز ن (ف) ، ولعدد عناصر الحدث بالرمز ن (ح) ، وللاحتمال النظري بالرمز ل (ح) وكان لكل عنصر في فضاء الإمكانات فرصة الحدوث نفسها فإن :

$$ل(ح) = \frac{ن(ح)}{ن(ف)}$$

مثال ١ :

عند رمي حجر نرد ذو ستة أوجه . أوجد

١) فضاء الإمكانات (ف)

٢) احتمال ظهور العدد ٥

الحل:

١) ف = {١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦}

٢) ل (ح) = $\frac{ن(ح)}{ن(ف)} = \frac{١}{٦}$

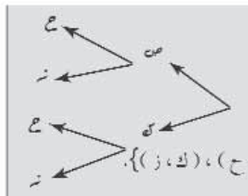
مثال ٢ :

عند رمي قطعة نقود وتدوير القرص المرسوم في الشكل المقابل أوجد :

١) فضاء الإمكانات (ف)

٢) احتمال ظهور صورة على العملة واستقرار المؤشر على اللون الأحمر .

الحل:



عند رمي العملة نحصل على ← صورة (ص) ، كتابة (ك)

عند تدوير القرص يستقر السهم على ← اللون الأحمر (ح) ، اللون الأزرق (ز)

ويمكننا تمثيل التجربة بمخطط الشجرة كما يلي :

١) فضاء الإمكانات (ف) {(ص ، ح) ، (ص ، ز) ، (ك ، ح) ، (ك ، ز)}.

٢) احتمال ظهور الصورة واللون الأحمر $\frac{١}{٤}$ (لماذا ؟)

إثراء :

عند رمي قطعتي نقود من نفس النوع في وقت واحد . أوجد :

١) فضاء الإمكانات (ف).

٢) احتمال ظهور الصورة على أحدهماوالكتابة على الأخرى.

٣) احتمال ظهور الصورة على القطعتين.

٤) احتمال ظهور الكتابة على القطعتين.

الحل :

١) ف = {(ص،ص) ، (ص،ك) ، (ك،ك) }

٢) ل (ح) = $\frac{١}{٢}$

٣) ل (ح) = $\frac{١}{٤}$

٤) ل (ح) = $\frac{١}{٤}$

تدريب ٢ :

عند رمي قطعة نقود ثلاث مرات متتالية:

١) مثل فضاء الإمكانات بمخطط الشجرة .

٢) أكتب فضاء الإمكانات (ف)

٣) أوجد احتمال ظهور : أ) {صورة ، كتابة ، صورة }

ب) { كتابة ، صورة ، صورة }

مثال ٣ :

عند تدوير القرصين التاليين حسب الترتيب، أوجد :

١) عدد عناصر فضاء الإمكانات (ف) .

٢) فضاء الإمكانات ومثله بطريقة الشجرة .

٣) احتمال ظهور : أ) عددين مجموعهما ٣

ب) عددين مجموعهما ٤ على الأقل

جـ) عددين مجموعهما ٣ على الأكثر

الحل:

١) عدد عناصر فضاء الإمكانات = ٢ × ٣ = ٦

٢) فضاء الإمكانات

ف={(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (١ ، ٣) ،

(٢ ، ١) ، (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٣) }

٣) أ) ق = {(١ ، ٢) ، (٢ ، ١)}

ل (ق) = ٢/٦ = ١/٣

ب) ق = {(١ ، ٣) ، (٢ ، ٢) ، (٣ ، ٢)}

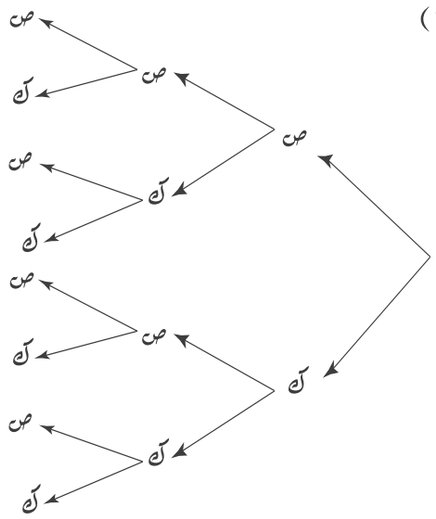
ل (ق) = ٣/٦ = ١/٢

جـ) ق = {(١ ، ١) ، (١ ، ٢) ، (٢ ، ١)}

ل (ق) = ٣/٦ = ١/٢

حل تدريب ٢ :

١)



٢)

ف = {(ص،ص،ص)، (ص،ص،ك)، (ص،ك،ص) ، (ص،ك،ك) ، (ك،ص،ص) ، (ك،ص،ك) ، (ك،ك،ص) ، (ك،ك،ك) }

٣) أ) ل(ح) = ١/٨

ب) ل(ح) = ١/٨

تعزيز :

إذا أطلق ثلاثة صيادين من بنادقهم ثلاث رصاصات على هدف في وقت واحد:

١) اكتب فضاء الإمكانات .

٢) أوجد احتمال :

أ) أن يصيب الثلاثة الهدف.

ب) أن يصيب إثنان الهدف ويخطي الثالث.

جـ) أن يصيب أحدهم الهدف ويخطأ إثنان.

الحل :

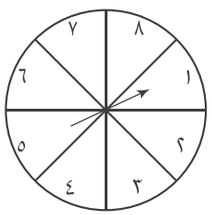
١) ف = {(أ،أ،أ) ، (أ،أ، ع) ، (أ، ع،أ) ، (ع،أ،أ)، (أ، ع، ع) ، (ع، ع،أ) ، (ع،أ، ع) ، (ع، ع، ع)}

حيث أ إصابة ، ع عدم إصابة

٢) أ) ل(ح) = ١/٨ ب) ل(ح)= ٣/٨

جـ) ل(ح) = ٣/٨

إعادة تعلم :



عند تدوير القرص التالي أوجد:

١) احتمال استقرار المؤشر على عدد زوجي.

٢) احتمال استقرار المؤشر على عدد فردي .

٣) احتمال استقرار المؤشر على عدد يقبل القسمة على ٣ .

٤) احتمال استقرار المؤشر على عدد أولي.

مثال ٤ :

أراد قسم الإحصاء بالشركة اختيار رقم عشوائي من بين ثلاثة أرقام (١ – ٣) وذلك لاختيار عينة ممثلة لتقدير استهلاك المؤسسات من المياه ، وبعد ذلك تم اختيار رقم عشوائي من بين خمسة أرقام (١ – ٥) وذلك لتقدير استهلاك الأسر التي يغطيها المشروع . أوجد :

١) فضاء الإمكانات (ف) .

٢) احتمال أن يحصل الأخصائي على :

أ) رقمين فرديين

ب) رقمين مجموعهما ٦

جـ) رقمين مجموعهما أقل من ٤

د) رقمين مجموعهما أكبر من أو يساوي ٦

الحل:

١) ف = { (١،١) ، (٢،١) ، (٣،١) ، (٤،١) ، (٥،١) ، (١،٢) ، (٢،٢) ، (٣،٢) ، (٤،٢) ، (٥،٢) ، (١،٣) ، (٢،٣) ، (٣،٣) ، (٤،٣) ، (٥،٣) }

٢) أ) ح = { (١،١) ، (١،٣) ، (١،٥) ، (٣،١) ، (٣،٣) ، (٥،٣) }

ل (ح) = $\frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

ب) ح = { (١،٥) ، (٢،٤) ، (٣،٣) }

ل (ح) = $\frac{٣}{١٥} = \frac{١}{٥}$

جـ) ح = { (١،١) ، (١،٢) ، (٢،١) }

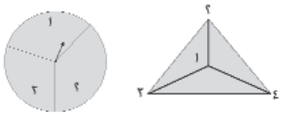
ل (ح) = $\frac{٣}{١٥} = \frac{١}{٥}$

د) ح = { (١،٥) ، (٢،٤) ، (٢،٥) ، (٣،٣) ، (٤،٣) ، (٥،٣) }

ل (ح) = $\frac{٦}{١٥} = \frac{٢}{٥}$

تدريب ٣ :

عند تدوير القرص ورمي حجر النرد ذي الأربعة أوجه أوجد :



١) فضاء الإمكانات (ف)

٢) احتمال أن يظهر :

أ) رقمان زوجيان

ب) رقمان مجموعهما ٤

جـ) رقمان حاصل ضربهما يساوي ٤

حل تدريب ٣ :

١) ف = { (١،١) ، (٢،١) ، (٣،١) ، (٤،١) ، (١،٢) ، (٢،٢) ، (٣،٢) ، (٤،٢) ، (١،٣) ، (٢،٣) ، (٣،٣) ، (٤،٣) }

٢)

أ) ل(ح) = $\frac{٢}{١٢} = \frac{١}{٦}$

ب) ل(ح) = $\frac{٣}{١٢} = \frac{١}{٤}$

جـ) ل(ح) = $\frac{٢}{١٢} = \frac{١}{٦}$

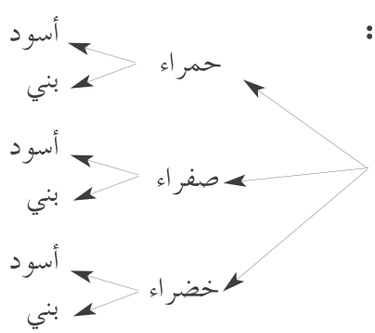
إثـراء :

عند أحمد ثلاث قبعات (حمراء ، صفراء ، خضراء) وحذاءان (أسود ، بني)

١) ما احتمال أن يظهر أحمد مرتديا قبعة صفراء وحذاء أسود .

٢) بكم طريقة يمكن أن يرتدي أحمد قبعة وحذاء .

الحل :



١) ل(ح) = $\frac{١}{٦}$

٢) بست طرق

تمارين ومسائل (٣)

(١)

(٢)

١) عند تدوير قرصين أحدهما به ثلاثة ألوان والآخر به الأرقام من (١ ٤) كما في الشكل المقابل . أوجد :
أ) فضاء الإمكانات (ف) ومثله بطريقة الشجرة .
ب) احتمال ظهور اللون الأحمر على القرص الأول ، والعدد ٣ على القرص الثاني .

٢) عند رمي حجر نرد ذي ستة أوجه وآخر ذي ثمانية أوجه ، أوجد :
أ) فضاء الإمكانات (ف) ومثله بطريقة الشجرة .
ب) احتمال ظهور العدد ٣ في الحجر الأول والعدد ٦ في الحجر الثاني.
جـ) احتمال ظهور عددين مجموعهما ٥ .
د) احتمال ظهور عددين زوجيين .
هـ) احتمال ظهور عددين فرديين .

٣) عند رمي عمله نقدية فئة ٥٠ بيسة وهرم ثلاثي أرقامه من (١ – ٤) أوجد :
أ) فضاء الإمكانات ومثله بطريقة الشجرة .
ب) احتمال ظهور الصورة (ص) والعدد ٣ .
جـ) احتمال ظهور الكتابة (ك) وعدد زوجي .
د) احتمال ظهور صورة وعدد أولي .

٤) كيس معتم به ٣ كرات حمراء و ٤ كرات صفراء . أوجد :
أ) احتمال سحب كرة حمراء .
ب) احتمال سحب كرة صفراء .
جـ) احتمال سحب كرة سوداء .

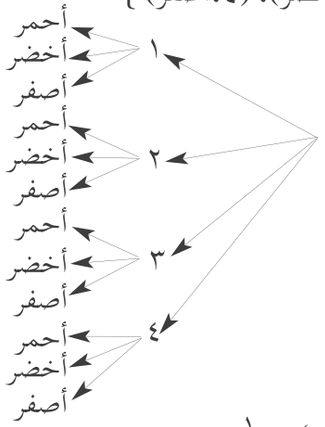
٥) إذا كان احتمال سحب مصباح معيب ٠,٢ من صندوق به ٢٥ مصباحاً ، أوجد عدد المصابيح المعيبة في الصندوق .

٦) إذا كان احتمال أن يحصل أحد الطلاب على الدرجة النهائية في مادة الرياضيات $\frac{٣}{٧}$ ، فأوجد: احتمال أن لا يحصل على الدرجة النهائية.

٧) إذا كان احتمال أن يصيب هداف الهدف هو ٥ : ٦ فأوجد : احتمال أن لا يصيب الهدف .

حل تمارين ومسائل ٣ :

١) أ) ف= {(١،أحمر) ، (١،أخضر) ، (١،أصفر) ، (٢،أحمر) ، (٢،أخضر) ،(٢،أصفر) ، (٣،أحمر) ، (٣،أخضر) ، (٣،أصفر) ، (٤،أحمر) ، (٤،أخضر)، (٤،أصفر) }



ب) ل(ح) = $\frac{١}{١٢}$

٢) أ) التمثيل يترك للطالب.

ب) ل(ح) = $\frac{١}{٤٨}$

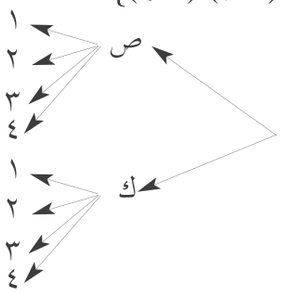
جـ) ل(ح) = $\frac{٤}{٤٨}$ = $\frac{١}{١٢}$

د) ل(ح) = $\frac{١٢}{٤٨}$ = $\frac{١}{٤}$

هـ) ل(ح) = $\frac{١٢}{٤٨}$ = $\frac{١}{٤}$

٣)أ)

ف={(ص،١)،(ص،٢)،(ص،٣)،(ص،٤)،(ك،١)، (ك،٢)،(ك،٣)،(ك،٤)}



ب) ل(ح) = $\frac{١}{٨}$

جـ) ل(ح) = $\frac{١}{٤}$

د) ل(ح) = $\frac{١}{٤}$

٤) أ) ل(ح) = $\frac{٣}{٧}$

ب) ل(ح) = $\frac{٤}{٧}$

حـ) ل(ح) = صفر

٥) ل(ح) = ٠,٢ = $\frac{\text{ن (ح)}}{\text{ن (ف)}}$

$\frac{\text{ن (ح)}}{٢٥}$ =

∴ ن(ح) = ٠,٢ × ٢٥

= ٥ مصابيح

٦) احتمال أن لا يحصل على الدرجة النهائية = $\frac{٤}{٧}$

٧) احتمال لا يصيب الهدف = $\frac{١}{٦}$

حل تمارين ومسائل عامة :

١) أ) غير ممثلة ، لأن مزارعي صلالة لا يزرعون النخيل .
ب) غير ممثلة ، لأن العينة متميزة لصيادي مدينة صور .
جـ) ممثلة.

٢) أ) يكتفي بأخذ عينة ممثلة.
ب) يكتفي بأخذ عينة ممثلة.
جـ) يكتفي بأخذ عينة ممثلة.

٣) أ) حجم المجتمع الإحصائي = ٤٢٠٠
حجم العينة = $٤٢٠٠ \times \frac{١٥}{١٠٠}$ = ٦٣٠
ب) حجم العينة من فئة الموظفين = ٤٥٠
حجم العينة من فئة الموظفات = ١٨٠

٤) أ) المتوسط الحسابي = ١٦,٤
الوسيط = ١٣,٥
المنوال = ١٣
ب) المتوسط الحسابي = ٥,٢
الوسيط = ٥,٥
المنوال = ٥,٥

٥) أ) ١، ١٥، ٢، ١٤، ٣، ١٣، ٤، ١٢، ٨، ٨
ب) ١، ٣، ٧، ٥، ٤، ٨، ١٢
جـ) ٢، ٦، ٤، ١٥، ٤، ٢٠، ٤، ٧، ٥، ٤، ١٦
يكمل الطالب بقية المجموعات

٦) أ) س = ١٠
ب) س = ٥
جـ) س = ١٠

٧) المتوسط = ١٥٠
الوسيط = ١٥٠
النوال لا يوجد
أ) المتوسط = ١٣٥
الوسيط = ١٥٠
المنوال لا يوجد
ب) المتوسط = ١٩٧,٥
الوسيط = ١٥٠
المنوال لا يوجد

تمارين ومسائل عامة

١) حدد العينات الممثلة والعينات غير الممثلة فيما يلي. ثم حدد السبب الذي يجعل العينة غير ممثلة :
أ) مسح يشمل مزارعي مدينة صلالة لتحديد أفضل أنواع النخيل في المنطقة الداخلية.
ب) مسح يشمل صيادي ولاية صور لتحديد الصعوبات التي يواجهها الصيادون في السلطنة.
جـ) مسح يشمل ١٠٠ من مرتادي مكتبة الجامعة لتحديد الكتب التي يودون إضافتها إلى المكتبة.

٢) حدد المجتمع الإحصائي الذي يكتفي بأخذ عينة ممثلة له بين مجتمعات الدراسة الآتية :
أ) تحديد نسبة الباحثين عن العمل في سلطنة عمان.
ب) تحديد نسبة القطع المعيبة في مصنع لانتاج مصابيح كهربائية.
جـ) قياس نسبة الأمطار الموسمية التي تهطل في فصل الشتاء في سلطنة عمان.

٣) أرادت إحدى الشركات تحديد أنواع اللباس الذي يفضله موظفوها. فاختارت عينة حجمها ١٥٪ من بين ٣٠٠٠ موظف و ١٢٠٠ موظفة. أوجد :
أ) حجم العينة.
ب) حجم العينة من كل فئة إذا أخذت بنفس النسبة .

٤) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال للقيم :
أ) ٧ ، ١٣ ، ١٤ ، ١٣ ، ٢٧ ، ٣٠ ، ١٣ ، ١٤
ب) ٥ ، ٧,٣ ، ٢,٦ ، ٥,٥ ، ٤,٨ ، ٣

٥) اكتب خمس مجموعات من القيم :
أ) متوسطها الحسابي ٨ ب) وسطها ٥ جـ) منوالها ٤

٦) أوجد قيمة س فيما يلي :
أ) القيم: س ، ٢س ، ٣ ، ٧ ، ٥س ، والمتوسط الحسابي = ١٨
ب) القيم: ١٢ ، ١٢ ، ٣س ، ١٤ ، ١٤ ، ١٥ ، ١٥، والمنوال ١٥
جـ) القيم: ٩ ، ١١ ، ٧ ، س ، ١٣ ، والوسيط ١٠

٧) أوجد المتوسط الحسابي والوسيط والمنوال للقيم:
١١٠ ، ٢١٥ ، ١٥٥ ، ٩٥ ، ١٨٠ ، ١٤٥
ثم أوجد :
أ) المتوسط والوسيط والمنوال إذا وضعت القيمة ٥ بدلا من القيمة الصغرى.
ب) المتوسط والوسيط والمنوال إذا وضعت القيمة ٥٠٠ بدلا من القيمة الكبرى.
جـ) هل تغير الوسيط والمنوال بعد استبدال كل قيمة.

٨) الجدول الآتي يبين عدد المساكن وفق النتائج الأولية للتعداد العام للسكان والمساكن والمنشآت لعام ٢٠٠٣م حسب المحافظات والمناطق :

المحافظة أو المنطقة	مسقط	الباطنة	مسندم	الظاهرة	الداخلية	الشرقية	الوسطى	ظفار
العدد	١١٣٩٨٤	١٠٦٥١٦	٧٩٧٢	٣٦٨١٩	٤٦٠٥٢	٦١٢٣٧	٤٠٦٨	٣٦٧٥٨

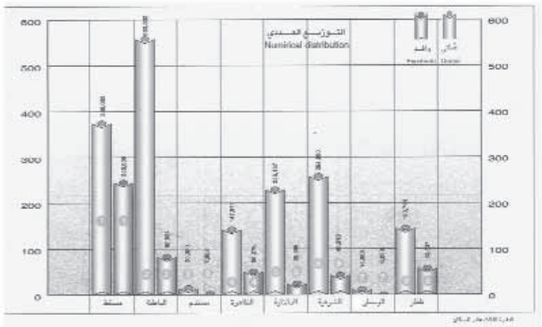
أ) مثل البيانات بمدرج تكراري.
ب) أوجد المتوسط والوسيط والمنوال.

٩) الجدول الآتي يبين عدد الأسر وفق النتائج الأولية للتعداد العام للسكان والمساكن والمنشآت لعام ٢٠٠٣م حسب المحافظات والمناطق :

المحافظة أو المنطقة	مسقط	الباطنة	مسندم	الظاهرة	الداخلية	الشرقية	الوسطى	ظفار
العدد	٩٩٧٩٦	٨٥٣٥٤	٤٤٢٧	٢٨٣٤١	٣٥٠٣١	٤٥٠٥٢	٣٠١٥	٢٦٨٤٨

أ) مثل البيانات بمضلع تكراري.
ب) اوجد المتوسط والوسيط والمنوال.

١٠) الشكل أدناه يمثل عدد سكان محافظات ومناطق السلطنة وفق النتائج الأولية للتعداد العام للسكان والمساكن والمنشئات لعام ٢٠٠٣م:



أ) أوجد المتوسط والوسيط والمنوال: ١ـ للعمانيين ٢ـ للوافدين ٣ـ للعمانيين والوافدين معا
ب) على افتراض أن الزيادة السنوية للسكان ١,٨٪ سنويا. أوجد متوسط عدد السكان بعد سنة .

الوحدة السادسة : الإحصاء والاحتمالات

٨) أ) يترك للطالب وبإمكانه استخدام نظام أكسل

ب) $\bar{س} = \frac{٤١٣٤٠٦}{٨} = ٥١٦٧٥,٧٥$

$$\text{الوسيط} = \frac{٤٦٠٥٢+٣٦٨١٩}{٢}$$

$$= ٤١٤٣٥,٥$$

المنوال لا يوجد

٩) أ) يترك للطالب وبإمكانه استخدام نظام أكسل

ب) $\text{المتوسط} = \frac{٣٢٧٨٦٤}{٨} = ٤٠٩٨٣$

$$\text{الوسيط} = \frac{٣٥٠٣١+٢٨٣٤١}{٢} = ٣١٦٨٦$$

المنوال لا يوجد

١٠) أ) ١) $\text{المتوسط} = \frac{١٧٧٩٣١٨}{٨} = ٢٢٢٤١٤,٧٥$

$$\text{الوسيط} = \frac{٢٣٥١٨٧+١٥٠٧٩٤}{٢}$$

$$= ١٩٢٩٩٠,٥$$

المنوال لا يوجد

٢) $\text{المتوسط} = \frac{٥٥٢١٧٣}{٨} = ٦٩٠٢١,٦٢٥$

$$\text{الوسيط} = \frac{١٠٤٩٩٤}{٢} = ٥٢٤٩٧$$

المنوال لا يوجد

٣) $\text{المتوسط} = \frac{٢٣٣١٤٩١}{٨} = ٢٩١٤٣٦,٣٨$

الوسيط = ٢٣٩٧٠٧

المنوال لا يوجد

ب) المتوسط بعد سنة

$$= ١,٨ \times ٢٩١٤٣٦,٣٨$$

$$= ٥٢٤٥٨٥,٤٨$$

١١) عند رمي القطع الثلاث المقابلة:

أ) اكتب فضاء الإمكانات (**ف**).

ب) احتمال أن تظهر الكتابة على القطع الثلاث.

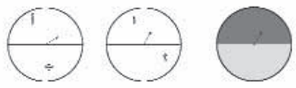
١٢) عند تدوير ثلاثة أقراص كما هو موضح بالشكل المقابل:

أ) اكتب فضاء الإمكانات (**ف**) ومثله بمخطط الشجرة.

ب) ما احتمال استقرار السهم على:

١) اللون الأحمر ، الرمز آ ، الرقم ١

٢) اللون الأصفر ، الرمز ب ، الرقم ١



١٣) عند رمي حجري نرد أحدهما ذو أربعة أوجه والآخر ذو ستة أوجه. أوجد:

أ) احتمال ظهور عددين مجموعهما ٦

ب) احتمال ظهور عددين فرديين

جـ) احتمال ظهور عددين زوجيين

د) احتمال ظهور عددين أوليين

هـ) احتمال ظهور عددين مجموعهما ١١.

١١) أ) ف = { (ص،ص،ص) ، (ص،ص،ك) ، (ص،ك،ص) ، (ص،ك،ك) ، (ك،ص،ص)، (ك،ص،ك) ، (ك،ك،ص) ، (ك،ك،ك) }

ب) ل (ح) = $\frac{١}{٨}$

١٢)

أ) ف= {(أحمر،١،أ)،(أحمر،١،ب)،(أحمر،٢،أ)، (أحمر،٢،ب)،(أصفر،١،أ) ، (أصفر،٢،أ) ، (أصفر،١،ب) ، (أصفر،٢،ب) }

ب) ١) ل(ح) = $\frac{١}{٨}$

٢) ل(ح) = $\frac{١}{٨}$

١٣) ف = { (١،١) ، (٢،١) ، (٣،١) ، (٤،١) ، (٥،١) ، (٦،١) ، (١،٢) ، (٢،٢) ، (٣،٢) ، (٤،٢) ، (٥،٢) ، (٦،٢) ، (١،٣) ، (٢،٣) ، (٣،٣) ، (٤،٣) ، (٥،٣) ، (٦،٣) ، (١،٤) ، (٢،٤) ، (٣،٤) ، (٤،٤) ، (٥،٤) ، (٦،٤) }

أ) ل(ح) = $\frac{٤}{٢٤}$ = $\frac{١}{٦}$

ب) ل(ح) = $\frac{٦}{٢٤}$ = $\frac{١}{٤}$

جـ) ل(ح) = $\frac{٦}{٢٤}$ = $\frac{١}{٤}$

د) ل(ح) = $\frac{٦}{٢٤}$ = $\frac{١}{٤}$

هـ) ل(ح) = صفر

اختبار الوحدة السادسة
الإحصاء والاحتمالات

اختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المعطاة فيما يلي :

١) عند أخذ عينة حجمها ٣٥٠ فرداً من بين مجتمع عدد أفراده ١٤٠٠ فرداً تكون نسبة العينة:
أ) ١٠٪ ب) ١٥٪ جـ) ٢٠٪ د) ٢٥٪

٢) المتوسط الحسابي للقيم : ٧ ، ٦ ، ٨ ، ٥ ، ٤ ، ٩ ، ١٠ هو:
أ) ٥ ب) ٦ جـ) ٧ د) ٨

٣) إذا كان المتوسط الحسابي لمجموعة من القيم ١٦ وكان مجموعها يساوي ٨٠ فإن عدد القيم هو :
أ) ٤ ب) ٥ جـ) ٨ د) ١٠

٤) المنوال للقيم : $\frac{١}{٢}$ ١ ، ٣ ، $\frac{٣}{٢}$ ، ٢ ، ١,٥ ، ٣ $\frac{١}{٢}$ ، ٢ ، هو :
أ) ١ $\frac{١}{٢}$ ب) ٢ جـ) ٢ $\frac{١}{٢}$ د) ٣

٥) الوسيط للقيم : ١٧، ١٢ ، ٢٥ ، ١٤ ، ٩ ، ١٢ ، ١٣ هو :
أ) ١٢ ب) ١٣ جـ) ١٤ د) ١٥

٦) إذا كان المتوسط الحسابي للقيم س،٢س،٣س هو ٢ فإن قيمة س هي :
أ) ١ ب) ٢ جـ) ٣ د) ٤

٧) احتمال ظهور عدد زوجي عند رمي حجر نرد ذو ستة أوجه يساوي :
أ) $\frac{١}{٦}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) $\frac{٢}{٣}$

٨) عند رمي قطعتي نقود من نفس النوع مرة واحدة فإن عدد عناصر فضاء الإمكانات هو:
أ) ٢ ب) ٣ جـ) ٤ د) ٥

٩) احتمال سحب كرة بيضاء من صندوق به ١٥ كرة بيضاء و ٢٥ كرة سوداء هو :
أ) $\frac{٣}{٥}$ ب) $\frac{٣}{٨}$ جـ) $\frac{٥}{٣}$ د) $\frac{٥}{٨}$

١٠) إذا كان أحمد يذهب إلى مدرسته بطريقتين (مشياً أو بدراجته) ويرجع إلى بيته بثلاث طرق (مشياً أو على دراجته أو بالحافلة) فإن احتمال أن يذهب أحمد بدراجته ويعود مشياً على قدميه يساوي:
أ) $\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٣}$ جـ) $\frac{١}{٤}$ د) $\frac{١}{٦}$

رقم الإيداع : ٢٠٠٤/٢٠٨م

طبع بالمطبعة الشرقية ومكتبتها - تليفون : ٢٤٨١٦٩٥٢