

وزارة التربية والتعليم

المديرية العامة للتربية والتعليم بمحافظة شمال الباطنة

دائرة تنمية الموارد البشرية - قسم العلوم التطبيقية - وحدة الرياضيات

# كراسة تدريبية

الصف : التاسع

الوحدة: التحويلات الهندسية  
والمساحات والحجوم



فريق العمل :

مشرفة رياضيات

معلمة رياضيات(قباء)

معلمة رياضيات(أم الدرداء)

معلمة رياضيات(عين جالوت)

معلمة رياضيات(عين جالوت)

معلمة رياضيات(عين جالوت)

بدرية بنت سالم الحراصي

فاطمة بنت سيف المغيزويه

وفاء بنت محمد البلوشية

بدرية بنت أحمد القاسمي

فاطمة الزهراء السيد عبد الوهاب

خديجة بنت أحمد القاسمي

العام الدراسي/٢٠١٦-٢٠١٧م

## الفهرس

الموضوع	الصفحة
المقدمة	٢
الدرس الأول: التحويلات الهندسية	٩-٣
الدرس الثاني: التكبير	١٥-١٠
الدرس الثالث: الحجم والمساحات	٢٨-١٦
اختبار الوحدة	٣٦-٢٩

## المقدمة:

الحمد لله الذي علم بالقلم، علم الإنسان مالم يعلم والصلاة والسلام على النبي الأكرم الذي لم يكتب بقلم وقاد الأمة لأعلى المراتب والقمم.

يعتبر التدريب من الطرق الفاعلة في تحسين ورفع التحصيل الدراسي للطلبة، فهو الوسيلة الرئيسة لتعلم المهارة واكتسابها وتطويرها، كما أن التدريب الموزع على فترات والمتواصل يساعد على بقاء جزء كبير من المعلومات السابقة ويساعد الطالب على فهم الأفكار والمفاهيم فهما واعيا مما يحقق الدقة ويزيد الكفاءة ويجنب الأخطاء، فمثلا يمكن أن يتعلم الطالب كيفية إجراء القسمة المطولة عن طريق تقليد أستاذة ولكن من خلال التدريب والممارسة يمكنه أن يحسن من قدرته على إجراء القسمة المطولة ويصبح قادرا على إيجاد الحل الصحيح بسرعة ودقة وإتقان. لذا فإن التدريب يعزز من ثقة الطالب بنفسه ويزيد الدافعية لديه ويطور اتجاهاته الإيجابية نحو التعلم.

وتأكيدا على ما سبق تم اعداد كراسة الطالب التدريبيه بحيث تشتمل على ما يلي:

١-ملخص لكل موضوع من مواضيع الوحدة

٢-جميع أسئلة الاختبارات الموضوعية والمقالية المتوفرة في البوابة التعليمية (زاويتي).

٣-دليل لإجابة الأسئلة الموضوعية والمقالية

سائلين الله تعالى أن ينفعنا بما علمنا وأن يعلمنا ما ينفعنا، والله من وراء القصد وهو يهدي السبيل.

مشرفة المادة : الأستاذة بدرية الحراصي

# الدرس الأول : التحويلات الهندسية

## أولاً: ملخص الدرس

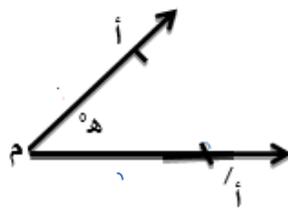
أهداف الدرس:

- تعريف الدوران والتعرف على خواصه
- الدوران في المستوى الاحداثي.
- تركيب تحويلين هندسيين

## تعريف:

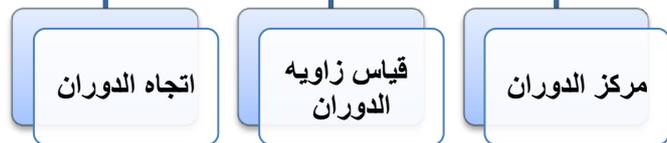
تسمى حركة الشكل تحويلاً هندسياً ويسمى الشكل الناتج عن هذه الحركة صورة الشكل

## مفهوم الدوران



إذا كانت م نقطة ثابتة في المستوى فإن الدوران حول م بزاوية قياسها  $\alpha^\circ$  هو تحويل هندسي يحول كل نقطة أ في المستوى الى نقطة أخرى أ' في نفس المستوى بحيث:  $\widehat{م أ م'} = \alpha^\circ$  ,  $م أ = م أ'$  ويرمز له بالرمز  $(م, \alpha^\circ)$  حيث م مركز الدوران .  $\alpha^\circ$  قياس زاوية الدوران

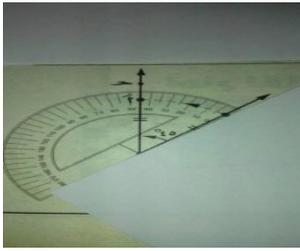
## العناصر المحددة للدوران



## خواص الدوران



مثال



ايجاد صورة النقطة أ بالدوران حول نقطة م بزاوية قياسها ٤٥ اي د (م، ٤٥)

١. نرسم الشعاع م أ

٢. نركز بحرف المنقلبه على م أ وفي عكس اتجاه عقارب الساعة

نرسم م ج بحيث يكون ق (أ م ج) = ٤٥

٣. نركز بسن الفرجار عند م وبفتحه طولها م أ نرسم قوسا يقطع م ج في أ فتكون أ هي صورته أ بالدوران حول م بزاوية قياسها ٤٥

### الدوران في المستوى الاحداثي

الدوران المكافئ	الدوران
الدوران د(و ، ٩٠) يكافئ الدوران (و، - ٢٧٠)	<div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">بالدوران أ (و ، ٩٠)</div>  <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">←</div> <div style="text-align: center;">أ (س ، ص) ( - ص ، س )</div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-top: 5px;">بالدوران (و، - ٢٧٠)</div> </div> <p style="text-align: right;">حيث و نقطة الأصل</p>
الدوران د(و ، ٢٧٠) يكافئ الدوران (و، - ٩٠)	<div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">بالدوران د(و ، ٢٧٠)</div>  <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">←</div> <div style="text-align: center;">أ (س ، ص) ( - ص ، س )</div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-top: 5px;">بالدوران د(و، - ٩٠)</div> </div>
الدوران د(و ، ١٨٠) يكافئ الدوران (و، - ١٨٠)	<div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">بالدوران د(و ، ١٨٠)</div>  <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">←</div> <div style="text-align: center;">أ (س ، ص) ( - س ، - ص )</div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-top: 5px;">بالدوران د(و، - ١٨٠)</div> </div>
الدوران د(و ، ٣٦٠) يكافئ الدوران (و، - ٣٦٠)	<div style="text-align: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block;">بالدوران د(و ، ٣٦٠)</div>  <div style="display: flex; align-items: center; justify-content: center;"> <div style="margin-right: 10px;">←</div> <div style="text-align: center;">أ (س ، ص) ( ص ، ص )</div> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; display: inline-block; margin-top: 5px;">بالدوران د(و، - ٣٦٠)</div> </div>

## تركيب تحويلين هندسيين

تركيب تحويلين هندسيين يعني تطبيق تحويلين هندسيين على الشكل

وفيما يلي استرجاع لقواعد إيجاد صورة نقطة في المستوى الاحداثي تحت تأثير التحويلات الهندسية التي سبق دراستها في السنوات السابقة والتي سنحتاجها في تركيب تحويلين هندسيين:

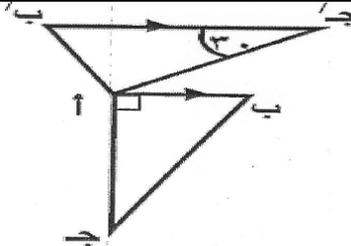
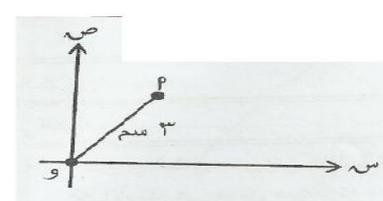
### أولاً: الانعكاس في المستوى الاحداثي

- صورة النقطة (س ، ص) تجت تأثير انعكاس حول المحور السيني ← (س ، - ص)
- صورة النقطة (س ، ص) تجت تأثير انعكاس حول المحور الصادي ← (- س ، ص)
- صورة النقطة (س ، ص) تجت تأثير انعكاس حول نقطة الأصل ← (- س ، - ص)

### ثانياً: الانسحاب في المستوى الاحداثي

- صورة النقطة (س ، ص) تحت تأثير انسحاب مقداره ن من الوحدات باتجاه محور السينات الموجب ← (س + ن ، ص)
- صورة النقطة (س ، ص) تحت تأثير انسحاب مقداره ن من الوحدات باتجاه محور السينات السالب ← (س - ن ، ص)
- صورة النقطة (س ، ص) تحت تأثير انسحاب مقداره ن من الوحدات باتجاه محور الصادات الموجب ← (س ، ص + ن)
- صورة النقطة (س ، ص) تحت تأثير انسحاب مقداره ن من الوحدات باتجاه محور الصادات السالب ← (س ، ص - ن)

## ثانياً الأسئلة الموضوعية

م	السؤال
١	<p>إذا كانت صورة النقطة (٣، ٢-) تحت تأثير د (و، هـ) ← (٣، ٢) ، فإن هـ =.....</p> <p style="text-align: center;">(أ) ٣٦٠°      (ب) ٢٧٠°      (ج) ١٨٠°      (د) ٩٠°</p>
٢	<p>ما صورة النقطة (٧، ٤-) تحت تأثير دوران (و، ٩٠°) ؟</p> <p style="text-align: center;">(أ) (٤، -٧)      (ب) (٧، -٤)      (ج) (٤، -٧-)      (د) (٤، -٧) ⊕</p>
٣	<p>ما صورة النقطة (٣، ٢-) تحت تأثير د (و، ٩٠°)؟</p> <p style="text-align: center;">(أ) (٢، -٣)      (ب) (٢، ٣-)      (ج) (٣، -٢-)      (د) (٣، -٢)</p>
٤	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>إذا كانت النقطة (أ) مركز الدوران بحيث يجعل صورة (ب) هي (ب) صورة (ج) هي (ج) ، أب // ب ج ، فإن قياس زاوية الدوران تساوي:</p> <p style="text-align: center;">(أ) ١٢٠°      (ب) ١٥٠° (ج) ٢١٠°      (د) ٢٤٠°</p> </div> </div>
٥	<p>النقطة التي صورتها (٤، ٢) تحت تأثير د (و، ١٨٠°) هي:</p> <p style="text-align: center;">(أ) (٢، -٤)      (ب) (٢، ٤-)      (ج) (٤، ٢-)      (د) (٤، -٢-)</p>
٦	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>في الشكل المقابل، ما مقدار طول القطعة المستقيمة OP بالسنتيمتر تحت تأثير دوران د (و، ٣٠°) في اتجاه حركة عقارب الساعة؟</p> <p style="text-align: center;">(أ) ٣ سم      (ب) ١٠ سم (ج) ٣٠ سم      (د) ٩٠ سم</p> </div> </div>
٧	<p>صورة النقطة (٣، ٧) تحت تأثير د (و، ١٨٠°) هي:</p> <p style="text-align: center;">(أ) (٣، -٧)      (ب) (٣، ٧-)      (ج) (٧، ٣)      (د) (٣، ٧)</p>

## ثالثا: الأسئلة المقالية

١	<p>أوجد صورة النقطة (٥ ، -٤) تحت تأثير د(و ، ٩٠°)</p> <p>إذا كانت (٣ ، س) د(و ، ١٨٠°) ← (٣- ، -٤) فما قيمة س؟</p>												
٢	<p>أوجد صورة النقطة م (٤ ، ٣) تحت تأثير انعكاس حول المحور السيني، يليه د(و ، ١٨٠°).</p>												
٣	<p>في الجدول أدناه : أكمل الفراغات حسب التحويل الهندسي الموضح .</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; text-align: center;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">صورة النقطة</th> <th style="width: 33%;">التحويل الهندسي</th> <th style="width: 33%;">النقطة</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>أ/ (..... ، .....)</td> <td>د (و ، ٩٠°)</td> <td>أ (٣- ، -٤)</td> </tr> <tr> <td>ب/ (..... ، .....)</td> <td>د (و ، ١٨٠°)</td> <td>ب (٢- ، ١)</td> </tr> <tr> <td>ج/ (..... ، .....)</td> <td>د (و ، -١٨٠°)</td> <td>ج (٤ ، ٦)</td> </tr> </tbody> </table>	صورة النقطة	التحويل الهندسي	النقطة	أ/ (..... ، .....)	د (و ، ٩٠°)	أ (٣- ، -٤)	ب/ (..... ، .....)	د (و ، ١٨٠°)	ب (٢- ، ١)	ج/ (..... ، .....)	د (و ، -١٨٠°)	ج (٤ ، ٦)
صورة النقطة	التحويل الهندسي	النقطة											
أ/ (..... ، .....)	د (و ، ٩٠°)	أ (٣- ، -٤)											
ب/ (..... ، .....)	د (و ، ١٨٠°)	ب (٢- ، ١)											
ج/ (..... ، .....)	د (و ، -١٨٠°)	ج (٤ ، ٦)											
٤	<p>ارسم صورة المثلث أ ب ج حيث أ (١ ، ٢) ، ب (٢- ، ١) ، ج (٠ ، ٣- ) تحت تأثير د(و ، ٩٠°) .</p> <p>.....</p>												
٥	<p>أوجد صورة النقطة هـ (١ ، ٤) تحت تأثير :</p> <p>أ- د (و ، ١٨٠°)</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>ب- د (و ، ٩٠°)</p>												
٦	<p>أوجد صورة النقطة (١ ، ٢-) تحت تأثير دوران نصف دورة حول نقطة الأصل</p>												

رابعاً : دليل الإجابات على الأسئلة الموضوعية والمقالية

أولاً: الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
البديل الصحيح	ب	ب	أ	أ	ج	أ	ب

ثانياً: الأسئلة المقالية

م	الإجابة
١	س = ٤ (٥ ، ٤)
٢	$P(٣, ٤) \xrightarrow{س} P(٣ - ٤, ٤)$ $P(٣, ٤) \xrightarrow{(١٨٠, ٠)^\circ} P(٣ - ٤, -٤)$
٣	<p>أ' (٣ ، ٤)</p> <p>ب' (١ - ، ٢)</p> <p>ج' (٦ - ، ٤ -)</p>
٤	<p>أ (٢ ، ١) ← أ' (١ ، ٢ -)</p> <p>ب (١ ، ٢ -) ← ب' (٢ - ، ١ -)</p> <p>ج (٣ - ، ٠) ← ج' (٠ ، ٣)</p>

<p>٥</p>	<p>أ-  <math>P(س، ص) \xrightarrow{(و، ١٨٠^\circ)} P(-س، -ص)</math>  <math>H(٤، ١) \xrightarrow{(و، ١٨٠^\circ)} H(-١، -٤)</math></p> <p>ب-  <math>P(س، ص) \xrightarrow{(و، ٩٠^\circ)} P(-ص، س)</math>  <math>H(٤، ١) \xrightarrow{(و، ٩٠^\circ)} H(-٤، ١)</math></p>
<p>٦</p>	<p><math>(س، ص) \xrightarrow{(و، ١٨٠^\circ)} (-س، -ص)</math>  <math>(٢، ١) \xrightarrow{(-، ١)} (٢، -١)</math></p>

# الدرس الثاني: التكبير

## أولاً: ملخص الدرس:

لقد تعلمت في هذا الدرس:

- حساب معامل التكبير لمضلعين متشابهين
- رسم أشكال مكبره او مصغره بمعلومية معامل التكبير
- تحديد التأثير على مساحة المضلع عند مضاعفة أضلاعه

## تعريف:

التكبير في المستوى الاحداثي:

إذا كانت أ (س ، ص) هي احدى نقاط المستوى فان صورة أ تحت تأثير ( و ، ك) هو أ' (ك س، ك ص) حيث و هي نقطة الاصل ، ك معامل التكبير

## ملاحظات:

$$(1) \text{معامل التكبير} = \frac{\text{الاحداثي السيني أو الصادي للصورة}}{\text{الاحداثي السيني أو الصادي للأصل}}$$

(٢) اذا كان معامل التكبير بين الصفر والواحد فإن التحويل الهندسي يعطي صورته مصغره للشكل الاصيلي

(٣) اذا كان معامل التكبير اكبر من الواحد يعطي صورته مكبره للشكل الاصيلي

(٤) اذا كان معامل التكبير يساوي الواحد فلا يعطي صورة مكبرة او مصغرة للشكل الاصيلي

(٥) القطعة المستقيمة وصورتها تحت تأثير التكبير متوازيان

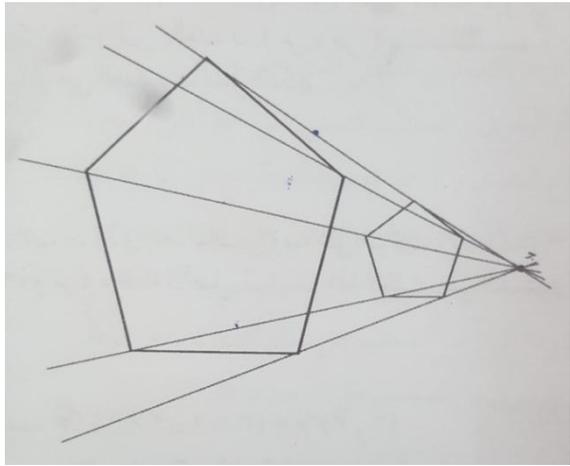
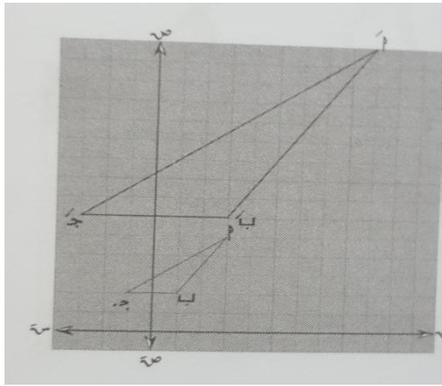
(٦) يختلف موقع مركز التكبير من شكل الى اخر فقد يقع مركز التكبير داخل الشكل و احياناً اخرى نجده خارج الشكل.

(٧) عند مضاعفة ابعاد مضلع الى ضعفي أو اكثر فإن النسبة بين مساحة الشكل بعد مضاعفة أضلاعه الى مساحة الشكل قبل مضاعفة أضلاعه = مربع معامل التكبير

## ملاحظة:

التكبير لا يحافظ على أطوال الشكل

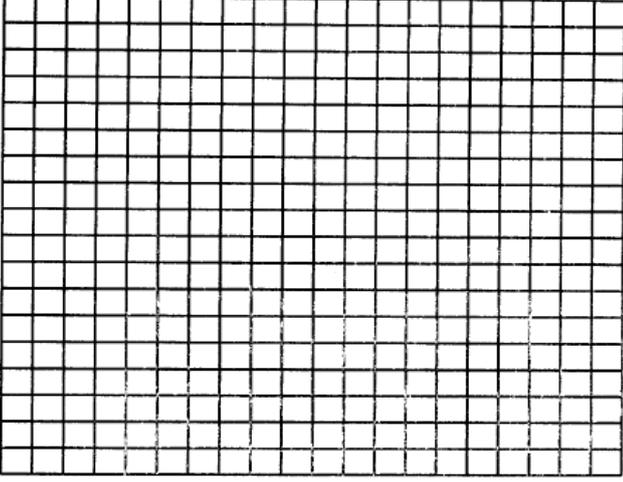
## كيفية رسم الأشكال المكبرة:

شكل توضيحي	الخطوات	
	<ol style="list-style-type: none"><li>1. نرسم قطعة مستقيمة من مركز التكبير (ج) إلى كل رأس من رؤوس الشكل.</li><li>2. نمد كل قطعة مستقيمة بقدر طولها من جهة الشكل</li><li>3. نصل النقاط الناتجة (نهاية القطع المستقيمة) فنحصل على الصورة</li></ol>	باستخدام الأدوات الهندسية
	يمكن إيجاد موقع صورة نقطة (س،ص) بتكبير معاملته ن ومركزه نقطة <u>الأصل</u> بضرب كلا من الإحداثيين السيني والصادي بالعدد ن (معامل التكبير) $(س،ص) = (ن س ، ن ص)$	التكبير في المستوى الإحداثي

ثانيا أسئلة الموضوعية

م	السؤال
١	<p>في الشكل المجاور</p> <p>إذا كان <math>\Delta PAB</math> هو صورة <math>\Delta PBC</math> تحت تأثير تكبير مركزه (م) كم يساوي معامل التكبير ؟</p> <p>(أ) ٢,٥ (ب) ٢ (ج) ١,٥ (د) ٠,٦</p>
٢	<p>ما قيمة معامل التكبير (م) إذا كانت صورة النقطة ن (٤، ٦) تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله م هي ن (١٢، ١٨) ؟</p> <p>(أ) ١٢ (ب) ٨ (ج) ٤ (د) ٣</p>
٣	<p>صورة النقطة (٣-٤) تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله ٢ هي :</p> <p>Ⓐ (١-٤) Ⓑ (٦،٤-) Ⓒ (٦،٤) Ⓓ (٦-،٤)</p>
٤	<p>مستطيل بُعديه ١٠ سم، ٦ سم ، كم تصبح مساحته بالسنتيمتر المربع إذا ضاعفنا بُعديه؟</p> <p>(أ) ١٠٠ (ب) ١٢٠ (ج) ٢٤٠ (د) ٢٨٠</p>
٥	<p>قطعة أرض مستطيلة الشكل تم مضاعفة بعديها إلى ثلاثة أمثال. ما النسبة بين المساحة بعد المضاعفة إلى المساحة الأصلية؟</p> <p>(أ) ١ : ٣ (ب) ٣ : ١ (ج) ١ : ٩ (د) ٩ : ١</p>

### ثالثا: الأسئلة المقالية

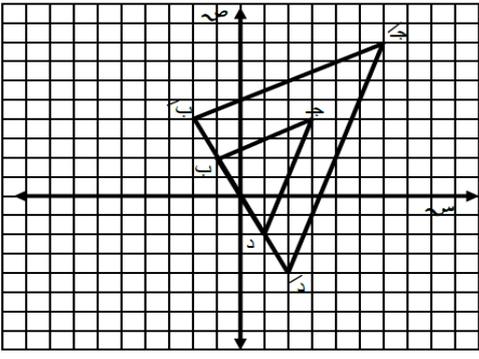
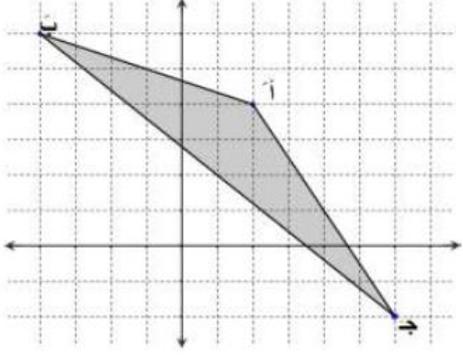
	<p>١ إذا كانت ب (-٢، ١) ، ج (٣ ، ٤) ، د (١ ، -٢) تمثل إحداثيات رؤوس <math>\Delta</math> ب ج د .          ١- فعين إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي.          ٢- مثل صورة <math>\Delta</math> ب ج د تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله ٢.</p> 	١
	<p>٢ ارسم في المستوى الإحداثي صورة المثلث <math>\Delta</math> ب ج حيث <math>\Delta</math> (١ ، ٢) ، ب (-٢ ، ٣) ، ج (٣ ، ١) تحت تأثير تكبير معامله ٢ وحدة ، ومركزه نقطة الأصل.</p>	٢
	<p>٣ اكتب صورة النقطة أ (١ ، ٤) تحت تأثير التكبير ت (س، ص) = (٢س ، ٢ص) ؟</p>	٣
	<p>٤ أوجد صورة المثلث <math>\Delta</math> ب ج الذي رؤوسه <math>\Delta</math> (٢ ، ٤) ، ب (-٢ ، ٤) ، ج (٦ ، ٨) تحت تأثير تكبير معامله <math>\frac{1}{4}</math> وحدة ومركزه نقطة الأصل مع رسم المثلثين <math>\Delta</math> ب ج ، <math>\Delta</math> ب ج في المستوى الإحداثي .</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	٤
	<p>٥ أوجد صورة المثلث <math>\Delta</math> ب ج الذي إحداثيات رؤوسه على الترتيب (١، ٣) ، (-٢، ٣) ، (٣، ٥) تحت تأثير تكبير معامله ٢ ومركزه نقطة الأصل ثم ارسم هذا المثلث وصورته على المستوى الإحداثي</p>	٥
	<p>٦ أوجد مساحة قطعة أرض مستطيلة الشكل أبعادها ٤٠ م ، ٥٠ م ، إذا تم مضاعفة أبعاد هذه الأرض ضعفين. فكم ستصبح مساحتها بعد مضاعفة أبعادها.</p>	٦

## رابعاً : دليل الإجابات على الأسئلة الموضوعية والمقالية

### أولاً: الأسئلة الموضوعية

٥	٤	٣	٢	١	رقم السؤال
ج	ج	د	د	ج	البديل الصحيح

### ثانياً: الأسئلة المقالية

الإجابة	م
<p>(ج) إذا كانت ب (٢، ١-) ، ج (٤ ، ٣) ، د (٢- ، ١) تمثل إحداثيات رؤوس <math>\Delta</math> ب ج د .</p> <p>١- فعين إحداثيات رؤوسه في المستوى الإحداثي.</p> <p>٢- أكتب صورة <math>\Delta</math> ب ج د تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله ٢ ،</p> <div style="display: flex; align-items: center;">  <div style="margin-left: 20px;"> <p>ب (٢، ١-) ← ب' (٤، ٢-) (نصف درجة)</p> <p>ج (٤، ٣) ← ج' (٨، ٦) (نصف درجة)</p> <p>د (٢-، ١-) ← د' (-٤، ٢-) (نصف درجة)</p> <p>تمثيل مثلث ب ج د على المستوى الإحداثي: نصف درجة.</p> <p>تمثيل مثلث ب ج د' على المستوى الإحداثي : درجة</p> </div> </div>	١
<p>(٢، ١) م ← م' (٤، ٢) م</p> <p>ب (٣، ٢-) ← ب' (٦، ٤-) م</p> <p>ج (١-، ٣) ← ج' (٢-، ٦) م</p> <div style="display: flex; align-items: center; margin-top: 20px;">  </div>	٢
<p>أ (٨، ٢)</p>	٣

<p> <math>(2, 1) \vec{p}</math> ← <math>(4, 2) P</math>  <math>(2, 1) \vec{b}</math> ← <math>(4, 2) -</math> ب  <math>(4, 3) \vec{c}</math> ← <math>(8, 6) \Rightarrow</math> </p>	<p>٤</p>
<p> <math>(6, 2) \leftarrow (3, 1)</math>  <math>(6, 4) \leftarrow (3, 2)</math>  <math>(10, 6) \leftarrow (5, 3)</math> </p>	<p>٥</p>
<p>         مساحة قطعة الأرض قبل المضاعفة = <math>50 \times 40 = 2000</math> م<sup>٢</sup>          مساحة قطعة الأرض بعد المضاعفة = <math>100 \times 80 = 8000</math> م<sup>٢</sup> </p>	<p>٦</p>

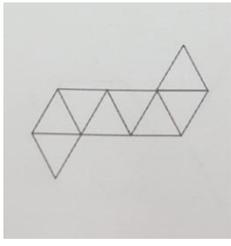
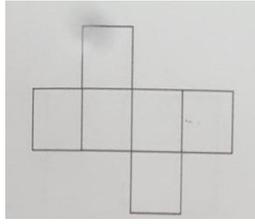
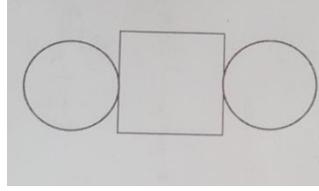
## الدرس الثالث: المساحات والحجوم

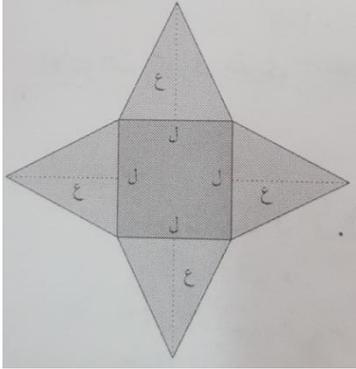
### أولاً: ملخص الدرس:

لقد تعلمت في هذا الدرس:

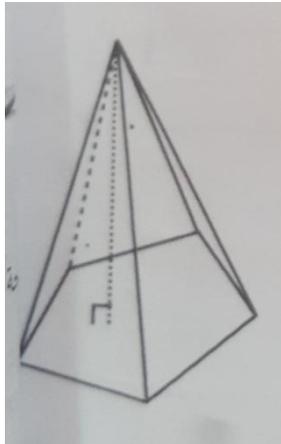
- مطابقه شبكات الاشكال ثلاثية الابعاد مع المجسمات الخاصة بها.
- قياس وحساب مساحة وحجم الهرم.
- قياس وحساب مساحة وحجم المخروط.

### شبكات المجسمات الهندسيه :

اسم المجسم	الشبكة
مجسم ثماني الاوج	
متوازي مستطيلات	
اسطوانه	

<p>هرم رباعي</p>	
<p>هرم سداسي</p>	

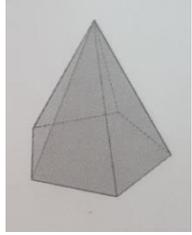
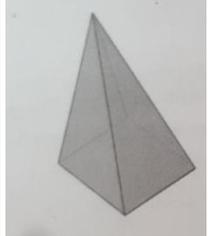
**تعريف الهرم:**



هو مجسم قاعدته مضلع وله ثلاثة أوجه جانبيه أو أكثر  
هذه الواجه لها شكل مثلث تلتقي جميعها في نقطه  
واحدته تسمى رأس الهرم وكل وجه من هذه الواجه يشترك مع القاعدة  
في ضلع واحد.

## مسميات الهرم :

يسمى الهرم تبعا لعدد اضلاع قاعدته كما يلي :

اسم الهرم	شكل الهرم
هرم سداسي	
هرم خماسي	
هرم رباعي	
هرم ثلاثي	

## قواعد هامة :

\*\* مساحة سطح الهرم الرباعي المنتظم = مساحة القاعدة +  $\epsilon$  × مساحة الوجه الجانبي

$$= 2ل + (\epsilon \times ل \times \frac{1}{2} \times \epsilon) \text{ حيث تمثل } \epsilon \text{ ارتفاع الوجه}$$

$$ل = (\epsilon^2)$$

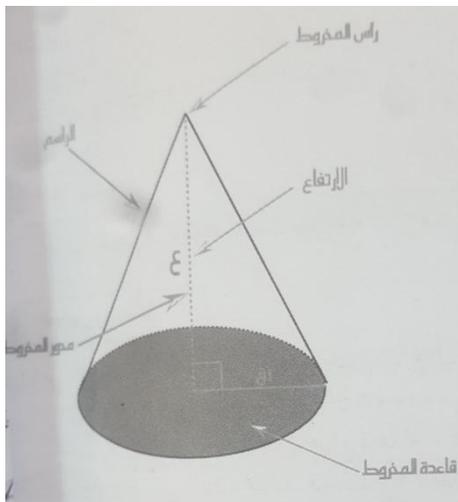
المساحة الجانبية للهرم القائم = عدد المثلثات الجانبية × مساحة احد المثلثات

\*\* حجم الهرم الرباعي القائم =  $\frac{3}{1}$  حجم المكعب المشترك معه في القاعدة وله نفس الارتفاع

$$= \frac{1}{3} \text{ مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع}$$

$$= \frac{1}{3} \text{ مساحة القاعدة} \times \epsilon$$

## تعريف المخروط :



يتكون المخروط من قاعدة دائرية و سطح جانبي

دائري وله رأس واحد ويكون المخروط قائما اذا

كان ارتفاعه يمر بمركز القاعدة .

هو مجسم متولد من دوران مثلث قائم الزاويه

دورة كامله حول احد ضلعي قائمه.

## مفاهيم هامة

## الراسم

- هو القطعة المستقيمة التي تصل بين رأس المخروط وبين نقطة على الحد الخارجي للقاعدة

## ارتفاع المخروط

- وهو قطعة مستقيمة تصل من رأس المخروط الى مركز قاعدة المخروط

## قواعد هامة :

المساحة الجانبية =  $\pi$  نق ل

\*\* مساحه سطح المخروط القائم = المساحة الجانبية + مساحه القاعدة .

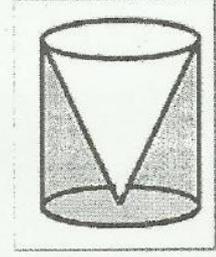
$$\pi = \pi \text{ نق ل} + \pi \text{ نق}^2$$

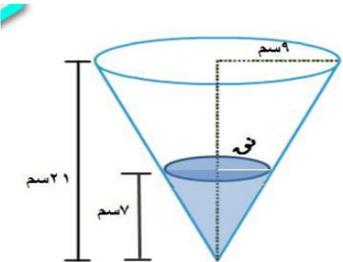
\*\* حجم المخروط =  $\frac{1}{3}$  حجم الاسطوانة

$$= \frac{1}{3} \pi \text{ نق}^2 \text{ ع حيث : نق هو نصف قطر قاعدة المخروط}$$

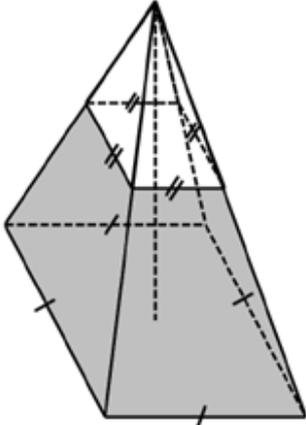
ع هو ارتفاع المخروط

ثانياً الأسئلة الموضوعية

م	السؤال
١	<p>مخروط دائري قائم، قطر قاعدته ٤ سم، وطول راسمه ١٠ سم، مساحة سطح المخروط = ..... سم<sup>٢</sup>.</p> <p>(أ) ٤٤٠ (ب) ٣٧٤ (ج) ٢٢٠ (د) ١٥٤</p>
٢	<p>الشكل المجاور يبين مخروط دائري قائم داخل أسطوانة داخلية قائمة، لهما نفس القاعدة والارتفاع. فإذا كان حجم الجزء المظلل يساوي ١٥ سم<sup>٣</sup>، فما حجم المخروط بالسم<sup>٣</sup>؟</p>  <p>(أ) ٥ (ب) ٧,٥ (ج) ١٠ (د) ٢٢,٥</p>
٣	<p>ما حجم مخروط دائري طول نصف قطر قاعدته ٦ سم، وارتفاعه ٢١ سم؟</p> <p>(أ) ٧٩٢ (ب) ٢٦٤ (ج) ١٩٨ (د) ١٣٢</p>
٤	<p>هرم رباعي قائم منتظم القاعدة طول قاعدته ٥ سم، وحجمه ٧٥ سم<sup>٣</sup>. ما ارتفاعه بوحدة السنتيمتر؟</p> <p>(أ) ٣ (ب) ٥ (ج) ٩ (د) ٢٥</p>
٥	<p>مخروط دائري قائم نسبة ارتفاعه إلى طول نصف قطر قاعدته هي ٤ : ٣. إذا علمت أن مساحة قاعدته <math>\pi ٣٦</math> سم<sup>٢</sup>، فما المساحة الجانبية للمخروط بوحدة السنتيمتر المربع (بدلالة <math>\pi</math>)؟</p> <p>(أ) <math>\pi ٨٠</math> (ب) <math>\pi ٦٠</math> (ج) <math>\pi ٤٨</math> (د) <math>\pi ١٠</math></p>

٦	هرم رباعي قائم منتظم القاعدة طول قاعدته ٦ سم وارتفاعه ٨ سم. ما حجمه بوحدة السنتيمتر المكعب؟ (أ) ٢٨٨ (ب) ٩٦ (ج) ٤٨ (د) ١٦
٧	حجم هرم قاعدته مستطيل ارتفاعه ٦ سم، ويعدى قاعدته ٥ سم، ٤ سم هو (أ) ٣٠ سم <sup>٣</sup> (ب) ٤٠ سم <sup>٣</sup> (ج) ٦٠ سم <sup>٣</sup> (د) ١٢٠ سم <sup>٣</sup>
٨	هرم رباعي ارتفاعه ٦ م وقاعدته مستطيلة الشكل أبعادها ٣ م ، ٥ م ، ما حجمه بالمتر <sup>٣</sup> ؟ (أ) ٩٠ (ب) ٤٨ (ج) ٣٠ (د) ١٦
٩	 <p>في الشكل المجاور ما حجم الجزء المظلل (بالسنتيمتر المكعب، اعتبر <math>\frac{22}{7} = \pi</math>) ؟  (أ) ١٧٨٢ (ب) ٥٩٤  (ج) ١٩٨ (د) ٦٦</p>
١٠	هرم رباعي منتظم مساحته الكلية ٤٠٠ سم <sup>٢</sup> ، وطول ضلع قاعدته ١٠ سم ، فإن ارتفاعه الجانبي بـ سم يساوي: (أ) ٤٠ (ب) ٣٠ (ج) ٢٥ (د) ١٥
١١	ما حجم الهرم الرباعي القائم الذي مساحته قاعدته ١٢ سم وارتفاعه ٣ سم بالسنتيمتر المكعب ؟ (أ) ٣٦ (ب) ١٢ (ج) ٤ (د) ٣
١٢	حجم هرم رباعي منتظم مساحته قاعدته ١٥٦ سم <sup>٢</sup> وارتفاعه ٩ سم يساوي: (أ) ١٥٦ سم <sup>٣</sup> (ب) ١٦٥ سم <sup>٣</sup> (ج) ٤٦٨ سم <sup>٣</sup> (د) ٨٦٤ سم <sup>٣</sup>

ثالثا: الأسئلة المقالية

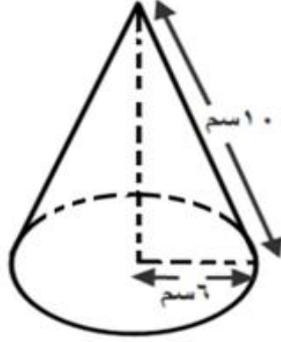
<p>الشكل المجاور يمثل مخروط دائري قائم طول نصف قطره قاعدته ٥ سم وطول راسمه ١٣ سم . أحسب حجم المخروط.</p> 	<p>١</p>
<p>من الشكل المقابل ما حجم الجزء المظلل إذا كان الهرم الأصغر قاعدته مربعة وطول ضلعها ٤ سم ، وارتفاعه ٣ سم ، والهرم الكبير قاعدته مربعة طول ضلعها ١٢ سم وارتفاعه ١٠ سم ؟</p>  <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>٢</p>
<p>مخروط دائري قائم ، مساحة سطحه تساوي ١٩٨ سم<sup>٢</sup> . إذا كان نصف قطر قاعدته يساوي ٧ سم ، احسب طول الراسم ( ل ) ؟</p>	<p>٣</p>
<p>احسب حجم مخروط دائري قائم ، طول نصف قطره قاعدته ٧ سم وارتفاعه ٣ سم .</p>	<p>٤</p>

٥

في الشكل المجاور:

أوجد المساحة الجانبية لسطح المخروط الدائري

القائم بدلالة  $\pi$ .



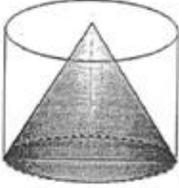
.....

.....

.....

٦

في الشكل المقابل: مخروط دائري قائم مشترك مع اسطوانة في القاعدة والارتفاع حيث أن طول نصف قطر القاعدة ٢١ سم ، والارتفاع ٢٠ سم .



المجم	المساحة الكلية	المساحة الجانبية	المساحة
الاسطوانة	$2\pi r^2 + 2\pi rh$	$2\pi rh$	$\pi r^2$

أوجد: (١) مساحة سطح المخروط.

.....

.....

.....

(٢) حجم الفراغ بين الاسطوانة والمخروط.

.....

.....

.....

.....

٧

مخروط دائري قائم طول راسمه ٥٠ سم ، ومساحته الجانبية ٢٢٠٠ سم<sup>٢</sup> .

أوجد :  
حيث  $\left(\frac{22}{7} = \pi\right)$

(١) نصف قطره .

(٢) ارتفاعه .

(٣) حجمه .

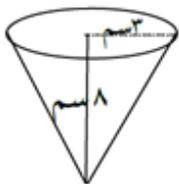
٨

مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته ٣ سم وارتفاعه ٤ سم وطول راسمه ٥ سم

(١) أوجد حجم المخروط

(٢) أوجد مساحة سطح المخروط

٩



بالاستعانة بمخطط الكأس الموضح جانبا أوجد كمية الماء التي يستوعبها هذا الكأس؟

.....  
.....  
.....

رابعاً : دليل الإجابات على الأسئلة الموضوعية والمقالية

أولاً: الأسئلة الموضوعية

١٢	١١	١٠	٩	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١	رقم السؤال
ج	ب	د	د	ج	ب	ب	ب	ج	أ	ب	ب	البديل الصحيح

ثانياً: الأسئلة المقالية

م	الإجابة
١	<p>الأرتفاع</p> $١٤٤ = ٢٥ - ٢١٣ = ٢٤$ $١٢ = ٤$ <p>حجم المخروط = <math>\frac{1}{3} \pi \text{نو}^2 \text{ع}</math></p> $١٢ \times ٥ \times ٥ \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{3} =$ $٣١٤,٣ = \frac{2200}{7} =$ <p>أو</p> $٣١٤ = ١٢ \times ٥ \times ٥ \times ٣,١٤ \times \frac{1}{3} =$
٢	<p>حجم الجزء المظلل = حجم الهرم الكبير - حجم الهرم الصغير</p> $٣ \times ٤ \times ٤ \times \frac{1}{3} - ١٠ \times ١٢ \times ١٢ \times \frac{1}{3} =$ $٤٦٤ - ٤٨٠ = -١٦ \text{ سم}^٣$
٣	$١٩٨ = (\text{نو} + \text{ل}) \pi \text{نو}$ $١٩٨ = (\text{٧} + \text{ل}) ٧ \times \frac{22}{7}$ $٩ = ٧ + \text{ل}$ $٢ = \text{ل}$
٤	<p>حجم المخروط = <math>\frac{1}{3} \pi \text{نو}^2 \text{ع}</math></p> $٣ \times ٧ \times ٧ \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{3} =$ $١٥٤ \text{ سم}^٣$

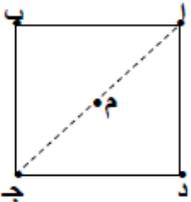
٥	<p>المساحة الجانبية = <math>\pi \times \text{نق} \times \text{ل}</math></p> $10 \times 6 \times \pi =$ $= 60 \pi \text{ سم}^2$
٦	<p>(١) مساحة سطح المخروط = <math>\pi \times \text{نق} \times (\text{ل} + \text{نق})</math></p> $\text{ل} = \sqrt{\text{نق}^2 + \text{ع}^2} = \sqrt{21^2 + 20^2} = 29 \text{ سم}$ <p>∴ مساحة سطح المخروط = <math>\frac{22}{7} \times 21 \times (21 + 29) = 3300 \text{ سم}^2</math></p> <p>(٢) حجم الفراغ = حجم الاسطوانة - حجم المخروط</p> <p>حجم الاسطوانة = <math>\pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}</math></p> $= 20 \times (21)^2 \times \frac{22}{7} = 27720 \text{ سم}^3$ <p>حجم المخروط = <math>\frac{1}{3} \pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}</math></p> $= 20 \times (21)^2 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{3} = 9240 \text{ سم}^3$ <p>∴ حجم الفراغ = <math>27720 - 9240 = 18480 \text{ سم}^3</math></p>
٧	<p>(١) المساحة الجانبية للمخروط القائم = <math>\pi \times \text{نق} \times \text{ل}</math></p> $2200 = \frac{22}{7} \times \text{نق} \times \text{ل}$ <p>نق = ١٤ سم</p> <p>(٢) الارتفاع = <math>\text{ع} = \sqrt{\text{ل}^2 - \text{نق}^2} = \sqrt{2500 - 196} = 23.4</math></p> <p>سم ٤٨ = <math>\sqrt{2304} = 23.4</math></p> <p>(٣) حجم المخروط = <math>\frac{1}{3} \pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}</math></p> $= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 14^2 \times 48 = 9856 \text{ سم}^3$

	<p>حجم المخروط = <math>\frac{1}{3} \pi r^2 h</math> ع</p> $= \frac{1}{3} \times \pi \times 3,14 \times 9 \times 4 = 37,68 \text{ سم}^3$ <p>مساحة سطح المخروط = <math>\pi r (r + h)</math></p> $= \pi \times 3,14 \times (3 + 5) = 70,36 \text{ سم}^2$	٨
	<p>حجم الكأس = <math>\frac{1}{3} \pi r^2 h</math> ع</p> $= \frac{1}{3} \times \pi \times 3,14 \times 9 \times 8 = 75,4 \text{ سم}^3 \text{ تقريبا}$	٩

## إختبار الوحدة

### الأسئلة الموضوعية

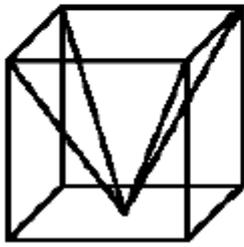
م	السؤال
١	إذا كان طول نصف قطر قاعدة مخروط قائم ٥ سم و طول الراسم ٧ سم ، فإن المساحة الجانبية لسطحه بالسم <sup>٢</sup> = (أ) ١١٠ (ب) ١٨٩ (ج) ٢٢٠ (د) ٢٦٤
٢	ما حجم مخروط دائري قائم (بسم <sup>٣</sup> ) نصف قطر قاعدته ٧ سم ، وارتفاعه ٩ سم ؟ (أ) ١٧٨٢ (ب) ١٣٨٦ (ج) ٥٩٤ (د) ٤٦٢
٣	مخروط دائري قائم ، فيه : نق = ع = ٣ سم ، فما حجم هذا المخروط ؟ (وحدة الحجم : سم <sup>٣</sup> ) (أ) $\pi$ (ب) $\pi ٣$ (ج) $\pi ٩$ (د) $\pi ٢٧$
٤	حجم هرم رباعي منتظم مساحته قاعدته ٩٦ سم <sup>٢</sup> وارتفاعه ٣ سم يساوي : (أ) ٩٦ سم <sup>٣</sup> (ب) ٩٩ سم <sup>٣</sup> (ج) ٢٨٨ سم <sup>٣</sup> (د) ٨٦٤ سم <sup>٣</sup>
٥	لدى سالم هرم رباعي منتظم طول قاعدته ٥ سم و ارتفاعه الجانبى ١٠ سم ، فإن مساحة سطح هذا الهرم تساوي : (أ) ٢٢ سم <sup>٢</sup> (ب) ٨٥ سم <sup>٢</sup> (ج) ١٢٥ سم <sup>٢</sup> (د) ٥٠٠ سم <sup>٢</sup>
٦	هرم رباعي قائم طول ضلع قاعدته المربعة ٨ سم وارتفاعه ٣ سم ، فإن حجمه بالسنتيمتر المكعب يساوي : (أ) ٨ (ب) ١٦ (ج) ٦٤ (د) ١٩٢

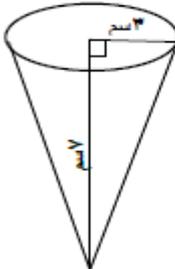
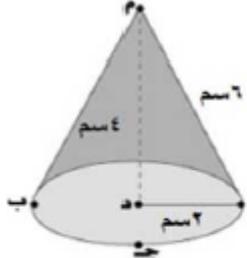
<p>صورة النقطة <math>(-2, 4)</math> تحت تأثير د (و، <math>270^\circ</math>) ثم انسحاب وحدتين في اتجاه محور الصادات السالب هي:</p> <p>(أ) <math>(4, 4)</math>      (ب) <math>(-4, 0)</math>      (ج) <math>(4, -4)</math>      (د) <math>(4, 0)</math></p>	٧
<p>إذا كانت صورة النقطة س <math>(2, 4)</math> تحت تأثير تكبير مركزه نقطة الأصل ومعامله م هي <math>(9, 12)</math> فما قيمة معامل التكبير (م) ؟</p> <p>(أ) ٢      (ب) ٣      (ج) ٤      (د) ٨</p>	٨
<p>في الشكل المقابل : (أ ب ج د) مربع مركزه النقطة م . ما صورة النقطة ج بالدوران د (م، <math>90^\circ</math>) ؟</p> <p>(أ) النقطة د      (ب) النقطة أ      (ج) النقطة ب      (د) النقطة ج</p> 	٩
<p>إذا كانت صورة النقطة أ <math>(5, -2)</math> هي أ' <math>(2, 5)</math> ، فهي تحت تأثير التحويل الهندسي : أ) د (و، <math>90^\circ</math>)      ب) د (و، <math>-90^\circ</math>)      ج) انعكاس حول س      د) انعكاس حول ص</p>	١٠
<p>صور النقطة <math>(0, 0)</math> تحت تأثير دوران (و، <math>180^\circ</math>) هي :</p> <p>(أ) <math>(0, 0)</math>      (ب) <math>(0, -0)</math>      (ج) <math>(0, 0)</math>      (د) <math>(0, -0)</math></p>	١١

إذا تم مضاعفة أبعاد أرض لثلاثة أضعاف فأصبحت مساحتها بعد المضاعفة  $١٠٨٠٠ \text{ م}^٢$  ، فإن مساحة الأرض  
الاصلية بالمتر المربع تساوي:

(أ) ٩٧٢٠٠ (ب) ٣٦٠٠ (ج) ١٢٠٠ (د) ٤٠٠

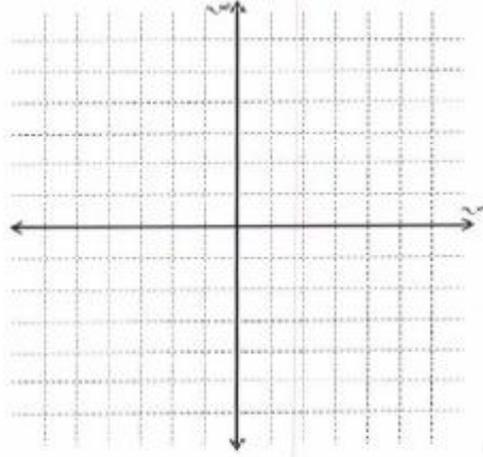
### الأسئلة المقالية

م	السؤال
١	<p>في الشكل المقابل :</p> <p>مكعب طول ضلعه ٣ م ، أوجد حجم الفراغ المحصور بين المكعب و الهرم المشترك معه في نفس القاعدة و لهما نفس الارتفاع.</p>  <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
٢	<p>إذا كانت مساحة سطح هرم رباعي منتظم ١٧٥ سم<sup>٢</sup> وطول قاعدته ٧ سم، فأوجد ارتفاعه الجانبي</p> <p>_____</p>

<p>هرم رباعي منتظم ، طول ضلع قاعدته ٦ سم ، و طول أحد أحرفه الجانبية ٥ سم .</p> <p>١- أوجد ارتفاع وجه الهرم ٢- احسب مساحة سطح هذا الهرم</p>	٣
 <p>أوجد كمية الماء التي يستوعبها هذا الكأس الموضح جانباً؟</p>	٤
 <p>أحسب حجم الشكل المقابل :</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p> <p>.....</p>	٥
<p>أوجد مساحة سطح مخروط طول الراسم به يساوي ١٢ سم ، وطول نصف قطر قاعدته يساوي <math>\frac{٣}{٤}</math> طول الراسم.</p>	٦
<p>أوجد صورة المثلث أ ب ج الذي رؤوسه أ (٠ ، ٢) ، ب (٣ ، ٥-) ، ج (٢ ، ٤) تحت تأثير التكبير ت (٢، و) حيث " و " نقطة الأصل.</p> <p>أ ( ٠ ، ٢) ←</p> <p>ب (٣ ، ٥-) ←</p> <p>ج (٢ ، ٤) ←</p>	٧

٨

ارسم في المستوى الإحداثي صورة الشكل الرباعي أ ب ج د حيث أ (٢،٢) ،  
ب (٤،٢) ، ج (٤،١) ، د (٢،١) تحت تأثير د ( و ، ١٨٠ ) .




---

---

---

---

---

---

---

---

---

---

٩

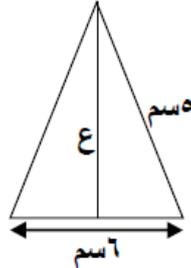
أوجد صورة النقطة ج (٢ ، ٢) تحت تأثير تكبير م ( و ، ٣) ، ثم يليه دوران د ( و ، ٩٠) .

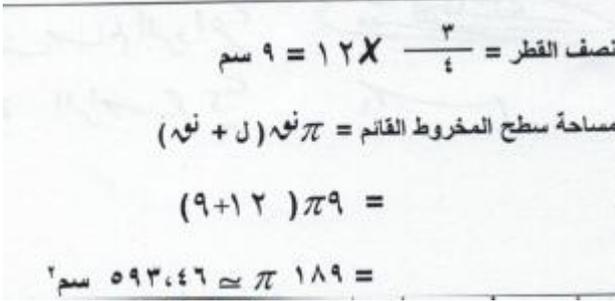
دليل الإجابات على الأسئلة الموضوعية والمقالية لإختبار الوحدة

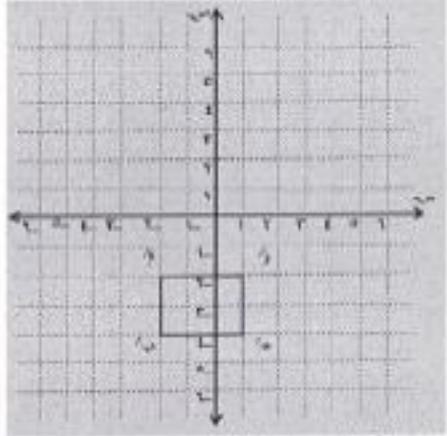
أولاً: الأسئلة الموضوعية

رقم السؤال	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
البديل الصحيح	أ	د	ج	أ	ج	ج	د	ب	أ	أ	د	ج

ثانيا : الأسئلة المقالية

م	الإجابة
١	<p>حجم المكعب = <math>٣</math> ل = <math>٢٧</math> سم<sup>٣</sup></p> <p>حجم الهرم = <math>\frac{1}{3}</math> حجم المكعب = <math>\frac{1}{3} \times ٢٧ = ٩</math> سم<sup>٣</sup></p> <p>حجم الفراغ = <math>٢٧ - ٩ = ١٨</math> سم<sup>٣</sup></p> <p>حل آخر : حجم المكعب = <math>\frac{4}{3}</math> حجم الفراغ بين المكعب و الهرم</p> <p><math>\frac{4}{3} \times \text{حجم المكعب} = \frac{4}{3} \times ٢٧ = ١٨</math> سم<sup>٣</sup></p>
٢	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px;"> <p>مساحة سطح الهرم الرباعي المنتظم = <math>ل(٤٢ + ٤٢)</math></p> <p><math>١٧٥ = ٧(٢ + ٢٢)</math></p> <p><math>١٧٥ = ٤٩ + ١٤٤</math></p> <p><math>١٧٥ - ٤٩ = ١٢٦</math></p> <p><math>١٢٦ = ١٤ \times ٩</math></p> <p><math>٩ = \frac{١٢٦}{١٤}</math></p> <p>∴ ارتفاع الهرم = ٩ سم</p> </div>
٣	<p>١- من نظرية فيثاغورس ، يكون :</p> <p><math>٢٥ = ٢٣ + ٢٤</math></p> <p>∴ <math>٤ = ٤</math> سم</p> <p>٢- مساحة سطح الهرم = <math>ل٢ + ٢ل(٤٢ + ٤٢)</math> (ل طول ضلع القاعدة)</p> <p><math>٨٤ = ٤ \times ٦ \times ٢ + ٣٦</math></p> <div style="text-align: center;">  </div>

٤	$\text{حجم الكأس} = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع}$ $7 \times 9 \times \frac{22}{7} \times \frac{1}{3} =$ $= 66 \text{ سم}^3 \text{ تقريبا}$
٥	<hr/> $\text{حجم المخروط} = \frac{1}{3} (\text{مساحة القاعدة} \times \text{الارتفاع})$ $= \frac{1}{3} (\pi \times \text{نق}^2 \times \text{ع})$ $= (3,14 \times 2^2 \times 4) \div 3 =$ $= 16,74 \text{ سم}^3$
٦	 <p> <math>\text{نصف القطر} = \frac{3}{4} \times 12 = 9 \text{ سم}</math>  <math>\text{مساحة سطح المخروط القائم} = \pi \times \text{نق} \times (\text{ل} + \text{نق})</math>  <math>= \pi \times 9 \times (12 + 9)</math>  <math>= 189 \pi \approx 593,46 \text{ سم}^2</math> </p>
٧	<p>أ (٠، ٤)</p> <p>ب (٦، ١٠)</p> <p>ج (٤، ٨)</p>

	<p> <math>(2, 2) \xrightarrow{P} (2, 2)</math>  <math>(4, 2) \xrightarrow{B} (4, 2)</math>  <math>(4, 1) \xrightarrow{D} (4, 1)</math>  <math>(2, 1) \xrightarrow{S} (2, 1)</math> </p> 	٨
<p>       لتكن ج ( ٢ ، ٢ ) نقطة في المستوى        ٢ - ج ( ٣ ، ٢ ) <math>\xrightarrow{ت ( ٣ ، ٥ )}</math> ( ٩ ، ٦ ) <math>\xrightarrow{د ( ٩ ، ٥ )}</math> ( ٦ ، ٩ )     </p>	٩	