



سُلْطَنَةُ عُومَانِ
وَزَارَةُ التَّوْزِينِ وَالتَّجْلِيهِ

الرياضيات

كتاب الطالب



الصف السابع
الفصل الدراسي الثاني

الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.
تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءاً من الجامعة.
وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعياً
وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية.
© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.
يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي
المسموح به قانوناً ولأحكام التراخيص ذات الصلة.
لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من
مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.
الطبعة التجريبية ٢٠١٩ م

طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمّت مواءمتها من كتاب الطالب - الرياضيات للصف السابع - من سلسلة
كامبريدج للرياضيات في المرحلة الثانوية للمؤلفين جريج بيرد ولين بيرد وكريس
بيرس.
تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة
جامعة كامبريدج رقم ٢٠١٧ / ٤٥.
لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفّر أو دقة المواقع الإلكترونية
المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد بأن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق
وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ٣٧٠ / ٢٠١٧ واللجان المنبثقة عنه

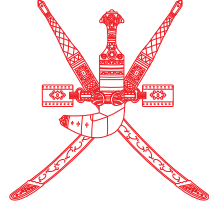
جميع حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة
لوزارة التربية والتعليم



حضرة صاحب الجلالة السلطان فابوس بن سعيد المعظم

سلطنة عُمان





النَّشِيدُ الْوَطَنِي

يَا رَبَّنَا احْفَظْ لَنَا
وَالشَّعْبَ فِي الْأَوْطَانِ
وَلْيَدُمُ مَوْيَدًا
عَاهِلًا مُمَجَّدًا
جَلَالَةَ السُّلْطَانِ
بِالْعِزِّ وَالْأَمَانِ

بِالنُّفُوسِ يُفْتَدَى

يَا عُمَانُ نَحْنُ مِنْ عَهْدِ النَّبِيِّ
أَبْشِرِي قَابُوسُ جَاءَ
أَوْفِيَاءَ مِنْ كِرَامِ الْعَرَبِ
فَلْتُبَارِكْهُ السَّمَاءُ

وَأَسْعِدِي وَلْتَقِيهِ بِالْدُّعَاءِ

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد،،،

انطلاقاً من التوجهات السامية لحضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد المعظم - حفظه الله ورعاه - بضرورة إجراء تقييم شامل للمسيرة التعليمية في السلطنة من أجل تحقيق التطلعات المستقبلية، ومراجعة سياسات التعليم وخططه وبرامجه، حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتلبي متطلبات المجتمع الحالية، وتطلعاته المستقبلية، ولتتواءم مع المستجدات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة، بما يؤدي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية باعتبارها مكوناً أساسياً من مكونات المنظومة التعليمية بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة، بدءاً من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقييم وغيرها؛ وذلك لتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتماماً كبيراً يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي، ومن هذا المنطلق اتجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقاً مع التطور المتسارع في هذا المجال من خلال تبني مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتين المادتين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب بما يحويه من معارف ومهارات وقيم واتجاهات جاء محققاً لأهداف التعليم في السلطنة، وموائماً للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد بما يتضمنه من أنشطة وصور ورسومات، وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلم الطالب بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

متمنية لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مخلصة لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

مرحباً بك في مقرر كتاب الرياضيات للصف السابع

يتكون المقرر من ستة محاور:

- الأعداد
- القياس
- الهندسة
- الجبر
- معالجة البيانات
- حل المشكلات

يحتوي هذا الكتاب وكتاب الفصل الدراسي الثاني معاً على ١٧ وحدة، وترتبط كل منها بأحد هذه المحاور الخمسة الأولى. ويتم تضمين محور حل المشكلات في كل الوحدات. لا توجد خطوط واضحة تفصل بين المحاور الخمسة في الرياضيات؛ فالمهارات التي يتم تعلمها في إحدى الوحدات عادةً ما تُستخدم في الوحدات الأخرى.

تبدأ كل وحدة بمقدمة، مع سرد المفردات في إطار أزرق اللون؛ ويعمل ذلك على تجهيزك لما سوف تتعلمه في الوحدة. وفي نهاية كل وحدة يوجد إطار يحتوي على ملخص لتذكيرك بما تعلمته.

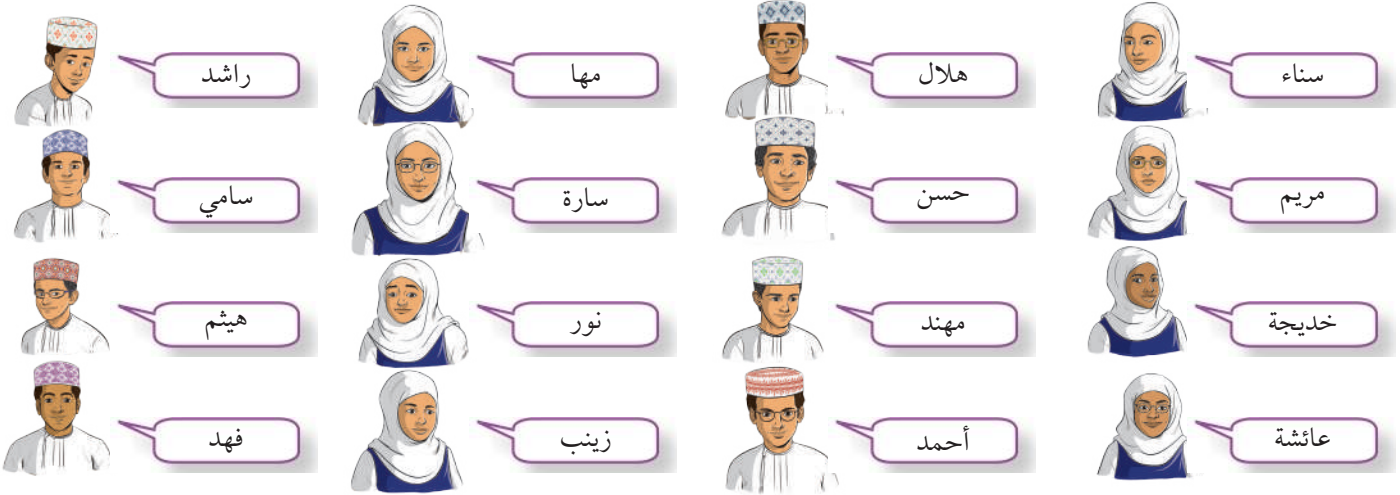
تنقسم كل وحدة إلى عدة موضوعات؛ ويحتوي كل موضوع على مقدمة تشرح محتوى الموضوع، وعادةً ما يكون ذلك باستخدام أمثلة محلولة. كما تتوفر إرشادات مفيدة في إطارات زرقاء اللون. وفي نهاية كل موضوع هناك تمارين، وتنتهي كل وحدة بتمرين للمراجعة. تشجعك الأسئلة الموجودة في التمارين على تطبيق معرفتك الرياضية وتطوير فهمك للمادة الدراسية.

بالإضافة إلى تعلم المهارات الرياضية، فأنت بحاجة إلى تعلّم متى وكيف تستخدمها. وتعد مهارة كيفية حل المشكلات واحدة من أهم المهارات الرياضية التي يجب أن تتعلمها.

عندما ترى هذا الرمز، فإن ذلك يعني أن السؤال سيساعدك على تطوير مهاراتك في حل المشكلات.



أثناء دراسة هذا المقرر، ستتعلم الكثير من الحقائق والمعلومات والتقنيات؛ وستبدأ بالتفكير كعالم رياضيات. سوف تناقش الأفكار والأساليب مع الطلاب الآخرين وكذلك مع معلمك. تعتبر هذه المناقشات جزء مهم من تطوير مهاراتك وفهمك في الرياضيات. تابع هؤلاء الطلاب أدناه الذين سيطرحون الأسئلة ويقدمون الاقتراحات ويشاركون في أنشطة الوحدات.



في نهاية كل فصل دراسي، قد يطلب إليك معلمك / معلمتك خوض اختبار تقييم المستوى للوقوف على المستوى الذي وصلت إليه. كما سيساعدك هذا الكتاب على معرفة كيفية تطبيق معرفتك في الرياضيات لتؤدي بشكل جيد في هذا الاختبار.

المحتويات

الوحدة التاسعة: التماثل

١٦	١-٩ التعرف على الأشكال المتطابقة
١٩	٢-٩ التعرف على التماثل الخطي
٢٢	٣-٩ التعرف على التماثل الدوراني
٢٤	٤-٩ خصائص التماثل في المثلثات والأشكال رباعية الأضلاع الخاصّة والمُضلعَات المنتظمة
٢٧	٥-٩ تصنيف الأشكال رباعية الأضلاع
٣٠	تمارين ومسائل عامة

الوحدة العاشرة: التخطيط وجمع البيانات

٣٣	١-١٠ البيانات المنفصلة والبيانات المُتصلة
٣٥	٢-١٠ إيجاد البيانات
٣٨	٣-١٠ الدراسات الاستقصائية والتجارب
٤١	٤-١٠ جمع البيانات
٤٥	٥-١٠ استخدام الجداول التكرارية
٤٩	تمارين ومسائل عامة

الوحدة الحادية عشرة: الكسور (٢)

٥٢	١-١١ جمع الكسور وطرحها
٥٥	٢-١١ استخدام الكسور مع الكميات
٥٧	٣-١١ ضرب عدد صحيح في كسر
٥٩	٤-١١ قسمة عدد صحيح على كسر
٦١	٥-١١ ضرب الكسور وقسمتها
٦٤	تمارين ومسائل عامة

الوحدة الثانية عشرة: الاحتمالات

٦٦	١-١٢ مقياس الاحتمال
٦٨	٢-١٢ نتائج الاحتمالات المرجحة بالتساوي
٧١	٣-١٢ الأحداث المُتنافية
٧٤	٤-١٢ تقدير الاحتمال
٧٧	تمارين ومسائل عامة

الوحدة الثالثة عشرة: الأعداد العشرية والكسور العشرية والنسب المئوية

- ١٣-١ الضرب في الأعداد العشرية والكسور العشرية ٨٠
- ١٣-٢ القسمة على الأعداد العشرية والكسور العشرية ٨٢
- ١٣-٣ حساب النسب المئوية ٨٤
- ١٣-٤ زيادة النسبة المئوية وانخفاضها ٨٧
- ١٣-٥ إيجاد النسب المئوية ٩٠
- تمارين ومسائل عامة ٩٣

الوحدة الرابعة عشرة: المخططات الدائرية والمقاييس الإحصائية

- ١٤-١ تفسير المخططات الدائرية ورسمها ٩٦
- ١٤-٢ المقاييس الإحصائية والمدى ٩٩
- ١٤-٣ الوسط الحسابي ١٠٢
- ١٤-٤ مقارنة التوزيعات ١٠٥
- ١٤-٥ استخلاص النتائج ١٠٨
- تمارين ومسائل عامة ١١٢

الوحدة الخامسة عشرة: العبارات الجبرية والصيغ

- ١٥-١ فكُّ الأقواس ١١٥
- ١٥-٢ استنتاج واستخدام الصيغ ١١٧
- تمارين ومسائل عامة ١٢١

الوحدة السادسة عشرة: الرسوم البيانية

- ١٦-١ تحديد مواضع الإحداثيات ١٢٣
- ١٦-٢ الخطوط الموازية للمحاور ١٢٦
- ١٦-٣ رسم مخططات بيانية للمعادلات ١٢٨
- ١٦-٤ المُعادلات في صورة $ص = م س + ج$ ١٣٠
- تمارين ومسائل عامة ١٣٣

الوحدة السابعة عشرة: الحجم ومساحة السطح

- ١٧-١ حساب حجم مُتوازي المُستطيلات ١٣٦
- ١٧-٢ حساب مساحات أسطح المكعب ومتوازي المستطيلات ١٣٨
- ١٧-٣ حساب مساحات أسطح المُجسّمات الأخرى ١٤٠
- تمارين ومسائل عامة ١٤٣
- مراجعة نهاية الفصل الدراسي ١٤٤
- قاموس المصطلحات ١٤٧

الوحدة التاسعة: التماثل

المفردات

تأكد من تعلّمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- وتر المثلث القائم (hypotenuse)
- متطابق (congruent)
- الأضلاع المتناظرة (corresponding sides)
- الزوايا المتناظرة (corresponding angles)
- متماثل (symmetrical)
- خط التماثل (line of symmetry)
- رتبة التماثل الدوراني (rotational symmetry order)
- القطر (diagonal)
- ينصف (bisect)

لعب التماثل دورًا هامًا في حياة الإنسان اليومية على مرّ التاريخ فمثلًا، يمتلئ قصر الحمراء بغرناطة (الذي يقع في إحدى مدن جنوب إسبانيا وعاصمة إقليم الأندلس) بالتصميمات المتماثلة.

بُني القصر في القرن الثالث عشر؛ وعلى الرغم من أنه صُمم في الأصل كمنطقة عسكرية، إلا أنه أصبح مقرًا لإقامة الملوك ومقرًا المحكمة غرناطة أيضًا.

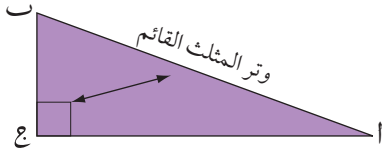


يمكنك أن ترى التماثل في تصميم الحدائق والمباني والنوافذ وتصميمات البلاط، ستلاحظ عدد الأنماط المتماثلة التي يُمكن أن تراها.



ستتعرف في هذه الوحدة على تماثل الأشكال والأنماط.

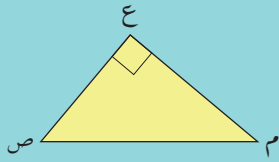
١-٩ التعرف على الأشكال المتطابقة



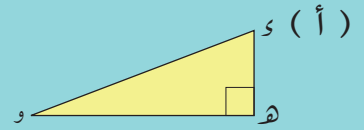
يشير المخطط إلى المثلث قائم الزاوية أ ب ج، فيسمى أطول ضلع في المثلث، وهو الضلع أ ب، وتر المثلث القائم، ويكون وتر المثلث القائم دائماً هو الضلع المقابل للزاوية القائمة.

مثال ١-٩ أ

أي ضلع هو وتر المثلث القائم في كل من المثلثات التالية؟



(ب)



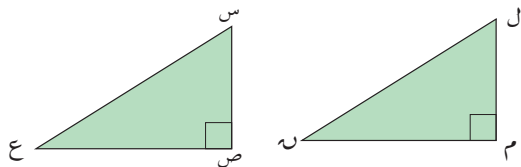
(أ)

الحل

د و هو أطول ضلع وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة هـ.
ص م هو أطول ضلع وهو الضلع المقابل للزاوية القائمة ع.

(أ) د و

(ب) ص م



يوجد على اليسار مثلثان قائما الزاوية وهما (ل م ن)، (س ص ع)، فهل يمكنك أن تلاحظ أن المثلثين متساويان في الشكل والمساحة؟ الأشكال المتساوية في الشكل والمساحة تسمى الأشكال المتطابقة.

∴ ل م، س ص متطابقان ∴ ل م، س ص أضلاع متناظرة.

∴ (م ل ن)، (ص ش ع) متساويتان ∴ (م ل ن)، (ص ش ع) زاويتان متناظرتان.

في الأشكال المتطابقة، الأضلاع المتناظرة متساوية والزاويا المتناظرة متساوية.

في المثلثين (ل م ن)، (س ص ع):

$$\overline{ل م} = \overline{س ص}، \overline{ل ن} = \overline{س ع}، \overline{ل م ن} = \overline{س ص ع}$$

$$= و (م ل ن)، و (ص ش ع)، و (ل ن م) = و (س ش ع)، و (ل م ن) = و (ع ض س)$$

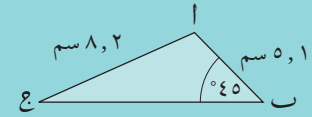
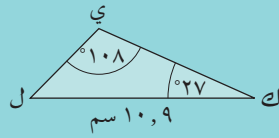
م ل ن هي طريقة رياضية
لكتابة الزاوية (م ل ن)

مثال ٩-١ ب

(أ) أي من هذه الأشكال متطابق مع الشكل أ؟



(ب) المثلثان التاليان متطابقان:



(١) اكتب طولي $\overline{ب ج}$ ، $\overline{ي ل}$

(٢) ما $\angle و$ ($\angle ب أ ج$)، ($\angle ل ي$)؟

الحل

(أ) الأشكال (ج)، (هـ)، (ز) على الرغم من أن الشكلين (هـ)، (ز) يشيران باتجاهات مختلفة إلى (أ)، فإنهما مطابقان لبعضهما في الشكل والمساحة؛ وبالتالي فهما متطابقان. الأشكال (ب)، (د)، (و)، (ح) غير متطابقة مع الشكل (أ) لأن (ب) أقصر من (أ)، (د) أطول من (أ)، ورأس السهم (و) أطول من (أ)، ورأس السهم (ح) أعرض من (أ).

(ب) (١) $\overline{ب ج} = 10.9$ سم $\therefore \overline{ب ج} = \overline{ك ل}$ \therefore ضلعان متناظران

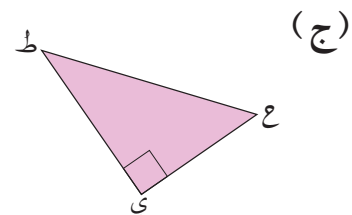
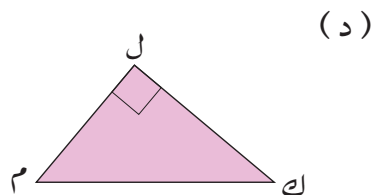
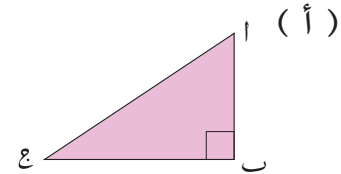
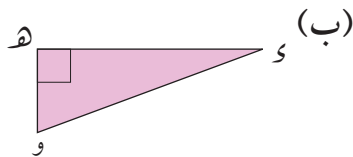
$\overline{ي ل} = 5.1$ سم $\therefore \overline{ي ل} = \overline{أ ب}$ \therefore ضلعان متناظران

(٢) $\angle و = \angle ب أ ج = 108^\circ$ \therefore زاويتان متناظرتان $\therefore \angle و = \angle ب أ ج = \angle ل ي ك$

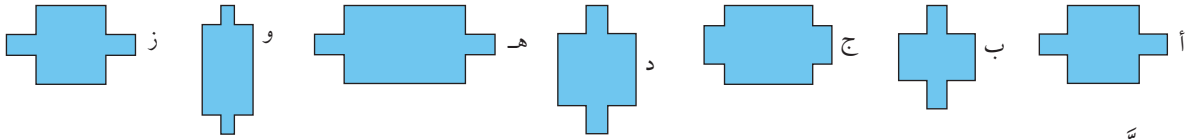
$\angle ل ي = 45^\circ$ $\therefore \angle ل ي = \angle ج ث ا$ \therefore زاويتان متناظرتان $\therefore \angle ل ي = \angle ج ث ا$

تمارين ٩-١

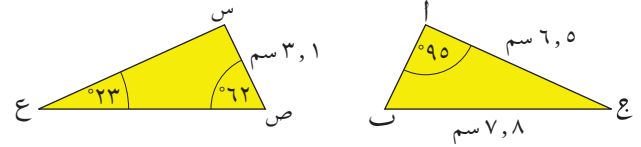
(١) أي ضلع هو وتر المثلث القائم في كل مثلث قائم الزاوية من المثلثات التالية؟



(٢) أي من الأشكال التالية متطابق مع الشكل أ؟



(٣) المثلثان التاليان متطابقان.



(أ) اكتب طول كل ضلع فيما يلي:

(٣) ص ع

(٢) س ع

(١) أ ب

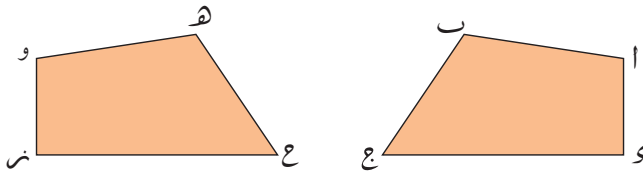
(ب) اكتب قياس كل من الزوايا:

(٣) (ص ش ع)

(٢) (أ ج ب)

(١) (أ ش ج)

(٤) الشكلان المجاوران متطابقان.



(أ) أي من الأضلاع في الشكل متناظر مع كل من:

(٢) ب ج

(١) أ ب

(٤) ح د

(٣) هـ و

(ب) من الزوايا في الشكل متناظرة مع كل من:

(٢) (ب أ د)

(١) (أ ح ج)

(٤) (هـ ح د)

(٣) (ع هـ و)

(٥) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاص بفهد.



السؤال الشكلان التاليان متطابقان:

(أ) اكتب زوجاً واحداً من الزوايا المتناظرة.

(ب) اشرح سبب تناظر هذه الزوايا.

الإجابة (أ) (ل ك هـ)، (و ض ف) متناظرتان.

(ب) الزاويتان متناظرتان لأن قياسهما يساوي ٩٠°

هل كانت إجابات فهد على الواجب المنزلي صحيحة؟ اشرح إجابتك.

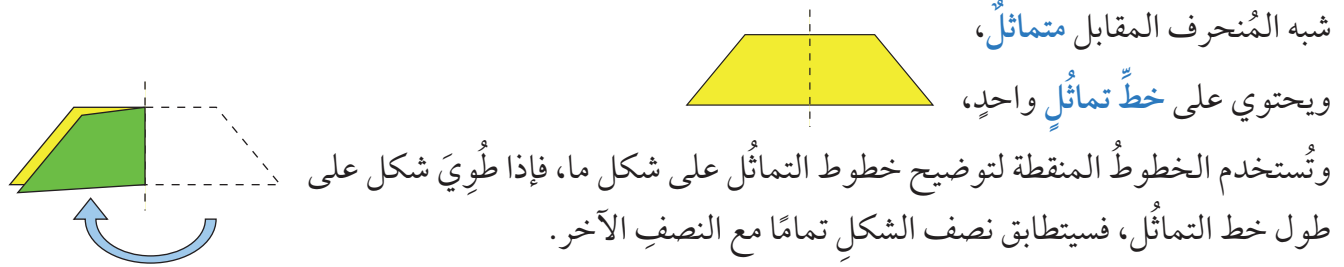
(٦) اقرأ ما تقوله مريم، هل هي مُحققة؟ اشرح إجابتك.



في المثلث متطابق الأضلاع قياس كل زاوية من زواياه يساوي ٦٠°، ويعني هذا أن كل المثلثات متطابقة الأضلاع يجب أن تكون مثلثات متطابقة؛ لأن كل الزوايا بنفس القياس.



٢-٩ التعرف على التماثل الخطي



مثال ٢-٩

كم عدد خطوط التماثل الموجودة في الأشكال الآتية؟

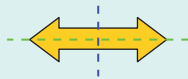


(ب)



(أ)

الحل



هذا الشكل له خط تماثل رأسي وخط تماثل أفقي.

(أ) ٢

هذا الشكل ليس له خط تماثل.

(ب) ٠

تمارين ٢-٩

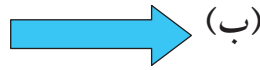
١) انسخ الأشكال الآتية، ثم ارسم خط التماثل لكل شكل منها:



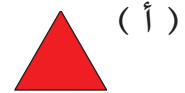
(د)



(ج)



(ب)

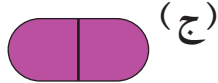


(أ)

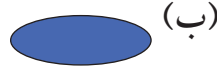
٢) ارسم خطوط التماثل لكل شكل من الأشكال الآتية:



(د)



(ج)



(ب)



(أ)

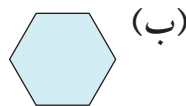
٣) اكتب عدد خطوط التماثل لكل شكلٍ من الأشكال التالية:



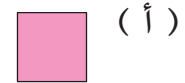
(د)



(ج)

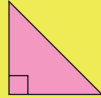






(ب)



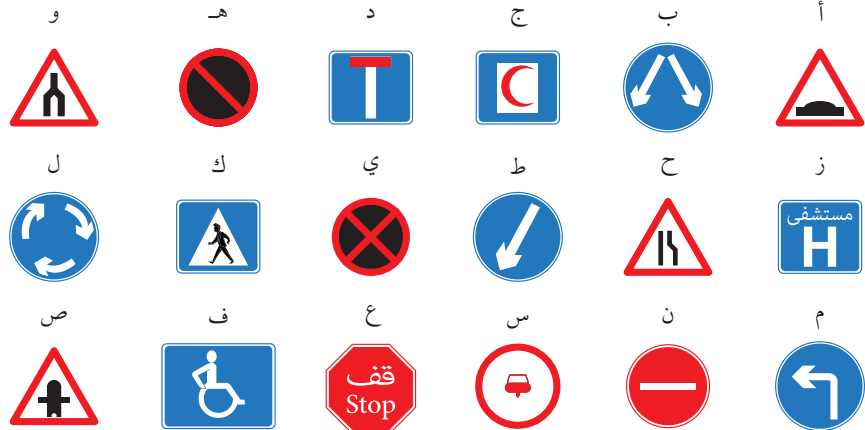
(أ)

٤) انسُخ وأكمل الجدول الخاصّ بالمثلثات التالية، كما في المثال:

عدد خطوط التماثل الدوراني	نوع المثلث				
	قائم الزاوية	مختلف الأضلاع	متطابق الأضلاع	متطابق الضلعين	
١	✓			✓	(أ) 
					(ب) 
					(ج) 
					(د) 
					(هـ) 

٥) يوجد فيما يلي بعض إشارات الطرق النموذجية:

في الجزئية ب خطوط التماثل ليست أفقية أو رأسية ولكنها قطرية عند زاوية ما كما هو موضح.

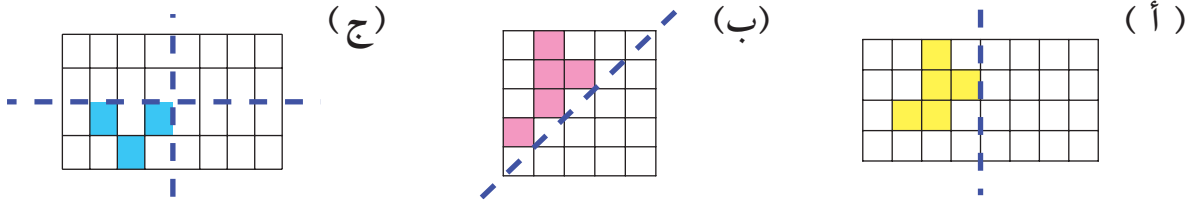


٩-٢ التعرف على التماثل الخطي

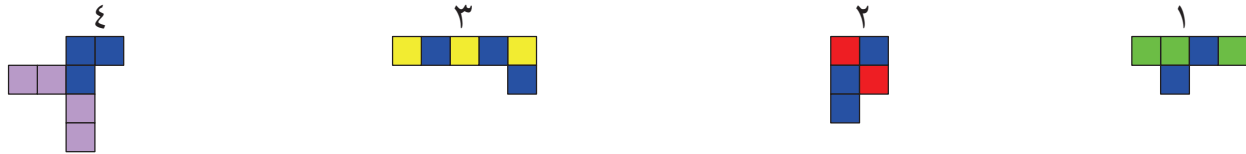
أكمل الجدول التالي لتحديد نوع خطوط التماثل للإشارات السابقة، وقد تمَّ حلُّ الجزئيتين أ، ب للتوضيح:

ص	ف	ع	س	ن	م	ل	ك	ي	ط	ح	ز	و	د	هـ	ج	ب	أ	نوع خطِّ التماثل
																		خطُّ تماثل أفقيّ
																	✓	خطُّ تماثل رأسيّ
																✓		خطُّ تماثل قطريّ
																		لا يوجد خط تماثل

٦) في الأشكال الآتية، إذا علمت أن الخطوط المنقطعة الزرقاء تمثل خطوط تماثل في الأشكال الآتية، فأكمل تظليل المربعات ليكون الشكل متماثلاً:



٧) انسخ الأنماط التالية على ورقة مُربَّعات ثم أجب عن الأسئلة التي تليها:



(أ) أضف مُربَّعاً أزرق واحداً لكلِّ نمطٍ لتكوين نمط جديد يكون له خطُّ تماثل.

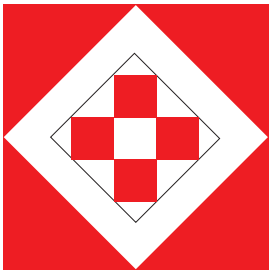
(ب) ارسم خطَّ تماثل لكلِّ نمط خاص بك.

(ج) حدّد نوع خط التماثل.

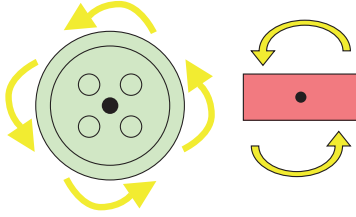
٨) استخدم صفاء أربع قطعٍ من البلاط المرسوم في الشكل المقابل:

لتكوين نمطٍ مُربَّعٍ له أربعة خطوط تماثل، ارسم نمطين مُختلفين

يُمكن لصفاء تكوينهما.



٣-٩ التعرف على التماثل الدوراني

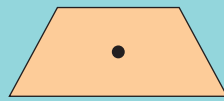


التماثل الدوراني هو: دوران الشكل حول نقطة ما وصولاً إلى موضع آخر يكون فيه الشكل مطابقاً لوصفه الأصلي.

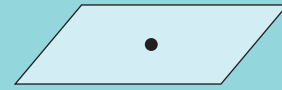
أما رتبة التماثل الدوراني فهي: عدد المرات التي يكون فيه الشكل مطابقاً لوصفه الأصلي خلال دورة واحدة كاملة، ففي الشكل المقابل للمستطيل رتبة تماثل دوراني قدرها ٢، أما الزر فيكون له رتبة تماثل دوراني قدرها ٤

مثال ٣-٩

اكتب رتبة التماثل الدوراني لكل شكل من الأشكال الآتية:



(ب)



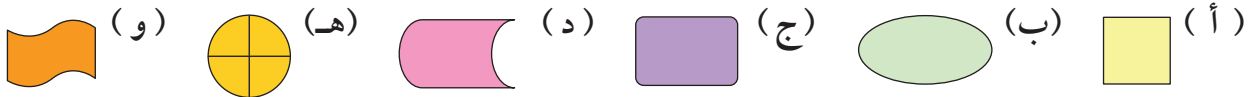
(أ)

الحل

- (أ) رتبة قدرها ٢ يكون متوازي الأضلاع مطابقاً لوصفه الأصلي مرتين خلال دورة كاملة، إذن رتبة التماثل الدوراني له قدرها ٢
- (ب) رتبة قدرها ١ يكون شبه المنحرف مطابقاً لوصفه الأصلي مرة واحدة خلال دورة كاملة، إذن رتبة التماثل الدوراني له قدرها ١

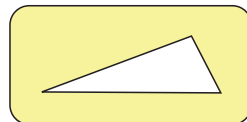
تمارين ٣-٩

١ اكتب رتبة التماثل الدوراني لكل شكل من الأشكال الآتية:



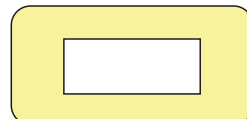
٢ صل بين كل بطاقة من العمود الأول بالبطاقتين المناسبين لها من العمودين الثاني والثالث:

رتبة التماثل الدوراني قدرها ٣



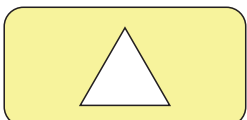
مستطيل

رتبة التماثل الدوراني قدرها ٢



مثلث متطابق الأضلاع

رتبة التماثل الدوراني قدرها ١



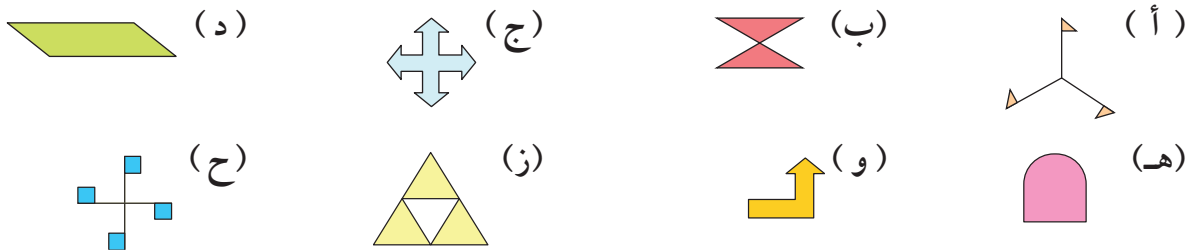
مثلث مختلف الأضلاع

٣-٩ التعرف على التماثل الدوراني

٣) اكتب رتبة التماثل الدوراني لكل إشارة من إشارات الطريق الآتية:



٤) اكتب حرف كل شكل من الأشكال التالية في موقعه الصحيح في الجدول، كما هو موضح في الشكل أ:



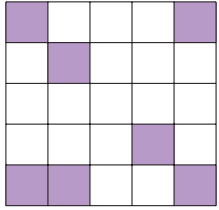
عدد خطوط التماثل الدوراني						
٤	٣	٢	١	٠		
					١	رتبة التماثل الدوراني
					٢	
				أ	٣	
					٤	

٥) لدى سمير خمس قطع من البلاط الأحمر وأربع قطع من البلاط الأبيض:



ارسم طريقتين مختلفتين يمكن لسمير أن يرتب بها البلاط حتى يكون لديه شكل له رتبة تماثل دوراني قدرها ٤

٦) ارسم نسختين من الشكل المقابل:

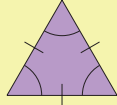



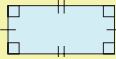

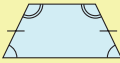

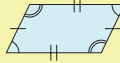


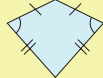





(أ) في الشكل الأول، لوّن مُربَّعًا واحدًا إضافيًا حتى يكون للشكل الجديد رتبة تماثل دوراني قدرها ٢

(ب) في الشكل الثاني، لوّن خمسة مُربَّعات إضافية حتى يكون للشكل الجديد رتبة تماثل دوراني قدرها ٤

٩-٤ خصائص التماثل في المثلثات والأشكال رباعية الأضلاع الخاصة والمضلعات المنتظمة

يجب أن تعرف خصائص المثلثات، والأشكال رباعية الأضلاع الخاصة وبعض من المضلعات المنتظمة.

<p>المثلث متطابق الأضلاع:</p> <ul style="list-style-type: none"> • كل أضلاعه متطابقة • كل زواياه متساوية • له ٣ خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٣ 	<p>المثلث متطابق الضلعين:</p> <ul style="list-style-type: none"> • له ضلعان متطابقان • له زاويتان متساويتان • له خط تماثل واحد • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١ 	<p>المثلث مختلف الأضلاع:</p> <ul style="list-style-type: none"> • أطوال أضلاعه مختلفة • قياس زواياه مختلفة • لا يوجد له أي خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١ 	<p>المثلثات</p>
<p>المُعِين:</p> <ul style="list-style-type: none"> • كل أضلاعه متطابقة • له زوجان من الأضلاع المتوازية • الزوايا المتقابلة فيه متساوية • له خط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٢ 	<p>المُسْتطِيل:</p> <ul style="list-style-type: none"> • له زوجان من الأضلاع المتطابقة • له زوجان من الأضلاع المتوازية • قياس كل زواياه يساوي ٩٠° • له خط تماثل • له مرتبة تماثل دوراني قدرها ٢ 	<p>المُرَبَّع:</p> <ul style="list-style-type: none"> • كل أضلاعه متطابقة • له زوجان من الأضلاع المتوازية • قياس كل زواياه يساوي ٩٠° • له ٤ خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٤ 	<p>الأشكال رباعية الأضلاع</p>
<p>شبه المُنحرف متطابق الضلعين:</p> <ul style="list-style-type: none"> • له ضلعان متطابقان • له زوج من الأضلاع المتوازية • له زوجان من الزوايا المتساوية • له خط تماثل واحد • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١ 	<p>شبه المُنحرف:</p> <ul style="list-style-type: none"> • أطوال أضلاعه مختلفة • له زوج من الأضلاع المتوازية • قياس زواياه مختلفة • لا يوجد له أي خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١ 	<p>مُتوازي الأضلاع:</p> <ul style="list-style-type: none"> • له زوجان من الأضلاع المتطابقة • له زوجان من الأضلاع المتوازية • الزوايا المتقابلة فيه متساوية • لا يوجد له أي خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٢ 	<p>المضلعات المنتظمة</p>
<p>المُضَلَّع المنتظم ثُمانيُّ الأضلاع:</p> <ul style="list-style-type: none"> • له ٨ أضلاع متطابقة • له ٨ زوايا متساوية القياس • له ٨ خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٨ 	<p>المُضَلَّع السداسيُّ المنتظم:</p> <ul style="list-style-type: none"> • له ٦ أضلاع متطابقة • له ٦ زوايا متساوية القياس • له ٦ خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٦ 	<p>شكل الطائرة الورقية (الدتون):</p> <ul style="list-style-type: none"> • له زوجان من الأضلاع المتطابقة • لا توجد به أضلاع متوازية • له زوج من الزوايا المتساوية في القياس • له خط تماثل واحد • له رتبة تماثل دوراني قدرها ١ 	<p>المضلعات المنتظمة</p>
<p>المُضَلَّع الخماسيُّ المنتظم:</p> <ul style="list-style-type: none"> • له ٥ أضلاع متطابقة • له ٥ زوايا متساوية القياس • له ٥ خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٥ 	<p>المُضَلَّع السداسيُّ المنتظم:</p> <ul style="list-style-type: none"> • له ٦ أضلاع متطابقة • له ٦ زوايا متساوية القياس • له ٦ خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٦ 	<p>المُضَلَّع الخماسيُّ المنتظم:</p> <ul style="list-style-type: none"> • له ٥ أضلاع متطابقة • له ٥ زوايا متساوية القياس • له ٥ خطوط تماثل • له رتبة تماثل دوراني قدرها ٥ 	<p>المضلعات المنتظمة</p>

مثال ٩-٤

(أ) مُضلعٌ رباعيٌّ له خط تماثل واحد ورتبة تماثل دوراني قدرها ١، ويحتوي هذا المُضلع على زوجين من الأضلاع المتطابقة ولا يوجد له أضلاع متوازية وله زوج واحد من الزوايا المتساوية، فما هذا الشكل؟
(ب) صف أوجه التشابه والاختلاف بين المربع والمعين.

الحل

(أ) شكل الطائرة الورقية (الدالتون) يُمكن للشكل الذي له خط تماثل واحد ورتبة تماثل دوراني قدرها ١ أن يكون طائرة ورقية (دالتون) أو شبه منحرف متطابق الضلعين، وتوضّح المعلومات الأخرى أن هذا الشكل لا يُمكن أن يكون إلا شكل طائرة ورقية (دالتون).

(ب)

أوجه التشابه	أوجه الاختلاف
الزوايا المُتقابلة متساوية القياس	كُلُّ زوايا المربع قياسها 90° لا ينطبق ذلك على المعين.
كُلُّ الأضلاع متطابقة	المربع له أربعة خطوط تماثل. المعين له خط تماثل.
زوجان من الأضلاع المتوازية	المربع له رتبة تماثل دوراني قدرها ٤ المعين له رتبة تماثل دوراني قدرها ٢

تمارين ٩-٤

- اذكر أسماء الأشكال التالية حسب وصفها:
(أ) «لي ثلاثة أضلاع متطابقة، وثلاث زوايا متساوية القياس، كما أنه لدي ثلاثة خطوط تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٣»
(ب) «لي أربعة أضلاع، زوجان منهما متطابقان، ولدي أربع زوايا اثنتان منهما متساويتان في القياس، ولي خط تماثل واحد، ورتبة تماثل دوراني قدرها ١»
(ج) «لي ستة أضلاع جميعها متطابقة، ولي ستة خطوط تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٦»
- صف أوجه التشابه بين المستطيل ومُتوازي الأضلاع.
- صف أوجه الاختلاف بين شبه المنحرف متطابق الضلعين وشكل الطائرة الورقية (الدالتون).

٤-٩ خصائص التماثل في المُثلثات والأشكال رباعية الأضلاع الخاصّة والمُضلعَات المنتظمة

مُرَبَّع

مُثلَّث متطابق الضلعين

مُضَلَّع خماسيٌّ منتظم

مُتوازي الأضلاع

مُسْتطيل

مُثلَّث مختلف الأضلاع

مُضَلَّع منتظم ثمانيُّ الأضلاع

٤) صلِّ كلَّ وصفٍ بالشكل الصحيح من الإطار المقابل:

(أ) «لي خمسة خطوط تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٥»

(ب) «ليس لي أيُّ خطوط تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٢»

(ج) «ليس لي أيُّ خطوط تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ١»

(د) «لي ٨ خطوط تماثل خطوط تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٨»

(هـ) «لي خط تماثل واحد ورتبة تماثل دوراني قدرها ١»

(و) «لي أربعة خطوط تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٤»

(ز) «لي خط تماثل ورتبة تماثل دوراني قدرها ٢»

٥) تَتَّبِعْ خصائص الأشكال في المخطط التالي، ثم اختر اسم الشكل المناسب مما يلي لتكتبه في الإطارات الحمراء:

المُثلَّث مختلف الأضلاع

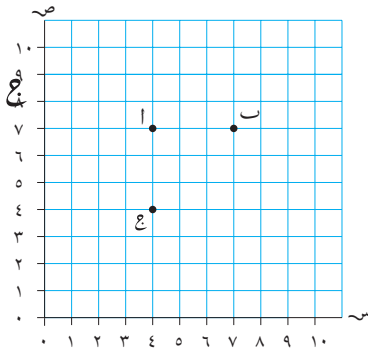
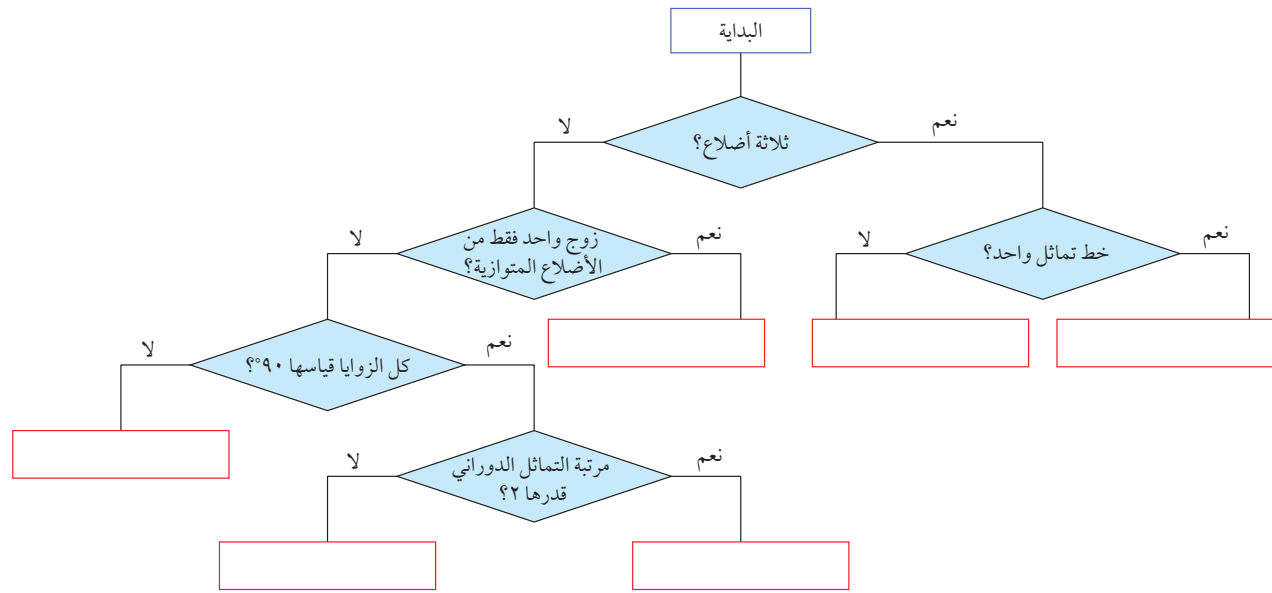
المُرَبَّع

شبه المُنحرف

المُثلَّث متطابق الضلعين

المُعَيَّن

المُسْتطيل



٦) أ، ب، ج ثلاث نقاط على الشبكة المقابلة، و نقطة أخرى على الشبكة،

عندما تكون النقطة و عند (٧، ٤)، يكون الشكل رباعيُّ الأضلاع أ ب و مُرَبَّعًا.

(أ) تحركت النقطة و ليتغير الشكل رباعيُّ الأضلاع أ ب ج و إلى مُتوازي أضلاع، فما إحداثيات النقطة و؟

(ب) تحركت النقطة و ليتغير الشكل رباعيُّ الأضلاع أ ب ج و إلى شكل

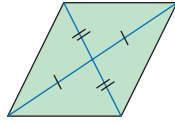
٥-٩ تصنيف الأشكال رباعية الأضلاع

طائرة قسيمة (الدالتون) يمكن تصنيفها على أنها إما متوازي الأضلاع أو متوازي الأضلاع.

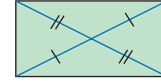
٥-٩ تصنيف الأشكال رباعية الأضلاع

الشكل رباعي الأضلاع هو شكل ثنائي الأبعاد له أربعة أضلاع وأربع زوايا، وله قطران يتقاطعان مع بعضهما. في بعض الأشكال رباعية الأضلاع لا يتقاطع القطران عمودياً ولكن ينصف بعضها للآخر مثل:

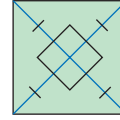
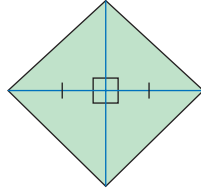
متوازي الأضلاع



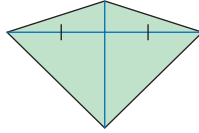
المستطيل



أما في المربع والمعين فإن القطران يتقاطعان عمودياً وينصف كل منهما الآخر.



لكن في شكل الطائرة الورقية (الدالتون) يتقاطع القطران عمودياً وينصف قطر واحد فقط منهما.



مثال ٥-٩

لدينا شكل رباعي الأضلاع بلا خطوط تماثل، ولا يتقاطع قطراه عمودياً ولا ينصف بعضهما البعض، فما هذا الشكل؟

الحل

شبه منحرف عدم وجود خطوط تماثل يعني أن الشكل يُمكن أن يكون متوازي أضلاع أو شبه منحرف، وعدم تصنيف القطرين لبعضهما البعض يعني أن هذا شبه منحرف.

تمارين ٥-٩

- (١) سم كل شكل من الأشكال رباعية الأضلاع الخاصة التالية حسب وصفه:
 - (أ) «جميع أضلاعي متطابقة، ولدي أربعة خطوط تماثل، وقطران متعامدان ينصف كل منهما الآخر»
 - (ب) «لي رتبة تماثل دوراني قدرها ٢، وليس لي خط تماثل»
 - (ج) «لي زوجان من الأضلاع المتطابقة، وزوج واحد فقط من الزوايا متساوية القياس»
 - (د) «أقطاري تنصّف بعضهما، ولكنها ليست متعامدة»
 - (هـ) «لي زوج واحد من الأضلاع المتوازية، ولي رتبة تماثل دوراني قدرها ١؛ وخطّ تماثل واحد»

٢) تتبّع خصائص الأشكال في المخطط التالي، ثم اكتب اسم الشكل في الإطارات الحمراء فيما يلي:

(أ) المُرَبَّع

(ب) المُعَيَّن

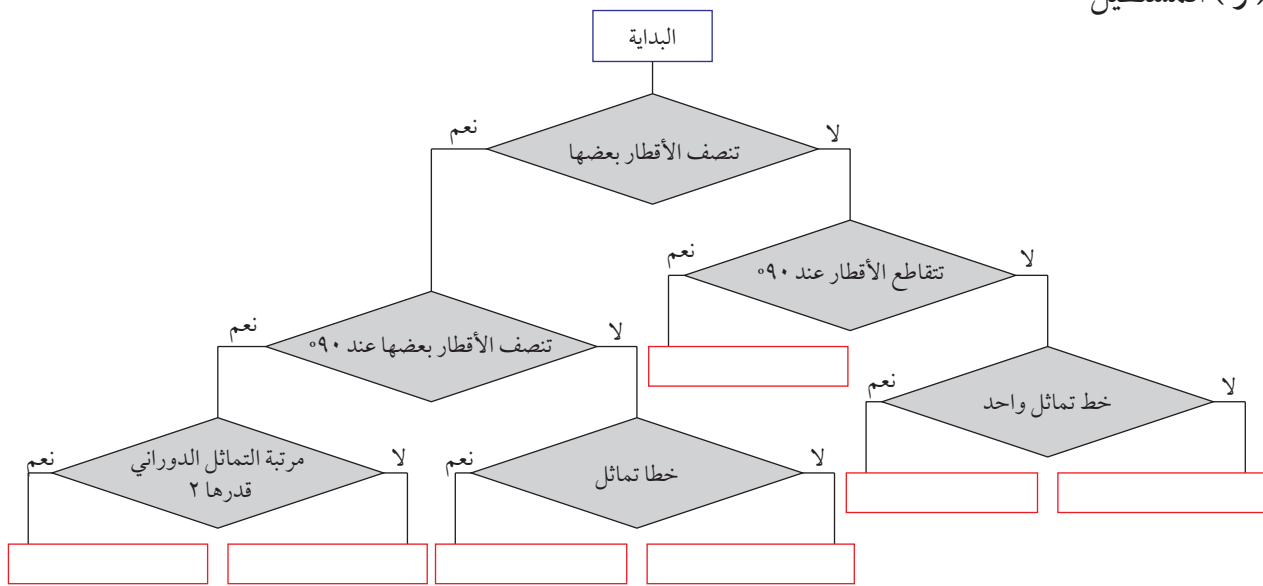
(ج) شكل الطائرة الورقية (الدالتون)

(د) مُتَوَازِي الأضلاع

(هـ) شبه المُنحرف

(و) شبه المُنحرف متطابق الضلعين

(ز) المُسْتطِيل



٣) حدّد موضع النقاط التالية على شبكة الإحداثيات:

أ) (٥، ٢)، ب) (٥، ٤)، ج) (٣، ٤)، د) (٣، ٢)، هـ) (٣، ١)، و) (٥، ٣)، ز) (٣، ٧)، ح) (١، ٣)،

ط) (٣، ٥)، ي) (١، ٧)

(أ) صلّ النقاط لرسم الأشكال التالية:

(ج) هـ ط ي ح

(ب) هـ و ز ح

(أ) ا ب ج د

(ب) حدّد خصائص كل شكل في الجزئية أ.

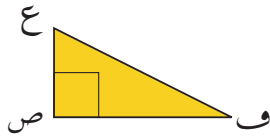
يجب أن تعرف أن:

- ★ في الأشكال المتطابقة، الأضلاع المتناظرة متطابقة والزوايا المتناظرة متساوية.
- ★ إذا طُوي الشكل بطول خطِّ التماثل، سيتطابق نصف الشكل تمامًا مع النصف الآخر.
- ★ رتبة التماثل الدوراني هي عدد المرات التي يكون فيها الشكل مطابقاً لوصفه الأصلي خلال دورة واحدة كاملة.
- ★ يمكن وصف المثلثات والأشكال رباعية الأضلاع والمضلعات باستخدام خصائص الأضلاع والزوايا والتماثل.
- ★ القطر هو الخطُّ الذي يصل بين زاويتين متقابلتين لرباعي الأضلاع.

يجب أن تكون قادرًا على:

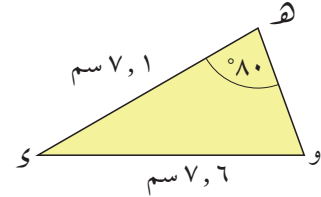
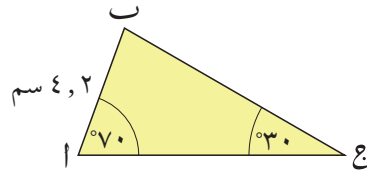
- ★ تحديد وتر المثلث القائم (أطول ضلع في مثلث قائم الزاوية).
- ★ تحديد الأضلاع والزوايا المتناظرة في الأشكال المتطابقة ومعرفة أنها متساوية.
- ★ التعرف على خط التماثل في الأشكال والأنماط ثنائية الأبعاد.
- ★ رسم خطوط التماثل ورسم أنماط لها خطوط تماثل.
- ★ تحديد رتبة التماثل الدوراني للأشكال.
- ★ تسمية وتحديد خصائص الأضلاع والزوايا والتماثل للأشكال رباعية الأضلاع الخاصة والمثلثات والمضلعات المنتظمة بخمسة وستة وثمانية أضلاع.
- ★ تصنيف الأشكال رباعية الأضلاع وفقًا لخصائصها بما في ذلك خصائص الأقطار.

تمارين ومسائل عامة



(١) في الشكل المقابل، أين وتر المثلث القائم؟

(٢) إذا علمت أن المثلثان التاليان متطابقين:



(أ) اكتب طول كلٍّ من:

(١) هـ و

(ب) ما قياس كلٍّ من:

(١) (ا ح ع)

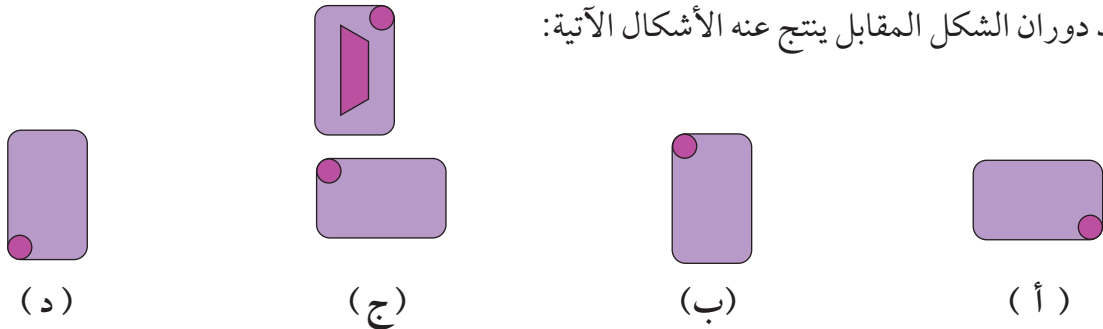
(٢) ب ج

(٢) (هـ و)

(٣) أ ج

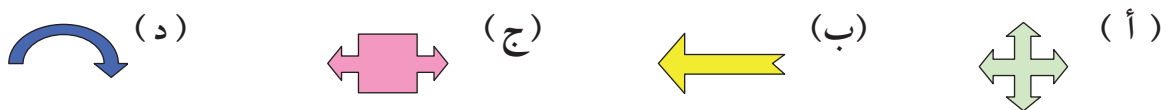
(٣) (هـ و)

(٣) عند دوران الشكل المقابل ينتج عنه الأشكال الآتية:



ارسم شبه المنحرف المفقود في كل شكل منها.

(٤) اكتب عدد خطوط التماثل ورتبة التماثل الدوراني لكل شكل من الأشكال الآتية:



(٥) في المخططين التاليين، تعدد الخطوط المنقطعة الزرقاء خطوط تماثل، انسخ كل مخطط وأكمله:



(٦) اكتب عبارة لوصف مُضَلَّع سداسيٍّ منتظم، مستخدمًا كل كلمة من الكلمات

الموجودة في الإطار المقابل.

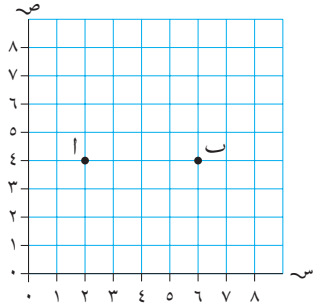
أضلاع
خطوط تماثل
متطابق
رتبة التماثل الدوراني

(٧) لدى سالم أربع قطع من البلاط باللون الأزرق وأربع قطع باللون الأبيض وقطعة باللون الأصفر:



ارسم طريقتين مختلفتين يُمكن لسالم أن يرتبَ بهما البلاط حتى يكون لديه شكل له رتبة تماثل دوراني قدرها ٢

(٨) أ، ب هما نقطتان على الشبكة المُرَبَّعة المقابلة، والنقطة ج هي نقطة أخرى على هذه الشبكة، عندما تكون



إحداثيات النقطة ج (٦، ٣) يكون المثلث أ ب ج مُختلف الأضلاع.

(أ) تحركت النقطة ج ليتغير المثلث أ ب ج إلى مثلث متطابق الضلعين،

اكتب مجموعتين محتملتين لإحداثيات النقطة ج.

(ب) تحركت النقطة ج ليتغير المثلث أ ب ج إلى مثلث قائم الزاوية متطابق

الضلعين، اكتب مجموعتين محتملتين لإحداثيات النقطة ج

الوحدة العاشرة: التخطيط وجمع البيانات

المُفردات

تأكّد من تعلّمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- البيانات (data)
- المعلومات (information)
- البيانات المنفصلة (discrete data)
- البيانات المتصلة (continuous data)
- درجة الدقّة (degree of accuracy)
- الدراسة الاستقصائية (survey)
- الاستبيان (questionnaire)
- المقابلة (interview)
- التجربة (experiment)
- الملاحظات (observations)
- المجتمع الإحصائيّ (population)
- العيّنة (sample)
- ورقة جمع البيانات (data-collection sheet)
- الجدول التكراري (frequency table)
- الجدول التكراري المتجمّع (grouped frequency table)
- مدى الفئة (class interval)

ما المقصود بكلمة **البيانات**؟ تعدّ كلمة **المعلومات** مصطلحاً مرادفاً للبيانات، ويعمل الكثير من الناس في وظائف تتطلّب منهم جمع معلومات، فعلى سبيل المثال: تحتاج الشركات لجمع المعلومات من العملاء لمعرفة كيف يمكنها تحسين منتجاتها أو خدماتها، ويحتاج الأطباء والمرضى لجمع المعلومات لمعرفة مدى تحسّن المرضى بعد تناولهم لأدوية معيّنة، بينما يُجري العلماء التجارب ويستخدمون نتائجها لإثبات نظرية جديدة، ويختبرون أدوية جديدة لمعرفة مدى فاعليتها، ويختبرون مصابيح كهربائية جديدة لمعرفة ما إذا كانت تدوم لفترة أطول؛ فأياً كان ما يختبرونه، فإنهم يجمعون معلومات أو بيانات.

وفي بعض الأحيان بعد أن تخرج في رحلة ما، قد يُطلب إليك في نهايتها الإجابة عن استبيان؛ حيث تود الشركة المسؤولية عن الرحلة معرفة رأيك حول الخدمات التي تقدّمها، فإذا أجمع المشاركون على أن طعام الفندق كان سيئاً، فستحتاج إدارة الفندق معرفة ذلك للتحدّث مع الطاهي بهذا الشأن، وإذا رأى الجميع أنّ مستوى النظافة في غرفهم كان ممتازاً، فستحتاج إدارة الشركة معرفة ذلك حتى يتسنى لها شكر عمّال النظافة لأداء عملهم بشكل رائع، فأياً بيانات يجمعونها ستساعدهم على تحسين مستوى الخدمة.

ضع علامة على مُربّع واحد لكلّ سؤال:

- ١ ما رأيك في خدمة الفندق؟
 سيئ متوسط جيّد ممتاز
- ٢ ما رأيك في طعام الفندق؟
 سيئ متوسط جيّد ممتاز
- ٣ ما رأيك في مستوى نظافة الفندق؟
 سيئ متوسط جيّد ممتاز



تحتاج الشركات المصنعة للمنتجات أيضاً مثل شركات صناعة الأحذية إلى جمع معلومات حول عدد الأحذية التي تبيعها؛ حيث تحتاج لمعرفة المقاسات والألوان والطرز الأكثر رواجاً، حتى يحدّدوا الأنواع التي سيبتجونها بشكل أكبر، فليس من المعقول تصنيع عدد أكبر من الأحذية مقاسها أكبر من ٣٩، إذا كان معظم العملاء يريدون أحذية مقاسها ٣٦! ولذلك فأياً كانت البيانات التي يجمعونها، فإنها ستساعدهم على تحديد المنتجات التي تُباع على نحو جيّد والتي لا تُباع على هذا النحو، وفي هذه الوحدة، ستتعرف على تخطيط جمع البيانات.

١-١٠ البيانات المنفصلة والبيانات المتصلة

يمثل عدد الأهداف التي حققها لاعبو كرة القدم وعدد اللاعبين أمثلة للبيانات المنفصلة.

تُمثّل ارتفاعات الأشجار وكتل الأطفال أمثلة للبيانات المتصلة.

يوجد نوعان من البيانات التي تتضمن أعدادًا وهما: **البيانات المنفصلة** و**البيانات المتصلة**.

البيانات المنفصلة هي البيانات التي تتضمن قيمًا محددة، وعادةً ما تكون القيم أعدادًا كاملةً، ولكن من الممكن أن تتضمن كسورًا.

البيانات المتصلة هي البيانات التي قد تتضمن أي قيمة ضمن نطاق (مدى معين)، وكلُّ البيانات التي يتمُّ قياسها هي بيانات متصلة، وإذا قربت القياسات إلى أقرب عدد كامل، فستظلُّ البيانات متصلة كما هي.

مثال ١-١٠

حدد ما إذا كانت البيانات متصلة أم منفصلة فيما يلي:

- (أ) عدد السيَّارات في مواقف السيَّارات
(ب) ارتفاع الأشجار الموجودة في غابة
(ج) الزمن المُستغرق للجري لمسافة ١٠٠ م

الحل

- (أ) بيانات منفصلة يجب أن يكون عدد السيَّارات عددًا كاملًا؛ لذا فإنَّ هذه البيانات منفصلة.
(ب) بيانات متصلة يتمُّ قياس الارتفاع؛ لذا فإنَّ هذه البيانات متصلة.
(ج) بيانات متصلة يتمُّ قياس الوقت؛ لذا فإنَّ هذه البيانات متصلة.

تمارين ١-١٠

١) اكتب نوع البيانات سواء كانت منفصلة أم متصلة فيما يلي:

- (أ) عدد أعمدة السياج في الحديقة
(ب) الطول بالمتري لكلِّ سيَّارة من السيَّارات الموجودة في مواقف السيَّارات
(ج) كتلة حبَّات الأناناس الموجودة في الصندوق
(د) عدد حبَّات الأناناس الموجودة في الصندوق
(هـ) عدد الكراسي في الصف
(و) أطوال الطلاب في الصف
(ز) عدد الهواتف المحمولة التي تمَّ بيعها في يوم واحد
(ح) الزمن المُستغرق لحلِّ لعبة كلمات متقاطعة
(ط) مقاسات القمصان الموجودة بأحد المحلات
(ي) عدد القمصان التي تمَّ بيعها في أحد المحلات

٢) اشرح هلال كيفية جمعه لبيانات خاصة بدرجات الطلاب في مادة الرياضيات:



سألت ١٠ طلاب عن درجاتهم في اختبار الرياضيات، فكانت النتائج ٦، $6\frac{1}{4}$ ، ٨، ٩، $9\frac{1}{4}$ ، $10\frac{1}{4}$ ، ١٠، $7\frac{1}{4}$ ، ٨، $6\frac{1}{4}$ ، وهذه النتائج هي بيانات مُتصلة؛ لأنَّ القيم ليست في صورة أعدادٍ كاملة.



هل هلال على صواب؟ اشرح إجابتك.

٣) تشرح مريم كيفية جمع بيانات أعمار مجموعة من الأشخاص:



سألت ١٠ أشخاص عن أعمارهم، فكانت النتائج ٢٣، ٢٥، ٢٢، ١٨، ٣٦، ٤٢، ١٢، ١٥، ١٧، ٢٠، وهذه النتائج هي بيانات منفصلة؛ لأنَّ القيم في صورة أعدادٍ كاملة.



هل مريم على صواب؟ اشرح إجابتك.

١٠-٢ إيجاد البيانات

عندما تريد إجابة سؤالٍ أو حلَّ مشكلةٍ تعتمد على جمع معلومات، فستحتاج لمعرفة مكان جمع أو إيجاد البيانات التي تحتاجها.

وتوجد طريقتان لإيجاد البيانات:

- جمع البيانات بنفسك؛ حيث يمكنك إجراء دراسة استقصائية وسؤال الناس عدّة أسئلة حول المشكلة، أو يمكنك تنفيذ تجربة وتسجيل النتائج الخاصة بها.
 - الاستعانة ببياناتٍ جمعها شخصٌ آخر؛ حيث يمكنك تصفُّح مواقع الإنترنت أو الاستعانة بالكتب والصحف والمجلات لإيجاد هذا النوع من البيانات.
- وعندما تجمع بياناتٍ مُتصلة، يجب عليك اختيار **درجة الدقة** التي تريد أن تكون بها البيانات.

مثال ١٠-٢

- (١) إذا كنت ستجري دراسة استقصائية، فأبى الوحدات ستختار لقياس الآتي:
- (أ) كتلة الأطفال الذين يبلغ عمرهم ١٢ سنةً
(ب) مقدار الوقت الذي يتغيّب خلاله الأشخاص عن العمل نتيجةً للمرض؟
- (٢) ما المصدر الذي قد تستخدمه للحصول على البيانات التي قد تساعد على إجابة الأسئلة الآتية؟
(أ) كم عدد الطلاب الموجودين في مدرستك؟
(ب) ما أكبر محيط في العالم؟
- (٣) أنت تقوم بجمع بيانات حول بعض الأطفال، اقترح درجة الدقة لكلِّ نوعٍ من البيانات الآتية:
(أ) العمر (ب) الطول (ج) الكتلة
- (٤) تريد شيماء معرفة ما إذا كان المعلمون في مدرستها يفضّلون حل الغاز الأعداد أم الكلمات المتقاطعة، ولكنها طرحت سؤالها على معلّمي مادّة الرياضيات فقط، فهل ستكون نتائج دراستها الاستقصائية متكافئة الفرص؟

الحل

- (١) (أ) كغم
(ب) الأيام
- (٢) (أ) سجّلات المدرسة
(ب) موسوعات المعارف
- (٣) (أ) أسابيع أو شهور
(ب) الستيمترات
(ج) الكيلوغرامات
- (٤) لا، يلزمها سؤال معلّمي جميع المواد؛ فمن المرجّح أن يفضّل معلّمو مادّة الرياضيات بشكلٍ كبير حلّ لغز الأعداد أكثر من لغز الكلمات المتقاطعة نظرًا لكونهم يحبّون الرياضيات.
- عادةً ما يتمُّ قياس كتلة الأطفال والبالغين بوحدة الكيلوغرام.
عادةً ما تشير السجّلات لعدد الأيام التي يتغيّب فيها الأشخاص عن العمل نتيجةً للمرض.
يمكنك سؤال منسق المدرسة أو مدير المدرسة أو معلّم الصفِّ للتحقُّق من سجّلات المدرسة لمعرفة عدد الطلاب الموجودين في مدرستك.
يمكنك تصفُّح موسوعة معارف أو أحد كتب الحقائق أو كتاب في الجغرافيا أو الاستعانة بالإنترنت لإيجاد إجابة لهذا السؤال.
قد تكون هذه الوحدات معقولة لقياس عمر الأطفال.
عادةً ما يكون طول الأطفال أقلّ من متر واحد.
عادةً ما يستخدم الكيلوغرام لقياس كتلة الأشخاص.

تمارين ١٠-٢

١) إذا كنت ستجري دراسة استقصائية، فأنت الوحدات القياسية الموضحة ستختار لقياس الآتي:

(أ) الوقت المُستغرق لقيام شخصٍ بالجري لمسافة ١٠٠ م؟

(ب) المسافة التي يقطعها شخصٌ بالدراجة في ساعةٍ واحدةٍ؟

(ج) المدة التي ينامها شخصٌ ليلاً؟

(د) طول ظفر إبهام شخصٍ؟

مليترات

كيلوغرامات

أيام

كيلومترات

ثوانٍ

مليترات

ساعات

أمتار

٢) ما المصدر الذي يمكنك استخدامه للحصول على البيانات التي قد تساعدك في إجابة الأسئلة الآتية؟

(أ) كم عدد أرغفة الخبر التي تم بيعها في المخبز بالأمس؟

(ب) كم عدد السيارات التي تباع على مستوى العالم كل سنة؟

(ج) ما الدولة التي تقع بها أعلى قمة جبل في العالم؟

(د) كم عدد الطلاب الذين يستقلون الدراجات عند ذهابهم للمدرسة؟

(هـ) كم عدد الأشخاص الذين يعيشون في ولايتك؟

٣) فيما يلي بعض عناصر البيانات، قَرِّب كلاً منها إلى أقرب درجة دقة:

(أ) يبلغ عدد سكان أحد البلدان ٧٣ ١٨٤٩٢١

(ب) يبلغ ارتفاع أحد الجبال ٤, ٢١٨٧ متراً

(ج) تبلغ كتلة سيارة ١٤٨٣ كغم

(د) يبلغ طفل من العمر ١٤ عامًا و ٩١ يومًا

٤) عندما تجمع البيانات بنفسك يُمكنك:

(١) إجراء دراسة استقصائية وطرح أسئلة على الأشخاص

(٢) تنفيذ تجربة وتسجيل النتائج

حدد (١)، (٢) كطريقة لجمع البيانات كما في المثال:

(أ) كم عدد المرات التي نحصل فيها على العدد (١) عند رمي حجر النرد ٥٠ مرة؟ الإجابة: (٢)

(ب) ما المادة المفضلة للطلاب في صفك؟

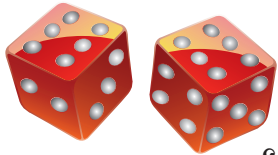
(ج) ما إجمالي عدد الأقلام التي يمتلكها طلاب صفك؟

(د) كم عدد المرات التي نحصل فيها على (الصورة) عند رمي عملة معدنية ٢٠ مرة؟

(هـ) ما مقاس الأحذية الشائع بين الطلاب في المدرسة؟

(و) ما إجمالي الناتج الشائع الذي تحصل عليه عند رمي حجري نرد؟

(ز) كم عدد المرات التي قام فيها زملاؤك في الصف بزيارة الطبيب خلال هذا الشهر؟



٥) أرادت سناء معرفة ما إذا كان الطلاب في مدرستها يفضلون لعب كرة السلة أم لا.



سأسال الطلاب فقط.

هل ستكون نتائج دراستها الاستقصائية متكافئة الفرص؟
أعطِ سبباً لإجابتك.

٦) يريد عبد الله معرفة الوقت الذي يفضّل فيه الأشخاص التسوّق، فوقف خارج أحد المراكز التجارية يوم السبت وطرح سؤاله على الناس عند خروجهم من المركز التجاري.



فهل ستكون نتائج دراسته الاستقصائية متكافئة الفرص؟ أعطِ سبباً لإجابتك.

٧) يريد سعيد معرفة الرياضة المفضّلة لدى مجموعة من الأشخاص، فكان يقف كل يوم على مدار أسبوع واحد عند مدخل بركة السباحة في أحد النوادي الرياضية وي طرح سؤاله عليهم عند دخولهم.



فهل ستكون نتائج دراسته الاستقصائية متكافئة الفرص؟ أعطِ سبباً لإجابتك.

١٠-٣ الدراسات الاستقصائية والتجارب

عندما ترغب في إجابة سؤال في صورة إحصائيات، فإنك تبدأ بجمع البيانات، وستحتاج أولاً لتحديد كيفية جمع البيانات؛ إذا كنت ستحتاج لطرح أسئلة على مجموعة من الأشخاص، فستجري **دراسة استقصائية**، ويمكنك إجراء هذه الدراسة الاستقصائية عن طريق:

- إعطاء مجموعة من الأشخاص ورقة **استبيان** لملئها
- سؤالهم عن هذه الأسئلة بنفسك وإجراء **مقابلة** معهم وتوجد طرق أخرى لجمع البيانات وهي:
- تنفيذ **تجربة**
- تسجيل **الملاحظات** التي لاحظتها

الاستبيان هو مجموعة من الأسئلة المكتوبة التي يتم توزيعها على مجموعة من الأشخاص للإجابة عليها سواء ورقياً أو إلكترونياً

مثال ١٠-٣ أ

كيف ستجمع البيانات التي تُمكنك من الإجابة على الأسئلة التالية:

- (أ) ما الطعام والشراب المفضل للطلاب في صفك؟
 (ب) كم عدد المصلين الذين يؤدون صلاة الفجر في المسجد خلال شهر رمضان؟
 (ج) كم عدد المرات التي نحصل فيها على العدد (٦) عند رمي حجر النرد ١٠٠ مرة؟

الحل

- (أ) إجراء دراسة استقصائية. يُمكنك إعطاء الطلاب في صفك ورقة استبيان لملئها، أو يُمكنك مقابلتهم على نحو شخصي وتوجيه الأسئلة لهم.
 (ب) تسجيل الملاحظات. يُمكنك الجلوس أمام المسجد وتسجيل عدد المصلين الذين يدخلون المسجد للصلاة.
 (ج) تنفيذ تجربة. يُمكنك رمي حجر النرد ١٠٠ مرة وتسجيل عدد مرات ظهور العدد (٦)

عند جمع البيانات، يُطلق على المجموعة التي جمعت البيانات عنها مصطلح **المجتمع الإحصائي**، ولكن إذا كان المجتمع الإحصائي كبيراً، فقد تعجز عن جمع البيانات من كل فرد داخل هذا المجتمع، و عوضاً عن ذلك، يُمكنك أن تسأل مجموعة صغيرة من المجتمع الإحصائي، ويُطلق على هذه المجموعة الصغيرة اسم **العينة**؛ فاجعل (العينة) كبيرة قدر الإمكان، فقد يكون حجم هذه العينة مقيداً بتكلفة جمع هذه البيانات أو بالوقت المُتاح لذلك، وعندما تجمع بيانات تتضمن قياسات، يجب عليك التأكد من أن البيانات المُعطاة تتمتع بدرجة مناسبة من الدقة، فعلى سبيل المثال إذا كنت تُسجل أطوال الطلاب في صفك، فمن المحتمل أن تكتب القياسات مقربةً لأقرب سنتيمتر، وبالتأكيد لن تكتب القياسات مقربةً لأقرب متر، وإلا فمن المُحتمل أن تتساوي أطوال كل الطلاب!

مثال ١٠-٣ ب

(أ) يبلغ عدد السكان في إحدى المدن ٤٥٢ شخصًا فإذا أرادت عائشة معرفة أعمار الأشخاص الذين يعيشون بالمدينة، فقررت سؤال عينة من السكان نسبتها ١٠٪، فكم عدد الأشخاص الذين يجب أن تتضمنهم هذه العينة؟
(ب) أرادت خديجة أن تعرف اللون المفضل لطالبات صفها البالغ عددهن ٣٠ طالبة، فهل يجب عليها أن تسأل الصف كاملاً أم تقتصر على سؤال عينة من الصف؟

الحل

(أ) ١٠٪ من ٤٥٢
يبلغ عدد الأشخاص الذين يعيشون في المدينة ٤٥٢، لذا فإن حجم المجتمع الإحصائي هو ٤٥٢
 $452 \times \frac{10}{100} = 45,2$
١٠٪ من ٤٥٢ = ٤٥,٢، لذا فإن العدد ٤٥ أو ٤٦ سيمثل حجمًا مناسبًا للعينة.
إذن حجم العينة = ٤٥ شخصًا
(ب) الصف كاملاً
من الأفضل لها أن تسأل جميع طالبات الصف لأن عددهن ٣٠ طالبة فقط.

تمارين ٣-١٠

(١) اختر طريقة من طرق جمع البيانات الثلاث لتناسب كل حالة من الحالات التالية:

دراسة استقصائية

ملاحظة

تجربة

- (أ) عدد مرّات سقوط دبوس على (طرفه المُدبب) عند رميه ٢٠٠ مرّة
(ب) عدد الأشخاص الذين يدخلون السوبر ماركت كلّ ساعة.
(ج) عدد أخوة وأخوات طلاب صفك
(د) نوع وعدد الحيوانات الأليفة في حديقة الحيوانات
(هـ) عدد مرّات سحب ورقة حمراء من مجموعة أوراق ملونة عندما تتم عملية السحب ١٠٠ مرّة
(و) عدد الأشخاص الذين يستخدمون المواصلات العامة نهارًا
(ز) عدد مرّات استقلال أفراد عائلتك للطائرة عند السفر خلال الشهر الماضي



- (٢) يدير أحمد ناديًا رياضيًا، وأراد أن يسأل أعضاء النادي عما إذا كانوا يودّون ممارسة التمرين مساء يوم الأربعاء أم لا، فإذا كان يوجد بالنادي ٣٨ عضوًا، فهل يجب على أحمد أن يسأل كلّ أعضاء النادي، أم أنه يجب عليه سؤال عينة من الأعضاء؟ اشرح إجابتك.

- (٣) يتكوّن نادي مشجعي أحد فرق كرة القدم من ٨٦٠ عضوًا، فأراد رئيس النادي معرفة ما إذا كان المشجعون يودّون مشاهدة عملٍ ترفيهيٍّ بين شوطي مباريات الإياب لفريقهم:
- (أ) اذكر سببين يوضّحان لماذا يجب على الرئيس سؤال عيّنة من الأعضاء.
- (ب) قرّر الرئيس أن يسأل ٢٠٪ من الأعضاء، فما عدد الأعضاء (العينة) الذي يُمثّل هذه النسبة؟
- (٤) يبلغ عدد سكان إحدى القرى ٣٠٠ شخص أرادت إحدى الممرضات معرفة عدد مرّات ممارسة الأشخاص للرياضة خلال الأسبوع، لذا وزعت أوراق استبيان وحصلت على ٤٨ ورقةً مُجابهة:
- (أ) ما النسبة المئويّة التي تُمثّلها هذه العيّنة بالنسبة لعدد سكان القرية؟
- (ب) حددت الممرضة عيّنةً تُمثّل نسبة ٢٠٪، فكم عدد الاستبيانات التي ستحتاج أن تزيدها للحصول على النسبة التي حددتها؟
- (٥) يبلغ عدد طلاب إحدى المدارس ٩٤٨ طالبًا، فأرادت مديرة المدرسة معرفة ما إذا كان الطلاب يودّون الخروج للفسحة في الساعة ٣٠:١٠ أم ٣٠:١١ صباحًا، فقرّرت سؤال ١٠٪ من طلاب المدرسة، فكم عدد الطلاب الذين يجب أن تتضمّنهم هذه العيّنة؟
- (٦) اختر درجة الدقة المناسبة لقياس:
- (أ) أطوال الطلاب في الصفّ:
- (ب) كتلة الطلاب في الصفّ:
- (أ) أقرب مليمتر (ب) أقرب سنتيمتر (ج) أقرب متر
- (أ) أقرب ١٠ كيلوغرامات (ب) أقرب كيلوغرام (ج) أقرب ١, ٠ كيلوغرام
- (ج) الزمن الذي يستغرقه الطلاب في الجري لمسافة ٥ كم:
- (أ) أقرب ساعة (ب) أقرب دقيقة (ج) أقرب ثانية

يُمثل إجراء الدراسة الاستقصائية وتوجيه الأسئلة للأشخاص إحدى الطرق المتبعة في جمع البيانات، ولإجراء هذا الاستبيان يُمكنك الاستعانة بإحدى طرق استطلاعات الرأي، وفيما يلي قائمة بالأسئلة التي قد ترغب في معرفة إجاباتها، ولكن يجب عليك كتابة الأسئلة بحرصٍ شديد ومحاولة اتّباع القواعد الآتية:

<p>النوع <input type="checkbox"/> ذكر <input type="checkbox"/> أنثى</p>	<p>١) طرح أسئلة قصيرة واستخدام لغة بسيطة. (ارسم مربعات ليضع بها الأشخاص علامة متى أمكنك ذلك)</p>
<p>هل توجد مكتبة في منزلك؟ <input type="checkbox"/> نعم <input type="checkbox"/> لا</p>	<p>٢) محاولة استخدام الأسئلة التي تكون إجابتها (نعم) أو (لا).</p>
<p>كم عدد الكتب المتوفرة في مكتبة منزلك؟ <input type="checkbox"/> ٠ <input type="checkbox"/> ١٠ <input type="checkbox"/> ١١-١٩ <input type="checkbox"/> ٢٠ أو أكثر</p>	<p>٣) عندما يتضمّن استطلاع الرأي أسئلة اختيار، يجب عليك التأكد من عدم وجود إجابات متعارضة، وكذلك التأكد من أن الاختيارات تشتمل على كلّ الإجابات المحتملة.</p>
<p>كم عدد المرات التي تمارس فيها السباحة عادةً كلّ شهر؟ <input type="checkbox"/> لا أمارس السباحة <input type="checkbox"/> ١-٤ مرّات <input type="checkbox"/> ٥-٨ مرّات <input type="checkbox"/> ٩ مرّات أو أكثر</p>	<p>٤) التأكد من أنّ الأسئلة محدّدة. (تجنّب استخدام كلمات مثل (أحياناً) و(غالبًا) و(بانتظام)، (بين الحين والآخر)</p>
<p>كم عمرك؟ <input type="checkbox"/> دون ٢٠ سنة <input type="checkbox"/> ٢١-٤٠ سنة <input type="checkbox"/> ٤١-٦٠ سنة <input type="checkbox"/> فوق ٦٠ سنة</p>	<p>٥) الابتعاد عن طرح أيّ أسئلة شخصية؛ لأنّ أغلب الأشخاص لن يجيبوا عن هذه الأسئلة أو سيكتبون إجابة غير حقيقية. (فلا تطلب إلى الناس مثلاً كتابة أعمارهم، ولكن اكتب لهم نطاقات عمرية ليختاروا منها)</p>
<p>هل توافق على أنّ تناول المأكولات السريعة يمثل أمراً سيئاً لك؟ <input type="checkbox"/> نعم <input type="checkbox"/> لا <input type="checkbox"/> لا أعرف</p>	<p>٦) تجنّب طرح الأسئلة الاستدرجية، فبدلاً من اختيار المربع الصحيح، قد يضع الأشخاص العلامة على المربع الذي يعتقدون أنّك تودّ منهم اختياره، والسؤال المقابل هو مثال لسؤال استدرجي.</p>
	<p>٧) عدم الطلب إلى الأشخاص أبداً كتابة أسمائهم في ورقة استبيان؛ فقد لا يرغبون في الكشف عن هويتهم.</p>
	<p>٨) عدم طرح العديد من الأسئلة في استطلاع الرأي؛ فإذا كان الاستبيان طويلاً جداً، فلن يجيب عنه الناس.</p>

مثال ١٠-٤

هل توافق على أن تناول الفاكهة يُمثل أمرًا جيّدًا بالنسبة لك؟

أوافق أوافق بشدّة لا أعرف

السؤال المقابل يتعلّق بالنظام الغذائيّ:
(أ) اذكر سببين يوضّحان عدم مناسبة هذا السؤال للاستبيان.
(ب) أعد كتابة السؤال بطريقة تجعله مناسبًا للاستبيان.

الحل

(أ) (١) يُمثل هذا السؤال سؤالًا استدراجيًا؛ فيسعى هذا لإجبارك على الاتفاق مع مضمونه.
(٢) مُربّع الخيار 'غير موافق' غير موجود؛ فإذا كنت غير موافق، فلن تجد مربعًا لتضع علامةً عليه.
(ب) هل تعتقد بأن تناول الفاكهة الطازجة يمثل أمرًا جيّدًا أم سيئًا بالنسبة لك؟

هذا السؤال ليس استدراجيًا، وإنما يسألك عن رأيك.

جيّد سيّئ لا أعرف

تمارين ١٠-٤

(١) طلبت فريدة إلى أهل قريتها الإجابة عن استبيان متعلّق بطبيب الأسنان الموجود في المركز الصحي، وفيما يلي الأسئلة الأربعة التي كتبتها فريدة في الاستطلاع:

(١) ما اسمك؟
(٢) ما تاريخ ميلادك؟
(٣) هل توافق على أن طبيب الأسنان الموجود في المركز الصحي يقدّم خدمةً ممتازة؟
 نعم لست متأكدًا لا أعرف
(٤) كم عدد المرّات التي ذهبت فيها لطبيب الأسنان خلال العام الماضي؟
 لم أذهب ١-٣ مرّات ٣-٥ مرّات أكثر من ٤ مرّات

(أ) اشرح السبب وراء عدم ملاءمة كلّ سؤال للاستبيان.
(ب) أعد كتابة الأسئلة ٢، ٣، ٤ بصيغة تجعلها مناسبةً للاستبيان.

(٢) طلب حسن إلى جيرانه الإجابة عن استبيان حول النظام الغذائي، وفيما يلي سؤال حسن:

(١) ما مدى اعتيادك على شراء المأكولات السريعة؟

في أحيان كثيرة جدًا غالبًا نادرًا

(٢) كم عدد المرات التي تتناول فيها الخضروات الطازجة خلال أسبوع واحد؟

لا أتناول ١-٣ مرات ٤-٦ مرات أكثر من ٧ مرات

(أ) أعطِ سببًا واحدًا لعدم مناسبة السؤال (١) للاستطلاع.

(ب) أعطِ سببين لمناسبة السؤال (٢) للاستطلاع.

عندما تشرع في تصميم قسم الإجابات المُحتملة، صُع في اعتبارك أنه يجب أن يكون كل فرد قادرًا على اختيار إحدى المُربعات.

(٣) تجري رحاب دراسة استقصائية حول عدد الساعات التي ينأما طلاب مدرستها، وفيما يلي أحد الأسئلة التي طرحتها رحاب:

«كم يبلغ مُتوسِّط عدد الساعات التي تنأما كل ليلة؟»

صمِّم قسمًا للإجابات المُحتملة الخاصَّة بسؤال رحاب.

(٤) يجري يوسف دراسة استقصائية حول كيفية ذهاب طلاب صفِّه إلى المدرسة، وفيما يلي إحدى الأسئلة التي طرحتها يوسف:

«ما الوسيلة التي تستخدمها عادةً للذهاب إلى المدرسة؟»

صمِّم قسمًا للإجابات المُحتملة الخاصَّة بسؤال يوسف.

(٥) يسكن أحمد في حي صغير؛ وأراد معرفة عدد مرَّات ممارسة سكان الحي للرياضة، فقرَّر إجراء دراسة استقصائية، وكتب الآتي:

يبلغ عدد سكان الحي ٢٣٨ شخصًا، فعقدت مقابلات مع عينة تتكوَّن من ١٥ شخصًا وسجَّلت

إجاباتهم في ورقة جمع البيانات التالية:

السؤال كم عدد المرات التي تمارس فيها الرياضة؟

الإجابة	علامات العدِّ	التكرار
مطلقًا		٣
أحيانًا		٢
غالبًا		٧
في أحيان كثيرة		٣

الاستنتاج تشير النتائج إلى أن أهل الحي الذي أسكن به يمارسون الرياضة كثيرًا.

(أ) أجب عن الأسئلة التالية:

- (١) ما رأيك في قرار أحمد بطرح السؤال على عينة تتكوّن من ١٥ شخصًا؟
 - (٢) ما رأيك في ورقة جمع البيانات الخاصة بأحمد؟
 - (٣) ما رأيك في الاستنتاج الذي توصل إليه أحمد؟
 - (٤) صمّم ورقة جمع بيانات أفضل ملاءمةً لأسئلة أحمد.
 - (٥) استخدم ورقة جمع البيانات لجمع البيانات من الطلاب في صفك.
 - (٦) اكتب الاستنتاج المُستند إلى البيانات التي جمعتها.
- (ب) قارن بين ورقة جمع البيانات والاستنتاج الخاص بك وتلك الأوراق والاستنتاجات الخاصة بزملائك.
- ٦ أرادت سناء معرفة عدد الأحذية التي يمتلكها أهل قريتها، لذا قررت إجراء دراسة استقصائية؛ فكتبت الآتي:

يبلغ عدد سكان قريتي ٥٧٦؛ لذا قابلت عينة منهم مكوّنة من ٦٠ شخصًا، وسجّلت إجاباتهم في ورقة جمع البيانات التالية:

السؤال كم عدد الأحذية التي تمتلكها؟

الإجابة	عدد الأحذية	٣-١	٤-٣	٦-٤	٧-١٠
عدد الأشخاص	١٨	٩	٧	٣	١٢

الاستنتاج تشير النتائج إلى أن أهل قريتي يقتنون الكثير من الأحذية.

(أ) أجب عن الأسئلة التالية:

- (١) ما رأيك في قرار سناء بطرح السؤال على عينة تتكوّن من ٦٠ شخصًا؟
 - (٢) ما رأيك في ورقة جمع البيانات الخاصة بسناء؟
 - (٣) ما رأيك في الاستنتاج الذي توصلت إليه سناء؟
 - (٤) صمّم ورقة جمع بيانات أفضل ملاءمةً لأسئلة سناء.
 - (٥) استخدم ورقة جمع البيانات لجمع البيانات من الطلاب في صفك.
 - (٦) اكتب الاستنتاج المُستند إلى البيانات التي جمعتها.
- (ب) قارن بين ورقة جمع البيانات الخاصة بك واستنتاجك وتلك الأوراق والاستنتاجات الخاصة بزملائك.

١٠-٥ استخدام الجداول التكرارية

يُمثّل **الجدول التكراري** إحدى طرق جمع البيانات وعرضها، وعادةً ما يتكوّن من ثلاثة أعمدة: يشتمل العمود الأول على العناصر التي سيتمُّ عدّها، فيما يتضمّن العمود الثاني علامات العدّ، بينما يتمُّ تخصيص العمود الثالث لكتابة إجماليّ علامات العدّ، والذي يُمثّل عدد مرّات التكرار.

مثال ١٠-٥ أ

فيما يلي تقديرات حصل عليها ٣٠ طالبًا في مادة الرياضيات:

ممتاز	جيد	مقبول	جيد	جيد جدًا	جيد جدًا	ممتاز	جيد جدًا	جيد جدًا	جيد
مقبول	راسب	ممتاز	ممتاز	جيد	جيد	جيد	جيد جدًا	جيد جدًا	مقبول
راسب	مقبول	جيد	جيد	جيد جدًا	جيد جدًا	جيد جدًا	جيد جدًا	ممتاز	جيد

(أ) اكتب هذه النتائج في الجدول التكراري.

(ب) كم عدد الطلاب الذين حصلوا على التقدير (ممتاز)؟

(ج) ما التقدير الأكثر شيوعًا بين الطلاب؟

الحل

التقدير	علامات العدّ	التكرار
ممتاز		٥
جيد جدًا	#	٩
جيد	#	١٠
مقبول		٤
راسب		٢
	الإجماليّ:	٣٠

(ب) ٥ طلاب عدد مرّات تكرار التقدير (ممتاز) هو ٥

(ج) التقدير جيد أكثر التقديرات تكرارًا بنحو ١٠ مرّات، لذا فإنّ

التقدير جيد هو أكثر التقديرات شيوعًا بين الطلاب.

عند وجود العديد من القيم المُمكنة المختلفة، يمكنك استخدام جدول ذو فئات.

عندما تشرع في رسم جدول تكرار، يجب عليك دائمًا التأكّد من اتّساع عمود "علامات العدّ" لكلّ علامات العدّ المُمكنة.

مثال ١٠-٥ ب

يوضِّح جدول ذو الفئات أعمار الموظفين في إحدى الشركات:

العمر	٢٥-١٦	٣٥-٢٦	٤٥-٣٦	٥٥-٤٦	٦٥-٥٦
التكرار	٢٠	٢٨	٢١	٣٢	١٥

يشير الجدول إلى وجود ٢٠ موظفًا تتراوح أعمارهم بين ١٦ إلى ٢٥ سنة.

- (أ) كم عدد الأشخاص الذين يعملون في هذه الشركة؟
 (ب) يبلغ عارف من العمر ٣٢ سنة، فما الفئة العمرية التي ينتمي لها؟
 (ج) يقول فارس أن عمره ٥٢ سنة، ولكنه في الحقيقة يبلغ من العمر ٥٨ سنة، فما التكرارات الخاطئة؟

الحل

- (أ) $116 = 15 + 32 + 21 + 28 + 20$ شخصًا
 (ب) $35 - 26$ يبلغ عارف ٣٢، $32 > 26$ ، لذا فإنه ينتمي للفئة ٣٥-٢٦
 (ج) تُمثِّل التكرارات الخاطئة الفئتين الأخيرتين؛ فيجب أن يكون التكرار هو ٣١ في الفئة ٥٥-٤٦، ١٦ في الفئة ٦٥-٥٦

تمارين ١٠-٥

- (١) طُلب إلى عشرين طالبًا اختيار لونهم المُفضَّل من الألوان: (الأحمر، الأزرق، الأخضر، الأصفر، الوردِي، لون آخر)، فكانت النتائج كالآتي:

أحمر أخضر أخضر أزرق أصفر أخضر أحمر أخضر أحمر أصفر
 أزرق لون آخر لون آخر أحمر أزرق أصفر أحمر أحمر لون آخر وِردِي

- (أ) انسخ ورقة جمع البيانات التالية وأكملها لعرض النتائج فيها:

اللون المُفضَّل	الأحمر	الأزرق	الأخضر	أصفر	الوردِي	لون آخر

- (ب) ما اللون المُفضَّل الأكثر شيوعًا بين الطلاب؟

- (٢) انقسم طلاب صفٍّ واحد إلى ثلاث مجموعات (أ، ب، ج)، وتألَّفت كلُّ

مجموعة من عشرة طلاب، وكان يجب على كلِّ طالب في المجموعات الإجابة على أكبر قدر من أسئلة الحسابات الذهنية السريعة خلال ١٠ ثوانٍ، وفيما يلي عدد الأسئلة التي أجاب عنها كلُّ طالب بصورة صحيحة:

المجموعة (أ): ٢، ١، ٣، ٢، ٢، ١، ٢، ٢، ٣، ٤

المجموعة (ب): ٢، ٢، ٣، ٤، ٠، ١، ٠، ١، ٢، ٤

المجموعة (ج): ٤، ٠، ٢، ٣، ١، ١، ١، ١، ٠

انسخ ورقة جمع البيانات وأكملها لعرض المعلومات السابقة، وقد تمَّت كتابة مجموع نتائج أول ستة طلاب من المجموعة (أ) كمثال لك.

المجموعة			مجموع الدرجات
(أ)	(ب)	(ج)	
			٠
			١
			٢
			٣
			٤

١٠-٥ استخدام الجداول التكرارية

٣) طُلب إلى ثلاثين طالبًا اختيار المادّة المُفضّلة لهم من مواد: (الرياضيّات، العلوم، التربية الفنيّة، التاريخ، مادّة أخرى)، فكانت النتائج كالآتي:

علوم	علوم	تربية فنيّة	علوم	رياضيّات	رياضيّات	علوم	تاريخ	رياضيّات	تاريخ
رياضيّات	تربية فنيّة	رياضيّات	مادّة أخرى	تاريخ	رياضيّات	رياضيّات	علوم	رياضيّات	علوم
تاريخ	تاريخ	رياضيّات	تاريخ	علوم	رياضيّات	رياضيّات	رياضيّات	رياضيّات	مادّة أخرى

(أ) انسَخ الجدول التكراري وأكملهُ لعرض النتائج:

المادّة	علامات العدّ	التكرار
الرياضيّات		
العلوم		
التربية الفنيّة		
التاريخ		
مادّة أخرى		
	الإجماليّ:	

٤) (ب) ما المادّة المُفضّلة الأكثر شيوعًا بين الطلاب؟ وضعت المعلمة هُنا اختباراً لمادّة الرياضيات لطلاب صفّها، فكانت درجات الطلاب (من الدرجة النهائية ٢٠) على النحو الآتي:

٨،١٢،١٠،١٧

١٥،٢،٦،٢٠

١٢،١٩،١٧،١٨

١٤،١٩،٩،١٨

١٣،١١،٤،٩

١٦،١٢،٥،١١

(أ) انسَخ الجدول التكراري وأكملهُ:

الدرجات	علامات العدّ	التكرار
٥-١		
١٠-٦		
١٥-١١		
٢٠-١٦		
	الإجماليّ:	

(ب) كم عدد طلاب الصفّ؟

(ج) كم عدد طلاب الصفّ الذين حصلوا على درجات تقع في مدى الفئّة ١٦-٢٠؟

(د) كم عدد الطلاب الذين حلّوا أكثر من نصف أسئلة الاختبار بشكلٍ صحيح؟

اشرح كيف توصّلت للإجابة.

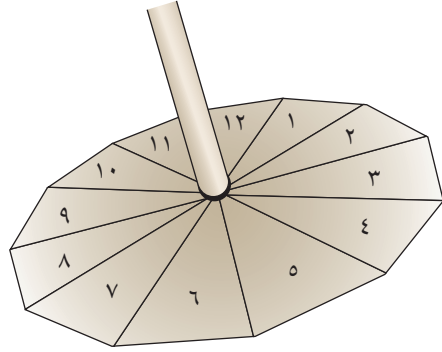


٥) لدى أميرة دوار يتكوّن من الأعداد ١ إلى ١٢، لفّت أميرة الدوار ٢٤ مرّة وسجّلت النتائج، فكانت النتائج كالآتي:

٧،٦،٣،١٢
٩،٩،٧،١

٢،٦،٤،٨
٩،٨،٣،٦

٢،١،١٢،١٠
٥،١١،٨،٤



(أ) ارسم جدولاً تكرارياً لعرض النتائج.

استخدم مدى الفئات (١-٣)، (٤-٦)، (٧-٩)، (١٠-١٢)

(ب) هل تعتقد بأنّ هذا الدوار دوار متكافئ الفرص؟ اشرح إجابتك.

ملخص

يجب أن تعرف أن:

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ البيانات المنفصلة تتضمن قيمًا محددة فقط.
- ★ من الممكن أن تتضمن البيانات المتصلة أيّ قيم ضمن فئة، بالإضافة إلى إمكانية قياس تلك البيانات.
- ★ يمكنك استخدام البيانات التي جمعتها بنفسك أو البيانات التي جمعتها شخصٌ آخر.
- ★ يمكنك تسجيل نتائج حدث جارٍ عن طريق تنفيذ تجربة أو من خلال تسجيل الملاحظات التي لاحظتها.
- ★ يمكنك استخدام ورقة جمع البيانات أو استبيان لجمع البيانات.
- ★ يمكنك استخدام الجداول التكرارية لجمع البيانات وعرضها.
- ★ يمكن جمع البيانات في الجداول التكرارية في صورة بيانات مجمعة إذا كانت تلك البيانات مختلفة القيمة.
- ★ التمييز بين البيانات المنفصلة والبيانات المتصلة.
- ★ تحديد كيفية جمع البيانات.
- ★ تحديد حجم العينة.
- ★ تحديد درجة الدقة اللازمة للبيانات التي تتضمنها القياسات.
- ★ تحديد البيانات التي قد تكون ذات الصلة بالسؤال، وكذلك طريقة جمع البيانات وتنظيمها.
- ★ تصميم استبيان واستخدامه لإجراء دراسة استقصائية بسيطة.
- ★ تصميم ورقة جمع بيانات واستخدامها لإجراء دراسة استقصائية بسيطة.
- ★ كتابة الجداول التكرارية واستخدامها لجمع البيانات المنفصلة وجمعها في صورة فئات متساوية المدى.
- ★ تسجيل وشرح الطرق والنتائج والاستنتاجات.
- ★ تبادل الاستنتاجات بفاعلية.

تمارين ومسائل عامة

- (١) حدد ما إذا كانت البيانات التالية منفصلة أم مُتصلة:
- (أ) عدد البيضات في السلة
- (ب) الزمن المُستغرق في إعداد وجبة طعام
- (٢) هل ستجمع البيانات بنفسك أم ستستعين ببيانات جمعها شخصٌ آخر للإجابة عن الأسئلة التالية؟
- (أ) ما بلدان العالم التي يوجد بها براكين نشطة؟
- (ب) ما الفاكهة المُفضَّلة لطلاب صفِّك؟
- (٣) هل ينبغي عليك إجراء دراسة استقصائية أم تنفيذ تجربة لجمع بيانات للأسئلة التالية؟
- (أ) كم عدد المرَّات التي نحصل فيها على العدد (٦) عند رمي حجر النرد ٣٠ مرَّة؟
- (ب) من الشخصية الرياضية المُفضَّلة لطلاب صفِّك؟
- (٤) تتولَّى سميرة إدارة دورة لتعليم الفنون، فرغبت في أن تسأل طلابها عمَّا إذا كانوا يفضُّلون بدء جلسات الدورة في الساعة ٢ مساءً أم ٣ مساءً، فإذا كان يوجد بالصفِّ ٤٦ طالبًا، فهل يجب على سميرة توجيه السؤال لكلِّ طلاب الصفِّ، أم ينبغي عليها الاقتصار على طرح السؤال على عيّنة من الطلاب؟ اشرح إجابتك.
- (٥) يبلغ عدد سكان إحدى المدن ٩٨٦ شخصًا، فأراد مروان معرفة عدد مرَّات ذهابهم إلى مجلس المدينة، فقرَّر أن يسأل عيّنة منهم، كم عدد الأشخاص الذين يجب أن تتضمنهم العيّنة؟
- (٦) أيُّ درجة من الدرجات (أ) أو (ب) أو (ج) تمثِّل أكثر درجة دِقَّة مناسبة لقياس:
- (أ) طول الأنهار:
- (أ) أقرب سنتيمتر (ب) أقرب متر (ج) أقرب كيلومتر
- (ب) الوقت الذي يستغرقه الطلاب في الجري لمسافة ١٠ كم
- (أ) أقرب ساعة (ب) أقرب دقيقة (ج) أقرب ثانية
- (٧) أرادت تغريد معرفة ما إذا كانت طالبات مدرستها يفضلن المشاركة في الإذاعة المدرسية أم لا، فسألت خمس طالبات من كلِّ صفِّ، فهل ستكون نتائج دراستها الاستقصائية متكافئة الفرص؟ أعطِ سببًا لإجابتك.



٨) وضع المُعلِّم حامد لطلاب الصفِّ اختبارًا ذهنيًا في مادة الرياضيات، ويوضح الجدول على اليسار درجات الطلاب (من الدرجة النهائية ١٥):

١٢	٥	٨	٧	٩	١٢
٩	١٤	١١	١٣	١١	٥
٨	٩	١٢	٥	٨	٣
١٠	٣	١٥	٤	٦	١٥
١٣	٦	١٠	١٤	٨	٩

الدرجات	علامات العدِّ	التكرار
٥-١		
١٠-٦		
١٥-١١		
	الإجمالي:	

(أ) انسخ الجدول التكراري وأكمله.

(ب) كم عدد طلاب الصفِّ؟

(ج) من خلال الاستعانة بالجدول التكراري، هل يُمكنك ذكر عدد الطلاب الذين أجابوا أكثر من نصف الأسئلة بشكلٍ صحيح؟ اشرح إجابتك.

الوحدة الحادية عشرة: الكسور (٢)

المُفردات

تأكّد من تعلّمك وفهمك للمُفردات الأساسية التالية:

- الكسر غير الاعتياديّ (improper fraction)
- العدد الكسريّ (mixed number)

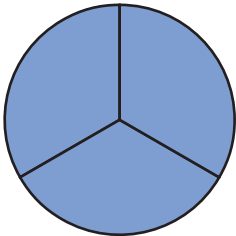
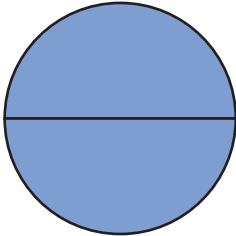
تُستخدم الكسور في حياتنا اليوميّة أكثر مما تعتقد.

فمثلاً إذا كان لدينا كعكة شيكولاتة ونريد تقسيمها على عدد أفراد الأسرة بالتساوي.

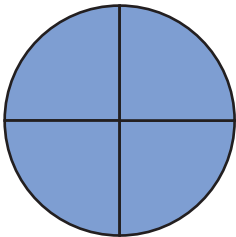


فلا بد من تحديد عدد أفراد الأسرة فإذا كان عدد أفراد الأسرة:

اثنان فيجب تقسيمها كما في الشكل المقابل.



وإذا كان عدد أفراد الأسرة ثلاثة فيجب تقسيمها كما في الشكل المقابل.



أما إذا كان عدد أفراد الأسرة أربعة فيجب تقسيمها كما في الشكل المقابل.

وهكذا

في هذا الفصل ستتعرف على المزيد حول الكسور، وستتعلم كيفية جمع وطرح الأعداد الكسرية وإيجاد الكسور.

١-١١ جمع الكسور وطرحها

تعلمت سابقاً أنه لا يُمكنك جمع أو طرح الكسور إلا في حالة تساوي قيم المقام، وفي حالة وجود قيم مقام مختلفة، يجب عليك كتابة الكسور في صورة كسور متكافئة تتضمن مقاماً مشتركاً، ثمَّ اجمع أو اطرح قيم البسط.

مثال ١١-أ

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{3}$$

الحل

تذكّر أن المضاعف المشترك الأصغر (م.م.ص) للعددين ٣، ٦ هو ٦

$$\frac{1}{6} + \frac{2}{3} = \frac{1}{6} + \frac{4}{3} = \frac{1}{6} + \frac{8}{6} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

قيم المقام غير متساوية، لذا اكتب الكسر المكافئ للكسر $\frac{2}{3}$ وهو $\frac{4}{3}$

الآن أصبحت قيم المقام متساوية؛ لذا اجمع قيم البسط.

$$\frac{3}{2}, \frac{14}{3}, \frac{53}{34}$$

كسور غير اعتيادية.

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{11}{14}$$

أعداد كسرية.

يمكنك استخدام خطوات طرح الأعداد الكسرية عند جمع الكسور غير الاعتيادية.

في حالة الكسر غير الاعتيادي يكون البسط أكبر من المقام. يحتوي العدد الكسري على عدد كامل وكسر.

عند جمع الأعداد الكسرية، اتبع الخطوات التالية:

- ١ اجمع أجزاء العدد الكامل.
- ٢ اجمع الأجزاء الكسرية ثمَّ بسّط هذه الإجابة إلى أبسط صورة.
- ٣ إذا كانت هذه الإجابة كسراً غير اعتيادي، فاكتبها في صورة عدد كسري.
- ٤ اجمع إجاباتك في الخطوات ١، ٢ معاً.

عند طرح الأعداد الكسرية، اتبع الخطوات التالية:

- ١ اكتب العددين الكسريين في صورة كسور غير اعتيادية.
- ٢ اطرح الكسور غير الاعتيادية، ثمَّ ضع الناتج في أبسط صورة.
- ٣ إذا كانت الإجابة كسراً غير اعتيادي، فاكتبها في صورة عدد كسري مرةً أخرى.

مثال ١١-ب

$$\text{أوجد ناتج ما يلي: (أ) } 3\frac{5}{6} + 2\frac{1}{4} \quad \text{(ب) } 1\frac{3}{5} - 3\frac{1}{6}$$

الحل

$$\begin{aligned} \text{(أ) } 3 + 2 &= 5 \quad \text{①} \\ \frac{5}{6} + \frac{1}{4} &= \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \quad \text{②} \\ \frac{13}{12} &= \frac{10}{12} + \frac{3}{12} = \frac{13}{12} \\ 1\frac{1}{12} &= \frac{13}{12} \\ \text{③ } 6\frac{1}{12} &= 1\frac{1}{12} + 5 \end{aligned}$$

اجمع أجزاء العدد الكامل.

اجمع الأجزاء الكسرية باستخدام مقام مشترك وهو العدد ١٢

تأكد أن هذا الكسر في أبسط صورة له ثمَّ اكتبه في صورة عدد كسري.

اجمع الجزأين معاً لتحصل على الإجابة النهائية.

(ب) ① $\frac{7}{y} = 3\frac{1}{y}$ ، $\frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$ اكتب كلاً من العددين الكسريين في صورة كسرين غير اعتياديين.

② $\frac{8}{5} - \frac{7}{y}$

اطرح الكسور باستخدام مقام مُشترك وهو العدد ١٠ $\frac{19}{10} = \frac{16}{10} - \frac{35}{10} =$

الإجابة الآن في صورة كسر غير اعتيادي؛ لذا اكتبها في صورة عدد كسري. $1\frac{9}{10} = \frac{19}{10}$ ③

تمارين ١-١١

(١) أوجد ناتج عمليّات الجمع والطرح التالية في أبسط صورة:

(أ) $\frac{3}{8} + \frac{1}{6}$	(ب) $\frac{7}{10} + \frac{3}{5}$	(ج) $\frac{5}{18} + \frac{2}{9}$	(د) $\frac{5}{9} + \frac{1}{3}$
(هـ) $\frac{1}{6} + \frac{3}{4}$	(و) $\frac{4}{11} + \frac{2}{9}$	(ز) $\frac{1}{4} - \frac{7}{8}$	(ح) $\frac{7}{15} - \frac{4}{5}$
(ط) $\frac{2}{3} - \frac{11}{12}$	(ي) $\frac{1}{2} - \frac{8}{9}$	(ك) $\frac{1}{3} - \frac{4}{5}$	(ل) $\frac{2}{3} - \frac{7}{8}$

(٢) أوجد ناتج عمليّات الجمع والطرح التالية في أبسط صورة، ثم اكتبه في صورة عدد كسري إن أمكن:

(أ) $\frac{7}{9} + \frac{2}{3}$	(ب) $\frac{7}{12} + \frac{3}{4}$	(ج) $\frac{5}{18} + \frac{5}{6}$	(د) $\frac{5}{9} + \frac{4}{5}$
(هـ) $\frac{5}{7} + \frac{2}{3}$	(و) $\frac{5}{12} + \frac{8}{9}$	(ز) $\frac{1}{4} - \frac{3}{2}$	(ح) $\frac{1}{10} - \frac{7}{5}$
(ط) $\frac{5}{6} - \frac{11}{3}$	(ي) $\frac{2}{5} - \frac{8}{3}$	(ك) $\frac{1}{6} - \frac{5}{4}$	(ل) $\frac{8}{3} - \frac{9}{2}$

(٣) اكتب عمليّات الجمع التالية وأكملها:

(أ) $2\frac{5}{7} + 4\frac{1}{3}$

① $6 = 2 + 4$

③ $7\frac{\square}{21} = 1\frac{\square}{21} + 6$

(ب) $5\frac{9}{10} + 8\frac{4}{15}$

① $13 = 5 + 8$

③ $14\frac{\square}{6} = 1\frac{\square}{6} + 13$

(٤) اكتب عمليّات الطرح التالية وأكملها:

(أ) $1\frac{3}{5} - 4\frac{1}{4}$

① $\frac{8}{5} - \frac{17}{4}$

② $\frac{\square}{20} = \frac{\square}{20} - \frac{\square}{20} = \frac{8}{5} - \frac{17}{4}$

③ $2\frac{\square}{20} = \frac{\square}{20}$

$$(ب) 3\frac{5}{12} - 9\frac{1}{6}$$

$$5\frac{\square}{4} = \frac{\square}{4} = \frac{\square}{12} \text{ (ج)}$$

$$\frac{\square}{12} = \frac{41}{12} - \frac{\square}{12} = \frac{41}{12} - \frac{\square}{6} \text{ (د)}$$

$$\frac{41}{12} - \frac{\square}{6} \text{ (هـ)}$$

٥) أوجد ناتج عمليّات الجمع والطرح التالية، موضّحًا كلَّ خطوات الحلّ:

$$(ج) 3\frac{25}{36} + 6\frac{5}{9}$$

$$(ب) 1\frac{1}{5} + 7\frac{4}{5}$$

$$(أ) \frac{5}{8} + 3\frac{1}{4}$$

$$(و) 3\frac{4}{5} + 6\frac{5}{6}$$

$$(هـ) 4\frac{9}{10} + 12\frac{5}{8}$$

$$(د) \frac{7}{7} + 2\frac{3}{4}$$

$$(ط) 1\frac{5}{7} - 4\frac{1}{4}$$

$$(ح) \frac{11}{18} - 3\frac{1}{6}$$

$$(ز) \frac{7}{10} - 2\frac{3}{5}$$

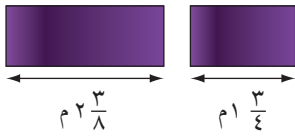
$$(ل) 6\frac{11}{18} - 7\frac{5}{12}$$

$$(ك) 3\frac{1}{4} - 5\frac{2}{3}$$

$$(ي) 1\frac{11}{12} - 4\frac{2}{3}$$



٦) لدى عائشة قطعتي قماش، يبلغ طول إحدى القطعتين $1\frac{3}{4}$ متر، وطول القطعة الأخرى $2\frac{3}{8}$ متر.

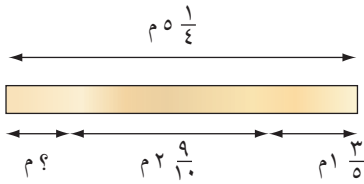


(أ) ما فرق الطول بين قطعتي القماش؟

(ب) توضع عائشة قطعتي القماش معًا، حيث تصل طرفي القطعتين، فما إجمالي طول القماش؟



٧) لدى راشد قطعة خشب طولها $5\frac{1}{4}$ متر، قطع جزءًا منها بطول $1\frac{3}{5}$ متر ثم قطع جزءًا آخر بطول $2\frac{9}{10}$ متر مما تبقي من القطعة الأصليّة، ما طول قطعة الخشب المتبقية مع راشد؟



١١-٢ استخدام الكسور مع الكميات

يُمكنك استخدام حقائق الضرب التي تعرفها لإيجاد الكسور البسيطة للكميات ذهنيًا.

لإيجاد كسر من كمية ما، اقسّم الكمية على مقام الكسر، ثمّ اضرب الناتج في البسط.

مثال ١١-٢ أ

أوجد $\frac{3}{5}$ من ٣٠ كغم.

الحل

أولاً، أوجد $\frac{1}{5}$ من ٣٠ كغم، عن طريق قسمة ٣٠ على ٥
ثمّ اضرب الناتج ٦ في ٣ لإيجاد $\frac{3}{5}$ من ٣٠ كغم.
تذكّر كتابة الوحدة (كغم) في إجابتك.

$$6 = 5 \div 30$$

$$18 = 3 \times 6 \text{ كغم}$$

عند إيجاد كسر من كمية ما، لن تكون الإجابة دائماً عددًا كاملاً. أنت تعرف أنّ ذلك سيحدث عندما يكون ناتج قسمة المقام على الكمية ليس عددًا صحيحًا.
في هذه الحالة أفضل طريقة هي ضرب الكمية في البسط أولاً، ثمّ اقسّم الإجابة على المقام واكتب إجابتك النهائية في صورة عدد كسريّ.

مثال ١١-٢ ب

أوجد $\frac{2}{3}$ من ٢٠ كم.

الحل

∴ ناتج قسمة العدد ٢٠ على ٣ يتضمن باقي قسمة. لذا اضرب ٢٠ في ٢
الآن اقسّم ٤٠ على ٣، سيكون الناتج ١٣، بالإضافة إلى باقي قسمة العدد ١
∴ الناتج هو $13\frac{1}{3}$
تذكّر كتابة الوحدة (كم) في إجابتك.

$$40 = 20 \times 2$$

$$13\frac{1}{3} = 40 \div 3 \text{ كم}$$

تمارين ١١-٢

١) استخدم الطريقة الذهنية لإيجاد ناتج ما يلي:

(ج) $\frac{4}{5}$ من ٢١ كيلوغرامًا

(ب) $\frac{2}{5}$ من ١٠ أمتار

(أ) $\frac{3}{4}$ من ١٢ ريالًا عمانيًا

(هـ) $\frac{7}{11}$ من ٣٣ مل

(د) $\frac{5}{8}$ من ٤٠ سم

(٢) أوجد قيمة كل مما يلي، ثم اكتب الناتج في صورة عدد كسري:

(أ) $\frac{3}{8}$ من ١٦ كغم

(ب) $\frac{2}{3}$ من ٢٣ طنًا

(ج) $\frac{3}{8}$ من ٣٣ ريالًا عمانيًا

(هـ) $\frac{5}{6}$ من ٢٥ ملم

(د) $\frac{4}{9}$ من ٤٧ ملغم

(٣) لدى وليد ست بطاقات أسئلة باللون الأزرق وخمس بطاقات إجابات باللون الأصفر:



$24 \times \frac{7}{12}$ متر

١٠ متر

$30 \times \frac{4}{9}$ متر

$12 \frac{2}{3}$ متر

$14 \times \frac{5}{7}$ متر

١٤ متر

$56 \times \frac{3}{14}$ متر

$13 \frac{1}{3}$ متر

$19 \times \frac{2}{3}$ متر

$11 \frac{2}{3}$ متر

$18 \times \frac{5}{9}$ متر

(أ) صل كل بطاقة زرقاء بإجابتها الصحيحة من البطاقات الصفراء.

(ب) أوجد قيمة البطاقة المتبقية؟

١١-٣ ضرب عدد صحيح في كسر

الكلمة (من) تعني (الضرب في) لذا $\frac{2}{3}$ من ١٥ هي نفس معنى $15 \times \frac{2}{3}$

لقد تعلّمت كيفية إيجاد كسر من كمية، بإجابات في صورة عدد كامل أو عدد كسري، وكذلك عند ضرب عدد صحيح في كسر، فإنك تستخدم تحديداً نفس الطرق التي استخدمتها من قبل.

مثال ١١-٣

أوجد ناتج ما يلي: (أ) $15 \times \frac{2}{3}$ (ب) $\frac{3}{8} \times 26$

الحل

(أ) $5 = 3 \div 15$
 يمكنك إيجاد ناتج ذلك ذهنياً؛ لأن ناتج قسمة العدد ١٥ على ٣ سيكون عدداً صحيحاً وهو ٥
 الآن اضرب العدد ٥ في ٢ ليكون الناتج ١٠
 بما أن ناتج قسمة العدد ٢٦ على ٨ يتضمن باقي قسمة.
 لذا اضرب ٢٦ في ٣
 الآن اقسم ٧٨ على ٨، ليكون الناتج $9\frac{6}{8}$
 بسّط $\frac{6}{8}$ إلى $\frac{3}{4}$ ، سيكون الناتج $9\frac{3}{4}$ في أبسط صورة

(ب) $78 = 3 \times 26$
 $9\frac{6}{8} = 8 \div 78$
 $9\frac{3}{4} = 9\frac{6}{8}$

لاحظ أن الكسر في نهاية حلّ الجزئية (ب) يُمكن تبسيطه، وغالباً ما يكون التبسيط أسهل وأسرع إن أمكن الأمر قبل إجراء أيّ عمليّات حسابية.

بالنظر مرّة أخرى إلى $\frac{3}{8} \times 26$ ، تبدأ بقسمة ٢٦ و ٨ على ٢: $\frac{3}{4} \times 13$

فالأعداد بسّطت من خلال ذلك، إذاً عليك الآن إيجاد $\frac{3}{4} \times 13$

لا يُمكنك التبسيط أكثر من ذلك؛ لذا أكمل كالمعتاد: $39 = 3 \times 13$ ، $9\frac{3}{4} = 4 \div 39$

تمارين ١١-٣

(١) استخدم الطريقة الذهنية لإيجاد ناتج ما يلي:

- (أ) $20 \times \frac{3}{4}$ (ب) $30 \times \frac{4}{5}$ (ج) $\frac{3}{8} \times 72$
- (د) $\frac{2}{3} \times 27$ (هـ) $\frac{5}{9} \times 81$ (و) $60 \times \frac{5}{12}$

(٢) أوجد ناتج كل مما يلي في صورة عدد كسري في أبسط صورة:

(أ) $33 \times \frac{2}{8}$

(ب) $20 \times \frac{2}{9}$

(ج) $\frac{3}{5} \times 41$

(د) $\frac{5}{6} \times 14$

(هـ) $\frac{7}{12} \times 21$

(و) $50 \times \frac{3}{4}$

في الجزئيات (د)، (هـ)، (و) بسّط قبل إجراء أيّ عمليّات حسابيّة.

(٣) فيما يلي جزء من الواجب المنزليّ الخاصّ بهلال.

هل أوجد هلال الإجابة الصحيحة؟

اشرح إجابتك.

السؤال أوجد ناتج الآتي: $78 \times \frac{4}{15}$

الإجابة $\frac{26}{3} \times \frac{4}{15}$

$104 = 26 \times 4$

$34 \frac{2}{3} = 3 \div 104$

١١-٤ قسمة عدد صحيح على كسر

إن أمكن الأمر، تذكّر التبسيط قبل إجراء أيّ عمليّات حسابيّة.

لقسمة عدد صحيح على كسر، اقلب الكسر ثمّ اضرب في العدد الصحيح. ثمّ استخدم نفس الطريقة التي استخدمتها من قبل.

مثال ١١-٤

أوجد ناتج ما يلي:

$$(أ) 12 \div \frac{3}{8}$$

$$(ب) 25 \div \frac{10}{13}$$

الحل

$$(أ) 12 \times \frac{8}{3}$$

$$4 = 3 \div 12$$

اقلب الكسر واضرب.

أوجد $12 \div 3 = 4$ ذهنيًا؛ لأنّ ناتج قسمة العدد ١٢ على ٣ سيكون عددًا صحيحًا وهو ٤

$$32 = 8 \times 4$$

الآن اضرب العدد ٤ في ٨ ليكون الناتج ٣٢

اقلب الكسر واضرب.

$$(ب) 25 \times \frac{13}{10}$$

$$\frac{13}{2} \times \frac{5}{2}$$

يُمكنك قسمة العددين ٢٥، ١٠ على ٥؛ لذا بسّط أوّلاً. السؤال الآن هو $13 \div 2$

لا يُمكنك التبسيط أكثر من ذلك؛ لذا اضرب العدد ٥ في ١٣

$$65 = 13 \times 5$$

أوجد $65 \div 2 = 32 \frac{1}{2}$ ثمّ اكتب الناتج في صورة عدد كسريّ.

$$32 \frac{1}{2} = 2 \div 65$$

تمارين ١١-٤

(١) أوجد ناتج ما يلي:

$$(أ) 21 \div \frac{3}{4}$$

$$(د) 18 \div \frac{9}{10}$$

$$(ب) 15 \div \frac{5}{6}$$

$$(هـ) 30 \div \frac{10}{13}$$

(٢) أوجد ناتج ما يلي في صورة عدد كسريّ في أبسط صورة:

(في كلّ الجزئيات، بسّط قبل إجرائك لأيّ عمليّات حسابيّة)

$$(أ) 16 \div \frac{7}{5}$$

$$(د) 34 \div \frac{4}{5}$$

$$(ج) 22 \div \frac{4}{9}$$

$$(ب) 12 \div \frac{8}{11}$$

$$(هـ) 45 \div \frac{18}{33}$$

$$(و) 21 \div \frac{14}{15}$$

٣) أي من هذه البطاقات ستعطي ناتجًا مختلفًا عن البطاقتين الأخرين؟
(وضّح جميع خطوات الحلّ)

(ج) $\frac{2}{15} \div 10$

(ب) $\frac{17}{25} \div 51$

(أ) $\frac{5}{8} \div 45$

٤) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاصّ بماجد. استخدم طريقة ماجد لإيجاد ناتج ما يلي:

سؤال
أوجد ناتج: $\frac{10}{17} \div 5$

الإجابة
 $\frac{17}{17} \times \frac{10}{17} = \frac{10}{17} \div 5$
 $\frac{17}{2} \times 1 =$
 $8 \frac{1}{2} = 2 \div 17$

(ب) $\frac{14}{19} \div 7$

(أ) $\frac{8}{9} \div 4$

(د) $\frac{24}{29} \div 8$

(ج) $\frac{9}{11} \div 3$

(و) $\frac{36}{41} \div 9$

(هـ) $\frac{18}{25} \div 6$

١١-٥ ضرب الكسور وقسمتها

عند ضرب الكسور وقسمتها ذهنيًا، اتَّبِع هذه القواعد:

● عند ضرب الكسور اضرب قيم البسط وقيم المقام (كلًّا على حدة)

$$\text{مثال: } \frac{5}{21} = \frac{5 \times 1}{7 \times 3} = \frac{5}{7} \times \frac{1}{3}$$

● عند قسمة الكسور ابدأ بقلب الكسر الثاني، ثمَّ اضرب الكسور كالمعتاد.

$$\text{مثال: } 1 \frac{7}{15} = \frac{22}{15} = \frac{11 \times 2}{5 \times 3} = \frac{11}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{5}{11} \div \frac{2}{3}$$

كما يمكنك قسمة الكسور من خلال استخدام طريقة ضرب المجموعات الثنائية القطرية للأعداد معًا كما يلي:

$$1 \frac{7}{15} = \frac{22}{15} = \frac{11 \times 2}{5 \times 3} \leftarrow \frac{5}{11} \div \frac{2}{3}$$

مثال ١١-٥

أوجد ناتج ما يلي:

$$\text{(ب) } \frac{5}{12} \div \frac{3}{4}$$

$$\text{(أ) } \frac{2}{3} \times \frac{5}{6}$$

الحل

(أ) اضرب قيم البسط وقيم المقام
 $\frac{10}{18} = \frac{2 \times 5}{3 \times 6}$
 $\frac{5}{9} = \frac{10}{18}$
 يُمكن قسمة العددين ١٠ و ١٨ على ٢؛ لذا اكتب الناتج في أبسط صورة له.

(ب) اضرب المجموعات الثنائية القطرية للأعداد.
 $\frac{36}{20} = \frac{12 \times 3}{5 \times 4}$
 $1 \frac{16}{20} = \frac{36}{20}$
 الناتج هو كسر غير اعتيادي؛ لذا اكتبه في صورة عدد كسري.
 $1 \frac{4}{5} = 1 \frac{16}{20}$
 يُمكن قسمة العددين ١٦ و ٢٠ على ٤؛ لذا اكتب الناتج في أبسط صورة له.

تمارين ١١-٥

(١) استخدم الطريقة الذهنية لإيجاد ناتج ما يلي:

$$\text{(ج) } \frac{1}{5} \times \frac{2}{3}$$

$$\text{(ب) } \frac{1}{4} \times \frac{3}{4}$$

$$\text{(أ) } \frac{1}{2} \times \frac{1}{4}$$

$$\text{(و) } \frac{2}{3} \times \frac{7}{9}$$

$$\text{(هـ) } \frac{3}{4} \times \frac{3}{7}$$

$$\text{(د) } \frac{2}{5} \times \frac{4}{5}$$

(٢) أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

$$\text{(ج) } \frac{3}{8} \times \frac{4}{5}$$

$$\text{(ب) } \frac{3}{4} \times \frac{2}{3}$$

$$\text{(أ) } \frac{2}{5} \times \frac{3}{4}$$

$$\text{(و) } \frac{1}{3} \times \frac{7}{11}$$

$$\text{(هـ) } \frac{5}{6} \times \frac{3}{10}$$

$$\text{(د) } \frac{8}{9} \times \frac{1}{6}$$

٣) أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

في الجزئيات (د)، (هـ)، (و) اكتب الناتج في صورة عدد كسري.

(أ) $\frac{2}{3} \div \frac{1}{4}$ (ب) $\frac{3}{5} \div \frac{1}{4}$ (ج) $\frac{4}{7} \div \frac{3}{8}$

(د) $\frac{1}{9} \div \frac{4}{5}$ (هـ) $\frac{2}{11} \div \frac{3}{5}$ (و) $\frac{1}{3} \div \frac{9}{11}$

٤) أوجد ناتج كل مما يلي وضعه في أبسط صورة:

(أ) $\frac{1}{2} \div \frac{3}{4}$ (ب) $\frac{3}{10} \div \frac{4}{5}$ (ج) $\frac{2}{3} \div \frac{5}{6}$

(د) $\frac{1}{3} \div \frac{4}{9}$ (هـ) $\frac{3}{7} \div \frac{1}{7}$ (و) $\frac{3}{4} \div \frac{7}{8}$

٥) انسخ مُربّع الرمز السريّ.



ع	-	-	-	-	-	-	ذ	-	-	-	-	-	-
$\frac{9}{10}$	$\frac{7}{10}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{5}{18}$	$\frac{9}{22}$	$\frac{8}{9}$	٣	$1\frac{1}{14}$	$\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{9}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{4}{7}$	$\frac{1}{6}$	$1\frac{1}{9}$

أوجد إجابةً لكل سؤال في المُربّع الموجود على اليسار. احصل على الإجابة من مُربّع الرمز السريّ، ثمّ اكتب الحرف من مُربّع السؤال فوق الإجابة.

على سبيل المثال: السؤال الأوّل $\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$

$\frac{1}{6} = \frac{2}{12} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$ ، لذا تكتب فوق $\frac{1}{6}$ في الجدول.

ما الرسالة السريّة؟

$\frac{5}{8} \times \frac{4}{9}$ م	$\frac{2}{3} \times \frac{6}{7}$ ح	$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$ ل
$\frac{2}{10} \div \frac{3}{5}$ هـ	$\frac{4}{5} \div \frac{8}{9}$ ا	$\frac{3}{4} \div \frac{2}{3}$ ن
$\frac{8}{9} \div \frac{4}{5}$ ع	$\frac{2}{3} \div \frac{5}{7}$ ذ	$\frac{6}{11} \times \frac{3}{4}$ ي
		$\frac{2}{7} \div \frac{1}{5}$ ت

يجب أن تعرف أن:

- ★ الكسور المتكافئة متساوية.
- ★ عندما يكون الكسر في أبسط صورة، لا يمكن تبسيطه أكثر من ذلك.
- ★ لكتابة كسر في أبسط صورة، اقسّم البسط والمقام على العامل المُشترك الأكبر بينهما.
- ★ في الكسر الاعتيادي، يكون البسط أصغر من المقام.
- ★ في الكسر غير الاعتيادي، يكون البسط أكبر من المقام.
- ★ يتكوّن العدد الكسريُّ من عدد كامل وكسر.
- ★ لا يُمكنك جمع أو طرح الكسور إلا في حالة واحدة فقط وهي تساوي قيم المقام (المقام المشترك).
- ★ إيجاد كسر (من) الكميّة هو نفسه إيجاد ناتج الكسر (\times) الكميّة.
- ★ لضرب عدد صحيح في كسر عندما يكون من المتوقع أن يكون الناتج في شكل كسر، اضرب العدد الصحيح في البسط، ثم اقسّم الناتج على المقام.
- ★ لضرب عدد صحيح في كسر عندما يكون من المتوقع أن يكون الناتج في شكل عدد صحيح، اقسّم العدد الصحيح على المقام، ثم اضرب الناتج في البسط.
- ★ لضرب كسر في كسر آخر، اضرب قيمتي البسط، ثم اضرب قيمتي المقام.
- ★ لقسمة كسر على كسر آخر، اقلب الكسر الثاني، ثم اضرب الكسرين. (أو «ابدأ بقلب الكسر الثاني»)

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ تبسيط الكسور إلى كسور متكافئة.
- ★ اختصار الكسر إلى أبسط صورة.
- ★ كتابة الكسور غير الاعتيادية في صورة أعداد كسريّة والعكس صحيح.
- ★ جمع وطرح الكسور في حالة تساوي قيم المقام.
- ★ جمع وطرح الكسور عندما يكون أحد المقامات مُضاعفًا للآخر.
- ★ إيجاد الكسور من الكميّات والأعداد الكاملة.
- ★ كتابة ناتج القسمة في صورة عدد كسريّ، عندما لا تكون الإجابة عددًا كاملًا.
- ★ العمل بطريقة منطقيّة والتوصّل إلى استنتاجات بسيطة.
- ★ ضرب عدد صحيح في كسر.
- ★ ضرب الكسور وقسمتها.

تمارين ومسائل عامة

(١) أوجد ناتج عمليّات الجمع والطرح التالية في أبسط صورة:

(أ) $\frac{5}{8} + \frac{1}{4}$ (ب) $\frac{2}{5} - \frac{9}{10}$ (ج) $\frac{1}{9} + \frac{1}{3}$
 (د) $\frac{1}{8} + \frac{1}{4}$ (هـ) $\frac{1}{6} - \frac{2}{3}$ (و) $\frac{1}{2} - \frac{7}{8}$

(٢) أوجد ناتج كل مما يلي واكتبه في أبسط صورة:

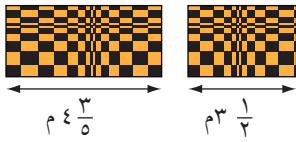
(أ) $\frac{2}{3} + \frac{5}{7}$ (ب) $\frac{1}{4} - \frac{2}{3}$ (ج) $\frac{4}{5} + \frac{3}{4}$
 (د) $\frac{1}{5} - \frac{3}{4}$ (هـ) $\frac{1}{5} + \frac{2}{3}$ (و) $\frac{1}{3} - \frac{5}{8}$

(٣) أوجد ناتج كل مما يلي في أبسط صورة:

(أ) $3\frac{1}{4} + 2\frac{5}{6}$ (ب) $2\frac{5}{9} - 4\frac{1}{2}$ (ج) $5\frac{6}{7} + 1\frac{2}{3}$
 (د) $2\frac{2}{5} - 3\frac{3}{4}$ (هـ) $3\frac{1}{3} + 7\frac{2}{5}$ (و) $6\frac{5}{6} - 9\frac{7}{8}$



(٤) لدى سامي قطعتا سجّاد، يبلغ طول إحدى القطعتين $3\frac{1}{4}$ أمتار، وطول القطعة الأخرى $4\frac{3}{5}$ أمتار.



(أ) ما فرق الطول بين قطعتي السجّاد؟

(ب) يضع سامي قطعتي السجّاد معاً، حيث يصل طرفي القطعتين، كم يبلغ الطول الإجماليّ للسجّادة؟

(٥) استخدم الطريقة الذهنيّة لإيجاد ناتج ما يلي:

(أ) $\frac{3}{4}$ من ٢٤ ريالاً عمانيّاً (ب) $35 \times \frac{3}{5}$ (ج) $\frac{1}{8} \times \frac{1}{3}$
 (د) $\frac{4}{7} \div \frac{3}{5}$ (هـ) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{3}$ (و) $\frac{3}{8} \div \frac{4}{7}$

(٦) أوجد ناتج ما يلي، واكتبه في صورة عدد كسريّ في أبسط صورة:

(أ) $\frac{2}{3}$ من ١٤ كغم (ب) $18 \times \frac{3}{5}$ (ج) $22 \times \frac{7}{8}$
 (د) $\frac{4}{5} \div 14$ (هـ) $\frac{12}{19} \div 24$ (و) $\frac{6}{7} \div 15$

(٧) أيّ من هذه البطاقات ستعطي ناتجاً مختلفاً عن البطاقتين الأخرين؟

(وضّح جميع خطوات الحلّ)



(ج) $\frac{3}{7} \times 42$

(ب) $\frac{9}{2} \div 81$

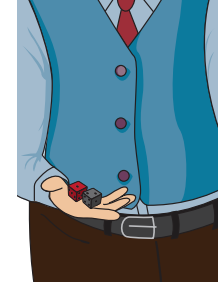
(أ) $\frac{3}{5} \times 32$

الوحدة الثانية عشرة: الاحتمالات

المفردات

تأكّد من تعلّمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

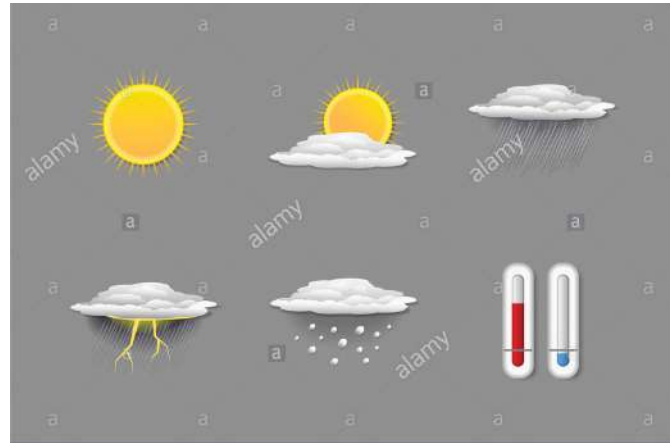
- مرّجَح (likely)
- غير مرّجَح (unlikely)
- مؤكّد (certain)
- الفرصة (chance)
- الاحتمال (probability)
- مقياس الاحتمال (probability scale)
- الحدث (event)
- عناصر الحدث (elements of an event)
- النتيجة (outcome)
- الاحتمالات المتساوية (equally likely)
- عشوائي (random)
- متنافية (mutually exclusive)
- يقدر (estimate)
- الاحتمال التجريبي (experimental probability)
- الاحتمال النظري (theoretical probability)



كثيراً ما نستخدم الاحتمالات في حياتنا، لذا من المفيد أن تكون قادراً على إيجاد مدى احتمالية حدوث مواقف بعينها.

- هل من المرّجَح أن تمطر؟ هل يجب أن آخذ معي مظلة؟
- هل سيفوز فريقك بمباراته القادمة؟
- ما فرصة حدوث زلزال؟
- ما احتمالية وقوع حادث على طريق معيّن؟
- إذا رميت حجرى نرد، فهل سأحصل على الرقم ٦ في حجرى النرد؟
- هل ستتأخّر حافلتني؟
- ما فرصتي في الحصول على أعلى درجة في الاختبار؟

قد يكون من الصعب إيجاد احتمالية شيء ما، إلا أنه يمكن للرياضيات أن تساعد في ذلك، فالاحتمال هو محور من محاور الرياضيات الذي يقيس مدى أرجحية حدوث شيء ما، ويمكن استخدامه لإيجاد احتمال حدوث نتيجة معينة لحدث ما. وفي هذه الوحدة، سنتعلم كيفية حساب الاحتمالات، واستخدامها في المواقف البسيطة.



١-١٢ مقياس الاحتمال

يُمكن كتابة الاحتمالات في صورة كسور، أو أعداد عشرية، أو نسب مئوية.

تُستخدم كلمات مثل: **مرجّح**، و**غير مرجّح**، و**مؤكّد**، و**مستحيل**، و**متساو** لوصف فرصة حدوث شيء ما،

ويمكن أن ترتبط نتيجة الاحتمال بعدد ما من ٠ إلى ١:

• احتمال الشيء المؤكّد حدوثه هو ١

• احتمال الشيء المستحيل حدوثه هو ٠

ومقياس الاحتمال في الشكل المقابل يوضح ذلك .



مثال ١-١٢

فريقا كرة قدم، احتمال فوز الفريق الأول بالمباراة القادمة هو ٢٥٪، واحتمال فوز الفريق الثاني بالمباراة

القادمة هو $\frac{2}{3}$

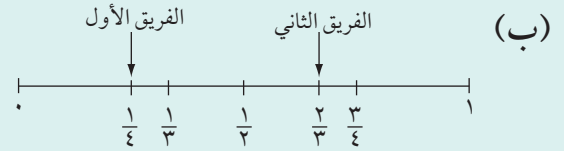
(أ) أيّ الفريقين هو المرجّح أكثر للفوز بالمباراة القادمة؟

(ب) وضح الاحتمالات على مقياس الاحتمال.

الحل

(أ) الفريق الثاني هو المرجّح أكثر للفوز بالمباراة القادمة. النسبة المئوية ٢٥٪ تعادل $\frac{1}{4}$ ، وبالتالي فهي أصغر من $\frac{2}{3}$

يبدأ المقياس من ٠، وينتهي عند ١ حدّد $\frac{1}{4}$ ، $\frac{2}{3}$ على المقياس.



من المفيد تحديد بعض الكسور على مقياس الاحتمال.

تمارين ١-١٢

١) اختر الوصف المناسب من الإطار المقابل لكل موقف فيما يلي:

(أ) إذا رميت قطعة النقود فستحصل على (صورة)

(ب) اليوم الذي يلي يوم الإثنين هو يوم الثلاثاء

(ج) يوم ميلادك هو يوم ميلاد معلّمك

(د) ستحقق تقدير ممتاز في اختبار الرياضيات

مرجّح
غير مرجّح
مستحيل
متساو
مؤكّد



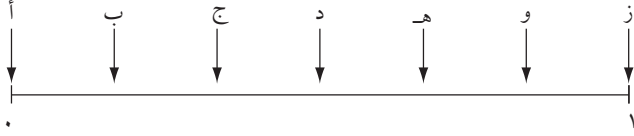
(٢) اكتب الحرف المناسب أمام كل عبارة من العبارات التالية:

(أ) سيكون المولود الجديد فتاةً.

(ب) سيستغرق الطريق بالسيارة من ريسوت إلى نزوى (ذهاباً وإياباً) ساعتين الأسبوع القادم.

(ج) سيظهر الرقم ٢ عند رمي حجر نرد.

(د) سيحدث زلزال في آسيا في العام المقبل.



(٣) ارسم مقياس الاحتمال، ثم ضع الاحتمالات الآتية في أماكنها الصحيحة على المقياس:

(أ) ستمطر غداً: ٢٥٪

(ب) سيضرب الإعصار إحدى المدن: ٥٠٪

(ج) سيفوز فريقك بالمباراة: $\frac{1}{6}$

(د) سيتفتح النبات: ٧٠٪

(هـ) ستدرس مها الرياضيات بالجامعة: ٩, ٠

(و) ستأخر حافلة فهد: ٥٪

١٢-٢ نتائج الاحتمالات المرجحة بالتساوي

احتمال وقوع الحدث = عدد مرات
تكرار الحدث / عدد الأحداث المتوقعة

الأحداث البسيطة مثل: رمي قطعة النقود، أو رمي حجر نرد، أو سحب بطاقة من حزمة، لها **نتائج** مختلفة، و**احتمالات** متساوية؛ فعند رمي قطعة النقود تكون النتيجة إما (صورة) و(كتابة)، أما عند رمي حجر النرد، فتكون النتائج هي: ١، ٢، ٣، ٤، ٥، ٦ واحتمالاتها متساوية ولكن كيف يُمكنك حساب احتمال لنتيجة ما؟

مثال ١٢-٢

في الشكل المقابل ثماني بطاقات تحتوي على أعدادٍ. ١٣ ١٠ ١٠ ٨ ٥ ٥ ٢

إذا وقع الاختيار على البطاقة عشوائياً، فيعني ذلك أن كلَّ البطاقات تتساوى في فرصة اختيارها.

وُضعت هذه البطاقات على المنضدة، ووجهها للأسفل، ثمَّ تمَّ اختيار بطاقة عشوائياً، ما احتمال أن يكون العدد الذي وقع عليه الاختيار:

(أ) ٥ (ب) أكبر من ٩

(ج) عدداً زوجياً

الحل

(أ) $\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ ∴ هناك ثماني بطاقات ∴ هناك ثماني نتائج احتمالات مرجحة بالتساوي.
تحمل بطاقتان العدد ٥، وبالتالي توجد فرصتان من أصل ثماني فرص لاختيار العدد ٥
اكتب ذلك الاحتمال في صورة كسر ثم ضعه في أبسط صورة
توجد أربع بطاقات تحمل أعداداً أكبر من ٩، وبالتالي توجد ٤ فرص من أصل ثماني فرص، اكتب الاحتمالات في صورة كسر.
(ب) $\frac{1}{2} = \frac{4}{8}$
(ج) $\frac{5}{8}$ ∴ الأعداد الزوجية هي ٢، ٨، ١٠ وخمس بطاقات تحمل أعداداً زوجية ∴ الاحتمال هو $\frac{5}{8}$

تمارين ١٢-٢

- لدى حاتم ٢٠ بطاقة تحمل صوراً مختلفة بحيث تحتوي ست بطاقات منها على صور أزهار، وأربع بطاقات على صور أشجار، وثلاث بطاقات على صور طيور، وخمس بطاقات على صور جمال، وبتاقتان على صور ظباء.
اختار حاتم بطاقة عشوائياً، ما احتمال أن تحتوي البطاقة على صورة:
(أ) طير (ب) أسد (ج) نبات (د) حيوان بأربعة أرجل
- رمت نور حجر نرد ذا ستة أوجه، ما احتمال أن تحصل نور على:
(أ) ٤ (ب) عدد أكبر من ٤ (ج) عدد أصغر من ٤ (د) عدد فردي

١٢-٢ نتائج الاحتمالات المرجحة بالتساوي

٣) اشترك مجموعة من الطلاب في أحد الأنشطة المدرسية، ستة طلاب من الصف السادس ثلاثة منهم يرتدون نظارة طبية، وعشرة طلاب من الصف الخامس أربعة منهم يرتدون نظارة طبية.

(أ) اختار المعلم طالباً عشوائياً لتمثيل المجموعة، ما احتمال أن يكون الطالب الذي اختاره المعلم:

(١) طالباً من الصف السادس (٢) طالباً من الصف السادس يرتدي نظارة

(٣) طالباً من الصف الخامس لا يرتدي نظارة (٤) طالباً يرتدي نظارة

(ب) كيف يمكن أن يتأكد المعلم أن الاختيار عشوائي، وأن كل طالب لديه فرصة متساوية في أن يقع عليه الاختيار؟



٤) كل حرف من أحرف كلمة (رياضيات) مكتوب على بطاقة منفصلة.

ر ي ا ض ي ا ت

اختار هيثم بطاقة واحدة عشوائياً. ما احتمال أن يكون الحرف:

(أ) ر (ب) ليس ض (ج) حرف مد

(د) ليس من أحرف المد (هـ) س

(و) مشتركاً مع أحرف كلمة (رياضة)

٥) يقول سامي:

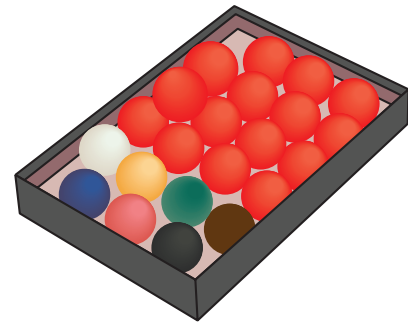


من الممكن أن يفوز فريق كرة قدم بمباراة، أو أن يخسرها، أو أن يتعادل مع الفريق الآخر. وهذه هي النتائج الثلاث الوحيدة، مع ملاحظة أن الفوز هو إحدى هذه النتائج. وبالتالي، يكون احتمال فوز الفريق هو $\frac{1}{3}$



هل سامي على صواب؟

٦) في مباراة لعبة السنوكر، توجد ١٥ كرة حمراء، وسبع كرات أخرى صفراء وخضراء وبنية وزرقاء ووردية وسوداء وبيضاء، اختار عمر كرة عشوائياً.



ما احتمال أن تكون الكرة التي اختارها عمر:

(أ) حمراء

(ب) ليست حمراء

(ج) صفراء

(د) حمراء أو بيضاء أو زرقاء

(هـ) برتقالية

(٧) يحتوي حجر نرد ذو عشرة أوجه على الأعداد من ١ إلى ١٠



رمى مصطفى حجر النرد مرّةً واحدة.

أوجد احتمال كل نتيجة من النتائج التالية واكتبه في صورة نسبة مئوية.

- (أ) ٣
(ب) عدد أكبر من ٣
(ج) أحد مُضاعفات العدد ٣
(د) عامل للعدد ١٢
(هـ) عدد أكبر من ١٢
(و) عدد أصغر من ١٢



(٨) أحضرت معلمة الرياضيات أقلامًا بعدد طالبات الصف، ١٢ قلمًا منها باللون الأحمر، و٨ أقلام باللون الأزرق،

و٥ أقلام باللون الأسود، و٧ أقلام باللون الأخضر، ثم أعطت لكل طالبة منهن قلمًا واحدًا بطريقة عشوائية:

(أ) أوجد احتمال حصول الطالبة الأولى على قلم أحمر.

(ب) تريد سلمى أن تحصل على قلم أحمر، ولكن في الوقت الذي وصلت فيه المُعلِّمة إلى سلمى، كانت قد

وزعت قلمين من كل لون. هل زادت فرصة سلمى في الحصول على قلم أحمر، أم نقصت؟ أعطِ سببًا

لإجابتك.



١٢-٣ الأحداث المتنافية

تحتوي حقيبة على قطع حلوى بألوانٍ مختلفة ونكهات مختلفة إذا اخترنا عشوائياً قطعة حلوى من الحقيبة، فيمكن أن نحصل على نتيجتين محتملتين:

قطعة حلوى خضراء.

قطعة حلوى حمراء.

هاتان النتيجتان متنافيتان؛ فلا يمكن حدوثهما معاً في نفس الوقت وتسمى بالأحداث المتنافية فيما يلي نتيجتان محتملتان أخريان:

قطعة الحلوى المأخوذة بنكهة الليمون.

قطعة حلوى صفراء.

هاتان النتيجتان غير متنافيتين؛ إذ يمكن أن تكون قطعة الحلوى صفراء وبنكهة الليمون في نفس الوقت.

مثال ١٢-٣

تحتوي محفظة نقود على أوراق نقدية بفئة ٥ ريالات، ١٠ ريالات، ٢٠ ريالاً، ٥٠ ريالاً، أخرجت ورقة نقدية من المحفظة، وفيما يلي ثلاث أحداث محتملة:

الحدث أ: ورقة نقدية من فئة ٥ ريالات

الحدث ب: ورقة نقدية من فئة ١٠ ريالات أو أقل

الحدث ج: ورقة نقدية من فئة ٢٠ ريالاً، أو أكثر

حدد أي أزواج الأحداث التالية ستكون حدثين متنافيين أو حدثين غير متنافيين؟

(أ) الحدثان أ، ب (ب) الحدثان أ، ج (ج) الحدثان ب، ج

الحل

(أ) الحدث أ والحدث ب غير متنافيين. الحدث أ يعني أنّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٥ ريالات.

والحدث ب يعني أنّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٥ ريالات أو ١٠ ريالات. يُمكن أن تُؤخذ ٥ ريالات في أيّ من الحالتين.

الحدث أ يعني أنّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٥ ريالات. الحدث ج يعني أنّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٢٠ ريالاً أو ٥٠ ريالاً. وبالتالي يمكن ظهور الحدثين معاً.

(ب) الحدث أ والحدث ج متنافيان.

الحدث ب يعني أنّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٥ ريالات أو ١٠ ريالات. الحدث (ج) يعني أنّ الورقة النقدية المأخوذة هي ٢٠ ريالاً أو ٥٠ ريالاً. وبالتالي يمكن ظهور الحدثين معاً.

(ج) الحدث ب والحدث ج متنافيتان.

تمارين ١٢-٣

(١) لدى سالم عملات معدنية في محفظته، أخرج عملة واحدة عشوائياً.



فيما يلي أربعة أحداث محتملة:

أ: عملة معدنية من فئة ١٠ بيسات.

ج: عملة معدنية من فئة ٢٥ بيسة.

(أ) أو جد احتمال الحصول على:

ب: عملة معدنية من فئة ٢٥ بيسة أو أقل.

د: عملة معدنية من فئة ٥٠ بيسة أو أكثر.

(٤) الحدث د

(٣) الحدث ج

(٢) الحدث ب

(١) الحدث أ

(ب) حدد أيًا من الأحداث الآتية متنافية وأيها غير متنافية؟

(١) الحدثان أ، ب

(٣) الحدثان ب، ج

(٥) الأحداث أ، ج، د

(٢) الحدثان أ، ج

(٤) الحدثان ب، د

(٢) رمت بدرية حجر نرد سداسي الأوجه، وفيما يلي أربعة أحداث مختلفة.

أ: عدد زوجي

ج: عدد أكبر من ٥

(أ) أيُّ الأحداث أقل حدوثاً؟

(ب) اكتب ثلاثة أزواج مختلفة من الأحداث المتنافية.

(٣) تمّت دعوة بعض الأشخاص للتنافس كمتسابقين في أحد برامج المسابقات التلفزيونية، وفيما يلي بعض

الأحداث المحتملة للشخص الذي يقع عليه الاختيار:

أ: المتسابق امرأة يزيد عمرها عن ٢٥ عامًا.

ج: المتسابق يبلغ من العمر ٢١ عامًا.


ب: المتسابق رجل.

د: المتسابق رجل في الثلاثين من عمره.

(أ) اكتب الأزواج المُحتَملة من الأحداث المتنافية.

(ب) اكتب ثلاثة من الأحداث المتنافية.

(ج) ماذا يمكن قوله عن الحدثين (ب)، (د)؟

(٤)  فيما يلي بعض الأحداث المُحتَملة لطائرة من المُقرَّر وصولها في منتصف يوم الغد.
أ: تصل الطائرة متأخرة.

ب: تصل الطائرة في الساعة ١٢:٣٥

ج: تصل الطائرة قبل الساعة ١١:٤٥

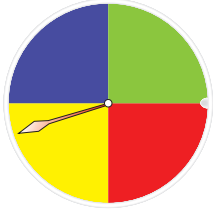
د: تصل الطائرة بعد الساعة ١١:٥٠

هـ: تصل الطائرة في وقتٍ مبكّر.

(أ) هل هناك أيُّ أزواج من هذه الأحداث متنافية؟ اذكرها.

(ب) اكتب ثلاث أحداث متنافية (ليس من الضروري استخدام الأحداث السابقة).

(٥) في الشكل المقابل قرص دوار متكافئ الفرص فيه أربعة ألوان: الأحمر والأخضر والأزرق والأصفر
إذا قمنا بلف الدوّار مرّةً واحدةً:



(أ) اكتب حدثين محتملين من الأحداث المتنافية.

(ب) اكتب حدثين غير متنافيين.

(ج) أوجد احتمالات الأحداث التي تتوصّل إليها في الجزئية (ب).

(٦) رمى أدهم حجر النرد المقابل ذا العشرين وجهًا (فيه الأعداد من ١ إلى ٢٠) مرةً واحدةً، إذا علمت أن احتمال ظهور كل عدد منها متساو:

(أ) فما احتمال أن تكون النتيجة عددًا مُكوّنًا من رقم واحد؟

(ب) أوجد حدثًا متنافيًا مع الحدث في الجزئية (أ) ولكن له نفس الاحتمال.

(ج) فيما يلي ثلاث أحداث مختلفة:

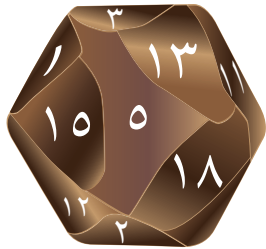
ث: أحد مُضاعفات العدد ٣

خ: أحد مُضاعفات العدد ٥

س: أحد مُضاعفات العدد ٧

(١) أوجد احتمال كلِّ حدث من هذه الأحداث، وكتب إجابتك في صورة نسبة مئوية في كلِّ حالة.

(٢) أيُّ من هذه الأحداث الثلاثة متنافية؟



١٢-٤ تقدير الاحتمال



إذا رميت دبوسًا، فمن الممكن أن يستقر رأسه مشيرًا لأعلى أو لأسفل عند سقوطه، وبالتالي فإن احتمال ظهور الحدين غير متساو، وهذا يعني أنه لا يُمكنك استخدام نتائج الاحتمالات المتساوية لإيجاد قيمة الاحتمالات.

لذا يجب عليك إجراء تجربة ما للحصول على النتائج،

ويوضِّح الجدول المقابل النتائج التي من الممكن الحصول عليها عند رمي الدبوس ٨٠ مرة.

النتيجة	رأس الدبوس لأعلى	رأس الدبوس لأسفل	الإجمالي
التكرار	٣١	٤٩	٨٠

الاحتمال التجريبي = عدد مرات الحصول على الحدث ÷ عدد مرات إجراء التجربة

تقدير احتمال (رأس الدبوس لأعلى) هو $\frac{31}{80} = 0,39$ أو ٣٩٪

تقدير احتمال (رأس الدبوس لأسفل) هو $\frac{49}{80} = 0,61$ أو ٦١٪

النتيجتان اللتان يتمُّ الحصول عليهما عند رمي عملة نقدية، أي (صورة) أو (كتابة)، مرجَّحتان بالتساوي لذا يسمى بالاحتمال النظري.

تُسمَّى هذه الاحتمالات **الاحتمالات التجريبية**، بينما تُسمَّى الاحتمالات التي يتمُّ إيجادها باستخدام نتائج الاحتمالات المرَّجَّحة بالتساوي **الاحتمالات النظرية**.

ما الاحتمالات النظرية التي يُمكن إيجادها إذا كانت النتيجتان مرجَّحتين بالتساوي؟ ستكون كلتاها $\frac{1}{2}$

- التجارب المختلفة التي تُجرى على نفس الحدث من الممكن أن ينتج عنها احتمالات تجريبية مختلفة.
- لا تعتمد الاحتمالات النظرية على تجربة ما، ونتائجها لا تتغيَّر.

تمارين ١٢-٤

- أظهرت دراسة استقصائية أُجريت على ٤٠ سيارة على طول محدد من الطريق، أن ١٤ سيارة من هذه السيارات كانت مسرعةً. أوجد الاحتمال التجريبي في كل مما يلي:
 - (أ) السيارة مسرعة
 - (ب) السيارة غير مسرعة

١٢-٤ تقدير الاحتمال

(٢) يوجد ٣٢٠ طالباً في إحدى المدارس، ١٦ طالباً منهم يذهبون إلى المدرسة بالسيارة، و٩٦ طالباً يذهبون إليها سيراً على الأقدام، إذا اخترنا طالباً عشوائياً فأوجد احتمال:

(أ) أن يذهب بالسيارة (ب) أن يذهب سيراً على الأقدام

(ج) عدم الذهاب سيراً على الأقدام (د) عدم الذهاب سيراً على الأقدام أو بالسيارة

(٣) تذهب السيدة علياء إلى العمل كل يوم بالسيارة، وأحياناً، تضطر أن تتوقف عند إشارة مرور، وفي خلال أيام العمل الماضية (٢٥ يوماً)، اضطرت أن تتوقف ١٦ مرة.

(أ) أوجد الاحتمال التجريبي لاضطرابها إلى التوقف عند إشارة المرور غداً.

(ب) أوجد الاحتمال التجريبي لعدم اضطرابها إلى التوقف عند إشارة المرور يوم الأربعاء القادم.

(٤) تذهب زهرة إلى المدرسة خمسة أيام في الأسبوع، ولكن على مدار الأربعة أسابيع الأخيرة، تكررت تأخرها عن المدرسة في ثلاثة أيام. قدر احتمال عدم تأخرها عن المدرسة غداً.

(٥) ينظر عمرو إلى سجلات الأحوال الجوية الخاصة بمدينته في شهر نوفمبر،

فوجد أنه على مدار الخمس سنوات الماضية (١٥٠ يوماً إجمالاً)، كانت هناك أمطار خلال ٣٦ يوماً في شهر نوفمبر.

اكتب إجابتك في صورة نسبة مئوية أو كسر عشري.

(أ) استخدم هذه المعلومة لتقدير احتمال سقوط أمطار في يوم ١ من شهر نوفمبر العام القادم.

(ب) استخدم هذه المعلومة لتقدير احتمال سقوط أمطار في يوم ٣٠ من شهر نوفمبر العام القادم.

(٦) لماذا قد لا تكون طريقة فهد طريقة جيدة لتقدير الاحتمال؟



فاز فريقي في ١٨ مباراةً من آخر ٢٠ مباراةً له، وبالتالي احتمال فوزه في مباراته القادمة هو $\frac{18}{20} = 90\%$



(٧) فيما يلي نتائج دراسة استقصائية قد شملت ٢٤٠ طالباً في إحدى المدارس.



العنصر	لديه الهاتف الجوّال	لديه حاسب آلي في غرفة النوم	يريد الانضمام إلى النادي الثقافي	عضو في فريق رياضي
عدد الطلاب	٢٣٢	١٦٤	٩٢	٦٨

(أ) قدر احتمال أن يكون الطالب الذي وقع عليه الاختيار عشوائياً من المدرسة:

(١) لديه هاتف جوّال

(٢) ليس عضواً في فريق رياضي

اكتب إجابتك في صورة نسب مئوية.

(ب) اقرأ ما يقوله فهد، هل هو على صواب؟ اشرح إجابتك.



إن التقدر الجيد لاحتمال أن يريد طالبًا الانضمام إلى نادٍ أو أن يكون عضوًا في فريق رياضي

$$\text{هو } \frac{78+92}{240} = \frac{170}{240} = \frac{2}{3} \text{ أو } 67\%$$

٨ رمى عاصم عملة معدنيّة، فكانت النتيجةان المحتملتان هما (صورة) و(كتابة).

(أ) إذا كانت النتيجةان مرجّحتين بالتساوي، فما احتمال كلّ نتيجة؟

النتيجة	صورة	كتابة	الإجمالي
التكرار	٢٤	١٦	٤٠

(ب) سجّل عاصم النتائج التي توصل إليها في جدول.

استخدم هذه النتائج لإيجاد الاحتمال التجريبي لكل نتيجة.

(ج) يقول راشد أن صديقه عاصم لا يرمي العملة المعدنية بطريقة متكافئة الفرص؛ لأنّ الاحتمالات الناتجة

عن التجربة غير صحيحة، ويقول عاصم أنّه يجب ألاّ تتوقع أن تعطي تجربة ما النتائج نفسها تمامًا التي قد

تعطيها طريقة (الاحتمالات المتساوية). من تعتقد أنّه على صواب؟

النتيجة	بيضاء	سوداء	حمراء	الإجمالي
التكرار	٦	٨	٣٦	٥٠

٩ تحتوي حقيبة على كرة واحدة بيضاء، وكرة واحدة سوداء،

وبعض الكرات الحمراء، سحبت نصرء كرة واحدة،

وسجّلت اللون، ثمّ أرجعتها، وكرّرت الأمر نفسه ٥٠ مرة.

سجّلت نصرء النتائج التي توصلت إليها في الجدول المقابل.

(أ) استخدم نتائج هذه التجربة لتقدير احتمال سحب كلّ لون من الألوان الثلاثة.

(ب) إذا كانت هناك ٣ كرات حمراء، فاحسب احتمال ظهور كلّ لون.

(ج) إذا كانت هناك ٥ كرات حمراء، فاحسب احتمال ظهور كلّ لون.

(د) إذا كانت هناك ٧ كرات حمراء، فاحسب احتمال ظهور كلّ لون.

(هـ) تعرف نصرء أنّ هناك عددًا فرديًا من الكرات الحمراء، فما العدد الأكثر أرجحية؟ أعط سببًا لإجابتك.

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ يُمكن استخدام كلمات مثل: (مرجّح) و(غير مرجّح) لوصف النتائج التي تتضمّن حدثًا.
- ★ احتمال حدث ما هو عدد من ٠ إلى ١
- ★ يُمكن حساب الاحتمالات باستخدام نتائج الاحتمالات المرجّحة بالتساوي.
- ★ بعض الأحداث متنافية.
- ★ يُمكن تقدير الاحتمالات من البيانات التجريبية.
- ★ قد تختلف الاحتمالات التجريبية عن الاحتمالات النظرية.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ اختيار الكلمات المناسبة لوصف الأرجحية.
- ★ كتابة الاحتمال في صورة كسر، أو نسبة مئوية، أو عدد عشريّ أو كسر عشري.
- ★ استخدام نتائج الاحتمالات المرجّحة بالتساوي لحساب الاحتمال.
- ★ تمييز الأحداث المتنافية.
- ★ استخدام البيانات التجريبية لتقدير الاحتمال.
- ★ المقارنة بين الاحتمالات التجريبية والنظرية.

تمارين ومسائل عامة

مرجح
مؤكد
غير مرجح
احتمال متساو
مستحيل

(١) اختر الكلمة أو العبارة الصحيحة من الإطار المقابل لوصف كل حدث فيما يلي:

(أ) في كل مرة يتم فيها رمي العملة ثلاث مرّات، ستظهر الصورة

(ب) العدد الذي يظهر عند رمي حجر النرد أصغر من ٨

(ج) ستمطر الشهر القادم

(د) سيقبل عدد سكان العالم خلال ٢٠ عامًا عمّا هو عليه الآن

(٢) حدّد هذه الاحتمالات على مقياس الاحتمال:

أ: اجتياز امتحان = $\frac{2}{3}$ ب: عدم اجتياز امتحان = $\frac{1}{3}$

ج: حصاد جيّد = ٩٥٪ د: فوز حصان ياسر في السباق = ٢, ٠

(٣) وضع معاذ عشر بطاقات (مرقّمة من ١ إلى ١٠) ووجّهها لأسفل، ثمّ أخذ

بطاقة عشوائياً. ما احتمال أن يكون العدد الذي تحمله البطاقة:

(أ) ٧ (ب) أصغر من ٤

(ج) عدداً زوجياً (د) أحد مضاعفات العدد ٣

(هـ) ليس العدد ١٠

(٤) يحتوي وعاء كبير مليء بالحلوى على عدد متساوٍ من قطع الحلوى الحمراء، والصفراء، والخضراء، والبرتقالية

فقط. أخذ ناصر قطعة حلوى عشوائياً (دون أن ينظر إليها)، فما احتمال أن تكون قطعة الحلوى:

(أ) صفراء (ب) إما حمراء أو خضراء (ج) ليست برتقالية

(٥) تقول عائشة:



إذا رميت حجري نرد ذا ستة أوجه، فإن مجموع الأعداد الظاهرة على وجهيهما من ٢ إلى ١٢ وهذا يعني أنه هناك ١١ عدداً مختلفاً، وبالتالي فاحتمال أن يكون المجموع يساوي ٣ هو $\frac{1}{11}$



هل ما تقوله عائشة صحيح؟ فسر إجابتك؟

(٦) رمت رحمة حجر نرد واحداً.

(أ) أوجد الاحتمالات الآتية:

م: تحصل على ٣

ك: تحصل على عدد أكبر من ٣

ص: تحصل على عدد أصغر من ٣

ل: لا تحصل على ٣

(ب) حدّد ما إذا كانت كل عبارة من هذه العبارات صحيحة أم خاطئة.

(١) (ك)، (ص) حدثان متنافيان.

(٢) (م)، (ل) حدثان متنافيان.

(٣) (ك)، (ل) حدثان متنافيان.



(٧) اختارت أميرة عددًا كاملاً عشوائياً من ١ إلى ٢٠، وفيما يلي ثلاثة أحداث محتملة:
 ر: أحد مُضاعفات العدد ٤
 س: أحد مُضاعفات العدد ٧

ع: عدد أولي

(أ) أوجد احتمال كل حدث من الأحداث ر، س، ع

(ب) اشرح لماذا الحدثان ر، ع حدثان متنافيان، بينما الحدثان س، ع غير متنافيين.

(٨) رمت خديجة حجري نرد، ثم جمعت الأعداد التي حصلت عليها، وفيما يلي الأحداث التي حصلت عليها بعدما رمت حجري النرد ٨٠ رميةً.



الإجماليُّ	عدد أصغر من ٥	عدد من ٥ إلى ١٠	عدد أكبر من ١٠
التكرار	١٦	٥٦	٨

(أ) أوجد الاحتمال التجريبي لأن يكون الإجماليُّ:

(١) عددًا أصغر من ٥

(٢) عددًا أكبر من ١٠

(٣) ٥ أو عددًا أكبر

(ب) إذا كان مجموع عددين في ٢٠ رميةً إضافيّةً، أصغر من ٥، فأوجد الاحتمال التجريبي الجديد للأعداد (أصغر من ٥)

الوحدة الثالثة عشر: الأعداد العشرية والكسور العشرية والنسب المئوية

المُفردات

تأكّد من تعلّمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- العملية الحسابية المتكافئة (equivalent calculation)
- النسبة المئوية (percentage)
- الزيادة (increase)
- الانخفاض (decrease)
- الخصم (reduction)

تُستخدم النسب المئوية، بدلاً من الأعداد الفعلية، في المقالات والصحف والمجلات، وأيضًا في التلفاز أو الإنترنت، فالنسب المئوية أسهل في الفهم من الأعداد الفعلية إذا كنت تريد أن:

- تصف أحد الأعداد باعتباره نسبةً مئويةً لعدد آخر.
- تصف زيادةً أو انخفاضًا.

في هذه الوحدة، ستتعلم كيفية ضرب الأعداد العشرية والكسور العشرية والقسمة عليها، وكذلك كيفية استخدام النسب المئوية في مواقف حقيقية وتقدير مدى فائدتها.

زيادة معدل النجاح في الاختبارات من ٨٨٪ إلى ٩٣٪

تصل البطالة إلى ١٠٪

ارتفاع سعر البنزين بنسبة ٢,٥٪

٢٢٪ من مبيعات الحواسيب الآلية العالمية توجد في الصين

خصم ٢٠٪ في أسعار المنتجات بالمتاجر

زيادة أرباح الشركة بنسبة ١٥٠٪

صرح المدير بأن الفريق قد بذل مجهودًا عظيمًا يتخطى نسبة ١٠٠٪.

إن ٥٨٪ من طلبة الجامعات سيدات

١-١٣ الضرب في الأعداد العشرية والكسور العشرية

أجزاء من ألف	أجزاء من المائة	أجزاء من العشرة	آحاد
$\frac{1}{1000}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{10}$	١

عند ضرب عدد في عدد عشري أو كسر عشري، استخدم جدول القيمة المكانية العشرية لمساعدتك.

إذا كنت تعرف قيمة العدد العشري أو الكسر العشري، يمكنك إيجاد عملية حسابية متكافئة لاستكمال العملية (حيث يمكن استبدال عملية حسابية واحدة بعملية أخرى تعطيك نتيجة متطابقة).

مثال ١-١٣

أوجد ناتج ما يلي:

$$(أ) ٠,٣٧ \times ٤,٣$$

$$(ب) ٠,٠٨ \times ٢٤$$

الحل

$$(أ) ١٠ \div (٣ \times ٤,٣٧)$$

$$٠,٣ = \frac{٣}{١٠} \therefore \text{الضرب في } ٣,٠ \text{ يساوي الضرب في } ٣ \text{ ثم القسمة على } ١٠$$

ابدأ بإيجاد ناتج $٣ \times ٤,٣٧$

أولاً تجاهل الفاصلة العشرية وأوجد ناتج ٣×٤٣٧

$$\begin{array}{r} ٤٣٧ \\ \times ٣ \\ \hline ١٣١١ \end{array}$$

$$١٣,١١ = ٣ \times ٤,٣٧$$

ثم ضع الفاصلة العشرية مجدداً في مكانها في الناتج. يوجد رقمان بعد الفاصلة العشرية في السؤال؛ لذلك يجب أن يكون هناك رقمان بعد الفاصلة العشرية في الناتج.

الخطوة الأخيرة هي أن تقسم ١١,١٣ على ١٠؛ لذلك حرّك الفاصلة العشرية بعد رقم واحد إلى جهة اليسار (لتكون يسار الرقم ٣)

$$٠,٠٨ = \frac{٨}{١٠٠} \therefore \text{فإن الضرب في } ٠,٠٨ \text{ يساوي الضرب في } ٨$$

ثم القسمة على ١٠٠

ابدأ بإيجاد ٨×٢٤

$$(ب) ١٠٠ \div (٨ \times ٢٤)$$

$$\begin{array}{r} ٢٤ \\ \times ٨ \\ \hline ١٩٢ \end{array}$$

$$١٩٢ = ٨ \times ٢٤$$

الخطوة الأخيرة هي أن تقسم ١٩٢ على ١٠٠؛ لذلك ضع الفاصلة العشرية بعد رقمين لتكون يسار الرقم ٩

$$\therefore ١,٩٢ = ٠,٠٨ \times ٢٤$$

تمارين ١-١٣

(١) استخدم العمليّات الحسابيّة المتكافئة لإيجاد ناتج ما يلي:

- (أ) $٠,٢ \times ٢,٤٨$
 (ب) $٠,٣ \times ١,٧٦$
 (ج) $٠,٤ \times ٥,٢٢$
 (د) $٠,٥ \times ٩,٢٧$
 (هـ) $٠,٠٦ \times ٤,١٨$
 (و) $٠,٠٧ \times ٢,٩$
 (ز) $٠,٠٨ \times ١٤,٦$
 (ح) $٠,٠٩ \times ١٥,١$
 (ط) $٠,٠٤ \times ٧٦$
 (ي) $٠,٠٣ \times ٣٥٨$

(٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزليّ الخاصّ بخديجة.

(أ) اشرح لماذا طريقة خديجة تعطينا الإجابة الصحيحة.

(ب) استخدم طريقة خديجة لإيجاد ناتج ما يلي:

السؤال

أوجد ناتج $٠,٠٦ \times ٢٤,٣$

الناتج

١ ٢
 ٢ ٤ ٣
 ٦ ×
 ١ ٤ ٥ ٨

$٦ \times (١٠٠ \div ٢٤,٣) = ٠,٠٦ \times ٢٤,٣$
 $٠,٢٤٣ = ١٠٠ \div ٢٤,٣$
 $١,٤٥٨ = ٦ \times ٠,٢٤٣$

- (١) $٠,٠٧ \times ١٢,٢$
 (٢) $٠,٠٩ \times ٢٣,٨$
 (٣) $٠,٤ \times ١,٧٤$
 (٤) $٠,٨ \times ٠,٦٧$

(٣) أوجدت مها ناتج عمليّة الضرب $٨٦٤ = ٦ \times ١٤٤$

أوجد ناتج ما يلي ذهنيًا:

- (أ) $٠,٦ \times ١٤٤$
 (ب) $٠,٦ \times ١,٤٤$
 (ج) $٠,٠٦ \times ١٤,٤$
 (د) $٠,٠٦ \times ٠,١٤٤$

(٤) وضح أنّ $٠,٦ \times ٠,٥ \times ٦٨٣٩,٥$ كغم يساوي تقريبًا ١,٤ أطنان.



ذكر نفسك بمعاملات التحويل في الفصل الدراسي الأول ص ٨١

١٣-٢ القسمة على الأعداد العشرية والكسور العشرية

عند قسمة عدد على عدد عشريّ أو كسر عشريّ، استخدم جدول القيمة المكانية لإيجاد ناتج عملية حسابية متكافئة. أنت تعرف بالفعل أنّ قسمة عدد على ١, ٠ يساوي ناتج ضرب العدد في ١٠ وعند قسمة عدد على ٠,١, ٠ يساوي ناتج ضرب العدد في ١٠٠

أمثلة: عند قسمة عدد على ٠,٣, اضرب العدد في ١٠ ثم اقسم على ٣
عند قسمة عدد على ٠,٠٨, اضرب العدد في ١٠٠ ثم اقسم على ٨

مثال ١٣-٢

أوجد ناتج ما يلي:

$$(ب) ٠,٠٦ \div ٩٢,٤$$

$$(أ) ٠,٤ \div ٢٨$$

الحل

لقسمة العدد على ٠,٤, اضرب العدد في ١٠ ثم اقسمه على ٤
أولاً ابدأ بالضرب في ١٠
ثم اقسم على ٤

اكتب الناتج النهائي الصحيح.

لقسمة العدد على ٠,٠٦, اضرب في ١٠٠ ثم اقسمه على ٦
أولاً ابدأ بالضرب في ١٠٠
ثم اقسم الناتج على ٦

اكتب الناتج النهائي الصحيح.

$$(أ) ٠,٤ \div (١٠ \times ٢٨)$$

$$٢٨٠ = ١٠ \times ٢٨$$

$$\begin{array}{r} ٧ \ ٠ \\ ٤ \overline{) ٢ \ ٨ \ ٠} \end{array}$$

$$٧٠ = ٠,٤ \div ٢٨.٠$$

$$(ب) ٠,٠٦ \div (١٠٠ \times ٩٢,٤)$$

$$٩٢٤٠ = ١٠٠ \times ٩٢,٤$$

$$\begin{array}{r} ١ \ ٥ \ ٤ \ ٠ \\ ٦ \overline{) ٩ \ ٣٢ \ ٢٤ \ ٠} \end{array}$$

$$١٥٤٠ = ٠,٠٦ \div ٩٢,٤.٠$$

تمارين ١٣-٢

(١) أوجد ناتج كل مما يلي:

$$(د) ٠,٣ \div ٢٣,٤$$

$$(ج) ٠,٦ \div ١٥$$

$$(ب) ٠,٥ \div ٧٥$$

$$(أ) ٠,٢ \div ٣٢$$

$$(ح) ٠,٠٨ \div ٥٦$$

$$(ز) ٠,٠٤ \div ٣٢$$

$$(و) ٠,٠٧ \div ٣٥$$

$$(هـ) ٠,٨ \div ٦١٢$$

$$(ل) ٠,٠٢ \div ٨,٧$$

$$(ك) ٠,٠٦ \div ٨١$$

$$(ي) ٠,٠٤ \div ٣٤$$

$$(ط) ٠,٠٣ \div ٢١$$

$$(س) ٠,٠٧ \div ١٥٦,٨$$

$$(ن) ٠,٠٥ \div ٢,١$$

$$(م) ٠,٠٤ \div ٣٤,٨$$

(٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاص بسامي.

السؤال أوجد ناتج $٠,٧ \div ٢٨,٩$ قرب الناتج لأقرب منزلة عشرية واحدة.

الإجابة $٧ \div (١٠ \times ٢٨,٩) = ٠,٧ \div ٢٨٩$
 $٢٨٩ = ١٠ \times ٢٨,٩$
 $٤١,٣ = ٧ \div ٢٨٩$ (منزلة عشرية واحدة)

$$\begin{array}{r} ٤١,٣ \\ ٧ \overline{) ٢٨٩,٣٠} \end{array}$$

استخدم طريقة سامي لإيجاد ما يلي:

- (أ) $٠,٣ \div ٣٢,٥$ (قرب الناتج إلى منزلة عشرية واحدة).
 (ب) $٠,٩ \div ٧,٨$ (قرب الناتج إلى منزلة عشرية واحدة).
 (ج) $٠,٧ \div ١٤٥$ (قرب الناتج إلى منزلة عشرية واحدة).
 (د) $٠,٠٧ \div ٦,٤٥$ (قرب الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين).
 (هـ) $٠,٠٦ \div ٠,٧٩$ (قرب الناتج إلى أقرب منزلتين عشريتين).

(٣) أوجد هلال ناتج عملية القسمة: $٦ = ٧ \div ٤٢$

أوجد ناتج ما يلي ذهنيًا:

- (أ) $٧ \div ٤,٢$
 (ب) $٠,٧ \div ٤٢$
 (ج) $٠,٧ \div ٤,٢$
 (د) $٠,٧ \div ٤٢٠$

(٤) أوجد ناتج العملية $(٦,٩٣ - ٤٢,٧) \div (٠,٤٥ \times ٢)$ ، مقربًا لأقرب منزلتين عشريتين.



١٣-٣ حساب النسب المئوية

$$\begin{aligned} \frac{1}{4} &= \%٢٥ & \frac{1}{2} &= \%٥٠ \\ \frac{7}{10} &= \%١٠ & \frac{3}{4} &= \%٧٥ \\ \frac{1}{3} &= \%٣٣ \frac{1}{3} & \frac{1}{5} &= \%٢٠ \\ & & \frac{2}{3} &= \%٦٦ \frac{2}{3} \end{aligned}$$

النسبة المئوية تعني (النسبة من ١٠٠)، وتعتبر النسبة المئوية كسرًا مقامه يساوي ١٠٠، ويجب أن تكون قادرًا على كتابة النسب المئوية في صورة كسور، كما توجد بعض النسب المئوية البسيطة والكسور المكافئة لها في الإطار المقابل، فهل بإمكانك إيجاد نسبة مئوية لكمية ما؟ إذا كانت النسبة المئوية كسرًا بسيطًا فيجب أن تكون قادرًا على إيجادها ذهنيًا، أما النسب المئوية الأخرى فيمكنك استخدام الآلة الحاسبة لإيجادها.

مثال ١٣-٣

(أ) لدى سعاد ٦٠٠ ريال وقد قررت أن تبرع منه بنسبة قدرها ٤٠٪ لصالح الأعمال الخيرية. فكم المبلغ الذي تبرعت به سعاد؟
(ب) يكسب حسن ٧٢٣ ريالاً ويدفع ٢٧٪ من مكسبه للفواتير. فكم يدفع حسن للفواتير؟

الحل

(أ) $\frac{2}{5} = \%٤٠$ إذن $\frac{1}{5} = \%٢٠$ تساوي $\frac{2}{5}$ لأن العدد ٤٠ ضعف العدد ٢٠
 $\frac{2}{5}$ من ٦٠٠ ريال = ٢٤٠ ريالاً $\frac{2}{5}$ من ٦٠٠ = $2 \times (٥ \div ٦٠٠) = ٢٤٠$
 (ب) ٢٧٪ ليست كسرًا بسيطًا؛ لذلك نكتبه في صورة كسور عشرية.
 $\frac{27}{100} = \%٢٧$ من ٧٢٣
 $٧٢٣ \times \frac{27}{100} = ١٩٥,٢١$
 هذا يعني $(٢٧ \times ٧٢٣) \div ١٠٠$
 أولاً اضرب ٧٢٣×٢٧ ، ثم اقسم الناتج على ١٠٠

تمارين ١٣-٣

(١) فيما يلي صل كل نسبة مئوية بالكسر المكافئ لها:

$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{5}$
$\%٦٠$	$\%٥٠$	$\%٤٥$	$\%٣٧ \frac{1}{2}$	$\%٣٠$	$\%٥$
$\frac{9}{20}$	$\frac{3}{10}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$

(٢) اكتب كل نسبة مئوية في صورة كسر عشري:

(أ) ١٥٪ (ب) ٥٪ (ج) ٩٠٪ (د) ٦,٥٪ (هـ) ١٥٠٪

١٣-٣ حساب النسب المئوية

- (٣) احسب الكميات التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة. (ابدأ بتغيير النسب المئوية إلى كسور وتبسيطها بقدر الإمكان):
 (أ) ٢٥٪ من ٦٠ كغم
 (ب) ٧٥٪ من ١٠٠٠ لتر
 (ج) ٤٠٪ من ٣٠٠ ريال
 (د) ٧٠٪ من ١٢٠ غم

- (٤) أوجد الكميات التالية بدون استخدام الآلة الحاسبة:

- (أ) ١٠٪ من ٤٥ سم
 (ب) ٦٠٪ من ٦٠ شخصًا
 (ج) $\frac{١}{٣}$ ٣٣٪ من ٢٤٠٠
 (د) $\frac{١}{٤}$ ١٢٪ من ٤٠

- (٥) (أ) استخدم التقدير لإيجاد التقريب الخاص لكل كمية من الكميات التالية:
 (١) ٢٧٪ من ٤٨ ريالًا
 (٢) ٥٧٪ من ٢٨٠
 (٣) ٦٪ من ٩, ٢

جرب ٢٥٪ من
 ٤٨ ريالًا أو ٣٠٪
 من ٤٨ ريالًا.

- (ب) استخدم الآلة الحاسبة لإيجاد الإجابات الدقيقة.

- (٦) أوجد قيمة كل مما يلي بدون استخدام الآلة الحاسبة:

- (أ) $\frac{٢}{٣}$ ٦٦٪ من ٩٠
 (ب) ٨٢٪ من ٢٠٠
 (ج) ٦٠٪ من ٥٥
 (د) ٣٪ من ٢١٠٠
 (هـ) ٢٣٪ من ٥٠

- (٧) أوجد ما يلي:

- (أ) ٧٪ من ٣٠
 (ب) ١٧٪ من ٣٠
 (ج) ١٠٧٪ من ٣٠
 (د) ١١٧٪ من ٣٠

- (٨) استخدم الحقائق الموجودة في الإطارات المقابلة لإيجاد ناتج كل مما يلي:

- (أ) ٧٤٪ من س
 (ب) ٤٨٪ من س
 (ج) ٦١٪ من س
 (د) ١٨, ٥٪ من س
 (هـ) ١٣٪ من س
 (س) ٢٤٪ من (س)
 يساوي ٢٨, ٥٦
 (س) ٣٧٪ من (س)
 يساوي ٤٤, ٠٣

- (٩) أدلى ٤٦٠٠ شخص بأصواتهم في الانتخابات، وكان لديهم حرية الاختيار من بين ثلاثة مرشحين، وجاءت النتائج كما هو موضح في الإطار المقابل:

- (أ) كم عدد الأصوات التي حصل عليها كل مرشح؟
 (ب) ما النسبة المئوية للناخبين الذين لم يدلوا بأصواتهم للمرشحين الثلاثة؟

- (١٠) حضر ٤٠٠٠٠ شخص لمشاهدة مباراة كرة قدم في المجمع الرياضي، ٨٣٪ منهم يشجعون الفريق المضيف:

- (أ) كم عدد الأشخاص الذين يشجعون الفريق المضيف؟
 (ب) كم عدد الأشخاص الذين لا يشجعون الفريق المضيف؟
 (ج) ما النسبة المئوية للأشخاص الذين لا يشجعون الفريق المضيف؟

يتكوّن معدن البرونز من ٩٥٪ من النحاس و ٥٪ من القصدير.

(١١) (أ) ما كميات النحاس والقصدير الموجودة في ٣٠ غرامًا من البرونز؟
(ب) ما كميات النحاس والقصدير الموجودة في كيلو غرام واحد من البرونز؟

يتكوّن الفولاذ المُقاوم للصدأ من ١٨٪ من الكروم و ٨٪ من النيكل والباقي من الحديد.

(١٢) (أ) ما النسبة المئوية للفولاذ المقاوم للصدأ الموجود في الحديد؟
(ب) ما كميات الكروم والنيكل الموجودة في شفرة سكين مصنوعة من الفولاذ المقاوم للصدأ كتلتها ١٤٠ غم؟

١ طن = ١٠٠٠ كيلوغرام

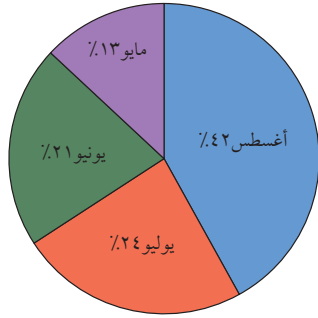
(ج) يحتوي أحد المباني على كتلة من الفولاذ المقاوم للصدأ قدرها حوالي ٢٠٠ طن. ما كميات الكروم والنيكل التي تحتوي عليها تلك الكتلة؟

(١٣) يبلغ عدد سكان الشرق الأوسط ٤١١ مليون نسمة، ويوضح الجدول التالي النسبة المئوية لعدد سكان الشرق الأوسط الذين يقطنون بعض بلدانها.

الدولة	الإمارات العربية المتحدة	البحرين	المملكة العربية السعودية	سلطنة عمان
النسبة المئوية لسكان الشرق الأوسط	٢,١٪	٠,٢٤٪	٨٪	٠,٩٧٪

قدّر عدد سكان كل بلد. (اكتب إجاباتك مقربة لأقرب مليون)

(١٤) بلغ عدد زوار متحف ما ٥٦٢٣ خلال أربعة أشهر، أوجد عدد الزوار في كل شهر.



(١٥) يبلغ عدد سكان إحدى المدن ٣٢٦٠٠ شخص، ٢٧٪ منهم تزيد أعمارهم عن ٦٠ سنة، و ١٩٪ منهم تبلغ أعمارهم ١٦ سنة أو أقل من ذلك. كم عدد الأشخاص الذين تتراوح أعمارهم بين ١٦ و ٦٠ سنة؟

(١٦) أوجد الكميات التالية، ثم حدد أي كمية منها تختلف عن باقي الكميات موضحًا إجابتك؟

- (أ) ٣٢٪ من ٤٨
(ب) ١٢٪ من ١٢٨
(ج) ٣٪ من ٥١٢
(د) ٩٦٪ من ١٦
(هـ) ١٨٪ من ٨٤
(و) ٩٪ من ١٦٨
(ز) ١٢٠٪ من ١٢,٨
(ح) ٢٤٪ من ٦٤
(ط) ١,٥٪ من ١٠٢٤

١٣-٤ زيادة النسبة المئوية وانخفاضها

غالبًا ما تُستخدم النسب المئوية لوصف **الزيادة** أو **الانخفاض**.

أمثلة: انخفض عدد سكان المدينة بنسبة ١٣٪.

حصلت على زيادة في الراتب قدرها ٧٪.

انخفض السعر بنسبة ٣٠٪.

ارتفع الإنتاج بنسبة ١٥٠٪.

يُمكنك إيجاد قيمة ما بعد الزيادة عليها أو انخفاضها في خطوتين:

① احسب الزيادة أو الانخفاض.

② أضف الناتج إلي الكمية الأصليّة أو اطرحه منها.

يُطلق على الانخفاض أحيانًا لفظ (ينقص) أو (يقل) أو (خصم)

مثال ١٣-٤

اشترت زينب سيّارةً بسعر ١٥٨٠٠ ريال، وبعد مرور سنة أصبحت قيمة السيّارة أقلّ بنسبة ٢٠٪ من سعرها الأصلي، فكم أصبح سعر السيّارة؟

الحل

أولاً نوجد قيمة الانخفاض من سعر السيارة الأصلي.
هذا هو مقدار الانخفاض.

$$\frac{1}{5} = 20\%$$

$$\frac{1}{5} \text{ من } 15800 = 15800 \div 5 = 3160$$

ثم نطرح مقدار الانخفاض من سعر السيارة الأصلي.

$$12640 = 15800 - 3160$$

السيّارة تبلغ قيمتها الآن ١٢٦٤٠ ريالاً.

تمارين ١٣-٤

(١) أوجد ما يلي:

(أ) ١٥٪ من ٦٠ ريالاً

(ج) ٢٪ من ١٩,٠٠

(٢) أضف ما يلي:

(أ) ١٥٪ من ٦٠ ريالاً

(ج) ٢٪ إلى ١٩,٠٠

(٣) اخصم ما يلي:

(أ) ١٥٪ من ٦٠ ريالاً

(ج) ٢٪ من ١٩,٠٠

(ب) ٧٠٪ من ٣٢٠٠ شخص

(ب) ٧٠٪ إلى ٣٢٠٠

(ب) ٧٠٪ من ٣٢٠٠

٤) اقرأ ما تقوله خديجة. ما المبلغ الذي ستحصل عليه إذا زادت مدخراتها بنسبة:

(أ) ١٠٪ (ب) ٥٠٪ (ج) ٧٠٪

(د) ١٠٠٪ (هـ) ١٢٠٪

أدّخرتُ ٢٤٠ ريالاً.



٥) يبلغ عدد سكان إحدى المدن ٤٥٠٠٠ شخص، من المتوقع أن يرتفع عدد السكان بنسبة ١٥٪ في السنوات العشر القادمة. احسب عدد السكان بعد عشر سنوات.

٦) قالب معدنيّ يبلغ طوله ١٨٠٠ متر، وعند تسخينه يزداد طوله بنسبة ٥، ٠٪، كم يبلغ طول القالب بعد التسخين؟

السعر بالريال	الجهاز الكهربائيّ
٢٨٠	ثلاجة
٥٢٠	تلفاز
١٩٠	غسالة كهربائية
٤٣٠	حاسب آليّ

٧) يعرض الجدول المقابل أسعار منتجات إحدى الشركات:

(أ) في أحد عروض التخفيضات، تمّ تخفيض كلّ الأسعار

بنسبة ٣٠٪، احسب الأسعار في عرض التخفيضات.

(ب) كم ستوفّر إذا اشترت الأجهزة

الأربعة كلها في عرض التخفيضات؟

المسافرون	التكلفة قبل الزيادة (ريال)	التكلفة المُقدّرة بعد الزيادة
(أ)	٤١٥	
(ب)	٦٢٩	
(ج)	٣٩٠	
(د)	٨١٢	

٨) ترتفع تكاليف السفر كل عام بنسبة ٨٪، ويوضّح

الجدول المقابل تكاليف عام واحد لأربعة مسافرين.

انسخ الجدول واملأ العمود الأخير لعرض التكاليف

المقدّرة الخاصّة بهم لعام واحد بعد ارتفاع الأسعار.

(اكتب الأسعار مقربةً لأقرب ريال عمانيّ.)

٩) يخضم أحد معارض السيّارات أسعار السيّارات الجديدة. احسب الأسعار الجديدة بعد الخصم.

الموديل	السعر القديم (ريال)	مقدار الخصم (%)	السعر بعد الخصم (ريال)
الموديل ١	١٥٨٠٠	٢	
الموديل ٢	١٧٤٢٥	٣	
الموديل ٣	٢١٢٨٠	١,٥	
الموديل ٤	٢٤١٧٢	١,٨	

١٠ (أ) يبيع أحد المحلات هاتفاً بسعر ٨٠ ريالاً، إذا رفع المحل أسعاره بنسبة ١٠٪، أوجد السعر الجديد.
(ب) اقرأ ما يقوله كل من مهند وعائشة:



إذا خفض المحل أسعاره الجديدة بنسبة ١٠٪،
سينخفض السعر ليعود إلى ٨٠ ريالاً.



إذا خفض المحل أسعاره الجديدة بنسبة
١٠٪ سيكون السعر أقل من ٨٠ ريالاً.



١) من منهما على صواب؟ اشرح إجابتك.

٢) أوجد سعر الهاتف بعد الخصم.

١١) يُباع التلفاز في أحد المحلات بسعر ٤٠٠ ريال:

(أ) بعد شهر خفض المحل أسعاره بنسبة ٢٠٪، أوجد السعر الجديد للتلفاز.

(ب) إذا خفض المحل سعر التلفاز بنسبة إضافية قدرها ٢٠٪، احسب سعره بعد التخفيض.

١٣-٥ إيجاد النسب المئوية

لكتابة كسر في صورة كسر عشري، اقسم البسط على المقام.

$$0,875 = 8 \div 9 = \frac{8}{9}$$

لكتابة كسر عشري في صورة نسبة مئوية،

اضرب في ١٠٠

$$0,875 = 87,5\%$$

يمكننا كتابة أحد الأعداد في صورة نسبة مئوية من عدد آخر.

إليك بعض الأمثلة:

- كتابة التخفيضات في الأسعار في صورة نسبة مئوية
- إيجاد النسبة المئوية لعدد الأشخاص الباحثين عن عمل
- تقدير التغير في عدد السكان (الزيادة أو النقصان) في صورة نسبة مئوية

مثال ١٣-٥

تقل حافلة النقل العام مجموعة من الأشخاص يوميًا من مناطق سكنهم إلى أماكن عملهم المختلفة، احسب النسبة المئوية في كل مما يلي:

- (أ) نقلت الحافلة في يوم الأحد ٤٠ شخصًا، ٢٨ منهم من النساء، ما النسبة المئوية للنساء؟
 (ب) في يوم الإثنين نقلت الحافلة على متنها ٦٤ راكبًا، ٣٧ منهم من النساء، ما النسبة المئوية للنساء؟
 (ج) في يوم الثلاثاء يوجد على متنها ٧٠ راكبًا، ما النسبة المئوية للزيادة في عدد الركاب؟

الحل

من السهل تبسيط الأعداد للحصول على كسر بسيط.

$$\frac{1}{10} = 10\%, \therefore \frac{7}{10} = 70\%$$

لا يمكن تبسيط هذا الكسر أكثر من ذلك. اقسم لإيجاد الكسر العشري المكافئ.

$$0,578 = 37 \div 64$$

اضرب الكسر العشري في ١٠٠

للحصول على النسبة المئوية.

قرب إجابتك إذا لزم الأمر.

اقسم على عدد الركاب قبل الزيادة ٦٤،

وليس على العدد ٧٠

(أ) عدد النساء في الحافلة في صورة عدد كسري $\frac{28}{40} = \frac{7}{10}$

$$\frac{7}{10} = 70\% \text{ نساء}$$

(ب) عدد النساء في الحافلة في صورة عدد كسري $\frac{37}{64}$

$$0,578 = \frac{37}{64} \dots$$

$$0,578 = 57,8\%$$

(ج) الزيادة هي $64 - 70 = 6$

النسبة المئوية للزيادة هي $100 \times \frac{6}{64}$

$$= 9,38\%$$

تمارين ١٣-٥

- (١) (أ) يتم عرض درجات الاختبار الخاصة بسامي في الإطار
- | | | |
|----------------------------|---------------------|---------------------|
| العلوم: ٧ من ١٠ | التاريخ: ١٧ من ٢٠ | الجغرافيا: ٢٧ من ٤٠ |
| اللغة الإنجليزية: ٣٧ من ٥٠ | الرياضيات: ٦٧ من ٨٠ | الرسم: ١٧ من ٣٠ |

المقابل، قم بتغيير كل درجة إلى نسبة مئوية.

(ب) ما المادة التي حصل فيها سامي على أفضل درجة؟

(٢) يوجد ٧٥٣ طالباً في إحدى الكليات. ١٩٤ منهم من الإناث.

(أ) ما النسبة المئوية للطلاب من الإناث؟

(ب) ما النسبة المئوية للطلاب من الذكور؟

(٣) تقرأ سارة كتاباً من ٤٢٧ صفحة. إذا أنهت قراءة ٢٧٦ صفحة منه.

(أ) ما النسبة المئوية لعدد الصفحات التي قرأتها؟

(ب) ما النسبة المئوية لعدد الصفحات المتبقية للقراءة؟

(٤) يوجد ٢٤ رجلاً و ٣٦ امرأة في جمعية للأعمال الخيرية.

(أ) ما النسبة المئوية للرجال بالجمعية؟

(ب) ما النسبة المئوية للنساء بالجمعية؟

(ج) انضم ١٠ رجال و ١٠ نساء إلى الجمعية. ما النسب المئوية للرجال والنساء الآن؟

(٥) يوضح هذا الجدول عدد السكان (بالملايين) لخمس دول في عام ١٩٩٨ و عام ٢٠١٨



عدد السكّان (ملايين)		الدولة
٢٠١٨	١٩٩٨	
١٣٤١	١١٤٥	الدولة ١
١٢٢٥	٨٧٤	الدولة ٢
٢٤٠	١٨٤	الدولة ٣
١٢٧	١٢٢	الدولة ٤
١٥٨	٩٨	الدولة ٥
٣١٠	٢٥٣	الدولة ٦

(أ) احسب النسبة المئوية للزيادة في عدد السكان لكل دولة خلال ٢٠ سنة.

(ب) خلال هذه الفترة تزايد عدد سكان العالم من ٥,٣ مليارات إلى ٦,٩ مليارات.

(١) ما النسبة المئوية للزيادة في عدد سكان العالم؟

(٢) في عام ٢٠١٠، ما النسبة المئوية من سكان العالم موجودون في الدولة ١؟

١ مليار = ١٠٠٠ مليون



٦) يعرض الجدول المقابل كتل أربعة أشخاص كانوا يتبعون

نظامًا غذائيًا من مارس إلى يوليو.

(أ) احسب تغيير النسبة المئوية في الكتلة لكل شخص.

(ب) من الأفضل بينهم في اتباع النظام الغذائي؟ فسر إجابتك.

الشخص	الكتلة في شهر مارس (كغم)	الكتلة في شهر يوليو (كغم)
(أ)	٩٥,٢	٨٨,٧
(ب)	٨٩,٤	٧٩,٠
(ج)	٨٤,٥	٨٧,٣
(د)	١٠٢,٥	٨٧,٤



٧) يعرض الجدول المقابل كتلة أحد الأولاد في أعمار مختلفة.

أوجد النسبة المئوية للزيادة في الكتلة:

(أ) من سنة إلى سنتين

(ب) من سنتين إلى ٤ سنوات

(ج) من شهر إلى سنة.

العمر	شهر	سنة	سنتين	٤ سنوات
الكتلة (كغم)	٤,٥	٩,٦	١٢,٢	١٦,٣

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ عند الضرب في أو القسمة على عدد عشري أو كسر عشري يمكنك استخدام قيمة العدد العشري أو الكسر العشري لإيجاد عملية حسابية متكافئة
- ★ النسبة المئوية هي عبارة عن كسر مقامه مائة.
- ★ يمكنك إيجاد النسبة المئوية لكمية ما من خلال كتابة النسبة المئوية في صورة كسر أو كسر عشري.
- ★ يمكنك إيجاد كمية جديدة بعد زيادة أو انخفاض نسبة مئوية من خلال حساب الزيادة أو الانخفاض أولاً ثم جمع الناتج إلى الكمية الأصلية أو طرحها منه.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ ضرب وقسمة الأعداد الصحيحة والأعداد العشرية والكسور العشرية في عدد عشري أو كسر عشري، أو قسمتها على عدد عشري أو كسر عشري، من خلال مراعاة العمليات الحسابية المتكافئة.
- ★ حساب النسب المئوية وحل المسائل التي تتضمنها.
- ★ حساب زيادة النسبة المئوية وانخفاضها وحل المسائل التي تتضمنها.
- ★ التعبير عن رقم واحد محدد في صورة كسر أو نسبة مئوية لآخر.
- ★ حل المسائل اللفظية التي تحتوي على نسبة مئوية.

تمارين ومسائل عامة

- (١) استخدم العمليّات الحسابيّة المتكافئة لإيجاد ناتج ما يلي:
- (أ) $٠,٢ \times ٣,١٢$ (ب) $٠,٠٦ \times ٢٣,٥$
- (ج) $٠,٤ \times ٧٢$ (د) $٠,٠٨ \times ٨٩$
- (٢) استخدم العمليّات الحسابيّة المتكافئة لإيجاد ناتج ما يلي:
- (أ) $٠,٢ \div ٨٤$ (ب) $٠,٩ \div ٦,٣$
- (ج) $٠,٠٨ \div ٧٢$ (د) $٠,٠٥ \div ٣,٥$
- (٣) اكتب النسب المئويّة الآتية في صورة كسور وضعها في أبسط صورة مُمكنة:
- (أ) ٩٠% (ب) ٤٠% (ج) ٥% (د) $٢,٥\%$
- (٤) احسب الكمّيّات الآتية:
- (أ) ٦٠% من ١٢٠ متراً (ب) ٤٣% من ١٥ متراً
- (ج) $\frac{٢}{٣} \times ٦٦\%$ من ٢٧ كغم (د) $٩,٥\%$ من ٥٨٠٠
- (٥) يوجد دراسة استقصائيّة تضمّنت ٧٢٠٠ سيارة، ١٧% منها كانت تقودها نساء:
- (أ) ما النسبة المئويّة للسيّارات التي كان يقودها الرجال؟
- (ب) كم عدد السيّارات التي كان يقودها الرجال؟
- (٦) زار ٤٦٠ شخصاً المتحف يوم الجمعة:
- (أ) إذا زاد عدد الأشخاص يوم السبت بنسبة ٢٠% عن يوم الجمعة. كم شخصاً زار المتحف يوم السبت؟
- (ب) قلّ عدد الأشخاص يوم الأحد بنسبة ١٥% عن يوم الجمعة. كم شخصاً زار المتحف يوم الأحد؟
- (٧) ساهم ٨١٢ فرداً ب تبرعات لصالح الأعمال الخيريّة.

اقرأ ما يقوله أحمد.

هل هو على صواب؟

فسر إجابتك.



إذا حصلنا على مساهمات أكثر بنسبة ٢٠% سيكون لدينا أكثر من ١٠٠٠ مساهمة.

(٨) إذا كانت قيمة الضريبة لتكلفة الوجبات التي يبيعها مطعم ما تقدر بنسبة ٤% ، فيما يلي بعض الأسعار قبل

إضافة الضريبة. أوجد السعر بعد إضافة الضريبة:

(أ) $٧,٥٥٠$ ريالاً (ب) $١٩,١٠٠$ ريالاً

(ج) $٤٥,٩٩٠$ ريالاً

٩) خفض محلّ أسعار منتجاته بنسبة ٦٥٪ أثناء التخفيضات. ما السعر بعد التخفيض للقطع التي تبلغ تكلفتها:

(أ) ٥٠ ريالاً (ب) ٨٥ ريالاً (ج) ٢٢٩ ريالاً

١٠) دخل ٤٦٨ شخصًا مركزًا تجاريًا صباح يوم الخميس. ٣١٤ منهم كانوا نساءً و ٧٥ منهم كانوا أطفالاً.

(أ) ما النسبة المئوية للنساء؟

(ب) ما النسبة المئوية للأشخاص الذين لم يكونوا أطفالاً.

١١) بلغ عدد طلاب مدرسة ما في العام الماضي ٦٢٩ طالبًا، وانخفض عددهم هذا العام إلى ٥٧٤ طالبًا،

ما النسبة المئوية للانخفاض؟

١٢) يعرض الجدول الآتي قيمة خنجرٍ أثريٍّ قديمٍ في فترات زمنية مختلفة. أوجد النسبة المئوية لزيادة أو

انخفاض قيمة الخنجر:

السنة	١٩٩٢	٢٠٠٢	٢٠١٢
القيمة (ريال)	٧٥٠	١٢٥٠	١١٥٠

(أ) من ١٩٩٢ إلى ٢٠٠٢

(ب) من ٢٠٠٢ إلى ٢٠١٢

(ج) من ١٩٩٢ إلى ٢٠١٢

١٣) من الجدول المقابل:

المدينة	أقل من ٢٥ سنة	٢٥ سنة أو أكثر
س	٤٨٢٥	٧٣٦٢
ص	١٠٢٠٩	٢٣٦٢٧

حدد المدينة التي تتضمّن نسبة أكبر من عدد

الأشخاص الذين أعمارهم أقل من ٢٥ سنة؟

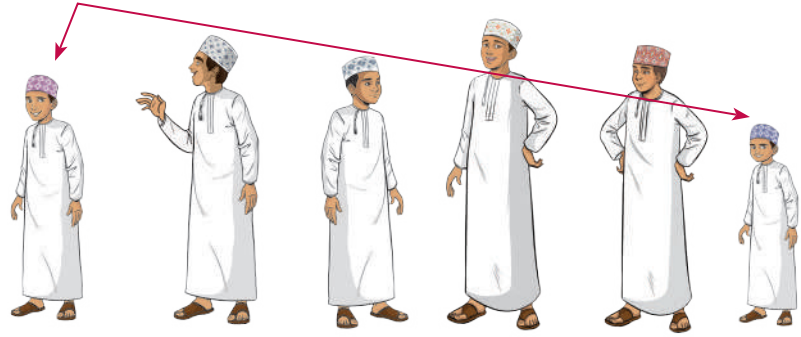
(وضح خطوات الحل)

الوحدة الرابعة عشرة: المخططات الدائرية والمقاييس الإحصائية

المفردات

تأكد من تعلّمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

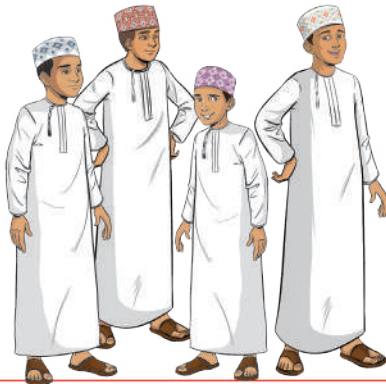
- المخطّط الدائريّ (pie chart)
- القطاع (sector)
- الإحصاء (statistic)
- المتوسط (الوسط الحسابي) (mean)
- المنوال (mode)
- الوسيط (median)
- منوالّيّ (modal)
- المدى (range)
- الفئة (class)
- التكرار (frequency)
- الجدول التكراري (frequency table)
- الفئة المنوالّيّة (modal class)



دائمًا ما تسمع الناس يتحدثون عن (متوسط الطول) و(متوسط الدخل) و(متوسط الكتلة) و(متوسط العمر)، ولكن ماذا يعنون؟ ما الأمثلة الأخرى التي يمكن أن تفكر بها؟

إذا كان متوسط عدد الأطفال في العائلة ٦, ٢ طفل. ماذا يعني هذا؟ كيف يمكن أن يكون لديك ٦, ٠ طفل؟

توجد أنواع مختلفة من المقاييس الإحصائية ويعتمد اختيار النوع على طبيعة البيانات الموجودة لديك، فأحيانًا تكون القيم متقاربة جدًا، وأحيانًا تكون مختلفة تمامًا.



فمثلًا أطوال الأشخاص في المجموعة الموجودة على اليمين مختلفة جدًا. وأطوال الأشخاص في المجموعة الأخرى متقاربة جدًا.

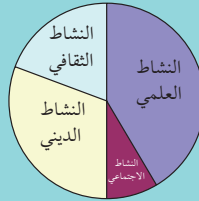
في هذه الوحدة، سنتعلّم كيف ترسم وتفسر مخطّطات دائريّة وستطلّع على ثلاثة أنواع للمقاييس الإحصائية، كما سنتعلّم كيف تقيس مدى انتشار قيم البيانات وكيف تقارن بين مجموعتين وتمثلهما.

١-١٤ تفسير المخططات الدائرية ورسمها

يمكنك استخدام **مخطط دائري** لعرض البيانات الكمية لتوضيح كيف تكون الكمية مقسمة أو موزعة، ويرسم المخطط الدائري كدائرة مقسمة إلى أجزاء تسمى **قطاعات**. يكون فيها مجموع زوايا كل القطاعات تساوي 360° ، وعندما ترسم مخططاً دائرياً يجب أن تتأكد أن تسمي كل قطاع وترسم الزوايا بدقة.

مثال ١-١٤

الأنشطة المفضلة للطلاب في الصف ٧/ أول



التكرار	النشاط
٨	النشاط العلمي
٧	النشاط الاجتماعي
١٠	النشاط الديني
٥	النشاط الثقافي

(أ) في الشكل المقابل يشير المخطط الدائري إلى

النشاط المفضل لطلاب الصف ٧/ أول.

(١) ما النشاط الأكثر شيوعاً؟

(٢) ما النشاط الأقل شيوعاً؟

(٣) هل يمكنك أن تعرف من المخطط الدائري كم عدد طلاب الصف ٧/ أول؟

(ب) يشير الجدول التكراري للنشاط المفضل لطلاب الصف ٧/ ثاني.

ارسم مخططاً دائرياً لعرض هذه المعلومات.

الحل

يقع النشاط العلمي في القطاع الأكبر من المخطط الدائري.

يقع النشاط الاجتماعي في القطاع الأصغر من المخطط الدائري.

يعرض المخطط الدائري القطاعات الدائرية للأنشطة المختلفة.

أوجد قياس زاوية القطاع الدائري لكل طالب.

اضرب تكرار النشاط في قياس زاوية القطاع الدائري لكل

طالب.

لايجاد قياس زاوية القطاع الدائري لكل نشاط.

إجمالي قياسات زوايا القطاعات الدائرية للأنشطة

ابدأ برسم دائرة، ثم ارسم خطاً من المركز لأعلى الدائرة. قس

زاوية 96° لقطاع (النشاط العلمي)، ثم ارسم خطاً مستقيماً

من المركز لحافة الدائرة. كرر ذلك للقطاعات الأخرى. سم

كل قطاع باسم النشاط ووضعه عنواناً للمخطط.

(أ) (١) النشاط العلمي هو الأكثر شيوعاً.

(٢) النشاط الاجتماعي هو الأقل شيوعاً.

(٣) لا

$$(ب) \quad 360 \div 30 = 12^\circ$$

قياس زاوية قطاع الدائري لكل نشاط:

$$\text{النشاط العلمي: } 96^\circ = 12^\circ \times 8$$

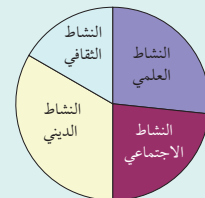
$$\text{النشاط الاجتماعي: } 84^\circ = 12^\circ \times 7$$

$$\text{النشاط الديني: } 120^\circ = 12^\circ \times 10$$

$$\text{النشاط الثقافي: } 60^\circ = 12^\circ \times 5$$

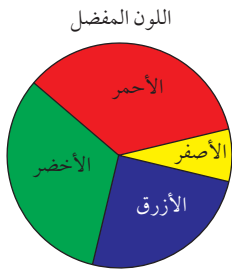
$$360^\circ = 96^\circ + 84^\circ + 120^\circ + 60^\circ$$

الأنشطة المفضلة للطلاب في الصف ٧/ ثاني



تمارين ١٤-١

(١) يوضح المخطط الدائري الألوان المفضلة التي اختارها ٤٠ شخصًا.



(أ) ما اللون الأكثر تفضيلًا؟

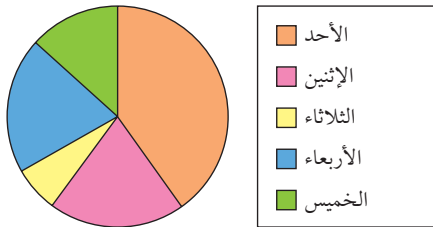
(ب) ما اللون الأقل تفضيلًا؟

(ج) اشرح كيف يمكنك أن تعرف من خلال المخطط الدائري أن الأزرق هو اللون المفضل لدى ١٠ أشخاص.

هو اللون المفضل لدى ١٠ أشخاص.

(٢) يشير المخطط الدائري إلى عدد رسائل البريد الإلكتروني التي

رسائل البريد الإلكتروني في أسبوع واحد



تستقبلها سماح في أسبوع واحد.

(أ) في أي يوم استقبلت أكبر عدد من رسائل البريد الإلكتروني؟

(ب) في أي يوم استقبلت أقل عدد من رسائل البريد الإلكتروني؟

(ج) في أي يومين استقبلت نفس العدد

من رسائل البريد الإلكتروني؟

(د) هل يمكنك أن تعرف من المخطط الدائري كم عدد رسائل البريد الإلكتروني التي تستقبلها سماح في

يوم الخميس؟ اشرح إجابتك.

(٣) يشير الجدول المقابل إلى أنواع الكتب التي يفضلها مجموعة من الطلاب.

أنواع الكتب	التكرار
الدينية	١٢
العلمية	١٨
الأدبية	١٠
العامة	٢٠

(أ) انسخ وأكمل العمليّات الحسابية التالية الخاصّة برحاب لإيجاد

عدد الدرجات لكلّ قطاع في المخطط الدائري لتوضيح هذه

المعلومات.

$$\text{العدد الإجمالي للكتب} = 20 + 10 + 18 + 12 = \square \text{ كتاب}$$

$$\text{قياس زاوية القطاع الدائري لكلّ كتاب} = \square \div 360 = \square^\circ$$

قياس زاوية القطاع الدائري للكتب:

$$\text{الدينية} = 12 \times \square^\circ = \square^\circ \quad \text{العلمية} = 18 \times \square^\circ = \square^\circ$$

$$\text{الأدبية} = 10 \times \square^\circ = \square^\circ \quad \text{العامة} = 20 \times \square^\circ = \square^\circ$$

(ب) ارسم مخططًا دائريًا لعرض البيانات الموجودة في الجدول.

التكرار	نوع الرياضية
٥	كرة السلة
٢٠	كرة القدم
٨	كرة الطائرة
٧	أخرى

- (٤) طُلب إلى مجموعة مُكوّنة من ٤٠ شخصًا الإجابة عن أيّ نوع من الرياضة يفضّلون. ويعرض الجدول المقابل إجابات هؤلاء الأشخاص. ارسم مخططًا دائريًا لعرض بيانات الجدول.

تذكّر تسمية كل قطاع وتحديد عنوان المخطط الدائري.

- (٥) سجل يحيي البيانات الخاصة بالهوايات المفضلة لدى طلاب صفه في جدول، ولكن انسكبت القهوة عليه فأصبح شكله كالاتي:

الدرجة	التكرار	الهواية المفضلة
٤٠	٢	القراءة
٨٠	٧	الكتابة
١٠٠		الرسم
		تعلم اللغات

- (أ) أوجد القيم الناقصة في جدول يحيى .
 (ب) ارسم مخططًا دائريًا لعرض المعلومات في الجدول .

١٤-٢ المقاييس الإحصائية والمدى



إن الإحصاء هو علم جمع ووصف وتفسير البيانات وفق مقاييس إحصائية محددة، وستتعرف في هذه الوحدة على ثلاثة أنواع من المقاييس الإحصائية وهي: **المنوال، والوسيط، والوسط الحسابي.**

فكر في أعمال الجماهير المشجعة في مباراة ما.

المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا لمجموعة من البيانات، فمثلًا إذا كانت

الأكثرية من الأشخاص ذوي ١٩ عامًا عن أي أعمار أخرى في الحفل، فإن المنوال أو العمر **المنوالي** هو ١٩

الوسيط هو القيمة المتوسطة لمجموعة من القيم المرتبة، فمثلًا إذا وضعت كل الأعضاء من الجمهور على خط واحد على حسب العمر، فإن عمر الشخص الموجود في المنتصف هو الوسيط.

ستتعرف على الوسط الحسابي في القسم التالي.

الوسط الحسابي هو إيجاد إجمالي كل القيم لمجموعة من البيانات وقسمتها على عدد تلك القيم.

من أمثلة المقاييس الإحصائية الأخرى المفيدة، المدى وهو الفرق بين العدد الأكبر و العدد الأصغر، حيث يشير **المدى** إلى كيفية انتشار الأعداد؛ فإذا كان أكبر الأشخاص سنًا في الحفل عمره ٧٥ عامًا والأصغر ١٣ عامًا، فإن المدى يساوي ٦٢ عامًا.

مثال ١٤-٢

يوضح الإطار المقابل الأوقات (بالثواني) التي استغرقها ١٦ طالبًا للمشي مسافة ٢٠٠ مترًا. أوجد المنوال والوسيط والمدى:

٣٧	٣٢	٣٧	٣٢	٣٥	٣٢	٣٩	٣٠
٣٢	٣٩	٤١	٣٨	٣٨	٣٢	٣٠	٤٤

الحل

تكرّر العدد ٣٢ خمس مرّات، ٣٢ مكرّر أكثر من أي عدد آخر. اكتب البيانات بالترتيب لإيجاد الوسيط. الأعداد، بالترتيب، هي:

٣٠ ٣٠ ٣٢ ٣٢ ٣٢ ٣٢ ٣٥ ٣٧ ٣٧ ٣٨ ٣٨ ٣٩ ٣٩ ٤١ ٤٤

∴ الوسيط يقع في المنتصف بين العدد الثامن والعدد التاسع.

∴ فإن الوسيط = ٣٦

المدى هو أكبر قيمة - أصغر قيمة

$$١٤ = ٣٠ - ٤٤ =$$

المنوال ٣٢ ثانية

الوسيط ٣٦ ثانية

المدى ١٤ ثانية

٨٩-٨٠	٧٩-٧٠	٦٩-٦٠	٥٩-٥٠	٤٩-٤٠	الكتلة (كغم)
٦	١٩	٢٨	٣٩	٢٦	التكرار

يوضح الجدول المقابل مجموعة

كبيرة من البيانات المسجلة لكتل ١١٨ شخصًا،

حيث صنفت الكتل فيه في مجموعات تُسمّى **فئات**، تتضمن كل فئة عددًا معينًا من الأشخاص تم التعبير عنه بالتكرار، ويسمى الجدول السابق بـ **الجدول التكراري**، والذي يشير إلى أن ٢٦ شخصًا كتلتهم تتراوح بين ٤٠ كغم و ٤٩ كغم وكتلة ٣٩ شخصًا تتراوح بين ٥٠ كغم و ٥٩ كغم، ولا يُمكنك إيجاد الوسيط أو المنوال لفئة معينة.

ولكن يُمكنك إيجاد الفئة التي تتضمّن أكبر عدد من الأشخاص، وتسمى الفئة **المنوالية**.

الفئة المنوالية لهذه البيانات هي ٥٩-٥٠ كغم لأنها الفئة الأكثر تكرارًا.

تمارين ٢-١٤

١١ ١١ ١٢ ١٣ ١٣ ١٤ ١٥ ١٥ ١٥ ١٥ ١٥

(١) أعمار مجموعة من الطلاب بالسنوات

موضحة في الإطار المقابل:

أوجد ما يلي: (أ) المنوال (ب) الوسيط (ج) المدى

(٢) يوضح الإطار المقابل درجات الحرارة التي سجلها بدر لمدة ثلاثة أسابيع يوميًا.

أوجد ما يلي:

(أ) المنوال (ب) الوسيط

(ج) المدى

٧٥ ٧٨ ٨٢ ٨٣ ٨٥ ٨٨ ٩٠ ٩٢ ٩٣

(٣) في الإطار المقابل كتل بالكيلوغرام لتسعة أعضاء

من ناد صحي:

(أ) أوجد الوسيط.

(ب) أوجد المدى، واستخدم إحدى العمليّات العكسيّة للتحقق من صحة إجابتك.

(ج) بعد ثلاثة أشهر، نقصت كتل جميع الأشخاص بمقدار ٤ كغم، أوجد الوسيط الجديد والمدى الجديد.

(د) كيف سيتغيّر الوسيط إذا نقصت كتل جميع الأشخاص بمقدار ١٠ كغم؟

(هـ) كيف سيتغيّر المدى إذا نقصت كتل جميع الأشخاص بمقدار ١٠ كغم؟

(٤) يعرض الجدول التالي عدد السكان (بالملايين) لسبع دول:

الدولة	نيجيريا	المملكة العربيّة السعوديّة	مصر	الهند	إندونيسيا	سوريا	سلطنة عمان
عدد السكان (ملايين)	١١٢	٢٢	٦٩	١٠١٣	٢١٣	٢٢	٤

(أ) أوجد الوسيط.

(ب) أوجد المدى.

١٤-٢ المقاييس الإحصائية والمدى

٩ ١١ ١١ ١١ ١١ ١٢ ١٢ ١٣ ١٤ ١٤

(٥) أعمار عشرة طلاب موضحة في الإطار.

أوجد ما يلي: (أ) المنوال

(ب) الوسيط

(ج) المدى

١,٤٠ ١,٤٥ ١,٥٥ ١,٦٥ ١,٦٥ ١,٨٠

(٦) يعرض الإطار المقابل أطوال ستة أشخاص

(بالمتر) في ناد رياضي.

(١) أوجد:

(أ) الوسيط (ب) المدى (ج) المنوال

(٢) انضم شخص آخر إلى النادي، فأصبح المدى ٠,٤٥ م والوسيط ١,٥٥ م. أوجد طول الشخص السابع.

(٧) يوضّح الجدول التالي المدة التي يقضيها ٩٢ سائحًا في سلطنة عمان بالأيام.

طول المدة (أيام)	٧-١	١٤-٨	٢١-١٥	٢٨-٢٢	٤٢-٢٩
التكرار	٦	١٤	٢٢	٣٥	١٥

(أ) أوجد الفئة المنوالية. وضح إجابتك.

(ب) (١) فسر أن: أصغر قيمة ممكنة للمدى هي ٢٢ يومًا.

(٢) ما أكبر قيمة ممكنة للمدى؟

(٨) الجدول التكراري التالي يعرض عدد الأخوة لـ ٢٥ طالبًا:

عدد الأخوة	٠	١	٢	٣	٤	٥
التكرار	٤	٨	٦	٢	٤	١

(أ) كم عدد الطلاب الذين لديهم أكثر من ٣ أخوة؟

(ب) ما العدد المنوالي لعدد الأخوة؟

(ب) ما الوسيط لعدد الأخوة؟

٣-١٤ الوسط الحسابي

تعلمت في الدروس السابقة نوعين من أنواع المقاييس الإحصائية: المنوال والوسيط. أمّا النوع الثالث هو المتوسط (الوسط) الحسابي.

لإيجاد الوسط الحسابي لمجموعة من القيم، اجمع جميع القيم ثمّ اقسّم على عددها.

مثال: لإيجاد الوسط الحسابي لخمس كتل بالكيلو غرام: ١٢، ١٤، ١٥، ٢٠، ٢٣ أوجد إجماليّ الكتل، ثمّ اقسّم المجموع على ٥

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٢٣+٢٠+١٥+١٤+١٢}{٥} = \frac{٨٤}{٥} = ١٦,٨ \text{ كغم.}$$

لإيجاد الوسط الحسابي لمجموعة كبيرة من الأعداد قد تحتاج إلى استخدام الجدول التكراري.

مثال ٣-١٤

رُمي حجر نرد ذو ستة أوجه ١٠٠ مرّة.

ويعرض الجدول التكراري المقابل عدد مرات تكرار ظهور كل وجه. أوجد ما يلي:
(أ) المنوال

الأوجه	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	١٢	١٩	١٥	١١	٢٤	١٩

(ب) الوسط الحسابي

الحل

(أ) المنوال = ٥

(ب) الوسط الحسابي = ٣,٧٣

المنوال هو الوجه الأكثر تكرارًا.

مجموع النقاط الإجماليّ = $١٢ \times ١ + ١٩ \times ٢ + ١٥ \times ٣ + ١١ \times ٤ + ٢٤ \times ٥ + ١٩ \times ٦$

$$٣٧٣ = ١٩ \times ٦ + ٢٤ \times ٥ + ١١$$

$$\text{الوسط الحسابي} = \frac{٣٧٣}{١٠٠} = ٣,٧٣$$

تمارين ٣-١٤

١٠ ١٣ ٢٠ ١٤ ٩ ١٢

(١) قاست مها أطوال ست قطع من الخيط بالسنتيمتر، كما هو

موضح في الإطار المقابل.

(أ) أوجد الوسط الحسابي.

(ب) كم عدد القطع الأطول من الوسط الحسابي؟

(ج) كم عدد القطع الأقصر من الوسط الحسابي؟

الوحدة الرابعة عشرة: المخططات الدائرية والمتوسط الإحصائي

٦٨ ٨٥ ٣١ ٣٨ ١٠٣

(٢) سجّل رامي عددَ الأشخاص الذين ذهبوا إلى المكتبة العامة في عدّة أيام مختلفة.

(أ) أوجد الوسط الحسابي للزائرين في اليوم.

(ب) استخدم عمليّة عكسيّة للتحقّق من صحة إجابتك.

(٣) يوضح الإطار المقابل أعمار عشرة أشخاص من عائلة عبدالله.

١٨ ١٨ ١٩ ٢٠ ٢٤ ٢٦ ٣٠ ٣٢ ٣٨ ٤٥

(أ) أوجد الوسط الحسابي لأعمارهم.

(ب) كتب عبدالله عُمر عمه ٤٥ بدلاً من ٥٥

أوجد الوسط الحسابي الصحيح للعمر.

(٤) في الموسم الماضي، أحرز فريق كرة القدم لناصر ٥٠ هدفاً في ٢٠ مباراة. وهذا الموسم، أحرز الفريق ٦٠ هدفاً في ٢٥ مباراة.

أوجد الوسط الحسابي لعدد الأهداف في كلّ مباراةٍ لكلِّ موسمٍ.

(٥) سجّلت شيماء عدد ساعات ظهور الشمس لثمانية أيام.

٦ ٠ ٥ ٨ ٢ ٩ ٩ ٩

أوجد ما يلي: (أ) الوسط الحسابي (ب) المنوال

(ج) الوسيط

(٦) طلبت المعلمة من طالبات صفها تقدير قياس زاوية مرسومة على اللوح السبوري وسجلت إجابتهن في الجدول التكراري التالي:

قياس الزاوية (°)	٥٠	٥٥	٦٠	٦٥
التكرار	٦	١٠	٧	٢

(أ) أوجد المنوال.

(ب) أوجد الوسط الحسابي لكلّ القياسات .

(ج) كم عدد التقديرات التي كانت أقل من الوسط الحسابي؟

(د) كم عدد التقديرات التي كانت أكبر من الوسط الحسابي؟

(٧) يعرض الجدول التالي عدد السيّارات التي تمتلكها ٢٠ عائلةً مُختلفةً تعيش في نفس الحي.

عدد السيّارات	٠	١	٢	٣	٤
عدد العائلات	٥	٨	٤	٢	١

(أ) أوجد العدد المنواليّ للسيّارات.

(ب) أوجد الوسط الحسابي للسيّارات في الحي.

(٨) إذا كان الوسط الحسابي لأعمار خمسة أطفال في عائلة ما هو ٧ سنوات.

أوجد إجماليّ أعمار الأطفال.

- ٩) إذا كان الوسط الحسابي لكتلة أربعة أشخاص ٦٠ كغم. إذا أضيف شخص آخر كتلته ٧٠ كغم. الوسط الحسابي لكتلة الخمسة أشخاص.
- ١٠) إذا علمت أن الوسط الحسابي لأطوال مجموعة مكونة من أربعة أطفال تساوي ٤٠, ١ م، والوسط الحسابي لمجموعة أخرى مكونة من ستة أطفال يساوي ٣٥, ١ كغم أوجد الوسط الحسابي لأطوال الأطفال العشرة.
- ١١) أجابت طالبة عن دراسة استقصائية حول الألوان المفضّلة لدى طلاب صفها:
- (أ) هل يمكنها إيجاد اللون الذي يمثل المنوال؟ وضح سبب إجابتك.
- (ب) هل يُمكنها أن تجد مدى الألوان؟
- ١٢) يعرض الإطار التالي مجموعة من القيم:

١٠، ١٠، ١٠، ١٠، ١١، ١٢، ١٣، ١٥، ١٧

- ١) أوجد: (أ) المنوال
(ب) الوسيط
(ج) الوسط الحسابي
- ٢) إذا تم استبدال القيمة ١٧ بالقيمة ٢٦، فأوجد كلا مما يلي:
- (أ) المنوال
(ب) الوسيط
(ج) الوسط الحسابي

١٤-٤ مقارنة التوزيعات

المُتوسِّط هو قيمة تمثيلية أو عادية.

يُمكنك استخدام المقاييس الإحصائية (المنوال، الوسيط، والوسط الحسابي)، عند قياس مدى انتشار البيانات وللمقارنة بين هذه البيانات.

مثال ١٤-٤

الرجال: ٦٧، ٨١، ٧٧، ٧٧، ٧٢، ٦٨، ٧٩، ٦٥
النساء: ٥٨، ٥٠، ٤٩، ٤٧، ٥٢، ٦٨

سجّل النادي الصحي كتلاً (بالكيلوغرام) لثمانية رجال وست نساء.

احسب الوسط الحسابي والمدى لكل مجموعة واستخدمها للمقارنة بين المجموعتين.

الحل

الوسط الحسابي للرجال ٢٥، ٧٣ كغم.

$$\frac{67 + 81 + 77 + 77 + 72 + 68 + 79 + 65}{8}$$

$$73, 25 = \frac{586}{8} =$$

$$54 = \frac{324}{6} = \frac{58 + 50 + 49 + 47 + 52 + 68}{6}$$

الوسط الحسابي للنساء ٥٤ كغم.

يظهر الوسط الحسابي أن الرجال أثقل من النساء بمقدار ١٩، ٢٥ كغم. $19, 25 = 54 - 73, 25$

$$16 = 65 - 81$$

مدى كتل الرجال ١٦ كغم.

$$21 = 47 - 68$$

مدى كتل النساء ٢١ كغم.

$$16 \text{ أكبر من } 21$$

كتل النساء أكثر تنوعاً من كتل الرجال.

في المثال السابق، قارنت:

- مُتوسِّط كل مجموعة باستخدام الوسط الحسابي (يُمكنك أيضاً استخدام الوسيط لهذا)
- التنوع داخل كل مجموعة باستخدام المدى.

تمارين ١٤-٤

المجموعة (أ): ٧٧، ٨٠، ٨٩، ٧٣، ٨٤
المجموعة (ب): ٧٧، ٨٥، ٧٥، ٦٩، ٨٢، ٦٧، ٧٢

١) قاس مُعلّم التربية البدنية للمرحلة الابتدائية أطوال مجموعتين من الأطفال الصغار بالسنتيمتر وتم عرضها في الإطار المقابل:

(أ) أوجد الوسيط لطول كل مجموعة.

(ب) استخدم الوسيط لتحديد المجموعة الأطول.

٢) درجات الاختبار لمجموعتين من الطلاب

الرياضيات: ٧٦، ٧٦، ٧٦، ٧٨، ٩١، ٨٠، ٨٠، ٧٥، ٨٩، ٧٧
العلوم: ٧٥، ٦٦، ٧٩، ٨٦، ٨٧، ٧٧، ٧٨، ٧٢

موضحة في الإطار المقابل:
(أ) أوجد المدى لكل اختبار.

(ب) أي اختبار من الاختبارات (الرياضيات أم العلوم) فيه الاختلاف الأكبر في الدرجات؟

إسبانيا: ١، ١، ١، ١، ٢، ٢، ٠
البرازيل: ١، ٣، ٠، ٣، ٢

(٣) في كأس العالم لكرة القدم سنة ٢٠١٠، فازت إسبانيا وخرجت البرازيل في الدور ربع النهائي. والإطار المقابل يوضح عدد الأهداف التي أُحرزت في المباريات.

استخدم الوسط الحسابي للمقارنة بين الفريقين.

(٤) سجّل نبيل درجات الحرارة في تجربتين.

٣٠، ٣٣، ٢١، ٢٨، ٢٩	التجربة الأولى (س°)
٢٩، ٣٢، ٣١، ٣٢، ٣٣، ٢٨، ٢٩، ٢٨	التجربة الثانية (س°)

(أ) أوجد الوسط الحسابي والوسيط والمدى لكل تجربة.

(ب) حدّد ما إذا كانت كل عبارة من هذه العبارات صحيحة أم خاطئة:

(١) درجات الحرارة في التجربة الأولى أعلى من درجات الحرارة في التجربة الثانية.

(٢) درجات الحرارة في التجربة الأولى أكثر تنوعاً من درجات الحرارة في التجربة الثانية.

(ج) هل يمكنك إيجاد المنوال لدرجة الحرارة لكل تجربة؟ فسر إجابتك.

(٥) قامت الممرضة بإيجاد الكتلة الإجمالية لـ ٢٠ طفلاً وكانت ٦٤ كغم، والكتلة الإجمالية لـ ١٥ طفلة فكانت

٥١ كغم. من الأثقل، هل الأولاد أم البنات؟ فسر إجابتك.

(٦) يعرض الجدول الآتي أعمار الأشخاص الذين ينتمون إلى ثلاثة نواد رياضية:

النادي	عدد الأشخاص	الوسط الحسابي للأعمار (بالسنوات)	مدى الأعمار (بالسنوات)	عمر أصغر شخص (بالسنوات)
كرة القدم	٤٦	٢٤	٢٣	٩
السباحة	٣٢	٢٩	٣٢	٧
الألعاب الرياضية	٢٣	١٨	١١	١٢

استعن بالمعلومات الموضحة بالجدول للإجابة عن الأسئلة الآتية. ووضّح إجابتك.

(أ) أوجد عمر أكبر شخص في كل نادٍ.

(ب) أي نادٍ به أعلى متوسط عمر؟

(ج) أي نادٍ به أكبر تنوع في الأعمار؟

(٧) سجل أحمد ووليد أعمار أصدقائهم في الجدول التالي.

٢٨،٢٤،٢٢،١٦،٢٤،٢٤	أصدقاء أحمد
٣٦،٢٤،٣١،٢٦،٣٢،٢٤،٢٩،٣٠،٢٤،٢٤	أصدقاء وليد

أوجد لكلا المجموعتين:

- (أ) المدى (استخدم عمليَّاتٍ عكسيَّةٍ للتحقُّق من صحة إجابتك.)
 (ب) الوسط الحسابي (استخدم عمليَّاتٍ عكسيَّةٍ للتحقُّق من صحة إجابتك.)
 (ج) المنوال
 (د) الوسيط
 (هـ) قارن أعمار أصدقاء أحمد ووليد مستخدماً إجابتك في الجزئيات أ، ب، ج، د

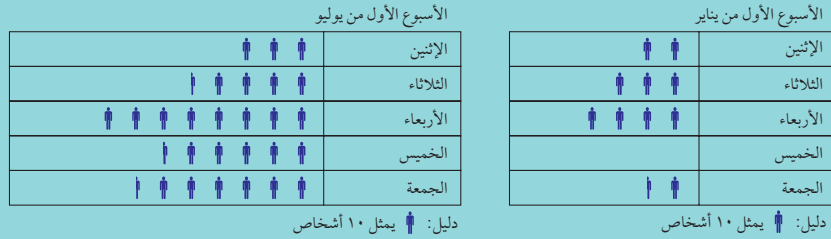
١٤-٥ استخلاص النتائج

يُمكنك استخدام التمثيل بالصور والأعمدة البيانية ومضلعات التكرار والمُخططات الدائرية للمقارنة بين مجموعتين من البيانات.

- عندما يُطلب إليك المقارنة بين مجموعتين من البيانات، اتَّبِع هذه الخُطوات:
- ١) انظر إلى العدد الإجمالي الكلي لأجزاء كل رسم بياني أو مُخطَّط وحدِّد إن كان هناك فرق كبير بينها.
 - ٢) قارن أشكال الرسوم البيانية أو المُخططات واكتب تعليقاً على اختلافها.

مثال ١٤-٥

تعرض التمثيلات بالصور عدد الأشخاص الذين يستخدمون حمَّام السباحة خلال الأسبوع الأوَّل من يناير والأسبوع الأوَّل من يوليو.



(أ) قارن بين التمثيلات بالصور واكتب تعليقين.

(ب) في أيِّ يوم من أيام الأسبوع كان عدد الأشخاص الذين استخدموا حمَّام السباحة في الأسبوع الأوَّل من يوليو أكبر من الأسبوع الأوَّل من يناير بمقدار الضعف؟

(ج) لم يستخدم أحد حمَّام السباحة يوم الخميس في الأسبوع الأوَّل من يناير. أعطِ سبباً لذلك.

الحل

(أ) عدد الأشخاص الذين استخدموا حمام السباحة

في الأسبوع الأوَّل من يوليو أكبر من عدد

الأشخاص الذين استخدموا حمام السباحة في

الأسبوع الأوَّل من يناير. في يناير، استخدم معظم

الأشخاص حمَّام السباحة في الثلاثة أيام الأولى

من الأسبوع ولكن في يوليو استخدم معظم

الأشخاص حمَّام السباحة في الثلاثة أيام الأخيرة

من الأسبوع.

(ب) الأربعاء

في يوم الأربعاء من الأسبوع الأوَّل من يناير، استخدم ٤٠

شخصاً حمَّام السباحة؛ بينما في يوم الأربعاء الأسبوع

الأوَّل من يوليو استخدم ٨٠ شخصاً حمَّام السباحة.

فكَّر في سبب مناسب لعدم استخدام أيِّ شخص لحمَّام

السباحة.

(ج) قد يكون حمَّام السباحة أُغلق للإصلاح أو

التنظيف.

(١) يعرض الجدول التالي التمثيلات بالصور لكيفية ذهاب طلاب صف مروان وحسين إلى المدرسة:

صف مروان	صف حسين
سيارة	سيارة
حافلة	حافلة
دراجة	دراجة
سيارة	سيارة

دليل: 😊 يمثل طالبين

(٢) صف حسين

(أ) أوجد عدد الطلاب في:

(١) صف مروان

(ب) قارن بين التمثيلات بالصور واكتب تعليقاتين.

(ج) هل تعتقد أن الطلاب في صف مروان يعيشون بالقرب من مدرستهم؟

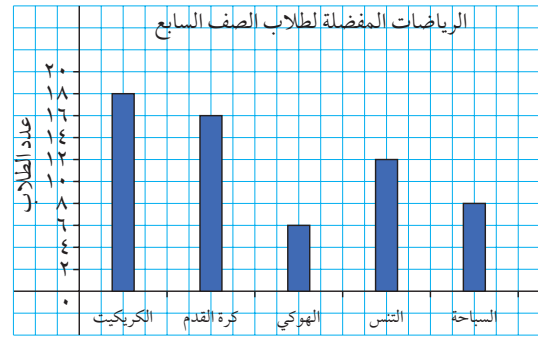
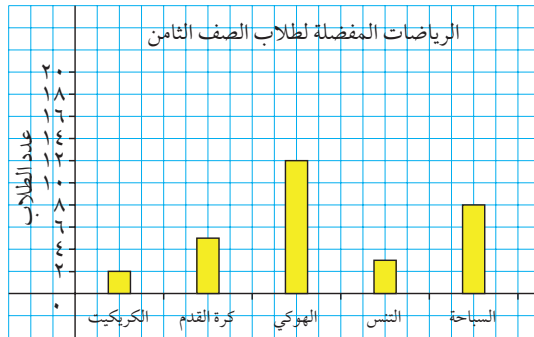
اشرح إجابتك.

(د) هل تعتقد أن الطلاب في صف حسين يعيشون بالقرب من مدرستهم؟

اشرح إجابتك.

(٢) يقوم بشير بدراسة استقصائية عن الرياضة المفضلة لطلاب الصف السابع وطلاب الصف الثامن.

وتعرض الأعمدة البيانية نتائج الدراسة:



(أ) قارن بين الأعمدة البيانية واكتب تعليقاتين.

(ب) ما الرياضة المفضلة التي يتساوى فيها طلاب الصف السابع مع طلاب الصف الثامن؟

(ج) ما الرياضة التي يكون فيها عدد طلاب الصف الثامن ضعف عدد طلاب الصف السابع؟

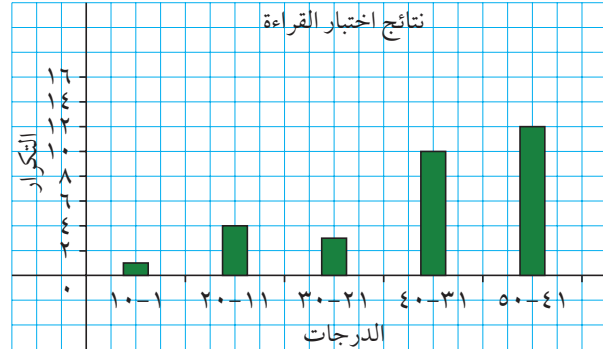
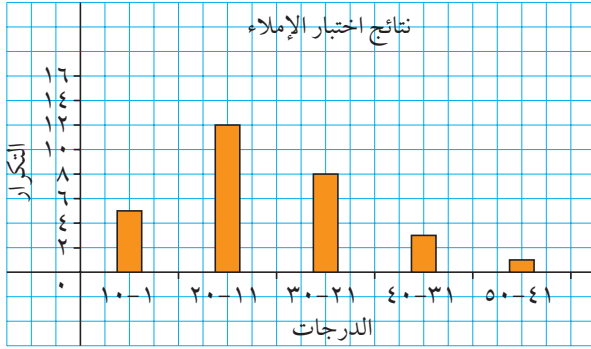
(د) أوجد المنوال لكل من:

(٢) طلاب الصف الثامن

(١) طلاب الصف السابع

(٣) تعطي الأستاذة منال طلاب صفها اختباراً قراءة واختباراً إملاء. وتعرض مخططات التكرار التالية نتائج

الاختبارات:



(أ) أوجد عدد الطلاب الذين خضعوا لكل من:

(٢) اختبار الإملاء

(١) اختبار القراءة

(ب) أعط سبباً ممكناً لاختلاف الإجابتين في الجزئية (أ).

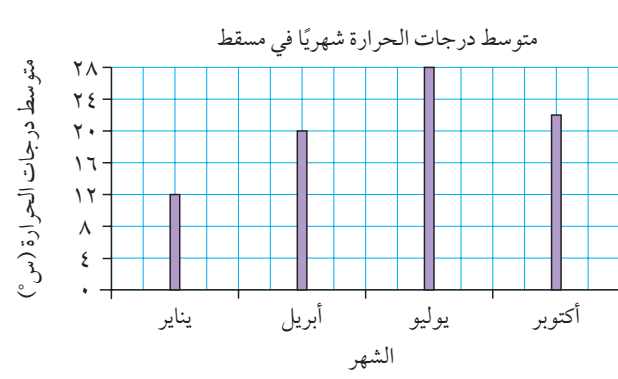
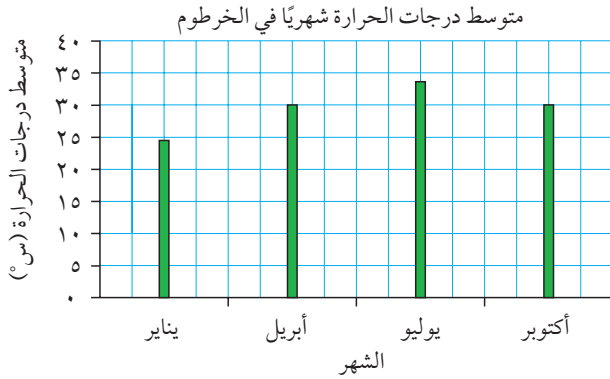
(ج) قارن بين الأعمدة البيانية واكتب تعليقيين.

(د) أوجد المنوال لكل من:

(٢) اختبار الإملاء

(١) اختبار القراءة

(٤) رأت عائشة الأعمدة البيانية التالية في مجلة تعرض متوسط درجات الحرارة شهرياً في مسقط والخرطوم في يناير وأبريل ويوليو وأكتوبر.



يمكنني القول أن الجو أدفأ في الخرطوم مقارنة بمسقط خلال شهر أكتوبر.

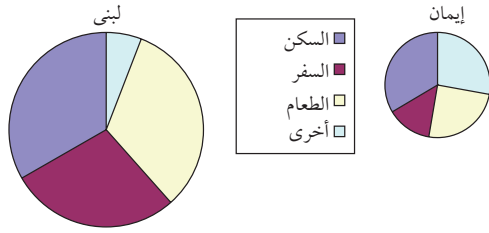


(أ) هل عائشة محقة؟ اشرح إجابتك.

(ب) خلال أي شهر تكون الحرارة في الخرطوم ضعف الحرارة في مسقط؟



٥) تعرض المخططات الدائرية كيف تنفق إيمان ولبنى نقودهما كل أسبوع.



تقول لبنى: «أنفق القدر الأكبر من نقودي

على السكن، حيث إن قطاع السكن في المخطط الدائري

الخاص بي أكبر مما لدى إيمان» هل لبنى مُحققة؟ اشرح

إجابتك.

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ المخطط الدائري هو طريقة لعرض البيانات لتوضيح كيفية توزيع وقسمة البيانات.
- ★ المنوال والوسيط والوسط الحسابي هي ثلاثة أنواع للمقاييس الإحصائية.
- ★ المنوال هو القيمة الأكثر تكرارًا.
- ★ الفئة المنوالية هي الفئة التي لها أعلى تكرار.
- ★ الوسيط هو القيمة المتوسطة عند إدراج مجموعة من القيم بالترتيب.
- ★ لإيجاد الوسط الحسابي يتم جمع كل القيم وقسمتها على عددها.
- ★ المدى هو الفرق بين أكبر قيمة وأصغر قيمة. ويقاس انتشار البيانات.
- ★ يمكنك استخدام التمثيل بالصور والأعمدة البيانية ومضلعات التكرار والمخططات الدائرية للمقارنة بين مجموعتين من البيانات.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ رسم وتفسير المخططات الدائرية.
- ★ إيجاد المنوال والوسيط والمدى لمجموعة من الأعداد أو القيم.
- ★ إيجاد الفئة المنوالية لمجموعة من البيانات التكرارية.
- ★ حساب الوسط الحسابي لمجموعة من الأعداد.
- ★ حساب الوسط الحسابي من جدول تكراري بسيط.
- ★ مقارنة توزيعين بسيطين باستخدام المدى والمنوال أو الوسيط أو الوسط الحسابي.
- ★ العمل بطريقة منطقية والتوصل إلى نتائج بسيطة.
- ★ استخلاص النتائج استنادًا إلى شكل الرسوم البيانية والإحصاءات البسيطة.
- ★ تسجيل وشرح الطرق، والنتائج، والاستنتاجات.
- ★ مناقشة وشرح النتائج بفعالية.

تمارين ومسائل عامة

عدد النقاط	التكرار
١٥-١	٢
٣٠-١٦	٣
٤٥-٣١	٨
٦٠-٤٦	٧

(١) يعرض الجدول المقابل أعداد النقاط التي أحرزها فريق كرة السلة في ٢٠ مباراة. ارسم مخططاً دائرياً لعرض هذه المعلومات.

(٢) يوضح الإطار المقابل أعداد الطلاب في تسعة صفوفٍ مختلفةٍ.

٢٠، ١٩، ١٨، ١٧، ٢٤، ١٩، ١٨، ١٨، ٢١

أوجد ما يلي: (أ) المنوال (ب) المدى

(ج) الوسيط

(٣) إذا كان مدى مجموعة من الكتل ٢٨ غم. أصغر كتلة تساوي ١٠٢ غم. أوجد أكبر كتلة.

(٤) يعرض الإطار المقابل أعمار ثمانية طلاب (بالسنوات) في أحد النوادي.

١٠ ١١ ١٢ ٨
٨ ٨ ٨ ١٥

(أ) أوجد: (١) المدى (٢) المنوال

(٣) الوسيط

(ب) بعد أربع سنوات كم سيكون كلٌّ من:

(١) المدى (٢) المنوال

(٣) الوسيط

(٥) سجّل بسّام درجة الحرارة في نفس الوقت كلَّ يومٍ

لمدّة خمسة أيام كما هو موضح في الإطار المقابل.

أوجد الوسط الحسابي لدرجات الحرارة.

٨°س ١٢°س ١٣°س ١٣°س ١٣°س ٠°س

(٦) سجّل أشرف أعداد النقاط التي أحرزها فريقه المفضّل

في كرة السلة في ستِ مبارياتٍ:

(أ) احسب الوسط الحسابي للنقاط لكلِّ مباراةٍ.

(ب) اختر الإجابة الصحيحة من الإجابات التالية:

أحرز الفريق نقاطاً أكبر من قيمة الوسط الحسابي في

٥ مباريات

٤ مباريات

٣ مباريات

مبارتين

مباراة واحدة

تمارين ومسائل عامة

(٧) يوضح الجدول التالي عدد الأهداف التي أحرزها فريق ما لكرة القدم في كلِّ مباراة من ٣٠ مباراة.

٥	٤	٣	٢	١	٠	عدد الأهداف
٢	٥	٤	١٠	٦	٣	عدد المباريات

(أ) أكمل هذه الجملة: أحرز الفريق أكثر من ثلاثة أهداف في مباريات.

(ب) أوجد العدد الإجمالي للأهداف المُحرَزة.

(ج) أوجد الوسط الحسابي للأهداف في كلِّ مباراة.

(د) إذا أحرز فريق آخر ٥٦ هدفاً في ١٦ مباراة.

هل كان مُتوسِّط أهدافهم أفضل أم أسوأ من مُتوسِّط أهداف الفريق الأول.

(٨) سجِّل طلاب الصف كتل ٢٠

٤٩٥	٤٩٥	٤٩٥	٤٩٥	٤٩٠	٤٩٠	٤٩٠	٤٩٠	٤٩٠	٤٩٠
٥٣٥	٥٢٠	٥١٥	٥١٠	٥١٠	٥٠٥	٥٠٥	٥٠٠	٥٠٠	٥٠٠

حقيقية أرز بالغم، والإطار

المقابل يوضح هذه النتائج،

اقرأ ما يقوله كل من هلال ومهند وسنا:

مُتوسِّط الكتلة
٥٠١ غم



مُتوسِّط الكتلة
٤٩٠ غم



مُتوسِّط الكتلة
٤٩٧,٥ غم



وضَّح كيف يمكن أن يكون الثلاثة طلاب على صواب.

الوحدة الخامسة عشرة: العبارات الجبرية والصيغ

المُفردات

تأكّد من تعلّمك وفهمك للمُفردات

الأساسية التالية:

- فكُّ الأقواس (expand)
- الصيغة/ الصيغ (formula/formulae)
- استنتاج (derive)

الصيغة هي قاعدة رياضية توضح العلاقة بين كميتين (متغيرين) ويمكن كتابتها بالحروف أو بالكلمات. جمع كلمة (صيغة) هو (صيغ):
يستخدم الناس الصيغ في الحياة اليومية لإيجاد قيم الأشياء بجميع أنواعها، ويُمكن لصاحب العمل استخدام إحدى الصيغ لإيجاد قيمة ما يجب دفعه للعاملين لديه.



كما يُمكنه استخدام صيغة مثل $d = m \times s$ ، حيث تكون d هي مقدار المبلغ الذي يجب دفعه، m هي مقدار المبلغ المدفوع لكل ساعة، s هي عدد ساعات العمل.

وقد يستخدم المهندسون الصيغ لإيجاد قيمة الزمن الذي تستغرقه السيارة للانتقال من سرعة إلى سرعة أكبر.

لذا يُمكنهم استخدام الصيغة $m = \frac{s}{t}$ ، حيث تكون m هي الزمن، s هي السرعة النهائية، t هي سرعة البداية، e هي العجلة (التسارع).

ويمكن أن يستخدم الأطباء الصيغ لاستنتاج مدى تَمَنُّع شخص ما بالصحة. فمثلاً لإيجاد مؤشر كتلة الجسم (BMI) لشخص ما يُمكنهم استخدام صيغة مؤشر كتلة الجسم (BMI) = $\frac{\text{الكتلة}}{(\text{الارتفاع})^2}$ حيث يتمُّ قياس كتلة الشخص بالكيلوغرام والطول بالمتر.

فإذا كان مؤشر BMI مرتفعاً جداً أو منخفضاً جداً فقد يطلب إليه الطبيب أن يخسر بعض الكتلة، أو يحاول اكتساب بعض الكتلة، ليتمتع بصحة جيدة.

ستتعلم في هذه الوحدة كيفية فكِّ الأقواس والتعويض بالأرقام في الصيغ والعبارات الجبرية.

فكُّ الأقواس يُطلَق عليه أحياناً
الضرب خارج الأقواس.

لفكُّ الأقواس نقوم بضرب الحد الموجود خارج الأقواس في كل حد بداخله.

مثال ١-١٥

- (١) فكُّ الأقواس في العبارات الجبرية التالية: (أ) $3(س + ٥)$ (ب) $ص(ص - ٣)$
(٢) فكُّ الأقواس في العبارات الجبرية التالية وبسطها: $٤(٢س + ٣س^٢) - س(٦ + س)$

الحل

$$\begin{aligned} (١) \text{ (أ) } 3(س + ٥) &= ٣ \times س + ٣ \times ٥ \\ &= ٣س + ١٥ \\ (ب) \text{ ص}(ص - ٣) &= ص \times ص - ص \times ٣ \\ &= ص^٢ - ٣ص \\ (٢) \text{ } ٤(٢س + ٣س^٢) - س(٦ + س) &= ٨س + ١٢س^٢ - ٦س - س^٢ \\ &= ٢س + ١١س^٢ \end{aligned}$$

اضرب $٣ \times س$ و اضرب ٣×٥
بسط $٣ \times س$ إلى $٣س$ ، وبسط ٣×٥ إلى ١٥
اضرب $ص \times ص$ و اضرب $٣ \times ص$
بسط $ص \times ص$ إلى $ص^٢$ ، وبسط $٣ \times ص$ إلى $٣ص$
ابدأ بفكُّ الأقواس ثمَّ بسط كلِّ حدٍّ،
 $٤ \times ٢س = ٨س$ ، $٤ \times ٣س^٢ = ١٢س^٢$ ،
 $٦ \times س = ٦س$ ، $س \times س = س^٢$
بتجميع الحدود المتشابهة، ستكون $٨س - ٦س = ٢س$ ،
 $١٢س^٢ - س^٢ = ١١س^٢$

تمارين ١-١٥

- (١) فكُّ الأقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي:
- | | | | |
|-----------------|---------------------|----------------|---------------------|
| (أ) $٤(س + ٦)$ | (ب) $٣(ص + ٧)$ | (ج) $٧(ع - ٢)$ | (د) $٢(م - ٤)$ |
| (هـ) $٢(ل + ٥)$ | (و) $٨(٩ + ط)$ | (ز) $٥(٨ - س)$ | (ح) $٦(٦ - ص)$ |
| (ط) $٣(٨ + ع)$ | (ي) $١٢(٤ + ح)$ | (ك) $٥(١ - د)$ | (ل) $٦(٣ - ر)$ |
| (م) $٢(٢م + ل)$ | (ن) $٤(٥ + د)$ | (س) $٩(٦ - ط)$ | (ع) $٣(٢س + ت + أ)$ |
| (ف) $٧(٦س - ع)$ | (ص) $٥(٢س + د + ٤)$ | | |
- (٢) فكُّ الأقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي ثمَّ بسطها:
- | | |
|----------------------------|---------------------------|
| (أ) $٢(س + ٣) + ٣(س + ٤)$ | (ب) $٤(ص + ٥) + ٢(ص + ٢)$ |
| (ج) $٨(ع + ٣) + ٥(ع + ٤)$ | (د) $٥(٣ + م) - ٦(٢ + م)$ |
| (هـ) $٦(٥ + ح) - ٤(٣ + ح)$ | (و) $٣(٥ + ط) - ٢(٣ - ط)$ |

٣) فك الأَقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي:

- (أ) $س(٣ص + ٢)$ (ب) $ص(ص + ٨)$ (ج) $ع(٢م - ١)$ (د) $ل(ل - ٤)$
 (هـ) $د(٥ + ٢د)$ (و) $د(٨ - ٩)$ (ز) $س(١ - ٣ص)$ (ح) $ع(٥ - ٥)$
 (ط) $م(٧ + ٢م)$ (ي) $س(٧ + ٣س)$ (ك) $ص(٢ص - ٥٥)$ (ل) $ر(٣م - ٥س)$
 (م) $٢س(س + ٣ص)$ (ن) $٣ص(٥ص + ٦)$ (س) $٤م(٦م - ٢٢)$
 (ع) $٦ر(٣ + ١)$ (ف) $٥م(٦ل - ٨م)$ (ص) $٢د(٢٢ + ٣ - ر)$

٤) فك الأَقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي ثم بسّطها:

- (أ) $س(س + ٢) + س(س + ٥)$
 (ب) $ع(٢ع + ١) + ع(٤ع + ٥)$
 (ج) $و(٥ + ٢و) - و(٣ + ٥)$
 (د) $ع(٦ع + ٢س) - ع(٢ع - ٩س)$

٥) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاصّ بمهند.



السؤال: فك الأَقواس في كل عبارة جبرية فيما يلي ثم بسّطها:

$$١) ٨(س + ٥) - ٣(٢س + ٧)$$

$$٢) ح(٢ط + ع) + ط(٣ع - ٢ح)$$

$$٣) ٢ص(ص + ٥س) + س(٣س + ٤ص)$$

$$١) ٨(س + ٥) - ٣(٢س + ٧) = ٨س + ٤٠ - ٦س - ٢١ = ٢س + ٦١$$

$$٢) ح(٢ط + ع) + ط(٣ع - ٢ح) = ٢حط + ٢عح + ٣طع - ٢حط = ٢عح + ٣طع = ٣حطع$$

$$٣) ٢ص(ص + ٥س) + س(٣س + ٤ص) = ٢ص٢ + ١٠سص + ٣س٢ + ٤صس = ٩س٢ + ١٤سص$$

$$= ٩س٢ + ٢ص٢ + ١٤سص$$

(أ) اشرح ما الذي أخطأ فيه مهند.

(ب) اكتب الحل الصحيح.

١٥-٢ استنتاج واستخدام الصيغ

عند التعويض في الصيغ والعبارات الجبرية تذكر ترتيب العمليات:

(١) فك الأقواس

(٢) الأسس

(٣) الضرب والقسمة من اليمين إلى اليسار

(٤) الجمع والطرح من اليمين إلى اليسار

يجب إيجاد قيمة الأقواس والأسس قبل القسمة والضرب، وفي النهاية إيجاد قيمة عمليات الجمع والطرح.

مثال ١٥-٢

(أ) أوجد قيمة العبارة الجبرية: $٢س + ٤ص$ عندما $س = ٥$ ، $ص = -٢$

(ب) أوجد قيمة العبارة الجبرية: $٣س^٢ + ٤$ عندما $س = ١٠$

(ج) اكتب صيغةً لعدد الساعات في أيّ عدد من الأيام، باستخدام:

(١) الكلمات (٢) الحروف

(د) استخدم الصيغة في الجزئية (ج) لإيجاد عدد الساعات في ٧ أيام.

الحل

عوض عن $س = ٥$ ، $ص = -٢$ في العبارة الجبرية.

أوجد ناتج ٢×٥ ، $٤ \times (-٢)$

ناتج جمع -٨ يساوي ناتج طرح ٨

عوض عن $س = ١٠$ في العبارة الجبرية.

أوجد ناتج ١٠×٣ أولاً.

أوجد ناتج عملية الضرب قبل عملية الجمع.

هناك ٢٤ ساعة في اليوم الواحد.

استخدم $س$ للساعات، $م$ للأيام.

عوض عن $م = ٧$ في الصيغة لإيجاد قيمة $س$.

$$(أ) \quad ٢ \times ٥ + ٤ \times (-٢)$$

$$= ١٠ + (-٨)$$

$$= ١٠ - ٨ = ٢$$

$$(ب) \quad ٣ \times ١٠ + ٤$$

$$= ٣٠ + ٤$$

$$= ٣٠ + ٤ = ٣٤$$

$$(ج) \quad (١) \text{ عدد الساعات} = ٢٤ \times \text{عدد الأيام}$$

$$(٢) \quad س = ٢٤ م$$

$$(د) \quad س = ٢٤ \times ٧ = ١٦٨ \text{ ساعة}$$

تمارين ٢-١٥

(١) أوجد قيمة كل عبارة من العبارات الجبرية الآتية:

- (أ) $٥ + م$ عندما $٣ = م$
 (ب) $٦ - س$ عندما $٤ = س$
 (ج) $٦ل$ عندما $٣ = ل$
 (د) $\frac{٢}{٤}$ عندما $٢٠ = م$
 (هـ) $ص + ع$ عندما $٦ = ع$ ، $٣ = ص$
 (و) $ح - ط$ عندما $٢٥ = ح$ ، $٣٢ = ط$
 (ز) $٨م - ٥$ عندما $٢ = م$
 (ح) $٣س + ص$ عندما $٨ = س$ ، $٢٠ = ص$
 (ط) $٢س + ٣ص$ عندما $٤ = س$ ، $٥ = ص$
 (ي) $٢٠ - ٣ح$ عندما $٩ = ح$
 (ك) $٥ - \frac{٣}{٤}$ عندما $٤ = س$
 (ل) $\frac{٢}{٤} + \frac{٣}{٥}$ عندما $٣٠ = ع$ ، $٨ = م$

(٢) أوجد قيمة كل عبارة جبرية.

- (أ) $٥ + ٢س$ عندما $٤ = س$
 (ب) $١٠ - ١ص$ عندما $٥ = ص$
 (ج) $٢م + ٢ر$ عندما $٣ = م$ ، $٦ = ر$
 (د) $٢د - ٢ح$ عندما $٧ = ح$ ، $٨ = د$
 (هـ) $٤ر$ عندما $٢ = ر$
 (و) $٢٢ + ١$ عندما $٥ = م$
 (ز) $٣ع$ عندما $١ = ع$
 (ح) $٢ص٣$ عندما $٣ = ص$
 (ط) $٥ - ٣س$ عندما $٢ = س$
 (ي) $٢٠ - ٢ح٣$ عندما $٤ = ح$
 (ك) $\frac{١}{٢}ص$ عندما $٤ = ص$
 (ل) $\frac{٣}{٥}$ عندما $١٠ = م$
 (م) $٤(١ + ل)$ عندما $٣ = ل$
 (ن) $١٢ - (٥ - ٢ك)$ عندما $٤ = ك$

تذكر أن $٣س$ تعني
 $س \times س \times س$

(٣) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاصّ بهلال.

(أ) وضح الخطأ الذي وقع فيه هلال.

(ب) أوجد الإجابة الصحيحة.

(ج) أوجد قيمة $٤ + ٢س$ عندما $٥ = س$

(٤) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاصّ بسناء.

(أ) وضح الخطأ الذي وقعت فيه سناء.

(ب) أوجد الإجابة الصحيحة.

(ج) أوجد قيمة $٢س٣$ عندما $٣ = س$

السؤال: أوجد قيمة:
 $٣س - ٨$ عندما $٨ = س$

الحل:
 $٣(٨) - ٨ =$
 $٢٤ - ٨ =$
 $١٦ =$

السؤال: أوجد قيمة: $٥س٣$ عندما $٢ = س$

الحل:
 $٥(٢)٣ =$
 $٥(٨) =$
 $٤٠ =$

(٥) (أ) اكتب صيغة لعدد الشهور في أيّ عدد من السنوات باستخدام:
(١) الكلمات (٢) الحروف

(ب) استخدم الصيغة الخاصّة بك في الجزئية (أ) لإيجاد عدد الشهور في ٨ سنوات.

(٦) استخدم الصيغة $س = ص + ١٠ع$ لإيجاد قيمة س عندما:

(أ) $ص = ٥, ع = ١٢$ (ب) $ص = ٨, ع = ١٥$ (ج) $ص = ٠, ع = ٢٠$

(٧) استخدم الصيغة $م = ر$ لإيجاد قيمة م عندما:

(أ) $ر = ٦, د = ٢$ (ب) $ر = ١٨, د = ٣$ (ج) $ر = ٨, د = ٤$

(٨) شركة لصناعة النوافذ الزجاجية تقيس ارتفاعات

النوافذ باستخدام الشبر (س)، والبوصة (ص)، أراد محمد شراء مجموعة من النوافذ لمنزله حيث بلغ ارتفاع إحداها ١٦ شبرًا وبوصة واحدة ولقد استخدم الصيغة المقابلة لتحويل ارتفاعها إلى السنتيمتر.

أوجد ارتفاع باقي النوافذ بالسنتيمتر إذا كان ارتفاعها:

(أ) ١٤ شبرًا وبوصتين (ب) ١٥ شبرًا و ٣ بوصات
(ج) ١٣ شبرًا وبوصة واحدة (د) ١٧ شبرًا وبوصتين
(هـ) ١٦ شبرًا (و) ١٢ شبرًا

$م = ٢,٥(٤س + ص)$ حيث: م هو عدد السنتيمترات
س هو عدد الأشبار
ص هو عدد البوصات

$$\begin{aligned} م &= ٢,٥(١ + ١٦ \times ٤) \\ (١ + ٦٤)٢,٥ &= \\ ٦٥ \times ٢,٥ &= \\ ١٦٢,٥ &= سم \end{aligned}$$

$$\frac{\text{دهف}}{٢} = ل$$

(٩) يستخدم راشد الصيغة المقابلة، ويستخدم أيضًا مجموعتين من الأعداد. في المجموعة أ، $د = ٨, هـ = ٥, ف = ١٨$ ؛ في المجموعة ب، $د = ٩, هـ = ١٤, ف = ٦$ ، أي من المجموعتين يكون ناتجها أكبر؟ وما مدى زيادة هذا الناتج؟

(١٠) (أ) يستخدم مهند الصيغة التالية لتحويل درجات الحرارة بالدرجات السيليزية إلى درجات فهرنهايت.

$س = ٠,٦ص - ١٧,٨$ حيث: س هي درجة الحرارة بالدرجة السيليزية
ص هي درجة الحرارة بالفهرنهايت.

استخدم الصيغة لإيجاد درجة الحرارة بالدرجات السيليزية عندما تكون درجة الحرارة بالفهرنهايت كما يلي:

(١) ٢٠ درجة فهرنهايت (٢) ٤٥ درجة فهرنهايت

(٣) ٨٢ درجة فهرنهايت

(ب) يَعرّف سامي العلاقة بين درجات الحرارة بدرجات الفهرنهايت وبالدرجات السيليزية.

$٩س = ٥ص - ١٦٠$ حيث: ص هي درجة الحرارة بالفهرنهايت
س هي درجة الحرارة بالدرجة السيليزية

وهو يريد أن يعرف ما يقابل ٤ درجات سيليزية بدرجات الفهرنهايت. وكتب ما يلي:

$$\begin{array}{l} ٩س = ٥ص - ١٦٠ \\ ٤ = عوَض س \\ بسَط: \\ ٤ \times ٩ = ٥ص - ١٦٠ \\ ٣٦ = ٥ص - ١٦٠ \end{array}$$

والآن يجب أن يعمل سامي على حل المعادلة: $٣٦ = ٥ص - ١٦٠$
 أو وجد ناتج المعادلة التي يحتاج سامي إلى حلها عندما تكون درجة الحرارة السيليزية:
 (١) ٦ درجات سيليزية
 (٢) ١٨ درجة سيليزية
 (٣) ٣٠ درجة سيليزية

ملخص

يجب أن تعرف أن:

- ★ عند الضرب أو فكّ الأقواس، تضرب كلّ حدّ داخل الأقواس في الحدّ الموجود خارج الأقواس.
- ★ في مادّة الجبر يُمكنك استخدام حرف لتمثيل عدد مجهول، هذا الحرف يُسمّى المتغيّر.
- ★ يُمكنك كتابة أو استنتاج صيغة لتساعدك على حلّ المسائل.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ ضرب حدّ واحد في الحدود داخل الأقواس.
- ★ استنتاج الصيغ البسيطة واستخدامها.
- ★ التعويض بالأعداد الصحيحة الموجبة والأعداد الصحيحة السالبة في العبارات الجبرية والصيغ.
- ★ استخدام ترتيب العمليات، بما في ذلك الأقواس مع العمليات الحسابية الأكثر تعقيدًا.
- ★ التعامل مع الأعداد والعبارات الجبرية وتطبيق الخوارزميات.

تمارين ومسائل عامة

(١) فك الأقواس في كل مما يلي:

(أ) $3(س + ٤)$	(ب) $٨(ص - ١)$	(ج) $٤(٣ع + ٢)$
(د) $٥(٤م - ٧)$	(هـ) $٣(٢د + ٦ر)$	(و) $٨(٤س ص - ٣ل)$
(ز) $س(٢ص + ١)$	(ح) $م(٤م + ٦)$	(ط) $ر(٨ - د)$
(ي) $س(٢م + ٨س)$	(ك) $٢ص(٣ص + ٩)$	(ل) $٣ر(٢ر + د - ٥)$

(٢) فك الأقواس في كل عبارة من العبارات الجبرية التالية وبسطها:

(أ) $٣(س + ٤) + ٥(س + ٦)$	(ب) $٦(٣م + ١) - ٤(٥ + م)$
(ج) $٢(٤م + ٧ل) - ٣(٢م - ٣ل)$	(د) $س(س + ٨) + س(س + ٤)$
(هـ) $د(٤ + ٣د) - د(٢ + د)$	(و) $ر(١٠ر + ٤س) - ٣ر(٣ر - ٤س)$

(٣) أوجد قيمة كل من العبارات الجبرية التالية:

(أ) $س + ٧$ عندما $س = ١٢$	(ب) $٣س - ٤ص$ عندما $س = ٢$ ، $ص = ٧$
(ج) $٣م + ١$ عندما $م = ٦$	(د) $٣٠ - ٥ل$ عندما $ل = ٢$
(هـ) $س٢ - ١٠$ عندما $س = ٣$	(و) $٤ص - ٣$ عندما $ص = ٢$

(٤) استخدم الصيغة $م = س ص ع$ لإيجاد قيمة $م$ عندما $س = ٥$ ، $ص = ١٠$ ، $ع = ٣$

(٥)  استخدم عاثة الصيغة $د٢ = ر٢ + ٢س ص$

عندما تقوم بالتعويض عن $د = ٤$ ، $ر = ٣$ ، $س = ٧$ في الصيغة، فإنها تحصل على المعادلة $٨ = ٦ + ١٤ص$.

هل حلُّ عاثة صحيح؟ وضح كيف توصلت إلى إجابتك.



الوحدة السادسة عشرة: الرسوم البيانية

المُفردات

تأكّد من تعلّمك وفهمك للمفردات

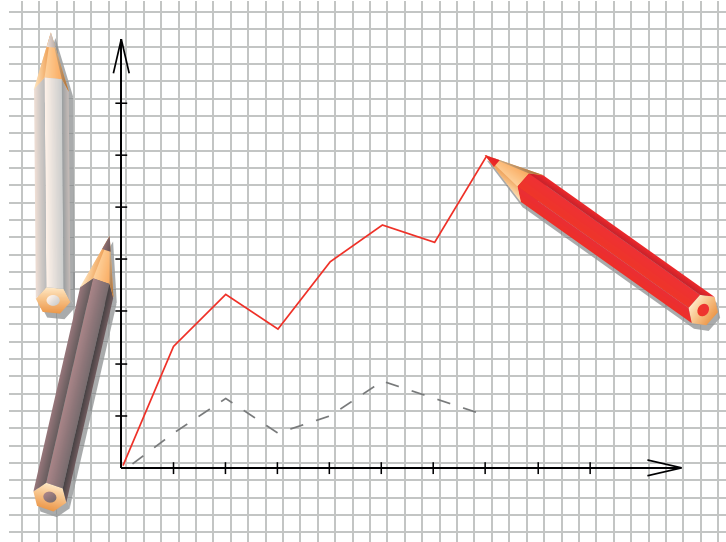
الأساسية التالية:

- الرسم البياني (graph)
- شبكة الإحداثيات (coordinate grid)
- المحور (axis)
- نقطة الأصل (origin)
- محور السينات (x-axis)
- محور الصادات (y-axis)
- الإحداثي (coordinate)
- نقطة المنتصف (mid-point)
- المُعادلة (equation)

يستخدم الرسم البياني لتوضيح العلاقة بين متغيرين.

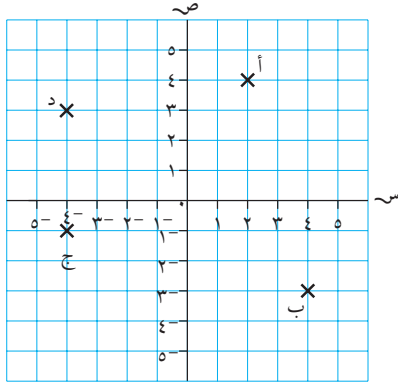
حيث يتم عرض المعلومات بطريقة يسهل فهمها فمثلاً يعد الرسم البياني أحد الطرق المناسبة لعرض العلاقة بين البيانات المرتبطة بالأسئلة الآتية:

- كيف يختلف سعر الوقود من شهر إلى آخر؟
- كيف تزيد كتلة جسم المولود مع العمر؟
- كيف تختلف أجرة سيارة الأجرة وفقاً للمسافة التي قطعها؟
- كيف تختلف تكلفة استخدام الهاتف الجوال باختلاف عدد المكالمات؟
- كيف تختلف كتلة جسمك باختلاف طولك؟
- كيف تختلف تكلفة الفندق وفقاً لمدة إقامتك؟
- كيف تتغير درجة الحرارة بتغير مدة التسخين؟
- كيف تتغير كمية الكهرباء التي تستهلكها الثلاجة بتغير درجة الحرارة داخل الثلاجة؟
- كيف يعتمد إنتاج الألواح الشمسية على مقدار ضوء الشمس؟



في هذه الوحدة، ستبدأ بالإحداثيات ومن ثمّ ستتعلم أبسط نوع للرسم البياني على شبكة الإحداثيات وهو: الخط المستقيم.

١-١٦ تحديد مواضع الإحداثيات



غالبًا ما تُرسم الرسوم البيانية على شبكة الإحداثيات في ورقة رسم بياني، وشبكة الإحداثيات هي زوج من خطوط الأعداد (يسمى المحاورين) حيث يتقاطع المحاورين عموديًا عند نقطة إحداثياتها (٠،٠) تسمى بنقطة الأصل، ويسمى المحور الأفقي بمحور السينات ويمثل قيم المتغير (س)، أما المحور الرأسى فيسمى بمحور الصادات ويمثل قيم المتغير (ص).

كما يُمكنك تمييز أيّ نقطة على شبكة الإحداثيات من خلال ذكر **إحداثياتها**، وهي عبارة عن قيمتي س، ص في النقطة المحددة. وتكتب الإحداثيات في صورة زوج وبين قوسين.

• الإحداثي السيني (س أو قيمة س) هي بعد النقطة عن نقطة الأصل على المحور الأفقي (السيني)، فإذا كانت النقطة على يمين نقطة الأصل فستكون قيمة الإحداثي السيني (س) موجبة وإذا كانت النقطة على يسار نقطة الأصل، فستكون قيمة س بالسالب.

• الإحداثي الصادي (ص أو قيمة ص) هي البعد العمودي عن نقطة الأصل، فإذا كانت النقطة أعلى نقطة الأصل فستكون قيمة ص فيها موجبة أما إذا كانت النقطة أسفل نقطة الأصل فستكون قيمة ص سالبة. يجب أن يُكتب الإحداثي السيني س (أولاً) دائماً.

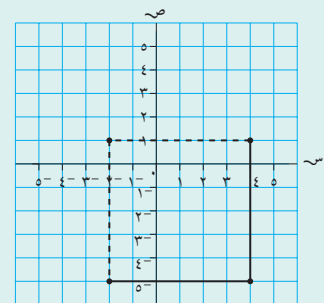
الإحداثيات للنقاط الأربع المحددة على شبكة الإحداثيات السابقة هي: أ(٢، ٤)، ب(٤، ٣)، ج(-٤، -١)، د(-٤، -٣)

مثال ١-١٦

الإحداثيات لزوايا المربع الثلاث هي (١، ٤)، (٤، ٥)، (٢، -٥)
(أ) أوجد الإحداثيات للزاوية الرابعة. (ب) أوجد الإحداثيات لمركز المربع.

الحل

ارسم شبكة الإحداثيات.
حدّد موضع النقاط الثلاث وصل بينها لتكوين خطين في زوايا قائمة.
ارسم خطين آخرين لتكوين الجانبين الآخرين للمربع في زاوية قائمة.

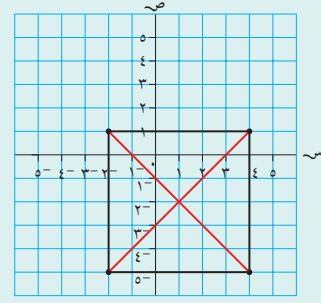


أوجد الإحداثيات للزاوية الرابعة.

تقع الزاوية الرابعة عند (١، ٢-)

ارسم قطريّ المربع (موضحة باللون الأحمر).

(ب)

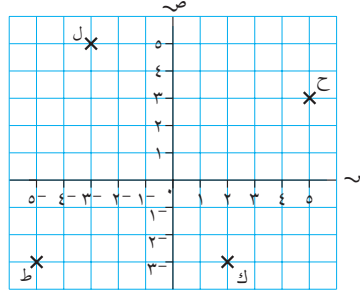


يتقاطع القطران في مركز المربع.

يقع المركز عند النقطة (١، -٢)

تمارين ١-١٦

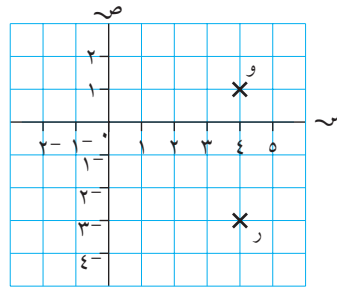
(١) اكتب الإحداثيات للنقاط ح، ط، ك، ل



(٢) (أ) اكتب الإحداثيات للنقطتين ر، و

(ب) م هي نقطة المنتصف للنقطتين ر، و

اكتب الإحداثيات للنقطة م



إنَّ نقطة مُتَصفِ النقطتين ر، و تقع في مُتَصفِ المسافة بينهما.

(٣) (أ) حدّد موضع النقطتين (٤، -٢)، (٠، -٢) على شبكة الإحداثيات ثم صل بينهما بخطّ.

(ب) أوجد الإحداثيات لنقطة مُتَصفِ الخطّ.

(٤) (أ) حدّد موضع النقطتين (١، -٦)، (٥، -٢) على شبكة الإحداثيات ثم صل بينهما بخطّ.

(ب) أوجد الإحداثيات لنقطة مُتَصفِ الخطّ.

(٥) (أ) حدّد موضع النقطتين (٢، -٠)، (٠، -٦) على شبكة الإحداثيات ثم صل بينهما.

(ب) أوجد الإحداثيات لنقطة المُتَصفِ الخطّ.

١-١٦ تحديد مواضع الإحداثيات

٦) الإحداثيات لرؤوس ثلاث زوايا لمستطيل عند النقاط: $(٣, ٥)$ ، $(٣, ٣)$ ، $(٤, ٣)$

(أ) حدّد موضع تلك النقاط وارسم المُستطيل.

(ب) أوجد الإحداثيات للزاوية الرابعة.

٧) تقع الزوايا الأربعة للمربع في النقاط: $(٣, ٣)$ ، $(٥, ٣)$ ، $(٥, ١)$ ، $(٣, ١)$

(أ) ارسم المُربّع.

(ب) ارسم قطريّ المربع.

(ج) أوجد الإحداثيات لمركز المُربّع.

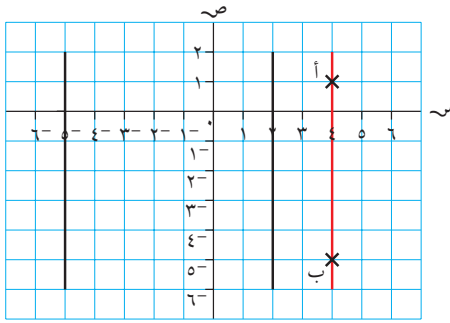
٨) (أ) ارسم رباعيّ الأضلاع بزوايا تقع في $(٥, ٢)$ ، $(٣, ٢)$ ، $(٣, ٢)$ ، $(١, ٢)$

(ب) ما اسم رباعيّ الأضلاع؟

(ج) أوجد الإحداثيات لمركز رباعيّ الأضلاع.



١٦-٢ الخطوط الموازية للمحاور



في الشبكة المقابلة، الخطُّ الأحمر الذي يمر خلال النقطة أ(٤، ١)، والنقطة ب(٤، -٥) يمتدُّ في كلا الاتجاهين.

هناك بعض النقاط الأخرى على الخطِّ الأحمر وهي:

(٣، ٤)، (٥، ٤)، (٣-، ٤)، (٥-، ٤)، (٤، ٠)، (٤-، ٤)، (٢، ٤)، (٤، -٦)

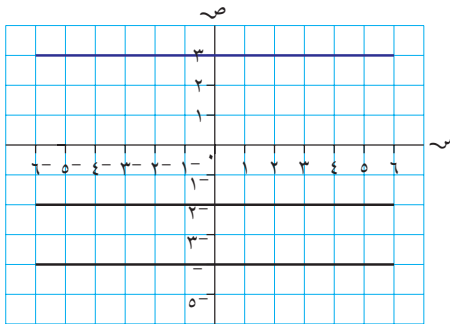
الإحداثي السيني (س) لجميع تلك النقاط هو ٤، وكلُّ نقطة لها إحداثي سيني ٤ ستكون على هذا الخطِّ.

لذا فإن معادلة الخطِّ الأحمر هي $s = 4$ ، لاحظ أن الخطِّ

$s = 4$ عموديٌّ على محور السينات ويمرُّ خلال عند النقطة

٤ على محور السينات.

سبق وأن تعلّمت المُعادلات في الوجدتين ٢، ٩ حيث أن المعادلة هي علاقة تربط بين متغيرين



كما توضح الشبكة المقابلة الخطين $s = 2$ ، $s = 5$ النقاط الموجودة على الخطِّ الأزرق المرسوم في الشبكة المقابلة، هي:

(٣، ٥)، (٣، -٤)، (٣، ٢)، (٣، -٢)، (٣، ٠)

الإحداثي الصادي (ص) لجميع تلك النقاط هو ٣

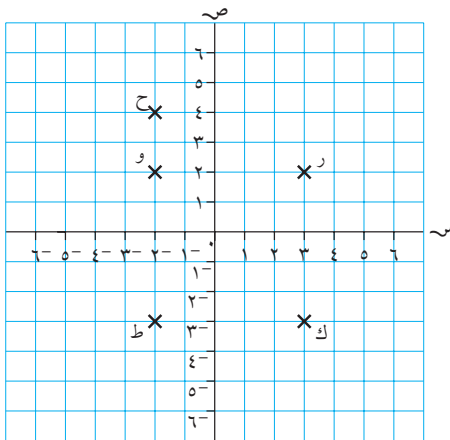
∴ مُعادلة الخطِّ الأزرق هي $v = 3$

وتوضح الشبكة أيضًا مُعادلات الخطين $v = 2$ ، $v = -4$

مُعادلة محور السينات هي $v = 0$

مُعادلة محور الصادات هي $s = 0$

تمارين ١٦-٢



١) أوجد مُعادلة الخطِّ الذي يصل بين النقاط التالية:

(أ) و، ر (ب) ر، ك

(ج) ك، ط (د) ط، ح

٢) (أ) ارسم الخطين $s = 7$ ، $v = 4$ على شبكة الإحداثيات وسمّهما.

(ب) اكتب الإحداثيات لنقطة تقاطع الخطين.

٣) (أ) ارسم مستطيلًا بزوايا تقع رؤوسها عند النقاط أ(٢، ٧)،

ب(٦، ٧)، ج(٦، ١)، د(٢، ١) على شبكة الإحداثيات

(ب) اكتب مُعادلة الخطِّ الذي يصل بين ب، ج

(ج) اكتب مُعادلة الخطِّ الذي يصل بين أ، ب

(د) يحتوي المُستطيل على خطّي تماثل، اكتب مُعادلة كلِّ منهما.

٤) أوجد مُعادلة الخطّ الذي يصل بين النقاط التالية:

(أ) $(٢, ٤)$ ، $(٥-, ٤)$

(ب) $(٦, ٣)$ ، $(٦, ٣-)$

(ج) $(٥, ٥-)$ ، $(٥-, ٥)$

٥) ثلاثٌ من النقاط في الإطار المقابل تقع

على خطّ مُستقيم. أوجد مُعادلة الخطّ.

$(٢, ٢)$ ، $(٢-, ٤-)$ ، $(٢, ٤-)$ ، $(٤, ٢-)$ ، $(٤, ٢)$ ، $(٢, ٤)$

٦) تقع زوايا المُعيّن عند النقاط $(٢, ٥-)$ ، $(٤-, ٢-)$ ، $(٢, ١)$ ، $(٨, ٢-)$

(أ) ارسُم المُعيّن.

(ب) يحتوي المُعيّن على خطّي تماثل. اكتب مُعادلة كلٍّ منهما.



١٦-٣ رسم مُخطَّطات بيانيَّة للمعادلات

تذكر أن المعادلة هي علاقة تربط بين متغيرين.



تذكر أن المُعادلة هي قاعدة تصل بين s ، v

ستكون جميع الرسوم البيانيَّة في هذه الوحدة خطوطاً مُستقيمة.

انظر إلى المعادلة $v = s + 2$

اختر أيَّ قيمة تمثل s وأوجد قيم v بالتعويض في المعادلة. في كلِّ مرَّةٍ، ستجد الإحداثيات لنقطة ما.

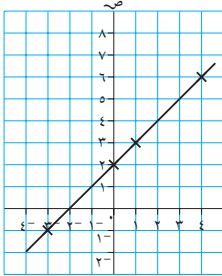
• إذا كان $s = 4$ ، إذن $v = 2 + 4 = 6$ وتنتج نقطة إحداثياتها $(4, 6)$

• إذا كان $s = 1$ ، إذن $v = 2 + 1 = 3$ وتنتج نقطة إحداثياتها $(1, 3)$

• إذا كان $s = -3$ ، إذن $v = 2 + (-3) = -1$ وتنتج نقطة إحداثياتها $(-3, -1)$

• إذا كان $s = 0$ ، إذن $v = 2 + 0 = 2$ وتنتج نقطة إحداثياتها $(0, 2)$

إذا حدَّدت موضع تلك النقاط على شبكة الإحداثيات، يُمكنك رسم خطٍّ مُستقيم يصل بينها. أيُّ نقاط أخرى ستجدها (باستخدام المُعادلة $v = s + 2$) ستكون على الخط نفسه.



إذا كان الخط الذي رسمته غير مُستقيم فهذا يعني أن: ١- الإحداثيات لإحدى النقاط غير صحيح
٢- التمثيل البياني لإحدى النقاط غير صحيح

مثال ١٦-٣

(أ) أكمل جدول القيم المجاور للمعادلة $v = 3s - 5$

(ب) ارسم المُخطَّط البيانيَّ للمعادلة $v = 3s - 5$

s	2^-	0	1^-	2^-	3
v			٨		1^-

الحل

من المفيد دائماً وضع القيم في جدول.

إذا كان $s = 2^-$ ، إذن $v = 3 \times 2^- - 5 = 11$

إذا كان $s = 0$ ، إذن $v = 3 \times 0 - 5 = -5$

إذا كان $s = 3$ ، إذن $v = 3 \times 3 - 5 = 4^-$

- يجب أن يتضمَّن محور السينات جميع الأعداد من 2^-

إلى 3 ؛ ويجب أن يتضمَّن محور الصادات جميع الأعداد من 4^-

إلى 11

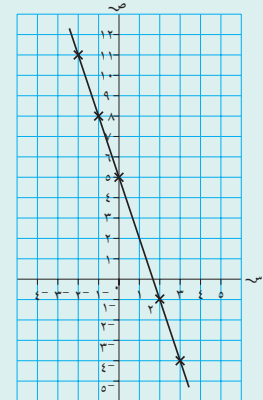
- تأكَّد من أنك تستطيع تحديد موضع جميع النقاط الخمسة على

شبكة الإحداثيات.

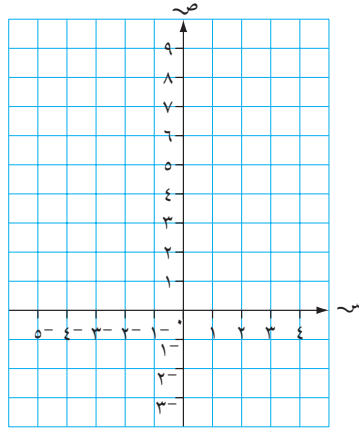
- تأكَّد من أنه يُمكنك رسم خطٍّ مُستقيم يصل بين جميع النقاط.

- اجعل الخطوط طويلة بالقدر الذي تسمح به الشبكة.

s	2^-	0	1^-	2^-	3
v			٨		11



تمارين ١٦-٣



(١) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة $s + 3 = 4$

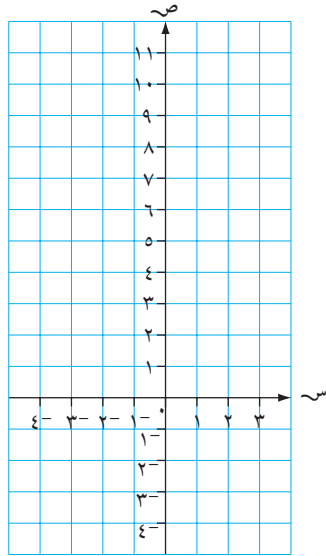
٤	٢	٠	٣-	٥-	ص
	٦		١		ص

(ب) ارسم المُخطَّط البياني للمعادلة $s + 3 = 4$

(٢) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة $2s + 5 = 0$

٣	٢	٠	٢-	٤-	ص
١١			١		ص

(ب) ارسم المُخطَّط البياني للمعادلة $2s + 5 = 0$



(٣) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة $3 - s = 3$

٦	٤	٢	١-	٢-	ص
				٥-	ص

(ب) ارسم المُخطَّط البياني للمعادلة $3 - s = 3$

(ج) أين يتقاطع الرسم البياني مع محور السينات؟

(٤) (أ) أكمل الجدول التالي للمعادلة $3 - s = 3$

٦	٥	٤	٣	٢	١	٠	١-	٢-	ص
٣-						٣			ص

(ب) ارسم رسماً بيانياً للمعادلة $3 - s = 3$ متضمِّناً جميع النقاط في الجدول.

(٥) (أ) ارسم جدولاً لقيم $3s + 2 = 0$

(ب) ارسم رسماً بيانياً للمعادلة $3s + 2 = 0$

١٦-٤ المُعادلات في صورة $v = m \cdot s + j$

$v = 2s + 3$ $v = 5s - 4$ $v = 20s - 30$ $v = 5s - 10$

جميع المُعادلات السابقة في صورة $v = m \cdot s + j$ حيث تكون فيها m ، j عددًا.

قيم (m) في الأمثلة تساوي ٢، ٥، ٢٠، ٥، ٠، ٥-

وقيم (j) في الأمثلة تساوي ٣، ٤-، ٣٠، ١٠، ٤-

الرسم البياني للمعادلات السابقة سيكون دائمًا خطًا مُستقيمًا.

مثال ١٦-٤

(أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة $v = 5s + 10$

٣	٢	١	٠	١-	٢-	٣-	٥-
٢٥		١٥			٠		

(ب) ارسم رسمًا بيانيًا للخط المُستقيم $v = 5s + 10$

(ج) أثبت أن $(-20, -90)$ تقع على الخط المُستقيم ولكن $(20, 90)$ لا تقع على الخط المُستقيم.

الحل

(أ)

٣	٢	١	٠	١-	٢-	٣-	٥-
٢٥	٢٠	١٥	١٠	٥	٠	٥-	

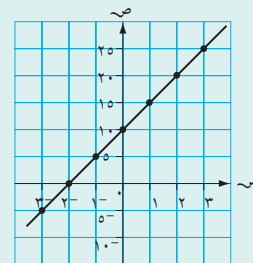
إذا كان $s = 2$ ، $20 = 10 + 2 \times 5 = v$ ∴

إذا كان $s = 0$ ، $10 = 10 + 0 \times 5 = v$ ∴

إذا كان $s = -1$ ، $5 = 10 + (-1) \times 5 = v$ ∴

إذا كان $s = -3$ ، $5- = 10 + (-3) \times 5 = v$ ∴

(ب)



مقياس الرسم على المحورين ليست متساويةً.

وقع الاختيار على تلك المقاييس حتي يُمكن تحديد موضع النقاط.

حدّد موضع النقاط وارسم خطًا خلالها مُستخدمًا المسطرة.

يجب أن يكون الخط خطًا مُستقيمًا.

(ج) إذا كان $s = -20$ ، إذن $v = 10 + (-20) \times 5 = -90$

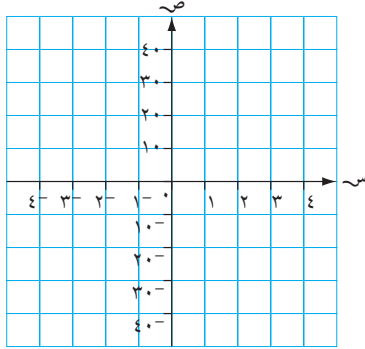
وبالتالي النقطة $(-20, -90)$ تحقق المعادلة $v = 5s + 10$

∴ النقطة تقع على الخط المُستقيم

إذا كان $s = 20$ ، ∴ $v = 10 + 20 \times 5 = 110$ لا يساوي ٩٠

∴ النقطة $(20, 90)$ لا تحقق المعادلة وبالتالي فهي لا تقع على الخط المُستقيم

تمارين ١٦-٤



(١) (أ) أكمل الجدول التالي للمعادلة $ص = ١٠ س$

س	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢	٣	٤
ص	-٤٠			١٠		١٠-			٤٠-

(ب) ارسم رسمًا بيانيًا للمعادلة $ص = ١٠ س$.

(٢) (أ) أكمل الجدول التالي للمعادلة $ص = ٥ س - ٢٠$

س	-٤	-٢	٠	٢	٤
ص	-٤٠		٢٠-		

(ب) ارسم رسمًا بيانيًا للمعادلة $ص = ٥ س - ٢٠$

(ج) اثبت أن $(٨٠, ٢٠)$ تقع على الخط $ص = ٥ س - ٢٠$

(٣) (أ) أكمل الجدول المقابل للمعادلة $ص = ٢٠ س - ١٠$



س	-٤	-٣	-٢	-١	٠	١	٢
ص	-٢٠-			١٠		٣٠	

(ب) ارسم رسمًا بيانيًا للمعادلة $ص = ٢٠ س - ١٠$

(ج) $(٧, ص)$ تقع على الخط $ص = ٢٠ س - ١٠$ ، أوجد قيمة $ص$

(د) $(س, ٦٠)$ تقع على الخط $ص = ٢٠ س - ١٠$ ، أوجد قيمة $س$

(٤) (أ) أكمل الجدول المقابل للمعادلة



س	-٢٠	-١٥	-١٠	-٥	٠	٥-	١٠-	١٥-	٢٠-
ص	-٧								١-

$$ص = ٢, ٠ س + ٣$$

(ب) ارسم رسمًا بيانيًا للمعادلة $ص = ٢, ٠ س + ٣$

(ج) $(٣, ص)$ تقع على الخط $ص = ٢, ٠ س + ٣$ ، أوجد قيمة $ص$

(٥) (أ) أين يتقاطع الخط $ص = ٥ س - ١٠$ مع محور الصادات؟



(ب) أين يتقاطع الخط $ص = ٥ س - ١٠$ مع محور السينات؟

ملخص

يجب أن تعرف أن:

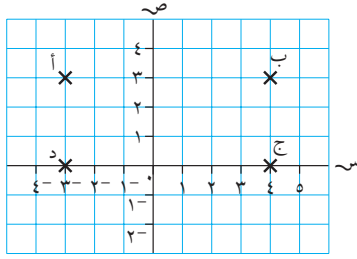
- ★ محور السينات أفقيٌّ ومحور الصادات عمودي.
- ★ في النقطة الإحداثية، الإحداثيُّ الأوَّل هو الإحداثيُّ السينيُّ والإحداثيُّ الثاني هو الإحداثيُّ الصاديُّ، ويمكن أن تكون الإحداثيات موجبةً أو سالبةً أو تساوي صفرًا.
- ★ الخطوط المُستقيمة على شبكة الإحداثيات لها معادلات خاصة بها.
- ★ خط المعادلة $س = أ يوازي محور الصادات$ وخط المعادلة $ص = ب يوازي مع محور السينات$.
- ★ يمكن رسم المعادلة $ص = م س + ج$ بيانياً
- ★ كتابة جدول القيم سيفيدك في رسم المخطط البياني.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ قراءة الإحداثيات للنقاط وتحديد موضعها.
- ★ التعرف على الرسوم البيانية للخطِّ المُستقيم الموازية لمحور السينات أو محور الصادات.
- ★ تكوين أزواج من الإحداثيات تناسب المُعادلة الخطية بحيث تكون ص مُعطاةً بصورة واضحة باستخدام المجهول س.
- ★ كتابة جداول للقيم.
- ★ استخدام الأرباع الأربعة كلها لتمثيل الرسوم البيانية للخطوط المُستقيمة بحيث تكون (ص) مُعطاةً بصورة واضحة باستخدام المجهول (س).
- ★ التعرف على المُعادلات في صورة $ص = م س + ج$ التي تمثل الرسم البياني للخطِّ المُستقيم.

تمارين ومسائل عامة

- (١) النقاط $(١, ٦-)$ ، $(٥, ٦-)$ ، $(٥, ٢-)$ هي ثلاث زوايا من مربع.
 (أ) ارسم المربع واكتب الإحداثيات للزاوية الرابعة. (ب) أوجد الإحداثيات لمركز المربع.
 (٢) (أ) ارسم زوايا متوازي الأضلاع عند النقاط $(٢, ٠)$ ، $(٢, ٦)$ ، $(٢, ٦)$ ، $(٢, ٢)$ ، $(٢, ٢)$ ، $(٢, ٢)$.
 (ب) ارسم قطري متوازي الأضلاع، واكتب الإحداثيات لنقطة تقاطع القطرين.
 (٣) أوجد معادلات الخطوط المستقيمة التي تصل بين النقاط التالية:



(أ) أ، د

(ب) د، ج

(ج) ج، ب

(د) ب، أ

- (٤) (أ) ارسم زوايا مُستطيل عند النقاط ر $(١, ١-)$ ، ل $(١, ٥)$ ، ي $(٣, ٥)$ ، ق $(٣, ١-)$

(ب) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يصل بين ر، ل

(ج) أوجد معادلة الخط المستقيم الذي يصل بين النقطتين ر، ق

(د) يحتوي المُستطيل على خطي تماثل. أوجد مُعادلة كل منهما.

$(٥, ٥)$ ، $(٣, ٥-)$ ، $(٣, ٥)$ ، $(٣, ١)$ ، $(٥, ٣)$ ، $(٣, ٣)$

- (٥) ثلاث من النقاط في الإطار المجاور تقع على

خط مستقيم، أوجد مُعادلة الخط المستقيم.

- (٦) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة $٤ - س = ص$

س	٣-	٢-	٠	٣	٦
ص		٦-		١-	

(ب) ارسم المُخطَّط البياني للمعادلة $٤ - س = ص$

(ج) أين يتقاطع الرسم البياني مع محور السينات؟

- (٧) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة $٢ + ٢س = ص$

س	٣-	١-	٠	٢	٣
ص		٠			٨

(ب) استخدم الجدول لرسم المُخطَّط البياني للمعادلة $٢ + ٢س = ص$

- (٨) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة $٦ - ٢س = ص$

س	١-	٠	٢	٣	٥
ص		٦			

(ب) استخدم الجدول لرسم المُخطَّط البياني للمعادلة $٦ - ٢س = ص$

- (٩) (أ) أكمل جدول القيم التالي للمعادلة $٢٠ + ١٠س = ص$

س	٣-	٢-	١-	٠	١	٢	٣
ص		٠				٤٠	

(ب) استخدم القيم في الجدول لرسم المُخطَّط البياني

للمعادلة $٢٠ + ١٠س = ص$

(ج) هل تقع $(١٨٠, ١٥)$ على الخط المستقيم للمعادلة؟ أعط سبباً لإجابتك.

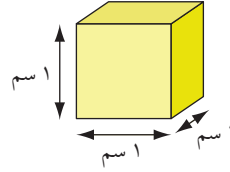
(د) إذا كانت النقطة تقع $(٦, ٦)$ (أ) تقع على الخط المستقيم؛ أوجد قيمة أ

الوحدة السابعة عشرة: الحجم ومساحة السطح

المفردات

تأكد من تعلمك وفهمك للمفردات الأساسية التالية:

- الحجم (volume)
- السنتيمتر المكعب (cubic centimetre)
- المليمتر المكعب (cubic millimetre)
- المتر المكعب (cubic metre)
- مساحة السطح (surface area)
- شبكة المُجسَّم (net)

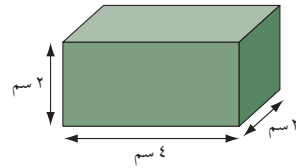


انظر إلى المكعب المقابل،
يبلغ طول المكعب وعرضه
وارتفاعه 1 سم.

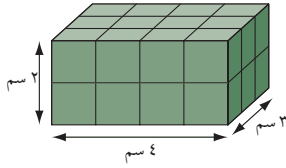
هذا يُسمى مكعب سنتيمتر،
أي أن حجمه يبلغ

واحد سنتيمتر مكعب (1 سم³)

طول مُتوازي المُستطيلات المُقابل 4 سم،
وعرضه 3 سم وارتفاعه 2 سم.



إذا قمت بتقسيم مُتوازي المُستطيلات إلى مكعبات سنتيمتر، فسيبدو كالشكل المقابل.
يمكنك أن ترى صفين من المكعبات وكل صف مكون من 12 مكعبًا.

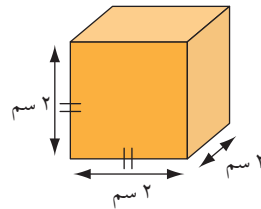


هذا يعني أن العدد الإجمالي لمكعبات السنتيمتر في مُتوازي المُستطيلات المُقابل
هو 24، أي أن حجم مُتوازي المُستطيلات 24 سم³

لاحظ أن $24 = (2 \times 3 \times 4)$ (الارتفاع \times العرض \times الطول)

مساحة سطح المكعب أو مُتوازي المُستطيلات هي المساحة الإجمالية لجميع الأوجه.

وحدات قياس مساحة السطح هي وحدات مُربَّعة، على سبيل المثال، ملم² أو سم² أو م²
هذا المكعب به ستة أوجه.



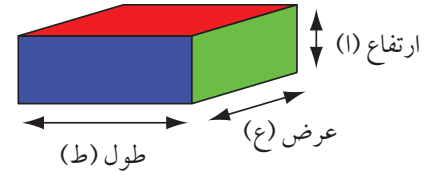
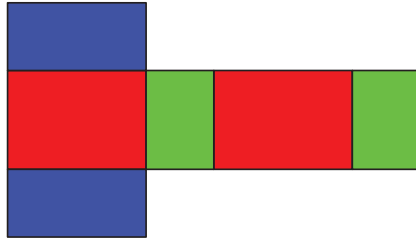
مساحة وجه واحد = $2 \times 2 =$

4 سم² =

مساحة سطح المكعب = $4 \times 6 =$

24 سم² =

هذه شبكة لمُجسّم مُتوازي المُستطيلات. يُمكن طيها لتشكّل مُتوازي المُستطيلات.



يُمكنك أن ترى أن لمُتوازي المُستطيلات وجهين لونها أزرق ووجهين لونها أحمر ووجهين لونها أخضر.

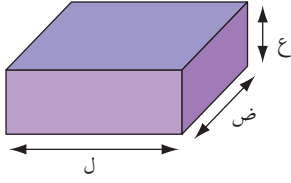
$$\text{مساحة الوجه الأحمر} = \text{الطول} \times \text{العرض}$$

$$\text{مساحة الوجه الأزرق} = \text{الطول} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{مساحة الوجه الأخضر} = \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

لإيجاد مساحة السطح، تحتاج إلى جمع جميع مساحات الأوجه معًا. مُتوازي المُستطيلات هذا به وجهان لكل لون فبالإضافة تحتاج إلى ضرب مساحة كل وجه في ٢، قبل جمعهم جميعًا معًا.

١٧-١ حساب حجم متوازي المستطيلات



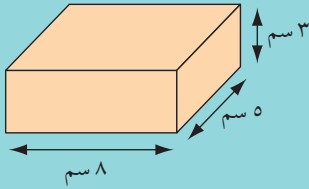
يمكنك إيجاد حجم متوازي المستطيلات باستخدام الصيغة:

$$\text{الحجم} = \text{الطول} \times \text{العرض} \times \text{الارتفاع}$$

$$\text{ح} = \text{ل} \times \text{ض} \times \text{ع}$$

إذا تمَّ قياس أضلاع متوازي المستطيلات بالمليمترات، ستكون وحدة قياس الحجم المليمتر المكعب (م^٣)، إذا تمَّ قياس أضلاع متوازي المستطيلات بالأمتار، ستكون وحدة قياس الحجم المتر المكعب (م^٣)

مثال ١٧-١



(١) أوجد حجم متوازي المستطيلات المقابل.

(٢) متوازي مستطيلات طوله ١, ٥ م وعرضه ٢, ٣ م وارتفاعه ١, ٨ م.

(أ) أوجد حجم متوازي المستطيلات.

(ب) استخدم التقدير للتحقق من صحة إجابتك.

الحل

استخدم الصيغة: الحجم = الطول × العرض × الارتفاع.

جميع الأبعاد بالسنتيمترات فالنتائج بالسنتيمتر^٣

استخدم الصيغة: الحجم = الطول × العرض × الارتفاع.

جميع الأطوال بالأمتار فالنتائج بالمتر^٣

للتقدير، قُم بتقريب جميع الأبعاد إلى أقرب عدد كامل.

$$\text{ح} = ٣ \times ٥ \times ٨ =$$

$$١٢٠ \text{ سم}^٣ =$$

$$\text{(أ) ح} = ١, ٨ \times ٣, ٢ \times ٥, ١ =$$

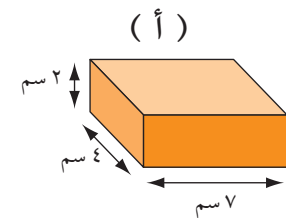
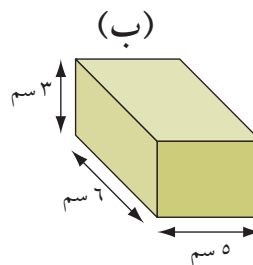
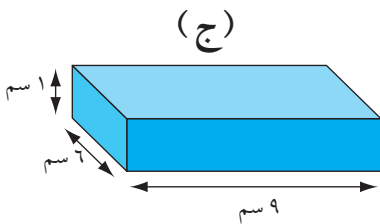
$$٣٧٦, ٢٩ \text{ م}^٣ =$$

$$\text{(ب) ح} = ٢ \times ٣ \times ٥ =$$

$$٣٠ \text{ م}^٣ =$$

تمارين ١٧-١

(١) أوجد حجم متوازي المستطيلات في كل مما يلي:



(٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاص بشذى.



السؤال: متوازي مستطيلات طوله ١٢ سم وعرضه ٩ سم وارتفاعه ٣٥ ملم.
فما حجم متوازي المستطيلات؟

الحل: الحجم = $12 \times 9 \times 35 = 3780$ سم^٣

اشرح الخطأ الذي وقعت فيه شذى وأوجد الإجابة الصحيحة.

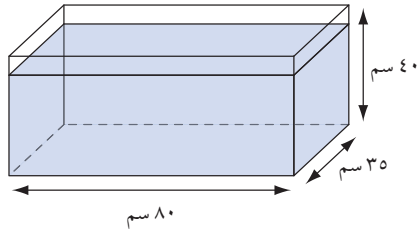
(٣) أكمل الجدول:

متوازي المستطيلات	الطول	العرض	الارتفاع	الحجم
(أ)	٥ سم	١٢ ملم	٦ ملم	□ ملم ^٣
(ب)	١٢ سم	٨ سم	٤ ملم	□ سم ^٣
(ج)	٨ م	٦ م	٩٠ سم	□ م ^٣
(د)	١,٢ م	٦٠ سم	٢٥ سم	□ سم ^٣

(٤) متوازي مستطيلات طوله ٣,٢ م وعرضه ٨,٤ م وارتفاعه ١,٢ م.

(أ) أوجد حجم متوازي المستطيلات.

(ب) تحقق من صحة إجابتك مُستخدماً التقدير.



(٥) اشترت نور حوض سمك.

أبعاد حوض السمك موضحة في الشكل المقابل.

ثم قامت بملء $\frac{4}{5}$ من ارتفاعه بالماء.

فما كتلة الماء الموجودة في حوض السمك؟ اكتب إجابتك بالكيلوغرام.

أعرف أن كتلة ١ سم^٣ من الماء تساوي ١ غرام.



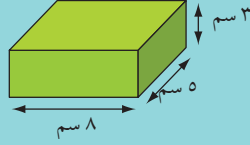
(٦) أكمل الجدول التالي:

متوازي المستطيلات	الطول	العرض	الارتفاع	الحجم
(أ)	٤ سم	٨ سم	٧ سم	
(ب)		٢ م	٦ م	٩٦ م ^٣
(ج)	٤,٢ سم		٣,٥ سم	١٤,٧ سم ^٣
(د)	٣,٦ سم	٥ ملم		٢١٦٠ ملم ^٣

٢-١٧ حساب مساحة المكعب ومتوازي المستطيلات

لايجاد مساحة متوازي المُستطيلات، تحتاج إلى جمع جميع مساحات الأوجه معًا.

مثال ٢-١٧



أوجد مساحة متوازي المُستطيلات المُقابل.

الحل

استخدم الصيغة: المساحة = الطول × العرض
استخدم الصيغة: المساحة = الطول × الارتفاع
استخدم الصيغة: المساحة = العرض × الارتفاع

مساحة الوجه العلوي = $5 \times 8 = 40 \text{ سم}^2$
مساحة الوجه الأمامي = $3 \times 8 = 24 \text{ سم}^2$
مساحة الوجه الجانبي = $3 \times 5 = 15 \text{ سم}^2$

المساحة الإجمالية لمتوازي المستطيلات = $15 \times 2 + 24 \times 2 + 40 \times 2$

اضرب مساحة كل وجه في ٢

اجمع المساحات معًا لإيجاد إجمالي مساحة متوازي المستطيلات.

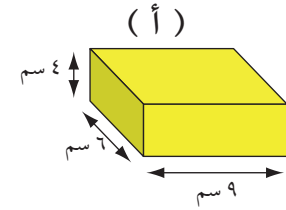
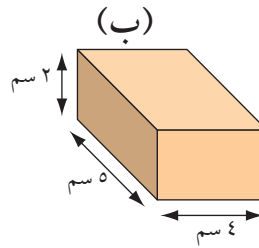
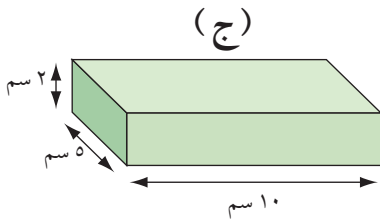
$$30 + 48 + 80 =$$

تذكر كتابة الوحدات في إجابتك.

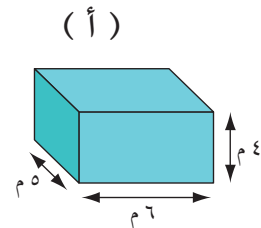
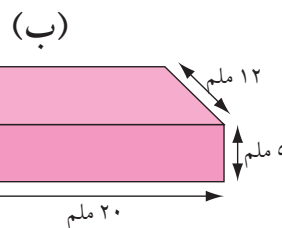
$$158 \text{ سم}^2 =$$

تمارين ٢-١٧

١ ارسم شبكة متوازي المستطيلات لكل مجسم فيما يلي ثم أوجد مساحته:

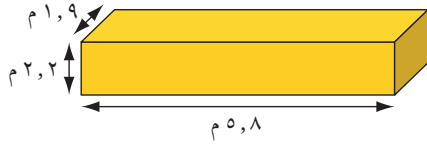


٢ أوجد مساحة متوازي المستطيلات في كل مما يلي:

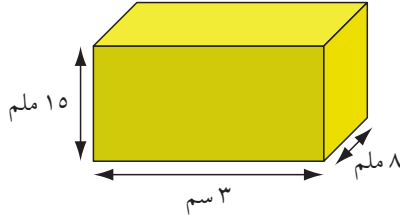


تأكد من كتابة إجاباتك بالوحدات الصحيحة.

١٧-٢ حساب مساحة المكعب ومتوازي المستطيلات



(٣) (أ) أوجد مساحة سطح مُتوازي المُستطيلات المقابل.
(ب) وضح كيفية استخدام التقدير للتحقق من صحة إجابتك
عن الجزئية (أ).



(٤) أوجد مساحة سطح مُتوازي المُستطيلات المقابل
بوحدة القياس الآتية:

(أ) ملم^٢

(ب) سم^٢



(٥) الشكل المقابل مُتوازي مُستطيلات، حجمه ١٦٢ سم^٣ وارتفاعه ٤٥ ملم،
الوجه الجانبي له مربع الشكل، أوجد مساحة مُتوازي المُستطيلات.



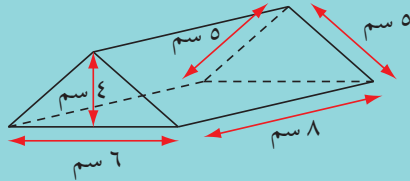
١٧-٣ حساب مساحات أسطح المُجسّمات الأخرى

مساحة المجسم هي المساحة الإجمالية لجميع الأوجه.

لحساب مساحة مجسم ما اتبع الخطوات التالية:

- (١) ارسم شبكة المجسم.
- (٢) أوجد مساحة كل الأشكال المستوية (أوجه المجسم) المكونة للشبكة .
- (٣) أوجد المساحة الإجمالية للمجسم بجمع مساحات جميع الأوجه.

مثال ١٧-٣

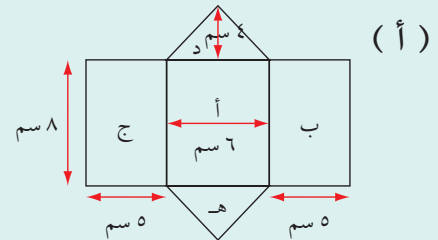


في الشكل المقابل منشور ثلاثي.

- (أ) ارسم شبكة المنشور.
- (ب) أوجد مساحة المنشور.

الحل

لدى المنشور قاعدة مُستطيلة (أ)،
أبعادها ٨ سم و ٦ سم.
ووجهان مُستطيلان (ب)، (ج) أبعادهما
٨ سم و ٥ سم.
ولديه وجهان مُثلثان (د)، (هـ)، طول قاعدة كلٍّ
منهما ٦ سم وارتفاع كلا منهما يساوي ٤ سم .
أوجد مساحة المُستطيل (أ) .



أوجد مساحة المُستطيل (ب) ولاحظ أنّ
(ج)، (ب) متساويان في المساحة.
أوجد مساحة مُثلث (د) ولاحظ أنّ
(هـ)، (د) متساويان في المساحة.

تذكّر كتابة ٢×٤٠ ، ٢×١٢
اجمع المساحات معاً.
تذكّر كتابة الوحدة (سم^٢)

(ب) المساحة (أ) = $ل \times ض = ٨ \times ٦$

= $٤٨ \text{ سم}^٢$

المساحة (ب) = $ل \times ض = ٨ \times ٥$

= $٤٠ \text{ سم}^٢$

المساحة (د) = $\frac{١}{٢} \times القاعدة \times الارتفاع = \frac{١}{٢} \times ٦ \times ٤$

= $١٢ \text{ سم}^٢$

إجمالي المساحة = $(٢ \times ١٢) + (٢ \times ٤٠) + ٤٨$

= $٢٤ + ٨٠ + ٤٨$

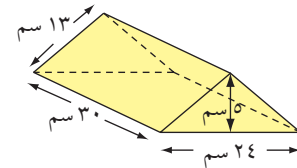
= $١٥٢ \text{ سم}^٢$

تمارين ١٧-٣

(١) لكل من المُجسّمات الآتية:

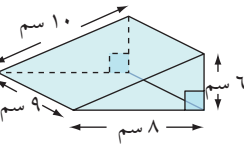
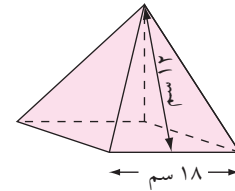
(١) ارسم شبكة المجسم

(أ) منشور ثلاثي (قاعدته مثلث متطابق الضلعين)



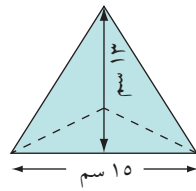
(ج) هرم رباعي

(جميع المُثلثات متساوية في المساحة)



(د) هرم ثلاثي

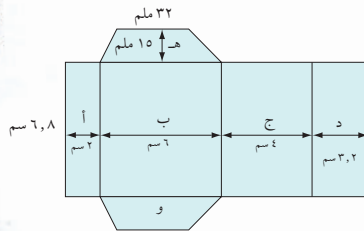
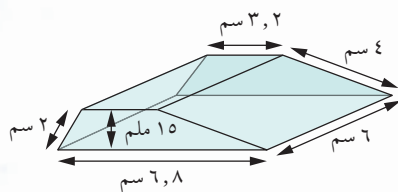
(جميع المُثلثات متساوية في المساحة)



(٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاص بهلال.

(أ) اشرح الأخطاء التي وقع فيها هلال.

(ب) أوجد الإجابة الصحيحة.



السؤال: أوجد مساحة المنشور المقابل.

الحل: مساحة (أ) = $6,8 \times 2 = 13,6$ سم^٢

مساحة (ب) = $6,8 \times 6 = 40,8$ سم^٢

مساحة (ج) = $6,8 \times 4 = 27,2$ سم^٢

مساحة (د) = $6,8 \times 3,2 = 21,76$ سم^٢

مساحة (هـ) = $10 \times (6 + 3,2) \times \frac{1}{2} =$

$10 \times 9,2 \times \frac{1}{2} =$

مساحة (و) = مساحة (هـ)

إجمالي مساحة أوجه المنشور = $13,6 + 21,76 + 27,2 + 40,8 + 69 = 172,36$ سم^٢

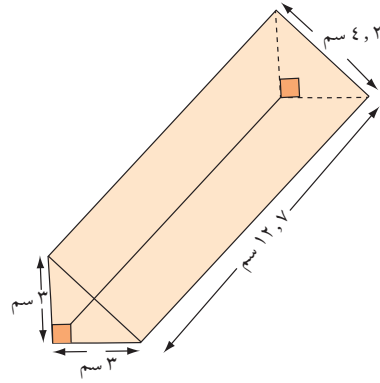
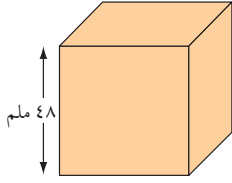


٣) رسمت مها مُكعبًا طول ضلعه ٤٨ ملم.

ومنشورًا ثلاثيًا بالأبعاد المُوضّحة في الشكل المقابل.

تعتقد مها أنّ مساحة المكعب تساوي مساحة المنشور الثلاثي.

هل مها على حقّ؟ وضّح كيف توصلت إلى إجابتك.



ملخص

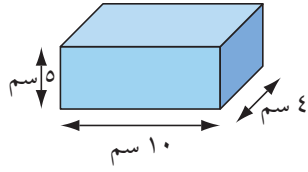
يجب أن تعرف أن:

- ★ صيغة حجم مُتوازي المُستطيلات هي:
الحجم = الطول × العرض × الارتفاع.
- ★ مساحة المُكعب أو مُتوازي المُستطيلات هي
المساحة الإجمالية لجميع الأوجه.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ استنتاج مُعادلة حجم مُتوازي المُستطيلات
واستخدامها.
- ★ حساب أبعاد ومساحة وحجم متوازي
المُستطيلات.
- ★ استخدام الشبكات البسيطة للمُجسّمات لإيجاد
المساحة الإجمالية الخاصّة بها.

تمارين ومسائل عامة



في الشكل المقابل مجسم لمتوازي مستطيلات:

(أ) أوجد حجم المجسم

(ب) ارسم شبكة المجسم

(ج) أوجد المساحة الإجمالية للمجسم

(٢) فيما يلي جزء من الواجب المنزلي الخاص بسندس.

اشرح الخطأ الذي وقعت فيه سندس وأوجد الإجابة الصحيحة.



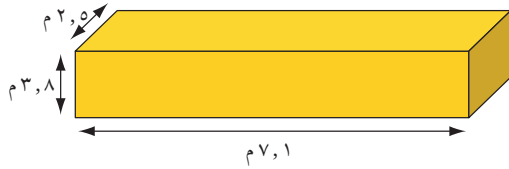
السؤال: متوازي مستطيلات طوله ١٥ ملم وعرضه ٨ ملم وارتفاعه ١٢ ملم.

ما حجم متوازي المستطيلات؟

الحجم = ١٥ + ٨ + ١٢

= ٣٥ ملم

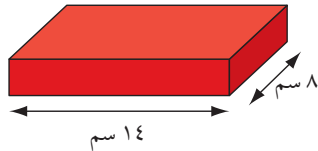
الحل:



(٣) (أ) أوجد مساحة متوازي المستطيلات المقابل.

(ب) وضح كيفية استخدام التقدير للتحقق من صحة إجابتك

عن الجزئية (أ).



(٤) في الشكل المقابل متوازي مستطيلات طوله ١٤ سم، وعرضه ٨ سم وحجمه

٦٧٢ سم^٣، أوجد مساحته.



حجم العلب: ٢٥٠ ميليلترًا
تغطية الطلاء: ٥, ٤ م لكل لتر

(٥) لدى ريم حاوية معدنية مغلقة على شكل متوازي مستطيلات.

طولها ٤, ٢ م وعرضها ٢, ١ م وارتفاعها ٦, ٠ م. تخطت ريم

لطلاء جميع الأوجه الخارجية للحاوية، بما في ذلك الغطاء،

طبقتين من الطلاء المعدني.

(أ) أوجد المساحة التي تحتاج ريم لطلائها.

(ب) كم عدد علب الطلاء التي تحتاج ريم شراءها؟



مراجعة نهاية الفصل الدراسي



(١) أوجد ناتج كل مما يلي:

(أ) $3\frac{1}{4} + 2\frac{5}{6}$

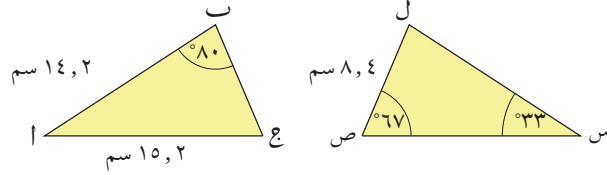
(ب) $2\frac{5}{9} - 4\frac{1}{3}$

(٢) أوجد ناتج عمليّات الضرب والقسمة، واكتب كل مما يلي في صورة عدد كسري في أبسط صورة:

(أ) $\frac{1}{3} \times \frac{1}{4}$ (ب) $\frac{2}{5} \div \frac{1}{4}$ (ج) $9 \times \frac{5}{8}$ (د) $\frac{5}{8} \div 9$ (هـ) $\frac{2}{5}$ من ٣٠ كغم

(٣) أوجد ناتج $84 \div 2, 0$

(٤) في الشكل المقابل مثلثان متطابقان.



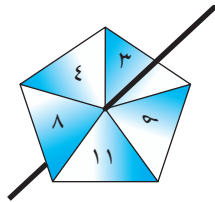
(أ) ما طول كل ضلع: (١) ل س (٢) س ص (٣) ب ج

(ب) ما قياس كل من الزوايا: (١) ا ج ب (٢) ص ل س (٣) ب ا ج

(٥) ارسم خطوط التماثل لكل شكل فيما يلي:



(٦) لدى فهد دوّار به خمسة أجزاء.



(أ) إذا قام فهد بلف الدوّار مرّة واحدة، ما احتمال أن يكون العدد الذي استقر عليه الدوّار:

(١) ٤ (٢) عددًا فرديًا (٣) عددًا أصغر من ٥

(ب) يقوم فهد بلف الدوّار ٥٠ مرّة، كم مرّة (من الخمسين لفة) تتوقّع أن يستقر الدوّار على العدد ٩؟

(٧) وضعت المعلمة اختبار رياضيات لطالبات صفها، فكان مجموع درجات الطالبات (من الدرجة النهائية ٢٠) على النحو الآتي:

٢	١٨	١١	١٠	٧	٢٠	١	١٢	٣	١٢	١٩	٩	١٧	١٦
١٧	٨	١٢	٩	١٨	١٥	١٥	١٩	٧	٦	١٦	٣	١٢	٨

(أ) أكمل الجدول التكراري التالي:

مجموع الدرجات	علامة العدّ	التكرار
٥-١		
١٠-٦		
١٥-١١		
٢٠-١٦		

(ب) كم عدد الطالبات في الصف؟

(ج) كم عدد الطالبات اللاتي كان مجموع درجاتهم أقل من ١١؟

اشرح كيف توصلت للإجابة.

(٨) يوضّح الجدول التالي عدد الأشخاص الذين ذهبوا إلى معرض المنتجات المحلية خلال يومين.

الإجماليّ	النساء	الرجال	
٣٠٠	١٨٠	١٢٠	الإثنين
٢٧٥	١٣٥	١٤٠	الثلاثاء

(أ) ما النسبة المئوية للرجال في يوم الإثنين؟

(ب) أوجد انخفاض النسبة المئوية للنساء اللاتي ذهبن إلى المعرض يوم الثلاثاء بالمقارنة بيوم الإثنين؟

(٩) وظّفت شركة تسعة موظفين.

يوضّح الجدول التالي عدد الأيام التي تأخّر فيها كلُّ شخص عن العمل، خلال سنة واحدة.

الشخص	خديجة	محمود	شيماء	عمر	أكرم	مازن	فهد	نوال	مراد
عدد أيام التأخير عن العمل	٢	٠	١٠	٠	٤	١	٦	٤	٠

(أ) أوجد: (١) المنوال (٢) الوسيط

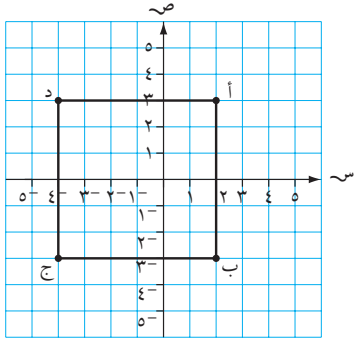
(ب) تقول شيماء: «الوسط الحسابي لعدد الأيام التي تأخّر فيها الأشخاص عن العمل هو ١٢»

(١) بدون إيجاد الوسط الحسابي فعلياً، كيف تقول أن شيماء ليست على صواب؟

(٢) أوجد الوسط الحسابي الصحيح لعدد الأيام التي تأخّر فيها هؤلاء الأشخاص عن العمل.

١٠) فك الأقواس ثم بسط العبارة الجبرية: $6(3س + ١) - 4(س + ٥)$

١١) انظر إلى الرسم البياني في الشكل المقابل:



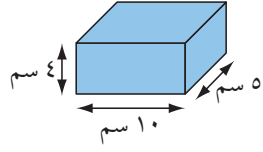
(أ) ما الإحداثيات للنقطة د؟

(ب) ما معادلة الخطّ المستقيم الذي يصل بين النقطتين ب، ج

(ج) ما الإحداثيات لمركز المربع أ ب ج د؟

١٢) ارسم الرسم البياني للمعادلة $ص = ٣س - ٢$

١٣) في الشكل المقابل متوازي المُستطيلات.



(أ) أوجد الحجم.

(ب) ارسم شبكة متوازي المُستطيلات.

(ج) استخدم الشبكة لإيجاد مساحة متوازي المُستطيلات.

قاموس المصطلحات



١٥	عدد المرات التي يبدو فيها الشكل كما هو خلال دورة واحدة كاملة	رتبة التماثل الدوراني (rotational symmetry order)
١٥	خطٌ يقسم الشكل إلى جزئين، ويكون الجزئان متماثلين تمامًا	خطُّ التماثل (line of symmetry)
١٥	يحتوي على خط تماثل واحد على الأقل، أو على تماثل دوراني من الرتبة الثانية أو أكثر	متطابق (congruent)
١٥	الضلع المقابل للزاوية القائمة، في مثلث قائم الزاوية	وتر المثلث القائم (hypotenuse)
٣٢	مجموعة من الأسئلة المكتوبة مع خيارات للإجابة	الاستبيان (questionnaire)
٣٢	عملية يُمكن تكرارها، مثل رمي حجر النرد	التجربة (experiment)
٣٢	طريقة لجمع المعلومات من خلال طرح الأسئلة أو الملاحظة	الدراسة الاستقصائية (survey)
٣٢	جزء محدد من مجتمع إحصائي كبير	العينة (sample)
٣٢	إجمالي مجموعة الأشخاص أو العناصر أو الأحداث قيد الاستقصاء	المجتمع الإحصائي (population)
٣٢	حقائق تنتج عادةً عن البيانات المجمعة	المعلومات (information)
٣٢	البيانات الأساسية التي يتم جمعها من خلال تسجيل الأشياء التي تتم مشاهدتها	الملاحظة (observation)

٩٥،٣٢	جدول يسرد عددًا أو مرّات تكرار العناصر من كلّ فئة في مجموعة بيانات	الجدول التكراري (frequency table)
٦٥	عدد بين ١،٠ يُستخدَم لقياس فرصة حدوث شيء ما	الاحتمال (probability)
٦٥	الاحتمال الذي يتمُّ تقديره من خلال البيانات	الاحتمال التجريبي (experimental probability)
٦٥	الاحتمال الذي يتمُّ إيجادَه باستخدام نتائج الاحتمالات المتساوية	الاحتمال النظري (theoretical probability)
٦٥	فعلٍ يمكن أن تكون له نتائج مختلفة؛ فرمي حجر النرد يعدُّ حدثًا، والحصول على العدد ٦ يعدُّ نتيجةً	الحدث (event)
٦٥	النتيجة المُحتملة لحدث ما؛ فرمي حجر النرد هو الحدث، بينما الحصول على العدد ستة هو الناتج	النتيجة (outcome)
٦٥	مُصطلح يصف موقفًا يمكن أن تتباين فيه النتائج وعادةً ما تكون الاحتمالات فيه متساوية	عشوائي (random)
٦٥	أقلُّ من احتمال متساوٍ	غير مرجح (unlikely)
٦٥	تكون النتيجةتان متنافيتين إذا لم يكن من المُمكن حدوثهما معًا في نفس الوقت	متنافية (mutually exclusive)
٦٥	أكثر من احتمال متساوٍ	مرجح (likely)
٦٥	خطُّ أعدادٍ لتوضيح الاحتمالات	مقياس الاحتمال (probability scale)
٦٥	تقريب العدد أو الكميّة، استنادًا إلى الحساب باستخدام الأعداد المقربة	يقدر (estimate)

٧٩	أن يصبح الشيء أكبر أو أكثر عددًا	يزداد (increase)
٩٥	علم جمع ووصف وتفسير البيانات وفق مقاييس إحصائية محددة	الإحصاء (statistic)
٩٥	عدد المرات التي يتكرر فيها العدد في مجموعة ما	التكرار (frequency)
٩٥	الفئة التي لها أعلى تكرار.	الفئة المنوالية (modal class)
٩٥	دائرة مُقسّمة إلى قطاعات، وكلُّ قطاع يُمثّل جزءًا من الدائرة بأكملها	المُخطّط الدائريُّ (pie chart)
٩٥	الفرق بين أكبر عدد وأصغر عدد في مجموعة ما	المدى (range)
٩٥	العدد الأكثر تكرارًا في المجموعة	المنوال (mode)
٩٥	لإيجاد الوسط الحسابي لمجموعة أعداد، قم بجمعها واقسم الناتج على عددها	الوسط الحسابي (mean)
٩٥	العدد الأوسط عند كتابة مجموعة الأعداد بالترتيب	الوسيط (median)
١١٢	خطوط يتم رسمه على شبكة الإحداثيات	الرسم البيانيُّ (graph)
١١٢	علاقة تربط بين متغيرين	المعادلة (equation)
١١٢	المحور الأفقيُّ على شبكة الإحداثيات	محور السينات (x-axis)

١١٢	المحور الرأسي على شبكة الإحداثيات	محور الصادات (y-axis)
١١٢	نقطة تقاطع محوري الإحداثيات	نقطة الأصل (origin)
١١٢	النقطة في منتصف القطعة المُستقيمة	نقطة المُتصف (mid-point)
١٣٤	مخطط مسطح يُمكن طيّه لتكوين أوجه المُجسّم	شبكة المُجسّم (net)
١٣٤	المساحة الإجمالية لجميع أوجه المجسم	مساحة المجسم (surface area)

شكر وتقدير

يتوجه المؤلفون والناشرون بالشكر الجزيل إلى جميع من منحهم حقوق استخدام مصادرهم أو مراجعهم وبالرغم من رغبتهم في الإعراب عن تقديرهم لكل جهد تم بذله، وذكر كل مصدر تم استخدامه لإنجاز هذا العمل، إلا أنه يستحيل ذكرها وحصرها جميعًا وفي حال إغفالهم لأي مصدر أو مرجع فإنه يسرهم ذكره في النسخ القادمة من هذا الكتاب.

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ