سلطنة عمان
وزارة التربية والتعليم

الرياضيات

كتاب الطالب

الصف الثامن
الفصل الدراسي الأول

الطبعة التجريبية ١٤٤٠هـ – ٢٠١٩م

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

CAMBRIDGE
UNIVERSITY PRESS

الرمز البريدي CB2 8BS، المملكة المتحدة.

تشكل مطبعة جامعة كامبريدج جزءًا من الجامعة.

وللمطبعة دور في تعزيز رسالة الجامعة من خلال نشر المعرفة، سعيًا

وراء تحقيق التعليم والتعلم وتوفير أدوات البحث على أعلى مستويات التميز العالمية .

© مطبعة جامعة كامبريدج ووزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

يخضع هذا الكتاب لقانون حقوق الطباعة والنشر، ويخضع للاستثناء التشريعي المسموح به قانونًا ولأحكام التراخيص ذات الصلة.

لا يجوز نسخ أي جزء من هذا الكتاب من دون الحصول على الإذن المكتوب من مطبعة جامعة كامبريدج ومن وزارة التربية والتعليم في سلطنة عُمان.

الطبعة التجريبية ٢٠١٩م

طُبعت في سلطنة عُمان

هذه نسخة تمَّت مواءمتها من كتاب الطالب – الرياضيات للصف الثامن – من سلسلة كامبريدج للرياضيات في المرحلة الثانوية للمؤلفين ماري جونز وديان فيلوز – فريمان وديفيد سانغ.

تمت مواءمة هذا الكتاب بناءً على العقد الموقع بين وزارة التربية والتعليم ومطبعة جامعة كامبريدج رقم ٤٥/ ٢٠١٧.

لا تتحمل مطبعة جامعة كامبريدج المسؤولية تجاه توفُّر أو دقة المواقع الإلكترونية المستخدمة في هذا الكتاب، ولا تؤكد بأن المحتوى الوارد على تلك المواقع دقيق وملائم، أو أنه سيبقى كذلك.

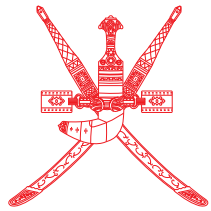
تمت مواءمة الكتاب

بموجب القرار الوزاري رقم ٣٧٠ / ٢٠١٧ واللجان المنبثقة عنه

جميع حقوق الطبع والنشر والتوزيع محفوظة

لوزارة التربية والتعليم

حضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد المعظم



النَّشيدُ الوَطَنِي

يـــا رَبَّـــنـــا احْـــفَـــظْ لنا جَـــلالَـــةَ الـــسُّـــلْـــطـــان
وَالـــشَّـــعْـــبَ فـــي الأَوْطـــانْ بِـــالْـــعِـــزِّ والأَمـــــان
وَلْـــيَـــدُمْ مُـــؤَيَّـــدًا عـــاهِـــلاً مُـــمَـــجَّـــدًا

بِالنُّفوسِ يُفْتَدى

يـــا عُمانُ نَحْـــنُ مِن عَهْـــدِ النَّبي أَوفِـــيـــاء مِـــن كِـــرامِ الْـــعَـــرَبِ
أَبْـــشِـــري قـــابـــوسُ جـــاءْ فَـــلْـــتُـــبـــارِكْـــهُ الـــسَّـــمـــاء

وَاسْعَدي ولْتَقيه بِالدُّعاء

بسم الله الرحمن الرحيم

تقديم

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على خير المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد ،،،

انطلاقًا من التوجيهات السامية لحضرة صاحب الجلالة السلطان قابوس بن سعيد المعظم – حفظه الله ورعاه – بضرورة إجراء تقييم شامل للمسيرة التعليمية في السلطنة من أجل تحقيق التطلعات المستقبلية، ومراجعة سياسات التعليم وخططه وبرامجه، حرصت وزارة التربية والتعليم على تطوير المنظومة التعليمية في جوانبها ومجالاتها المختلفة كافة؛ لتلبي متطلبات المجتمع الحالية، وتطلعاته المستقبلية، ولتتواكب مع المستجدات العالمية في اقتصاد المعرفة، والعلوم الحياتية المختلفة، بما يؤدي إلى تمكين المخرجات التعليمية من المشاركة في مجالات التنمية الشاملة للسلطنة.

وقد حظيت المناهج الدراسية باعتبارها مكونًا أساسيًّا من مكونات المنظومة التعليمية بمراجعة مستمرة وتطوير شامل في نواحيها المختلفة، بدءًا من المقررات الدراسية، وطرائق التدريس، وأساليب التقويم وغيرها؛ وذلك لتتناسب مع الرؤية المستقبلية للتعليم في السلطنة، ولتتوافق مع فلسفته وأهدافه.

وقد أولت الوزارة مجال تدريس العلوم والرياضيات اهتمامًا كبيرًا يتلاءم مع مستجدات التطور العلمي والتكنولوجي والمعرفي، ومن هذا المنطلق اتجهت إلى الاستفادة من الخبرات الدولية؛ اتساقًا مع التطور المتسارع في هذا المجال من خلال تبني مشروع السلاسل العالمية في تدريس هاتين المادتين وفق المعايير الدولية؛ من أجل تنمية مهارات البحث والتقصي والاستنتاج لدى الطلاب، وتعميق فهمهم للظواهر العلمية المختلفة، وتطوير قدراتهم التنافسية في المسابقات العلمية والمعرفية، وتحقيق نتائج أفضل في الدراسات الدولية.

إن هذا الكتاب بما يحويه من معارف ومهارات وقيم واتجاهات جاء محققًا لأهداف التعليم في السلطنة، وموائمًا للبيئة العمانية، والخصوصية الثقافية للبلد بما يتضمنه من أنشطة وصور ورسومات، وهو أحد مصادر المعرفة الداعمة لتعلم الطالب بالإضافة إلى غيره من المصادر المختلفة.

متمنية لأبنائنا الطلاب النجاح، ولزملائنا المعلمين التوفيق فيما يبذلونه من جهود مخلصة لتحقيق أهداف الرسالة التربوية السامية؛ خدمة لهذا الوطن العزيز تحت ظل القيادة الحكيمة لمولانا حضرة صاحب الجلالة السلطان المعظم، حفظه الله ورعاه.

والله ولي التوفيق

د. مديحة بنت أحمد الشيبانية

وزيرة التربية والتعليم

مقدمة كتاب الطالب

مرحبًا بك في مقرر كتاب الرياضيات للصف الثامن

يغطي مقرر كتاب الرياضيات إطار الرياضيات الثانوي ١ وينقسم إلى الصفين السابع والثامن. يغطي هذا الكتاب كل ما تحتاج لمعرفته عن الفصل الدراسي الأول للصف السابع.

كما يوجد كتابين آخرين في هذه السلسلة يغطيان الفصل الدراسي الثاني للصف السابع، بالإضافة إلى الصف الثامن. تمنحك هذه الكتب مجتمعة أساسًا قويًا في الرياضيات.

في نهاية كل فصل دراسي، قد يطلب إليك معلّمك خوض اختبار تقييم المستوى للوقوف على المستوى الذي وصلت إليه. سيساعدك هذا الكتاب على معرفة كيفية تطبيق معرفتك في الرياضيات لتؤدي بشكل جيد في هذا الاختبار.

يتكون المقرر من ستة محاور:

الأعداد القياس الهندسة

الجبر معالجة البيانات حل المشكلات

يحتوي هذا الكتاب وكتاب الفصل الدراسي الثاني معًا على ١٧ فصلاً، ويرتبط كل منها بواحد من المحاور الخمسة الأولى. ويتم تضمين محور حل المشكلات في كل الوحدات. لا توجد خطوط واضحة تفصل بين المحاور الخمسة في الرياضيات؛ فالمهارات التي يتم تعلمها في إحدى الوحدات عادةً ما تُستخدم في الوحدات الأخرى.

يبدأ كل فصل بمقدمة، مع سرد المفردات في مربع أزرق اللون؛ ويعمل ذلك على تجهيزك لما سوف تتعلمه في الوحدة. وفي نهاية كل فصل يوجد مربع يحتوي على ملخص لتذكيرك بما تعلمته.

ينقسم كل فصل إلى عدة وحدات أو موضوعات؛ وتحتوي كل وحدة على مقدمة تشرح محتوى الموضوع، وعادةً ما يكون ذلك باستخدام أمثلة محلولة. كما تتوفر تلميحات مفيدة في مربعات زرقاء اللون. وفي نهاية كل وحدة هناك تمرين، وينتهي كل فصل بتمرين للمراجعة. تشجعك الأسئلة الموجودة في التمارين على تطبيق معرفتك الرياضية وتطوير فهمك للمادة الدراسية.

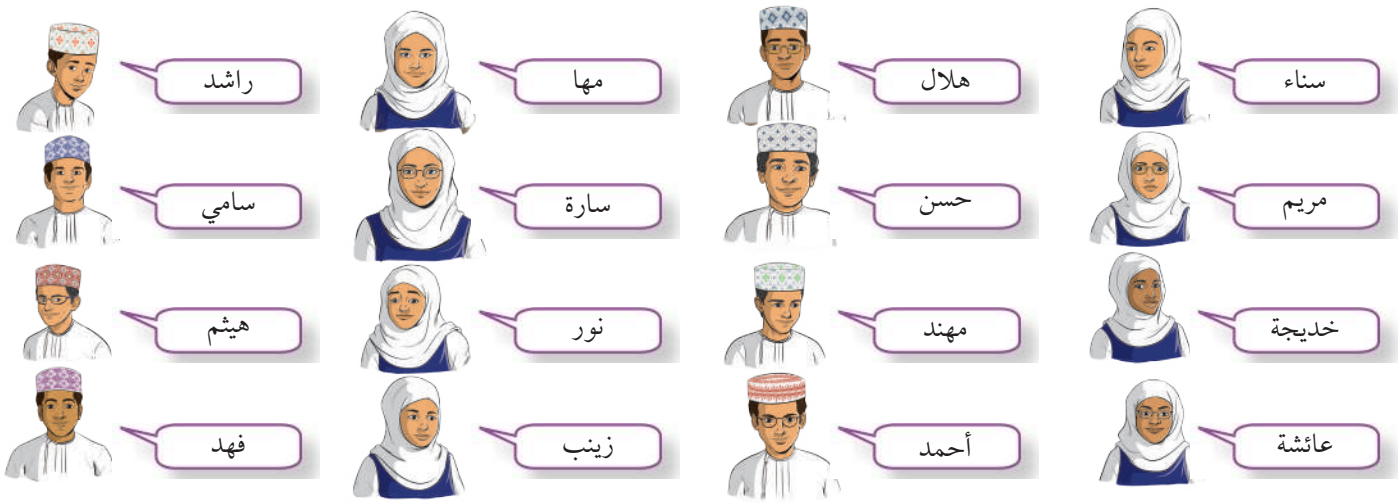
بالإضافة إلى تعلم المهارات الرياضية، فأنت بحاجة إلى تعلّم متى وكيف تستخدمها. وتعد مهارة كيفية حل المشكلات واحدة من أهم المهارات الرياضية التي يجب أن تتعلمها.

عندما ترى هذا الرمز، فإن ذلك يعني أن السؤال سيساعدك على تطوير مهاراتك في حل المشكلات.

أثناء دراسة هذا المقرر، ستتعلم الكثير من الحقائق والمعلومات والتقنيات؛ وستبدأ بالتفكير كعالم رياضيات. سوف تناقش الأفكار والأساليب مع الطلاب الآخرين وكذلك مع معلّمك.

تعتبر هذه المناقشات جزء مهم من تطوير مهاراتك وفهمك في الرياضيات.

تابع هؤلاء الطلاب أدناه الذين سيطرحون الأسئلة ويقدمون الاقتراحات ويشاركون في أنشطة الوحدات.



المحتويات

الوحدة (١) الأعدادُ الصحيحةُ والقُوى والجذورُ

١-١ الأعدادُ المُوجَّهة ١٢

١-٢ الجذورُ التربيعيَّة والجذورُ التكعيبيَّة ١٦

١-٣ الأُسُس ١٨

١-٤ استخدامُ الأُسُس ٢٠

مراجعة نهاية الوحدة ٢٣

الوحدة (٢) القيمة المكانية والترتيب والتقريب

٢-١ ضرب الأعداد العشريَّة وقسمتها ذهنيًّا ٢٠

٢-٢ الضرب في قوى العدد ١٠ والقسمة عليها ٢٢

٢-٣ التقريب ٢٤

٢-٤ ترتيبُ العمليَّات ٢٦

مراجعة نهاية الوحدة ٢٨

الوحدة (٣) الشبكات والزَّوايا

٣-١ رسمُ شبكاتٍ للمُجسَّمات ٣٠

٣-٢ شرحُ خصائصِ الزَّوايا ٣٢

٣-٣ حلُّ مسائل الزَّوايا ٣٥

مراجعة نهاية الوحدة ٣٨

الوحدة (٤) الكسور

٤-١ كتابةُ الكسرِ في أبسطِ صورةٍ ٤٠

٤-٢ جمعُ الكسور وطرحُها ٤١

٤-٣ ضرب الكسور ٤٣

٤-٤ قسمةُ الكسورِ ٤٥

٤-٥ التعامُل مع الكسور ذهنيًّا ٤٧

مراجعة نهاية الوحدة ٤٩

الوحدة (٥) المُعادلاتُ والعباراتُ والصيغ

٥-١ كتابةُ المُعادلاتِ وحلُّها ٥٣

٥-٢ تبسيطُ العباراتِ الجَبريَّة ٥٥

٥-٣ كتابةُ العباراتِ الجَبريَّة ٥٦
٥-٤ التعويض في العباراتِ ٥٨
٥-٥ اشتقاقُ المُعادلاتِ واستخدامُها ٥٩
٥-٦ التحليلُ إلى عوامل ٦١
٥-٧ جمعُ الكسورِ الجَبريَّةِ وطرحُها ٦٢
٥-٨ فكُّ ناتجِ عبارتين خطيَّتين ٦٤
مراجعة نهاية الوحدة ٦٦
الوحدة (٦) المساحة والمُحيط والحجم
٦-١ تحويلُ وحداتِ المساحة والحجم ٦٨
٦-٢ استخدامُ الهكتارات ٧٠
٦-٣ حلُّ مسائلِ الدائرة ٧١
٦-٤ العمليَّات الحسابيَّة المتعلِّقة بالمنشور والأسطوانة ٧٣
مراجعة نهاية الوحدة ٧٦
الوحدة (٧) الاحتمالات
٧-١ احتمالُ عدم حدوث نتيجةٍ ما ٧٨
٧-٢ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي ٧٩
٧-٣ كتابةُ قائمةٍ بالنتائج المُحتملة ٨١
٧-٤ الاحتمالات التجريبيَّة والنظريَّة ٨٣
مراجعة نهاية الوحدة ٨٦
الوحدة (٨) النسب المئويَّة
٨-١ استخدامُ الطرقِ الذهنيَّة ٨٨
٨-٢ مقارنةُ الكميَّاتِ المُختلفةِ ٨٩
٨-٣ تغييراتُ النسبةِ المئويَّةِ ٩٠
٨-٤ أمثلةٌ عمليَّةٌ ٩١
مراجعة نهاية الوحدة ٩٣
مراجعة نهاية العام ١٤٣
قاموس المصطلحات ١٤٦

يدور علمُ الرياضيَّاتِ حول كيفيَّة إيجادِ الأنماط.

كيف تعلَّمت لأوَّلِ مرةٍ طريقةَ جمعِ وضربِ الأعدادِ الصحيحةِ السالبةِ؟

من المُحتملِ أن تكونَ قد تعلَّمت ذلك في البدايةِ من خلالِ استخدامِ جدولِ الجمعِ أو جدولِ الضربِ للأعدادِ الموجبةِ ثُمَّ التوسُّعِ في ذلك من خلال دراسةِ جداولِ الجمعِ والضربِ للأعدادِ السالبةِ. إنَّ الأنماطَ المُوضَّحة بالجداول أدناه من المُمكن أن تساعدك في تعلُّم جمعِ وضربِ الأعدادِ الصحيحةِ السالبةِ.

المُفردات

تأكَّد من تعلُّم وفَهْم هذه المُفردات:

- العددُ الصحيحُ (integer)
- القوة (power)
- الأُسُّ (الأُسس) (index (indices))

+	٣	٢	١	٠	١−	٢−	٣−
٣	٦	٥	٤	٣	٢	١	٠
٢	٥	٤	٣	٢	١	٠	١−
١	٤	٣	٢	١	٠	١−	٢−
٠	٣	٢	١	٠	١−	٢−	٣−
١−	٢	١	٠	١−	٢−	٣−	٤−
٢−	١	٠	١−	٢−	٣−	٤−	٥−
٣−	٠	١−	٢−	٣−	٤−	٥−	٦−

هذا يوضِّح أنَّ

١ + ٣− = ٢−.

ويُمكنك أيضًا إجراءُ عمليَّاتِ طرحٍ باستخدام ناتجِ عمليَّةِ الجمعِ السابقةِ كما هو مُوضَّح بالأمثلةِ أدناه:

٢− − ١ = ٣− و

٢− − ٣− = ١.

×	٣	٢	١	٠	١−	٢−	٣−
٣	٩	٦	٣	٠	٣−	٦−	٩−
٢	٦	٤	٢	٠	٢−	٤−	٦−
١	٣	٢	١	٠	١−	٢−	٣−
٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠	٠
١−	٣−	٢−	١−	٠	١	٢	٣
٢−	٦−	٤−	٢−	٠	٢	٤	٦
٣−	٩−	٦−	٣−	٠	٣	٦	٩

هذا يوضِّح أنَّ

٢ × ٣− = ٦−.

ويُمكنك أيضًا إجراءُ عمليَّاتِ قسمةٍ باستخدام ناتجِ عمليَّةِ الضربِ السابقة كما هو مُوضَّح بالأمثلةِ أدناه:

٦− ÷ ٢ = ٣− و

٦− ÷ ٣− = ٢.

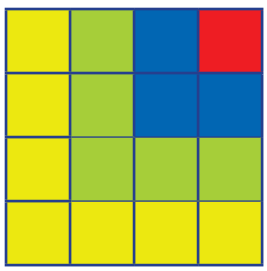
أمامك نموذجٌ مرئيٌّ قائمٌ على استخدامِ الأعدادِ المُربَّعةِ.

١ + ٣ = ٤ = ٢٢

١ + ٣ + ٥ = ٩ = ٣٢

١ + ٣ + ٥ + ٧ = ١٦ = ٤٢

هل يُمكنك تكملةُ هذا النمطِ باتِّباع نفس الطريقةِ؟



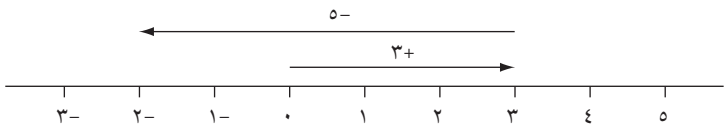
١-١ الأعدادُ المُوجَّهة

الأعدادُ المُوجَّهة هي أعدادٌ لها اتجاه على خط الأعداد، وقد تكون موجبةً أو سالبةً. كما أنَّ الأعدادَ المُوجَّهةَ من المُمكن أن تكونَ **أعدادًا صحيحةً** (أعداد كاملة) أو أعدادًا عشريَّةً.

أمامك بعضُ الملاحظاتِ لتذكِرتك سريعًا ببعضِ النقاطِ التي يجب وَضْعها بالاعتبارِ والطُرق التي يُمكنك اتِّباعُها عند جمعِ، وطرحِ، وضربِ، وقسمةِ الأعدادِ الصحيحةِ. يُمكنك أيضًا استخدامُ هذه الطُرق مع أيٍّ من الأعداد المُوجَّهة.

ما ناتجُ جمعِ ٣ + −٥؟

فكِّر في خط أعدادٍ وارسُمه. ابدأ من العدد ٠. تحرك يمينًا بمقدار ٣ أعداد، ثم يسارًا بمقدار ٥ أعداد. ستلاحظ هنا أنك ستحصل على نفس النتيجة إذا تحركت يسارًا بمقدار عددين.



أو يُمكنك تحويلُ تلك العملية إلى عمليَّة طرحٍ كالتالي:

٣ + −٥ = ٣ − ٥.

ففي كلتا العمليَّتين، سيكون الناتج هو −٢.

جمعُ الأعدادِ السالبةِ ← طرحُ الأعدادِ الموجبةِ
طرحُ الأعدادِ السالبةِ ← جمعُ الأعدادِ الموجبةِ

ماذا عن ٣ − −٥؟

قد تكون أسهلَ طريقةً لحلِّ هذه المسألة هي إضافة المعكوس الجمعي.

٣ − −٥ = ٣ + ٥ = ٨

ماذا عن عمليَّةِ الضربِ؟

٣ × ٥ = ١٥ ٣ × −٥ = −١٥ −٣ × ٥ = −١٥ −٣ × −٥ = ١٥

فيما يتعلق بعمليات الضرب والقسمة، تذكر أن:
إشارات متطابقة ← ناتج موجب
إشارات مختلفة ← ناتج سالب

اضرب الأعدادَ المُوجبةَ المُتناظرة، ثُمَّ حدِّد ما إذا كان الناتجُ يُمثِّل عددًا موجبًا أم سالبًا.

وبالمثل، ستلاحظ النتيجةَ ذاتها عند إجراءِ عمليَّةِ قسمةٍ للأعدادِ الصحيحةِ (موجبة أو سالبة).

١٥ ÷ ٣ = ٥ −١٥ ÷ ٣ = −٥ −١٥ ÷ −٣ = ٥ ١٥ ÷ −٣ = −٥

يُمكن اتِّباعُ هذه الطُرقِ مع الأعدادِ الصحيحةِ.

كما يُمكنك اتِّباعُ الطُرقِ ذاتها مع أيٍّ من الأعدادِ المُوجَّهة، حتى إذا لم تكُن أعدادًا صحيحةً.

مثال ١-١

أكمل العمليَّاتِ الحسابيَّةَ التالية.

(أ) ٣,٥ + ١,٤-

(ب) ٣,٥ - ٢,٨-

(ج) ٦,٣ × ٣-

(د) ٧,٥- ÷ ٢,٥-

(أ) ٣,٥ - ١,٤ = ٠,٦-

يُمكنك رسمُ خطِ أعدادٍ لحلِّ العمليَّةِ الحسابيَّةِ ولكن من الأسهل لك طرحَ المعكوس الجمعي للعدد (وهو ١,٤).

(ب) ٣,٥ + ٢,٨ = ٦,٣

غيِّر عملية الطرح بعملية الجمع؛ واستخدِم المعكوس الجمعي للعدد ٢,٨- وهو العدد ٢,٨.

(ج) ٦,٣ × ٣- = ١٨,٩-

اضرِب ٦,٣ في ٣ أوَّلاً. لاحِظ أنَّ ناتجَ هذه العمليَّة الحسابيَّة يجب أن يكونَ عددًا سالبًا؛ لأنَّ العددين ٦,٣ و ٣- يحملانِ إشاراتٍ مختلفة.

(د) ٧,٥- ÷ ٢,٥- = ٣

٧,٥ ÷ ٢,٥ = ٣.

لاحظ أنَّ ناتجَ هذه العمليَّة الحسابيَّة عددًا موجبًا؛ لأنَّ العددين ٧,٥- و ٢,٥- يحملان إشاراتٍ متطابقة.

تمارين ١-١

لا تستخدم الآلةَ الحاسبةَ عند الإجابةِ عن هذا تمارينِ.

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) ٥ + ٣-

(ب) ٥ + ٠,٣-

(ج) ٥- + ٠,٣-

(د) ٥,٠- + ٠,٣

(هـ) ٥,٠ + ٣-

٢) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) ٢,٨ + ١,٣-

(ب) ٠,٦ + ٤,١-

(ج) ٨,٥- + ٣,٠

(د) ٠,٧- + ٦,٢

(هـ) ٢,٢٥- + ٠,١٢-

٣) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) ٧ - ٤-

(ب) ٧- - ٤,٠

(ج) ٤,٠- - ٧-

(د) ٤,٠- - ٧,٠

(هـ) ٤- - ٧,٠-

٤) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) ٢,٨ - ١,٣-

(ب) ٠,٦ - ٤,١-

(ج) ٨,٥- - ٣,٠

(د) ٠,٧- - ٦,٢

(هـ) ٢,٢٥- - ٠,١٢-

٥) إنَّ درجاتِ الحرارةِ بمنتصفِ النهارِ، ممثَّلةً بالدرجات السيليزيَّة (°س)، على مدار أربعةِ أيامٍ متتالية هي ١,٥، ٦,٠-، ٢,٠-، ٤,٣-، ٥,٠. احسب الوسطَ الحسابيَّ لدرجة الحرارة.

٦) أوجد الأعداد المفقودة.

(أ) □ + ٤ = ١,٥ (ب) □ + −٦,٣ = −٥,٩

(ج) ٤,٣ + □ = −٢,١ (د) ١٢,٥ + □ = ٣,٥

٧) أوجد الأعداد المفقودة.

(أ) □ − ٣,٥ = −١١,٦ (ب) □ − −٢,١ = ٤,١

(ج) □ − ٨,٢ = ٧,٢ (د) □ − −٨,٢ = ٧,٢

٨) انسخ جدولَ الجمعِ التالي وأكمله.

+	−٣,٤	−١,٢
٥,١		
	−٤,٧	

٩) استعن بالمعلوماتِ الموضَّحة بالمُربَّع أمامك لإيجاد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

٢٢,٠٨ = ٩,٦ × ٢,٣

(أ) −٢,٣ × −٩,٦ (ب) −٢٢,٠٨ ÷ ٢,٣

(ج) ٢٢,٠٨ ÷ −٩,٦ (د) −٤,٦ × −٩,٦

(هـ) −١١,٠٤ ÷ −٢,٣

١٠) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) ٢,٧ × −٣ (ب) ٢,٧ ÷ −٣

(ج) −١,٢ × −١,٢ (د) −٣,٢٥ × −٤

(هـ) ١٧,٥ ÷ −٢,٥

١١) انسخ جدولَ الضربِ المقابل وأكمله.

×	٣,٢	−٠,٦
−١,٥		
		١,٥

١٢) أكمل العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) −٢ × −٣ (ب) (−٢ × −٣) × −٤

(ج) (−٣ × ٤) ÷ −٨

١٣) استعِن بالقيم المُعطاة بالمُربَّع أمامك لاستنتاج قيمةِ كلِّ جملةٍ من الجُمل العدديَّة أدناه.

ع = −٤,٥، ف = ٥,٥، صه = −٧,٥

(أ) ع − ف

(ب) (ع + ف) × صه

(ج) (ف + صه) × ع

(د) (صه − ف) ÷ (ف − ع)

١٤) فيما يلي جدولُ ضربٍ.

×	٢,٤	٣,٥	٤,٦
٢,٤	٥,٧٦	٨,٤	١٣,٤٤
٣,٥	٨,٤	١٢,٢٥	١٦,١
٤,٦	١٣,٤٤	١٦,١	٢١,١٦

استخدم هذا الجدول لحساب ما يلي.

(أ) $(-٢,٤)(-٢,٤)^{٢}$

(ب) $١٣,٤٤ \div -٤,٦$

(ج) $-١٦,١ \div -٣,٥$

(د) $-٨٤ \div ٢,٤$

١٥) باعتبار «ع» و«ف» أعدادًا، وفي حالة أنَّ ع + ف = ١، و ع ف = −٢٠. فما القيمُ التي تمثِّلها كلٌّ من «ع» و«ف»؟

١-٢ الجذورُ التربيعيَّة والجذورُ التكعيبيَّة

يجب أن تكون قادرًا على التعرُّف إلى:

- مُربَّعات الأعدادِ الكاملةِ حتى ٢٠ × ٢٠، والجذور التربيعيَّة المُقابلة لها
- مُكعَّبات الأعدادِ الكاملةِ حتى ٥ × ٥ × ٥، والجذور التكعيبيَّة المُقابلة لها.

فقط الأعداد الصحيحة المربعة هي التي لها جذور تربيعية، وفقط الأعداد الصحيحة المكعبة هي التي لها جذور تكعيبية.

يُمكنك استخدامُ الآلة الحاسبة لإيجاد الجذور التربيعيَّة والجذور التكعيبيَّة، ولكن يُمكنك أيضًا تقديرُ قيمةِ هذه الجذور بدون استخدامِ الآلةِ الحاسبةِ.

مثال ١-٢

قدِّر قيمةَ كلِّ جذرٍ إلى أقرب عددٍ كاملٍ. (أ) $\sqrt{٢٩٥}$ (ب) $\sqrt[٣]{٦٠}$

(أ) $١٧^{٢} = ٢٨٩$ و $١٨^{٢} = ٣٢٤$

العددُ ٢٩٥ يقع بين العددين ٢٨٩ و ٣٢٤؛ ولذلك فإنَّ قيمةَ $\sqrt{٢٩٥}$ تقع بين العددين ١٧ و ١٨.

قيمة $\sqrt{٢٩٥}$ تساوي ١٧، وهذا الناتج تمَّ التوصُّل إليه بعد التقريبِ إلى أقرب عددٍ كاملٍ. الناتج سيكون أكبرَ قليلًا من العددِ ١٧.

(ب) $٣^{٣} = ٢٧$ و $٤ = ٦٤$ يقع العددُ ٦٠ بين العددين ٢٧ و ٦٤؛ ولذلك فإنَّ قيمةَ $\sqrt[٣]{٦٠}$ تقعُ بين العددين ٣ و ٤.

قيمة $\sqrt[٣]{٦٠}$ تساوي ٤، وهذا الناتج تمَّ التوصُّل إليه بعد التقريب إلى أقرب عددٍ كاملٍ. الناتج سيكون أصغرَ قليلًا من العدد ٤. حيث إنَّ الناتجَ الذي يظهر على الآلةِ الحاسبةِ هو ٣,٩١ بعد تقريبه إلى أقرب عددٍ مكوَّنٍ من منزلتين عشريَّتين.

تمارين ١-٢

لا تستخدم الآلةَ الحاسبةَ عند الإجابةِ عن هذا تمارين، إلَّا إذا طُلِبَ منك ذلك.

١) اقرأ الجملة العدديَّة المُوضَّحة على اليسار.

واكتب جملةً عدديَّةً مُماثِلةً لها لكلِّ جذرٍ.

(أ) $\sqrt{٢٠}$ (ب) $\sqrt{٢٤٨}$ (ج) $\sqrt{٣١٤}$

(د) $\sqrt{٨٣,٥}$ (هـ) $\sqrt{١٥٧}$

$٢ < \sqrt{٨} < ٣$

٢) اشرح سببَ وقوعِ قيمة $\sqrt[٣]{٣٠٥}$ بين الرقمين ٦ و ٧.

٣) قدِّر قيمةَ كلِّ جذرٍ إلى أقرب عددٍ كاملٍ.

(أ) $\sqrt{١٧١}$ (ب) $\sqrt{٣٥}$ (ج) $\sqrt{٤٠٧}$

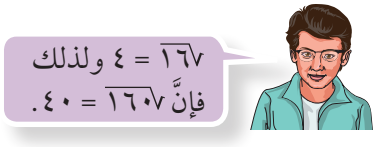
(د) $\sqrt{٢٦,٣}$ (هـ) $\sqrt{٢٩٢}$

٤) اقرأ الجملةَ العدديَّةَ المُوضَّحةَ على اليسار. واكتب جملةً عدديَّةً مُماثِلةً لها لكلِّ جذرٍ. ١٠ < $\sqrt[3]{١٢٠٠}$ < ١١

(أ) $\sqrt[3]{١٠٠}$ (ب) $\sqrt[3]{٢٢٢}$ (ج) $\sqrt[3]{٨٢٥}$

(د) $\sqrt[3]{٣٢٦}$ (هـ) $\sqrt[3]{٥٨,٨}$

٥) تُعتبَر إجابةُ أحمد إجابةً غير صحيحةٍ.



(أ) وضِّح أنَّ قيمةَ $\sqrt{١٦٠}$ تقع بين الرقمين ١٢ و ١٣.

(ب) اكتب العددَ الذي يكون
الجذرُ التربيعيُّ له هو العدد ٤٠.

٦) (أ) أوجد قيمةَ $\sqrt{١٢٢٥}$.

١٢٢٥ = $٣٥^{٢}$

(ب) قدِّر قيمةَ $\sqrt[3]{١٢٢٥}$ إلى أقرب عددٍ كاملٍ.

٧) وضِّح أنَّ قيمةَ $\sqrt[3]{١٢٥}$ أصغر من نِصف قيمةِ $\sqrt{١٢٥}$.

٨) استخدم الآلةَ الحاسبةَ لإيجاد قيمِ الجذور التربيعيَّة والجذور التكعيبيَّة التالية. كما يمكنك استخدام العمليات العكسية للتحقق من إجابتك.

(أ) $\sqrt{٦٢٥}$ (ب) $\sqrt{٢٠,٢٥}$ (ج) $\sqrt{٤٦,٢٤}$

(د) $\sqrt[3]{١٧٢٨}$ (هـ) $\sqrt[3]{٦,٨٥٩}$

٩) استخدم الآلةَ الحاسبةَ لإيجاد قيمِ الجذورِ التربيعيَّة والتكعيبيَّة التالية. قرِّب إجاباتِك إلى أقرب عددٍ مكوَّنٍ من منزلتين عشريَّتين.

(أ) $\sqrt{٥٥}$ (ب) $\sqrt{١٠٨}$ (ج) $\sqrt[3]{٢٠٠}$

(د) $\sqrt[3]{٦٢٩}$ (هـ) $\sqrt[3]{١٠٠٠٠}$

١-٣ الأُسس

يوضِّح الجدول التالي قُوى العدد ٣. انظر إلى الأنماطِ المُوضَّحة في هذا الجدول.

قوة العددِ	$٣^{-٤}$	$٣^{-٣}$	$٣^{-٢}$	$٣^{-١}$	$٣^{٠}$	$٣^{١}$	$٣^{٢}$	$٣^{٣}$	$٣^{٤}$	$٣^{٥}$
القيمة	$\frac{١}{٨١}$	$\frac{١}{٢٧}$	$\frac{١}{٩}$	$\frac{١}{٣}$	١	٣	٩	٢٧	٨١	٢٤٣

$٣^{٤}$ تُشير إلى العددِ ٣ مرفوع إلى القُوى ٤.
العدد ٤ يُسمَّى الأُسَّ.
وجمع الأُسِّ يُسمَّى الأُسُس.

يُمكن التعبيرُ عن القُوى السالبة لأيِّ عددٍ صحيحٍ موجبٍ بكتابة ذلك في شكلِ كسرٍ. وفيما يلي بعضُ الأمثلةِ على ذلك:

$٢^{٤} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ١٦$ $\quad$ $٢^{-٤} = \frac{١}{١٦}$ $\quad$ $٧^{٣} = ٧ \times ٧ \times ٧ = ٣٤٣$ $\quad$ $٧^{-٣} = \frac{١}{٣٤٣}$

أيُّ عددٍ صحيحٍ موجبٍ يتمُّ رفعه للقُوى ٠ يساوي ١. $\quad$ $٢^{٠} = ١$ $\quad$ $٧^{٠} = ١$ $\quad$ $١٢^{٠} = ١$

مثال ١-٣

اكتب هذه الأعداد في شكلِ كسورٍ. $\quad$ (أ) $٢^{-٦}$ $\quad$ (ب) $٦^{-٢}$

(أ) $٢^{-٦} = \frac{١}{٢^{٦}} = \frac{١}{٦٤}$ $\quad$ $٢^{٦} = ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ \times ٢ = ٦٤$

(ب) $٦^{-٢} = \frac{١}{٦^{٢}} = \frac{١}{٣٦}$ $\quad$ $٦^{٢} = ٣٦$

تمارين ١-٣

١) اكتب كلَّ عددٍ من الأعداد التالية على شكلِ كسرٍ.

(أ) $٥^{-١}$ $\quad$ (ب) $٥^{-٢}$ $\quad$ (ج) $٥^{-٣}$ $\quad$ (د) $٥^{-٤}$

٢) اكتب كلَّ عددٍ من الأعداد التالية على شكلِ كسرٍ أو عددٍ صحيحٍ.

(أ) $٧^{٢}$ $\quad$ (ب) $٧^{-٢}$ $\quad$ (ج) $٧^{-١}$

(د) $٧^{٠}$ $\quad$ (هـ) $٧^{٣}$

٣) اكتب كلَّ عددٍ من الأعداد التالية على شكلِ كسرٍ.

(أ) $٤^{-١}$ $\quad$ (ب) $١٠^{-٢}$ $\quad$ (ج) $٢^{-٣}$

(د) $١٢^{-١}$ $\quad$ (هـ) $١٥^{-٢}$ $\quad$ (و) $٢٠^{-٢}$

٤) (أ) بسِّط كلَّ عددٍ من هذه الأعداد التالية. (١) $٢^{٠}$ $\quad$ (٢) $٥^{٠}$ $\quad$ (٣) $١٠^{٠}$ $\quad$ (٤) $٢٠^{٠}$

(ب) اكتب النتائجَ التي حصلت عليها نتيجةَ الإجابةِ عن القسم (أ) من السؤالِ كقاعدةٍ عامةٍ.

٥) اكتب كلَّ جملةٍ من الجملِ العدديَّة التالية على شكلِ عددٍ واحد.

(أ) $٢^{٠} + ٢^{-١} + ٢^{-٢}$ $\quad$ (ب) $٣^{٣} + ٣^{٠} + ٣^{-١}$ $\quad$ (ج) $٥^{-١} - ٥^{٠} - ٥$

٦) اكتب كلَّ عددٍ من الأعدادِ التالية على شكلِ عددٍ عشريٍّ.

(أ) $٥^{-١}$ (ب) $٥^{-٢}$ (ج) $١٠^{-١}$

(د) $١٠^{-٢}$ (هـ) $١٠^{-٣}$

٧) اكتب كلَّ عددٍ من الأعدادِ التالية على شكلِ قوة للعدد ٢.

(أ) ٨ (ب) $\frac{١}{٢}$ (ج) $\frac{١}{٤}$

(د) $\frac{١}{١٦}$ (هـ) ١

٨) $٢^{١٠}$ = ١٠٢٤. في مجالِ الحوسبة، يُسمَّى ذلك ١ كيلوبايت. اكتب كلًا مما يلي على شكلِ قُوى للعدد ٢.

(أ) ٢ كيلوبايت (ب) ٠,٥ كيلوبايت

(ج) $\frac{١}{\text{١ كيلوبايت}}$

١-٤ استخدامُ الأُسُس

يُمكنك كتابةُ الأعدادِ المُوضَّحة بالمستطيلات المقابلة على شكل قُوى.

انظر إلى هذه الأُسُس. ٢ + ٣ = ٥ و ٥ + ٣ = ٨.

هذا المثالُ المُوضَّح أدناه هو مثال على نتيجةٍ عامةٍ.

$٢٥٦ = ٨ \times ٣٢$	$٢٤٣ = ٢٧ \times ٩$
$٢^٨ = ٢^٥ \times ٢^٣$	$٣^٥ = ٣^٣ \times ٣^٢$

لإجراء عمليَّة ضربٍ لقُوى أيِّ عددٍ من الأعدادِ، اجمع الأُسُس. $أ^م \times أ^ن = أ^{م+ن}$

$٨١ = ٩ \times ٩ \Leftarrow ٣^٤ = ٣^٢ \times ٣^٢ \quad ٤ = ٢ + ٢$

$٣٢ = ٨ \times ٤ \Leftarrow ٢^٥ = ٢^٣ \times ٢^٢ \quad ٥ = ٣ + ٢$

يُمكن كتابةُ عمليَّاتِ الضربِ أعلاه في شكلِ عمليَّات قسمةٍ.

ويُمكنك كتابةُ الأعدادِ المُوضَّحة بالمستطيلات المقابلة في شكلِ قُوى.

ثُمَّ النظر مرةً أخرى إلى الأُسس. ٥ − ٣ = ٢ و ٨ − ٣ = ٥.

وهذا يوضِّح أنَّ:

$٢٥٦ \div ٨ = ٣٢$	$٢٤٣ \div ٢٧ = ٩$
$٢^٨ \div ٢^٣ = ٢^٥$	$٣^٥ \div ٣^٣ = ٣^٢$

لإجراء عمليَّة قسمةٍ لقُوى أيِّ عددٍ من الأعدادِ، اطرح الأُسُس. $أ^م \div أ^ن = أ^{م-ن}$

$٩ = ٣ \div ٢٧ \Leftarrow ٣^٢ = ٣^١ \div ٣^٣ \quad ٢ = ١ - ٣$

$\frac{١}{٢} = ٨ \div ٤ \Leftarrow ٢^{-١} = ٢^٣ \div ٢^٢ \quad -١ = ٣ - ٢$

مثال ١-٤

(أ) اكتب كلَّ جملةٍ من هذه الجملِ العدديَّةِ في شكلِ قُوى للعدد ٥.

(١) $٥^٣ \times ٥^٢$ (٢) $٥^٣ \div ٥^٢$

(ب) تحقَّق من إجاباتِك من خلال كتابةِ الأعدادِ في شكلِ أعدادٍ عشريَّةٍ.

(أ) (١) $٥^٥ = ٥^{٣+٢} = ٥^٣ \times ٥^٢$

(٢) $٥^{-١} = \frac{١}{٥} = ٥^{٣-٢} = ٥^٣ \div ٥^٢$

(ب) (١) $٣\,١٢٥ = ١٢٥ \times ٢٥$

(٢) $٠,٢ = \frac{١}{٥} = ١٢٥ \div ٢٥$

$٥ = ٣ + ٢$

$-١ = ٣ - ٢$

$٣\,١٢٥$ تساوي $٥^٥$

تمارين ١-٤

١) بسِّط كلَّ جملةٍ من الجُمل العدديَّة التالية. واكتب إجاباتِك في صورةٍ أُسّيَّةٍ.

(أ) $٥^{٢} \times ٥^{٣}$ (ب) $٦^{٤} \times ٦^{٣}$ (ج) $١٠^{٢} \times ١٠^{٤}$

(د) $أ^{٢} \times أ^{٣}$ (هـ) $٤^{٥} \times ٤$

٢) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العبارات التالية. واكتب إجاباتِك في صورةِ أُسٍّ حيثما يكون ذلك مُناسبًا.

(أ) $٢^{٥} \times ٢^{٣}$ (ب) $٨^{٢} \times ٨^{٤}$ (ج) $أ^{٣} \times أ^{٢}$

(د) $٢^{٣} \times ٢^{٣}$ (هـ) $ب^{٣} \times ب^{٤}$

٣) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العباراتِ التالية.

(أ) $٣^{٥} \div ٣^{٢}$ (ب) $ك^{٤} \div ك^{٣}$ (ج) $١٠^{٦} \div ١٠^{٤}$

(د) $٥^{٢} \div ٥^{٤}$ (هـ) $٧ \div ٧^{١}$

٤) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العباراتِ التالية.

(أ) $٢^{٢} \div ٢^{٢}$ (ب) $٢^{٢} \div ٢^{٣}$ (ج) $٢^{٢} \div ٢^{٤}$

(د) $٢^{٤} \div ٢^{٢}$ (هـ) $٢^{٤} \div ٢^{٦}$

٥) اكتب كلَّ جملةٍ من الجمل العدديَّة التالية في شكل قُوى عددٍ أو كسرٍ.

(أ) $٨^{٣} \times ٨^{٤}$ (ب) ٥×٥^{٢} (ج) $٤^{٢} \times ٤^{٤}$

(د) $٩^{٢} \div ٩^{٣}$ (هـ) $١٢^{٢} \div ١٢^{٤}$

٦) أوجد قيمةَ «ن» في كلِّ جملةٍ من الجملِ العدديَّة التالية.

(أ) $١٠^{٢} \times ١٠^{ن} = ١٠^{٤}$ (ب) $١٠^{٢} \div ١٠^{ن} = ١٠$

(ج) $١٠^{٢} \times ١٠^{ن} = ١٠^{٧}$ (د) $١٠^{٢} \div ١٠^{ن} = ١٠^{-١}$

٧) يوضِّح الجدولُ المقابل القيمَ الخاصَّة بقُوى العددِ ٧.

لذا يُمكنك استخدامُ هذا الجدولِ لإيجادِ قيمةِ:

(أ) ٤٩×٢٤٠١

(ب) $١٦٨٠٧ \div ٣٤٣$

(ج) $٣٤٣^{٢}$.

$٧^{١}$	$٧^{٢}$	$٧^{٣}$	$٧^{٤}$	$٧^{٥}$	$٧^{٦}$
٧	٤٩	٣٤٣	٢٤٠١	١٦٨٠٧	١١٧٦٤٩

٨) (أ) يُمكنك كتابةُ الأعدادِ المُوضَّحة بالمُربَّع أمامك في شكلِ قُوى للعدد ٤. تحقَّق من تطبيقِ قاعدةِ القسمةِ الخاصَّة بالأُسُس بشكلٍ صحيحٍ.

$١٠٢٤ \div ١٦ = ٦٤$

(ب) اكتب الأعدادَ في شكلِ قُوى للعدد ٢ وتحقَّق من تطبيقِ قاعدةِ القسمةِ الخاصَّة بالأُسُس بشكلٍ صحيحٍ.

٩) (أ) اكتب الأعدادَ ٩ و ٢٤٣ في شكلِ قُوى للعددِ ٣.

(ب) استخدِم إجاباتِك عن القسم «أ» من السؤال لإيجاد ناتجِ العمليَّات الحسابيَّة التالية في شكلِ قُوى للعدد ٣:

(١) ٩×٢٤٣ (٢) $٩ \div ٢٤٣$.

١٠) بسِّط كلَّ كسرٍ من الكسور التالية.

(أ) $\frac{٢^{٣} \times ٢^{٤}}{٢^{٥}}$ (ب) $\frac{أ^{٣} \times أ^{٢}}{أ^{٢}}$ (ج) $\frac{ى^{٣} \times ى}{ى^{١}}$ (د) $\frac{١٠^{٦} \times ١٠^{٤}}{١٠^{٣} \times ١٠^{٢}}$

١١) (أ) اكتب كلًّا مما يلي في شكلِ قُوى للعددِ ٢.

(١) $(٢^{٢})^{٢}$ (٢) $(٢^{٢})^{٣}$ (٣) $(٢^{٤})^{٢}$

(٤) $(٢^{٤})^{٣}$ (٥) $(٢^{٢})^{٤}$

(ب) ماذا يُمكنك أن تقولَ عن $(٢^{م})^{ن}$ في حالةِ ما إذا كان كلٌّ من «م» و«ن» يعبران عن أعدادٍ صحيحةٍ موجبةٍ؟

١٢) في مجال الحوسبةِ، ستجد أنَّ ١ كيلوبايت = $٢^{١٠}$ = ١٠٢٤. وبناءً على ذلك، اكتب كلًّا مما يلي بالكيلوبايت (كيلوبايت).

(أ) $٢^{١٢}$ (ب) $٢^{١٥}$ (ج) $٢^{٢٠}$ (د) $٢^{٧}$

١٣) أوجد قيمةَ «ن» في كلِّ معادلةٍ من المُعادلات أدناه.

(أ) $٣^{ن} \times ٣^{٢} = ٨١$ (ب) $٥^{ن} \times ٢٥ = ٦٢٥$

(ج) $٢^{ن} \div ٢ = ٨$ (د) $ن^{٢} \times ن = ٢١٦$

ملخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ إمكانيةَ جمعٍ، أو طرحٍ، أو ضربٍ، أو قسمةِ الأعدادِ المُوجَّهة بنفسِ الطريقةِ التي تتَّبعها عند إجراء هذه العمليَّاتِ مع الأعدادِ الصحيحةِ.
- ★ استخدامَ المعكوسات الجمعية من المُمكن أن يؤدِّي إلى تبسيط العمليَّاتِ الحسابيَّةِ التي تتضمَّن الأعدادَ الموجَّهةَ.
- ★ الأعداد المُربَّعة أو الأعداد المُكعَّبة هي فقط التي تكون لها جذورٌ تربيعيَّةٌ أو جذورٌ تكعيبيَّةٌ والتي يُعبَّر عن قيمتها على شكلِ أعدادٍ صحيحةٍ.
- ★ $أ^{٠} = ١$ إذا كان الحرفُ أ يشير إلى عددٍ صحيحٍ موجبٍ.
- ★ $أ^{-ن} = \frac{١}{أ^{ن}}$ إذا كانت الأحرف «أ» و«ن» تُشير إلى أعدادٍ صحيحةٍ موجبةٍ.
- ★ $أ^{م} \times أ^{ن} = أ^{م+ن}$
- ★ $أ^{م} \div أ^{ن} = أ^{م-ن}$

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ جمعٍ، وطرحٍ، وضربٍ، وقسمةِ الأعدادِ المُوجَّهة.
- ★ تقديرِ قيمةِ الجذورِ التربيعيَّةِ والجذورِ التكعيبيَّةِ.
- ★ استخدامِ الأُسُسِ الموجبةِ، والسالبةِ، والصفريَّةِ.
- ★ استخدامِ قوانين الأُسُسِ المتعلِّقة بضربِ وقسمةِ قُوَى الأعدادِ الصحيحةِ الموجبةِ.
- ★ استخدامِ قواعد علمِ الحسابِ والعمليَّاتِ العكسيَّةِ من أجل تبسيطِ العمليَّاتِ الحسابيَّةِ.
- ★ إجراءِ الحساباتِ بدقَّةٍ، واختيارِ العمليَّاتِ وطُرقِ الحساباتِ الذهنيَّةِ أو الكتابيَّةِ المناسبةِ للعددِ والسياقِ.
- ★ التعامُلِ مع الأعدادِ وتطبيقِ الخوارزميَّاتِ التقليديَّةِ.

مراجعة نهاية الوحدة

١) أكمل كلَّ عمليَّةٍ من عمليَّات الجمعِ التالية.

(أ) $-٣ + ٦$ (ب) $١٢ + -٥,١٤$

(ج) $-٥,٣ + -٥,٧$ (د) $-٦,٣ + ٢,٨ + -٣,١$

٢) أوجد ناتجَ طرحِ كلِّ عمليَّةٍ من العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) $١٢ - -٤$ (ب) $-٤,٦ - ٣,٨$

(ج) $٧,٣ - -٣,٨$ (د) $-١,٥ - -٥,٢$

٣) $٢,٥ \times ٤,٥ = ١١,٢٥$. استخدم هذه العمليَّةَ الحسابيَّةَ لإيجاد قيمةِ كلِّ جملةٍ من الجُملِ العدديَّةِ التالية.

(أ) $-٢,٥ \times -٤,٥$ (ب) $-١١,٢٥ \div -٤,٥$

(ج) $-٤,٥ \times ١,٢٥$

٤) حلّ المعادلات التالية.

(أ) $س + ١٧,٨ = ١٤,٢$ (ب) $ص - ٣,٤ = -٩,٧$

(ج) $٣ص + -٤,٩ = ٢,٦$

٥) انظر إلى الجملةِ العدديَّةِ المُوضَّحةِ بالمستطيل المقابل. اكتب جملةً عدديَّةً مُماثلةً لها لكلِّ عددٍ من الأعدادِ التالية.

$٤ < \sqrt{١٩}٧ < ٥$

(أ) $\sqrt{١١١}٧$ (ب) $\sqrt{٣٣٣}٧$ (ج) $\sqrt{١١١}٣$ (د) $\sqrt{٣٣٣}٣$

٦) (أ) قدِّر قيمةَ $\sqrt{٢٠٠٧}$ إلى أقرب عددٍ كاملٍ.

(ب) قدِّر قيمةَ $\sqrt{٢٠٠٣}$ إلى أقرب عددٍ كاملٍ.

٧) اختر العددَ الأقرب إلى قيمةِ $\sqrt{٢٥٠٧}$.

١٤,٩ ١٥,١ ١٥,٤ ١٥,٨ ١٦,٢

٨) اختر العددَ الأقرب إلى قيمةِ $\sqrt{٥٥٠٣}$.

٧,٦ ٧,٨ ٨,٢ ٨,٥ ٨,٨

٩) وضِّح أنَّ قيمةَ $\sqrt{١٠٠٠٧}$ أكبر من ثلاثة أمثالِ قيمةِ $\sqrt{١٠٠٠٣}$.

١٠) اكتب كلَّ عددٍ من الأعدادِ التالية على شكلِ عددٍ عشريٍّ.

(أ) $٢^{-١}$ (ب) $٤^{-١}$ (ج) $٢^{-٢}$ (د) $٥^{-٢}$

١١) اكتب كلَّ عددٍ من الأعدادِ التالية على شكلِ كسرٍ.

(أ) $٣^{-٢}$ (ب) $٢^{-٣}$ (ج) $٦^{-١}$ (د) $١٢^{-٢}$

١٢) اكتب كلَّ جملةٍ من الجملِ العدديَّة التالية على شكلِ عددٍ واحد.

(أ) $٢^{٢} + ٢^{٠} + ٢^{-٢}$ (ب) $١٠^{-١} + ١٠^{٠} + ١٠^{٣}$

١٣) اكتب كلَّ عددٍ من الأعدادِ التالية على شكلِ قُوى للعددِ ١٠.

(أ) ١٠٠ (ب) ١٠٠٠ (ج) ٠,٠١

(د) ٠,٠٠١ (هـ) ١

١٤) اكتب كلَّ جملةٍ من الجملِ العدديَّة التالية على شكلِ قُوى عددٍ واحد.

(أ) $٩^{٢} \times ٩^{٣}$ (ب) ٨×٨^{٢} (ج) $٧^{٥} \div ٧^{٢}$

(د) $أ^{٣} \div أ$ (هـ) $ب^{١} \div ب^{٢}$

١٥) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العباراتِ التالية.

(أ) $٢^{٤} \div ٢^{٥}$ (ب) $١٥^{٠} \times ١٥^{٢}$

(ج) $٢٠^{٥} \div ٢٠^{٣}$ (د) $(٥^{٣} \times ١٥) \div ٥^{٢}$

١٦) اكتب كلَّ جملةٍ من الجملِ العدديَّةِ التالية على شكلِ قُوى للعددِ المُمثَّل من خلال الحرفِ أ.

(أ) $أ^{٢} \times أ^{٤}$ (ب) $أ^{٢} \div أ^{٤}$ (ج) $أ^{٢} \times أ^{٠}$

(د) $أ^{١} \times أ^{٤}$ (هـ) $أ^{٢} \div أ^{٤}$

١٧) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العباراتِ التالية.

(أ) $\frac{٤^{٢} \times ٤^{٤}}{٤^{٣}}$ (ب) $\frac{أ^{٢}}{أ^{٣} \times أ}$ (ج) $\frac{ب^{٢} \times ب^{١}}{ب^{٢}}$

١٨) أوجد قيمةَ «ب» في كلِّ معادلةٍ من المُعادلات التالية.

(أ) $٤^{ب} = ١$ (ب) $٥^{ب} = ٠,٢$

(ج) $ب \times ب^{٢} = ٣٤٣$ (د) $٢^{٤} \div ٢^{ب} = ٤$

هناك مئات اللغات المُختلفة المُستخدَمة حول العالم في وقتنا الحاضر؛ ورغم ذلك، فإنَّ مُختلف الشعوب في جميع أنحاء العالم يكتبون الأعداد بنفس الطريقة.

يستخدم الناس من كل مكان النظام العشريَّ عند كتابة الأعداد؛ ويعد النظام العشريُّ لغةً عالميَّةً معروفة في العالم أجمع. فما السببُ وراء ذلك؟

كان هناك أيضًا أنظمةٌ مُختلفةٌ مستخدمة بالماضي، من بينها نظام «الأرقام الرومانيَّة».

فمنذ ٢٠٠٠ سنة مضت، استخدم الرومان الحروف للتعبير عن الأعداد؛ وهو ما يمكنك رؤيته حتى الآن على واجهات ساعات الحائط المُختلفة والنقوش القديمة.

كما استمر استخدام هذه الرموز العددية الرومانيَّة في أوروبا لأكثر من ١٠٠٠ سنة.

يُمكنك رؤيةُ بعض الأمثلة على ذلك من خلال الجدول التالي:

الرموز الرومانيَّة	III	VII	IX	XX	C	MCMXXX	S
الأعداد العشريَّة	٣	٧	٩	٢٠	١٠٠	١٩٣٠	٠,٥

فيما يلي أمثلةٌ لبعض العمليَّات الحسابيَّة، عمليَّات الضرب في أو القسمة على ١٠ أو ١٠٠، مكتوبة بالرموز الرومانيَّة.

$XXX = X \times III$ $\quad D = C \times V$ $\quad X = C \div M$ $\quad VS = X \div LV$

هل يُمكنك إيجاد ما ترمز إليه الأحرف D، و M، و L؟

يُمكنك أن تلاحظ أنَّ دراسة علم الحساب من خلال استخدام الأرقام الرومانيَّة هو أمرٌ صعبٌ للغاية. حيث إنَّك ستظل دائمًا بحاجةٍ إلى أحرفٍ جديدةٍ.

إن النظامَ العشريَّ يستخدم **القيمة المكانية**. ولذلك فإنَّ هناك عشرة رموزٍ فقط يجب توافُرها عند استخدام هذا النظام، وهي: ٠، و ١، و ٢، و ٣، و ٤، و ٥، و ٦، و ٧، و ٨، و ٩.

حيث يمكن استخدام هذه الرموز في مواضع مُختلفة وتكون لها دلالاتٌ مُختلفةٌ في كلِّ موضعٍ من هذه المواضع. ولذلك فإنَّ استخدامَ النظام العشريِّ يجعل دراسة علم الحساب أكثر سهولةً.

كما أنَّ إجراء عمليَّات الضرب في والقسمة على ١٠ أو ١٠٠ يصبح سهلًا للغاية عند استخدام النظام العشريِّ. ولذلك فإنَّك بالتأكيد ستستطيع حساب ناتج العمليَّات الحسابيَّة أدناه ذهنيًّا وبسهولةٍ.

$٧ \times ١٠ =$ ..... $\quad ٢,٤ \times ١٠٠ =$ ..... $\quad ٦,٣ \div ١٠ =$ ..... $\quad ٤٥ \div ١٠٠ =$ .....

المُفردات

تأكَّد من تعلُّم وفَهْم المُفردات التالية:

- الطُرق الحسابيَّة الكتابيَّة (jottings)
- الأعداد المعنويَّة (significant figures)
- "BIDMAS"
- ترتيبُ العمليَّات (order of operations)

وستستطيع أيضًا إجراء عمليَّات الضرب في والقسمة على ٠,١ أو ٠,٠١ كما في الأمثلة أدناه.

٧ × ٠,١ = ... ٢,٤ × ٠,٠١ = ...

٦,٣ ÷ ٠,١ = ... ٤٥ ÷ ٠,٠١ = ...

- إن أوَّل تطوُّر طرأ على النظام العشريِّ كان في الهند.
- تَمَّ هذا التطور على يدِّ علماء الرياضيَّات العرب والفُرس في القرنِ التاسعِ.
- وبدأ استخدامُ هذا النظام في أوروبا منذُ حوالي ١٠٠٠ سنة.
- في البدايةِ، كان محظورًا استخدامُ هذا النظام في بعض المدن الأوروبيَّة. وذلك نظرًا لعدم قدرة المواطنين على استيعابه، كما أنَّهم ظنَّوا أنَّ هذا النظام نظامًا خدَّاعًا.

هذه هي إجابات الأسئلة أعلاه، انظر إليها لتتحقَّق من صحة إجاباتِك:

٧٠، ٢٤٠، ٦٣, ٠، ٤٥, ٠، ٧, ٠، ٠٢٤, ٠، ٦٣، ٤ ٥٠٠

من خلال دراسة هذه الوحدة، ستتعلَّم كيفيَّة إجراء عمليَّات ضرب وقسمة تحتوي على أعدادٍ عشريَّةٍ ذهنيًّا. كما أنَّك ستتعلم أيضًا كيفية ضرب الأعداد في قوى العدد ١٠ وقسمتها عليها، وكيفيَّة تقريب الأعداد إلى عددٍ مُحدَّدٍ من المنازل العشريَّة والأعداد المعنويَّة، وكيفيَّة التأكُّد من إجراء العمليَّات بالترتيب الصحيح.

٢-١ ضرب الأعداد العشريَّة وقسمتها ذهنيًّا

للحُصول على ناتجِ ضربِ عددٍ ما في عددٍ عشريٍّ أو القسمة عليه، فإنَّك بحاجةٍ إلى أن تكون قادرًا على إجراء عمليَّةٍ حسابيَّةٍ مكافئة للعمليَّة الأصليَّة ولكن ذهنيًّا دون اللجوء إلى الكتابة أو أيِّ وسيلةٍ خارجيَّةٍ أخرى.

قد يكون اتِّباع هذه الطريقة أمرًا سهلًا في حالة ما إذا كان السؤال بسيطًا. ولكن فيما يتعلَّق بالأسئلة الأكثر تعقيدًا، يُمكنك تدوينُ بعض المُلاحظات الكتابيَّة وبعض الخطوات أثناء حلِّ السؤال وحتى الوصول إلى الناتج النهائيِّ؛ وهذا ما يُسمَّى **بالطُرق الحسابيَّة الكتابيَّة**. ستساعدك هذه الطرق الحسابيَّة الكتابيَّة على تَذَكُّر آخر النتائج التي توصَّلت إليها، وكذلك تَذَكُّر باقي الخطوات التي لا تزال بحاجةٍ لإجرائها.

وفيما يلي نقطتان يجب وضعهما بالاعتبار لمساعدتك على التحقُّق من صحة إجابتِك:

- عند ضرب أيِّ عددٍ من الأعداد في عددٍ عشريٍّ يقع بين الرقمين ٠ و ١، فإنَّ الناتج سيكون أصغر من الطرف الأول بالعمليَّة الحسابيَّة.
- عند قسمة أيِّ عددٍ من الأعداد على عددٍ عشريٍّ يقع بين الرقمين ٠ و ١، فإنَّ الناتج سيكون أكبر من الطرف الأول بالعمليَّة الحسابيَّة.

مثال ٢-١

أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(أ) $١٢ \times ٠,٦$ (ب) $٠,٣ \times ٠,١٥$ (ج) $١٦ \div ٠,٤$

(د) $٨ \div ٠,٠٢$ (هـ) $\frac{٣٦ \times ٠,٥}{٠,٢ \times ٤,٥}$

(أ) $١٢ \times ٦ = ٧٢$ تجاهل الفاصلة العشريَّة وأوجد ناتج العمليَّة الحسابيَّة $١٢ \times ٦ = ٧٢$ ذهنيًّا.

$١٢ \times ٠,٦ = ٧,٢$ إنَّ الناتجَ الذي توصَّلت إليه مُسبقًا وهو «٧٢» يساوي ١٠ أمثالِ الناتج الفعليِّ للعمليَّة الحسابيَّة وهو «٧,٢»؛ وذلك نظرًا لأنَّ العدد ٦ يساوي ١٠ أمثالِ العدد ٠,٦. ولذلك، اقسِم الناتج الذي توصَّلت إليه وهو «٧٢» على ١٠ للحُصول على الناتج الفعليِّ للعمليَّة الحسابيَّة وهو «٧,٢».

(ب) $٣ \times ١٥ = ٤٥$ تجاهل الفاصلة العشريَّة وأوجد ناتجَ العمليَّة الحسابيَّة $٣ \times ١٥ = ٤٥$ ذهنيًّا.

$٠,٣ \times ٠,١٥ = ٠,٠٤٥$

$٣ \times ١٥ = ٤٥ \rightarrow ٠,٣ \times ١٥ = ٤,٥ \rightarrow ٠,٣ \times ٠,١٥ = ٠,٠٤٥$.

(ج) $\frac{١٦ \times ١٠}{٠,٤ \times ١٠}$ أجرِ عمليَّةَ القسمةِ في شكلِ كسرٍ ذهنيًّا، ثُمَّ اضرِب كلًّا من البسط والمقام في العدد ١٠ لحذف الفاصلة العشريَّة من عمليَّة القسمة.

$\frac{١٦٠}{٤} = ٤٠$ هذا سيُمكِّنك من إجراء عمليَّة قسمة تُكافيء العمليَّة الأصليَّة ولكن ذهنيًّا ودون اللجوء إلى طرقٍ كتابيَّة، مما يجعلُ عمليَّة الحُصول على الناتج أكثر سهولةً بالنسبة لك.

(د) $\frac{٨ \times ١٠٠}{٠,٠٢ \times ١٠٠}$

$\frac{٨٠٠}{٢} = ٤٠٠$

كما فعلت بالعمليَّة السابقة، أجرِ عمليَّة القسمة في شكلِ كسرٍ ذهنيًّا، ثُمَّ اضرِب كلًّا من البسط والمقام في العدد ١٠٠ لحذف الفاصلة العشريَّة من عمليَّة القسمة.

وكما ذُكِر مسبقًا، هذا سيُمكِّنك من إجراء عمليَّة قسمة تعادل العمليَّة الأصليَّة ولكن ذهنيًّا ودون اللجوء إلى طرقٍ كتابيَّة، مما يجعل عمليَّة الحُصول على الناتج أكثر سهولةً بالنسبة لك.

(هـ) ٣٦ × ٠,٥ = ١٨

أوجد ناتجَ ضرب الأعداد الموجودة بالبسط أوَّلاً. وحيث إنَّ ٠,٥ تُعادل النِصف، أوجد ناتجَ ضرب $\frac{١}{٢}$ × ٣٦ = ١٨. دوِّن الناتج «١٨» في ملاحظة كتابيَّة جانبيَّة كي تظلَّ متذكِّره.

٢ × ٤,٥ = ٩

أوجد ناتجَ ضرب ٢ × ٤,٥ = ٩ ذهنيًّا.

ولذلك فإنَّ ٠,٢ × ٤,٥ = ٠,٩

العدد ٢ يساوي ١٠ أمثالِ العدد ٠,٢، ولذلك اقسِم الناتج الذي توصَّلت إليه وهو «٩» على ١٠ لكي تحصلَ على الناتج ٠,٩.

$\frac{١٨}{٠,٩} = \frac{٣٦ \times ٠,٥}{٠,٢ \times ٤,٥}$

$\frac{١٨ \times ١٠}{٠,٩ \times ١٠}$

اضرب كلّاً من البسط والمقام للكسر في ١٠ لحذف الفاصلة العشريَّة.

$\frac{١٨٠}{٩} = ٢٠$

وكما ذُكِرَ مُسبقًا، هذا سيُمكنك من إجراء عمليَّة قسمةٍ تعادل العمليَّة الأصليَّة ولكن ذهنيًّا ودون اللجوء إلى طرقٍ كتابيَّة، مما يجعل عمليَّة الحُصول على الناتج أكثر سهولةً بالنسبة لك.

تمارين ٢-١

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(أ) ٨ × ٠,٢ (ب) ١٢ × ٠,٣ (ج) ٨ × ٠,٧ (د) ٠,٦ × ٩

(هـ) ١٥ × ٠,٤ (و) ٦ × ٠,٠٥ (ز) ١٨ × ٠,٠٢ (ح) ٢٢ × ٠,٠٣

(ط) ٣٠ × ٠,٠٨ (ي) ٤٥ × ٠,٠٤

٢) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(أ) ٤ ÷ ٠,٢ (ب) ٩ ÷ ٠,٣ (ج) ٢٥ ÷ ٠,٥ (د) ١٢ ÷ ٠,٤

(هـ) ٦٠ ÷ ٠,١ (و) ٢ ÷ ٠,٠٥ (ز) ٦ ÷ ٠,٠٢ (ح) ٢٨ ÷ ٠,٠٧

(ط) ٢٤ ÷ ٠,١٢ (ي) ٤٥ ÷ ٠,١٥

٣) رتِّب هذه البطاقات وقسِّمها إلى مجموعاتٍ بحيث تحتوي كلُّ مجموعةٍ على عمليَّاتٍ حسابيَّةٍ لها نفس الناتج.

(أ) ٣×٠,٠٥	(ب) ٣٠×٠,٠٥	(ج) ٠,٣×٠,٠٥	(د) ٣×٠,٠٠٥
(هـ) ٥٠٠×٠,٠٣	(و) ٥×٠,٠٣	(ز) ٠,٣×٥	(ح) ٠,٣×٠,٥
(ط) ٠,٠٠٣×٥	(ي) ٠,٠٠٥×٣٠	(ك) ٠,٠٣×٠,٥	(ل) ٠,٥×٣

٤) اختر الناتجَ الصحيحَ من بين («أ»، أو «ب»، أو «ج»، أو «د») لكلِّ عمليَّةٍ من العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) ٠,٨ ÷ ٠,٠٢ = ...

أ) ٠,٠٤ ب) ٠,٤ ج) ٤ د) ٤٠

(ب) ٤,٥ ÷ ٠,٥ = ...

أ) ٠,٩ ب) ٩ ج) ٩٠ د) ٩٠٠

(ج) ٠,٠٩ ÷ ٠,٠٠٣ = ...

أ) ٠,٣ ب) ٣ ج) ٣٠ د) ٣٠٠

(د) ٣,٦ ÷ ٠,٠٠٦ = ...

أ) ٠,٦ ب) ٦ ج) ٦٠ د) ٦٠٠

٥) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(أ) ٠,٦ × ٠,٢	(ب) ٤,٥ × ٠,٣	(ج) ٠,١٨ × ٠,٤
(د) ٠,٠٦ × ٢,٥	(هـ) ٠,١١ × ٠,٥	(و) ٠,٦ ÷ ٠,٠٢
(ز) ٢,٧ ÷ ٠,٣	(ح) ٠,٤٥ ÷ ٠,٠٩	(ط) ٠,٢٨ ÷ ٠,٠٤
(ي) ٣,٦ ÷ ٠,٠٩		

٦) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بحسن.

استخدم حسن طريقةَ الحساب الكتابيَّة ودوَّن بعض الخطواتِ التي خطرت بذهنه أثناء التفكير بحلِّ السؤال، حيث إن هذه الطريقة ستساعده على الإجابة عن السؤال.

ولكن أخطأ حسن أثناء الإجابة عن السؤال.

اشرح الخطأ الذي ارتكبه حسن وأوجد الإجابةَ الصحيحةَ.

السؤال: *أوجد ناتجَ هذه العمليَّة الحسابيَّة ذهنيًّا* $\frac{٢٤ \times ٠,٢٥}{٠,٦ \times ٠,٢}$

الإجابة: البسط: $\frac{١}{٤}$ العدد ٢٤ = ٦ المقام: ٠,٢ ١

٦ ÷ ٠,٢ = ٦٠ ÷ ١٢ = ٥

٧) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا؛ واستعن بالطرقِ الحسابيَّةِ الكتابيَّة.

(أ) $\frac{٠,٥ \times ٤٨}{٣ \times ٠,٠٤}$

(ب) $\frac{٠,٣ \times ١٢٠}{١,٥ \times ٠,٢}$

(ج) $\frac{٠,٢٥ \times ٨٤}{٠,٠٠٢ \times ٣٥}$

(د) $\frac{٠,١ \times ٠,٤ \times ١٢٠}{٠,١٥ \times ٠,٨}$

٨) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(١) $٨ \times ٠,١$ (٢) $٨ \times ٠,٢$ (٣) $٨ \times ٠,٣$

(٤) $٨ \times ٠,٤$ (٥) $٨ \times ٠,٥$ (٦) $٨ \times ٠,٦$

(ب) استخدم إجاباتِك عن القسم «أ» من السؤال للإجابة عن السؤال التالي.

في حالة ضرب أيِّ عددٍ من الأعداد في العدد ٠,٧، هل تتوقَّع أن الناتج سيكون أكبر أم أصغر من ناتج ضرب نفس العدد في العدد ٠,٦؟

٩) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(١) $١٢ \div ٠,١$ (٢) $١٢ \div ٠,٢$ (٣) $١٢ \div ٠,٣$

(٤) $١٢ \div ٠,٤$ (٥) $١٢ \div ٠,٥$ (٦) $١٢ \div ٠,٦$

(ب) استخدم إجاباتِك عن القسم «أ» من السؤال للإجابة عن السؤال التالي.

في حالة قسمةِ أيِّ عددٍ من الأعداد على العدد ٠,٧، هل تتوقَّع أن الناتج سيكون أكبر أم أصغر من ناتج قسمةِ نفس العدد على العدد ٠,٦؟

٢-٢ الضرب في والقسمة على قوى العدد ١٠

انظر إلى الجزءِ المُوضَّح أدناه من جدول القيمة المكانية العشريَّة.

.....	أجزاء من الألف	أجزاء من المائة	أجزاء من العشرة	,	آحاد	عشرات	مئات	آلاف	.....
.....	$\frac{١}{١٠٠٠}$	$\frac{١}{١٠٠}$	$\frac{١}{١٠}$	,	١	١٠	١٠٠	١٠٠٠	.....

يُمكن كتابةُ الأعداد ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، ..... في شكل قُوى للعدد ١٠.

ويُمكن أيضًا كتابةُ الأعداد $\frac{١}{١٠}$، $\frac{١}{١٠٠}$، $\frac{١}{١٠٠٠}$، ..... في شكلِ قُوى للعدد ١٠.

انظر إلى نمط الأعداد المكتوبة في شكلِ قُوى للعدد ١٠. هل هناك أيُّ صلةٍ بين قُوى العدد ١٠ والقيمة المكانية له؟

..... ، $١٠^{٣} = ١٠٠٠$، $١٠^{٢} = ١٠٠$، $١٠^{١} = ١٠$، $١٠^{٠} = ١$، $١٠^{-١} = \frac{١}{١٠}$، $١٠^{-٢} = \frac{١}{١٠٠}$، $١٠^{-٣} = \frac{١}{١٠٠٠}$، ...

يُمكنك أن تلاحظ أنَّ العددَ العشريَّ ٠,١ يُمكن كتابتُه في شكل $\frac{١}{١٠}$ أو في شكل $١٠^{-١}$.

لاحظ أيضًا أنَّ العددَ العشريَّ ٠,٠١ يُمكن كتابتُه في شكل $\frac{١}{١٠٠}$ أو في شكل $١٠^{-٢}$.

يستمر هذا النمط تصاعديًّا أو تنازليًّا كلّما تتمُّ إضافة أعدادٍ أكبر أو أصغر.

على سبيل المثال: $١٠٠٠٠ = ١٠^{٤}$ و $\frac{١}{١٠٠٠٠} = ١٠^{-٤}$، $\frac{١}{١٠٠٠٠٠} = ١٠^{٥}$ و $\frac{١}{١٠٠٠٠٠} = ١٠^{-٥}$.

من المهم للغاية أن تتذكَّر دائمًا النقطتين الرئيستين التاليتين:

١) عند ضربِ أيِّ عددٍ من الأعداد في $\frac{١}{١٠}$، $\frac{١}{١٠٠}$، ..... ستحصل على نفس الناتج الذي ستحصل عليه عند قسمةِ نفسِ العدد على ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، .....

٢) عند قسمةِ أيِّ عددٍ من الأعداد على $\frac{١}{١٠}$، $\frac{١}{١٠٠}$، $\frac{١}{١٠٠٠}$، ..... ستحصُل على نفس الناتج الذي ستحصُل عليه عند ضربِ نفس العدد في ١٠، ١٠٠، ١٠٠٠، .....

مثال ٢-٢

أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) $٢,٥ \times ١٠^{٣}$ (ب) ١٢×١٠^{-٢} (ج) $٣٦٥ \div ١٠^{٤}$ (د) $٠,٤٥ \div ١٠^{-٣}$

(أ) $١٠^{٣} = ١٠٠٠$ ابدأ بكتابة $١٠^{٣}$ في شكل العدد ١٠٠٠.

$٢,٥ \times ١٠٠٠$ أعِد كتابة عمليَّة الضرب باستخدام العدد ١٠٠٠ بهذا الشكل $٢,٥ \times ١٠٠٠$.

$= ٢٥٠٠$ أخيرًا، أوجد الإجابة النهائيَّة.

(ب) $١٠^{-٢} = \frac{١}{١٠٠}$ ابدأ بكتابة $١٠^{-٢}$ في شكل الكسر $\frac{١}{١٠٠}$

$١٢ \times \frac{١}{١٠٠} = ١٢ \div ١٠٠$ لاحظ أنَّ ناتج ضرب العدد ١٢ في $\frac{١}{١٠٠}$ هو نفس ناتج قِسمة العدد ١٢ على ١٠٠.

$= ٠,١٢$ أخيرًا، أوجد الإجابة النهائيَّة.

(ج) $١٠^{٤} = ١٠٠٠٠$ ابدأ بكتابة $١٠^{٤}$ في شكل ١٠٠٠٠.

$٣٦٥ \div ١٠٠٠٠$ أعِد كتابة عمليَّة القسمة باستخدام العدد ١٠٠٠٠ بهذا الشكل $٣٦٥ \div ١٠٠٠٠$.

$= ٠,٠٣٦٥$ أخيرًا، أوجد الإجابة النهائيَّة.

(د) $١٠^{-٣} = \frac{١}{١٠٠٠}$ ابدأ بكتابة $١٠^{-٣}$ في شكل $\frac{١}{١٠٠٠}$

$٠,٤٥ \div \frac{١}{١٠٠٠}$

$= ٠,٤٥ \times ١٠٠٠$ لاحظ أنَّ ناتج قِسمة العدد ٠,٤٥ على $\frac{١}{١٠٠٠}$ هو نفس ناتج ضرب العدد ٠,٤٥ في ١٠٠٠.

$= ٤٥٠$ أخيرًا، أوجد الإجابة النهائيَّة.

تمارين ٢-٢

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًا.

(أ) ١٣×١٠^{٢} (ب) $٧,٨ \times ١٠^{٣}$ (ج) ٢٤×١٠

(د) $٨,٥٥ \times ١٠^{٤}$ (هـ) $٦,٥ \times ١٠^{١}$ (و) $٠,٠٨ \times ١٠^{٥}$

(ز) ١٧×١٠^{٠} (ح) ٨×١٠^{-١} (ط) $٨,٥ \times ١٠^{-٢}$

(ي) ٤٥٠٠×١٠^{-٤} (ك) ٣٢×١٠^{-٣} (ل) ١٢٥×١٠^{-٢}

٢) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًا.

(أ) $٢٧ \div ١٠$ (ب) $٤٥٠ \div ١٠^{٣}$ (ج) $٣٦ \div ١٠^{٢}$

(د) $١٧٠ \div ١٠^{٤}$ (هـ) $٠,٨ \div ١٠^{١}$ (و) $٢٤٨٠ \div ١٠^{٥}$

(ز) $٩ \div ١٠^{٠}$ (ح) $٠,٢٥ \div ١٠^{-١}$ (ط) $١٨ \div ١٠^{-٢}$

(ي) $٤,٧٦ \div ١٠^{-٤}$ (ك) $٠,٠٧ \div ١٠^{-٣}$ (ل) $٠,٠٨٥ \div ١٠^{-٢}$

تَذَكَّر:

$١٠^{٠} = ١$

$١٠^{١} = ١٠$

٣) انسخ هذا الجدول الذي يحتوي على رسالةٍ مُشفَّرةٍ سريَّةٍ.

٣,٣ ٣	٣٠٠ ٣,٣٠,٣	٦ ٦ ٣٣ ٣٠٠	٣٣ ٠,٣٣,٣٠,٣٣٠,٣٠,٦	٣٠٠ ٣٣ ٠,٠٦	ق ٦٠ ٣٣ ٣٣ ٦٠٠٠,٠٣ ٣٠٠ ٣٣ !

أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة الموجودة في مُربَّع الرموز الموضَّح على اليسار.

ابحث عن الإجابة بين الأعداد المذكورة بجدول الرموز السريَّة.

عندما تجد الإجابة، اكتب الحرف - الذي يشير إلى الناتج والمذكور بجانب كلِّ عمليَّةٍ حسابيَّةٍ بمُربَّع الرموز - أعلى الإجابة التي توصَّلت إليها بجدول الرموز السريَّة.

مثال: أوَّل عمليَّة حسابيَّة مذكورة بمُربَّع الرموز هي $٠,٦ \times ١٠^{٢}$.

$٠,٦ \times ١٠^{٢} = ٦٠$، لذا اكتب الحرف "S" أعلى العدد ٦٠ بجدول الرموز السريِّ.

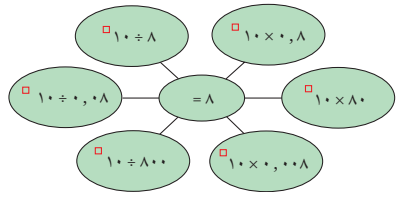
ما الرسالة المشفرة السريَّة؟

ق = $٠,٦ \times ١٠^{٢}$	ل = ٦٠×١٠^{-١}
أ = $٠,٠٦ \div ١٠^{-١}$	ص = $٦٠٠ \div ١٠^{٠}$
ح = ٦٠×١٠^{-٣}	س = $٣٣ \div ١٠^{١}$
ذ = $٠,٣٣ \times ١٠^{٠}$	ن = ٣٠٠×١٠^{-٣}
ج = $٣٠٠ \div ١٠^{٤}$	هـ = ٣٣٠٠×١٠^{-٢}
ر = $٠,٣ \div ١٠^{-٣}$	د = $٣٠٠ \div ١٠^{٢}$

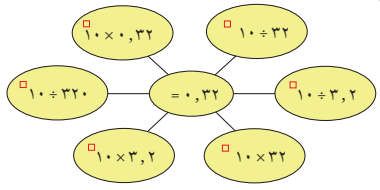
٤) أوجد قُوى العدد المفقودة بكلِّ مسألةٍ من المسائل المُوضَّحة بالمُخطَّطات العنكبوتية أدناه.

في كلِّ مُخطَّطٍ أدناه، يجب أن يكون ناتج المسائل المذكورة بالدوائر الفرعيَّة هو نفسه الناتج المذكور بالدائرة المركزيَّة.

(أ)



(ب)



يُطلق على هذه المُخطَّطات اسم المُخطَّطات العنكبوتيَّة؛ نظرًا لأنَّها مكوَّنة من دائرةٍ مركزيَّة (بمثابة جسم العنكبوت)، ودوائر متفرِّعة منها (بمثابة أرجل العنكبوت).

٥) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(١) ٤×١٠^{٢} (٢) ٤×١٠^{١} (٣) ٤×١٠^{٠}

(٤) ٤×١٠^{-١} (٥) ٤×١٠^{-٢} (٦) ٤×١٠^{-٣}

(ب) استخدم إجاباتِك عن القسم «أ» من السؤال للإجابة عن السؤال أدناه.

عند ضرب أيِّ عددٍ من الأعداد في $١٠^{-٤}$، هل الناتجُ سيكون أكبر أم أصغر من الناتج الذي ستحصُل عليه عند ضرب نفس العدد في $١٠^{-٣}$؟

٦) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(١) $١٢ \div ١٠^{٢}$ (٢) $١٢ \div ١٠^{١}$ (٣) $١٢ \div ١٠^{٠}$

(٤) $١٢ \div ١٠^{-١}$ (٥) $١٢ \div ١٠^{-٢}$ (٦) $١٢ \div ١٠^{-٣}$

(ب) استخدم إجاباتِك عن القسم «أ» من السؤال للإجابة عن السؤال أدناه.

عند قسمة أيِّ عددٍ من الأعداد على ١٠-٤، هل الناتجُ سيكون أكبر أم أصغر من الناتج الذي ستحصُل عليه عند قسمة نفسِ العدد على ١٠-٣؟

٢-٣ التقريب

إنَّك بالفعل على علم بكيفيَّة تقريب الأعداد العشريَّة إلى عددٍ مكوَّنٍ من منزلةٍ واحدةٍ أو منزلتين عشريَّتين.

مُصطلح «دقَّة درجة العدد» يُشير إلى عدد المنازل العشريَّة المُراد التقريب إليها.

وبالمثل، يُمكنك استخدامُ نفس الطريقة بالضبط لتقريب الأعداد العشريَّة إلى عددٍ مُكوَّنٍ من أكثر من منزلتين عشريَّتين.

- انظر إلى الرقم الموجود في موضع درجة دقة العدد المحدَّدة.
- إذا كانت قيمة العدد – الموجود على يمين الرقم – تساوي أو أكبر من ٥، فلا بُد من زيادة هذا الرقم بمقدار ١.

وإذا كانت قيمةُ العدد – الموجود على يمينِ الرقم – أصغر من ٥، فاترُك هذا الرقم كما هو.

مثال ٢-٣أ

قرِّب العدد ٥ ,٣٧٦٣٩٨ وفقًا لدرجة دقَّة العدد المُحدَّدة أدناه.

(أ) عدد مكوَّن من منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ (ب) عدد مكوَّن من ثلاثِ منازلِ عشريَّة

(ج) عدد مكوَّن من خمسِ منازل عشريَّة

(أ) ٥ ,٣٧٦٣٩٨ = ٥ ,٤ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ)

الرقم الموجود في أوَّل منزلةٍ عشريَّةٍ هو ٣. والرقم الموجود على يمينه هو ٧. وحيث إنَّ قيمة الرقم ٧ أكبر من ٥، فيجب إضافة ١ إلى الرقم ٣ وتقريبه إلى الرقم ٤. لاحظ أنَّ الأحرف «م.ع.» ترمز إلى «منزلةٍ عشريَّةٍ».

(ب) ٥ ,٣٧٦٣٩٨ = ٥ ,٣٧٦ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثِ منازل عشريَّةٍ)

الرقم الموجود في ثالث منزلةٍ عشريَّةٍ هو ٦. والرقم الموجود على يمينه هو ٣. وحيث إنَّ قيمة الرقم ٣ أصغر من ٥، فسيبقى الرقم ٦ كما هو دون إضافةٍ ١.

(ج) ٥ ,٣٧٦٣٩٨ = ٥ ,٣٧٦٤٠ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من خمس منازل عشريَّة)

الرقم الموجود في خامس منزلةٍ عشريّةٍ هو ٩والرقم الموجود على يمينه هو ٨.وحيث إنَّ قيمة الرقم ٨ أكبر من ٥، فيجب إضافة ١ إلى الرقم ٩ وتقريبه إلى الرقم ١٠. وهذا يُعادل تقريب رابع وخامس رقم بعد الفاصلة العشريَّةِ (٣٩) معًا إلى العدد ٤٠. لاحِظ ضرورة كتابة صفر في نهاية العدد الذي تمَّ تقريبه؛ لأنَّه يجب أن يحتوي على خمس منازل عشريَّة.

إنَّك أيضًا لا بُدَّ أن تكون على علمٍ بكيفيَّة تقريب الأعداد إلى عددٍ محدَّدٍ من **الأعدادِ المعنويَّة**.

إذا كان العددُ مكوَّنًا من أكثر من رقمٍ، فإنَّ العدد المعنويَّ الأوَّل بالعدد هو أوَّل رقمٍ غير صفريٍّ موجود بالعدد.

على سبيل المثال: الرقم ٤ هو العددُ المعنويُّ الأوَّل في العدد ٤٥٠ وفيما يتعلَّق بالعدد ٠,٠٠٨٤٠٢،

فإنَّ الرقم ٨ هو أو عددٍ معنويٍّ بالعدد؛ لأنَّ ما سبقه من أرقامٍ هي أرقامٌ صفريَّةٌ.

لكي تتمكَّن من تقريب عددٍ ما إلى عددٍ مُحدَّدٍ من الأعداد المعنويَّة، اتَّبع الطريقة المُوضَّحة أعلاه بالضبط.

- انظر إلى الرقم الموجودِ في موضع درجة دقَّة العدد المُحدَّدة.
- إذا كانت قيمةُ العدد – الموجود على يمين هذا الرقم – تساوي أو أكبر من ٥، فلا بُدَّ من زيادةِ هذا الرقم بمقدار ١. وإذا كانت قيمةُ العددِ – الموجود على يمين هذا الرقم – أصغر من ٥، فاترك هذا الرقم كما هو.

مثال ٢-٣ب

(أ) قرِّب العدد ٤ ٢٨٦ إلى عددٍ مكوَّنٍ من عددٍ معنويٍّ واحدٍ.
(ب) قرِّب العدد ٠,٠٨٠٦٩ إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثة أعدادٍ معنويَّةٍ.

(أ) ٤ ٢٨٦ = ٤ ٠٠٠ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من عددٍ معنويٍّ واحدٍ)

العدد المعنويّ الأوَّل بالعدد هو ٤. والرقم الموجود على يمينه هو ٢. وحيث إنَّ قيمة الرقم ٢ أصغر من ٥، فسيبقى الرقم ٤ كما هو دون إضافةٍ ١. استبدل الأرقام ٢، و ٨، و ٦ بأصفارٍ للحفاظ على قيمة العدد المُقرَّب متناسقًا مع قيمة العدد الأصليّ. وفي هذه الحالة، يكون تقريب العدد إلى عددٍ مكوَّنٍ من عددٍ معنويٍّ واحدٍ مماثلاً لتقريبه إلى أقرب ١ ٠٠٠. لاحظ أنَّ الأحرف «ر.م.» ترمز إلى «عددٍ معنويٍّ».

(ب) ٠,٠٨٠٦٩ = ٠,٠٨٠٧ (مقرَّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثة أعدادٍ معنويَّة)

العدد المعنويّ الأوَّل بالعدد هو ٨، والثاني هو ٠، والثالث هو ٦. والرقم الموجود على يمين الرقم ٦ هو ٩. وحيث إنَّ قيمة الرقم ٩ أكبر من ٥، فيجب إضافة ١ إلى الرقم ٦ وتقريبه إلى الرقم ٧. يجب عليك إبقاء الأصفار الموجودة في بداية العدد للحفاظ على شكلِ العدد المُقرَّب متناسقًا مع شكل العدد الأصليِّ. وفي هذه الحالة، يكون تقريب العدد إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثة أعدادٍ معنويَّةٍ مماثلًا لتقريبه إلى عددٍ مكوَّنٍ من أربع منازل عشريَّةٍ.

تمارين ٢-٣

١) قرِّب كلَّ عددٍ من الأعداد أدناه وفقًا لدرجة دقَّة العدد المُحدَّدة بين القوسين.

(أ) ٤,٧٦ (منزلةٍ عشريَّةٍ)
(ب) ٨,٧٩٢ (منزلتين عشريَّتين)
(ج) ٠,٤٧٦٦ (٣ منازل عشريَّة)
(د) ٠,٩٦٥٥٢ (منزلتين عشريَّتين)
(هـ) ٣,٥٩٩٧٦١ (٤ منازل عشريَّة)
(و) ١٨,٣٤٩٨٧ (٣ منازل عشريَّة)

٢) قرِّب العددَ ٢٥,٤٩٦٧٢٣٨١٥ وفقًا لعددِ المنازل العشريَّة المُحدَّد أدناه.

(أ) عدد مكوَّن من ثلاثِ منازل عشريَّة
(ب) عدد مكوَّن من منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ
(ج) عدد مكوَّن من خمسِ منازل عشريَّة
(د) عدد مكوَّن من أربعِ منازل عشريَّة
(هـ) عدد مكوَّن من منزلتين عشريَّتين
(و) عدد مكوَّن من سبعِ منازل عشريَّة

٣) قرِّب كلَّ عددٍ من الأعداد أدناه وفقًا لعدد الأعداد المعنويَّة المُحدَّد بين القوسين.

(أ) ١٣٥ (عددٍ معنويٍّ واحدٍ)
(ب) ٦٧٨ ٤٥ (عددين معنويَّين)
(ج) ١٨,٦٥٤ (٣ أعدادٍ معنويَّةٍ)
(د) ٠,٠٩٣١ (عددٍ معنويٍّ واحدٍ)
(هـ) ٠,٧٨٧٢ (عدد مكوَّن من رقميين معنويَّين)
(و) ١,٤٠٩٤٨ (٣ أعدادٍ معنويَّة)

٤) اختر الإجابة الصحيحة من بين («أ»، أو «ب»، أو «ج»، أو «د») لكلِّ عددٍ من الأعداد أدناه؟

(أ) العدد ٢ ٥٦٩ مُقرَّبًا إلى عددٍ مكوَّن من عددٍ معنويٍّ واحدٍ
أ) ٢ ب) ٣ ج) ٢٠٠٠ د) ٣٠٠٠

(ب) العدد ٤٧,٦٨٢١ مقرَّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثةِ أعدادٍ معنويَّةٍ
أ) ٤٧,٦ ب) ٤٧,٦٨٢ ج) ٤٧,٧ د) ٤٨,٠

(ج) العدد ٠,٠٨٨٢ مقرَّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من رقميين معنويَّين
أ) ٠,٠٨ ب) ٠,٠٨٨ ج) ٠,٠٩ د) ٠,١

(د) العدد ٣,٠٨٩٦٢ مقرَّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من أربعة أعدادٍ معنويَّةٍ
أ) ٣,٠٨٩ ب) ٣,٠٨٩٦ ج) ٣,٠٩ د) ٣,٠٩٠

٥) قرِّب العدد ٤٥٠٩,٠٢٩٨ وفقًا لعددِ الأعداد المعنويَّة المحدَّد أدناه.

(أ) عدد مكوَّن من ثلاثة أعدادٍ معنويَّة
(ب) عدد مكوَّن من عددٍ معنويٍّ واحدٍ
(ج) عدد مكوَّن من خمسةِ أعدادٍ معنويَّةٍ
(د) عدد مكوَّن من أربعةِ أعدادٍ معنويَّةٍ
(هـ) عدد مكوَّن من رقمين معنويَّين
(و) عدد مكوَّن من سبعةِ أعدادٍ معنويَّة

٦) إذا كان عدد مشجعي فريق برشلونة الحاضرين بإحدى المباريات هو ٦٣ ٤٧٥ وعدد مشجعي فريق الأرسنال هو ٣٢ ٤٨٦.
فكم العدد الإجماليّ لكلِّ المشجعين؟
اكتب إجابتَك مُقرَّبةً إلى درجةِ دقَّةِ العدد المُناسبة للعددِ الفعليِّ.
اشرح سببَ اختيارك لدرجةِ دقَّةِ العدد.

٧) لدى أحمد كيسٌ من الفول السوداني وزنه ١٥٠ غم.
وإذا كان هذا الكيس يحتوي على ٣٣٥ حبةً من الفولِ السودانيِّ.
فأوجد متوسِّط كُتلة كلِّ حبةٍ من حباتِ الفول السودانيِّ.
اكتب إجابتَك مُقرَّبة إلى درجةِ دقَّة العدد المناسبة للعدد الفعليِّ للكُتلة.
اشرح سببَ اختيارك لدرجة دقَّة العدد.

٨) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بهيثم.

السؤال (أ) *أوجد تقديرًا لهذه العمليَّة الحسابيَّة* $\frac{٠,٢٣٨ \times ٥٧٦}{٣٩,٧٦}$.
(ب) أوجد القيمة الدقيقة للناتج.
(ج) قارن بين تقديرك والقيمة الدقيقة للناتج.

الإجابة (أ) ٠,٢٣٨ ≈ ٠,٢ ، ٥٧٦ ≈ ٦٠٠ ، ٣٩,٧٦ ≈ ٤٠
٠,٢ × ٦٠٠ = ١٢٠ ، ١٢٠ ÷ ٤٠ = ٣ التقدير = ٣
(ب) ٠,٢٣٨ × ٥٧٦ = ١٣٧,٠٨٨ ،
١٣٧,٠٨٨ ÷ ٣٩,٧٦ = ٣,٤٥ (مقرّبًا إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثةِ أعدادٍ معنويَّةٍ) القيمة الدقيقة للناتج
= ٣,٤٥ (مقرَّبة إلى عددٍ مكوَّنٍ من ثلاثة أعدادٍ معنويَّةٍ)
(ج) تقديري قريب للقيمة الدقيقة للناتج؛ ولذلك فمن المحتمل أن تكون هذه القيمة الدقيقة هي الإجابةُ الصحيحةُ.

يحاول هيثم لإيجاد ناتج تقديري العمليَّة الحسابيَّة من خلال تقريب كلِّ عددٍ بالعمليَّة إلى عددٍ مكوَّن من عددٍ معنويٍّ واحدٍ. والآن يُمكنك اتِّباع الخطوات التالية لكلِّ عمليَّةٍ من العمليَّات الحسابيَّة أدناه.

(١) استخدم طريقةَ هيثم لإيجاد تقديرٍ لناتج كلِّ عمليَّةٍ حسابيَّةٍ.

(٢) استخدم الآلةَ الحاسبةَ لإيجاد القيمة الدقيقة للناتج. اكتب هذه القيمة الدقيقة في شكلِ عددٍ مكوَّن من ثلاثةِ أعدادٍ معنويَّة.

(٣) قارن التقدير الذي توصَّلت إليه بالقيمة الفعليَّة والدقيقة للناتج.
ثُمَّ قرِّر ما إذا كان التقدير الذي توصَّلت إليه قريبًا من القيمة الفعليَّة والدقيقة للناتج أم لا.

(أ) $\frac{٠,٣٩٤١ \times ١٩٦}{٤,٧٩٦}$

(ب) $\frac{٤٧٣٢ + ٩١٧٦}{١٩,٥١٦٦}$

(ج) $\frac{٢,٧٦٤ \times ٨٤,٦٩٥}{٩,٦٨٧ - ٤,١٩}$

(د) $\frac{٤٣٢ ٥٨ \times ٠,٠٨}{٣٤٨ \times ٠,٢}$

٢-٤ ترتيبُ العمليَّات

عندما تتضمَّن المسألة الحسابيَّة أكثر من عمليَّةٍ واحدةٍ، مثل الجمع والضرب، تأكَّد دائمًا من إجرائك لهذه العمليَّات بالترتيب الصحيح.

إن طريقة "BIDMAS" يُمكن أن تساعدك على تَذَكُّر ترتيب العمليَّات الصحيح.

"BIDMAS" هي كلمةٌ حروفها مُجمَّعة من الأحرف الأولى لمجموعةٍ من الكلمات، حيث إنَّ الحرف B يرمز إلى كلمة Brackets/ أقواس، والحرف I يرمز إلى كلمة (powers) Indices/ أُسُس (قُوى العدد)، والحرف D يرمز إلى كلمة Division/ عمليَّة القسمةِ، والحرف M يرمز إلى كلمة Multiplication/ عمليَّة الضرب، والحرف A يرمز إلى كلمة Addition/ عمليَّة الجمع، والحرف S يرمز إلى كلمة Subtraction/ عمليَّة الطرح.

ولذلك فإنَّ كلمة "BIDMAS" توضِّح لك الترتيب الذي يجب عليك اتِّباعه عند إجراء عمليَّاتٍ متعدِّدةٍ مُتداخلةٍ مع بعضها البعض.

حيث يجب عليك إيجاد ناتج العمليَّة الحسابيَّة المذكورة بين الأقواس/ Brackets وحساب الأُسس/ Indices أوَّلاً، ثُمَّ إجراء

عمليَّات القسمة/ Divisions وعمليَّات الضرب/ Multiplications، ثم الاتِّجاه في النهاية إلى إجراء

عمليَّات الجمع/ Additions وعمليَّات الطرح/ Subtractions.

مثال ٢-٤

أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) $٤ + ٢ \times ٦$ (ب) $٦ - ٢(٣ + ٩)$ (ج) $\frac{٢٤}{٨}$ (د) $(٢٩ - ٥^{٢})^{٣}$

(أ) $٤ + ٢ \times ٦$

$= ٤ + ١٢$ ابدأ بإيجاد ناتج عمليَّة الضرب: $٢ \times ٦ = ١٢$.

$= ١٦$ ثُمَّ أوجد حاصلَ الجمع: $٤ + ١٢ = ١٦$.

(ب) $٦ - ٢(٣ + ٩)$

$= ٦ - ١٢ \times ٢$ ابدأ بحلِّ العمليَّة الحسابيَّة المذكورة بين الأقواس: $٣ + ٩ = ١٢$.

$= ٦ - ٢٤$ ثم أوجد ناتج عمليَّة الضرب: $٢ \times ١٢ = ٢٤$.

$= -١٨$ وأخيرًا، أوجد ناتج عمليَّة الطرح: $٦ - ٢٤ = -١٨$.

(ج) $\frac{٢٤}{٨} = \frac{١٦}{٨}$ ابدأ بحساب الأُسِّ وأوجد أن $٢٤ = ١٦$.

$= ٢$ ثُمَّ أوجد ناتج عمليَّة القِسمة: $١٦ \div ٨ = ٢$.

(د) $(٢٩ - ٥^{٢})^{٣}$

$= (٢٩ - ٢٥)^{٣}$ ابدأ بحساب الأُسِّ واستنتج قيمة $٥^{٢}$ قبل حساب الجملة العدديَّة المذكورة بين الأقواس: $٥^{٢} = ٢٥$.

$= ٤^{٣}$ ثُمَّ استنتج ناتج الجملة العدديَّة المذكورة بين الأقواس: $٢٩ - ٢٥ = ٤$.

$= ٦٤$ وأخيرًا، استنتج أن قيمة $٤^{٣} = ٦٤$.

تمارين ٢-٤

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) $٨ + ٣ \times ٤$ (ب) $١٢ \times ٢ - ٥$ (ج) $\frac{٢٧}{٣} - ١٦$

(د) $١٨ - ٥ \times ٦$ (هـ) $٤ \times ٣ - ٧ \times ٢$ (و) $\frac{٢٤}{٨} + \frac{٦٠}{١٢}$

(ز) $٨(١٢ - ٩)$ (ح) $١٣ + ٢^{٢}$ (ط) $٨^{٢} + ٦^{٢}$

(ي) $١٠٠ - ٢(١٢ + ١٣)$

٢) اكتب العلامةَ الصحيحةَ والمناسبةَ من بين (=، أو <، أو >) في كلِّ مُربَّع من المُربَّعات الفارغة والموجودة بين الجمل العدديَّة أدناه.

(أ) $١٦ + ٢ \times ٤ \square ٣٠ - \frac{٤٨}{٨}$ (ب) $٥٠ - ٦^{٢} \square ٣(٢٦ - ١٩)$

(ج) $٥^{٢} + (١١ - ٦) \square ٤١ - ٣ \times ٤$ (د) $\frac{٦٠}{٤} + \frac{٥١}{٣} \square ٧^{٢} - ٠,٥ \times ٤$

(هـ) $٤٦ - ٢(٣ + ٥) \square ٣(٤^{٢} - ٥)$ (و) $(١٢ - ٤)^{٢} \square ٥^{٢} + \frac{٧٢}{٢}$

٣) استنتج ما إذا كان ناتج كلِّ عمليَّةٍ من العمليَّات الحسابيَّة أدناه صحيحًا (✓) أم خاطئًا (✗). وإذا كان الناتج خاطئًا، أوجد الناتجَ الصحيحَ.

(أ) $٦ + ٣ \times ٢ = ١٨$ (ب) $٣(١٦ - ٣^{٢}) + ٩ = ٣٠$

(ج) $٥ - (٨ - ٦)^{٣} = ٢٧$

٤) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بعائشةَ.

السؤال أوجد ناتجَ هذه العمليَّات الحسابيَّة:

(أ) $٢٧ - ٥ \times ٢$ (ب) $٢(١٤ - ٩)^{٢}$ (ج) $\frac{١٨ + ٢٢}{٨ - ٣}$

الإجابات (أ) $٢٧ - ٥ = ٢٢$، $٢٢ \times ٢ = ٤٤$

(ب) $١٤ - ٩ = ٥$، $٥ \times ٢ = ١٠$، $١٠^{٢} = ١٠٠$

(ج) $١٨ + ٢٢ = ٤٠$، $٤٠ \div ٨ = ٥$، $٥ - ٣ = ٢$

لاحظ أنَّ كلَّ إجاباتِها خاطئةٌ.

ولذلك فإنَّ المطلوب منك إجراء الخطوات التالية لكلِّ جزءٍ من أجزاءِ هذا الواجب المنزليِّ:

(١) شرح الخطأ الذي ارتكبته عائشةُ

(٢) استنتاج الإجابةِ الصحيحةِ.

٥) يحاول كلٌّ من راشد ومهند استنتاجَ قيمة الجملة العدديَّة ٢(أ + ٥ب) في حالة ما إذا كانت قيمة «أ» = ٤ وقيمة «ب» = ٣.

أعتقد أنَّ قيمة الجملة العدديَّة هي ١١٤ لأنَّ ٤ + ٥٣ = ٥٧، ومن ثَمَّ فإن ٢ × ٥٧ = ١١٤.

أعتقد أنَّ قيمة الجملة العدديَّة هي ٥٤ لأنَّ ٤ + ٥ = ٩، و ٩ × ٣ = ٢٧، ومن ثَمَّ فإنَّ ٢ × ٢٧ = ٥٤.

هل نجح أيٌّ منهما في استنتاج القيمة الصحيحة للجملة العدديَّة؟ اشرح إجابتَك.

٦) أوجد قيمة كلِّ جملةٍ من الجمل العدديَّة أدناه في حالة ما إذا كانت قيمة «س» = ٦ وقيمة «ص» = ٢.

(أ) ٣س + ص^{٢}

(ب) ٢س^{٢} – ٤ص

(ج) (٢س – ٣ص)^{٢}

(د) ٢ (٣س – ٦ص)^{٢}

مُلخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ في حالةِ ضربِ أيِّ عددٍ من الأعداد في عددٍ عشريٍّ يقع بين الرقمين ٠ و ١، فإنَّ الناتج سيكون أصغرَ من الطرف الأوَّل بالعمليَّة الحسابيَّة.
- ★ في حالة قسمة أيِّ عددٍ من الأعداد على عددٍ عشريٍّ يقع بين الرقمين ٠ و ١، فإنَّ الناتج سيكون أكبرَ من الطرف الأوَّل بالعمليَّة الحسابيَّة.
- ★ يُمكن كتابةُ الأعداد العشريَّة ٠,١، ٠,٠١، ٠,٠٠١ ..... في شكل قُوى سالبةٍ للعدد ١٠.
  $٠,١ = \frac{١}{١٠} = ١٠^{-١}$، $٠,٠١ = \frac{١}{١٠٠} = ١٠^{-٢}$،
  $٠,٠٠١ = \frac{١}{١٠٠٠} = ١٠^{-٣}$، .....
- ★ العدد المعنويُّ الأوَّل بالعدد هو أوَّلُ رقمٍ غير صفريٍّ موجود بالعدد.
- ★ عند تقريب أيِّ عددٍ من الأعداد إلى عددٍ محدَّدٍ من الأعداد المعنويَّة، يجب عليك الحفاظ على قيمة الناتج المُقرَّب متناسقةً مع قيمة العدد الأصليِّ.
- ★ يُمكنك استخدامُ طريقةِ "BIDMAS"، وهي كلمةٌ حروفها مُجمَّعة من الأحرف الأولى لمجموعةٍ من الكلمات وهي (أقواس/ Brackets، أُسس أو قُوى/ Indices، عمليَّة القسمة/ Division، عمليَّة الضرب/ Multiplication، عمليَّة الجمع/ Addition، عمليَّة الطرح/ Subtraction)، لكي تساعدك على تَذكُّر الترتيبِ الصحيحِ للعمليَّات.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ إجراء عمليَّاتٍ حسابيَّةٍ تحتوي على أعدادٍ عشريَّةٍ ذهنيًّا، أو باستخدام الطُرق الحسابيَّة الكتابيَّة حيثما يكون ذلك مناسبًا.
- ★ إجراء عمليَّات ضربٍ في أعدادٍ عشريَّة، وفَهْم كيفيَّة تحديد المكان الصحيح الذي يجب أن توضع به الفاصلة العشريَّة من خلال التفكير في العمليَّات الحسابيَّة المتكافئة.
- ★ إجراء عمليَّات قسمةٍ على أعدادٍ عشريَّةٍ من خلال تحويل العمليَّة الحسابيَّة إلى عمليَّة قسمةٍ على عددٍ صحيحٍ.
- ★ التعرُّف على الآثار المترتِّبة على إجراء عمليَّات ضربٍ في أعدادٍ تقع بين الرقمين ٠ و ١ وكذلك إجراء عمليَّات القسمة على هذه الأعداد.
- ★ التعرُّف إلى تكافؤات كلٍّ من ٠,١، و $\frac{١}{١٠}$، و $١٠^{-١}$.
- ★ ضرب الأعداد في أو قسمتها على العدد ١٠ مرفوعًا إلى قُوى ممثَّلةٍ في عددٍ صحيحٍ موجبٍ أو سالبٍ.
- ★ تقريب الأعداد إلى عددٍ محدَّدٍ من المنازل العشريَّة أو الأعداد المعنويَّة، واستخدام التقريب لإيجاد حلولٍ تتميَّز بدرجةٍ مناسبةٍ من دقَّة العدد لأيٍّ من المسائل الحسابيَّة.
- ★ اتِّباع الترتيب الصحيح للعمليَّات، بما في ذلك معرفة أولويات استخدامِ الأقواسِ وقُوى العددِ.

مُراجعةُ نهايةِ الوحدة

١) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(أ) ٧ × ٠,٣ (ب) ١٥ × ٠,٤ (ج) ٢١ × ٠,٠٣

(د) ٦ × ٠,٠٦ (هـ) ٢٠ × ٠,٠٥ (و) ٨ ÷ ٠,٤

(ز) ٤٩ ÷ ٠,٧ (ح) ٣٠ ÷ ٠,١ (ط) ٣ ÷ ٠,٠٥

(ي) ٥٥ ÷ ٠,١١

٢) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(أ) ٠,٨ × ٠,٢ (ب) ١,٥ × ٠,٣ (ج) ٠,٢٢ × ٠,٤

(د) ٠,٠٤ × ٢,٥ (هـ) ٠,٠٨ × ٠,٠٢ (و) ٠,٨ ÷ ٠,٢

(ز) ٠,٢١ ÷ ٠,٣ (ح) ٠,٣٢ ÷ ٠,٠٨ (ط) ٠,٣٥ ÷ ٠,٠٧

(ي) ٢,٤ ÷ ٠,٠٣

٣) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(١) ٤ × ٠,١ (٢) ٤ × ٠,٢ (٣) ٤ × ٠,٣

(٤) ٤ × ٠,٤ (٥) ٤ × ٠,٥

(ب) استخدم إجاباتِك عن القسم «أ» من السؤال للإجابة عن السؤال أدناه.

في حالة ضربِ أيِّ عددٍ من الأعداد في ٠,٨، هل الناتج سيكون أكبر أم أصغر من ناتج ضربِ نفس العددِ في ٠,٤؟

٤) (أ) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية ذهنيًّا.

(١) ١٥ ÷ ٠,١ (٢) ١٥ ÷ ٠,٢ (٣) ١٥ ÷ ٠,٣

(٤) ١٥ ÷ ٠,٤ (٥) ١٥ ÷ ٠,٥

(ب) استخدم إجاباتِك عن القسم «أ» من السؤال للإجابة عن السؤال أدناه.

في حالة قسمةِ أيِّ عددٍ من الأعداد على ٠,٨، هل الناتج سيكون أكبر أم أصغر من ناتج قسمةِ نفس العدد على ٠,٤؟

٥) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) ٩×١٠^{٢} (ب) $٣,٧ \times ١٠^{٣}$ (ج) ٢٤ × ١٠

(د) $٥,٥٥ \times ١٠^{٠}$ (هـ) $٧,٥ \times ١٠^{-٢}$ (و) ٥٣٤٠ ÷ ١٠

(ز) $٢ \div ١٠^{٠}$ (ح) $٠,١ \div ١٠^{-١}$ (ط) $٦٢ \div ١٠^{٢}$

(ي) $٠,٠٧٦ \div ١٠^{-٣}$

تَذَكَّر:

$١٠^{٠} = ١$

$١٠^{١} = ١٠$

٦) يقول سامي إنَّ في حالة ضربِ أيِّ عددٍ من الأعداد في $١٠^{-٣}$، فإنَّ الناتج سيكون أصغر من ناتج ضربِ نفس العدد في $١٠^{-٤}$.

هل رأي سامي صحيحٌ؟ أعطِ مثالًا لتوضيح صحة إجابتك.

٧) قرِّب كلَّ عددٍ من الأعداد أدناه وفقًا لدرجة دقَّة العددِ المُحدَّدة بين القوسين.

(أ) ٢,٨٣ (منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ)

(ب) ١١,٨٥٩ (منزلتين عشريَّتين)

(ج) ٠,٥٥٥٤٤ (عدد ٣ منازل عشريَّة)

(د) ٠,٢٩٨١١ (منزلتين عشريَّتين)

(هـ) ٠,١٢٣٤٥٦ (٤ منازل عشريَّة)

(و) ١١١,٩٩٩٩٩ (٣ منازل عشريَّة)

(ز) ١٠٥,٤٥ (عددٍ معنويٍّ واحدٍ)

(ح) ٢٣٤,٥١١ (عددين معنويَّين)

(ط) ٠,٦٥٤ (عددين معنويَّين)

(ي) ٠,٠١٨٨٣١ (عددٍ معنويٍّ واحدٍ)

(ك) ٠,٩٩٩٩ (٣ أعدادٍ معنويَّة)

(ل) ١,٠١١ (عددين معنويَّين)

تَذَكَّر:
ع.م. = عدد معنويّ
م.ع. = منزلة عشريَّة

٨) قرِّب العدد ٣٨٩٣,٠٠٩٥٦١ وفقًا لكلِّ درجةٍ من درجات دِقَّة العدد المُحدَّدة التالية.

(أ) عددٍ معنويٍّ واحدٍ
(ب) عددين معنويَّين
(ج) ٣ أعدادٍ معنويَّة
(د) ٤ أعدادٍ معنويَّة
(هـ) ٥ أعدادٍ معنويَّة
(و) منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ
(ز) منزلتين عشريَّتين
(ح) ٣ منازل عشريَّة
(ط) ٤ منازل عشريَّة
(ي) ٥ منازل عشريَّة

٩) أوجد ناتج العمليَّات الحسابيَّة التالية.

(أ) $٢٠ - ٤ \times ٤$
(ب) $١٠ \times ٣ + ٣$
(ج) $٤٠ - \frac{٣٠}{١٠}$
(د) $\frac{١٠٠}{٢} - ٦ \times ٥$
(هـ) $٦ \times ٦ - ٥ \times ٥$
(و) $\frac{٤٠}{٨} - \frac{٦٠}{١٠}$
(ز) $٥(٢٣ - ٢١)$
(ح) $٥ + ٣^{٢}$
(ط) $٣^{٢} + ٤^{٢}$
(ي) $١٠^{٢} - ٢(٢٢ + ٢٨)$

١٠) استنتج قيمةَ كلِّ جملةٍ من الجملِ العدديَّة أدناه في حالةِ ما إذا كانت قيمةُ «س» = ٥ وقيمةُ «ص» = ٣.

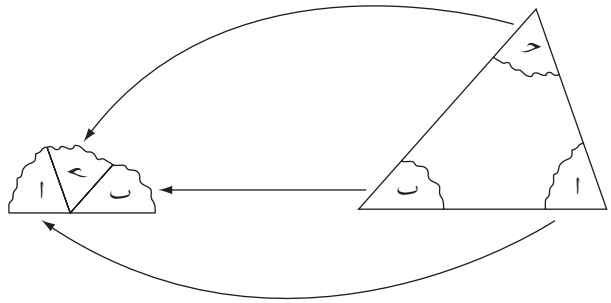
(أ) $٥س - ص^{٢}$
(ب) $٢ص^{٢} + ٤س$
(ج) $(س + ٢ص)^{٢}$
(د) $١٠(س^{٢} - ٦ص)^{٢}$

٣ الشبكات والزَّوايا

هل تتذكَّر أنَّ مجموعَ قياسات زوايا المُثلَّث تساوي ١٨٠°؟

كيف استنتجت أنَّ هذا الأمرَ صحيحٌ؟

هل رسمت مُثلثًا، وفصلت الثلاث زَوايا ووضعتها معًا لتُكَوِّن خطًا مستقيمًا؟



هل استخدمت مِنقلةً لقياسِ زَوايا المُثلَّث الثلاث،

وجمعتها معًا لتحصُل على عددٍ إجماليٍّ لمجموعِ قياسات الزَّوايا يقرب من ١٨٠°؟

توضِّح تلك الطرقُ أنَّ هذه النتيجةَ منطقيَّةٌ. كما أنَّها لا تُثبِت أنَّ هذه النتيجةَ صحيحةٌ لأيِّ مُثلَّثٍ.

البُرهان هو حُجَّةٌ منطقيَّةٌ توضِّح كلَّ خطوةٍ بها أو تُسنَد إلى دليلٍ.

منذ ما يزيد عن ٢٠٠٠ عامٍ كتب عالمُ الرياضيَّات اليونانيُّ «إقليدس» كتابًا أسماه «العناصر».

حاول فيه استخدامَ حُججٍ منطقيَّةٍ لإثباتِ العديدِ من الحقائق الخاصَّة بالهندسة وعلمِ الحساب. وقد كان كتابُه أكثرَ الكتبِ النصيَّة المكتوبة نجاحًا على الإطلاقِ؛ ولا تزال طباعتُه مستمرةً حتى الآن.

استهلَّ إقليدس كتابه بتعريفِ الأشياء الأساسيَّة مثل النقطة والخط المستقيم. كما ضمَن في الكتاب مجموعةً من العباراتِ التي اعتقد بأنَّ الجميعَ مُتفِقٌ عليها؛ وأطلق عليها المُسلَّمات. ومن أمثلة هذه المُسلَّمات:

- الأشياء المساوية لشيءٍ واحدٍ متساويةٌ فيما بينها.

ومن خلالِ هذا المُنطلقِ البسيطِ، أثبت إقليدس العديدَ من النتائجِ المُعقَّدة.

في هذه الوحدة، ستبدأ برسمِ شبكاتٍ للأشكال، ثُمَّ ستتعلَّم العديدَ من البراهين وستُدرِك مفهومها. كما ستتعلَّم طُرقَ حلِّ المسائلِ الهندسيَّةِ، وكذلك شرح الأسبابِ التي تستند إليها.

المُفردات

تأكَّد من تَعلُّم وفَهْم المُفردات التالية:

- الشبكةُ (net)
- يثبت (prove)
- بُرهانٌ (proof)
- الزَّاوية الخارجيَّة (exterior angle)

٣-١ رسمُ شبكاتٍ للمُجسَّمات

تُظهِر **الشبكةُ** مُخطَّطًا ثُنائيَّ الأبعادِ لمُجسَّمٍ ثُلاثيِّ الأبعادِ.

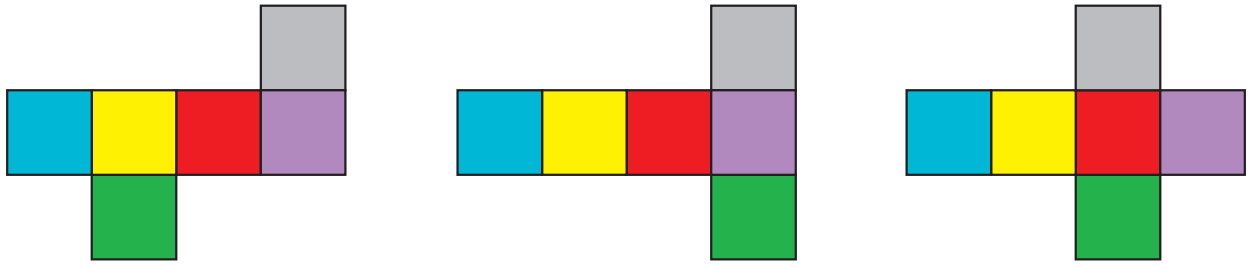
ستُطوى الشبكةُ لتكوِّن المُجسَّم.

لاستنتاجِ شبكةِ جسمٍ ثُلاثيِّ الأبعادِ، تصوَّر أنَّك قصصته بطولِ الحواف وفردته.

المُخطَّط هو رسمٌ تقريبيٌّ - لا يلزم أن تكونَ الأطوالُ دقيقةً.

ينبغي لك تكوينُ مُخطَّطٍ من الشبكة لمُجسَّمٍ ثُلاثي الأبعادِ. كما أنَّك ستحتاجُ لعملِ رسمٍ دقيقٍ من الشبكة لمُجسَّمٍ ثُلاثيِّ الأبعادِ. في الرسمِ الدقيقِ، يجب أن تكون كلُّ الأطوالِ مساويةً تمامًا للقياساتِ الصحيحةِ.

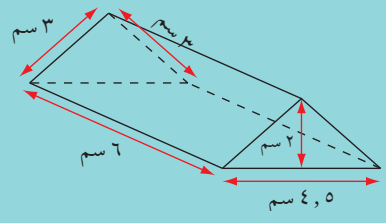
وغالبًا ما تُستخدم طرقٌ مُختلفةٌ لرسمِ شبكةٍ لمُجسَّمٍ ثُلاثيِّ الأبعادِ. فيما يلي، على سبيلِ المثالِ، ثلاثُ طُرقٍ يُمكنك بها رسمُ شبكةٍ للمُكعَّب أعلاه.



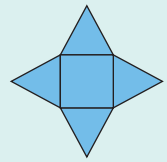
مثال ٣-١

(أ) ارسُم مُخطَّطَ شبكةٍ لهرمٍ رباعي منتظمٍ.

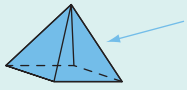
(ب) ارسُم رسمًا دقيقًا للشبكةِ الخاصَّةِ بهذا المنشور الثُلاثيِّ.



(أ)

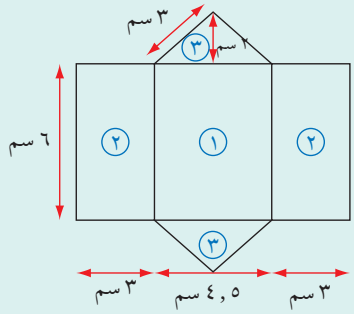


الهرم الرباعي المنتظم يُشبه هذا الشكلَ.



لرسمِ الشبكةِ، ابدأ برسمِ القاعدةِ المُربَّعةِ، ثُمَّ ارسُم مُثلَّثًا مُتطابقَ الضلعين عند كلِّ ضلعٍ من أضلاعِ القاعدةِ المُربَّعة.

(ب)



١) ابدأ برسمِ قاعدةِ المنشورِ الثُلاثيِّ. هذا مستطيلٌ يجب أن يكونَ ناتجُ قياساتِه مساويًا تمامًا لحاصلِ ضربِ ٦ سم في ٤,٥ سم.

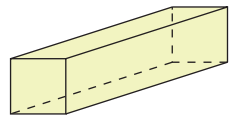
٢) ثُمَّ ارسُم الجانبين المائلين. كلًّا من هذين المُستطيلين يجب أن يكونَ ناتجُ قياساتِه مساويًا تمامًا لحاصلِ ضربِ ٦ سم في ٣ سم.

٣) وأخيرًا، ارسُم الطرفين المُثلَّثين للمنشور. هذان المُثلَّثان يُمثِّلان مُثلَّثين مُتطابقيّ الضلعين. أفضل طريقةٍ لرسمِهما هو قياسُ ٢ سم من مركزِ قاعدةِ المُستطيل، ثُمَّ توصيل هذه النقطة بزَاويةِ قاعدةِ المُستطيل.

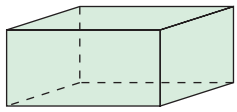
تمارين ٣-١

١) ارسُم شبكةً لكلٍّ مُتوازي مُستطيلاتٍ.

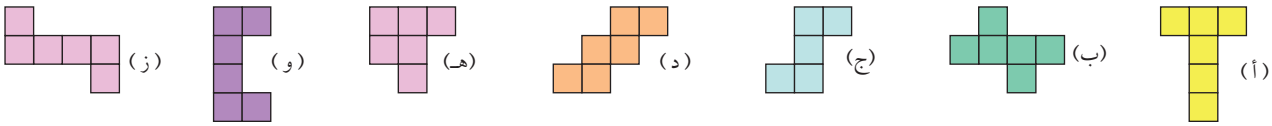
(أ)



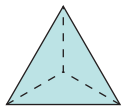
(ب)



٢) أيٌّ من الأشكال التالية قد يُشكِّل شبكةً لمُكعَّبٍ؟

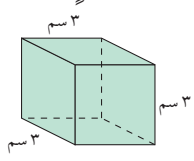


٣) ارسُم مُخطَّطَ شبكةٍ للهرم الرباعي المنتظم (هرم مُثلَّث القاعدةِ) المقابل.

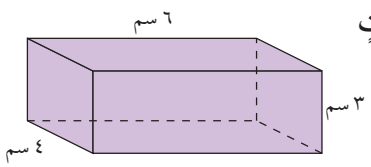


٤) ارسُم شبكةً دقيقةً لكلِّ مُجسَّمٍ من المُجسَّمات ثُلاثيَّة الأبعادِ التالية.

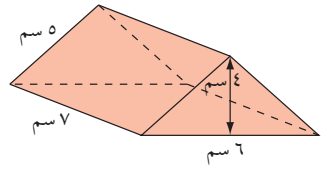
(أ) مُكعَّب



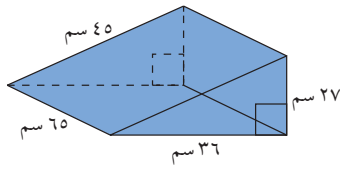
(ب) مُتوازي مُستطيلاتٍ



(ج) منشور ثُلاثيّ (مُثلَّث مُتطابق الضلعين)



(د) منشور ثُلاثيّ (مُثلَّث قائم الزَّاوية)



٥) أمامك شبكةُ متوازي مُستطيلاتٍ.

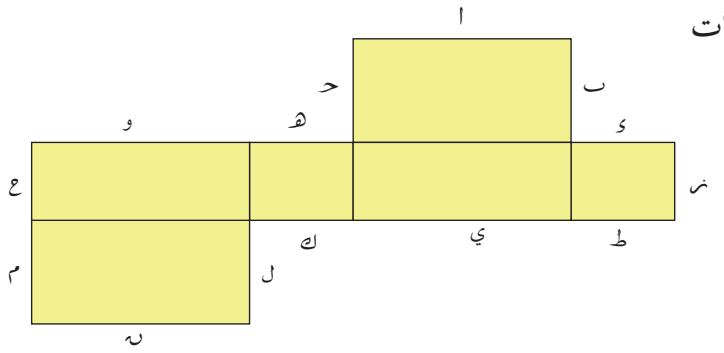
عندما تُطوى الشبكةُ لتكوين متوازي المُستطيلات سيتقابل الضلع «ب» مع الضلع «ى».

ما الضلعُ الذي سيتقابل مع:

(أ) الضلع «حـ» (ب) الضلع «ك»

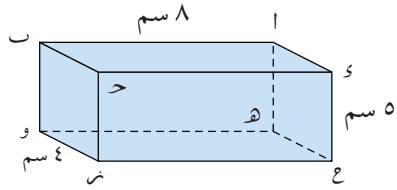
(ج) الضلع «نـ» (د) الضلع «أ»

(هـ) الضلع «ب» (و) الضلع «م»؟

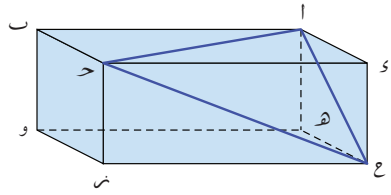


٦) لدى هلال متوازي مُستطيلاتٍ تبلُغ قياساتُه ٨ سم في ٥ سم في ٤ سم.

سمَّى هلال الرؤوس (الزَّوايا) بالآتي: «أ»، «ب»، «حـ»، «ى»، «هـ»، «و»، «نـ»، «ع»، كما هو مُوضَّحٌ بالشكل.



رسم خطًا من «أ» إلى «ع» إلى «حـ» إلى «أ».



(أ) ارسُم شبكةً دقيقةً لمتوازي المُستطيلات الخاصِّ بهلال.

(ب) أوجد قياسَ الطولِ الإجماليِّ للخط الذي رسمه هلال.

اكتب إجابتَك مُقرَّبةً لأقرب مليمترٍ.

٣-٢ شرحُ خصائصِ الزَّوايا

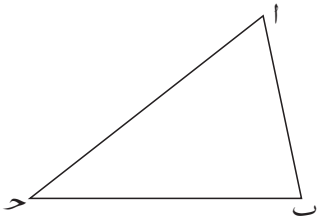
مجموعُ قياسات زَوايا المُثلَّث ١٨٠°. كيف تعرف أنَّ هذا صحيحٌ؟

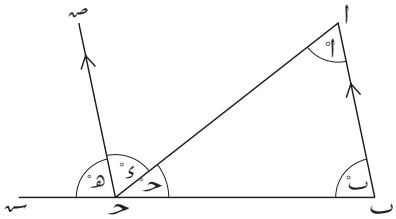
يُمكنك قياسُ زَوايا مُثلَّثٍ ما وجمعُها معًا. ولكنَّ هذه التجربة ستشير إلى أنَّ هذا الأمر صحيحٌ بالنسبةِ لهذا المُثلَّث فقط. كيف يُمكنك إيضاحُ أنَّ هذا الأمر صحيحٌ لكلِّ المُثلَّثات؟

يُمكنك **إثباتُ** ذلك عن طريقِ استخدامِ خصائصِ الخطوطِ المتوازيةِ.

البُرهان ١

لإثباتِ أنَّ مجموعَ زَوايا المُثلَّث «اب حـ» يساوي ١٨٠°.





مِدّ الضلعَ «ب حـ» حتى يصلَ للنقطةِ «سـ»، وارسُم الخط «حـ صـ» موازيًا للضلعِ «ب ا».

وبما أنَّ ا = ء (زاويتان مُتبادلتان)

و ب = هـ (**زاويتان متناظرتان**)

حـ + ء + هـ = ١٨٠° (زَوايا على خطٍ مستقيمٍ)

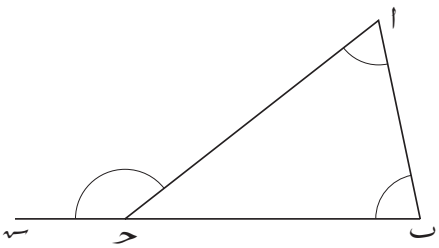
⇐ حـ + ا + ب = ١٨٠°.

⇐ تعني «إذًا»

وهو المطلوب إثباته.

هذا **برهانٌ** على أنَّ مجموعَ زَوايا المُثلَّث يساوي ١٨٠°. فهو يشرح سببَ كلِّ سطرٍ من سطورِ الحلِّ. ولا يلزمك كتابةُ البراهين بتلك الطريقةِ، ولكن ينبغي لك فَهْمُها.

يُثبِت هذا المثالُ أيضًا حقيقةً هامةً أخرى.



يُطلَق على الزَّاوية «احـ سـ» اسمَ **الزَّاوية الخارجيَّة** للمُثلَّث عند النقطة «حـ».

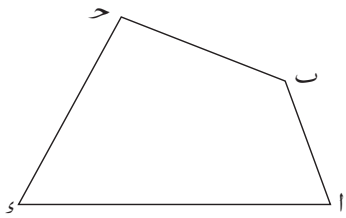
يوضِّح البُرهان أنَّ ء + هـ = ا + ب.

وهذا يعني أنَّ الزَّاوية الخارجيَّة عند «حـ» تساوي مجموعَ الزَّوايا الداخليَّة عند «ا» و«ب»، وتنطبِق هذه النتيجةُ على أيِّ مُثلَّثٍ.

قياس الزَّاوية الخارجيَّة للمُثلَّث يساوي مجموعَ قياسيّ الزاويتين الداخليَّتين المُقابلتين لها.

البُرهان ٢

أثبِت أنَّ مجموعَ قياساتِ زَوايا رباعي الأضلاع المقابل يساوي ٣٦٠°.



ارسُم الخط القُطريَّ «بـ ء».

أ + سـ + صـ = ١٨٠° (مجموع زَوايا المُثلَّث)

ع + طـ + حـ = ١٨٠° (مجموع زَوايا المُثلَّث)

أ + سـ + صـ + ع + طـ + حـ = ٣٦٠°

أ (سـ + ع) + (صـ + طـ) + حـ = ٣٦٠°

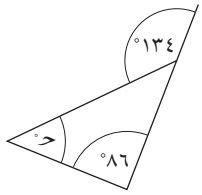
أو (سـ + ع) و(صـ + طـ) و حـ هي زَوايا رُباعيِّ الأضلاع. وهذا يُثبت هذه النتيجة.

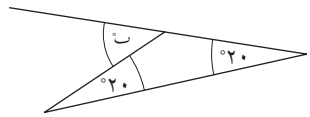
يستخدم هذا البرهانُ نتيجةَ البرهانِ السابقِ؛ وأنت لست بحاجةٍ للتمكُّن من كتابةِ البراهين.

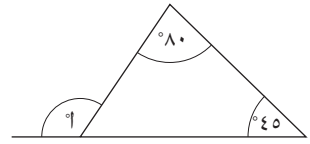
إنما أنت بحاجةٍ للتمكُّن من توضيح الأسباب التي تستند إليها النتائجُ الهندسيَّة.

تمارين ٣-٢

١) في المُثلَّثات التالية، احسب قيمةَ الزَّوايا (أ) و(ب) و(حـ).





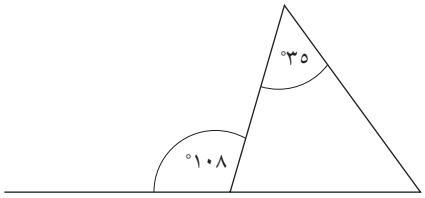


٢) قياس زَاويةٍ خارجيَّةٍ لمُثلَّثٍ ما هو ١٠٨°.

وقياس إحدى الزَّوايا الداخليَّة للمُثلَّث هو ٣٥°.

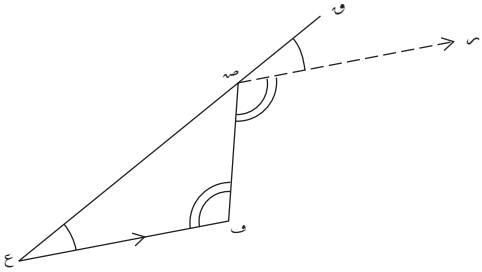
(أ) استنتج قياسَ الزَّاويتين الداخليَّتين الأخريين للمُثلَّث.

(ب) استنتج قياسَ الزَاويتين الخارجتين الأخريين للمُثلَّث.



٣) «عفصه» مُثلَّثٌ، و«عصهو» خطٌّ مستقيمٌ. «صهـ» يوازي «عف».

(أ)



الزَّاوية (ع) والزَّاوية (وصهـ) متساويتان

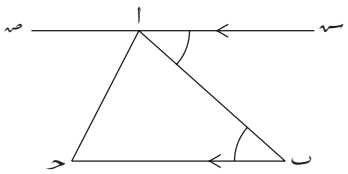
ما خاصيَّة الزَّوايا التي تستخدمها مها؟

(ب)

الزَّاوية (ف) والزَّاوية (فصهر) متساويتان

ما خاصيَّة الزَّوايا التي تستخدمها مها؟

٤) في هذا المُخطَّط، «سهصه» يوازي «بحـ».



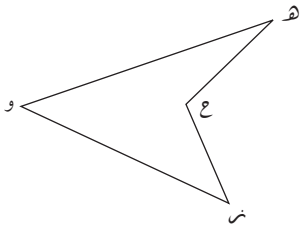
(أ) وضِّح لماذا تتساوي الزَّاويتان «سهاب» و«اجحـ».

(ب) وضِّح لماذا تتساوي الزَّاويتان «صهاجـ» و«اجحـ بـ».

(ج) وضِّح لماذا يساوي مجموعُ قياسات زَوايا المُثلَّث «ابحـ» ١٨٠°.

استخدم إجاباتِ الأجزاءِ (أ) و(ب) لمساعدتك على ذلك.

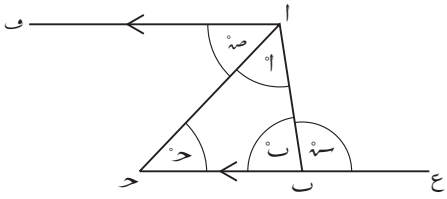
٥) يعرض هذا المُخطَّط رُباعيَّ أضلاعٍ به زاويةٌ مُنعَكِسةٌ.



وضِّح أنَّ مجموعَ الزَّوايا الأربع يساوي ٣٦٠°.

قسِّم الشكل إلى مُثلَّثين.

٦) في هذا المُخطَّط، «عبحـ» هو خطٌّ مستقيمٌ. «اف» يوازي «عحـ».

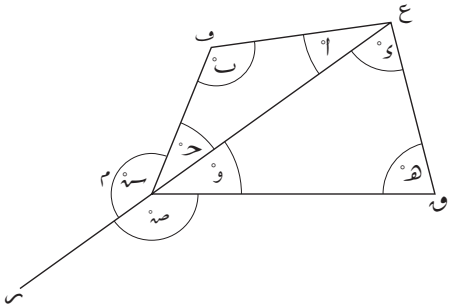


(أ) وضِّح لماذا صه = حـ .

(ب) وضِّح لماذا سـ = ا + صه.

(ج) استخدم إجاباتِك على الأجزاءِ (أ) و(ب) لتوضيح أنَّ قياسَ الزَّاوية الخارجيَّة «بـ» في المُثلَّث «ابحـ» يساوي مجموعَ قياساتِ الزَّاويتين الداخليَّتين المُقابلتين.

٧) في هذا المُخطَّط، «عصهر» هو خطٌّ مستقيمٌ.



(أ)

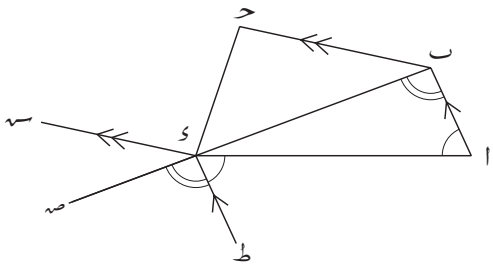
«سـ» هي الزَّاوية الخارجيَّة للمُثلَّث؛ لذا فإنَّ
سـ = ا + بـ

ما المُثلَّثُ الذي يستخدمه هيثم؟

(ب) اكتب مُعادلةً مُشابهةً للزَّاوية المُحدَّدة ص.

(ج) استخدم إجاباتِك على الأجزاءِ (أ) و(ب) لتوضيح أنَّ مجموعَ زَوايا الشكلِ رُباعيِّ الأضلاع «عفمو» يساوي ٣٦٠°.

٨) في هذا المُخطَّط. «ءسـه» يوازي «بـحـ».
«طـء» يوازي «اب».
«بـءصه» خط مستقيم.



(أ) وضِّح لماذا تتساوى الزَّاويتان «بـاء» و«اءطـ».
(ب) وضِّح لماذا تتساوي الزَّاويتان «اب ء» و«طـءصه».
(ج) استخدم المُخطَّط لتوضيح أنَّ مجموعَ زَوايا المُضلَّع الرُباعيِّ «اب حـ ء» يساوي ٣٦٠°. لا تستخدم الحقيقةَ القائلَةَ بأنَّ مجموعَ قياسات زَوايا المُثلَّث يساوي ١٨٠°.

استخدم الزَّاويةَ عند النقطةِ «د».

٣-٣ حلُّ مسائل الزَّوايا

أنت الآن تعرف طريقةَ حسابِ الزَّوايا، ولكن عند حلِّ المسائل ينبغي لك أن تعطي أسبابًا لإجاباتِك.

فيما يلي بعضُ الحقائق التي يُمكنك استخدامُها:

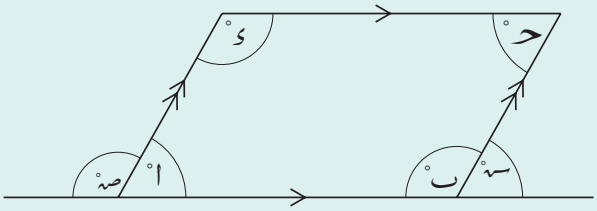
- مجموعُ قياسات الزَّوايا على الخطِ المستقيمِ هو ١٨٠°.
- مجموعُ قياسات الزَّوايا حول أيِّ نقطةٍ هو ٣٦٠°.
- الزَّاويتان المُتقابلتان بالرأسِ متساويتان.
- الزَّاويتان المُتناظرتان متساويتان.
- الزَّاويتان المُتبادلتان متساويتان.
- مجموعُ زَوايا المُثلَّث هو ١٨٠°.
- قياسُ الزاويةِ الخارجيَّة للمُثلثِ يساوي مجموعَ قياساتِ الزَّاويتين الداخليَّتين المُقابلتين لها.
- مجموعُ زَوايا رُباعيِّ الأضلاع هو ٣٦٠°.

الخُطوة الأولى في المثال كانت عبارةً عن رسم مُخطَّطٍ وتسمية الزَّوايا به. قد تحتاج هذا أحيانًا عند شرحِ نتيجةٍ هندسيَّة.

اقرن أيَّ عبارةٍ تكتبها دائمًا بسببٍ مقابلٍ لها.

مثال ٣-٣

وضِّح أنَّ الزَّوايا المُتقابلة لمُتوازي الأضلاعِ متساويةٌ. أقرِن أيَّ عبارةٍ تكتبها بسببٍ مُقابلٍ لها.

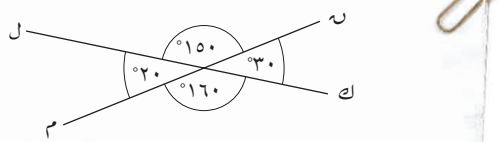


ارسُم متوازي أضلاعٍ به ضلعٌ ممدودٌ.	الأضلاعُ المُتقابلةُ متوازيةٌ.
الزَّاويتان «ا» و«سـ» متساويتان؛ لأنَّهما	باستخدامِ الأضلاع التي بها
زَاويتان مُتناظرتان.	سهمان.
الزَّاويتان «حـ» و«سـ» متساويتان؛ لأنَّهما	باستخدامِ الأضلاعِ التي بها
زاويتان مُتبادلتان.	سهم واحد.
وهذا يعني أنَّ «ا» و«حـ» يجب أن تكونا متساويتين.	هذا هو الزوجُ الأوَّل.
وبنفسِ الطريقةِ، فإنَّ «ب» و«ء» متساويتان.	هذا هو الزوج الثاني.

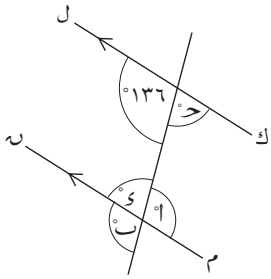
تمارين ٣-٣

١) ارتكبت فريدة بعضَ الأخطاء أثناء أدائِها الواجب المنزليّ.
وضِّح سببَ عدم صحةِ قياساتِ كلِّ زَواياها.

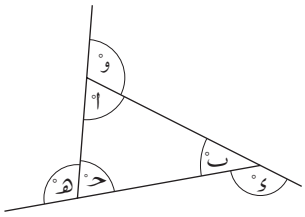
في المُخطَّط المُقابِل، «ك ل» و«م ن» قطعتان لخطين مستقيمين.



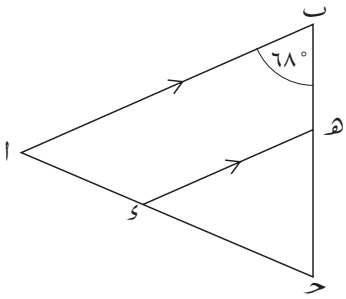
٢) في المُخطَّط المُقابل. «ك ل» يوازي «م ن».
أوجد قياساتِ الزَّوايا «أ» و«ب» و«حـ» و«ء».
أعطِ سببًا لكلِّ حالةٍ.



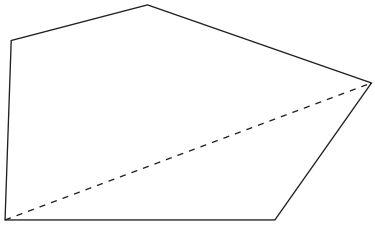
٣) في المُخطَّط المُقابل، تمَّ تمديدُ أضلاعِ المُثلَّث، كما هو مُوضَّحٌ.
(أ) وضِّح لماذا ء = أ + حـ.
(ب) اكتب عباراتٍ مُماثِلةً للزَّوايا (هـ) و(و).
(ج) وضِّح أنَّ مجموعَ قياساتِ الزَّوايا الخارجيَّة لهذا المُثلَّث تساوي ٣٦٠°.



٤) في المُخطَّط المُقابل. الشكل «ا ب حـ» هو مُثلَّثٌ مُتطابِق الضِلعين.
«ا ب» = «ا حـ». «ا ب» يوازي «ء هـ».
الزَّاوية «ا ب حـ» = ٦٨°.
استنتج قياسَ الزَّاويةِ «هـ ء حـ».
أعطِ سببًا لإجابتِك.

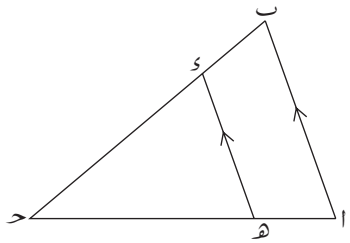


٥) في الشكلِ المُقابلِ، المُضلَّعُ الخُماسيُّ مُقسَّمٌ إلى مُثلَّثٍ ورُباعيِّ أضلاع.
وضِّح أنَّ مجموعَ قياساتِ المُضلَّعِ الخُماسيِّ هو ٥٤٠°.

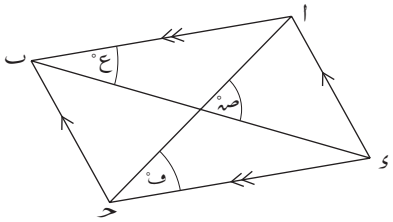


انسخ المُخطَّط. ضَع تسميةً للزَّوايا.

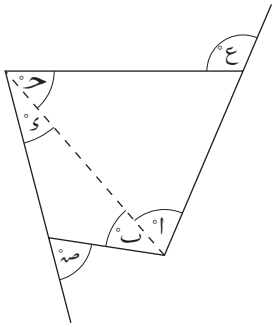
٦) في المُخطَّطِ المُقابل، «ا ب» يوازي «ء هـ».
وضِّح أنَّ قياساتِ زَوايا المُثلَّثين «ا ب حـ» و«ء هـ حـ» متساويةٌ.



٧) في المُخطَّطِ المُقابلِ، يُمثِّل الشكلُ «ا ب حـ» شكلَ مُتوازي الأضلاعِ.
وضِّح أنَّ ع + ف = صهـ.

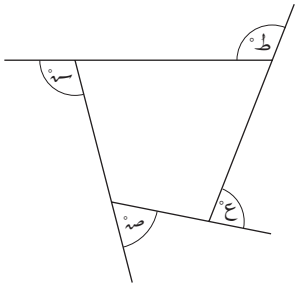


٨) في المُخطَّطِ المُقابل، تمَّ تمديدُ ضلعي المُضلَّع رُباعيِّ الأضلاعِ.
(أ) وضِّح أنَّ ع + صهـ = ا + ب + حـ + ء.

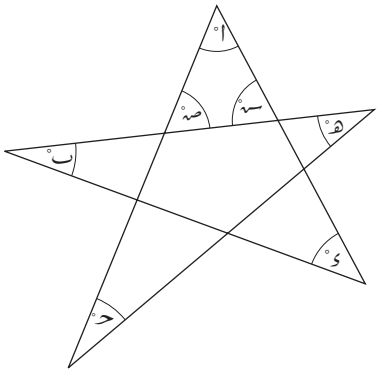


في المُخطَّط المُقابل، تمَّ تمديدُ كلِّ أضلاعِ المُضلَّعِ رُباعيِّ الأضلاع.
(ب) وضِّح أنَّ ع + سـهـ + صهـ + ط = ٣٦٠°.

استخدم نتيجةَ الجزءِ (أ).



٩) انظر إلى المُخطَّط المُقابل الذي يشير إلى نجمٍ خُماسيٍّ غير منتظمٍ.
(أ) وضِّح لماذا سـهـ = ب + ء.
(ب) وضِّح لماذا صهـ = حـ + هـ.
(ج) وضِّح أنَّ مجموعَ الزَّوايا في رؤوس النجمةِ
ا + ب + حـ + ء + هـ، هو ١٨٠°.



مُلخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ الشبكةَ تعرض تصميمًا ثنائيَّ الأبعاد لجسمٍ ثُلاثيِّ الأبعاد.
- ★ كلَّ رأسٍ من رؤوس المُثلَّث له زَاوية خارجيَّة.
- ★ البُرهان الذي يعتمد على الحُجج المنطقيَّة يختلف عن الدليلِ.
- ★ يمكنك إثباتُ أنَّ مجموعَ قياسات زَوايا المُثلَّث يساوي ١٨٠° وأنَّ مجموعَ زَوايا رُباعيِّ الأضلاعِ يساوي ٣٦٠°.
- ★ يُمكنك تفسيرُ أسبابك عند حلِّ أيِّ مسألةٍ هندسيَّةٍ.

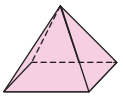
يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ رسمِ شبكةِ مُجسَّماتٍ بسيطةٍ، مثل: متوازي مُستطيلات ورُباعيّ أوجهٍ مُنتظم وهرم مُربَّع القاعدة ومنشور ثُلاثيّ.
- ★ فَهْمِ البُرهانِ الذي يُثبت أنَّ مجموعَ زَوايا المُثلَّث يساوي ١٨٠°.
- ★ فَهْمِ البُرهانِ الذي يثبت أنَّ مجموعَ زَوايا رُباعيِّ الأضلاع يساوي ٣٦٠°.
- ★ فَهْمِ البرهانِ الذي يثبت أنَّ قياسَ الزَّاويةِ الخارجيَّةِ للمُثلَّث يساوي مجموعَ قياساتِ الزَّاويتين الداخليَّتين المُقابلتين لها.
- ★ حلِّ المسائلِ الهندسيَّةِ باستخدامِ خصائصِ الزَّوايا والخطوطِ المتوازيةِ والمتقاطعةِ والمُثلَّثاتِ ورباعيِّ الأضلاع الخاص وشرح الاستنتاجاتِ بالمُخطَّطاتِ والكتابةً.
- ★ التعرُّفِ على العلاقاتِ المكانيةِ الموجودةِ ببعدين.
- ★ استخدامِ الحُجج المنطقيَّة لتفسيرِ المسائلِ الرياضيَّةِ في سياقِها أو لإثباتِ صحةِ العبارةِ.

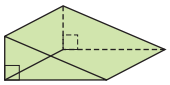
مُراجعةُ نهايةِ الوحدة

١) ارسُم شبكةً لكلِّ شكلٍ من هذه الأشكالِ.

(أ) هرم رباعي منتظم



(ب) منشور ثُلاثيّ

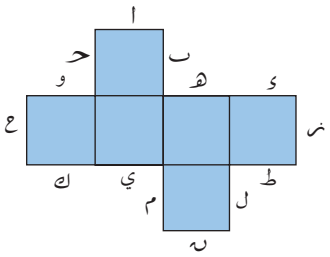


٢) أمامك شبكةٌ لمُكعَّب.

عندما تُطوى الشبكةُ لتكوين المُكعَّب، أيّ ضلعٍ سيتقابل مع:

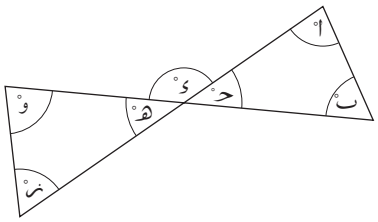
(أ) الضلع ب (ب) الضلع حـ (ج) الضلع ع

(د) الضلع ط (هـ) الضلع أ (و) الضلع ه؟



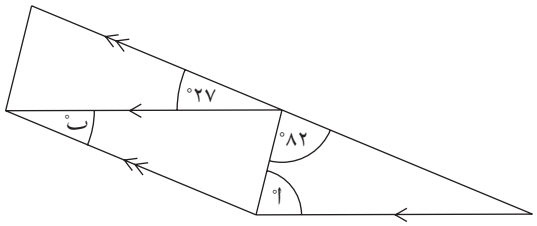
٣) اقرأ ما يقوله هيثم. ما الزَّاويتان اللتان يفكر هيثم فيهما؟

مجموعُ الزَّاويتين يساوي الزَّاوية «د».



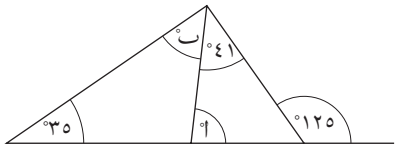
٤) أوجد قيمةَ كلٍّ من (أ) و(ب).

وفسِّر إجاباتِك.



٥) أوجد قياساتِ الزَّوايا المُحدَّدة (أ) و(ب).

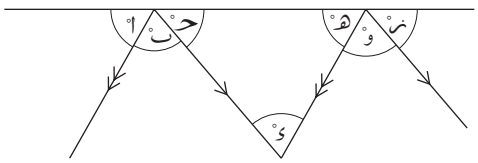
وفسِّر إجاباتِك.



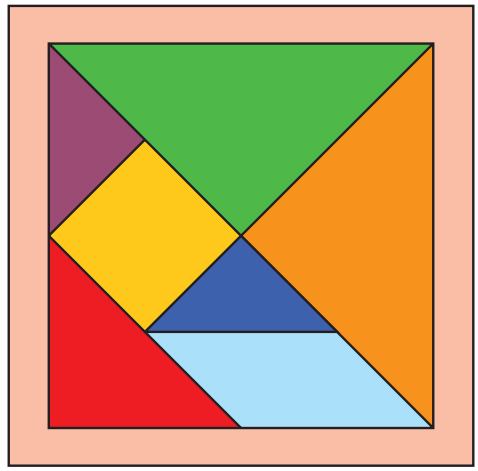
٦) أعط سببًا لكلِّ عبارةٍ من تلك العباراتِ.

(أ) أ = هـ (ب) ب = د

(ج) ز = حـ (د) و = د



اللغز التالي هو لغزٌ شهيرٌ جدًا.



يُطلق على هذا اللغز اسم **تانجرام**.

يوجد به سبعةُ أجزاءٍ. يُمكن استخدامُها لعمل أشكالٍ مُختلفةٍ.

ما الأجزاءُ التي لها نفس المساحةِ؟

المُفردات

تأكَّد من تعلُّم وفَهْم المُفردات التالية:

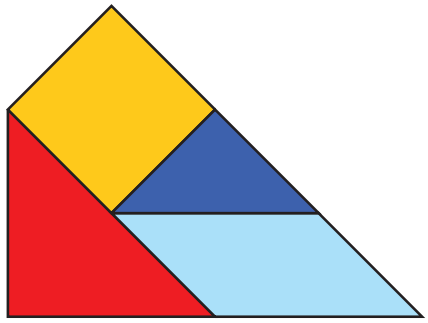
- تبسيطٌ (simplify)
- أبسطُ صورةٍ (simplest form)
- العاملُ المُشترك الأكبر (highest common factor (HCF))
- القاسمُ المُشترك الأصغر (lowest common denominator)
- حذف العوامل المُشتركة (cancelling common factors)
- قلبُ الكسرِ وضَرْبه (invert and multiply)

افترض أنَّ مساحة **الشكلِ كُلِّه** هي ١.

أوجد مساحةَ كلِّ جزءٍ. اكتب الإجاباتِ في صيغةِ كسورٍ.

يجب إيجاد صيغةِ المساحة في صورةِ $\frac{١}{٤}$ أو $\frac{١}{٨}$ أو $\frac{١}{١٦}$.

تحقَّق من أنَّ مجموعَ المساحاتِ يساوي ١.

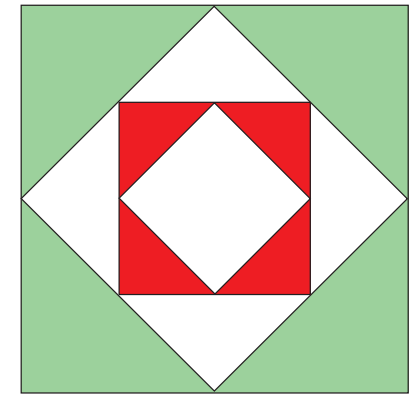


أوجد مساحةَ هذا الشكل.

هل يُمكنك شرحُ إجابتِك بطرقٍ مُختلفةٍ؟

عن طريق الجمع؟ عن طريق الطرح؟

فيما يلي طريقةٌ أخرى لتقسيم المُربَّع.



ما كسرُ المُربَّع الذي يُمثِّل الجزءَ الأخضرَ؟

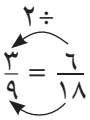
ما الكسرُ الذي يُمثِّل الجزءَ الأحمرَ؟

حاول شرحَ إجاباتِك بطُرقٍ مُختلفةٍ.

هل تستطيع معرفةَ السبب وراء كَون كسر الجزءِ الأحمر يُمثِّل $\frac{١}{٤}$ كسرَ الجزء الأخضر؟

في هذه الوحدة، سنتابع العملَ على تبسيطِ الكسور بالإضافة إلى جمعِ الكسور وطرحِها وقسمتِها باستخدامِ طُرق الحسابِ الذهنيَّة والكتابيَّة.

٤-١ كتابةُ الكسرِ في أبسطِ صورةٍ



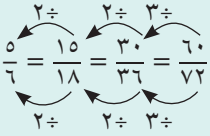
ليتمُّ **تبسيطُ** كسرٍ ما، اقسِم البسطَ والمقامَ على عاملٍ مُشتركٍ.
بسِّط الكسرَ إلى **أبسطِ صورةٍ**، أو أبسطِ شكلٍ، عن طريق قسمةِ البسطِ والمقامِ على **العاملِ المُشترك الأكبر**.
إذا لم تجد عاملًا مشتركًا أكبر يتماشى مع البسط والمقام، فاقسِم على عاملٍ واحدٍ مرة بمرةٍ إلى أن تجد أنَّك لن تستطيع القِسمة مُجدَّدًا.

مثال ٤-١

اكتب الكسر $\frac{٦٠}{٧٢}$ في أبسطِ صورةٍ.

ع.م.أ للعددين ٦٠ و ٧٢ هو ١٢.

العاملُ المُشترك الأكبر للعددين ٦٠ و ٧٢ هو ١٢.
اقسِم البسطَ والمقامَ على ١٢.
$\frac{٦٠}{٧٢}$ يُختزل إلى $\frac{٥}{٦}$. لاحظ أنَّه يُمكنك اختزالُ عاملٍ واحدٍ كلَّ مرةٍ، مثل هذا: $\frac{٦٠}{٧٢} = \frac{٣٠}{٣٦} = \frac{١٥}{١٨} = \frac{٥}{٦}$. لا تزال تحصُل على نفس الناتج.



تمارين ٤-١

١) اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ صورةٍ.

(أ) $\frac{٤}{٦}$ (ب) $\frac{٢٠}{٢٥}$ (ج) $\frac{٢١}{٣٥}$ (د) $\frac{١٢}{١٥}$ (هـ) $\frac{٢٦}{٣٩}$ (و) $\frac{١٨}{٢١}$

٢) اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ صورةٍ.

(أ) $\frac{٨}{٢٤}$ (ب) $\frac{١٢}{٣٠}$ (ج) $\frac{٣٠}{٤٥}$ (د) $\frac{٢٤}{٣٢}$ (هـ) $\frac{٢٧}{٤٥}$ (و) $\frac{٣٦}{٦٠}$

٣) هذا جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بفهد.
استخدم فهد العمليَّات العكسية للتحقُّق من صحة إجاباتِه ولكنَّه سكبَ بعضًا من عصير الطماطم على عمليَّتي التحقُّق الأخيرتين!
تحقَّق من إجاباتِه على الأجزاءِ (ب) و(ج).
أوجد الإجابةَ الصحيحةَ، في حالة ارتكابه لأخطاءٍ.

اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ شكلٍ.
تحقَّق من إجاباتِك.

(أ) $\frac{١٥}{٢٥} = \frac{١٥ \div ٥}{٢٥ \div ٥} = \frac{٣}{٥}$ التحقُّق: $\frac{٣}{٥} = \frac{٣ \times ٥}{٥ \times ٥} = \frac{١٥}{٢٥}$ ✓

(ب) $\frac{١٥٦}{٢١٦} = \frac{١٥٦ \div ١٢}{٢١٦ \div ١٢} = \frac{١٣}{١٩}$ التحقُّق:

(ج) $\frac{٣١٥}{٣٤٢} = \frac{٣١٥ \div ٩}{٣٤٢ \div ٩} = \frac{٣٤}{٣٧}$ التحقُّق:

٤) اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ شكلٍ ثم تحقَّق من إجاباتِك.

(أ) $\frac{٨١}{١٢٦}$ (ب) $\frac{٧٨}{١٠٨}$ (ج) $\frac{١٢١}{٢٣١}$ (د) $\frac{١٠٤}{١٢٠}$ (هـ) $\frac{١٠٥}{١٦٥}$ (و) $\frac{٥٤}{٩٠}$

٤-٢ جمعُ الكسور وطرحُها

قبل جمعِ الكسور أو طرحِها، يجب التأكُّد من أنَّ لها مقامًا واحدًا.

في حالة وجود مقاماتٍ مُختلفةٍ، يجب عليك إيجاد كسورٍ متكافئةٍ تتضمَّن مقامًا مشتركًا، ثُمَّ جَمْع قيم البسط أو طرحها. وإذا استخدمت **القاسم المُشترك الأصغر** فسيعمل ذلك على جَعْل العمليَّة الحسابيَّة أبسط.

يُمكنك أيضًا جمعُ وطرحُ الأعدادِ الكسريَّة.

فيما يلي طريقةٌ لجمعِ الأعدادِ الكسريَّة. توجد طرقٌ أخرى أيضًا.

١) اجمع أجزاءَ العددِ الكامل.

٢) اجمع الأجزاءَ الكسريَّة، ثُمَّ احذف هذه الإجابة لتجعلها في أبسطِ صورةٍ.
إذا كانت هذه الإجابة في صورةِ كسرٍ غير اعتيادي، فاكتبه في صورةِ عددٍ كسريٍّ.

٣) اجمع إجابتَك على ناتج الخُطواتِ ١) و٢).

تذكَّر أن تكتب إجابتَك في أبسطِ صورةٍ.

فيما يلي طريقةٌ لطرحِ الأعدادِ الكسريَّة.

١) غيِّر العددين الكسريَّين إلى كسورٍ غير اعتيادية.

٢) اطرح الكسورَ غير الاعتيادية، ثُمَّ احذف هذه الإجابة لتجعلها في أبسطِ صورةٍ.

٣) إذا كانت هذه الإجابة في صورةِ كسرٍ غير اعتيادي، فاكتُبها في صورةِ عددٍ كسريٍّ مرةً أخرى.

يُمكنك استخدامُ هذه الطريقة أيضًا لإجراء عمليَّة الجمعِ. جرِّبها.

مثال ٤-٢

(أ) أوجد ناتجَ ما يلي. ١) $\frac{٣}{٤} + \frac{٤}{٧}$ ٢) $١\frac{١}{٤} + ٢\frac{٥}{٦}$ ٣) $٢\frac{٤}{٩} - ٦\frac{١}{٣}$

(ب) اقرأ ما يقوله هلال. اضرب مثالًا مناقضًا لتوضيح أنَّ ما يقوله هلال خاطئٌ.

إذا جمعتُ كسرين مُختلفين معًا، فسيكون الناتجُ دائمًا أكبرَ من ١.

(أ) ١) $\frac{٤}{٧} + \frac{٣}{٤} = \frac{١٦}{٢٨} + \frac{٢١}{٢٨}$

أعِد كتابة كلِّ كسرٍ من الكسور الآتية مقرونًا بالقاسم المُشترك الأصغر قبل إجراء عمليَّة الجمع.

$= \frac{٣٧}{٢٨} = ١\frac{٩}{٢٨}$

تُمثِّل الإجابةُ كسرًا غير إعتياديًا؛ لذا غيِّرها إلى عددٍ كسريٍّ.

٢) ① $١ + ٢ = ٣$

اجمع أجزاءَ العددِ الكامل.

② $\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٦} = \frac{٣}{١٢} + \frac{١٠}{١٢} = \frac{١٣}{١٢}$

اجمع الأجزاءَ الكسريَّة، باستخدام القاسم المُشترك الأصغر للعدد ١٢.

$\frac{١٣}{١٢} = ١\frac{١}{١٢}$

تُمثِّل الإجابةُ كسرًا غير إعتياديًا؛ لذا غيِّرها إلى عددٍ كسريٍّ.

③ $٣ + ١\frac{١}{١٢} = ٤\frac{١}{١٢}$

اجمع الجزأين معًا للحصول على الإجابة النهائيَّة.

٣) ① $٦\frac{١}{٣} = \frac{١٩}{٣}$ و $٢\frac{٤}{٩} = \frac{٢٢}{٩}$ غيِّر العددين الكسريَّين إلى كسورٍ غير إعتيادية.

② $\frac{١٩}{٣} - \frac{٢٢}{٩} = \frac{٥٧}{٩} - \frac{٢٢}{٩} = \frac{٣٥}{٩}$ اطرح الكسورَ، باستخدام القاسمِ المُشتركِ الأصغر للعدد ٩.

③ $\frac{٣٥}{٩} = ٣\frac{٨}{٩}$ تُمثِّل الإجابةُ كسرًا غير إعتياديًا؛ لذا غيِّرها مجدَّدًا إلى عددٍ كسريٍّ.

(ب) $\frac{١}{٢} + \frac{١}{٦} = \frac{٣}{٦} + \frac{١}{٦} = \frac{٤}{٦}$ تحتاج لمثالٍ واحدٍ فقط (مثال مناقض)، لتوضيح أنَّه مخطئٌ

$\frac{٤}{٦} = \frac{٢}{٣}$ و $\frac{٢}{٣} < ١$، لذا فالعبارة غير صحيحةٍ.

تمارين ٤-٢

١) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية.

اكتب الإجابة في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إذا أمكن الأمرُ.

(أ) $\frac{١}{٣} + \frac{٢}{٩}$ (ب) $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{١٠}$ (ج) $\frac{٢}{٧} + \frac{٥}{١٤}$ (د) $\frac{٧}{٩} - \frac{١}{٣}$

(هـ) $\frac{٤}{٥} - \frac{٢}{١٥}$ (و) $\frac{٧}{٨} - \frac{١}{٤}$ (ز) $\frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٥}$ (ح) $\frac{٧}{٩} + \frac{١}{٢}$

(ط) $\frac{٥}{٦} + \frac{٣}{٤}$ (ي) $\frac{٩}{١٠} - \frac{٣}{٤}$ (ك) $\frac{٤}{٥} - \frac{٢}{٣}$ (ل) $\frac{١٣}{٢٠} - \frac{٣}{٨}$

٢) انسخ وأكمل ما يلي.

(أ) $٣\frac{٤}{٥} + ٥\frac{٢}{٣}$

١) $٥ + ٣ = ٨$

٢) $\frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٥} = \frac{\square}{١٥} + \frac{\square}{١٥}$، $\frac{\square}{١٥} = ١\frac{\square}{١٥}$

٣) $٨ + \frac{\square}{١٥} = ١\frac{\square}{١٥}$

(ب) $٣\frac{٥}{٦} - ٥\frac{٣}{٤}$

١) $\frac{٢٣}{٤} - \frac{٢٣}{٦}$

٢) $\frac{٢٣}{٤} - \frac{٢٣}{٦} = \frac{\square}{١٢} - \frac{\square}{١٢} = \frac{\square}{١٢}$

٣) $١ = \frac{\square}{١٢} = \frac{\square}{١٢}$

٣) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية.

اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إذا أمكن الأمرُ.

وضِّح كلَّ خطواتِ الحلِّ.

(أ) $٢\frac{٣}{٤} + \frac{٣}{٨}$ (ب) $٣\frac{١}{٥} + ٢\frac{٤}{١٥}$ (ج) $٢\frac{٧}{٩} + ٢\frac{٣١}{٣٦}$ (د) $٤\frac{٣}{٤} + \frac{٥}{٧}$

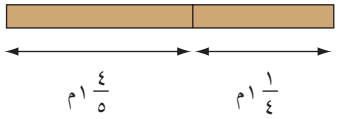
(هـ) $١٥\frac{٣}{٨} + ٢\frac{٧}{١٠}$ (و) $٤\frac{٥}{٦} + ٥\frac{٣}{٥}$ (ز) $٣\frac{٤}{٥} - \frac{٩}{١٠}$ (ح) $٢\frac{١}{٦} - \frac{٢٣}{٢٤}$

(ط) $٣\frac{٣}{١٤} - ١\frac{٤}{٧}$ (ي) $٧\frac{١}{٣} - ٢\frac{٧}{١٢}$ (ك) $٨\frac{٢}{٣} - ٤\frac{١}{٤}$ (ل) $٦\frac{٧}{١٢} - ٤\frac{١٧}{١٨}$

٤) اقرأ ما تقوله عائشةُ.

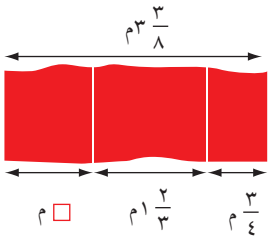
إذا جمعتُ كسرين مُتشابهين فسيكون ناتجُ إجابتي دائمًا أكبرَ من ١ .

اضرِب مثالين مناقضين على الأقلِّ
لتوضيح أنَّ هذه العبارة غير صحيحةٍ.



٥) يصنع يُوسُف رفًّا باستخدام قطعتين من الخشبِ.
يبلُغ طول القطعةِ الأولى ١ ١/٤ م، فيما يبلُغ طولُ القطعةِ الثانيةِ ١ ٤/٥ م.
ثبتَّهم يُوسُف على الحائط، كما هو مُوضَّح في المُخطَّط.
(أ) كم يبلُغ الطولُ الإجماليُّ للرفِّ؟
(ب) وضِّح كيفيَّة التحقُّق من صحةِ إجابتِك.

٦) لدى فاطمة قطعةُ حريرٍ طولها ٣ ٣/٨ م.



قصَّت منها قطعةً طولها ٣/٤ م
لتعطيها لعمَّتها.
ثُمَّ قصَّت من القطعةِ المتبقيةِ مجدَّدًا قطعةً طولها ١ ٢/٣ م لتعطيها لأختها.
(أ) كم يبلُغ طولُ قطعةِ الحرير التي تبقَّت مع فاطمة؟
(ب) وضِّح كيفيَّة التحقُّق من صِحة إجابتِك.

٤-٣ ضرب الكسور

أنت تعرف بالفعل طريقةَ ضَرْب عددٍ صحيحٍ في كسرٍ وطريقة ضَرْب كسرٍ في كسرٍ.
يُمكنك إتمامُ عمليَّاتِ الضربِ بشكلٍ أسهل عن طريق **حذف العوامل المُشتركة** قبل الضربِ.

مثال ٤-٣

أوجد:

(أ) $\frac{٢}{٣} \times ١٨$ (ب) $\frac{٣}{٤} \times ٢٦$ (ج) $\frac{٥}{٧} \times \frac{٤}{٩}$

(د) $\frac{٢}{٧} \times \frac{١٤}{١٥}$ (هـ) $\frac{٤}{٥} \times \frac{١٥}{٢٢}$

(أ) $\frac{٢}{٣} \times ١٨$

اقسِم ٣ و ١٨ على ٣. ستحذف ٣ إلى ١ و١٨ إلى ٦.

$= ٢ \times ٦ = ١٢$

$\frac{٢}{١}$ هو نفس قيمة العدد ٢؛ لذا ما عليك سوى استنتاج ٢ × ٦. ٢ × ٦ = ١٢.

(ب) $\frac{٣}{٢} \times ٢٦$

٢ لن تُقسَم إلى ٢٦، ولكن يُمكن قسمةُ ٢ و ٢٦ على ٢ ليكون الناتجُ ٢ و ١٣.

$= \frac{٣}{٢} \times ١٣ = \frac{٣٩}{٢}$

٣ × ١٣ = ٣٩؛ لذا ستكون الإجابةُ $\frac{٣٩}{٢}$.

$= ١٩\frac{١}{٢}$

هذا العدد يُمثِّل كسرًا غير اعتيادي؛ لذا غيِّره إلى عددٍ كسريٍّ.

(ج) $\frac{٥}{٧} \times \frac{٤}{٩} = \frac{٤ \times ٥}{٩ \times ٧}$

لا توجد عوامل مُشتركةٌ بين أعدادِ البسطِ والمقامِ؛ لذا ليس عليك إلا ضَرْب ٥ في ٤ و ٧ في ٩.

$= \frac{٢٠}{٦٣}$

$\frac{٢٠}{٦٣}$ لا يُمكن حذفه مُجدَّدًا كما أنَّه يُمثِّل كسرًا اعتياديًا.

(د) $\frac{٢}{١} \times \frac{١٤}{١٥}$

نقسِم ٧ و ١٤ على ٧ ليكون الناتجُ ١ و ٢. لا توجد عواملُ مُشتركةٌ أخرى.

$\frac{٢}{١} \times \frac{٢}{١٥} = \frac{٢ \times ٢}{١٥ \times ١}$

اضرب الآن ٢ في ٢ و ١ في ١٥.

$= \frac{٤}{١٥}$

$\frac{٤}{١٥}$ لا يُمكن حذفه مجدَّدًا كما أنَّه يُمثِّل كسرًا اعتياديًا.

(هـ) $\frac{٤}{٥} \times \frac{١٥}{٢٢}$

نقسِم ٥ و ١٥ على ٥ لنحصلَ على الناتج ١ و ٣، كما أنَّه يُمكن قسمة ٤ و ٢٢ على ٢ لنحصلَ على الناتجِ ٢ و ١١.

$\frac{٢}{١} \times \frac{٣}{١١} = \frac{٣ \times ٢}{١١ \times ١}$

اضرب الآن ٢ في ٣ ،و ١ في ١١.

$= \frac{٦}{١١}$

$\frac{٦}{١١}$ لا يُمكن حذفه مجدَّدًا كما أنَّه يُمثِّل كسرًا اعتياديًا.

تمارين ٤-٣

١) أوجد ناتجَ عمليَّات الضربِ التالية. احذف العواملَ المُشتركةَ قبل الضربِ.

(أ) $\frac{٣}{٤} \times ١٢$ (ب) $\frac{٥}{٧} \times ٢٨$ (ج) $\frac{٤}{٥} \times ٤٥$

(د) $\frac{٣}{٨} \times ٧٢$ (هـ) $\frac{٧}{١١} \times ١٣٢$ (و) $\frac{٧}{٩} \times ١٨٠$

٢) أوجد ناتجَ عمليَّات الضربِ التالية. احذف العواملَ المُشتركةَ قبل الضربِ.
اكتب كلَّ إجابةٍ في صيغةِ عددٍ كسريٍّ وفي أبسطِ صورةٍ لها.

(أ) $\frac{٣}{٨} \times ٣٦$ (ب) $\frac{٤}{٩} \times ٣٩$ (ج) $\frac{٥}{٦} \times ٨$

(د) $\frac{٧}{١٠} \times ٤٥$ (هـ) $\frac{١}{١٢} \times ٣٠$ (و) $\frac{٩}{١٤} \times ٣٥$

٣) أوجد ناتجَ عمليَّاتِ الضربِ التالية. احذف العواملَ المُشتركةَ قبل الضربِ إذا أمكن الأمرُ.
اكتب الإجابات في أبسطِ صورةٍ لها.

(أ) $\frac{٣}{٤} \times \frac{٥}{٧}$ (ب) $\frac{٤}{٥} \times \frac{٣}{٨}$ (ج) $\frac{٩}{١١} \times \frac{٢}{٥}$

(د) $\frac{٦}{٧} \times \frac{٥}{٩}$ (هـ) $\frac{٣}{٨} \times \frac{٥}{٦}$ (و) $\frac{٨}{٩} \times \frac{٣}{١٣}$

(ز) $\frac{٤}{٥} \times \frac{٥}{١٢}$ (ح) $\frac{٣}{٤} \times \frac{٨}{٩}$ (ط) $\frac{٢}{٥} \times \frac{١٥}{١٦}$

(ي) $\frac{٥}{٩} \times \frac{٦}{٢٥}$ (ك) $\frac{٤}{٩} \times \frac{١٥}{٢٢}$ (ل) $\frac{٨}{٢١} \times \frac{٩}{٢٠}$

٤) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بمها.
استخدم طريقةَ مها لاستنتاج ناتجِ عمليَّات الضربِ أدناه. اكتب كلَّ إجابةٍ في صيغةِ عددٍ كسريٍّ وفي أبسطِ صورةٍ لها.

(أ) $٣\frac{٣}{٥} \times ١\frac{١}{٢}$ (ب) $٣\frac{٢}{٣} \times ٢\frac{١}{٤}$

(ج) $٣\frac{١}{٦} \times ١\frac{١}{٨}$ (د) $١\frac{٥}{٢٢} \times ٣\frac{٢}{٣}$

(هـ) $٤\frac{٣}{٥} \times ٣\frac{٣}{٤}$ (و) $٢\frac{٥}{١٦} \times ٤\frac{٤}{٧}$

(ز) $\frac{٥}{٣٧} \times ٨\frac{٢}{٩}$ (ح) $٦\frac{٤}{١١} \times \frac{٣}{٥}$

سؤال أوجد ناتج $٢\frac{١}{٢} \times ٢\frac{٤}{١٥}$

الإجابة ١) غيّر الأعداد إلى كسورٍ غير اعتيادية: $\frac{٥}{٢} \times \frac{٣٤}{١٥}$

٢) احذف العواملِ المُشتركة: $\frac{\cancel{٥}^{١}}{\cancel{٢}_{١}} \times \frac{\cancel{٣٤}^{١٧}}{\cancel{١٥}_{٣}}$

٣) اضرب: $\frac{١}{١} \times \frac{١٧}{٣} = \frac{١٧}{٣}$

٤) غيّر إلى عددٍ كسريٍّ: $\frac{١٧}{٣} = ٥\frac{٢}{٣}$

٥) اقرأ ما يقوله راشد.

إذا ضربتُ كسرًا ما في نفسه، فستكون الإجابة دائمًا أقلَّ من الكسر الذي بدأتُ به العمليَّة الحسابيَّة.

اضرب مثالين مناقضين على الأقلِّ لتوضيح أنَّ هذه العبارة غير صحيحةٍ.

٦) فيما يلي جزءٌ من الواجب المنزليِّ الخاصِّ بفهد.

سؤال: *إذا أكلتُ* $\frac{١}{٤}$ *من بيتزا. وأكل أخي* $\frac{٢}{٣}$ *الجزءَ الباقيَ.*

فما الكسرُ الذي يُمثِّل قطعةَ البيتزا التي أكلها أخي من البيتزا ككلٍّ؟

الإجابة: $\frac{٣}{٤}$ *البيتزا هو الباقي،*

$$\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٣} = \frac{\cancel{٣}^{١}}{\cancel{٤}_{٢}} \times \frac{\cancel{٢}^{١}}{\cancel{٣}_{١}}$$

$$= \frac{١}{٢} \times \frac{١}{١}$$

$$= \frac{١}{٢}$$

للتحقُّق: $\frac{٣}{٤} \times \frac{٢}{٣} = \frac{١}{٢} \times \frac{\cancel{٦}^{١}}{\cancel{١٢}_{٢}}$ ✓

توصّل فهد لإجابة السؤالِ عن طريقِ اختزالِ العوامل المُشتركة قبلِ الضربِ. وتحقَّق من إجابتِه عن طريق اختزالِ العوامل المُشتركة بعد الضرب.

استخدم طريقةَ فهد لإيجاد إجاباتِ الأسئلةِ التالية والتحقُّق منها.

(أ) في إحدى الحفلاتِ، أكل الضيوفُ $\frac{٥}{٨}$ كعكةً. وأكل جابر $\frac{١}{٤}$ ما تبقَّي منها. ما الكسرُ الذي يُمثِّل جزءَ الكعكة الذي أكله جابر؟

(ب) في إحدى الحفلاتِ، أكل الضيوفُ $\frac{٧}{١٠}$ من الفطائر. وأكل سليمانُ $\frac{٥}{٦}$ ما تبقَّي منها. ما الكسرُ الذي يُمثِّل الكميَّة التي أكلها سليمانُ من الفطائر؟

٤-٤ قسمةُ الكسورِ

يُفترض أنَّك تعرف بالفعل كيفيَّة قسمةِ عددٍ صحيحٍ على كسرٍ وكذلك قسمة كسرٍ على كسرٍ.
في كلتا الحالتين، ستبدأ بقلب الكسر الذي ستقسمه، ثُمَّ ستقوم بالضرب بدلًا من القسمة.
ويُطلق على هذه العمليَّة **قلب الكسر وضربه**. تذكَّر أن تختزلَ العوامل المُشتركة قبل الضرب، واكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صيغةِ أعدادٍ كسريَّةٍ إذا أمكن الأمرُ.

مثال ٤-٤

أوجد ناتج: (أ) $18 \div \frac{2}{3}$ (ب) $26 \div \frac{3}{4}$ (ج) $\frac{5}{7} \div \frac{4}{9}$ (د) $\frac{1}{7} \div \frac{5}{21}$ (هـ) $\frac{4}{5} \div \frac{6}{25}$

(أ) $18 \div \frac{2}{3} = \frac{3}{2} \times 18$

ابدأ الحلَّ بقلب الكسورِ ثُمَّ الضرب.

$\frac{3}{1} \times \cancel{18}^{9} = 9 \times 3$

نقسِم ٢ و ١٨ على ٢؛ لذا سيتمُّ حذف ٢ إلى ١ و ١٨ إلى ٩.

$= 9 \times 3 = 27$

$\frac{3}{1}$ هو نفسُ قيمةِ العددِ ٣؛ لذا ما عليك سوى استنتاج ٩ × ٣.

(ب) $26 \div \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \times 26$

ابدأ الحلَّ بقلبِ الكسرِ ثُمَّ الضرب.

$= \frac{4 \times 26}{3} = \frac{104}{3}$

لا توجد عواملُ مُشتركةٌ يُمكن حذفها؛ لذا اضرب ٢٦ في ٤.

$= 34\frac{2}{3}$

غيِّر $\frac{104}{3}$ إلى عددٍ كسريٍّ.

(ج) $\frac{5}{7} \div \frac{4}{9} = \frac{5}{7} \times \frac{9}{4}$

ابدأ الحلَّ بقلبِ الكسرِ $\frac{4}{9}$ ثُمَّ الضرب.

$= \frac{9 \times 5}{7 \times 4} = \frac{45}{28}$

لا توجد عواملُ مُشتركةٌ يُمكن حذفها؛ لذا اضرِب ٥ في ٩ و ٧ في ٤.

$= 1\frac{17}{28}$

غيِّر $\frac{45}{28}$ إلى عددٍ كسريٍّ.

(د) $\frac{1}{7} \div \frac{5}{21} = \frac{21}{5} \times \frac{1}{7}$

ابدأ الحلَّ بقلبِ الكسر $\frac{5}{21}$ ثُمَّ الضرب.

$\frac{1}{\cancel{7}} \times \frac{\cancel{21}^{3}}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{1}{1}$

نقسِم ٧ و ٢١ على ٧؛ لذا سيتمُّ حذف ٧ إلى ١ و ٢١ إلى ٣.

$= \frac{3 \times 1}{5 \times 1} = \frac{3}{5}$

اضرب ١ في ٣ و ١ في ٥. تُمثِّل الإجابةُ كسرًا اعتياديًا؛ لذا اتركه كما هو.

(هـ) $\frac{4}{5} \div \frac{6}{25} = \frac{25}{6} \times \frac{4}{5}$

ابدأ الحلَّ بقلبِ الكسرِ $\frac{6}{25}$ ثُمَّ الضرب.

$\frac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{6}_{3}} \times \frac{\cancel{25}^{5}}{\cancel{5}_{1}} = \frac{5}{3} \times \frac{2}{1}$

اقسِم ٤ و ٦ على ٢ لتحصُل على الناتج ٢ و ٣. اقسِم ٥ و ٢٥ على ٥ لتحصُل على الناتج ١ و ٥.

$= \frac{5 \times 2}{3 \times 1} = \frac{10}{3}$

اضرب ٢ في ٥ و ١ في ٣.

$= 3\frac{1}{3}$

غيِّر $\frac{10}{3}$ إلى عددٍ كسريٍّ.

تمارين ٤-٤

١) أوجد ناتج كل من عمليات القسمة التالية.

اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إذا أمكن الأمرُ.

(أ) $١٦ \div \frac{٤}{٧}$ (ب) $٢١ \div \frac{٣}{٥}$ (ج) $١٤ \div \frac{٢}{٩}$

(د) $٨ \div \frac{٤}{١١}$ (هـ) $٢٢ \div \frac{٢}{٣}$ (و) $٢٥ \div \frac{٥}{٨}$

(ز) $١٨ \div \frac{٤}{٥}$ (ح) $٢٦ \div \frac{٦}{٧}$ (ط) $٦ \div \frac{٤}{٩}$

(ي) $٢٥ \div \frac{١٠}{١١}$ (ك) $٣٢ \div \frac{٦}{١٣}$ (ل) $٤٢ \div \frac{٤}{٧}$

٢) أوجد ناتج كل من عمليات القسمة التالية.

اكتب الإجابةَ في أبسطِ شكلٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إذا أمكن الأمرُ.

(أ) $\frac{٣}{٤} \div \frac{٥}{٧}$ (ب) $\frac{٧}{٩} \div \frac{٢}{٥}$ (ج) $\frac{١١}{١٢} \div \frac{٣}{٥}$

(د) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٢}{٣}$ (هـ) $\frac{٨}{٩} \div \frac{٤}{٧}$ (و) $\frac{٧}{٨} \div \frac{٣}{٤}$

(ز) $\frac{٦}{٧} \div \frac{٣}{١٤}$ (ح) $\frac{٥}{٦} \div \frac{١٥}{٢٤}$ (ط) $\frac{٢٥}{٣٢} \div \frac{٥}{٨}$

(ي) $\frac{٦}{٧} \div \frac{٩}{١٠}$ (ك) $\frac{٨}{١٥} \div \frac{١٢}{٢٥}$ (ل) $\frac{٩}{٢٨} \div \frac{١٥}{٤٢}$

٣) فيما يلي جزءٌ من الواجبِ المنزليِّ الخاصِّ بهيثم.

استخدم طريقةَ هيثم لإيجاد ناتجِ عمليَّات القسمةِ أدناه. اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إذا أمكن الأمرُ.

(أ) $١\frac{١}{٢} \div ١\frac{٤}{٥}$ (ب) $٢\frac{١}{٤} \div ١\frac{٢}{٣}$

(ج) $٤\frac{١}{٨} \div ٥\frac{١}{٦}$ (د) $٢\frac{٢}{٣} \div ٣\frac{١}{٤}$

(هـ) $٥\frac{١}{٢} \div ٢\frac{٣}{٤}$ (و) $٤\frac{٤}{٥} \div ٢\frac{٣}{٨}$

(ح) $١\frac{١}{٤} \div \frac{١٠}{١١}$ (ط) $\frac{٣}{٥} \div ٢\frac{١}{١٠}$

سؤال أوجد ناتج $٣\frac{٤}{٧} \div ٢\frac{١}{٢}$

الإجابة ١) غيّر الأعدادَ إلى كسورٍ غير اعتيادية: $\frac{٢٥}{٧} \div \frac{٥}{٢}$

٢) قلبُ الكسر وضَرْبه: $\frac{٢٥}{٧} \times \frac{٥}{٢}$

٣) $\frac{٢٥}{٧} \times \frac{٥}{٢}$

٤) ضرب: $\frac{١}{٢} \times \frac{٧}{٥} = \frac{٧}{١٠}$

٤) اقرأ ما تقوله خديجة.

إذا قسمتُ عددًا كسريًّا على عددٍ كسريٍّ آخر، فستكون الإجابةَ عددًا كسريًّا.

اضرب مثالين مناقضين على الأقلِّ لتوضيح أنَّ هذه العبارة غير صحيحةٍ.

٥) فيما يلي جزءٌ من الواجبِ المنزليِّ الخاصِّ بمريم. استخدمت مريم إحدى العمليَّاتِ المعكوسة للتحقُّق من صحةِ إجاباتِها.

أوجد ناتج عمليات القسمةِ التالية.

استخدم طريقةَ مريم للتحقُّق من صحةِ إجاباتِك.

(أ) $\frac{٣}{٧} \div \frac{٢}{٥}$ (ب) $\frac{١}{٥} \div \frac{٤}{٧}$

(ج) $\frac{٦}{٧} \div \frac{٣}{٤}$ (د) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٨}{٩}$

(هـ) $\frac{٢}{٩} \div \frac{٦}{١١}$ (و) $\frac{٥}{٦} \div \frac{١٠}{١١}$

سؤال: أوجد ناتج الآتي $\frac{٣}{٤} \div \frac{٢}{٣}$

الإجابة:

$\frac{٣}{٤} \div \frac{٢}{٣} = \frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٤}$

$= \frac{٩}{٨}$

$= ١\frac{١}{٨}$

للتحقُّق: $١\frac{١}{٨} = \frac{٩}{٨}$، $\frac{٢}{٣} \times \frac{٩}{٨} = \frac{١٨}{٢٤}$

$\frac{١٨}{٢٤} = \frac{١٨ \div ٦}{٢٤ \div ٦}$

$= \frac{٣}{٤}$ ✓

٤-٥ التعامُل مع الكسور ذهنيًّا

ينبغي لك التعامُل مع الكسور ذهنيًّا. وهذا يعني أنَّه ينبغي لك إجراء العمليَّات البسيطة للجمعِ والطرحِ والضربِ والقسمةِ «في عقلك». كما أنَّه ينبغي لك حلُّ المسائل اللفظيَّة ذهنيًّا. سيساعدك هذا القسم على مزاولةِ المهاراتِ التي تحتاجها.

أما بالنسبة للمسائل الصعبة أو المُعقَّدة، سيكون من الأفضل كتابةُ بعض الخطوات أثناء الحلِّ. ستساعدك هذه الحلول أو هذه الطُرقُ الحسابيَّة الكتابيَّة على تذكُّر النتائج التي استنتجتها وكذلك تذكُّر باقي الخطوات التي لا تزال تريد إجراءَها.

مثال ٤-٥

أوجد ناتج ما يلي ذهنيًّا.

(أ) $\frac{٣}{٤} + \frac{٣}{٨}$ (ب) $\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{٤}$ (ج) $٢٠ \times \frac{٢}{٥}$ (د) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{٧}$ (هـ) $\frac{٤}{٧} \div \frac{٨}{٩}$

(أ) $\frac{٦}{٨} + \frac{٣}{٨} = \frac{٩}{٨} = ١\frac{١}{٨}$

في ذهنك، غيِّر $\frac{٣}{٤}$ إلى $\frac{٦}{٨}$ ؛ لذا يُمكنك جَمعُه على $\frac{٣}{٨}$.

(ب) $\frac{٤ \times ٣ - ٤ \times ٥}{٢٠}$

القاسمُ المُشترك الأصغر هو $٥ \times ٤ = ٢٠$.

$= \frac{١٥ - ١٦}{٢٠} = \frac{١}{٢٠}$

في ذهنك، استنتج $٤ \times ٤ - ٣ \times ٥$ ليكون ناتجُ البسطِ ١.

(ج) $٢٠ \div ٥ = ٤$، $٤ \times ٢ = ٨$

اقسِم ٢٠ على المقام ٥، ثُمَّ اضرِب الناتجَ في ٢.

(د) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٦}{٧} = \frac{٢ \times ٢}{٧ \times ١}$

في ذهنك، اقسِم ٣ و ٦ على ٣ للاختزال قبل الضربِ.

$= \frac{٤}{٧}$

اضرِب قيمَ البسطِ والمقامِ لاستنتاجِ الإجابةِ.

(هـ) $\frac{٤}{٧} \times \frac{٩}{٨} = \frac{٩ \times ١}{٧ \times ٢}$

في رأسك اقلِب واضرِب الكسرَ الثاني، ثُمَّ اقسِم ٤ و ٨ على ٤.

$= \frac{٩}{١٤}$

اضرب. استخدم الطُرقَ الحسابيَّةَ الكتابيَّةَ للمُساعدة إذا احتجت ذلك؛ نظرًا لوجودِ العديدِ من العمليَّات الحسابيَّة التي ستجريها في ذهنِك.

تمارين ٤-٥

في هذا التمرين، اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إذا أمكن الأمرُ.

١) أوجد ناتجَ عمليَّاتِ الجمعِ التالية ذهنيًّا.

(أ) $\frac{١}{٦} + \frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٤} + \frac{١}{٨}$ (ج) $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{١٠}$

(د) $\frac{١}{٢} + \frac{٣}{٨}$ (هـ) $\frac{٣}{٤} + \frac{٥}{١٢}$ (و) $\frac{٧}{١٥} + \frac{٤}{٥}$

(ز) $\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥}$ (ح) $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٧}$ (ط) $\frac{٢}{٩} + \frac{١}{٥}$

(ي) $\frac{٣}{٤} + \frac{٢}{٣}$ (ك) $\frac{٥}{٨} + \frac{١}{٥}$ (ل) $\frac{١}{٤} + \frac{٥}{٦}$

٢) أوجد ناتجَ عمليَّاتِ الطرحِ التالية ذهنيًّا.

(أ) $\frac{١}{٣} - \frac{١}{٩}$ (ب) $\frac{١}{٤} - \frac{١}{٨}$ (ج) $\frac{١}{٥} - \frac{١}{١٥}$

(د) $\frac{٢}{٣} - \frac{١}{٦}$ (هـ) $\frac{٤}{٥} - \frac{١}{١٠}$ (و) $\frac{١١}{٢٠} - \frac{٢}{٥}$

(ز) $\frac{١}{٢} - \frac{١}{٣}$ (ح) $\frac{٤}{٥} - \frac{١}{٤}$ (ط) $\frac{٥}{٧} - \frac{١}{٢}$

(ي) $\frac{٣}{٤} - \frac{٢}{٧}$ (ك) $\frac{٧}{١٢} - \frac{٣}{٨}$ (ل) $\frac{٨}{٩} - \frac{٣}{٤}$

٣) أوجد ناتجَ عمليَّاتِ الضربِ التالية ذهنيًّا. استخدم الطُرقَ الحسابيَّةَ الكتابيَّةَ إذا لزم الأمرُ.

(أ) $\frac{١}{٣} \times \frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٢}{٧} \times \frac{١}{٣}$ (ج) $\frac{٣}{٤} \times \frac{٣}{٥}$

(د) $\frac{٨}{٩} \times \frac{٢}{٧}$ (هـ) $\frac{٤}{٥} \times \frac{٢}{٩}$ (و) $\frac{٦}{١٣} \times \frac{٤}{٥}$

(ز) $\frac{٢}{٣} \times \frac{١}{٤}$ (ح) $\frac{٣}{٥} \times \frac{١}{٩}$ (ط) $\frac{٤}{٥} \times \frac{١٠}{١١}$

(ي) $\frac{٥}{٦} \times \frac{٨}{٩}$ (ك) $\frac{٢}{٣} \times \frac{٩}{١٠}$ (ل) $\frac{٤}{٥} \times \frac{١٥}{٢٢}$

٤) أوجد ناتجَ عمليَّات القسمة التالية ذهنيًّا. استخدم الطُرقَ الحسابيَّةَ الكتابيَّةَ إذا لزم الأمرُ.

(أ) $\frac{١}{٦} \div \frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{١}{١٢} \div \frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{٢}{٧} \div \frac{٢}{٥}$

(د) $\frac{٣}{٨} \div \frac{٣}{٥}$ (هـ) $\frac{٤}{٥} \div \frac{٤}{٩}$ (و) $\frac{٧}{٨} \div \frac{٧}{١٢}$

(ز) $\frac{٢}{٣} \div \frac{٤}{٥}$ (ح) $\frac{٦}{٧} \div \frac{٣}{٥}$ (ط) $\frac{٣}{٤} \div \frac{٦}{٧}$

(ي) $\frac{٨}{٩} \div \frac{٤}{٥}$ (ك) $\frac{٥}{٦} \div \frac{١٠}{١٣}$ (ل) $\frac{٥}{٦} \div \frac{١٥}{١٦}$

أوجد إجاباتِ الأسئلةِ من ٥ إلى ٨ ذهنيًّا. استخدم الطُرقَ الحسابيَّةَ الكتابيَّةَ للمُساعدة إذا لزم الأمرُ.

٥) في إحدى فرقِ كرة السلة، $\frac{١}{٣}$ من اللاعبين قارة أمريكا، $\frac{١}{٤}$ من اللاعبين من قارة أفريقيا وباقي اللاعبين من قارة آسيا. ما الكسرُ الذي يُمثِّل نسبةَ اللاعبين من قارة آسيا؟

٦) في إحدى علب البسكويت، $\frac{٢}{٥}$ البسكويت كان بنكهةِ الشوكولاتة و $\frac{١}{٦}$ بسكويت بالزبد والباقي بنكهةِ جوز الهند. ما الكسرُ الذي يُمثِّل نسبة بسكويت جوز الهند في العلبة؟

٧) في إحدى دور السينما، $\frac{٣}{٥}$ كان الأفرادُ الذين يشاهدون الفيلم أطفالًا. $\frac{٣}{٤}$ كان من الأطفال بناتٌ.

(أ) ما الكسرُ الذي يُمثِّل نسبةَ البناتِ اللاتي كن يشاهدن الفيلم؟

(ب) ما الكسرُ الذي يُمثِّل نسبة الأولادِ الذين كانوا يشاهدون الفيلم؟

٨) في إحدى مباريات كرة القدم $\frac{٤}{٩}$ كان المشجِّعون يشجِّعون الفريقَ المُضيف. والباقي كان يشجِّع الفريقَ الضيفَ. $\frac{٣}{٥}$ مُشجِّعي الفريقِ الضيفِ كانوا شباب.

(أ) ما الكسرُ الذي يُمثِّل المُشجِّعين الشباب الذين كانوا يشجِّعون الفريقَ الضيفَ بالنسبة إلى كلِّ المُشجِّعين؟

(ب) ما الكسرُ الذي يُمثِّل المشجعين الأكبر في السن الذين كانوا يشجعون الفريقَ الضيفَ بالنسبة إلى كلِّ المُشجِّعين؟

ملخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ بسِّط الكسرَ إلى أبسطِ صورةٍ، أو أبسطِ شكلٍ، عن طريقِ قسمةِ البسطِ والمقامِ على العاملِ المُشترك الأكبر.
- ★ لا يُمكنك جمعُ أو طرحُ الكسورِ إلَّا في حالة تساوي قيمِ المقام. في حالة وجود مقاماتٍ مُختلفةٍ، اكتبها ككسورٍ مُتكافئةٍ ذات مقامٍ مُشتركٍ، ثُمَّ اجمع قيمَ البسط أو اطرحها.
- ★ عند ضربِ الكسور، ينبغي لك حذف العوامل المُشتركة قبل الضرب.
- ★ عند قسمةِ كسرٍ، ينبغي لك قلبُ الكسر ثُمَّ الضرب بدلًا من القسمة. ويُطلَق على هذه العمليَّة «قلب الكسر وضربه».

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ كتابةِ الكسرِ في أبسطِ صورةٍ عن طريقِ حذف العوامل المُشتركة.
- ★ جمعِ الكسورِ وطرحِها وضربِها وقسمتِها، وتفسير القسمة بأنَّها معكوسٌ ضربيٌّ، وكذلك حذف العوامل المُشتركة قبل الضربِ والقسمةِ.
- ★ التعامُلِ مع الكسور ذهنيًّا، واستخدامِ الطُرقِ الحسابيَّةِ الكتابيَّةِ إذا أمكن الأمرُ.
- ★ حلِّ المسائلِ اللفظيَّة ذهنيًّا.

مراجعةُ نهايةِ الوحدة

١) اكتب كلَّ كسرٍ من الكسور الآتية في أبسطِ صورةٍ.

(أ) $\frac{٥}{١٥}$ (ب) $\frac{١٦}{٢٠}$ (ج) $\frac{٢٤}{٣٢}$

(د) $\frac{٢٢}{٥٥}$ (هـ) $\frac{٢٥٠}{٣٥٠}$ (و) $\frac{٢١}{٢٧}$

٢) اكتب الكسرَ $\frac{٨٤}{١٠٨}$ في أبسطِ شكلٍ.

وضِّح كيفيَّة التحقُّق من إجابتِك.

٣) أوجد ناتج عمليَّات الجمعِ والطرحِ التالية.

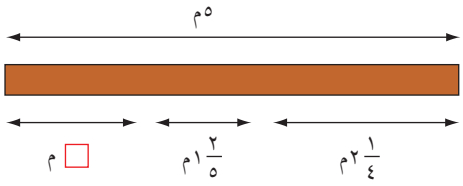
اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إذا أمكن الأمرُ.

وضِّح كلَّ خطواتِ الحلِّ.

(أ) $\frac{١}{٤} + \frac{٣}{٨}$ (ب) $\frac{٧}{١٢} - \frac{١}{٤}$ (ج) $\frac{٢}{٥} + \frac{٥}{٦}$

(د) $٤\frac{٣}{٨} + \frac{٢}{٣}$ (هـ) $٣\frac{١}{٥} - \frac{٧}{١٥}$ (و) $٧\frac{٧}{٨} - ٤\frac{١}{١٢}$

٤) جميلٌ يعملُ سبَّاكًا. لديه أنبوبٌ يبلُغ طولُه ٥ م.



اقتطع قطعتين من الأنبوب.

يبلُغ طولُ القطعةِ الأولى $٢\frac{١}{٤}$ م، فيما يبلُغ طولُ القطعةِ الثانيةِ $١\frac{٢}{٥}$ م.

(أ) كم يبلُغ طولُ القطعةِ المتبقيةِ مع جميل؟

(ب) وضِّح كيفيَّة التحقُّق من صحةِ إجابتِك.

٥) أوجد ناتجَ عمليَّات الضربِ أدناه. اختزل العواملَ المُشتركةَ قبل الضرب.

اكتب كلَّ إجابةٍ في صيغةِ عددٍ كسريٍّ وفي أبسطِ صورةٍ لها.

(أ) $١٥ \times \frac{٣}{٥}$ (ب) $٨١٠ \times \frac{٢}{٩}$ (ج) $٧ \times \frac{٥}{٩}$

(د) $\frac{٤}{٩} \times \frac{٢}{٥}$ (هـ) $\frac{٨}{٩} \times \frac{٣}{٤}$ (و) $\frac{٩}{١٦} \times \frac{٤}{٩}$

٦) (أ) في إحدى الحفلاتِ أكلَ الضيوفُ $\frac{٧}{٨}$ كعكةً. أكل بدرُ $\frac{١}{٢}$ ما تبقَّى. ما الكسرُ الذي يُمثِّل جزءَ الكعكةِ الذي أكله بدر؟

(ب) في هذه الحفلةِ أُكِلَت $\frac{٣}{٥}$ فطيرةٌ. وتناول ياسر $\frac{٤}{٥}$ ما تبقَّي منها. ما الكسرُ الذي يُمثِّل جزءَ الفطيرةِ الذي أكله ياسر؟

٧) أوجد ناتج عمليات القسمة التالية.

اكتب الإجابةَ في أبسطِ صورةٍ وفي صورةِ عددٍ كسريٍّ إذا أمكن الأمرُ.

(أ) $١٢ \div \frac{٤}{٥}$ (ب) $٢١ \div \frac{٦}{٧}$ (ج) $٢٥ \div \frac{٢}{٥}$

(د) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٤}{٩}$ (هـ) $\frac{٣}{٧} \div \frac{١٢}{٣٣}$ (و) $\frac{٩}{١١} \div \frac{١٥}{٢٢}$

٨) اقرأ ما يقوله هلال.

إذا قسمتُ كسرًا غير اعتيادي على كسرٍ آخر غير اعتيادي، فسيكون الناتجُ دائمًا كسرًا غير اعتيادي.

اضرب مثالًا مناقضًا لتوضيح أنَّ هذه العبارة غير صحيحةٍ.

ا

حـ

طولُ الخطِ الأحمر يساوي أ من الوحداتِ.

طولُ الخطِ الأزرق يساوي ج من الوحداتِ.

ماذا تُمثِّل ٤أ؟

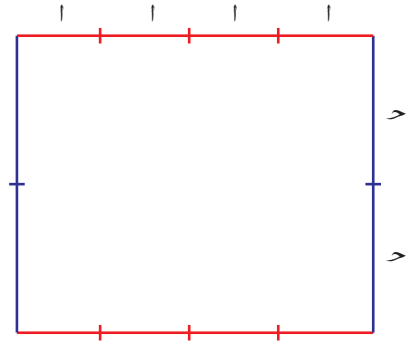
ماذا تُمثِّل أ + حـ ؟

ماذا تُمثِّل أ حـ ؟

المُفردات

تأكَّد من تَعلُّم وفَهْم المُفردات التالية:

- حلّ (solve)
- عمليات عكسية (inverse operations)
- الحلُّ (solution)
- كتابةٌ (construct)
- باستخدام المجهولِ (in terms of)
- مجهولُ المُعادلة (subject of the formula)
- تغييرُ المجهولِ (changing the subject)
- تحليلٌ إلى عوامل (factorise)
- كسرٌ جبريٌّ (algebraic fraction)



فيما يلي مُستطيلٌ.

أيُّ الصيغِ التالية تُعبِّر عن طولِ المُحيط؟

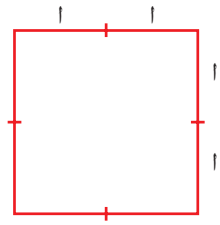
٢(٤أ + ٢حـ)　　٤حـ + ٨أ

٤أ + ٢حـ + ٤أ + ٢حـ　　٤(٢أ + حـ)

أيُّ الصيغِ التالية تُعبِّر عن مساحةِ المُستطيلِ؟

٤أ × ٢حـ　　٢حـ × ٤أ

٨أحـ　　٨حـأ



هل يُمكنك إيجادُ عبارةٍ لمساحة هذا المُربَّع؟

في هذه الوحدة، سوف تستخدم قوانين الأُسُس والتحليل إلى عوامل لتحويل العباراتِ الجبريَّة.
كما تضيفُ وتطرح الكسورَ الجبريَّة بالإضافةِ إلى تعويض الصيغِ والعباراتِ.
يُعدُّ استخدامُ صيغٍ كهذه مثال على **الجَبرِ**.

إنَّ كلمةَ الجَبرِ مُشتقةٌ من عنوانِ لكتاب ألّفه عالم الرياضيَّات الفارسي محمد بن موسى الخوارزميّ سنة ٨٢٠ ميلاديًّا. يُعرف هذا الكتاب باسم حساب الجَبرِ والمُقابلة؛ ويُعدُّ أوَّل كتابٍ في علمِ الجَبر.

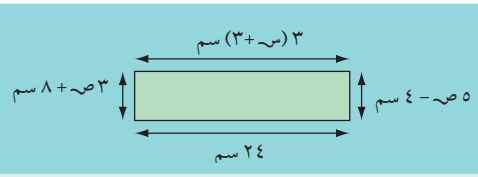
الخوارزميُّ

٥-١ كتابةُ المُعادلاتِ وحلُّها

عندما تكون لديك مُشكلةٌ في حاجةٍ إلى الحلِّ، فقد تحتاج إلى **كتابة** مُعادلةٍ أو تدوينها لمساعدتك على حلِّ تلك المشكلةِ.

مثال ٥-١

يوضِّح المُخطَّط مُستطيلًا.
أوجد قِيَم س و ص.

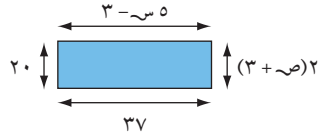


٣ (س + ٣) = ٢٤	يجب أن يتساوى الطولان؛ لذا يُمكنك كتابةُ مُعادلةٍ من خلالِ كتابةِ طولِ واحدٍ مساوٍ للآخر.
٣ س + ٩ = ٢٤	الخطوة الأولى هي الضرب خارجَ الأقواسِ.
٣ س + ٩ - ٩ = ٢٤ - ٩	استخدم العمليَّات العكسيَّة لحلِّ المُعادلة. ابدأ بطرح ٩ من الطرفين كليهما.
٣ س = ١٥	بسِّط جانبي المُعادلة كليهما.
$س = \frac{١٥}{٣}$	اقسِم ١٥ على ٣ لاستنتاجِ قيمةِ س.
س = ٥	
٥ ص - ٤ = ٣ ص + ٨	يجب أن يتساوى العرضين؛ لذا اكتب عرضًا مساويًا للآخر.
٥ ص - ٤ - ٣ ص = ٣ ص + ٨ - ٣ ص	أعِد كتابةَ المُعادلةِ من خلالِ طرح ٣ ص من الطرفين.
٢ ص - ٤ = ٨	بسِّط.
٢ ص - ٤ + ٤ = ٨ + ٤	استخدم العمليَّةَ العكسيَّةَ لحلِّ هذه المُعادلة. ابدأ بإضافةِ ٤ إلى الجانبين.
٢ ص = ١٢	بسِّط طرفي المُعادلة.
$ص = \frac{١٢}{٢}$	اقسِم ١٢ على ٢ لاستنتاجِ قيمةِ ص.
ص = ٦	

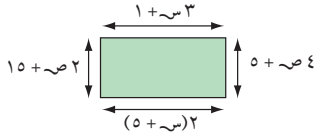
تمارين ٥-١

١) أوجد قيمةَ س وقيمةَ ص في كلِّ شكلٍ من هذه الأشكالِ.
جميعُ القياساتِ بالسنتيمتر.

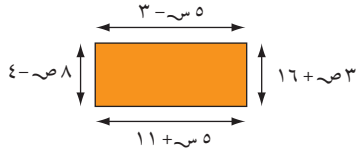
(أ)



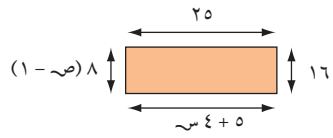
(ب)



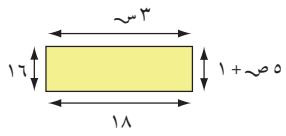
(ج)



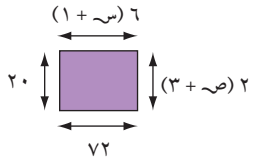
(د)



(هـ)

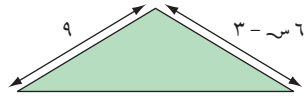


(و)

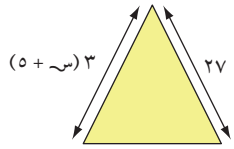


٢) أوجد قيمةَ سـ في كل مُثلَّثٍ من المُثلَّثات التالية المُتطابقة الضلعين.
جميعُ القياساتِ بالسنتيمتر.

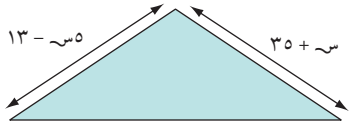
(أ)



(ب)



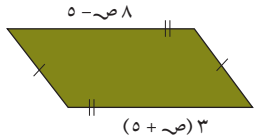
(ج)



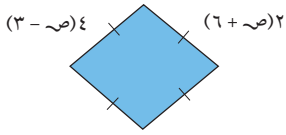
٣) أوجد قيمةَ صـ في كلِّ شكلٍ من هذه الأشكالِ. جميعُ القياساتِ بالسنتيمتر.

(أ)

(ب)



(ج)



٤) اعمل في مجموعةٍ من ثلاثةِ أو أربعةِ أشخاصٍ. لكلِّ جزءٍ من هذا السؤال:

(أ) اكتب معادلةً تُعبِّر عن المشكلةِ

(ب) قارن المُعادلةَ التي كتبتها مع المُعادلاتِ التي كتبها الزملاءُ الآخرون في المجموعة وحدِّد من كتب المعادلةَ الصحيحةَ بالطريقةِ الأسهل

(ج) حلّ المُعادلةَ التي وقع اختيارُك عليها في الجزءِ (ب).

(أ) يفكِّر راشد في عددٍ ما. حيث ضربه في ٣ ثُمَّ أضاف ٨. والإجابة هي ٢٣. فما العددُ الذي يفكِّر فيه؟

(ب) يفكِّر سامي في عددٍ ما. قسمَ العددَ على ٤ ثُمَّ طرح منه ٨. والإجابة هي ٥. فما العددُ الذي يفكِّر فيه؟

(ج) تفكِّر سارة في عددٍ ما. ضربت العددَ في ٥ ثُمَّ طرحت ٤. كانت الإجابةُ تساوي ضعفي العدد بالإضافةِ إلى ٢٠. فما العددُ الذي تفكِّر به سارة؟

(د) تفكِّر نور في عددٍ ما. ضربت العددَ في ٣ ثُمَّ أضافت ٧. الإجابة ٤ أمثالِ العددِ. فما العددُ الذي تفكِّر به نور؟

(هـ) يفكِّر هيثم في عددٍ ما. أضاف ٥ إلى العددِ ثُمَّ ضرب الناتجَ في ٢. والإجابة هي ٥ أمثالِ العددِ مع حذف ١٤. فما العددُ الذي يفكِّر به هيثم؟

(و) تفكِّر مريم في عددٍ ما. وطرحت من العدد ٢ ثُمَّ ضربت الناتجَ في ٣. والإجابةُ هي نفسُ ناتجِ طَرْح ٦ من العدد ثُمَّ ضَرْب ناتجه في ٧. فما العددُ الذي تفكِّر فيه مريم؟

٥-٢ تبسيطُ العباراتِ الجَبريَّة

أنت بالفعلِ تعرِف طريقةَ استخدامِ قوانين الأُسُس لضربِ الأعدادِ وقِسمتها. كما يُمكنك أيضًا استخدامُ تلك القواعدِ مع العباراتِ الجَبريَّة.

عند ضربِ القُوى الخاصَّة بنفس المُتغيِّر، فأنت تجمع الأُسُس.

$$س^{ا} \times س^{ب} = س^{ا+ب}$$

عند قِسمة القُوى الخاصَّة بنفسِ المُتغيِّر، فأنت تطرح الأُسُس.

$$س^{ا} \div س^{ب} = س^{ا-ب}$$

مثال ٥-٢

بسِّط كلًّا من العباراتِ التالية.

(أ) $س^{٢} \times س^{٣}$ (ب) $ص^{٧} \div ص^{٤}$ (ج) $٢م^{٣} \times ٨م^{٣}$ (د) $\frac{١٢ب^{٩}}{٦ب^{٨}}$

(أ) $س^{٢} \times س^{٣} = س^{٢+٣}$ للضرب، اجمع الأُسس.

$= س^{٥}$ ٢ + ٣ = ٥، إذًا الإجابة هي $س^{٥}$.

(ب) $ص^{٧} \div ص^{٤} = ص^{٧-٤}$ للقسمةِ، اطرح الأُسُس.

$= ص^{٣}$ ٧ – ٤ = ٣، إذًا الإجابة هي $ص^{٣}$.

(ج) $٢م^{٣} \times ٨م^{٣} = ٢ \times ٨ \times م^{٣+٣}$ اضرب ٢ في ٨ لتبسيطِ الأعدادِ، ثُمَّ اجمع الأُسُس

$= ١٦م^{٦}$ كالمعتادِ. ٢ × ٨ = ١٦، ٣ + ٣ = ٦، إذًا الإجابة هي $١٦م^{٦}$.

(د) $\frac{١٢ب^{٩}}{٦ب^{٨}} = \frac{١٢}{٦} \times ب^{٩-٨}$ اقسِم ١٢ على ٦ لتبسيط الأعدادِ واطرح الأُسُس كالمعتادِ.

$= ٢ب$ ١٢ ÷ ٦ = ٢، ٩ – ٨ = ١، إذًا الإجابة هي $٢ب^{١}$. اكتب هذه

القيمةَ كما يلي $٢ب$.

تمارين ٥-٢

١) بسِّط كلٍّ من العباراتِ التالية.

(أ) $س^{٤} \times س^{٥}$ (ب) $ص^{٢} \times ص٤$ (ج) $ع^{٧} \times ع^{٣}$ (د) $م^{٨} \times م^{٦}$

(هـ) $ب^{٩} \times ب^{٣}$ (و) $ف^{٦} \times ف$ (ز) $و^{٩} \div و^{٤}$ (ح) $ر^{٦} \div ر^{٣}$

(ط) $ش^{٧} \div ش^{٢}$ (ي) $ت^{٨} \div ت^{٦}$ (ك) $ث^{٨} \div ث^{٧}$ (ل) $خ^{٨} \div خ$

٢) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العبارات التالية.

(أ) $٣س^{٢} \times ٢س^{٣}$ (ب) $٤ص^{٤} \times ٣ص^{٥}$ (ج) $٦ص^{٢} \times ٥ص^{٥}$

(د) $٢م^{٤} \times ٢م^{٣}$ (هـ) $٤ن^{٦} \times ن^{٧}$ (و) $ف^{٢} \times ٨ف$

(ز) $٦و^{١٠} \div ٢و^{٦}$ (ح) $٩ر^{٩} \div ٣ر^{٥}$ (ط) $١٥ش^{٧} \div ٥ش^{٣}$

(ي) $\frac{٨ش^{٧}}{٤ش^{٢}}$ (ك) $\frac{٢ت^{٦}}{ت^{٢}}$ (ل) $\frac{٥ث^{٧}}{ث^{٦}}$

٣) أيُّ الإجاباتِ التالية صحيحةٌ (أ) أم (ب) أم (ج) أم (د)؟

(أ) بسِّط $٢هـ^{٤} \times ٣هـ^{٢}$

أ) $٥هـ^{٦}$ (ب) $٦هـ^{٨}$ (ج) $٥هـ^{٨}$ (د) $٦هـ^{٦}$

(ب) بسِّط $٣ن^{٦} \times ٥ن$

أ) $١٥ن^{٦}$ (ب) $١٥ن^{٧}$ (ج) $٨ن^{٦}$ (د) $٨ن^{٧}$

(ج) بسِّط $١٠ك^{٨} \div ٥ك^{٢}$

أ) $٥ك^{٦}$ (ب) $٥ك^{٤}$ (ج) $٢ك^{٦}$ (د) $٢ك^{٤}$

(د) بسِّط $\frac{٨م^{٢}}{٤م}$

أ) $٦م^{٢}$ (ب) $٦م$ (ج) $٤م^{٢}$ (د) $٤م$

٤) فيما يلي بعضُ البطاقاتِ الجَبريَّة.

$٨س^{٦} \times س^{٣}$ $٢س^{٣} \times ٣س^{٣}$ $٤س^{٥} \times ٢س^{٤}$ $١٢س^{١٠} \div ٢س^{٢}$ $١٢س^{٨} \div س^{٢}$

$٦س^{٣} \times ٢س^{٣}$ $٣س^{٢} \times ٤س^{٣}$

(أ) قسِّم البطاقاتِ إلى مجموعتين. اشرح كيف حدَّدت المجموعة التي وضعتَ البطاقاتِ فيها.

(ب) أيُّ البطاقاتِ لا تُناسب أيًّا من المجموعتين؟ اشرح سببَ ذلك.

٥-٣ كتابةُ العباراتِ الجَبريَّة

في العباراتِ الجَبريَّة، تُمثِّل الحروف أرقامًا مَجهولةً.

في الغالبِ تحتاج إلى كتابةِ العبارات الجَبريَّة لمُساعدتك على حلِّ المُشكلات.

افترض أنَّك تريد إيجاد سعر التذاكرِ المطلوبة لقضاءِ يومٍ خارجَ المنزل. قد تختار الحرفَ أ للتعبير عن سعرِ تذكرةِ البالغين والحرف ج للتعبير عن سعرِ تذكرةِ الأطفالِ.

يُمكنك كتابةُ إجماليِّ سعر تذكرة البالغين وتذكرة الأطفالِ كما يلي: أ + حـ .

يُمكنك التعبيرُ عن الفرقِ بين سعرِ تذكرةِ البالغين وتذكرةِ الأطفالِ كما يلي: أ − حـ .

يُمكنك التعبيرُ عن إجماليِّ سعرِ التذاكرِ لاثنين من البالغين واثنين من الأطفالِ كما يلي ٢(أ + حـ) أو ٢أ + ٢حـ .

تُكتَب هذه العبارات **باستخدامِ المجهولين** أ و حـ .

مثال ٥-٣

(أ) يفكِّر أحمد في عددٍ ما ن. اكتب العبارةَ باستخدامِ المجهولِ ن للعدد الذي سيحصُل عليه أحمد عندما:

(١) يضاعِف العددَ ثُمَّ يضيف ٥

(٢) يقسِم العددَ على ٣ ثُمَّ يطرح ٦

(٣) يضيف ٣ إلى العددِ ثُمَّ يضرِب الناتجَ في ٤

(٤) يضرِب العددَ في نفسهِ ثُمَّ ينصِّف الناتجَ.

(ب) اكتب عبارةً باستخدامِ المجهولِ س و ص لما يلي:

(١) مُحيط

(٢) مساحة هذا المُستطيل.

اكتب كلَّ عبارةٍ في أبسطِ صورها.

(أ) (١) ٢ن + ٥ — اضرب ن في ٢، ثُمَّ أضِف ٥. اكتب ٢ × ن هكذا ٢ن.

(٢) $\frac{ن}{٣}$ − ٦ — اقسِم ن على ٣ ثُمَّ اطرح ٢. اكتب ن ÷ ٣ هكذا $\frac{ن}{٣}$.

(٣) ٤(ن + ٣) — أضِف ٣ إلى ن ثم اضرب الناتجَ في ٤. اكتب ن + ٣ داخل زوجين من الأقواس لتوضيح أنَّه يجب إتمامُ هذه الخطوة قبل الضرب في ٤.

(٤) $\frac{ن^٢}{٢}$ — اضرب ن في نفسه، للحُصول على ن × ن، واكتب العمليَّةَ الحسابيَّةَ هكذا ن^٢. اكتب ن^٢ ÷ ٢ هكذا $\frac{ن^٢}{٢}$.

(ب) (١) المُحيط = ٥س + ٢ص + ٥س + ٢ص — اجمع أطوالَ الأضلاعِ الأربعةِ لإيجاد المُحيط.

= ١٠س + ٤ص — بسِّط العباراتِ عن طريق تجميعِ الحدودِ المُتشابهة.

(٢) المساحة = ٥س × ٢ص — اضرب الطولَ في العرض لإيجاد المساحةِ.

= ١٠س ص — بسِّط العبارةَ عن طريقِ ضرب الأعدادِ والحروفِ معًا.

تمارين ٥-٣

١) يفكِّر راشد في العددِ ع.

اكتب العبارةَ باستخدامِ المجهول ع للعددِ الذي سيحصُل عليه راشد عندما:

(أ) يضرِب العددَ في ٧ (ب) يضيف ١٢ إلى العددِ

(ج) أيُّ البطاقاتِ لا تناسب أيًّا من المجموعتين؟ (د) يطرح العددَ من ٢٠

(هـ) يضرِب العددَ في ٢ ثُمَّ يضيف ٩ (و) يُقسِّم العدد على ٢

(ز) يُقسِّم العدد على ٦ ثُمَّ يطرح منه ٤ (ح) يضرِب العددَ في نفسه

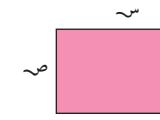
(ط) يُقسِّم ١٠٠ على العددِ (ي) يضرِب العددَ في ٢ ثُمَّ يطرح ١

(ك) يضيف ٢ إلى العددِ ثُمَّ يضرِب الناتجَ في ٥ (ل) يطرح ٧ من العددِ ثُمَّ يضرِب الناتج في ٨.

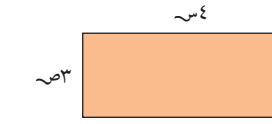
٢) اكتب عبارةً تدلُّ على (أ) المُحيط و (ب) المساحة الخاصَّة بالمُستطيل.

اكتب كلَّ عبارةٍ في أبسطِ صورها.

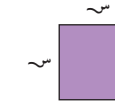
(أ)



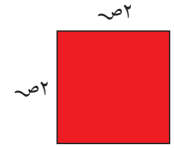
(ب)



(ج)

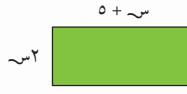


(د)



٣) فيما يلي جزءٌ من الواجبِ المنزليِّ الخاصِّ بمها.

سؤال *اكتب عبارةً تُعبِّر عن مُحيطِ ومساحةِ هذا المُستطيل.*
اكتب كلَّ إجابةٍ في أبسطِ صورةٍ لها.



الإجابة *المُحيط* = س + ٥ + ٢ س + س + ٥ + ٢ س *المساحة* = ٢ س (س + ٥)

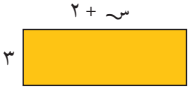
= ٦ س + ١٠ = ٢ س^{٢} + ١٠ س

لتبسيط العبارةِ الخاصَّة بمساحة المستطيل، فكَّت مها الأقواس.

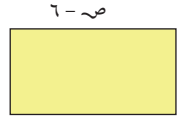
اكتب عبارةً تُعبِّر عن مُحيطِ ومساحةِ كلِّ مُستطيلٍ من تلك المُستطيلات.

اكتب كلَّ إجابةٍ في أبسطِ صورةٍ لها.

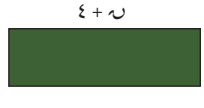
(أ)



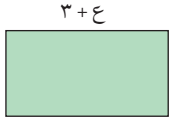
(ب)

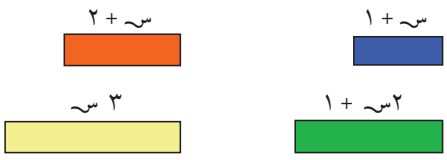


(ج)



(د)





٤) لدى فهد ونور أربعة قضبان بأربعةِ ألوانٍ مُختلفةٍ.
يبلُغ طولُ القضبانِ الزرقاء س + ١.
بينما يبلُغ طولُ القضبانِ الحمراء س + ٢.
يبلُغ طولُ القضبانِ الخضراء ٢س + ١.
يبلُغ طولُ القضبانِ الصفراء ٣س.
وضَّح نور لفهدٍ أنَّ إجماليَّ
أطوالِ ٣ قضبان حمراء
و٥ قضبان صفراء هو نفس طول ٦ قضبان خضراء
واثنين من القضبان الصفراء كما يلي.

٣ أحمر + ٥ أصفر	٦ أخضر + ٢ أصفر
= ٣(س + ٢) + ٥(٣س)	= ٦(٢س + ١) + ٢(٣س)
= ٣س + ٦ + ١٥ س	= ١٢ س + ٦ + ٦ س
= ١٨ س + ٦	= ١٨ س + ٦

(أ) وضِّح أنَّ:
(١) إجماليَّ طولِ اثنين من القضبان الحمراء واثنين من القضبان الصفراء هو نفس طولِ ٤ قضبان خضراء.
(٢) إجماليَّ طولِ ٣ قضبانِ حمراء و ٣ قضبانِ صفراء هو نفسُ طولِ ٦ قضبان خضراء.
(٣) إجماليَّ طولِ ٤ قضبان حمراء و ٤ قضبان صفراء هو نفسُ طول ٨ قضبان خضراء.
(ب) ماذا تخبرك إجاباتُك على الجزء (أ) بشأن العلاقة بين عدد القضبان الحمراء والصفراء والخضراء؟
(ج) وضّـح أن:
(١) إجماليَّ طولِ ٣ قضبان حمراء وقضيبٍ أصفر واحدٍ هو نفسُ طولِ ٦ قضبان زرقاء.
(٢) إجماليَّ طولِ ٦ قضبان حمراء واثنين من القضبان الصفراء هو نفسُ طول ١٢ قضيبًا أزرق اللون.
(٣) إجماليَّ طولِ ٩ قضبان حمراء و ٣ قضبان صفراء هو نفسُ طولِ ١٨ قضيبًا أزرق اللون.
(د) ماذا تُخبِرك إجاباتُك على الجزء (ج) بشأن العلاقةِ بين عددِ القضبان الحمراء والصفراء والزرقاء؟

٥-٤ التعويض في العباراتِ

عند تعويض الأعدادِ في عباراتٍ، تذكَّر طريقة BIDMAS.

يجب استنتاجُ الأقواس والأُسُس قبل القِسمة والضَرْب.

احرص دومًا على استنتاجِ الجمعِ والطرحِ بعدَ ذلك.

أمثلةٌ على الأُسُس:

$٤^{٢}$، $٧^{٣}$، $(-٢)^{٢}$ و $(-٣)^{٣}$

مثال ٥-٤

(أ) **أوجد** قيمةَ العبارةِ ٥أ − ٦ب عندما تكون قيمةُ أ = ٤ وقيمةُ ب = −٣.

(ب) أوجد قيمةَ العبارةِ $٣س^{٢} - ٢ص^{٣}$ عندما تكون قيمةُ س = −٥ وقيمةُ ص = ٢.

(ج) أوجد قيمةَ العبارةِ $ف(٥ - \frac{٤و}{ف})$ عندما تكون قيمةُ ف = ٢ وقيمةُ و = −٣.

(أ) ٥أ − ٦ب

= ٥ × ٤ − ٦ × −٣

= ٢٠ − −١٨

= ٢٠ + ١٨

= ٣٨

عوّض عن أ = ٤ وب = −٣ في العبارةِ.

أوجد ناتج عمليَّات الضربِ أوَّلًا، ٥ × ٤ = ٢٠ و ٦ × −٣ = −١٨

ناتج طرحِ −١٨ هو نفسه حاصل جمعِ ١٨.

(ب) $٣س^{٢} - ٢ص^{٣}$

$= ٣ \times (-٥)^{٢} - ٢ \times ٢^{٣}$

$= ٣ \times ٢٥ - ٢ \times ٨$

و $٢^{٣} = ٢ \times ٢ \times ٢ = ٨$.

= ٧٥ − ١٦

= ٥٩

عوّض عن س = −٥ و ص = ٢ في العبارةِ.

أوجد الأُسُس أوَّلًا $(-٥)^{٢} = -٥ \times -٥ = ٢٥$

ثُمَّ أوجد ناتجَ الضربِ؛ ٣ × ٢٥ = ٧٥ و ٢ × ٨ = ١٦.

واستنتج أخيرًا ناتجَ الطرحِ.

(ج) $ف(٥ - \frac{٤و}{ف})$

$= ٢(٥ - \frac{٤ \times -٣}{٢})$

= ٢(٥ − −٦)

= ٢ × (٥ + ٦)

= ٢ × ١١

= ٢٢

عوّض عن ف = ٢ و و = −٣ في العبارةِ.

أوجد الحدَّ الموجودَ في الأقواسِ أوَّلًا. ابدأ بالكسرِ. ٤ × −٣ = −١٢؛ −١٢ ÷ ٢ = −٦.

ناتج طرحِ −٦ هو نفسه جمع ٦.

أخيرًا، اضرب قيمةَ الحدِّ في الأقواسِ في ٢؛ ٢ × ١١ = ٢٢.

تمارين ٥-٤

١) أوجد قيمةَ كلِّ عبارةٍ عندما تكون أ = −٢، ب = ٣، حـ = −٤، ى = ٦.

(أ) ب + د (ب) أ + ٢ب (ج) ٢ى − ب (د) أ − حـ

(هـ) ٤ب + ١٢أ (و) ٣ى − ٦ب (ز) بى − ١٠ (ح) $ى^{٢}$ + أب

(ط) $\frac{ى}{٢}$ − أ (ي) ٢٠ + $ب^{٣}$ (ك) أب + حـ ى (ل) $\frac{بحـ}{ى}$ + أ

٢) أوجد قيمةَ كلِّ عبارةٍ عندما تكون ف = ٥، س = ٢، ص = −٨، ع = −١.

(أ) ٣(ف + س)　(ب) س(٢ف − ص)　(ج) س + ص ع

(د) ٣ف − ع^{٣}　(هـ) س^{٢} + ص^{٢}　(و) (٢س)^{٣}

(ز) $\frac{\text{س}}{٢} - \frac{\text{ص}}{٤}$　(ح) $\frac{\text{ف س}}{\text{ع}} + \text{ص}$　(ط) ٢(س^{٣} − ع^{٢})

(ي) ٢٥ − ٢ف^{٢}　(ك) ف + ع (٢س − ص)

(ل) ٢(ف + س) − ٣(ف − س)

٣) فيما يلي جزءٌ من الواجبِ المنزليِّ الخاصِّ بهلال.

استخدم مثالًا مناقضًا لتوضيح أنَّ العباراتِ ليست صحيحةً على الدوام.

(أ) ٣س^{٢} = (٣س)^{٢}

(ب) (−ص)^{٢} = −ص^{٢}

(ج) ٢(أ + ب) = ٢أ + ب

سؤال استخدم مثالًا مناقضًا لتوضيح أنَّ العبارةَ ٢ س^{٢} = (٢ س)^{٢} ليست صحيحةً على الدوام.

الإجابة لنفترض أنَّ س = ٣،

فإنَّ ٢ س^{٢} = ٢ × ٣^{٢} = ٢ × ٩ = ١٨

و (٢ س)^{٢} = (٢ × ٣)^{٢} = ٦^{٢} = ٣٦

١٨ ≠ ٣٦، إذًا ٢ س^{٢} ≠ (٢ س)^{٢}

٥-٥ اشتقاقُ المُعادلاتِ واستخدامُها

الصيغةُ هي قاعدةٌ رياضيَّةٌ توضِّح العلاقةَ بين متغيِّرين أو أكثر. مثالٌ، الصيغةُ المستخدَمةُ في الفيزياء بشكلٍ متكرِّر هي: السرعة النهائية = السرعة الابتدائية + (التسارع × الزمن) $(v = u + at)$

السرعةُ النهائية (v) = السرعة الابتدائية (u) + (التسارع × الزمن) (at)

السرعة الابتدائية + (التسارع × الزمن) = السرعة النهائية

السرعة الابتدائية = السرعة النهائية − (التسارع × الزمن)

في هذه الصيغةِ السرعة هي **موضوعُ الصيغةِ**.

حيث كُتب الرمزُ وحده على الجانبِ الأيمن.

وفقًا للمعلومات التي لديك والمتغيِّر الذي ترغب في العثورِ عليه، قد تحتاج إلى إعادةِ ترتيبِ هذه الصيغةِ. ويُعرف هذا الأمرُ باسم **تغيير مجهول** المُعادلة.

السرعةُ النهائية = السرعة الابتدائية + (التسارع × الزمن)

السرعة الابتدائية + (التسارع × الزمن) = السرعة النهائية

(التسارع × الزمن) = السرعة النهائية − السرعة الابتدائية

$$\text{الزمنُ} = \frac{\text{السرعة النهائية} - \text{السرعة الابتدائية}}{\text{التسارع}}$$

مثال: إذا كنت تعرِف قِيَمَ السرعة، والعجلة والزمن في الصيغة أعلاه وكنت ترغب في استنتاجِ قيمةِ السرعة الابتدائية، فقد تُعيد ترتيبَ المُعادلة هكذا.

وهذا يجعلُ المسافةَ المقطوعةَ مجهولَ المُعادلة.

إذا كنت تعرف قِيَم السرعة، والسرعة الابتدائية، والعجلة في الصيغةِ أعلاه، فأنت بحاجة لاستنتاجِ قيمةِ الزمنِ، وقد تُعيد ترتيبَ المُعادلة هكذا.

وهذا يجعل الزمنَ مجهولَ المُعادلة.

مثال ٥-٥

(أ) اكتب صيغةً لإجماليِّ الأجر، حيث يشير الرمزُ ع إلى الريالاتِ التي يجنيها مهاب عندما يعمل سـ ساعات بمُعدَّل م ريال في الساعةِ.

(ب) استخدم الصيغةَ المُستخدَمة في الجزء (أ) لإيجاد قيمةِ ع عندما تكون قيمةُ سـ = $\frac{١}{٤}$ ٨ ساعات وقيمةُ م = ٧,٨٠٠ ريال في الساعة.

(ج) أعِد ترتيبَ صيغتك في الجزءِ (أ) لكي تكونَ سـ هي الموضوعُ.

(د) استخدِم الصيغةَ في الجزءِ (ج) لإيجاد قيمةِ سـ عندما تكون ع = ٨١,٧٠٠ ريال وقيمةُ م = ٨,٦٠٠ ريال في الساعة.

(أ) ع = سـ م

الأجر (ع) = عدد الساعاتِ (سـ) × مُعدَّل الأجر (م). تذكَّر كتابةَ سـ × م هكذا سـ م.

(ب) ع = ٨,٢٥ × ٧,٨٠ عوّض عن سـ = ٨,٢٥ و م = ٧,٨٠ في الصيغةِ.

= ٦٤,٣٥٠ ريالًا أوجد الإجابةَ وتذكَّر الوحداتِ (ريال).

(ج) $\frac{ع}{م} = \frac{س^{م}}{م}$ لجَعْل س هي المجهول، اقسِم طرفي الصيغةِ على م.

$س = \frac{ع}{م}$ والآن، أعِد كتابةَ الصيغةِ بحيث تكون س هي المجهول.

(د) $س = \frac{٨١,٧٠}{٨,٦٠}$ عوّض عن ع = ٨١,٧٠ و م = ٨,٦٠ في الصيغةِ.

= ٩,٥ ساعاتٍ أوجد الإجابة وتذكَّر الوحداتِ (ساعات).

تمارين ٥-٥

١) (أ) اكتب صيغةً لعددِ الثواني ث بأيِّ عددٍ للدقائق و.

(ب) استخدم صيغتك في الجزءِ (أ) لإيجاد قيمةِ ث عندما تكون قيمةُ و = ١٥.

(ج) أعِد ترتيبَ صيغتك في الجزءِ (أ) لكي تكونَ و هي لا مجهول.

(د) استخدم صيغتك في الجزءِ (ج) لإيجاد قيمةِ و عندما تكون قيمةُ ث = ١٣٥٠.

٢) استخدم الصيغةَ (القُوة = الكُتلة × التسارع) لإيجاد قيمةِ:

(أ) القُوة عندما تكون الكُتلة = ١٢ والتسارع = ٥

(ب) القُوة عندما تكون الكُتلة = ٢٦ والتسارع = −٣

(ج) الكُتلة عندما تكون القُوة = ٣٠ والتسارع = ٢,٥

(د) التسارع عندما تكون القُوة = −١٤ والكُتلة = ٨.

في الأجزاءِ (ج) و(د) يجب البدءُ بتغيير مجهولِ الصيغة.

٣) استخدم الصيغة السرعةُ النهائية = السرعة الابتدائية + (التسارع × الزمنِ) لإيجاد قيمةِ:

(أ) السرعة النهائية عندما تكون السرعة الابتدائية = ٧، والتسارع = ١٠، والزمنُ = ٨

(ب) السرعة النهائية عندما تكون السرعة الابتدائية = ٠، والتسارع = ٥، والزمنُ = ٢٥

(ج) السرعة الابتدائية عندما تكون السرعة النهائية = ٧٥، والتسارع = ٤، والزمنُ = ١٢

(د) السرعة الابتدائية عندما تكون السرعة النهائية = ٩٧، والتسارع = ٦، والزمنُ = ٨,٥

(هـ) الزمن عندما تكون السرعة النهائية = ٨٠، والسرعة الابتدائية = ٢٠، والتسارع = ٦

(و) التسارع عندما تكون السرعة النهائية = ٧٢، والسرعة الابتدائية = ٣٤، والزمنُ = ١٩.

٤) تبلُغ سميَّة س من العمر. فاطمةُ أكبر من سُميَّة بعامين.

(أ) اكتب عبارةً تدلُّ على عُمرِ فاطمة باستخدام المجهول س.

(ب) اكتب صيغةً لمجموعِ الأعمار، م لكلٍّ من سُميَّة وفاطمة.

(ج) استخدم صيغتِك في الجزءِ (ب) لإيجاد م عندما تكون س = ١٩.

(د) أعِد ترتيبَ صيغتِك في الجزءِ (ب) بحيث تكون س هي المجهول.

(هـ) استخدم صيغتَك في الجزءِ (د) لإيجاد قيمةِ س عندما تكون قيمةُ م = ٤٨.

٥) يبيع أمجد اللوحاتِ ويشتريها.

ويستخدم الصيغةَ الواردةَ على الجانبِ الأيمنِ لإيجاد نسبةِ الربحِ الذي يحقِّقه.

النسبة المئوية للربح = $\frac{\text{سعر البيع} - \text{سعر التكلفة}}{\text{سعر التكلفة}} \times ١٠٠٪$

أوجد نسبةَ الربحِ الذي يحقِّقه أمجد بالنسبة لكلِّ لوحةٍ من تلك اللوحاتِ.

(أ) سعر التكلفةِ ٢٥٠ ريالًا، وسعر البيعِ ٣٠٠ ريالٍ

(ب) سعر التكلفةِ ١٢٠ ريالًا، وسعر البيعِ ١٩٢ ريالًا

(ج) سعر التكلفةِ ٤٨٠ ريالًا، وسعر البيعِ ١٠٨٠ ريالًا

٦) في بعضِ البلدان، تُقاس قيمة كُتلة الشخصِ بالستون (س) وبالرطل (ط).

ووضِّحَت الصيغةُ المستخدمة لتحويل الكُتلة من الستون والرطل إلى الكيلوغرام في الشكل المُقابل.

ك = $\frac{٥(١٤س + ط)}{١١}$ حيث: ك تشير إلى عددِ الكيلوغرامات
س تشير إلى عددِ الستون
ط تشير إلى عددِ الأرطال.

أوجد الكُتلة بالكيلوغرام لشخصٍ تبلُغ كُتلته:

(أ) ١٠ ستون و ٣ أرطالٍ

(ب) ٧ ستون و ١٠ أرطالٍ

(ج) ١٥ ستون ورطل واحد

(د) ٩ ستون.

٩ ستون تعني بالفعلِ ٩ ستون و ٠ رطل

٧) تستخدم سارة العلاقة المُوضَّحة للتغيير في درجات الحرارة بالفهرنهايت (°ف) ودرجات الحرارة بالدرجات السيليزيَّة (°س).

٥ف = ٩س + ١٦٠
حيث: ف هو رمزُ درجةِ الحرارةِ بالفهرنهايت (°ف)
س هو رمزُ درجةِ الحرارةِ بالسيليزيوس (°س)

تعتقد سارة أن ٣٠ درجةً مئويَّة أعلى من ٨٢ درجةً فهرنهايت.

هل مُحِقَّة؟ وضِّح كيف توصَّلت إلى إجابتِك.

٨) يستخدم أحد الأطباء الصيغةَ الواردةَ في المُربَّعِ المُقابلِ لحسابِ مؤشِّرِ كُتلة الجسم.

مؤشِّر كُتلةِ الجسم = $\frac{ك}{ط^٢}$
حيث: ك يُشير إلى الكُتلةِ بالكيلوغرام
ط يُشير إلى الطولِ بالمتر.

يُعدُّ المريضُ أقلَّ من مُعدَّل الوزنِ الطبيعيِّ إذا كان مؤشِّرُ كُتلةِ الجسمِ أقلَّ من ١٨,٥.

(أ) تبلُغ كتلةُ جسمِ عبير ٤٨,٨ كغم، ويبلُغ طولُها ١,٥٦ م فهل وزنها أقلُّ من المُعدَّل الطبيعيِّ؟ اشرح إجابتَك.

(ب) يبلُغ طولُ حسام ١,٨٠ م، وكُتلةُ جسمِه ٦٨,٥ كغم. ويرغب في الوصولِ إلى مؤشِّرِ كُتلة جسمٍ يبلُغ ٢٠. فكم عدد الكيلوغراماتِ التي يجب أن يخسرها للوصول إلى مؤشِّرِ كُتلةِ جسمٍ يبلُغ ٢٠؟ وضِّح طريقةَ الحلِّ.

٥-٦ التحليلُ إلى عوامل

للتخلُّص من الحدِّ مع الأقواسِ، تضرب كلَّ حدٍّ داخل الأقواس في الحدِّ الموجود خارجَ الأقواس.

٤(سـ + ٣) = ٤سـ + ١٢

عندما **تحلِّل العبارةَ إلى عوامل** فأنت تفعل العكسَ.
فأنت تأخذُ العاملَ المُشترك الأكبر وتضعه خارجَ الأقواسِ.

٤سـ + ١٢ = ٤(سـ + ٣)

مثال ٥-٦

حلِّل العباراتِ التالية إلى عواملَ.

(أ) ٢سـ + ١٠ (ب) ٨ - ١٢صـ (ج) ١٤أ + ١٨اب (د) سـ^{٢} - ٥سـ

(أ) ٢سـ + ١٠ = ٢(سـ + ٥)

العامل المُشترك الأكبر للقيمةِ ٢سـ و ١٠ هي ٢، ضَع ٢ خارجَ الأقواسِ. اقسِم كلًّا من الحدَّين على ٢ واكتب الناتجَ داخلَ الأقواسِ. تحقَّق من الإجابةِ من خلالِ فكِّ: ٢ × سـ = ٢سـ و ٢ × ٥ = ١٠.

(ب) ٨ - ١٢صـ = ٤(٢ - ٣صـ)

العامل المُشترك الأكبر للقيمتين ٨، و١٢صـ هو ٤؛ لذا ضَع ٤ خارجَ الأقواسِ. اقسِم كلًّا من الحدَّين على ٤ واكتب الناتجَ داخلَ الأقواسِ.

تحقَّق من الإجابةِ من خلالِ فكّ: ٤ × ٢ = ٨ و ٤ × -٣صـ = -١٢صـ.

(ج) ١٤أ + ١٨أب = ١٤أ(١ + ٢ب)

العامل المُشترك الأكبر للقيمتين ١٤أ و ١٨اب هو ١٤أ؛ لذا ضَع ١٤أ خارجَ الأقواس. اقسِم كلًّا من الحدَّين على ١٤أ واكتب الناتجَ داخلَ الأقواسِ. تحقَّق من الإجابةِ: ١٤أ × ١ = ١٤أ و ١٤أ × ٢ب = ١٨اب.

(د) سـ^{٢} - ٥سـ = سـ(سـ - ٥)

العامل المُشترك الأكبر للقيمتين سـ^{٢} و ٥سـ هو سـ؛ لذا ضَع سـ خارجَ الأقواس. اقسِم كلًّا من الحدَّين على سـ واكتب الناتجَ داخلَ الأقواسِ. تحقَّق من الإجابةِ: سـ × سـ = سـ^{٢} و سـ × -٥ = -٥سـ.

تمارين ٥-٦

١) انسخ عمليَّات التحليلِ التالية وأكملها.

(أ) ٣سـ + ٦ = ٣(سـ + □)
(ب) ١٠صـ - ١٥ = ٥(٢صـ - □)
(ج) ٦سـ صـ + ١٢صـ = ٦صـ(سـ + □)
(د) ٤سـ^{٢} + سـ = س(٤سـ + □)
(هـ) ٩ - ١٢صـ = ٣(□ - □)
(و) ٢صـ^{٢} - ٧صـ = صـ(□ - □)

٢) حلِّل كلَّ عبارةٍ من العباراتِ التالية إلى عواملَ.

(أ) ٢س + ٤ (ب) ٣ص – ١٨ (ج) ١٠ع + ٥

(د) ١٨أ – ٤ (هـ) ٤ب + ٦ (و) ١٦ب – ٢٠

(ز) ١٠ – ٥س (ح) ١٤ + ٢١س (ط) ٨ – ١٠ص

(ي) ١٨ + ٢٤ع (ك) ٩ + ١٥م (ل) ٣٠ – ٢٠ك

٣) حلِّل كلَّ عبارةٍ من العباراتِ التالية إلى عواملَ.

(أ) ٣س^{٢} + س (ب) ٦ص^{٢} – ١٢ص (ج) ع^{٢} + ٤ع

(د) ١٤أ – ١٢أ^{٢} (هـ) ٣ب + ٩ب^{٢} (و) ١٢ب – ١٥ب^{٢}

(ز) ١٨س – ٩ص (ح) ١٢ص + ٩س (ط) ٨س ص – ٤ص

(ي) ١٥ع + ١٠ص ع (ك) ١٤م + ٦مب (ل) ٢٦ك – ١٣ك ف

٤) انسخ عمليَّات التحليلِ التالية وأكملها.

(أ) ٢س + ٦ص + ٨ = ٢(س + ٣ص + □)

(ب) ٤ص – ٨ + ٤س = ٤(ص – □ + س)

(ج) ٩س ص + ١٢ص – ١٥ = ٣(٣س ص + □ – ٥)

(د) ٥س^{٢} + ٢س + س ص = س (٥س + □ + □)

(هـ) ٩ص – ص^{٢} – س ص = ص (□ – □ – □)

(و) ٣ص^{٢} – ٩ص + ٦س ص = ٣ص(□ – □ + □)

٥) اقرأ ما تقوله خديجة.

وضِّح أنَّها على حقٍّ.

عند فكِّ ٥(٢س + ٦) + ٢(٣س – ٥)، ثُمَّ تجميع الحدودِ المُتشابهةِ وتحليل الناتج في النهاية إلى عواملَ، أحصل على العبارةِ ٤(٤س + ٥).

٦) اقرأ ما يقوله مهند.

وضِّح أنَّه مخطئٌ.

وضِّح الخطأَ الذي ارتكبه.

عند فكِّ ٦(٣ص + ٢) – ٤(ص – ٢)، ثُمَّ تجميع الحدودِ المُتشابهةِ وتحليل الناتج في النهاية إلى عواملَ، أحصلُ على العبارةِ ٢(٧ص + ٢).

٥-٧ جمعُ الكسورِ الجَبريَّةِ وطرحُها

إنَّ **الكسرَ الجبريَّ** عبارةٌ عن كسرٍ يحتوي على حرفٍ أو متغيِّرٍ مجهولٍ.

مثالٌ: $\frac{س}{٤}$، و$\frac{ص}{٢}$، و$\frac{ع}{٨}$، و$\frac{١٢ا}{٣}$، و$\frac{٤ب}{٥}$ جميعها كسورٌ جَبريَّة.

يُمكنك كتابةُ الكسر $\frac{س}{٤}$ (ويُنطق هكذا «س على ٤») ويُكتَب هكذا $\frac{١}{٤}$ س (ويُنطَق هكذا «ربع س»).

يُمكنك كتابةُ الكسرِ $\frac{١٢ا}{٣}$ (ويُنطَق هكذا «١٢ا على ٣») ويُكتَب هكذا $\frac{٢}{٣}$ ا (ويُنطَق هكذا «ثُلثي ا»).

لإضافة كسرٍ جَبريٍّ أو طرحِه، تستخدم نفسَ الطريقةِ المُتبَّعة مع الكسورِ العاديةِ.

- في حالةِ تساوي المقاماتِ، لن يكون عليك إلَّا جمع قيمِ البسطِ أو طرحها.
- في حالة اختلافِ قيمِ المقامِ، اكتب الكسورَ في صيغةِ كسورٍ متكافئةٍ تحتوي على نفسِ المقامِ، ثُمَّ اجمع أو اطرح قيمَ البسطِ.
- استخدم الاختزالَ لتبسيط إجابتِك لأبسطِ صورةٍ.

مثال ٥-٧

بسِّط العباراتِ التالية.

(أ) $\frac{س}{٦} + \frac{س}{٦}$ (ب) $\frac{ص}{٣} - \frac{ص}{٩}$ (ج) $\frac{٤ب}{٥} + \frac{٢ب}{٣}$

(د) $\frac{ا}{٨} + \frac{ب}{٤}$ (هـ) $\frac{٥ف}{٦} - \frac{ف}{٤}$

(أ) $\frac{س}{٦} + \frac{س}{٦} = \frac{س + س}{٦}$ — قيم المقامِ مُتساويةٌ؛ لذا عليك جمع قيمِ البسطِ.

$= \frac{٢س}{٦}$ — اختزل الكسورَ إلى أبسطِ صورةٍ.

$= \frac{س}{٣}$ — اكتب $\frac{١س}{٣}$ بشكلٍ مُبسَّطٍ أي $\frac{س}{٣}$.

(ب) $\frac{ص}{٣} - \frac{ص}{٩} = \frac{٣س}{٩} - \frac{ص}{٩}$ — قيم المقام مُختلفة؛ لذا غيِّر $\frac{ص}{٣}$ إلى $\frac{٣س}{٩}$.

$= \frac{٣ص - ص}{٩}$ — الآن أصبحت قيمُ المقامِ متساويةً؛ لذا يُمكنك طرحُ قيمِ البسطِ.

$= \frac{٢ص}{٩}$

(ج) $\frac{٤ب}{٥} + \frac{٢ب}{٣} = \frac{١٢ب}{١٥} + \frac{١٠ب}{١٥}$ — قيم المقامِ مُختلفة؛ لذا غيِّر $\frac{٤ب}{٥}$ إلى $\frac{١٢ب}{١٥}$ و $\frac{٢ب}{٣}$ إلى $\frac{١٠ب}{١٥}$.

$= \frac{١٢ب + ١٠ب}{١٥}$ — الآن أصبحت قيمُ المقامِ متساوية؛ لذا يُمكنك جمعُ قيمِ البسطِ.

$= \frac{٢٢ب}{١٥}$ — اتركه ككسرٍ غير اعتيادي في أبسطِ صورةٍ له.

(د) $\frac{أ}{٨} + \frac{ب}{٤} = \frac{أ}{٨} + \frac{٢ب}{٨}$ قيم المقام مُختلفة؛ لذا غيِّر $\frac{ب}{٤}$ إلى $\frac{٢ب}{٨}$.

$= \frac{أ + ٢ب}{٨}$ والآن، اجمع قيمَ البسطِ. لا يُمكنك التبسيطُ لأبسط من ذلك؛ نظرًا لأنَّ الحدَّ أ والحدَّ ٢ب ليست حدودًا مُتشابهةً.

(هـ) $\frac{٥ف}{٦} - \frac{و}{٤} = \frac{١٠ف}{١٢} - \frac{٣و}{١٢}$ قيم المقامِ مُختلفة؛ لذا غيِّر $\frac{٥ف}{٦}$ إلى $\frac{١٠ف}{١٢}$ و $\frac{و}{٤}$ إلى $\frac{٣و}{١٢}$.

$= \frac{١٠ف + ٣و}{١٢}$ والآن، اطرح قيمَ البسطِ. لا يُمكنك التبسيطُ لأكثر من ذلك؛ نظرًا لأنَّ الحدَّ ١٠ف والحدَّ ٣ق ليست حدودًا مُتشابهةً.

تمارين ٥-٧

خلال هذا التمرينِ، اكتب كلَّ إجابةٍ ككسرٍ في أبسطِ صورةٍ له.

١) بسِّط هذه العباراتِ.

(أ) $\frac{س}{٥} + \frac{س}{٥}$ (ب) $\frac{س}{٧} + \frac{٣س}{٧}$ (ج) $\frac{س}{٨} + \frac{س}{٨}$ (د) $\frac{س}{٣} - \frac{٢س}{٣}$

(هـ) $\frac{س}{١٥} - \frac{٧س}{١٥}$ (و) $\frac{٨س}{٩} - \frac{٢س}{٩}$ (ز) $\frac{ص}{٢} + \frac{ص}{٤}$ (ح) $\frac{ص}{٩} + \frac{٢ص}{٣}$

(ط) $\frac{٢ص}{٥} + \frac{٣ص}{١٠}$ (ي) $\frac{ص}{٢} - \frac{ص}{٨}$ (ك) $\frac{ص}{٢٥} - \frac{٢ص}{٥}$ (ل) $\frac{٤ص}{٧} - \frac{٥ص}{١٤}$

٢) انسخ العمليَّات الحسابيَّة التالية وأكملها.

(أ) $\frac{أ}{٢} + \frac{أ}{٥} = \frac{٥أ}{١٠} + \frac{□أ}{١٠}$

$= \frac{٥أ + □أ}{١٠} = \frac{□أ}{١٠}$

(ب) $\frac{ب}{٤} + \frac{ب}{٣} = \frac{٣ب}{١٢} + \frac{□ب}{١٢}$

$= \frac{٣ب + □ب}{١٢} = \frac{□ب}{١٢}$

(ج) $\frac{٥حـ}{٧} - \frac{٢حـ}{٥} = \frac{٢٥حـ}{٣٥} + \frac{□حـ}{٣٥}$

$= \frac{٢٥حـ + □حـ}{٣٥} = \frac{□حـ}{٣٥}$

(د) $\frac{٥ى}{٦} + \frac{ى}{٥} = \frac{٣ى}{٥} + \frac{□ى}{٣٠}$

$= \frac{ى + □ى}{٢٠} = \frac{□ى}{٣٠}$

(هـ) $\frac{٥هـ}{٨} + \frac{٢هـ}{٣} = \frac{□هـ}{٢٤} + \frac{□هـ}{٢٤}$

$= \frac{□هـ + □هـ}{٢٤} = \frac{□هـ}{٢٤}$

(و) $\frac{٩و}{١٠} + \frac{و}{٤} = \frac{٣و}{٤} + \frac{□و}{٢٠}$

$= \frac{و + □و}{٢٠} = \frac{□و}{٢٠}$

٣) بسِّط هذه العباراتِ.

(أ) $\frac{س}{٥} + \frac{ص}{٥}$ (ب) $\frac{س}{٢} + \frac{ص}{٦}$ (ج) $\frac{س^{٢}}{٣} + \frac{ص}{٩}$

(د) $\frac{س^{٢}}{٥} - \frac{ص}{١٠}$ (هـ) $\frac{١١س}{١٤} - \frac{ص^{٢}}{٧}$ (و) $\frac{٩س}{٢٠} - \frac{ص^{٢}}{٥}$

(ز) $\frac{أ}{٤} + \frac{ب}{٣}$ (ح) $\frac{أ^{٢}}{٥} + \frac{ب}{٦}$ (ط) $\frac{أ^{٢}}{١٢} + \frac{ب^{٣}}{٨}$

(ي) $\frac{أ}{٥} - \frac{ب}{٨}$ (ك) $\frac{أ^{٣}}{١٠} - \frac{ب}{١٥}$ (ل) $\frac{٤}{٩} - \frac{ب^{٣}}{٥}$

٤) فيما يلي بعضُ بطاقاتِ الكسورِ الجبريَّة.

البطاقات الحمراء هي بطاقاتُ السؤالِ. البطاقاتُ الزرقاء هي بطاقاتُ الإجابة.

(أ) $\frac{٩س}{١٠} - \frac{١٣س}{٢٠}$ (ج) $\frac{٢س}{٧} + \frac{٣س}{١٤}$ (هـ) $\frac{٧س}{٩} - \frac{٥س}{١٨}$ (و) $\frac{س}{١٢} + \frac{س}{٦}$ (١) $\frac{س}{٤}$

(ب) $\frac{س}{٦} + \frac{س}{٣}$ (د) $\frac{١١س}{١٨} - \frac{١٣س}{٣٦}$ (ز) $\frac{س}{٣٠} + \frac{٣س}{١٠}$ (٢) $\frac{س}{٢}$

(أ) أيٌّ من بطاقاتِ الأسئلةِ توافق بطاقةَ الإجابةِ (١)؟ وضِّح طريقةَ الحلِّ.

(ب) أيٌّ من بطاقاتِ الأسئلةِ توافق بطاقةَ الإجابةِ (٢)؟ وضِّح طريقةَ الحلِّ.

(ج) ما بطاقةُ السؤالِ التي لا توافق أيَّ بطاقةٍ من بطاقاتِ الإجابة؟

اشرح إجابتَك.

(د) اشرح كيف يُمكنك استخدامُ الكسورِ العاديةِ بدلًا من الكسورِ الجبريَّةِ لإيجاد إجاباتِ الأجزاءِ (أ) و(ب) و(ج).

٥-٨ فكُّ ناتجِ عبارتين خطيَّتين

عند ضربِ عبارتين في الأقواسِ معًا، يتعيَّن عليك ضربُ كلِّ حدٍّ في أوَّل زوجين من الأقواسِ في كلِّ حدٍّ في ثاني زوجين من الأقواسِ.

مثال ٥-٨

فُكَّ العباراتِ التالية وبسِّطها. (أ) (سـ + ٢)(سـ + ٣) (ب) (ص + ٨)(ص − ٤)

(أ) (سـ + ٢)(سـ + ٣)

أوَّلًا، اضرب سـ الموجودة في الأقواسِ الأولى في سـ الموجودة في الأقواسِ الثانية للحُصول على سـ^{٢}. ثُمَّ، اضرب سـ الموجودة في الأقواسِ الأولى في ٣ في الأقواسِ الثانية للحُصول على ٣سـ. ثُمَّ، اضرب ٢ الموجودة في الأقواسِ الأولى في سـ الموجودة في الأقواسِ الثانية للحُصول على ٢سـ. وأخيرًا، اضرِب ٢ الموجودة في الأقواسِ الأولى في ٣ الموجودة في الأقواسِ الثانية للحُصول على ٦.

= سـ^{٢} + ٣سـ + ٢سـ + ٦ اكتب كلَّ حدٍّ تستنتجه.

= سـ^{٢} + ٥سـ + ٦ اجمع الحدودَ المُتشابهةَ، ٣سـ + ٢سـ = ٥سـ، لتبسيطِ إجابتِك.

(ب) (ص + ٨)(ص − ٤)

أوَّلًا، اضرب صـ الموجودة في الأقواسِ الأولى في صـ الموجودة في الأقواسِ الثانية للحُصول على صـ^{٢}. ثُمَّ، اضرب صـ الموجودة في الأقواسِ الأولى في −٤ الموجودة في الأقواسِ الثانية للحُصول على −٤صـ. ثُمَّ، اضرب ٨ الموجودة في الأقواسِ الأولى في صـ الموجودة في الأقواسِ الثانية للحُصول على ٨صـ. وأخيرًا، اضرب ٨ الموجودة في الأقواسِ الأولى في −٤ الموجودة في الأقواسِ الثانية للحُصول على −٣٢.

= صـ^{٢} − ٤صـ + ٨صـ − ٣٢ اكتب كلَّ حدٍّ تستنتجه.

= ص^{٢} + ٤ص − ٣٢ اجمع الحدودَ المُتشابهةَ −٤ص + ٨ص = ٤ص لتبسيطِ إجابتِك.

تمارين ٥-٨

١) انسخ عمليَّات الضربِ التالية وأكملها.

(أ) (سـ + ٤)(سـ + ١) = سـ^{٢} + ١سـ + □سـ + □

= سـ^{٢} + □سـ + □

(ب) (س − ٣) (س + ٦) = س^{٢} + ٦س − □س − □

= س^{٢} + □س − □

(ج) (س + ٢) (س − ٨) = س^{٢} − □س + □س − □

= س^{٢} − □س − □

(د) (س − ٤) (س − ١) = س^{٢} − □س − □س + □

= س^{٢} − □س + □

٢) فُكّ العباراتِ التالية وبسطها.

(أ) (س + ٣) (س + ٧)　　(ب) (س + ١) (س + ١٠)

(ج) (س + ٥) (س − ٣)　　(د) (س − ٤) (س + ٨)

(هـ) (س − ٧) (س − ٢)　　(و) (س − ١٢) (س − ٢)

٣) فُكّ العباراتِ التالية وبسِّطها.

(أ) (ص + ٢) (ص + ٤)　　(ب) (ع + ٦) (ع + ٨)

(ج) (م + ٤) (م − ٣)　　(د) (أ − ٩) (أ + ٢)

(هـ) (ف − ٦) (ف − ٥)　　(و) (ن − ١٠) (ن − ٢٠)

٤) أيُّ عمليَّةٍ من عمليَّاتِ فَكِّ العباراتِ التالية صحيحة، (أ)، (ب)، أم (ج)؟

(أ) (و + ٩) (و + ٣) =

أ) و^{٢} + ٦و + ٢٧　　ب) و^{٢} + ١٢و + ١٢　　ج) و^{٢} + ١٢و + ٢٧

(ب) (س + ١) (س − ٥) =

أ) س^{٢} − ٦س − ٥　　ب) س^{٢} − ٤س − ٥　　ج) س^{٢} + ٤س − ٥

(ج) (ص − ٨) (ص + ٦) =

أ) ص^{٢} − ٢ص − ٤٨　　ب) ص^{٢} − ٢ص − ١٤　　ج) ص^{٢} + ٢ص − ٤٨

(د) (ع − ٤) (ع − ٥) =

أ) ع^{٢} − ع + ٩　　ب) ع^{٢} − ٩ع − ٢٠　　ج) ع^{٢} − ٩ع + ٢٠

٥) انسخ عمليَّاتِ فَكِّ العباراتِ التالية وأكملها.

(أ) (س + ٢)^{٢} = (س + ٢) (س + ٢)

= س^{٢} + ٢س + □س + □

= س^{٢} + □س + □

(ب) (س − ٣)^{٢} = (س − ٣) (س − ٣)

= س^{٢} − ٣س − □س + □

= س^{٢} − □س + □

٦) فُكّ كلَّ عبارةٍ وبسِّطها.

(أ) $(صـ + ٥)^{٢}$ (ب) $(ع + ١)^{٢}$ (ج) $(م + ٨)^{٢}$

(د) $(أ - ٢)^{٢}$ (هـ) $(ف - ٤)^{٢}$ (و) $(ن - ٩)^{٢}$

٧) (أ) فُكّ كلَّ عبارةٍ وبسِّطها.

(١) (سـ + ٢) (سـ - ٢)

(٢) (سـ - ٥) (سـ + ٥)

(٣) (سـ + ٧) (سـ - ٧)

(ب) ماذا تُلاحظ في إجابتِك في الجزءِ (أ)؟

(ج) دوِّن الفكّ المُبسَّط للعبارةِ (سـ - ١٠) (سـ + ١٠).

(د) دوِّن الفكّ المُبسَّط للعبارةِ (سـ - صـ) (سـ + صـ).

٨) هذا جزءٌ من شبكةِ أعدادٍ.

٥	٤	٣	٢	١
١٠	٩	٨	٧	٦
١٥	١٤	١٣	١٢	١١
٢٠	١٩	١٨	١٧	١٦
٢٥	٢٤	٢٣	٢٢	٢١
٣٠	٢٩	٢٨	٢٧	٢٦
٣٥	٣٤	٣٣	٣٢	٣١
٤٠	٣٩	٣٨	٣٧	٣٦

انظر على المُربَّع **الأحمر** المكوَّن من أربعةِ مُربَّعاتٍ، واتَّبع هذه الخطواتِ.

١) اضرب العددَ الموجودَ في المُربَّع السُفليِّ الأيمن في العددِ الموجودِ في المُربَّع العلويِّ الأيسر: ٩ × ٥ = ٤٥

٢) اضرب العددَ الموجودَ في المُربَّع العلويِّ الأيمن في العددِ الموجودِ في المُربَّع السفليِّ الأيسر: ٤ × ١٠ = ٤٠.

٣) اطرح الإجابةَ الثانيةَ من الأولى: ٤٥ - ٤٠ = ٥.

(أ) كرِّر هذه الخطواتِ الثلاث مع المُربَّع **الأزرق** المكوَّن من أربعةِ مُربَّعاتٍ.

(ب) كرِّر هذه الخطواتِ الثلاث مع المُربَّع **الأخضر** المكوَّن من أربعةِ مُربَّعاتٍ.

	ن

(ج) ماذا تُلاحظ بإجابتِك على الجزءين (أ) و(ب)؟

(د) فيما يلي مُربَّعٌ مكوَّنٌ من أربعةِ مُربَّعاتٍ لنفسِ شبكةِ الأعدادِ.

انسخ المُربَّع المكوَّن من أربعةِ مُربَّعاتٍ واكتب عبارةً باستخدام المجهول عدد لكلِّ مُربَّعٍ من المُربَّعاتِ الأخرى للتعبير عن الأعدادِ المفقودةِ.

(هـ) كرِّر الخطواتِ الثلاثِ المذكورة أعلاه مع المُربَّعِ المكوَّن من أربعةِ مُربَّعاتٍ في الجزءِ (د).

ماذا تُلاحظ بإجابتِك؟

ملخص

يجب أن تعرفَ أنَّ:

- ★ اجمع الأُسُس لقسمةِ قُوى نفس المتغيِّر. $س^{ا} \times س^{ب} = س^{ب+ا}$
- ★ اطرح الأُسُس لقسمةِ قُوى نفس المتغيِّر. $س^{ا} \div س^{ب} = س^{ب-ا}$
- ★ يُعرف الحرفُ المكتوبُ وحده على جانبِ الصيغةِ باسم مجهول المُعادلة.
- ★ وفقًا للمعلومات التي لديك والمتغيِّر الذي ترغب في العثور عليه، قد تحتاج إلى إعادةِ ترتيبِ الصيغةِ. ويُعرف هذا الأمر باسم تغيير مجهولِ المُعادلة.
- ★ عند تحليلِ عبارةٍ إلى عواملَ، فأنت تأخذ العامل المُشترك الأكبر وتضعه خارجَ الأقواسِ.
- ★ لإضافةِ كسورٍ جَبريَّة أو طرحها، تستخدم نفس الطريقة المُتَّبعة لإضافة الكسورِ العادية.
- ★ عند ضرب عبارتين معًا داخلَ الأقواسِ، يجب ضربُ كلِّ حَدٍّ موجودٍ في الأقواسِ الأولى في كلِّ حدٍّ موجودٍ داخلِ الأقواسِ الثانيةِ.

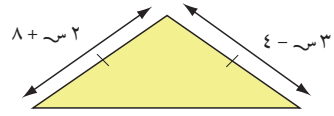
لا بُدَّ أن تكون قادرًا على:

- ★ كتابةِ المُعادلاتِ الخطيَّة بمعاملاتٍ صحيحةٍ وحلِّها.
- ★ استخدامِ الترميزِ بالأُسِّ لقُوى الأعداد الصحيحة الموجبة، ويُطبِّق قوانين الأُسِّ للضربِ والقسمة في العباراتِ الجَبريَّة البسيطة.
- ★ كتابةِ العباراتِ الجَبريَّة.
- ★ تعويض الأعدادِ الموجبةِ والسالبةِ بعباراتٍ وصيغٍ.
- ★ اشتقاقِ الصيغ، وفي الحالات البسيطة تغيير المجهولِ؛ استخدام صيغٍ من الرياضيَّات والموادِّ الأخرى.
- ★ تبسيطِ العباراتِ وتحويلها عن طريقِ إخراجِ العواملِ المُشتركة التي لها حد وحيد.
- ★ فكِّ ناتجِ عبارتين خطيَّتين وتبسيط العبارةِ الناتجةِ.

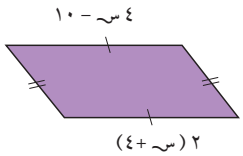
مُراجعةُ نهايةِ الوحدة

١) أوجد قيمةَ س في كلِّ شكلٍ من هذه الأشكالِ. جميعُ القياساتِ بالسنتيمتر.

(أ)



(ب)



(ج)

٢) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العباراتِ التالية.

(أ) $س^{٢} \times س^{٣}$ (ب) $ص^{٨} \times ص^{٤}$ (ج) $ع^{٩} \times ع$

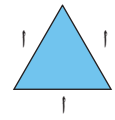
(د) $٣م^{٧} \times ٥م^{٢}$ (هـ) $٦ب^{٨} \times ب^{٣}$ (و) $٢ف^{٦} \times ٣ف$

(ز) $و^{٨} \div و^{٢}$ (ح) $ر^{٧} \div ر^{٤}$ (ط) $ش^{١٠} \div ش^{٥}$

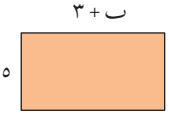
(ي) $\frac{١٢ش^{٥}}{٦ش^{٣}}$ (ك) $\frac{١٨ت^{٩}}{٦ت^{٣}}$ (ل) $\frac{٧ث^{٩}}{ث^{٨}}$

٣) اكتب عبارةً تُمثِّل مُحيط كلِّ شكلٍ من الأشكالِ التاليةِ.
اكتب كلَّ عبارةٍ في أبسطِ صورها.

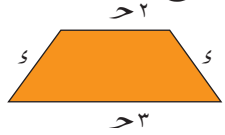
(أ)



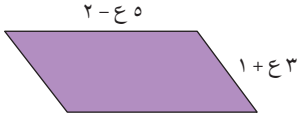
(ب)



(ج)



(د)



٤) أوجد قيمةَ كلِّ عبارةٍ عندما تكون ا = −٤، ب = ٥، حـ = −٢، ء = ٨.

(أ) ب + ء (ب) ٣ء − ب (ج) ٥ب + ا٣

(د) $ء^{٢} + ب حـ$ (هـ) $\frac{ا}{٢} + ب$ (و) ا حـ + ب ء

(ز) $\frac{ب ء}{ا} - حـ$ (ح) ٧ (ء − ب) (ط) $ب^{٢} + ء^{٢}$

(ي) $\frac{حـ}{٢} - \frac{ا}{٤}$ (ك) $١٠٠ - ٤حـ^{٢}$ (ل) ء + ب (٣حـ + ا)

٥) استخدم الصيغةَ س = صـ + ٥ ع لإيجاد قيمةِ:

(أ) سـ عندما تكون قيمةُ صـ = ٤ وقيمةُ ع = ٣

(ب) سـ عندما تكون قيمةُ صـ = ١٦ وقيمةُ ع = −٤

(ج) صـ عندما تكون قيمةُ سـ = ١٠٠ وقيمةُ ع = ٧

(د) صـ عندما تكون قيمةُ سـ = ٢٠ وقيمةُ ع = −٨

(هـ) ع عندما تكون قيمةُ سـ = ٤٠ وقيمةُ صـ = ٣٠

(و) ع عندما تكون قيمةُ سـ = ٢٥ وقيمةُ صـ = −٥.

٦) حلِّل كلًّا من العباراتِ التالية إلى عواملَ.

(أ) ٢س + ٦ (ب) ٤ص – ١٢ (ج) ١٩ا – ٣

(د) ٢٠ – ١٠س (هـ) ٢٤ + ٣٠ع (و) ٥٠ – ٣٠ب

(ز) ٥س^{٢} + س (ح) ١٣ا – ١٥^{٢} (ط) ٣٢ص – ٨س

(ي) ٦س ص – ٣ص (ك) ١٨م + ٨م ن (ل) ٢٤ن – ٢٧ن^{٢}

٧) بسِّط كلَّ عبارةٍ من العبارات التالية.

اكتب كلَّ إجابةٍ ككسرٍ في أبسَطِ صورةٍ له.

(أ) $\frac{س}{٣} + \frac{س}{٣}$ (ب) $\frac{س}{٥} + \frac{٢س}{٥}$ (ج) $\frac{٤س}{٧} - \frac{س}{٧}$

(د) $\frac{ص}{٥} - \frac{ص}{١٥}$ (هـ) $\frac{٣ص}{٤} + \frac{٩ص}{٨}$ (و) $\frac{٤ص}{٩} - \frac{٥ص}{١٨}$

(ز) $\frac{س}{٤} + \frac{ص}{٤}$ (ح) $\frac{٣س}{٥} - \frac{ص}{٢٠}$ (ط) $\frac{ا}{٣} + \frac{ب}{٥}$

(ي) $\frac{١٣ا}{٤} + \frac{٢ب}{٥}$ (ك) $\frac{١٥ا}{٦} - \frac{ب}{٨}$ (ل) $\frac{١٤ا}{٧} - \frac{٢ب}{٣}$

٨) فكّ كلَّ عبارةٍ من العبارات التالية وبسِّطها.

(أ) (س + ٢) (س + ٥) (ب) (س – ٣) (س + ٤)

(ج) (س + ٦) (س – ٩) (د) (س – ١٠) (س – ٤)

(هـ) (س – ٨) (س + ٨) (و) (س – ٦)^{٢}

٩) اقرأ ما يقوله حسن.

وضِّح أنَّه على حقٍّ.

عند فكِّ ٤(س٢ + ٥) + ٣(س٨ – ٤)، ثُمَّ تجميع الحدودِ المُتشابهةِ وتحليل الناتج في النهايةِ إلى عواملَ، أحصل على العبارةِ ٨(س٤ + ١).

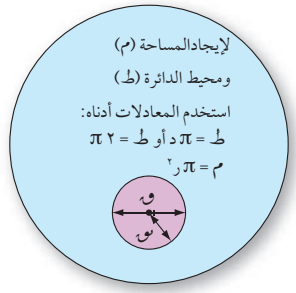
٦ المساحة والمُحيط والحجم

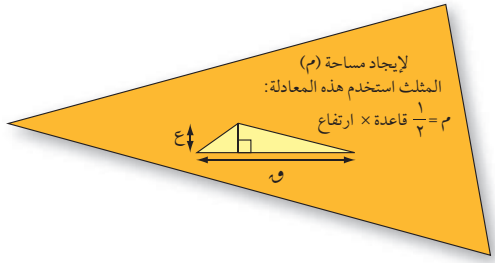
استخدم المُلخَّص التالي لتُذكِّر نفسك بما قمتَ به على المساحة والمُحيط والحجم.

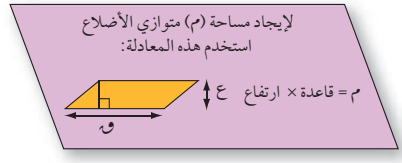
المُفردات

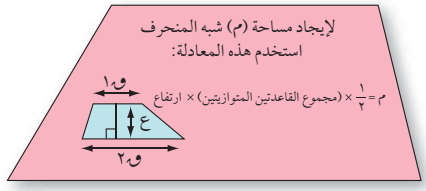
تأكَّد من تعلُّم وفَهْم المُفردات التالية:

- هكتار (hectare)
- باي، (π) (ip , π)
- المنشور (prism)
- مقطع عرضيٌّ (cross-section)





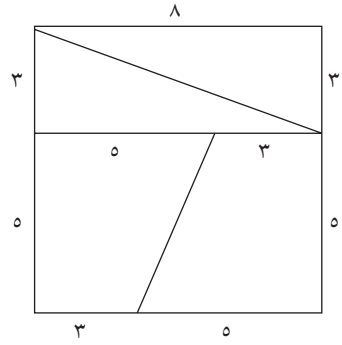




تُقاس الأطوالُ في المُخطَّط التالي بالسنتيمتر.

أوجد مساحةَ كلِّ جزءٍ.

مساحة المُربَّع ٨ × ٨ = ٦٤ سم٢.

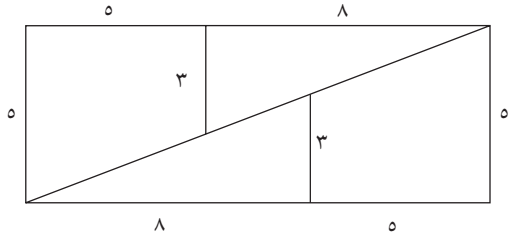


أُعيد ترتيبُ الأجزاءِ لتكوين مُستطيلٍ.

مساحة المُستطيل ٥ × ١٣ = ٦٥ سم٢.

يجب أن تكونَ ٦٤ سم٢!

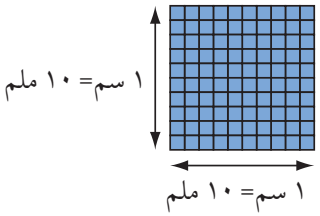
أين السم٢ الزائد الذي له قيمة ١؟



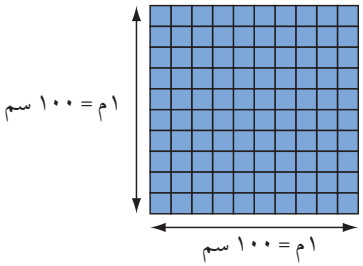
في هذه الوحدة، ستحوِّل الوحداتِ المتريَّة للمساحة والحجم. وستحلُّ أيضًا المسائل التي تتضمَّن مساحةَ ومُحيطَ الدوائر، بالإضافة إلى التدريب على مسائل المنشورات ذات الزاويةِ القائمةِ والأسطواناتِ.

٦-١ تحويلُ وحداتِ المساحة والحجم

قبل أن تتمكَّن من تحويل وحداتِ قياسِ المساحة والحجم، ينبغي لك معرفةُ معاملاتِ التحويلِ.
لقد استخدمتَ بالفعلِ معاملاتِ التحويل الخاصَّة بوحداتِ قياسِ المساحةِ. فيما يلي تذكيرٌ بكيفيَّة إيجادها.

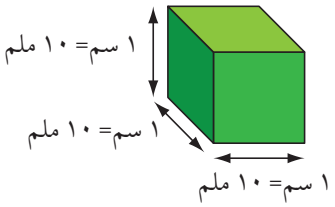


طولُ ضِلعِ هذا المُربَّع ١ سم.
مساحة المُربَّع ١ سم × ١ سم = ١ سم^{٢}.
مساحة المُربَّع أيضًا ١٠ ملم × ١٠ ملم = ١٠٠ ملم^{٢}.
يشير هذا إلى أنَّ ١ سم٢ = ١٠٠ ملم٢.

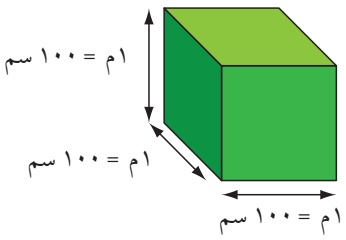


طولُ ضلعِ هذا المُربَّع ١م.
مساحة المُربَّع ١م × ١م = ١م^{٢}.
مساحة المُربَّع أيضًا ١٠٠ سم × ١٠٠ سم = ١٠٠٠٠ سم^{٢}.
يشير هذا إلى أنَّ ١ سم^{٢} = ١٠٠٠ ملم^{٢}.

يُمكنك استخدامُ طريقةٍ مُشابهةٍ لإيجاد معاملاتِ التحويلِ للحجم.



طولُ ضلعِ هذا المُكعَّب ١ سم.
حجم المُكعَّب ١ سم × ١ سم × ١ سم = ١ سم^{٣}.
حجم المُكعَّب ١٠ ملم × ١٠ ملم × ١٠ ملم = ١٠٠٠ ملم^{٣}.
يشير هذا إلى أنَّ ١ سم^{٣} = ١٠٠٠ ملم^{٣}.



طولُ ضلعِ هذا المُكعَّب ١م.
حجم المُكعَّب ١م × ١م × ١م = ١م^{٣}.
حجم المُكعَّب ١٠٠ سم × ١٠٠ سم × ١٠٠ سم = ١٠٠٠٠٠٠ سم^{٣}.
يشير هذا إلى أنَّ ١م^{٣} = ١٠٠٠٠٠٠ سم^{٣}.

أنت تعرف بالفعل أنَّ لترًا واحدًا = ١٠٠٠ مل.
كما تحتاج إلى أن تعرف أنَّ ١ سم^{٣} = ١ مل.
يعني هذا أنَّ اللتر الواحد = ١٠٠٠ سم^{٣}.

مثال ٦-١

حوِّل:

(أ) ٦م^{٢} إلى سم^{٢}

(ب) ٤٥٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}

(ج) ٣,٥م^{٣} إلى سم^{٣}

(د) ٢٣٠٠ سم^{٣} إلى لتر.

(أ) ١م^{٢} = ١٠٠٠٠ سم^{٢}

٦ × ١٠٠٠٠ = ٦٠٠٠٠ سم^{٢}

(ب) ١ سم^{٢} = ١٠٠ ملم^{٢}

٤٥٠ ÷ ١٠٠ = ٤,٥ سم^{٢}

(ج) ١ م^{٣} = ١٠٠٠٠٠٠ سم^{٣}

٣,٥ × ١٠٠٠٠٠٠ = ٣٥٠٠٠٠٠ سم^{٣}

(د) ١ سم^{٣} = ١ مل

٢٣٠٠ سم^{٣} = ٢٣٠٠ مل

١ لتر = ١٠٠٠ مل

٢٣٠٠ ÷ ١٠٠٠ = ٢,٣ لتر

اكتب عاملَ تحويل م^{٢} وسم^{٢}.

اضرِب في ١٠٠٠٠ للتحويل من م^{٢} إلى سم^{٢}.

اكتب عاملَ تحويل سم^{٢} وملم^{٢}.

اقسِم على ١٠٠ للتحويل من ملم^{٢} إلى سم^{٢}.

اكتب عاملَ تحويل م^{٣} وسم^{٣}.

اضرب في ١٠٠٠٠٠٠ للتحويل من م^{٣} إلى سم^{٣}.

اكتب عاملَ تحويل سم^{٣} والمليلتر.

حوِّل من سم^{٣} إلى مل.

اكتب عاملَ التحويل للتر والمليلتر.

اقسِم على ١٠٠٠ للتحويل من مليلترٍ إلى لترٍ.

تمارين ٦-١

١) حوِّل:

(أ) ٤م^{٢} إلى سم^{٢}

(ب) ٠,٥م^{٢} إلى سم^{٢}

(ج) ١,٦٥م^{٢} إلى سم^{٢}

(د) ٨ سم^{٢} إلى ملم^{٢}

(هـ) ٠,٨ سم^{٢} إلى ملم^{٢}

(و) ١٢,٤ سم^{٢} إلى ملم^{٢}

(ز) ٥٠٠٠٠ سم^{٢} إلى م^{٢}

(ح) ٤٢٠٠٠ سم^{٢} إلى م^{٢}

(ط) ٨٠٠٠ سم^{٢} إلى م^{٢}

(ي) ٩٠٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}

(ك) ٧٦٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}

(ل) ٢٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}.

٢) حوِّل:

(أ) ٧م^{٣} إلى سم^{٣}

(ب) ٠,٧٥م^{٣} إلى سم^{٣}

(ج) ١,٢م^{٣} إلى سم^{٣}

(د) ٣ سم^{٣} إلى ملم^{٣}

(هـ) ٠,٤ سم^{٣} إلى ملم^{٣}

(و) ٦,٣٥ سم^{٣} إلى ملم^{٣}

(ز) ٦٠٠٠٠٠٠ سم^{٣} إلى م^{٣}

(ح) ٣٥٠٠٠٠٠ سم^{٣} إلى م^{٣}

(ط) ١٢٣٠٠٠٠٠٠ سم^{٣} إلى م^{٣}

(ي) ٤٠٠٠ ملم^{٣} إلى سم^{٣}

(ك) ٥٤٠ ملم^{٣} إلى سم^{٣}

(ل) ٦٢٥٠٠ ملم^{٣} إلى سم^{٣}.

٣) حوِّل:

(أ) ٦٠ سم^{٣} إلى مل
(ب) ١٢٥ سم^{٣} إلى مل
(ج) ٤٧٠٠ سم^{٣} إلى مل
(د) ٨٠٠٠ سم^{٣} إلى لتر
(هـ) ٢٤٠٠ سم^{٣} إلى لتر
(و) ٨٥٠ سم^{٣} إلى لتر
(ز) ٣ لتراتٍ إلى سم^{٣}
(ح) ٤,٢ لتراتٍ إلى سم^{٣}
(ل) ٠,٧٥ لتر إلى سم^{٣}.

٤) مطبخ شادية على شكلِ مُستطيلٍ بطول ٩٢٥ سم وعرض ٤٨٥ سم.

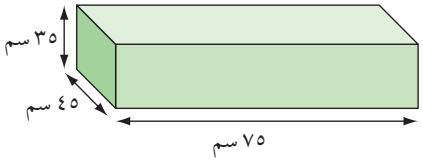
تذكَّر أن تستخدم التقديرَ للتحقُّق من إجابتِك، وقرِّب كلَّ عددٍ في السؤال إلى أقرب عددٍ معنويٍّ واحدٍ.

(أ) أوجد مساحةَ مطبخِ شادية بالمترِ المُربَّع.
وضِّح كيفيَّة استخدامِ التقديرِ للتحقُّق من إجابتِك.
يتكلَّف بلاطُ الأرضيَّة ١٠ ريالاتٍ للمتر المُربَّع.
يُباع فقط بالأعدادِ الصحيحةِ للمتر المُربَّع.
(ب) كم تدفع شادية لشراء بلاطٍ لأرضيَّة مطبخها؟
وضِّح كيفيَّة استخدامِ العمليَّات العكسيَّة للتأكُّد من إجابتِك.

٥) سيُطلي نبيل بابًا تبلُغ أبعاده ١٩٥ سم في ٧٤ سم.

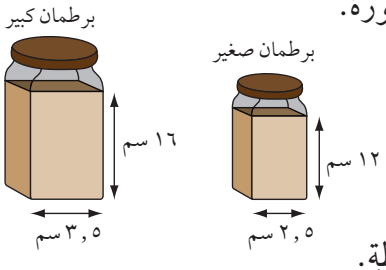
سيُطلي كلَّ جانبٍ بطبقتين من الطلاء.
تغطِّي علبةٌ واحدةٌ من الطلاء ٥م^{٢}.
كم علبةَ طلاءٍ سيحتاج نبيل أن يشتريَ؟
وضِّح كيفيَّة التحقُّق من إجابتك.

٦) يمتلك عبد العزيز حوضَ أسماكٍ تبلُغ أبعاده ٧٥ سم في ٤٥ سم في ٣٥ سم.

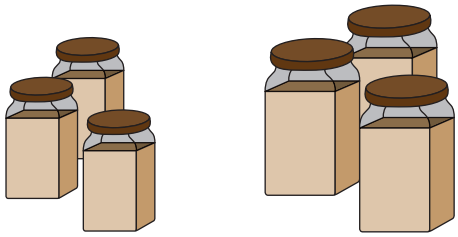


كما أنَّ لديه إبريقًا سعته ١,٧٥ لتر.
يستخدم الإبريق لملء حوضِ الأسماكِ بالماء.
كم عدد مرات ملء إبريقِ الماء بالكامل التي يحتاجها لملء حوضِ الأسماكِ؟
وضِّح كيفيَّة التحقُّق من إجابتِك.

٧) جهَّزت إيمان ١,٢ لتر من تتبيلةِ السلطةِ.
تُحفظ تتبيلةُ السلطةِ في برطماناتٍ بحجمين مُختلفين، كما هو موضَّح بالصورة.



لكلِّ برطمانٍ قاعدةٌ على شكلِ مُربَّع.
تملأ البرطماناتِ للارتفاعات المُوضَّحة.
(أ) أوجد حجمَ البرطمانِ الكبير.
استنتجت إيمان أنَّه يُمكنها ملءُ على الأقل ١٠ برطماناتٍ كبيرةٍ بتتبيلةِ السلطةِ.



(ب) بدون حسابِ عددِ البرطماناتِ الكبيرةِ التي يُمكن أن تملأها إيمان، اشرح إذا تعتقد أنَّ هذه إجابةٌ منطقيَّةٌ أم لا.

تريد إيمان أن تخزِّن التتبيلةَ في مجموعةٍ من البرطماناتِ الكبيرةِ والصغيرةِ.

(ج) ما أفضل طريقةٍ لإيمان لتفعل ذلك؟

٦-٢ استخدامُ الهكتارات

إذا احتجتَ إلى قياس مساحاتٍ من الأراضي، يجب استخدامُ **الهكتارات** لفعل ذلك.

الهكتار هو مساحةُ لحقلٍ مُربَّعٍ بضلعٍ طوله ١٠٠ مترٍ.

يبلُغ ملعبُ كرةِ القدمِ حوالي نِصف هكتارٍ.

اختصارُ هكتار باللغةِ الإنجليزيَّة هو (ha).

تحتاج إلى معرفةِ هذا التحويل.

١ هكتار = ١٠٠٠٠ م^{٢}

مثال ٦-٢

(أ) انسخ العبارات التالية وأكملها.

(١) ٢,٤ هكتار = □ م^{٢} (٢) ١٢٥٠٠٠ م^{٢} = □ هكتار

(ب) تبلُغ قياساتُ قطعةِ أرضٍ مُستطيلةٍ ٨٥٠ م في ١,٤ كم.

أوجد مساحةَ الأرضِ. اكتب إجابتَك بالهكتار.

(أ) (١) ٢,٤ × ١٠٠٠٠ = ٢٤٠٠٠

٢,٤ هكتار = ٢٤٠٠٠ م^{٢}

اضرب عددَ الهكتار في ١٠٠٠٠ للتحويل إلى مترٍ مُربَّع.

(٢) ١٢٥٠٠٠ ÷ ١٠٠٠٠ = ١٢,٥

١٢٥٠٠٠ م^{٢} = ١٢,٥ هكتار

اقسِم عددَ الأمتار المُربَّعة على ١٠٠٠٠ للتحويل إلى هكتارٍ.

(ب) ١,٤ كم = ١٤٠٠ م

المساحة = ٨٥٠ × ١٤٠٠

= ١١٩٠٠٠٠ م^{٢}

١١٩٠٠٠٠ ÷ ١٠٠٠٠ = ١١٩ هكتار

أولًا، أوجد مساحةَ الأرض بالمتر المُربَّع. ثُمَّ حوِّل الإجاباتِ إلى الهكتار. ابدأ بتحويل ١,٤ كم إلى أمتارٍ.

ثُمَّ أوجد مساحةَ الأرضِ.

هذه الإجابةُ بالمتر المُربَّع.

اقسِم على ١٠٠٠٠ لتحويل المتر المُربَّع إلى هكتارٍ.

تمارين ٦-٢

١) انسخ عمليَّاتِ التحويل التالية وأكملها.

(أ) ٣ هكتارات = □ م^{٢} (ب) ٤,٦ هكتارات = □ م^{٢}

(ج) ٠,٨ هكتار = □ م^{٢} (د) ١٢,٤ هكتارًا = □ م^{٢}

(هـ) ٠,٧٥ هكتار = □ م^{٢} (و) ٠,٠٢٥ هكتار = □ م^{٢}

٢) انسخ عمليَّاتِ التحويل التالية وأكملها.

(أ) ٥٠ ٠٠٠ م^{٢} = ☐ هكتار

(ب) ٨٩ ٠٠٠ م^{٢} = ☐ هكتار

(ج) ٢٤٠ ٠٠٠ م^{٢} = ☐ هكتار

(د) ١ ٥٠٠ م^{٢} = ☐ هكتار

(هـ) ٩٠٠ م^{٢} = ☐ هكتار

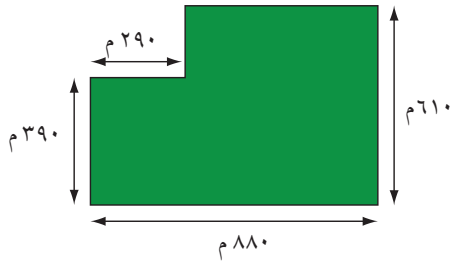
(و) ١ ٢٦٥ ٠٠٠ م^{٢} = ☐ هكتار

٣) تبلُغ قياساتُ قطعةِ أرضٍ على شكلِ مُستطيلٍ ٧٨٠ م في ٥٥٠ م.

أوجد مساحةَ الأرضِ بالقياسِ المطلوب:

(أ) متر مُربَّع (ب) هكتار.

٤) يمتلك مزارعٌ حقلًا على شكل حرف (L).



تظهر أبعادُ الحقلِ في المُخطَّط.

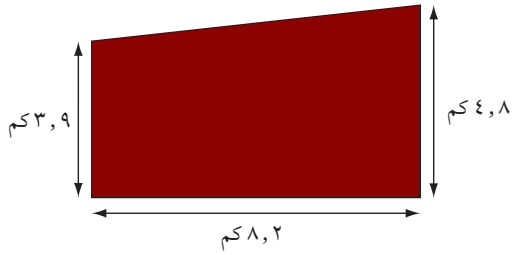
(أ) أوجد مساحةَ الحقلِ بالهكتار.

يبيع المزارعُ الحقلَ بسعر ١ ٠٠٠ ريالٍ للهكتار.

(ب) كم من النقود سيحصُل عليها المزارع؟

(ج) وضِّح كيفيَّة استخدام التقدير للتحقُّق من إجابتِك.

٥) تريد إحدى الشركات بناءَ مدينةِ ملاهٍ عالميَّة.



يشير المُخطَّط إلى الرسم التخطيطي للأرض التي تريد شراءَها.

لا تريد الشركة أن تدفعَ أكثر من ٤ ملايين ريال مُقابل الأرضِ.

سعر الأرض ١ ٧٠٠ ريالٍ للهكتار.

هل يُمكن للشركة شراءُ الأرض؟

وضِّح كلَّ إجاباتك واستخدم التقدير للتحقُّق من إجابتِك.

٦-٣ حلُّ مسائلِ الدائرة

عندما استخدمت صيغَ مُحيط ومساحة الدائرةِ، فقد اتخذت π بقيمةِ ٣,١٤. كلُّ آلةٍ حاسبةٍ بها زر «π». تكون قيمةُ زرِّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ أكثرَ دقةٍ عن ٣,١٤. جرِّب ذلك. ماذا تلاحظ؟ سيعطيك استخدامُ زرِّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ إجابةً أكثر دقةً.

عند حلِّ مسائلَ عن الدائرةِ، استخدم زرَّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك وتأكَّد أنَّك تستخدم الصيغَ الصحيحةَ لمُحيطِ ومساحة الدائرةِ.

مُحيط الدائرةِ: $ط = \pi ق$ أو $ط = ٢ \pi ن$

المساحة: $م = \pi ن^٢$

π (يُطلق عليها «باي») هو ثابتٌ رياضيٌّ ويساوي نسبةَ مُحيط الدائرةِ إلى نِصف قُطرها.

مثال ٦-٣

استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ. اكتب كلَّ إجاباتِك إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(أ) أوجد مساحةَ ومُحيطَ دائرةٍ قُطرها ٦,٨ سم.

(ب) أوجد مساحةَ ومُحيطَ نِصف دائرةٍ نِصف قُطرها ٧ م.

(ج) يبلُغ مُحيط دائرةٍ ١٢ ملم. فما قُطرُها؟

(د) تبلُغ مساحةُ دائرةٍ ٢٤ سم^٢. فما نِصفُ قُطر الدائرةِ؟

(أ) $ن = ٦,٨ \div ٢ = ٣,٤$ سم — اقسِم القُطر على ٢ لاستنتاج طول نِصف القُطر.

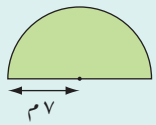
$م = \pi ن^٢ = \pi \times ٣,٤^٢$ — اكتب صيغةَ المساحةِ وعوّض بقيمة ن.

$= ٣٦,٣$ سم^٢ (منزلة عشريَّة واحدة) — اكتب إجابتَك إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

$ط = \pi ق = \pi \times ٦,٨$ — اكتب صيغةَ مُحيطِ الدائرةِ وعوّض بقيمة ق.

$= ٢١,٤$ سم (منزلة عشريَّة واحدة) — اكتب إجابتَك إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(ب)



من المفيد دائمًا أن ترسُم مُخطَّطًا ليساعدك على الإجابةِ عن السؤال.

في هذه الحالة، ارسُم نِصفَ دائرةٍ واكتب على نِصفِ القُطر ٧ م.

المساحة $= \frac{\pi ن^٢}{٢}$ — مساحةُ نِصف الدائرةِ تساوي نِصف مساحةِ الدائرةِ. اكتب الصيغةَ، ثُمَّ عوّض بقيمة ن.

$= \frac{\pi \times ٧^٢}{٢}$

$= ٧٧,٠$ م^٢ (منزلة عشريَّة واحدة) — اكتب الإجابة صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

المُحيط $= \frac{\pi ٢ \text{ نق}^{٢}}{٢} + ٢ \text{ نق}$ | مُحيط نِصف الدائرةِ يساوي نِصف مُحيط دائرةٍ زائد قُطر الدائرة. اكتب الصيغةَ وعوّض بقيمة نق. اكتب الإجابةَ صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

$= \frac{\pi \times ٢ \times ٧}{٢} + ٢ \times ٧$

= ٣٦,٠ م (منزلة عشريَّة واحدة)

(ج) ط = π ق، إذًا ١٢ = π × ق | اكتب صيغةَ مُحيطِ الدائرة وعوّض بقيمة م ع. أعد ترتيبَ المُعادلة بحيث يكون ق هو المطلوب إيجاده، ثُمَّ استنتج الإجابةَ.

$ق = \frac{١٢}{\pi}$

= ٣,٨ ملم (منزلة عشريَّة واحدة) | اكتب الإجابةَ صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(د) م = π $\text{نق}^{٢}$، إذًا ٢٤ = π × $\text{نق}^{٢}$ | اكتب صيغةَ المساحةِ وعوّض بقيمةِ م. أعد ترتيبَ المُعادلة بحيث يكون $\text{نق}^{٢}$ هو المطلوب إيجاده ثُم استنتج قيمةَ $\text{نق}^{٢}$.

$\text{نق}^{٢} = \frac{٢٤}{\pi}$

$\text{نق}^{٢}$ = ٧,٦٣٩ ٤٣٧ ٢٦٨ | اكتب القيمةَ الكاملةَ لـ $\text{نق}^{٢}$. يجب عليك فقط تقريبُ القيمةِ النهائيَّة لـ نق.

نق $= \sqrt{٧,٦٣٩ ٤٣٧ ٢٦٨}$ | أعد ترتيبَ المُعادلة بحيث يكون نق هو المطلوب إيجاده، ثُمَّ استنتج الإجابةَ.

نق = ٢,٨ سم (منزلة عشريَّة واحدة) | اكتب الإجابة النهائيَّة صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

تمارين ٦-٣

خلال هذا التمرينِ استخدم زرَّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك.

١) أوجد مساحةَ ومُحيطَ كلِّ دائرةٍ.
اكتب إجاباتِك إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(أ) نِصف القُطر = ٨ سم
(ب) نِصف القُطر = ١٥ سم
(ج) نِصف القُطر = ٣,٥ م
(د) القُطر = ١٢ سم
(هـ) القُطر = ٩م
(و) القُطر = ٢٥ ملم

٢) أوجد مساحةَ ومُحيطَ كلِّ نِصف دائرةٍ.
اكتب إجاباتِك صحيحةً إلى أقرب منزلتين عشريَّتين.

(أ) نِصف القُطر = ٦ سم
(ب) نِصف القُطر = ١٠ سم
(ج) نِصف القُطر = ٤,٥ م
(د) القُطر = ١٨ سم
(هـ) القُطر = ٢٤ ملم
(و) القُطر = ٣,٦ م

٣) أوجد قُطرَ كلِّ دائرةٍ.

اكتب إجابتَك صحيحةً إلى أقرب عددٍ صحيحٍ.

(أ) مُحيط الدائرةِ = ٥٦,٥ سم

(ب) مُحيط الدائرةِ = ٧٨,٥ ملم

(ج) مُحيط الدائرةِ = ٤٠,٨٤م

(د) مُحيط الدائرةِ = ٦,٢٨م

(هـ) مُحيط الدائرةِ = ٢٨٣ ملم

(و) مُحيط الدائرةِ = ٢٠١ سم

٤) أوجد نِصفَ قُطرِ كلِّ دائرةٍ.

اكتب إجابتَك صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

(أ) المساحة = ٢٣٨ سم^{٢}

(ب) المساحة = ١١٧ سم^{٢}

(ج) المساحة = ١٩,٦م^{٢}

(د) المساحة = ١٦,٦م^{٢}

(هـ) المساحة = ٢٥٤ ملم^{٢}

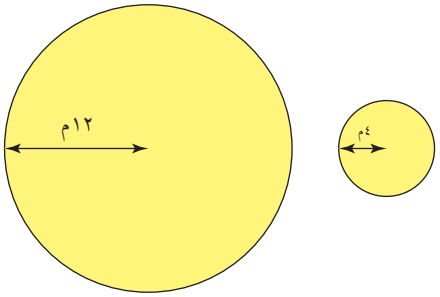
(و) المساحة = ٤٨٦,٨ سم^{٢}

٥) يساوي مُحيط حلقةٍ دائريَّةٍ ٦٥,٥ سم. أوجد نِصفَ قُطرِ الحلقةِ.

اكتب إجابتَك صحيحةً مقرَّبةً إلى أقرب مليمترٍ.

٦) تساوي مساحة بركة دائريَّةٍ ٢١,٥م^{٢}. أوجد قُطر البركةِ.

اكتب إجابتَك صحيحةً مقرَّبةً إلى أقرب سنتيمترٍ.



٧) يقول أحمد أنَّه طالما تضاعف نِصف القُطر ثلاث مراتٍ، ستتضاعف مساحة الدائرةِ الكبيرةِ ثلاث مراتٍ عن مساحةِ الدائرةِ الصغيرةِ.

اشرح لماذا أحمد على خطأٍ.

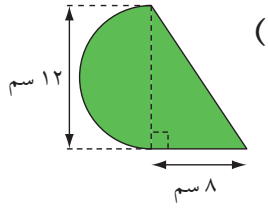
٨) يساوي مُحيط قرصٍ دائريٍّ ٣٩ سم. استنتج مساحةَ هذا القُرصِ.

اكتب إجابتَك مقرَّبةً إلى أقرب سنتيمترٍ مُربَّعٍ.

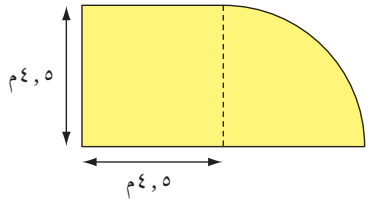
٩) أوجد مساحةَ كلِّ شكلٍ من الأشكال المُركَّبة.

اكتب إجابتَك لأقرب منزلتين عشريَّتين.

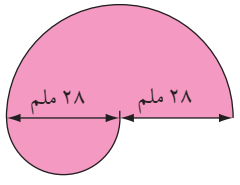
(أ)



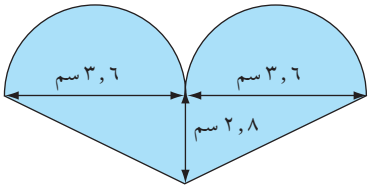
(ب)



(ج)



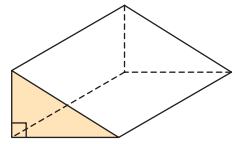
(د)



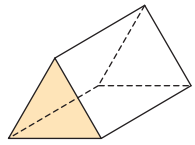
٦-٤ العمليَّات الحسابيَّة المتعلِّقة بالمنشور والأسطوانة

المنشور هو شكلٌ ثُلاثيُّ الأبعاد لديه نفس **المقطع العرضيّ** على طولِه.

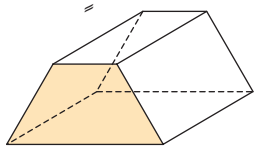
فيما يلي بعضُ الأمثلةِ على المنشوراتِ. المقطعُ العرضيُّ لكلِّ واحدٍ مظلَّلٌ.



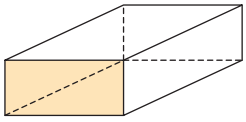
المقطع العرضيّ
مُثلَّث قائم الزَّاوية



المقطع العرضيّ
مُثلَّث مُتطابق الأضلاعِ



المقطع العرضيّ
شبه مُنحرف



المقطع العرضيّ
مُستطيل

يُمكنك إيجاد حجمِ منشورٍ باستخدام الصيغةِ المقابلة:

الحجم = مساحة المقطع العرضيّ × الطول

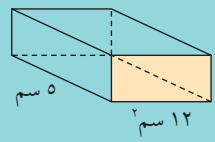
يُمكنك إيجاد مساحةِ سطحِ منشورٍ عن طريقِ إيجاد المساحةِ الكلية لكلِّ أوجه المنشور.

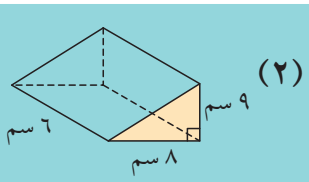
مثال ٦-٤أ

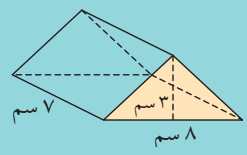
(أ) أوجد حجمَ كلِّ منشورٍ.

(ب) حجم المنشور ٩١ سم^{٣}.
مساحة المقطع العرضيّ ١٣ سم^{٢}.
ما طولُ المنشورِ؟

(ج) أوجد مساحةَ سطحِ هذا المنشور.







(أ) ١) ع = مساحة المقطع العرضيّ × الطول

= ١٢ × ٥

= ٦٠ سم^{٣}

٢) مساحة المُثلَّث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٩

= ٣٦ سم^{٢}

ع = مساحةُ المقطعِ العرضيّ × الطول

= ٣٦ × ٦

= ٢١٦ سم^{٣}

يشير المُخطَّط إلى مساحة المقطع العرضيّ لمتوازي المُستطيلات.

عوّض بقياساتِ المساحةِ والطولِ في صيغةِ الحجمِ.

أوجد الإجابةَ وتذكَّر الوحداتِ، سم^{٣}.

أوَّلًا، أوجد مساحةَ المقطعِ العرضيّ للمنشور.

عوّض بقياساتِ القاعدة والارتفاع في صيغةِ المساحةِ.

أوجد الإجابةَ وتذكَّر الوحداتِ، سم^{٢}.

الآن أوجد حجمَ المنشور عن طريقِ التعويضِ عن المساحةِ والطول في صيغةِ الحجمِ.

أوجد الإجابةَ وتذكَّر الوحداتِ، سم^{٣}.

(ب) ع = مساحة المقطعِ العرضيّ × الطول

اكتب صيغةَ حجمِ المنشور.

٩١ = ١٣ × ل

عوّض بقياساتِ الحجمِ والمساحةِ في الصيغة.

ل = $\frac{٩١}{١٣}$

عد ترتيبِ المعادلة بحيث يكون ل هو المطلوب إيجاده.

ل = ٧ سم

أوجد الإجابةَ وتذكَّر الوحداتِ، سم.

(ج) مساحة المُثلَّث = $\frac{١}{٢}$ × القاعدة × الارتفاع

أوجد مساحةَ الوجه المُثلَّث.

= $\frac{١}{٢}$ × ٨ × ٣

عوّض بقياساتِ القاعدةِ والارتفاعِ في صيغةِ المساحةِ.

= ١٢ سم^{٢}

أوجد الإجابة.

مساحةُ القاعدةِ = ٨ × ٧ = ٥٦ سم^{٢}

القاعدة على شكل مُستطيل، إذًا أوجد المساحة (الطول × العرض).

مساحة الضلع الجانبي = ٥ × ٧ = ٣٥ سم^{٢}

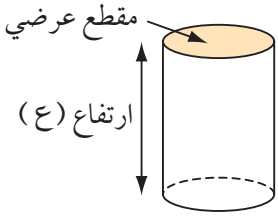
الضلع الجانبي على شكلِ مُستطيلٍ، إذًا أوجد المساحةَ (الطول × العرض).

مساحةُ السطح = ٢ × ١٢ + ٥٦ + ٢ × ٣٥

الآن أوجد المساحةَ الإجماليَّة. يوجد وجهين على شكلِ مُثلَّثٍ وقاعدةٍ واحدة وضلعين جانبين. تذكَّر الوحداتِ، سم^{٢}.

= ١٥٠ سم^{٢}

تُعدُّ الأسطوانة أيضًا منشورًا. والمقطع العرضيّ دائرة.



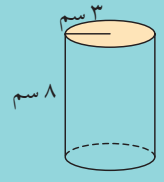
صيغةُ مساحةِ الدائرةِ: م = π ن^{٢}

صيغةُ حجمِ المنشورِ: الحجم = مساحة المقطع العرضيّ × الطول

إذًا صيغةُ حجمِ الأسطوانة: الحجم = π ن^{٢} × الارتفاع

أو ببساطةٍ ع = π ن^{٢} ع

مثال ٦-٤ب



(أ)أوجد: (١) الحجم (٢) مساحة السطح لهذه الأسطوانة.

(ب) يساوي حجم أسطوانة ٢ , ٥٥٢ سم^{٣}. يساوي نِصف قُطر النهاية الدائريَّة ٢ , ٥ سم. ما ارتفاعُ الأسطوانة؟ اكْتُب إجابتَك بالسنتيمتر.

(أ)(١) ع = π ن^{٢} ع

اكتب صيغةَ حجمِ الأسطوانةِ.

= π × ٣^{٢} × ٨

عوّض بقياساتِ نِصف القُطرِ والارتفاعِ في الصيغةِ.

= ٢٢٦ , ٢ سم^{٣}

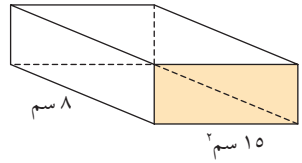
أوجد الإجابةَ وتذكَّر الوحداتِ، سم^{٣}.

(٢) مساحةُ الدائرةِ	$= \pi \times$ نق^{٢}	أوجد مساحةَ إحدى النهايات الدائريَّة.
	$= \pi \times ٣^{٢}$	عوّض بقياسِ نِصف القُطر في الصيغةِ.
	$= ٢٨,٢٧$ سم^{٢}	اكتب الإجابةَ صحيحةً على الأقلِّ إلى أقرب منزلتين عشريَّتين.
ط	$= ٢\pi$ نق	سطح الأسطوانة المنحني على شكلِ مُستطيلٍ
	$= ٢ \times$ ط $\times ٣ = ١٨,٨٥$ سم	يبلُغ طولُه نفسَ محيطَ الدائرةِ. استنتج هذا أوَّلًا.
مساحةُ المُستطيلِ	$= ١٨,٨٥ \times ٨$	الآن استنتج مساحةَ السطحِ المنحني (الطول × الارتفاع).
	$= ١٥٠,٨٠$ سم^{٢}	اكتب الإجابةَ صحيحةً على الأقلِّ إلى أقرب منزلتين عشريَّتين.
المساحةُ الإجماليَّةُ	$= ٢ \times ٢٨,٢٧ + ١٥٠,٨٠$	أضِف مساحةَ النهايتين والسطحَ المنحني معًا.
	$= ٢٠٧,٣$ سم^{٢}	اكتب الإجابةَ النهائيَّة صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.
(ب) ع	$= \pi$ نق^{٢} ع	اكتب صيغةَ حجم الأسطوانةِ.
٥٥٢,٢	$= \pi \times ٢,٥^{٢} \times$ ع	عوّض بقياساتِ الحجمِ ونِصف القُطر في الصيغةِ.
ع	$= \frac{٥٥٢,٢}{\pi \times ٢,٥^{٢}}$	أعد ترتيبَ الصيغةِ بحيث يكون ع هو المطلوب إيجاده.
	$= ٦,٥$ سم	أوجد الإجابةَ وتذكَّر الوحداتِ، سم.

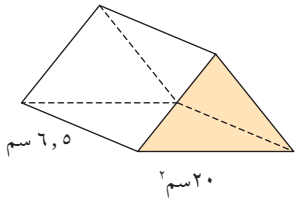
تمارين ٦-٤

١) أوجد حجمَ كلِّ منشورٍ.

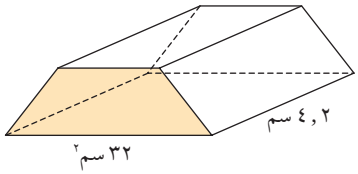
(أ)



(ب)



(ج)

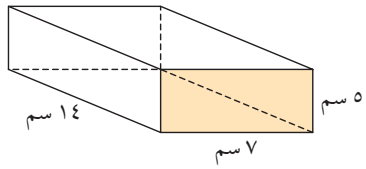


٢) انسخ هذا الجدول وأكمله.

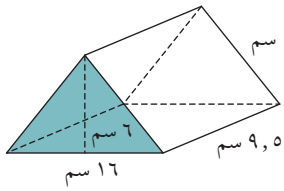
	مساحة المقطع العرضيّ	طول المنشورِ	حجم المنشورِ
أ	١٢ سم^{٢}	١٠ سم	□ سم^{٣}
ب	٢٤ سم^{٢}	□ سم	٢٠٤ سم^{٣}
ج	□ م^{٢}	٦,٢ م	١١٤,٧ م^{٣}

٣) أوجد حجمَ ومساحةَ السطحِ لكلِّ منشورٍ.

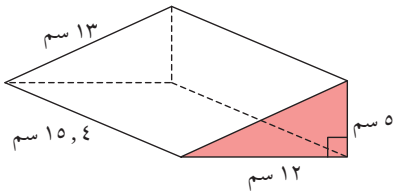
(أ)



(ب)

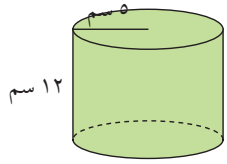


(ج)

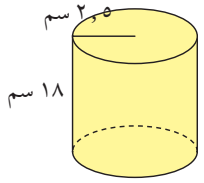


٤) أوجد حجمَ ومساحةَ السطحِ لكلِّ أسطوانةٍ.
اكتب إجاباتِك إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

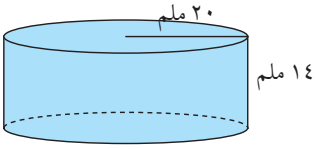
(أ)



(ب)



(ج)

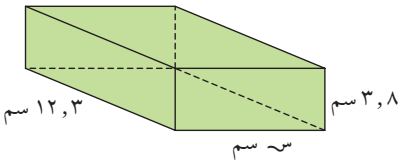


٥) انسخ هذا الجدول وأكمله. اكتب إجاباتِك إلى أقرب منزلتين عشريَّتين.

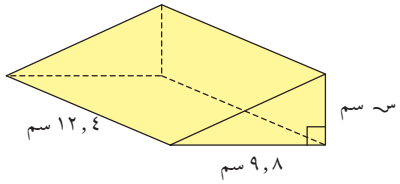
	نِصف قُطرِ الدائرةِ	مساحة الدائرةِ	ارتفاع الأسطوانةِ	حجم الأسطوانةِ
أ	٢,٥ م	☐ م^{٢}	٤,٢ م	☐ م^{٣}
ب	٦ سم	☐ سم^{٢}	☐ سم	٥٠٧ سم^{٣}
ج	☐ م	٢٠ م^{٢}	٢,٥ م	☐ م^{٣}
د	☐ ملم	☐ ملم^{٢}	١٦ ملم	١٠٤٤ ملم^{٣}

٦) حجمُ كلِّ منشورٍ من هذه المنشوراتِ ٢٥٦ سم^{٣}.
استنتج الطولَ المشار إليه بالرمز س في كلِّ مُخطَّطٍ. اكتب إجاباتِك صحيحةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

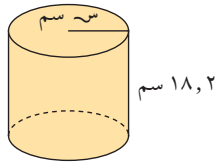
(أ)



(ب)



(ج)



ملخص

لا بُدَّ أنَّك تعرف الآن ما يلي:

- ★ ١ سم^{٢} = ١٠٠ ملم^{٢}
  ١ م^{٢} = ١٠٠٠٠ سم^{٢}
  ١ سم^{٣} = ١٠٠٠ ملم^{٣}
  ١م^{٣} = ١٠٠٠٠٠٠ سم^{٣}
  ١ سم^{٣} = ١ مل
- ★ ١ هكتار = ١٠٠٠٠ م^{٢}
- ★ المنشور هو شكلٌ ثُلاثيُّ الأبعادِ لديه نفس المقطع العرضيّ على طوله.
- ★ حجمُ منشورٍ = مساحة المقطعِ العرضيّ × الطول
- ★ مساحةُ سطحِ منشورٍ= مجموع مساحاتِ كلِّ الأوجه
- ★ حجمُ الأسطوانةِ= π نق^{٢} ع

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ التحويلِ بين الوحداتِ المتريَّة للمساحةِ والحجمِ، ومعرفة واستخدام هذه العلاقة ١ سم^{٣} = ١ مل.
- ★ معرفة أنَّ مساحةَ الأرضِ تُقاس بالهكتار، والتحويل بين الهكتار والمتر المُربَّع.
- ★ حلِّ المسائلِ التي تتضمَّن مُحيطَ الدائرةِ ومساحتها، بما في ذلك استخدام زرِّ «π» على الآلةِ الحاسبةِ.
- ★ حساب الأطوالِ ومساحاتِ السطحِ والأحجامِ في المنشورات ذات الزَّاويةِ القائمةِ والأسطوانات.

مُراجعة نهايةِ الوحدة

١) حوِّل:

(أ) ٥ م^{٢} إلى سم^{٢}

(ب) ٤٠٠٠٠ سم^{٢} إلى م^{٢}

(ج) ٩ سم^{٢} إلى ملم^{٢}

(د) ٨٢٠ ملم^{٢} إلى سم^{٢}

(هـ) ٩ م^{٣} إلى سم^{٣}

(و) ٢٤ ٥٠٠ ٠٠٠ سم^{٣} إلى م^{٣}

(ز) ٧ سم^{٣} إلى ملم^{٣}

(ح) ٢٧٠ ملم^{٣} إلى سم^{٣}

(ط) ٨٠ سم^{٣} إلى مل

(ي) ٤٥٠ مل إلى سم^{٣}

(ك) ٩٠٠٠ سم^{٣} إلى لتر

(ل) ٣,٦ لتر إلى سم^{٣}

٢) يُعدُّ شكلُ مكتبِ جاسر مُستطيلًا بطول ٥٧٥ سم وعرض ٣٢٥ سم.

(أ) أوجد مساحةَ مكتبِ جاسر بالمتر المُربَّع.

وضِّح كيفيَّة استخدامِ التقديرِ للتحقُّق من إجابتِك.

يتكلَّف بلاطُ الأرضيَّة ٨ ريالاتٍ للمتر المُربَّع.

تُباع فقط بأعدادٍ كاملةٍ من الأمتار المُربَّعة.

(ب) كم سيتكلف جاسر لشراء بلاطٍ لأرضيَّة مكتبِه؟

وضِّح كيفيَّة استخدام العمليَّات العكسيَّة للتأكُّد من إجابتِك.

٣) انسخ العبارات التالية وأكملها.

(أ) ٣ هكتارات = □ م^{٢}

(ب) ٤,٦ هكتارات = □ م^{٢}

(ج) ٠,٨ هكتار = □ م^{٢}

(د) ٢٠٠٠٠ م^{٢} = □ هكتار

(هـ) ٩٤٠٠٠ م^{٢} = □ هكتار

(و) ٥٦٠٠ م^{٢} = □ هكتار

٤) نِصف قُطر الدائرةِ ٧ سم.

أوجد: (أ) المساحة (ب) مُحيط الدائرةِ.

اكتب إجابتَك مقرَّبةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ. استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك.

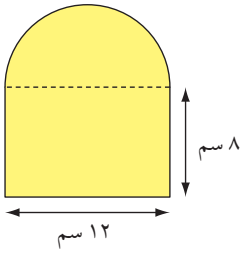
٥) يساوي مُحيط الدائرةِ ٢١,٤ سم. أوجد قُطرَ الدائرةِ.

اكتب إجابتَك مُقرَّبةً إلى أقرب عددٍ صحيحٍ. استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك.

٦) تساوي مساحة الدائرةِ ٣٦,٣ سم^{٢}. أوجد نِصف قُطرِ الدائرةِ.

اكتب إجابتَك مُقرَّبةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ. استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّةِ بك.

٧) يتكوَّن شكلٌ مُركَّبٌ من مُستطيلٍ ونِصف دائرةٍ.



استنتج:

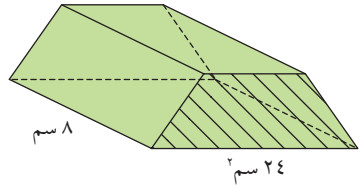
(أ) المساحةَ (ب) مُحيط الشكلِ المُركَّب.

اكتب إجاباتِك إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

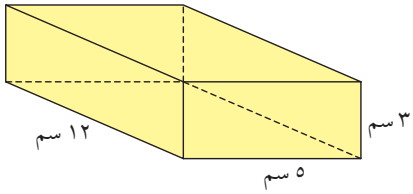
استخدم زرَّ «π» في الآلةِ الحاسبةِ الخاصَّة بك.

٨) أوجد حجمَ كلِّ منشورٍ.

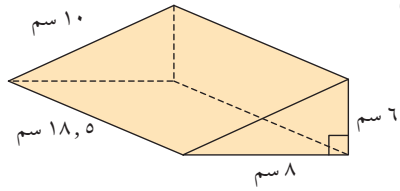
(أ)



(ب)

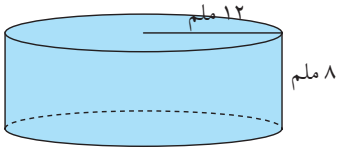


(ج)



٩) أوجد مساحةَ السطحِ للمنشورات في الأجزاء (ب) و(ج) من السؤال ٨.

١٠) أوجد حجمَ ومساحةَ سطح هذه الأسطوانة.



اكتب إجابتِك مُقرَّبةً لأقرب عددٍ صحيحٍ.

١١) حجم الأسطوانة ١٠٠٠ سم^{٣} وارتفاعها ١١,٨ سم.

ما نِصفُ قُطرِ الأسطوانةِ؟ اكتب إجابتَك صحيحةً مُقرَّبةً إلى أقرب منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

المُفردات

تأكَّد من تعلُّم وفَهْم المُفردات التالية:

- عشوائيًّا (at random)
- متنافيةٌ (mutually exclusive)
- الاحتمالُ التجريبيُّ (experimental probability)
- الاحتمالُ النظريُّ (theoretical probability)

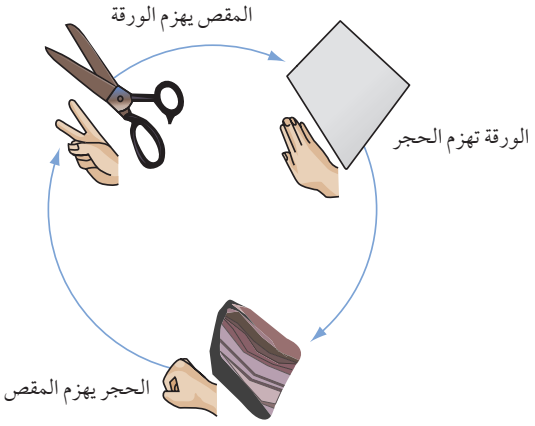
هل تعرف اللعبةَ «حجر، ورقة، مِقص»؟ هي لعبةٌ قديمةٌ جدًا ومعروفةٌ أيضًا بأسماءٍ أخرى.

يقومُ شخصان بإظهار يديهما في آنٍ واحدٍ فإمَّا أن تكون قبضةُ اليد والتي تُشير إلى (حجرٍ) أو أن يكون اتِّجاهُ أوَّل إصبعين باليد للأمام (مِقص) أو أن تكون اليدُ مفتوحةً (ورقة).

فالمِقصُ يهزم الورقةَ والورقةُ تهزم الحجرَ والحجرُ يهزم المِقصَ. وذلك؛ لأنَّ المِقصَ يقطع الورقةَ والورقة تُغطي الحجرَ والحجر يكسر حدَّ المِقصِ.

إذا اختار اللاعبان نفسَ الشيء يُعدُّ ذلك تعادلاً (لم يفز أحد) وعليهم إعادة اللعب.

قد يبدو لك أنَّ هذه لعبةٌ تافهةٌ ولكن في ٢٠٠٥ قامت شركة Maspro Denkoh للإلكترونيات باستخدام اللعبة لتحديد أيِّ شركة من شركات المزاداتِ (Sotheby) أو (Christie) التي ستعقد معها اتفاقَ البيع بالمزاد لمجموعة اللوحات الفنيَّة بمبلغ ٢٠ مليون دولارٍ.



فازت شركة (Christie) عن طريق الورقة، بعد الأخذ بنصيحةِ فلورا وأليس بنات أحد مديري الشركة ذوي الأحد عشر عامًا. هذه الحُجَّة كانت بسببِ أنَّ المبتدئين يبدو لهم أنَّ الحجرَ هو الأقوى؛ لذلك يرغبون في البدء به. إذا كنت تلعب ضد مبتدئٍ، فيجب عليك البدءُ بالورقة.

هذا مثالٌ جيِّدٌ للاحتمال عندما لا تكون الاحتمالات متساويةً، على الرغم من أنَّهم يظهرون كذلك في البداية. كما توضِّح أيضًا القيمة (الماليَّة!) لحُجَّةٍ منطقيَّةٍ سليمةٍ. تأخذ شركاتُ المزاد ١٠٪ من إجماليِّ المبلغ المدفوع في المزاد.

توضِّح هذه اللعبة طريقتين لاستنتاج الاحتمال.

أحد هذه الطرق هي أنَّ كلَّ اختيارٍ مُختلفٍ «حجر، مقص، ورقة» له احتمالاتٌ متساويةٌ. ولأنَّ هناك ثلاثَ (نتائج)، احتمال كلِّ نتيجةٍ يساوي $\frac{1}{3}$.

ومع ذلك، يكون هذا فقط إذا كان اللعبُ له احتمالاتٌ متساويةٌ وكان اللاعب يقوم بالاختيار عشوائيًّا. أدركت فلورا وأليس أنَّ نسبةَ احتمال البدء بالحجر بالنسبة للاعبين قليلي الخبرة أكبرُ من $\frac{1}{3}$.

لتستنتج ما هذا الاحتمال فعليًّا، يُمكنك القيامُ بالتجربة. يُمكنك تعليمُ اللعبة للكثير من اللاعبين الجُدد ثُمَّ أخذ ملاحظاتٍ على اختياراتِهم.

ثُمَّ يُمكنك النظرُ إلى أجزاء الوقت التي بدأوا فيها بالحجر فبذلك يُمكنك معرفةُ قيمة الاحتمال.

الطريقة الأولى وهي، أن نتائج الاحتمالات المتساوية، تمنحك الاحتمالَ النظريَّ. أمَّا الطريقةُ الثانية وهي، أن القيامُ بالتجربة، يمنحك الاحتمالَ التجريبيَّ؛ وستتعرض لكلاهما في هذه الوحدةِ.

٧-١ احتمالُ عدم حدوث نتيجةٍ ما

هنا بعض النتائج والاحتمالات الخاصَّة بها ويشار إلى ذلك بالاختصار ل (ع).

ظهور العدد ٤ عند رمي حجر نرد: $\frac{١}{٦}$. ستُمطر غدًا: ٠,٣. سأفوز بمباراةِ شطرنج: ٩٠٪.

احتمال عدم حدوث نتيجةٍ ما = ١ − (احتمالات أنَّها ستحدث). (١ − ل (ع))

فيما يلي احتمالاتُ عدم حدوث النتائج المُدرجة أعلاه.

عدم ظهور العدد ٤ عند رمي حجر نرد: $\frac{٥}{٦}$. لن تُمطر غدًا: ٠,٧. لن أفوز بالمباراة: ١٠٪.

مثال ٧-١

يقدِّر هيثم أنَّ احتمالَ أن تأتي الحافلة مُبكرًا هو ٠,٠٥ واحتمال أنَّها ستتأخر أكثر من خمسِ دقائق هو ٠,٣.

(أ) ما احتمالُ أنَّ الحافلةَ لن تأتي مُبكرًا؟

(ب) ما احتمالُ أنَّها لن تتأخَّر أكبر من خمسِ دقائق؟

(أ) ٠,٩٥ يكون ذلك ١ − ٠,٠٥ = ٠,٩٥.

(ب) ٠,٧ يكون ذلك ١ − ٠,٣ = ٠,٧.

تمارين ٧-١

١) أوجد ناتج المسائل التالية ذهنيًا. احتمالُ أنَّ الجو سيكون اليوم أكثر دفئًا من أمس هو ٠,١.

احتمالُ أنَّ الجوَّ سيكون اليوم أكثر برودةً من أمس هو ٠,٧.

(أ) ما احتمالُ أنَّه لن يكون أكثر برودةً اليوم عمَّا كان بالأمس؟

(ب) ما احتمالُ أنَّه لن يكون أكثر دفئًا اليوم عمَّا كان بالأمس؟

٢) يوضِّح الجدولُ التالي التوزيعَ حسب السن لأعضاء صالةٍ رياضيَّةٍ. يتمُّ اختيارُ مشترك الصالة الرياضيَّة عشوائيًّا. ما احتمالُ أن يكون عمرُ الشخص:

العمر	تحت ٢١	من ٢١ إلى ٣٥	من ٣٦ إلى ٥٥	أكبر من ٥٥
النسبة المئويَّة	١٢٪	٤٢٪	٣٢٪	١٤٪

(أ) ٢١ أو أكثر

(ب) ٥٥ أو أقلّ

(ج) ليس ضمن الفئة العمريَّة التي تبدأ من ٢١ إلى ٣٥.

٣) يقول المديرُ الفنيُّ لفريق كرةِ قدمٍ أنَّ احتمالَ فوز الفريق بالمُباراة القادمة هو ٠,٦ أمَّا احتمال خسارةِ الفريق هو ٠,١. أوجد احتمالَ أنَّ الفريقَ:

(أ) لن يفوزَ (ب) لن يخسرَ (ج) لن يتعادلَ.

٤) مسحٌ عن ألوان السيَّارات التي تمرُّ بطريقٍ مُعيَّنٍ أعطى تلك النتائج.

اللون	حمراء	خضراء	صفراء	زرقاء
النسبة المئويَّة	٪١٢	٪٨	٪٧	٪١١

(أ) تقول مريم لا بُدَّ أنَّ هذا خطأٌ؛ لأنَّ الاحتمالات لا تصل إلى ١٠٠٪. اشرح لماذا هي خاطئةٌ.

(ب) أوجد احتمالَ أنَّ السيَّارة التالية التي تمرُّ بالطريق:

١) ليست سيَّارةً خضراء ٢) ليست سيَّارةً صفراء

٣) ليست سيَّارةً خضراء أو صفراء.

٥) إذا رميت حجرَ النردِ، فإنَّ احتمالَ الحُصول على العدد ستة ثلاث مراتٍ هو ٠,٥٪. واحتمالَ عدم الحُصولِ عليه هو ٥٧,٩٪. أوجد احتمالَ الحُصولِ على:

(أ) أقلِّ من ٣ ستاتٍ

(ب) على الأقلِّ ستةٍ واحدةٍ.

٧-٢ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي

عندما ترمي حجرَ النرد، تكون هناك ستُّ نتائج مُحتمَلة، وهي الأعدادُ ١، ٢، ٣، ٤، ٥، و٦. إذا كان حجر النرد متكافيء الفرص وتمَّ رميه بطريقة متكافئة الفرص أيضًا، فإنَّ كلَّ الأعداد لها احتمالاتٌ متساويةٌ.

واحتماليَّة ظهور كلِّ عددٍ هو $\frac{١}{٦}$.

ما احتمالُ أنَّ العددَ أصغر من ٥؟

أربعةُ أعدادٍ أصغر من ٥

ست نتائجَ مُرجَّحة بالتساوي

احتمال أنَّ العددَ أصغر من ٥ هو $\frac{٤}{٦}$.

هذا يساوي $\frac{٢}{٣}$.

بالنسبة للعمل بهذه الطريقة، يجب أن تكون كلُّ النتائج لها احتمالاتٌ متساويةٌ.

افترض أنَّ شخصًا ما يختار شهرًا من السنة. ما احتمالُ أن هذا الشخص يختار يوليو؟

هناك ١٢ شهرًا مُحتملاً، إذًا يكون الاحتمالُ صحيحًا إذا كان اختيارُ كلِّ شهرٍ من الشهور له احتمالاتٌ متساويةٌ.

«**عشوائيًّا**» تعنى أن يتساوى احتمالُ اختيارِ أيِّ شهرٍ من الشهور.

إذا تمَّ اختيارُ الشهرِ عشوائيًّا، فإنَّ احتمالَ أنَّ الشهر هو يوليو يساوي $\frac{١}{١٢}$.

أحد الطرق لاختيار الشهر عشوائيًّا هي أن تكتب اسمَ كلِّ شهرٍ على ورقةٍ مُختلفةٍ ثُمَّ تلتقط إحداهما بدون أن تنظر إلى الورق.

مثال ٧-٢

كلُّ حروف الكلمة «الموسوعة» مكتوبةٌ في بطاقاتٍ مُنفصلةٍ. تُختارُ بطاقةٌ عشوائيًّا.

ما احتمالُ أنَّ الحرف ليس «و»؟

بطاقتان من أصل ٨ بطاقاتٍ عليهما الحرف «و».

احتمالُ أنَّ الحرف «و» $\frac{٢}{٨}$ أو $\frac{١}{٤}$. عشوائيًّا تعني أنَّ كلَّ البطاقات لها احتمالاتٌ متساويةٌ من ناحية اختيارها.

احتمالُ أنَّ الحرف ليس «و» $\frac{٣}{٤}$. $١ - \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٤}$

تمارين ٧-٢

١) يرمي أحمد حجرَ النرد. أوجد احتمالَ أن يكون:

(أ) ٢ (ب) ليس ٢ (ج) ليس ٥

(د) ليس مُضاعفَ العدد ٣.

سيكون من السهل كتابة الاحتمالات ككسورٍ في هذا التمرين.

٢) تكتب فريدة حروفَ الكلمة 'رياضيَّات' على بطاقاتٍ مُنفصلةٍ.
تأخذ بطاقةً واحدةً منهم عشوائيًّا. أوجد احتماليَّة أنَّ الحرف المكتوب على البطاقة هو:

ر	ي	ا
ض	ي	ا
	ت	

(أ) ي (ب) ليس ي (ج) ض أو ا

(د) خ (هـ) حرف قبل «ز» في ترتيب الحروف الأبجديَّة.

٣) في اللعبة «سكرابل» يوجد ١٠٠ بلاطةٍ. كلُّ بلاطةٍ عليها حرفٌ أو خاليةٌ من أيِّ أحرفٍ.
يعرض الجدول عددَ البلاطات التي بها أحرف علة.

الحرف	أ	و	ي	ى	ء
التكرار	٩	١٢	٩	٨	٤

يتمُّ اختيارُ واحدةٍ عشوائيًّا. أوجد احتمالَ أن يكون:

(أ) أ (ب) و (ج) ليس ي

(د) حرف علة (هـ) ليس حرف علة.

٤) تختار مريم عددًا عشوائيًّا من الشبكة.

١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨
٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦
١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤
٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	٣١	٣٢
٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠

أوجد احتمالَ أنَّ العدد الذي تختاره هو:

(أ) ٢٧ (ب) في الصفِّ السفليِّ

(ج) في العمود الأوَّل (د) ليس في آخر عمودين.

تختار مريم عددًا آخر عشوائيًّا من أوَّل عمودين.

أوجد احتمال أنَّ العدد هو:

(هـ) أصغرُ من ١٠ (و) أكبرُ من ١٠

(ز) ليس ١٠ (ح) أكبرُ من ٢٠.

٥) فيما يلي تقويمٌ لشهر أبريل في سنةٍ واحدةٍ.

الإثنين	الثلاثاء	الأربعاء	الخميس	الجمعة	السبت	الأحد
		١	٢	٣	٤	٥
٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩
٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦
٢٧	٢٨	٢٩	٣٠			

يختار سامي أحد الأيام عشوائيًّا. أوجد احتمالَ أنَّ اليومَ الذي يختاره هو:

(أ) الاثنين (ب) ليس الاثنين (ج) ١٦ من أبريل

(د) ليس ١٦ من أبريل (هـ) الخميس أو الجمعة.

٦) تختار عائشة يومًا واحدًا عشوائيًّا من السنة ٢٠١٥.

(أ) ما احتمالُ أنَّ يكون اليوم هو:

(١) ٥ من أغسطس (٢) ليس ٥ من أغسطس

(٣) في أغسطس (٤) ليس في أغسطس؟

(ب) افترض أنَّها اختارت يومًا في ٢٠١٦ بدلاً من ٢٠١٥. أيُّ احتمالاتٍ في الجزء (أ) قد تكون أكبر الآن؟

٧) يكون الحاسب بشكلٍ عشوائيٍّ عددًا من أرقامٍ أحاديَّة. قد يكون أيُّ عددٍ من ٠ إلى ٩.

أوجد احتمالَ أن يكون:

(أ) ٠ (ب) ليس ٠ (ج) مُضاعف ٣

(د) ٣,٥ (هـ) أصغر من ٧.

٨) يكون الحاسب بشكلٍ عشوائيٍّ عددًا من أرقامٍ ثنائيَّة. قد يكون أيُّ عددٍ من ٠٠ إلى ٩٩.

أوجد احتمالَ أنَّ العددَ هو:

(أ) ٩٩ (ب) ليس ٩٩

(ج) لا يتضمَّن تسعاتٍ (د) يتضمَّن ٩ واحدةً على الأقلِّ.

٩) عندما يرمي فهد عملتين فإنَّ هناك أربعَ نتائج للاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي.

ص = صورة
ك = كتابة

(أ) كم عدد الاحتمالات لهذه النتائج الأربع:

(١) العملتان صورة (٢) صورة وكتابة

(٣) العملتان كتابة؟

(ب) إذا رُميَت عملتان، ما احتمالُ الحصولِ على:

(١) العملتين صورة (٢) صورةٍ وكتابةٍ

(٣) العملتين كتابة؟

١٠) ترمي سارة ثلاث عملاتٍ في وقت واحد.

(أ) اشرح لماذا توجد ثماني نتائج للاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي.

(ب) أوجد أنَّ الاحتمال سيكون:

(١) ثلاث عملاتٍ صورة (٢) ثلاث عملاتٍ كتابة

(٣) عملتين صورة والأخرى كتابة (٤) عملتين كتابة والأخرى صورة.

٧-٣ كتابةُ قائمةٍ بالنتائج المُحتملة

إذا رميت حجريّ نرد معًا، ما احتمالُ الحصولِ على العدد ٦ في حجريّ النرد؟

لإيجاد ذلك، فإنَّك تحتاج إلى قائمةٍ بكلِّ النتائج المُحتملة. يُمكن استخدامُ جدولٍ.

افترض أنَّ لديك حجرَ نردٍ أحمر وحجرًا آخر أزرق.

ارسُم الجدول بالطريقة المقابلة.

يوضِّح ذلك أنَّ هناك ٣٦ نتيجةً مُتنافيةً.

حجر نردٍ أزرق

حجر نردٍ أحمر	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	١، ١	٢، ١	٣، ١	٤، ١	٥، ١	٦، ١
٢	١، ٢	٢، ٢	٣، ٢	٤، ٢	٥، ٢	٦، ٢
٣	١، ٣	٢، ٣	٣، ٣	٤، ٣	٥، ٣	٦، ٣
٤	١، ٤	٢، ٤	٣، ٤	٤، ٤	٥، ٤	٦، ٤
٥	١، ٥	٢، ٥	٣، ٥	٤، ٥	٥، ٥	٦، ٥
٦	١، ٦	٢، ٦	٣، ٦	٤، ٦	٥، ٦	٦، ٦

تكون النتائج متنافيةً في حالة وجوب حدوث نتيجةٍ واحدةٍ فقط.

إذا رُمِيَ حجرُ النرد بطريقةٍ عادلةٍ، فإنَّ جميعَ النتائج ستكون لها احتمالاتٌ متساويةٌ.

احتمالُ الحصولِ على العدد ٦ مرتين هو $\frac{١}{٣٦}$.

مثال ٧-٣

رُمِيَ حجرا نردٍ عادلان وجُمعَت النتائج.

ما احتمالاتُ الحصول على إجماليِّ عدد مراتِ ظهورٍ يساوي:

(أ) ٨ (ب) أصغر من ٨ (ج) ٨ أو أكثر؟

يوضِّح الجدولُ التالي إجماليَّ عدد الظهور المُحتمَل. هذا الجدولُ يستند إلى جدولِ النتيجة أعلاه.

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	٢	٣	٤	٥	٦	٧
٢	٣	٤	٥	٦	٧	(٨)
٣	٤	٥	٦	٧	(٨)	٩
٤	٥	٦	٧	(٨)	٩	١٠
٥	٦	٧	(٨)	٩	١٠	١١
٦	٧	(٨)	٩	١٠	١١	١٢

(أ) $\frac{٥}{٣٦}$ العدد ٨ المكرَّر خمس مراتٍ وتحيط به دائرةٌ داخل الجدول.

(ب) $\frac{٢١}{٣٦} = \frac{٧}{١٢}$ يوجد ٢١ عددًا في الجدول أصغر من ٨.

(ج) $\frac{١٥}{٣٦} = \frac{٥}{١٢}$ يوجد ١٥ عددًا هم ٨ أو أكبر من ٨.

التمرين ٧-٣

أوجد ناتج المسائل التالية ذهنيًا.

١) يرمي راشد حجريّ نرد متكافئيّ الفرص معًا. ما احتمالُ الحصولِ على:

(أ) العددُ أربعة في الحجرين

(ب) عدم الحصولِ على العدد أربعة

(ج) العدد أربعة مرة واحدة تحديدًا؟

٢) ترمي مها حجريّ نرد متكافئيّ الفرص وتجمع ما حصلت عليه.

يوجد أحد عشر إجماليّ مُحتمَل
إذًا احتمال إجماليّ ٣ هو $\frac{١}{١١}$.

(أ) ما الإجماليُّ الأصغر المُحتمل؟

(ب) ما الإجماليُّ الأكبر المُحتمل؟

(ج) ما الخطأُ في جدالِ مها الذي على اليسار؟

٣) يرمي مهندٌ حجريّ نردٍ ويجمع الأعدادَ معًا.

(أ) ما الإجماليُّ المُحتملُ للاحتمال المُرجَّح بشكلٍ أكبر؟

(ب) ما الإجماليُّ المُحتملُ للاحتمال المُرجَّح بشكلٍ أقلّ؟

أوجد احتمالَ أنَّ الإجماليَّ سيكون:

(ج) ٢ (د) ٧ (هـ) أصغرَ من ٧

(و) عددًا فرديًّا (ز) عددًا أوليًّا.

٤) يرمي فهد حجريّ نردٍ. استنتج احتمالَ أنَّ:

(أ) الأعداد هي نفسها (ب) الفرق بين العددين هو ٢.

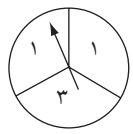
٥) يلف هلال العملةَ ويرمي حجرَ النرد. نتيجةٌ واحدةٌ مُحتملةٌ هي الصورة للعُملة والعدد ٦ لحجر النرد.

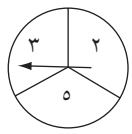
(أ) وضِّح أنَّ هناك ١٢ نتيجةً متنافيةً وسجِّلهم بالجدول.

(ب) أوجد احتمالَ الحصولِ على:

(١) كتابةٍ والعدد ١ (٢) صورةٍ وعددٍ زوجيٍّ (٣) كتابةٍ و٥ أو ٦.

٦) لدى نور دوَّارين مكونين من ثلاث أوجهٍ.





أحد الأوجه به الأعداد ١، ١، ٣.

والآخر به ٢، ٣، ٥.

+	٢	٣	٥
١			
١		٤	
٣			٨

(أ) انسخ وأكمل الجدول لتوضيح الإجمالي المُحصل للدوَّارين.

(ب) أوجد احتمالَ إجماليّ:

(١) ٣ (٢) ٦ (٣) ٥ أو أكثر (٤) عدد زوجيّ.

٧) ترمي سناء حجريّ نردٍ وتضرب الذي تحصل معًا.

(أ) ارسُم جدولًا لتوضيح القيم المُحتملة لناتج الضرب.

(ب) كم عدد نواتج الضرب المُختلفة المُتاحة؟

(ج) أوجد احتمال أنَّ ناتج الضرب هو:

(١) ١٢ (٢) ليس ١٢ (٣) أصغر من ١٢

(٤) أكبر من ١٧ (٥) عدد زوجيّ.

ناتج الضرب هو حاصلُ ضرب عددين.

٨) لدى حسن أربعةُ أقلامٍ زرقاء وقلمٌ واحدٌ أحمرُ في جيبه.

التقط أحدهما بدون النظر ثُمَّ التقط آخر.

		القلم الثاني				
		أزرق ١	أزرق ٢	أزرق ٣	أزرق ٤	أحمر
القلم الأوَّل	أزرق ١	خ	أزرق ١، أزرق ٢			
	أزرق ٢		خ			
	أزرق ٣			خ		
	أزرق ٤				خ	
	أحمر					خ

(أ) انسخ وأكمل الجدول لتوضيح الاختيارات المُحتملة.

(ب) لماذا يوجد الحرف (خ) متكرِّرًا باتِّجاه الخط القُطريِّ؟

(ج) أوجد احتمالَ أنَّ:

(١) كلا القلمين باللون الأزرق

(٢) القلم الأوَّل باللون الأحمر

(٣) أحد الأقلام أحمر.

الأقلام الزرقاء مُسمَّاه كأزرق ١، أزرق ٢، أزرق ٣، وأزرق ٤ لتمييزهم.
أزرق ١، أزرق ٢ تعني أوَّل أزرق ١ ثم أزرق ٢.

٩) يلعب مهندٌ وخديجة لعبة «حجر وورقة ومقص». فهم يقومان بعمل إشارة لأحد عناصر اللعبة في آنٍ واحد.

(أ) ارسُم جدولًا لتوضيح النتائج المُحتملة المُختلفة.

(ب) إذا اختار كلُّ شخصٍ عشوائيًّا، ما احتمالُ أنهما لن يختارا نفس الشيء؟

(ج) الحجر يهزم المقص. المقص يهزم الورقة. الورقة تهزم الحجر. ما احتمالُ أن يهزم مهندٌ خديجة، إذا لعبا مرةً واحدةً؟

٧-٤ الاحتمالات التجريبيَّة والنظريَّة

توجد طريقةٌ لإيجاد الاحتمالات وهي استخدامُ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي. وهناك طريقةٌ أخرى وهي تجميع البيانات عن طريق المسح أو التجربة.

برامج كمبيوتر معيَّنة تُسمَّى جداول البيانات، بها مُكوِّن أعدادٍ عشوائيٍّ يُمكنك استخدامه لتمثيل رمي حجرِ النرد.

توجد هنا ٢٠ نتيجةً لرمي حجر النرد المُمثَّل على الحاسب.

٣ ٣ ٣ ١ ١ ١ ١ ٥ ٣ ٣ ١ ٣ ٥ ٢ ٦ ٢ ١ ٥ ٢ ٥

لدينا هنا النتائج في جدول التكرار.

مجموع النقاط	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٦	٣	٦	٠	٤	١
التكرار النسبيُّ	٠,٣	٠,١٥	٠,٣	٠	٠,٢	٠,٠٥

التكرارات النسبيَّة (ت ن) تُعطي **الاحتمالَ التجريبيَّ** لكلِّ عددٍ.

بناءً على **الاحتمال النظري** لكلِّ عددٍ، فإنَّ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي، هي $\frac{١}{٦}$ = ٠,١٦٧ .

الاحتمالات التجريبيَّة والاحتمالات النظريَّة غير مُتقاربة. وذلك لأنَّ ٢٠ رميةً عددٌ قليلٌ.

التكرار النسبيُّ = التكرار ÷ إجماليّ الرميات

ماذا يحدث إذا كان لديك عددٌ أكبر من الرميات؟ مجموعةٌ أخرى من الرميات ستعطيك نتائجَ مُختلفةً.

يوضِّح هذا الجدول النتائج بعد القيام بهذه الأعداد من الرميات ٢٠، ٥٠، ١٠٠، و ٢٠٠.

مجموع النقاط	٢٠ رميةً		٥٠ رميةً		١٠٠ رميةٍ		٢٠٠ رميةٍ	
	التكرار	ت ن	التكرار	ت ن	التكرار	ت ن	التكرار	ت ن
١	٦	٠,٣	١١	٠,٢٢	١٩	٠,١٩	٣٦	٠,١٨
٢	٣	٠,١٥	١١	٠,٢٢	١٩	٠,١٩	٣٦	٠,١٨
٣	٦	٠,٣	٨	٠,١٦	١٩	٠,١٩	٣٥	٠,١٧٥
٤	٠	٠	٥	٠,١	١٥	٠,١٥	٣١	٠,١٥٥
٥	٤	٠,٢	٧	٠,١٤	١٣	٠,١٣	٢٩	٠,١٤٥
٦	١	٠,٠٥	٨	٠,١٦	١٥	٠,١٥	٣٣	٠,١٦٥
الإجماليّ	٢٠	١	٥٠	١	١٠٠	١	٢٠٠	١

إذا كنت تريد معرفةَ احتمال أنَّ بذرة ما ستنبت، فلا يُمكنك استخدامُ نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي. مطلوبٌ منك زراعة البذور وحساب الوقت التي تحتاجه لتنبت.

بزيادة عدد الرميات، تصبح الاحتمالاتُ التجريبيَّةُ والاحتمالاتُ النظريَّةُ مُتقاربةً. توضِّح هذه النتائج نتيجتين مُهمَّتين.

١) إذا كرَّرت التجربة فستحصل على نتائجَ مُختلفةٍ. قارن بين أوَّل ١٠ رمياتٍ وثاني ١٠ رمياتٍ لتلاحظ ذلك.

٢) إذا زوَّدتَ عددَ مراتِ تكرارِ التجربة فستتمكَّن عامةً من تقدير الاحتمالات بشكلٍ أفضل. ٢٠٠ رميةٍ ستعطيك نتائجَ موثوقةً أكبر من ٢٠ رميةً.

في الأمثلة الواقعيَّة، مثل زراعة الحبوب التي تم وصفها أعلاه، ليست لدينا هنا احتمالاتٌ نظريَّةٌ لتُقارن بالاحتمالاتِ التجريبيَّةِ. وذلك سببُ احتياجنا للقيام بالتجربةِ!

ومع ذلك، تبقى حقيقةُ أنَّ التجاربَ المُختلفةَ تعطي تقديراتٍ مُختلفةً، ويُمكنك أن تكون على ثقةٍ أكثر بهذه التقديرات إذا كُرِّرَت التجربة كثيرًا.

الاحتمالات التجريبيَّة عادةً ما تكون في شكلِ أعدادٍ عشريَّةٍ أو نسبٍ مئويَّةٍ.

تمارين ٧-٤

١) لدى نور عملةٌ مثنيَّة (ثُنيَت على الأرض من جانبٍ واحدٍ غالبًا). هي تريد إيجاد الاحتمال التجريبيِّ بالحُصول على صورةٍ.

ترمي العملة ١٠ مراتٍ. تحصُل على ٦ أوجه صور و ٤ أوجه كتابة.

(أ) ما الاحتمالُ التجريبيُّ للحُصول على الوجه صورة وفقًا للرمي ١٠ مراتٍ؟ اكتب إجابتَك بأعدادٍ عشريَّةٍ.

(ب) اشرح لماذا يُعدُّ ذلك تقديرًا لا يعتمد عليه بالنسبة للاحتمالِ.

ترمي العملة ١٠ مراتٍ أخرى. تحصُل هذه المرة على ٣ أوجه صورة و ٧ أوجه كتابة.

(ج) أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ للحُصول على الوجه صورة بناءً على العدد ٢٠ من الرميات حتى الآن.

ترمي العملة ٣٠ مرةً أخرى وتحصل على ٩ أوجه صورة و٢١ وجهَ كتابةٍ.

(د) أوجد الاحتمال التجريبيَّ للحُصول على الوجه صورة بناءً على جميع الرميات حتى الآن.

٥٠ رميةً أخرى تعطي ١٩ صورةً و ٣١ كتابةً.

(هـ) أوجد الاحتمال التجريبيَّ للحُصول على الوجه صورة بناءً على جميع الرميات حتى الآن.

(و) اشرح لماذا آخر تقديرٍ لاحتمال الحُصول على الوجه صورة هو أكثر احتمالٍ موثوقٍ.

٢) ترمي عائشةُ أربعةَ أحجارِ نردٍ في نفس الوقت.

(أ) ما أقلُّ إجماليٍّ مُحتملٌ؟ (ب) ما أكبرُ إجماليٍّ مُحتملٌ؟

عددُ مراتِ رمي ٤ أحجارِ نردٍ	٢٥	٥٠	١٠٠	١٥٠	٢٠٠
تكرارُ الحُصول على ١٥ فأكثر	٧	١٦	٤٢	٦٨	٨٨

تريد عائشةُ أن توجد الاحتمالَ التجريبيَّ لإجماليٍّ مجموع الاحتمالات من ١٥ أو أكثر عندما ترمي أربعةَ أحجارِ نردٍ. وتقرِّر عمل مُحاكاةٍ في جدولِ البيانات. نتائجها في الجدول أعلاه.

(ج) أوجد تقديراتٍ مُنفصلةً لاحتمال إجماليِّ ١٥ أو أكثر بناءً على ٢٥ رميةً و ٥٠ رميةً و ١٠٠ رميةٍ و١٥٠ رميةً و ٢٠٠ رميةٍ.

عددُ مراتِ رمي ٤ أحجارِ نردٍ	٢٥	٥٠	١٠٠	١٥٠	٢٠٠
تكرار الحُصول على ١٥ فأكثر	١١	٢٤	٤٥	٧٦	٩٤

تكرِّر مها تجربةَ عائشة وتحصُل على هذه النتائج.

(د) أوجد تقديراتِ مها المتتالية للاحتمالِ.

(هـ) قارن بين نتائج عائشة ونتائج مها.

(و) ضَع نتائج كلٍّ من عائشة ومها معًا للحُصول على الاحتمال التجريبيِّ بناءً على مجموع ٤٠٠ نتيجةٍ.

٣) ترمي مها العملةَ ١٠ مراتٍ. تحصُل على ٨ أوجه صور ووجهيّ كتابة.

(أ) أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ لرمي: (١) صورة (٢) كتابة.

(ب) هل يوجد دليلٌ أن فريدة لا ترمي العملةَ بشكلٍ عادلٍ؟

يرمي حسن العملةَ ١٠٠ مرةٍ. يحصل على ٨٠ وجهَ صورةٍ و ٢٠ كتابة.

(ج) أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ لرمي: (١) صورة (٢) كتابة.

(د) هل يوجد دليلٌ أن حسن لا يرمي العملة بشكلٍ عادلٍ؟

٤) تستخلص سناء حجرَ نردٍ من البطاقة. وتختبر ذلك عن طريق رميه ٣٠ مرةً.

مجموع النقاط	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤	٤	٥	٤	٩	٤

ثُمَّ تحصُل على هذه النتائج.

(أ) اقرأ ما تقوله سناء. هل مُحِقَّة؟ أعطِ سببًا لإجابتِك.

حجر النرد غير متكافيء الفرص؛ لأنَّ العدد ٥ نتج أكثر من مرة.

صنع سامي حجرَ نردٍ ورماه ٣٠٠ مرةٍ.

مجموعُ النقاط	١	٢	٣	٤	٥	٦
التكرار	٤٥	٥٨	٤٨	٤٨	٤٦	٥٥

ثُمَّ حصل على هذه النتائج.

(ب) سامي ليس مُحِقًّا. كيف يُمكنك إقناعُه بأنَّ حجر النرد قد يكون عادلاً؟

حجر النرد غير متكافيء الفرص؛ لأنه إذا رميته ٣٠٠ مرةٍ، فيجب أن ينتج كلُّ عددٍ ٥٠ مرةً.

٥) تريد مجموعةٌ من الطلاب أن تستنتجَ الاحتمالَ التجريبيَّ للحُصول على ٦ واحدةٍ عند رمي ستة أحجارِ نردٍ. يرمي كلُّ طالبٍ منهم حجرَ نردٍ سُداسيِّ الأوجه ٢٠ مرةً للحُصول على هذه النتائج.

الطالب		أ	ب	ج	د	هـ
التكرار	على الأقل ٦ واحدة	١٢	١١	١٥	١١	١٥
	بدون أرقام ٦	٨	٩	٥	٩	٥

(أ) أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ للحُصول على العدد ٦ لمرةٍ واحدةٍ على الأقل من نتائج الطالب (أ).

(ب) أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ لستٍ واحدةٍ على الأقل عن طريق جمع نتائج:

(١) (أ) و (ب)　　(٢) (أ) و (ب) و (ج)

(٣) (أ) و (ب) و (ج) و (د)　　(٤) (أ) و (ب) و (ج) و (د) و (هـ).

(ج) ما أفضل تقديرٍ للاحتمال التجريبيِّ؟

كرَّر الطلاب هذه التجربة بعمل ٢٠ رميةً لكلٍّ منهم.

وكانت النتائج المُجمَّعة هذه المرة كما هو مُوضَّح.

على الأقل ٦ واحدة	٧٠
بدون أرقام ٦	٣٠

(د) احسب تقديرًا جديدًا للاحتمالِ التجريبيِّ لرمي ٦ واحدةٍ على الأقل.

(هـ) في الواقع الاحتمالُ النظريُّ لهذه النتيجة هو ٠,٦٦٥١. كيف تُقارن الاحتمالاتِ التجريبيَّةَ مع هذا؟

ملخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ إذا كان احتمالُ نتيجةِ وقوعِ حدث هو ل (ع)، إذًا احتمال عدم وقوعه هو ١ − ل (ع).
- ★ يُمكن للاحتمال الاستناد إلى نتائج الاحتمالات المُرجَّحة بالتساوي في السياقات العمليَّة.
- ★ يُعدُّ سردُ كلِّ النتائج المُرجَّحة بالتساوي المُحتمَلة، بشكلٍ منهجيٍّ، إستراتيجيَّةً جيِّدةً لاحتساب الاحتمال.
- ★ الاحتمال التجريبي يُمكن أن يختلف من تجربةٍ لأخرى.
- ★ الاحتمال التجريبي عادة يُعتمد عليه بشكلٍ أكبر إذا كُرِّرَت التجربة كثيرًا.
- ★ يُمكن استخدامُ الحُجج المنطقيَّة لإثبات صحة العبارة.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ استخدام احتمال نتيجة وقوع حدثٍ لاستنتاج احتمال عدم حدوثه.
- ★ إيجاد الاحتمال استنادًا إلى نتائج الاحتمال المُرجَّحة بالتساوي في السياقات العمليَّة.
- ★ إيجاد وكتابة قائمةٍ بالنتائج المُحتمَلة بشكلٍ منهجيٍّ للأحداث المنفردة ولحدثين متتالين.
- ★ مقارنة الاحتمال التجريبي المُقدَّر بالاحتمال النظري.
- ★ استخدام الحُجج المنطقيَّة لتفسير المسائل الرياضيَّة في سياقها أو لإثبات صحةِ العبارةِ.

مراجعةُ نهايةِ الوحدة

١) إذا رُميَت عشر عملاتٍ معًا، فإن احتمال الحُصول على أربعةٍ أو أكثر للوجه صورة هو ٠,٨٣.
احتمال الحصول على ثمانية أوجه صورة أو أكثر هو ٠,٠٥. أوجد احتمال الحُصول على:
(أ) أقلّ من أربعةِ أوجه صورة (ب) أقل من ثمانيةِ أوجه صورة.

٢) يلعب أحمد مباراة شِطرنج مع والده. احتمالُ فوز أحمد هو ٠,١. واحتمالُ خسارته هو ٠,٣.
أوجد احتمالَ أنَّ:
(أ) أحمدَ لن يفوز (ب) والدَ أحمد لن يفوز.

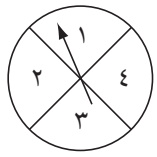
٣) وُضِعت حروفُ الكلمة «الاختبارات» في عشر بطاقاتٍ مُنفصلةٍ؛ وتم اختيار بطاقةٌ عشوائيًّا.
(أ) كيف يُمكنك التأكُّدُ من أنَّ البطاقة اُختيرت عشوائيًّا؟
(ب) أوجد احتمالَ أنَّ البطاقةَ لا تتضمَّن الحرف ا.
(ج) أوجد احتمالَ أنَّ الحرف الذي في البطاقةِ يوجد في الكلمةِ «اختبار».

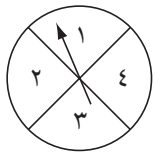
٤) ينتج مُكوِّن الأعداد رقمين في المُربَّعات هكذا.

٤	٦

ينتج كلُّ رقمٍ عشوائيًّا. يُمكن أن يكون أيُّ رقمٍ من ٠ إلى ٩.
أوجد احتمالَ أنَّ:
(أ) الرقم الأوَّل ٤ (ب) الرقم الثاني أصغر من ٨
(ج) لا توجد أصفارٌ.

٥) دوَّاران لهما أربعةُ أوجهٍ كلاهما عليه الأعداد من ١ إلى ٤.





(أ) كوِّن جدولًا لتوضيح الإجماليِّ المُحتمَل لحجريِّ النرد.
(ب) ما إجماليُّ الاحتمالِ المُرجَّح بشكلٍ أكبر؟
(ج) أوجد احتمالَ أنَّ الإجماليَّ هو:
(١) ٣ (٢) أكبر من ٣ (٣) ٥ أو أقل.
(د) كوِّن جدولًا لتوضيح النواتج المُحتمَلة عند ضرب العددين.
(هـ) أوجد احتمالَ أنَّ ناتج الضرب هو:
(١) ٤ (٢) ١١ (٣) أكبر من ١١
(٤) أصغر من ١١ (٥) عددٌ فرديٌّ.

٦) يريد مهندٌ أوجد أنَّ الاحتمال التجريبيَّ، سيكون نفسَ العدد عند رمي ثلاثةِ أحجارِ نردٍ.
(أ) بعد ٢٠ رميةً لم يظهر نفس العدد ثلاث مراتٍ. ما الاحتمالُ التجريبيُّ للحُصول على نفس العدد في الثلاث مرات؟

(ب) استمرَّ مهندٌ في رمي ثلاثة أحجار نردٍ حتى وصلَ إلى ٢٠٠ مرةٍ. وهذه هي النتائج التي حصل عليها.

بعد	٢٠ رميةً	٥٠ رميةً	١٠٠ رميةٍ	٢٠٠ رميةٍ
تكرار ثلاثةِ أرقامٍ مُماثلةٍ	٠	٣	٤	٩

أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ لرمي ثلاثةِ أعدادٍ مُماثلة بعد ٥٠، ١٠٠ و ٢٠٠ رميةٍ.

(ج) اشرح سبب أهميَّة تعدد الرميات ليثق مهند في الاحتمالِ التجريبيِّ.

(د) يطلب مهندٌ إلى أربعةٍ من أصدقائهِ رمي حجرِ نردٍ رُباعيِّ الأوجه ٢٠٠ مرةٍ. وهذه هي النتائج التي تم الحُصول عليها.

الشخص	أ	ب	ج	د
تكرار ثلاثةِ أرقامٍ مُماثلةٍ في ٢٠٠ رميةٍ	٥	٣	١	٧

أوجد الاحتمالَ التجريبيَّ لرمي ثلاثةِ أعدادٍ مُماثلةٍ لكلِّ شخصٍ من الأربعة.

(هـ) اجمع نتائجَ الأشخاصِ الخمسةِ لإيجاد احتمالٍ تجريبيٍّ جديدٍ.

(و) لماذا الإجابة على الجزءِ **(هـ)** هي الاحتمالُ المُرجَّح كونه التقدير الذي يعتمد عليه بالشكل الأكبر؟

٨ النسب المئويَّة

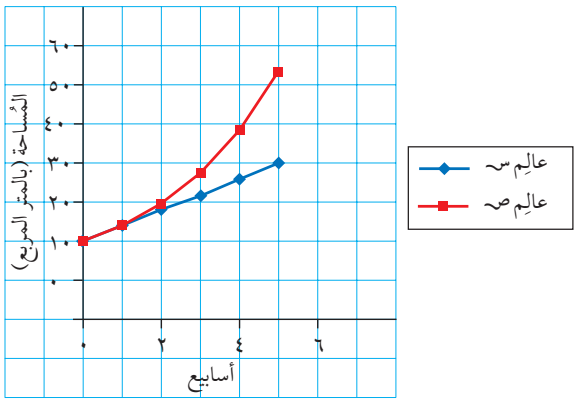
يقيس اثنان من العلماء المساحةَ المُغطَّاة بالأعشاب في بحيرةٍ ما.
تُغطي الأعشاب ١٠ متر٢.

المُفردات

تأكَّد من تعلُّم وفَهْم المُفردات التالية:

- زيادة (increase)
- انخفاض (decrease)
- ربح (profit)
- خسارة (loss)
- خصم (discount)
- فائدة (interest)
- ضريبة (tax)

قاس العالمان هذه المساحة بعد أسبوعين وكانت تغطي ١٤ م٢. وضَع كلُّ عالمٍ فرضيَّةً.
يقول **العالم (س)** أنَّ الزيادةَ تبلُغ ٤ م٢. فهو يعتقد أنَّ المساحة تزداد بحوالي ٤ م٢ كلَّ أسبوعٍ.
بعد أسبوعين ستكون المساحة ١٨ م٢. بعد ثلاثة أسابيع ستكون المساحة ٢٢ م٢. بعد أربعة أسابيع ستكون المساحة ٢٦ م٢.
يقول **العالم (ص)** أنَّ الزيادة ٤٠٪.
ذلك لأنَّ $\frac{٤}{١٠} \times ١٠٠ = ٤٠$٪.
يعتقد العالم أنَّ الأعشاب تزداد بقيمة ٤٠٪ كلَّ أسبوعٍ.
بعد أسبوعين ستكون المساحة
١٤ + ٤٠٪ من ١٤ = ١٤ + ٥,٦ = ١٩,٦ م٢.
بعد ثلاثةِ أسابيع ستكون المساحة
١٩,٦ + ٤٠٪ من ١٩,٦ = ١٩,٦ + ٧,٨٤ = ٢٧,٤٤ م٢.
يوضِّح الرسم البيانيُّ هذا تنبُّؤاتِ العالِمين.
كيف يُمكنهم تحديد أيٍّ منهما على صوابٍ؟
في هذه الوحدة، ستتعلَّم الكثير حول استخدام النسب المئويَّة.
تأكَّد من أنَّك تتذكَّر التكافؤات بين
الكسورِ البسيطةِ والأعدادِ العشريَّةِ والنسبِ المئويَّةِ.



الكسر	١	$\frac{١}{٢}$	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٣}{٤}$	$\frac{١}{٥}$	$\frac{١}{١٠}$	$\frac{١}{١٠٠}$	$\frac{١}{٣}$	$\frac{٢}{٣}$
العدد العشريّ	١	٠,٥	٠,٢٥	٠,٧٥	٠,٢	٠,١	٠,٠١	٠,٣٣...	٠,٦٦...
النسب المئويَّة	١٠٠٪	٥٠٪	٢٥٪	٧٥٪	٢٠٪	١٠٪	١٪	$٣٣\frac{١}{٣}$٪	$٦٦\frac{٢}{٣}$٪

٨-١ استخدامُ الطرقِ الذهنيَّة

من السهل إيجاد بعض النسب المئويَّةِ؛ لأنَّها كسورٌ بسيطةٌ. توجد أمثلةٌ على ذلك في الصفحةِ الأولى من هذه الوحدةِ.

إذا كنت تعرف ١٠٪، يُمكنك إيجادُ أيٍّ من مُضاعفات ١٠٪.

يُمكن استخدامُ الأمثلةِ السهلة لاستنتاجِ النسب المئويَّةِ الأكثر تعقيدًا.

يُمكنك القيامُ بذلك في كثيرٍ من الأحيان بسهولةٍ تامةٍ. لا تحتاج دائمًا إلى آلةٍ حاسبةٍ.

مثال ٨-١

يوجد ٤ ٦٠٠ شخصٍ في إستادٍ. ٥٨٪ منهم ذكور. كم يبلُغ عدد الذكور؟

١٠٠٪ = ٤ ٦٠٠

٥٨٪ = ٥٠٪ + ١٠٪ − ٢٪ — هذه نسبٌ مئويَّةٌ سهلةُ الإيجاد.

٥٠٪ = ٢ ٣٠٠ — ٥٠٪ = $\frac{١}{٢}$

١٠٪ = ٤٦٠ — $\frac{١}{١٠}$ سهل الإيجاد. اقسم على ١٠ فقط.

١٪ = ٤٦ — اقسم ١٠٪ على ١٠ لإيجاد ١٪.

٥٨٪ = ٢ ٣٠٠ + ٤٦٠ − (٤٦ × ٢) = ٢ ٦٦٨ — أجرِ هذه العمليَّةَ الحسابيَّةَ في رأسك أو على الورق.

يُمكنك إيجادُ ٥٠٪ + ٥٪ + ٣٪. هل هذا أسهل؟

تمارين ٨-١

لا تستخدم الآلة الحاسبة في هذا التمرين.

١) أوجد:

(أ) ٣٥٪ من ٨٤ (ب) ٤٩٪ من ٢٣٠ (ج) ٧٧٪ من ٤ ٤٠٠

(د) ٩٩٪ من ٧ ٩٠٠ (هـ) ٤٥٪ من ٥٦ ٠٠٠.

٢) انظر إلى طريقةِ نورٍ لإيجاد ٨٥٪.

٨٥٪ = ٥٠٪ + (٣ × ١٠٪) + (٥ × ١٪)

(أ) أوجد طريقةً أفضل لإيجاد ٨٥٪.

(ب) أوجد ٨٥٪ من:

١) ٧ ٢٠٠ غم ٢) ٦٤ ريالًا ٣) ٣,٦ م

٤) ١ ٨٠٠ مل ٥) ٨٥ ثانية.

٣) أوجد:

(أ) ١٢,٥٪ من ٨٠ (ب) ٠,٥٪ من ٧ ٠٠٠

(ج) ١٥٠٪ من ٦٢ (د) ١٢٥٪ من ٢٦٠

(هـ) ١١٠٪ من ٣٦.

يُمكن أن يكون لديك أكثر من ١٠٠٪.

٤) ٢٦٪ من ٧٨ = ٢٠,٢٨

استخدِم هذه الحقيقة لإيجاد:

(أ) ٥٢٪ من ٧٨ ريالًا

(ب) ١٣٪ من ٧٨ كغم

(ج) ٦٥٪ من ٧٨ كم

(د) ١٠٤٪ من ٧٨ مليونًا.

٥) ١٩٪ من ٢٥٦ = ٤٨,٦٤

استخدم هذه الحقيقةَ لإيجاد:

(أ) ١٩٪ من ١٢٨

(ب) ٩,٥٪ من ٢٥٦

(ج) ١٩٪ من ٥١٢

(د) ٩,٥٪ من ٥١٢.

٦) (أ) وضِّح أنَّ ٣٠٪ من ٦٥ تعادل ٦٥٪ من ٣٠.

(ب) وضِّح أنَّ ٢٠٪ من ٤٥ تعادل ٤٥٪ من ٢٠.

(ج) الآن حاوِل تعميم هذه النتيجة.

٧) انسخ وأكمل الجدولَ التالي.

النسب المئويَّة	٥٪	٢٠٪	٤٠٪	٦٠٪	٨٠٪	١٢٠٪
المبلغ (بالريال)			٧٢			

٨-٢ مقارنةُ الكميَّاتِ المُختلفةِ

ستحتاج في الغالب إلى مقارنةِ مجموعاتٍ بقياساتٍ مُختلفةٍ.

لنفترض أنَّ، في إحدى المدارس، خضع ٨٥ طالبًا لاختبارٍ، اجتاز الاختبار ٥٩.

في مدرسةٍ أخرى، خضع ٢٣٧ طالبًا لاختبارٍ واجتازه ١٤٧.

أيُّ مدرسةٍ حقَّقت نتيجةً أفضل؟ من الصعب التحديد؛ لأنَّ كلَّ مدرسةٍ لديها عددٌ مختلفٌ من الطلاب.

يوضِّح المثالُ المحلولُ كيفيَّة استخدام النسب المئويَّة لمساعدتك للإجابة عن أسئلةٍ مثل هذه.

مثال ٨-٢

في المدرسة (أ)، خضع ٨٥ طالبًا لاختبارٍ بينما اجتازه ٥٩.
في المدرسة (ب)، خضع ٢٣٧ طالبًا لاختبار رياضيَّاتٍ بينما اجتازه ١٤٧.
أيُّ مدرسةٍ حصلت على مُعدَّل نجاحٍ أفضل؟

٥٩ من ٨٥ = ٥٩ ÷ ٨٥ = ٦٩٪
٥٩ ÷ ٨٥ = ٠,٦٩٤... = ٦٩٪ لأقرب عددٍ كاملٍ.
١٤٧ من ٢٣٧ = ١٤٧ ÷ ٢٣٧ = ٦٢٪
١٤٧ ÷ ٢٣٧ = ٠,٦٢٠... = ٦٢٪ لأقرب عددٍ كاملٍ.
مُعدَّل النجاح في المدرسة (ب) أفضل بنسبة ٧ نقاطٍ مئويَّة.
يتم تحديد الفرق بين ٦٢٪ و٦٩٪ في «نقاطٍ مئويَّة».

تمارين ٨-٢

المكان هو الموقع الذي يقع فيه حدثٌ ما. في هذه الحالة هو السينما أو المسرح.

١) يوجد ٢٧٠ شخصًا في سينما؛ من بينهم ١٦٨ سيدةً و١٠٢ رجل.
يوجد ١٥٢ شخصًا في مسرحٍ؛ من بينهم ٧٨ سيدةً و٧٤ رجلًا.
(أ) احسب النسبةَ المئويَّة للسيدات في كلِّ مكانٍ.
(ب) احسب النسبةَ المئويَّة للرجال في كلِّ مكانٍ.

٢) يوجد ٤٢٥ بنتًا و٣٨١ ولدًا في استاد كرة القدم؛ ٣١ بنتًا و ٤٨ ولدًا يعانون من زيادة الوزن.
(أ) احسب النسبةَ المئويَّة للبنات اللاتي يعانين من زيادةِ الوزن.
(ب) احسب النسبةَ المئويَّة للأولاد الذين يعانون من زيادةِ الوزن.
(ج) احسب النسبةَ المئويَّة لكلِّ الطلابِ الذين يعانون من زيادة الوزن.

٣) يوجد في المدينة (أ) ٤٠٠ ٥ شاب تبلُغ أعمارُهم ١٨ عامًا أو أقلَّ. كما يوجد ٩٣٠٠ شخصٍ تبلُغ أعمارُهم أكثر من ١٨ عامًا.

يوجد في المدينة (ب) ٩٣٠٠ شخصٍ من الشباب تبلُغ أعمارهم ١٨ عامًا أو أقلَّ. كما يوجد ٦٠٠ ٢١ شخص تبلُغ أعمارُهم أكثر من ١٨ عامًا.

(أ) احسب النسبةَ المئويَّةَ للشباب في كلِّ مدينةٍ.

(ب) ما المدينةُ التي تحتوي على نسبةٍ أكبرَ من الشباب؟

٤) يوضَّح الجدول المقابل نتائج مسح أُجريَ في مصنعٍ.

(أ) ما النسبةُ المئويَّةُ للرجال الذين يرتدون نظَّاراتٍ؟

(ب) قارن النسبَ المئويَّةَ للرجال والسيدات الذين يرتدون نظَّاراتٍ.

	يرتدون نظَّاراتٍ	لا يرتدون نظَّاراتٍ	الإجماليّ
رجال	١٢	٦٤	٧٦
سيِّدات	٩	٣٢	٤١

٥) يوضِّح الجدول المقابل أعمارَ السيَّاراتِ التي يمتلكها مجموعتين من الأشخاص.

استخدم النسبَ المئويَّةَ لمُقارنة أعمارِ السيَّاراتِ التي يمتلكها المهندسين والمُحاسبين.

عمر السيَّارة	أقل من ٥ سنواتٍ	٥ سنواتٍ أو أكثر
المُهندسون	٣٤	٥٣
المُحاسبون	٤١	١٠٢

٨-٣ تغييراتُ النسبةِ المئويَّةِ

يُمكنك استخدامُ النسبِ المئويَّةِ لوصفِ تغييرٍ في كميَّةٍ ما. يُمكن أن يكون هذا التغيير هو **زيادةٌ** أو **انخفاضٌ**.

يتمُّ دائمًا احتسابُ نسبةٍ مئويَّةٍ للتغيير كنسبةٍ مئويَّةٍ للقيمة الأوليَّة.

القيمة الأوليَّة هي ١٠٠٪. من المهمِ اختيار القيمةِ الصحيحةِ لتكون ١٠٠٪.

مثال ٨-٣

زار ٨٠٠ شخصٍ متحفًا في شهر مايو. زار ٩٠٠ شخصٍ في شهر يونيو. في يوليو، كان العدد ٨٠٠ مرةً أخرى.

أوجد:

(أ) النسبةَ المئويَّةَ للزيادة من مايو إلى يونيو (ب) النسبةَ المئويَّةَ للانخفاض من يونيو إلى يوليو.

(أ) ١٠٠٪ = ٨٠٠ فالقيمة الأوليَّة في مايو.

الزيادة هي ١٠٠ . ٩٠٠ − ٨٠٠

النسبة المئويَّة للزيادة هي $\frac{١٠٠}{٨٠٠} \times ١٠٠ = ١٢,٥٪$. يُبسَّط الكسرُ $\frac{١٠٠}{٨٠٠}$ إلى $\frac{١}{٨}$.

(ب) ١٠٠٪ = ٩٠٠ القيمة الأوليَّة هي ٩٠٠ هذه المرة.

الانخفاض هو ١٠٠ . انخفاض من ٩٠٠ إلى ٨٠٠

النسبة المئويَّة للانخفاض هي $\frac{١٠٠}{٩٠٠} \times ١٠٠ = ١١,١٪$. يُبسَّط الكسرُ $\frac{١٠٠}{٩٠٠}$ إلى $\frac{١}{٩}$.

التمرين ٨-٣

١) فيما يلي أسعارُ ثلاثةِ أصنافٍ في المتجر.

لعبة ٤٠ ريالًا هاتف ١٢٠ ريالاً حاسب آلي ٥٠٠ ريالٍ

زاد المتجر كل الأسعار بمبلغ ١٠ ريالاتٍ. أوجد زيادة النسبةِ المئويَّةِ لكلِّ صنفٍ.

٢) فيما يلي كُتلةُ أجسام ثلاثةِ أطفالٍ في شهر إبريل.

ربيع ٦ كغم مهند ١٤ كغم كريم ٢٥ كغم

على مدار سنةٍ، زادت كُتلة جسم كلِّ واحدٍ منهم بنسبة ١٠٪. استنتج الكُتلةَ الجديدةَ لكلِّ طفلٍ.

٣) (أ) زاد ارتفاعُ نباتٍ في أسبوعٍ من ٣٠ سم إلى ٣٥ سم. احسب النسبةَ المئويَّةَ للزيادة.

(ب) زاد الارتفاعُ في الأسبوع التالي بنسبة ١٢٪. احسب الارتفاع الجديد.

٤) يبلُغ وزن عزت ٨٤ كغم. كان يركض كلَّ يومٍ وبدأت كُتلة جسمه في الانخفاض.

بعد شهرٍ واحدٍ كانت كُتلة جسمه ٧٨ كغم. ما النسبة المئوية للانخفاض في كُتلة الجسم؟

٥) (أ) تزيد سرعةُ سيَّارةٍ من ٩٠ كم/ ساعة إلى ١٢٠ كم/ ساعة. ما النسبة المئويَّة للزيادة؟

(ب) هناك بعض التغييرات في السرعة. اكتب كلَّ سرعةٍ كنسبةٍ مئويَّةٍ.

١) من ٤٠ كم/ ساعة إلى ٥٥ كم/ ساعة

٢) من ٥٥ كم/ ساعة إلى ٧٠ كم/ ساعة

٣) من ٧٠ كم/ ساعة إلى ٤٠ كم/ ساعة

٦) كان سعرُ سيَّارةٍ هو ١٠٠٠٠. في التخفيضات خُفِّض السعر بنسبة ٤٪. بعد التخفيضات، زاد السعر بنسبة ٤٪.

السعر بعد التخفيضات هو ١٠٠٠٠ ريال مرةً أخرى.

(أ) ما الخطأُ الذي ارتكبه أحمد؟

(ب) ما السعرُ الصحيحُ بعد التخفيضات؟

٧) لاحظ خبيرٌ في الإحصاء عددَ سكانِ دولته خلال ثلاث سنواتٍ مُختلفةٍ.

١٩٠٠: ٤,٦ ملايين ١٩٥٠: ٧,٢ ملايين ٢٠٠٠: ١٣,٨ مليونًا

أوجد النسبةَ المئويَّةَ للزيادة:

(أ) من ١٩٠٠ إلى ١٩٥٠ (ب) من ١٩٥٢٠ إلى ٢٠٠٠

(ج) من ١٩٠٠ إلى ٢٠٠٠.

٨-٤ أمثلةٌ عمليَّةٌ

فيما يلي بعضُ الأمثلةِ الواقعيَّة على استخدامات النسبِ المئويَّة.

الربح = البيع بمبلغ أكبر من المبلغ الذي تشتري به.
الخسارة = البيع بمبلغ أقلّ من المبلغ الذي تشتري به.

- إذا اشتريت سلعةً ما ثُمَّ بعتها، يكون الفرق بين السعرين هو **ربحٌ** أم **خسارةٌ**.

يتمُّ تحديد هذا الفرق كنسبةٍ مئويَّةٍ من سعر الشراء.

إذا اشتريت سلعةً بمبلغ ٢٠ ريالًا وبعتها بمبلغ ١٥ ريالًا، فستتعرض لخسارةٍ قدرها ٥ ريالاتٍ أو ٢٥٪.

- عند شراءِ سلعةٍ ما من المُمكن أن يتمَّ تقديم لك **خصم**.

يُعتبر هذا تخفيضًا في السعر. يتمُّ تحديده عادةً كنسبةٍ مئويَّةٍ.

إذا كان السعر الأصليُّ هو ٢٠ ريالًا، يُمكنك الحصولُ على ١٠٪ خصم، فستدفع ١٨ ريالًا فقط.

٣٪ من ٢٠٠٠٠ ريالًا هو ٦٠٠ ريالٍ

- إذا ساعدك بنكٌ لشراء صنفٍ، قد تضطر إلى سدادِ مبلغٍ أكبرَ من المبلغ الذي اقترضته. هذه هي **الفائدةُ** التي يفرضها البنكُ. يتمُّ تحديدها كنسبةٍ مئويَّةٍ من التكلفة. إذا كانت تكلفة السيارة هي ٢٠٠٠٠ ريالٍ ومعدل الفائدة هو ٣٪ ، فستدفع ٢٠٦٠٠ ريالٍ.
- إذا اشتريت سلعةً ما، فقد يتضمَّن السعر **ضريبةً**. تُسمَّى هذه الضريبة ضريبةَ مبيعاتٍ. عند كسبِ النقود قد تضطر إلى دفعِ ضريبةٍ على ما تكسبه. تُسمَّى هذه الضريبة ضريبةَ الدخلِ.

مثال ٨-٤

يكسب شخص ٤٥٠٠٠ ريالٍ في السنة.
يمكنه أن يكسب ٥٠٠٠ ريالٍ بدون دفع أيِّ ضرائب. هذا الشخص يدفع ٣٠٪ ضريبة على أيِّ شيءٍ يُقدَّر بأكثر من ٥٠٠٠ ريال.
(أ) أوجد مقدار الضريبة التي يدفعها.
(ب) ما النسبةُ المئويَّةُ لدخله التي يدفع عليها ضريبةَ الدخلِ؟

(أ) ٤٥٠٠٠ − ٥٠٠٠ = ٤٠٠٠٠ هذا هو ربحه الخاضع للضريبة. يدفع هذا الشخص الضريبةَ على هذا المبلغ.
٣٠٪ من ٤٠٠٠٠ = ١٢٠٠٠ هذا هو ٠,٣٠ × ٤٠٠٠٠
هو يدفع ١٢٠٠٠ ريالٍ.

(ب) $\frac{١٢٠٠٠}{٤٥٠٠٠} \times ١٠٠ = ٢٦,٦٪$ ٤٥٠٠٠ = ١٠٠٪. قُرِّبَت الإجابة إلى منزلةٍ عشريَّةٍ واحدةٍ.

تمارين ٨-٤

نسبة الربح هي نسبةٌ مئويَّةٌ من ٢٤٠.

١) اشترى رجلٌ خنجرًا مطليًّا بالفضة بمبلغ ٢٤٠ ريالًا وباعه بمبلغ ٣٠٠ ريالٍ.
احسب نسبة الربح.

٢) اشترى رجلٌ سيَّارةً بمبلغ ٦٩٠٠ ريالٍ. باعها بمبلغ ٥٠٠ ٢ ريالٍ.
احسب النسبةَ المئويَّةَ للخسارةِ.

٣) اشترى تاجرٌ بعضَ البضائع بمبلغ ٨٢٠ ريالًا. عند بيعها، حقَّق ربحًا بنسبةِ ٣٥٪.
(أ) احسب الربحَ، بالريالِ. (ب) احسب المبلغَ الذي باع البضائع به.

٤) سعر القميص ٦,٥٠٠ ريالاتٍ.
إذا اشتريت ثلاثةَ قمصان، يُمكنك الحصولُ على خصمٍ بنسبة ١٠٪.
احسب المبلغَ الذي وفَّرته إذا اشتريت ثلاثةَ قمصان.

٥) يضيف كلُّ مطعمٍ ضريبةَ خدمةٍ قدرها ٥٪ على كلِّ فاتورةٍ.
(أ) هذه هي إجماليَّات فواتير بعضِ العائلات قبل إضافةِ الضريبة. احسب الفاتورةَ بعد إضافةِ الضريبةِ.
١) ٤٢,٢٠٠ ريالًا ٢) ١٩,٥٠٠ ريالًا ٣) ٦٤,٨٠٠ ريالًا
(ب) زاد مُعدَّل الضريبة إلى ٧٪. احسب مبلغَ الضريبةِ الإضافيَّة التي يجب دفعها في كلِّ حالةٍ.

٦) يستثمر شخصٌ مبلغَ ٤٥٠٠ ريالٍ في بنكٍ. يدفعُ البنكُ ٨٪ فائدة.
(أ) احسب الفائدةَ، بالريال. (ب) احسب الإجماليَّ.

٧) أودعت سيِّدةٌ مبلغ ٥٦٠ ريالًا في بنكٍ.
(أ) قرَّر البنكَ أن يمنح كلَّ عملائه فائدةً بنسبة ٤,٥٪. احسب المبلغَ الذي تحصل عليه من الفائدة.
(ب) في السنة التالية، كان لديها ٧٢٠ ريالاً في البنك وحصلت على فائدةٍ تبلُغ ٢٧,٣٦٠ ريالًا. كم كانت النسبةُ المئويَّةُ لمُعدَّلِ الفائدة؟

٨) اقترض سامح من البنك مبلغ ٦٤٠٠ ريالٍ.
وافق البنك على إعطاء سامح القرض بفائدةٍ تبلُغ نسبتها ٢٪ كلَّ سنةٍ لمدة أربعِ سنواتٍ.
احسب إجماليَّ مبلغ الفائدة الذي سيدفعه سامح.

٩) يكسب جابر مبلغَ ٢٧٥ ٥٤ ريالاً في السنة.
لا يدفع جابر ضريبةً على أوَّل ٣٠٠٠٠ ريالٍ.
يدفع ضريبةً بنسبة ١٢٪ على كلِّ المبالغ التي يكسبها أكثر من ٣٠٠٠٠ ريالٍ.
(أ) احسب مبلغَ الضريبةِ الذي يدفعه.
(ب) احسب النسبةَ المئويَّةَ لربحه التي يدفع عليها ضريبة الدخل.
(ج) إذا زاد مُعدَّل ضريبةٍ ليصبح ٢١٪، ما مبلغُ الضريبة الإضافيُّ الذي سيدفعه جابر؟

١٠) يبلُغ سعرُ سيَّارةٍ مستعملةٍ ٢٣٧٥ ريالًا.
أيٌّ من العروض الثلاثة على اليسار هو أفضلُ عرضٍ؟
أعطِ سببًا لإجابتِك.

٩٠٠ ريالٍ تخفيض

١٥٪ خصم

ادفع سبعةَ أثمانٍ

١١) اشترت سماح اثنتي عشرة زجاجة عطرٍ بمبلغ ١٤٥ ريالًا ثُمَّ باعت كلَّ الزجاجات بمبلغ ١٨,٥٠ لكلِّ زجاجةٍ.
احسب ربحَ وخسارةَ سماح. اكتب إجابتَك كنسبةٍ مئويَّةٍ.

١٢) اشترى تاجر تحفًا ثلاثة أصنافٍ ثُمَّ باعهم.
الأسعار موضَّحة في الجدول المقابل.
(أ) احسب نسبةَ الربح والخسارة التي تخصُّ كلَّ صِنفٍ.
(ب) إجماليَّ نسبة الربح أو الخسارة للثلاثة أصناف معًا.

الصِنف	ساعة	عِقد	صورة
سعر الشراء	١٢٠ ريالًا	٤٢ ريالًا	٨٩٠ ريالًا
سعر البيع	٢٠٥ ريالاتٍ	٩٥ ريالًا	٧٢٥ ريالًا

ملخص

يجب أن تعرف أنَّ:

- ★ يُمكن كتابةُ النسبِ المئويَّة ككسورٍ أو نسبٍ مئويَّةٍ. يكون ذلك مُفيدًا عند إجراء العمليَّات الحسابيَّة الذهنيَّة.
- ★ تعتبر الكسورُ والنسبُ المئويَّةُ طريقةً جيِّدةً لمُقارنة الكميَّات المُختلفة.
- ★ يُمكنك حلُّ المسائل التي تتضمَّن تغيرات النسبة المئويَّة.
- ★ يُمكنك حلُّ المسائل التي تتضمَّن الربح والخسارة والفائدة والخصم والفائدة وضريبة الدخل.
- ★ يُمكنك حلُّ المسائل التي تتضمَّن النسب المئويَّة، إمَّا ذهنيًّا أو بالآلةِ الحاسبةِ.

يجب أن تكون قادرًا على:

- ★ توسيع طريقة الحسابات الذهنيَّة للعمليَّة الحسابيَّة، التعامل مع الأعداد العشريَّة والكسور والنسب المئويَّة والعوامل، استخدام ملاحظاتٍ كتابيَّة حيثما يكون ذلك مناسبًا.
- ★ معرفة الوقت الذي تحتاج فيه إلى استخدام الكسور أو النسب المئويَّة لمُقارنة الكميَّات المُختلفة.
- ★ حلِّ المسائل التي تتضمَّن تغييرات النسبة المئويَّة واختيار العدد الصحيح لاعتباره ١٠٠٪ أو كعددٍ كاملٍ، تضمين المسائل البسيطة التي تتضمَّن الشؤون المالية الشخصيَّة والأسريَّة، على سبيل المثال، الفائدة البسيطة والخصم والربح والخسارة والضريبة.
- ★ الحساب بدقةٍ واختيار عمليَّاتٍ وطرقٍ ذهنيَّةٍ أو كتابيَّة مناسبة للأعداد والسياق.

مراجعةُ نهايةِ الوحدة

١) احسب النسبَ المئويَّة التالية. لا تستخدم آلةً حاسبةً.

(أ) ٦٠٪ من ٨٤ (ب) ٩٠٪ من ٣٢٠

(ج) ١٥٪ من ٤٢,٦ (د) ٣١٪ من ٦٣٠

٢) بدون استخدامِ آلةٍ حاسبةٍ، احسب:

(أ) ٣٥٪ من ٢٠٠٠ ملم (ب) ٤٠٪ من ٩٦٠ كغم

(ج) ١٢٠٪ من ٧٦٠ ساعةً.

٣) ٢٧٪ من ٤٣٠ = ١١٦,١

استخدم هذه الحقيقة لإيجاد:

(أ) ٢٧٪ من ٨٦٠ (ب) ٢,٧٪ من ٤٣٠

(ج) ٥٤٪ من ٢١٥ (د) ١٣,٥٪ من ٤٣٠٠.

٤) يوضِّح هذا الجدول عددَ الرجال والسيِّدات الذين يذهبون إلى العمل بالمواصلات العامة.

	يذهبون للعمل بالمواصلات العامة	لا يذهبون للعمل بالمواصلات العامة	الإجماليّ
رجال	١٥	٤١	٥٦
سيِّدات	٣٨	٨٢	١٢٠

(أ) احسب النسبةَ المئويَّة للرجال الذين يذهبون إلى العمل بالمواصلات العامة.

(ب) احسب النسبةَ المئويَّةَ للسيِّدات اللاتي لا يذهبن إلى العمل بالمواصلات العامة.

(ج) اقرأ ما يقوله هلال.

الاحتمال المُرجَّح أنَّ الرجال هم الذين يذهبون إلى العمل بالمواصلات العامة أكثر.

هل الأرقامُ في الجدول تتوافق مع هذه العبارةِ؟ أعطِ سببًا لإجابتِك.

٥) في سنة من السنوات، في المدرسة (أ)، غادر ١٦٢ طالبًا كما دخل ١٠٩ طلابٍ الجامعة.
في المدرسة (ب)، غادر ٧٥ طالبًا كما دخل ٦٨ طالبًا الجامعة.
قارن النسبَ المئويَّةَ للطلاب الذين دخلوا الجامعة من كلِّ مدرسةٍ.

٦) احسب نتائجَ التغييرات التالية.

(أ) زاد حشدٌ من الناس يبلُغ عدده ٨٠٠٠ شخصٍ بنسبة ٢٠٪.

(ب) انخفض سعرُ السيَّارة الذي يبلغ ٤٣٠٠٠ بنسبة ٦٪.

(ج) زادت كُتلة جسم الرضيع الذي يبلغ ٣,٢٠ كغم بنسبة ٨٠٪.

٧) اقرأ ما تقوله مها.
اشرح لماذا هي على صوابٍ.

٨) قبل الخصم، كان سعرُ السيَّارةِ اللعبة ٣,٤٠٠ ريالاتٍ.
طبَّق المتجر خصمًا بنسبة ١٠٪ على كلِّ سيَّارةٍ.
احسب تكلفة ٢٨ سيارةً بعد الخصم.

٩) اشترى تاجر ١٢ قميصًا بمبلغ ١٥٠ ريالًا. باع ١١ قميصًا منهم بمبلغ ٢٠ ريالًا للواحد وقميصًا واحدًا بسعر ١٠ ريالاتٍ.
احسب النسبةَ المئويَّةَ لإجماليِّ ربح أو خسارة التاجر.

١٠) سعرُ جهاز الحاسب الآلي ٦٩٥ ريالًا. يقدِّم المتجر خصمًا قيمته ١٥٪.
احسب سعرَ الخصم.

١١) كسب علاء هذه السنة ٥٢٧٠٠ ريالٍ.
يجب أن يدفع ٢٨٪ على كلِّ مبلغٍ يكسبه أكثر من ١٢٨٠٠ ريالٍ.
(أ) احسب مقدارَ الضريبة التي يجب أن يدفعها.
(ب) احسب النسبةَ المئويَّةَ من الدخل التي يدفعها في الضريبةِ.

مراجعة نهاية العام

الفصل الدراسي الأول

١) استنتج إجابات ما يلي.

(أ) $٦ + (-٥)$ (ب) $-٤ - (-٦)$

(ج) $٣ \times (-٤)$ (د) $-١٨ \div ٦$

٢) انسخ العبارات التالية وأكملها.

(أ) $٦^{٣} \times ٦^{٧} = ٦^{\square}$ (ب) $٨^{٥} \div ٨^{٢} = ٨^{\square}$

(ج) $٩^{-١} = \frac{١}{\square}$ (د) $١٥^{\cdot} = \square$

٣) أوجد إجابات ما يلي ذهنيًا.

(أ) $٩ \times ٠,٢$ (ب) $١٢ \times ٠,٠٤$ (ج) $٦ \div ٠,٢$

(د) $٢٤ \div ٠,٠٦$ (هـ) $٠,٤ \times ٠,٨$ (و) $٠,٤ \div ٠,٠٢$

٤) أوجد إجابات ما يلي.

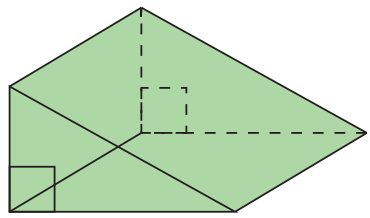
(أ) ٢٦×١٠^{٣} (ب) $٠,٠٧ \times ١٠^{-١}$

(ج) $٢٤ \div ١٠^{٤}$ (د) $٠,٨ \div ١٠^{-٢}$

٥) اكتب العلامة الصحيحة من بين (= أو < أو >) في كل مربع من المربعات الفارغة والموجودة بين العبارات العددية أدناه.

(أ) $٢٠ - ٣ \times ٥ \square ١ + \frac{٤٥}{١٥}$ (ب) $٤٠ - ٥^{٢} \square ٣(٣٨ - ٣٣)$

٦) ارسم مخطط شبكة للمنشور الثلاثي التالي.



٧) أوجد إجابات الأسئلة التالية.

اكتب كل إجابة في أبسط صورة وفي صورة عدد كسري إذا أمكن الأمر.

(أ) $\frac{١}{٨} \times ٣٦$ (ب) $\frac{٢}{٥} \times \frac{١٥}{١٦}$

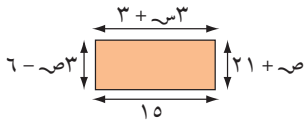
(ج) $٩ \div \frac{٣}{٨}$ (د) $\frac{٤}{٥} \div \frac{١٢}{٢٥}$

٨) حِل المعادلات التالية.

(أ) س + ٣ = ١٥ (ب) ٤ س = ١٢

(ج) س − ٢ = ١٣ (د) $\frac{س}{٣}$ + ٩ = ١٤

٩) أوجد قيم «س» و«ص» في المخطط التالي.

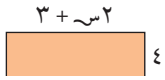


جميع القياسات بالسنتيمتر.

١٠) بسِّط كل عبارة من العبارات التالية.

(أ) $س^{٦} \times س^{٤}$ (ب) $٢٥ر^{٩} \div ٥ر^{٣}$

١١) اكتب عبارة تعبر عن ما يلي:



(أ) محيط

(ب) مساحة هذا المستطيل.

اكتب كل عبارة في أبسط صورها.

١٢) استخدم الصيغة ر = م أ + ش لإيجاد قيمة:

(أ) ر في حالة م = ٨ و أ = ٥ و ش = ١٢

(ب) أ في حالة ر = ٤٦ و ش = ١٨ و م = ٤.

١٣) (أ) حلل كلٍ من العبارات التالية إلى عوامل.

(١) ٥س − ١٥ (٢) ١٢ سص − ٨ص

(ب) بسِّط كل عبارة من العبارات التالية.

(١) $\frac{س}{٢} + \frac{س}{٥}$ (٢) $\frac{٢ س}{٣} + \frac{ص}{٤}$

(ج) فُكّ كل عبارة من العبارات التالية وبسِّطها.

(١) (س + ٦) (س − ٢) (٢) $(س + ٤)^{٢}$

١٤) انسخ العبارات التالية وأكملها.

(أ) ٦ $م^{٢}$ = □ $سم^{٢}$ (ب) ٥٥٠ $ملم^{٢}$ = □ $سم^{٢}$

(ج) ٠,٨ $م^{٣}$ = □ $سم^{٣}$ (د) ٢,٥ $سم^{٣}$ = □ $ملم^{٣}$

(هـ) ٤٥٠ $سم^{٣}$ = □ مل (و) ٣,٦ هكتار = □ $م^{٢}$

١٥) دائرة يبلغ نصف قطرها ٦,٥ سم. أوجد ما يلي:

(أ) مساحة الدائرة

(ب) محيط الدائرة.

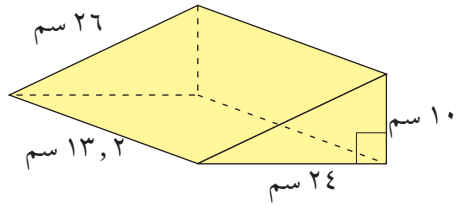
اكتب إجابتك صحيحة مقربة لمنزلة عشرية واحدة. استخدم زر «π» (ط) في الآلة الحاسبة الخاصة بك.

١٦) أوجد: (١) الحجم (٢) مساحة السطح

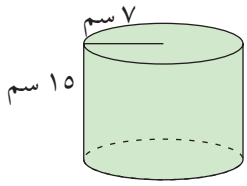
للمنشور الثلاثي والاسطوانة.

اكتب إجاباتك عن القسم (ب) صحيحة ومقرّبة لمنزلة عشرية واحدة.

(أ)



(ب)



١٧) ترمي جميلة حجر نرد مكوّن من ٨ أوجه وعلى كل وجه عدد من ١ إلى ٨.

(أ) ما احتمال أن يظهر العدد ٢ على حجر النرد؟

(ب) ما احتمال ألا يظهر العدد ٦ على حجر النرد؟

(ج) تم رمي حجر النرد ٥٠ مرة وظهر عدد فردي ٢٨ مرة. أوجد الاحتمالات التجريبية لظهور عدد زوجي.

١٨) اشترى كريم منزلًا كبيرًا بمبلغ ١٣٠ ٠٠٠ ريال.

وبعد خمس سنوات باعه بمبلغ ١٤٠ ٤٠٠ ريال.

(أ) ما نسبة ربحه؟

(ب) وضح كيفية التحقق من صحة إجابتك.

قاموس المصطلحات

BIDMAS	اختصار يتكون من الحروف الأولية للكلمات التالية: Brackets, Indices (powers), Division, Multiplication, Addition and Subtraction.	٢٢
π	قيمة محيط أي دائرة مقسوم على قطرها؛ ويبلغ تقريبًا ٣,١٤.	٦٧
أبسط صورة (الكسور) **(simplest form (fractions))**	الكسر في حالة قسمة كل من البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر لهما.	٣٦
أسّ (الجمع أسس) **(index (plural indices))**	عدد يُستخدم لتوضيح القوى، في ٣٤، العدد ٤ هو الأسّ.	١١
اثبت **(prove)**	تقديم البرهان.	٢٨
احتمال نظري **(theoretical probability)**	احتمال يتم إيجاده باستخدام النتائج المرجحة بالتساوي.	٧٩
الأعداد المعنوية **(significant figures)**	العدد المعنوي الأول هو أول رقم غير صفري في العدد؛ مثلاً، الرقم ٢ هو أول عدد معنوي في كل من العددين ١٤٦ ٢ و ٠٠٠,٠٢٤٠٥.	٢٠
الاحتمال التجريبي **(experimental probability)**	احتمال يتم تقديره من بيانات تم جمعها في تجربة.	٧٩
البرهان **(proof)**	حجة لتوضيح صحة عبارة أو حقيقة ما.	٢٨

الحلّ (solution)	قيمة أي حرف مجهول أو حروف مجهولة في المعادلة.	٤٧
الخسارة (loss)	عكس الربح؛ مثلاً، فإنك تخسر إذا اشتريت شيء ما ثم بعته بسعر أقل من سعر تكلفته.	٨٧
الخصم (discount)	تخفيض في سعر شيء ما.	٨٧
الربح (profit)	النقود التي يتم كسبها بعد عملية تجارية مثلاً، فأنت تجني الربح إذا اشتريت شيئًا ثم بعته بمبلغ أكبر من مبلغ تكلفته.	٨٧
الزاوية الخارجية (exterior angle)	زاوية خارج المثلث، أو مضلع آخر، بين ضلع ممتد والضلع الموجود بجانبه.	٢٨
الطرق الحسابية الكتابية (jottings)	ملاحظات قصيرة مكتوبة، وليست عمليات حل كاملة.	١٦
العامل المشترك الأكبر (HCF) (highest common factor (HCF))	أكبر عدد يكون عامل لعددين آخرين أو أكثر.	٣٦
الفائدة (interest)	المبلغ المكتسب نظير إقراض النقود.	٨٧
القاسم المشترك الأصغر (lowest common denominators)	أصغر عدد كامل يمكن استخدامه كمقام لكسرين أو أكثر.	٣٧

القوى **(power)**	عدد مكتوب باستخدام الأسّ؛ فالقوى الرابعة للعدد ٣ تُكتب بهذا الشكل ٣٤ = ٣ × ٣ × ٣ × ٣ = ٨١	١١
المنشور **(prism)**	مجسم ثلاثي الأبعاد بنفس المقطع العرضي على مدى طوله وهو ما يُستخدم عادةً لتسمية المنشور، مثل المنشور الثلاثي أو المنشور الثماني.	٦٩
باستخدام المجهول **(in terms of)**	استخدام الحروف لتمثيل الأعداد المجهولة، لكتابة تعبير جبري.	٥٢
تبسيط **(simplify)**	(عبارة أو معادلة) تجميع كل الحدود المتشابهة، من خلال الجمع والطرح، للتعبير عن كل حد في أبسط صورة.	٣٦
تحليل إلى عوامل **(factorise)**	كتابة عدد أو تعبير جبري كناتج لضرب العوامل.	٥٧
ترتيب العمليات **(order of operations)**	الترتيب الذي يجب أن تتم به العمليات، عند إجراء العمليات الحسابية التي تتطلب أكثر من عملية واحدة.	٢٢
تغيير المجهول **(changing the subject)**	إعادة ترتيب الصيغة أو المعادلة لتغيير المتغير وهو مجهول الصيغة إلى متغير آخر من المعادلة.	٥٥
حذف العوامل المشتركة (الكسور) **(cancelling common factors (fractions))**	قسمة بسط ومقام الكسر على أي عامل مشترك.	٣٩
حل **(solve)**	حساب قيمة أي حرف مجهول أو حروف مجهولة في المعادلة.	٤٧

زوايا متناظرة (في الخطوط المتوازية) **(corresponding angles (in parallel lines))**	الزوايا بين اثنين من الخطوط المتوازية ومستعرض واحد، وتكون في نفس المواضع النسبية.	٢٨
شبكة للمجسم **(net)**	مخطط مسطح يمكن طيّه لتكوين أوجه المجسم.	٢٦
ضريبة **(tax)**	نقود يتم دفعها للحكومة لتمويل الإنفاق العام.	٨٧
عدد صحيح **(integer)**	عدد من مجموعة الأعداد الكاملة ..... ، -٣، -٢، -١، ٠، ١، ٢، ٣،	٨
عشوائي **(random)**	يصف حالة تكون النتائج فيها احتمالاتها متساوية.	٧٥
عشوائيًا **(at random)**	انظر عشوائي.	٧٥
عملية عكسية **(inverse operation)**	العملية التي لها تأثير عكسي؛ معكوس «جمع ٥» يكون «طرح ٥».	٤٧
قلب الكسر وضربه **(invert and multiply)**	طريقة للقسمة على كسر؛ يتم قلب الكسر «المقسوم عليه» ومن ثم ضرب الكسرين.	٤١
كتابة (الجبر) **(construct (algebra))**	استخدام المعلومات لكتابة صيغة.	٤٩

كسر جبري (algebraic fraction)	كسر يتضمن مجهول جبري واحد على الأقل.	٥٨
متنافية (mutually exclusive)	تكون النتيجتان متنافيتان في حالة عدم إمكانية حدوثهما معًا في نفس الوقت.	٧٧
مجهول المعادلة (subject of the formula)	متغير واحد في ناحية واحدة (عادة ما يكون ناحية اليسار) من الصيغة أو المعادلة.	٥٥
مقطع عرضي (cross-section)	السطح الناتج عن قطع شريحة بطول الشكل المجسم.	٦٩
هكتار (hectare)	وحدة مترية قياسية تُستخدم لقياس المساحات الكبيرة؛ ١ هكتار = ١٠٠٠٠ متر مربع.	٦٦
يزيد (increase)	التكبير أو الزيادة في العدد.	٨٦
ينخفض (decrease)	التصغير أو التقليل في العدد.	٨٦

شكر وتقدير

يتوجه المؤلفون والناشرون بالشكر الجزيل إلى جميع من منحهم حقوق استخدام مصادرهم أو مراجعهم وبالرغم من رغبتهم فى الإعراب عن تقديرهم لكل جهد تم بذله، وذكر كل مصدر تم استخدامه لإنجاز هذا العمل، إلا أنه يستحيل ذكرها وحصرها جميعاً وفي حال إغفالهم لأي مصدر أو مرجع فإنه يسرهم ذكره في النسخ القادمة من هذا الكتاب.

تم بحمد الله