قررت وزارة التعليم تدريس
هذا الكتاب وطبعه على نفقتها

وزارة التعليم
Ministry of Education

المملكة العربية السعودية

الرياضيات

كتاب التمارين

الصف الثالث المتوسط

الفصل الدراسي الثاني

قام بالتأليف والمراجعة
فريق من المتخصصين

يُوزع مجاناً ولا يُباع

طبعة ١٤٤١ ـ ٢٠١٩

ⓒ وزارة التعليم ، ١٤٣٨هـ

فهرسة مكتبة الملك فهد الوطنية أثناء النشر
وزارة التعليم
الرياضيات للصف الثالث المتوسط : (الفصل الدراسي الثاني - كتاب التمارين)./ وزارة التعليم - الرياض ، ١٤٣٨هـ .
٣٦ص ؛ ٢١ X ٢٧,٥ سم
ردمك : ٩٧٨-٦٠٣-٥٠٨-٥٨٨-٥
١ ـ الرياضيات ـ تعليم - السعودية ٢ ـ التعليم المتوسط ـ السعودية
ـ كتب دراسية. أ ـ العنوان
ديوي ٣٧٢,٧ ١٤٣٨/٦٨٥٨

رقم الإيداع : ١٤٣٨/٦٨٥٨
ردمك : ٩٧٨-٦٠٣-٥٠٨-٥٨٨-٥

لهذا المقرر قيمة مهمة وفائدة كبيرة فلنحافظ عليه، ولنجعل نظافته تشهد على حسن سلوكنا معه.

إذا لم نحتفظ بهذا المقرر في مكتبتنا الخاصة في آخر العام للاستفادة ، فلنجعل مكتبة مدرستنا تحتفظ به.

حقوق الطبع والنشر محفوظة لوزارة التعليم ـ المملكة العربية السعودية

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَٰنِ الرَّحِيمِ

المقدمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على نبينا محمد، وعلى آله وصحبه.

عزيزي الطالب، نقدّم لك هذا الكتاب، الذي يضمّ العديد من التمارين المتنوعة والشاملة لكل درس، وهي امتداد للتمارين الواردة في كتابك المدرسي. وقد أعدت هذه التمارين بعناية؛ لتساعدك على التعلُّم، وتُفسح لك المجال للتدرّب على المهارات الأساسية لكل درس.

وقد خُصِّص لكل تمرين فراغ، لتدوّن إجابتك فيه. ولا يتسع هذا الفراغ – غالبًا – إلا للإجابة النهائية، وهذا لا يمنع أن تستعمل أوراقًا إضافية لتدوّن فيها خطوات حلّك.

ويمكنك حلّ هذه التمارين داخل الفصل تحت إشراف معلمك وتوجيهه، وقد يحدد لك المعلم بعضًا منها لتكون واجبًا منزليًّا.

وإنا – إذ نقدم لك عزيزي الطالب هذا الكتاب– لنأمل أن يجعل لتعلُّم مادة الرياضيات متعة أكثر، وفائدة أكبر.

والله ولي التوفيق

الفهـــرس

الفصل السادس: كثيرات الحدود

٦-١ ضرب وحيدات الحد ٦
٦-٢ قسمة وحيدات الحد ٧
٦-٣ كثيرات الحدود ٨
٦-٤ جمع كثيرات الحدود وطرحها ٩
٦-٥ ضرب وحيدة حد في كثيرة الحدود * ١٠
٦-٦ ضرب كثيرات الحدود ١١
٦-٧ حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود ١٢

الفصل السابع: التحليل والمعادلات التربيعية

٧-١ تحليل وحيدات الحد * ١٣
٧-٢ استعمال خاصية التوزيع ١٤
٧-٣ المعادلات التربيعية: $س^{٢} + ب س + جـ = ٠$ ١٥
٧-٤ المعادلات التربيعية: $أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠$ ١٦
٧-٥ المعادلات التربيعية: الفرق بين مربعين ١٧
٧-٦ المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة ١٨

الفصل الثامن: الدوال التربيعية

٨-١ تمثيل الدوال التربيعية بيانيًا ١٩
٨-٢ حل المعادلات التربيعية بيانيًا * ٢٠
٨-٣ حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع ٢١
٨-٤ حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام * ٢٢

الفصل التاسع: المعادلات الجذرية والمثلثات

٩-١ تبسيط العبارات الجذرية ٢٣
٩-٢ العمليات على العبارات الجذرية ٢٤
٩-٣ المعادلات الجذرية * ٢٥
٩-٤ نظرية فيثاغورس ٢٦
٩-٥ المسافة بين نقطتين ٢٧
٩-٦ المثلثات المتشابهة ٢٨
٩-٧ النسب المثلثية ٢٩

الفصل العاشر: الإحصاء والاحتمال

١٠-١ تصميم دراسة مسحية ٣٠
١٠-٢ تحليل نتائج الدراسة المسحية ٣١
١٠-٣ إحصائيات العينة ومعالم المجتمع ٣٢
١٠-٤ التباديل والتوافيق * ٣٣
١٠-٥ احتمالات الحوادث المركّبة * ٣٤

* موضوعات غير مقررة على مدارس تحفيظ القرآن الكريم.

الفصل السادس: كثيرات الحدود

٦ - ١ ضرب وحيدات الحد

حدِّد إذا كانت كل من العبارتين الآتيتين وحيدة حدّ، اكتب "نعم" أو " لا " ، وفسِّر إجابتك.

١) $\frac{٢١\,أ^{٢}}{٧ب}$ لا؛ تتضمن هذه العبارة متغيرًا في المقام.

٢) $\frac{ب^{٣}\,جـ^{٢}}{٢}$ نعم، حاصل ضرب عدد في متغيرين.

بسّط كل عبارة مما يأتي:

٣) $(-٥س^{٢}ص)(٣س^{٤})$ $-١٥\,س^{٦}\,ص$

٤) $(٢أب^{٢}ن^{٢})(٤أ^{٣}ب^{٢}ن^{٢})$ $٨أ^{٤}ب^{٤}ن^{٤}$

٥) $(٣أد^{٤})(-٢أ^{٢})$ $-٦أ^{٣}د^{٤}$

٦) $(٤جـ^{٣}هـ)(-٢جـ^{٥})$ $-٨جـ^{٨}هـ$

٧) $(-١٥\,س\,ص^{٤})(-\frac{١}{٣}\,س\,ص^{٣})$ $٥س^{٢}ص^{٧}$

٨) $(-س\,ص)^{٣}(س\,ع)$ $-س^{٤}ص^{٣}ع$

٩) $(-١٨\,م^{٢}ن)^{٢}(-\frac{١}{٦}\,م\,ن^{٢})$ $-٥٤\,م^{٥}ن^{٤}$

١٠) $(٠,٢\,أ^{٢}ب^{٣})^{٢}$ $٠,٠٤\,أ^{٤}ب^{٦}$

١١) $(\frac{٢}{٣}ب)^{٢}$ $\frac{٤}{٩}ب^{٢}$

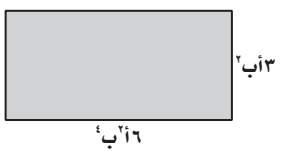
١٢) $(\frac{١}{٤}أد^{٣})^{٢}$ $\frac{١}{١٦}أ^{٢}د^{٦}$

١٣) $(٠,٤\,ك^{٣})^{٣}$ $٠,٠٦٤\,ك^{٩}$

١٤) $[(٢^{٢})(٤)]^{٢}$ $٤^{٨} = ٦٥٥٣٦$

هندسة: عبّر عن مساحة كل شكل فيما يأتي على صورة وحيدة حدّ.

١٥)

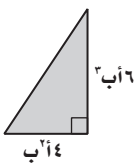


$١٨أ^{٣}ب^{٦}$

١٦)

$٢٥س^{٦}\,ط$

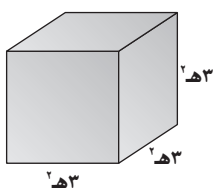
١٧)



$١٢أ^{٣}ب^{٤}$

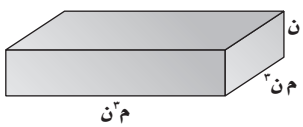
هندسة: عبّر عن حجم كل مجسّم فيما يأتي على صورة وحيدة حد.

١٨)



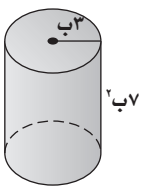
$٢٧\,هـ^{٦}$

١٩)



$م^{٤}ن^{٥}$

٢٠)



$٦٣ب^{٤}\,ط$

٢١) **مفاتيح:** إذا أمكن إعداد لوحة بأربعة مفاتيح كهربائية بطرق عددها $٢^{٤}$. ولوحة بخمسة مفاتيح عدد طرقها يساوي مثلي هذا العدد، فبكم طريقة يمكن إعداد لوحة ذات خمسة مفاتيح؟ $٢^{٥} = ٣٢$ طريقة

قسمة وحيدات الحد

بسّط كل عبارة فيما يأتي مفترضًا، أن المقام لا يساوي صفرًا .

١) $\frac{٨^{٨}}{٨^{٤}}$ $٨^{٤} = ٤٠٩٦$

٢) $\frac{أ^{٤}ب^{٦}}{أب^{٣}}$ $أ^{٣}ب^{٣}$

٣) $\frac{س ص^{٢}}{س ص}$ $ص$

٤) $\frac{م^{٥}ن ب}{م^{٤}ب}$ $م ن$

٥) $\frac{٥جـ^{٢}د^{٣}}{-٤جـ^{٢}د}$ $-\frac{٥ د^{٢}}{٤}$

٦) $\frac{٨ص^{٧}ع^{٦}}{٤ص^{٦}ع^{٥}}$ $٢صع$

٧) $\left(\frac{٤ن^{٣}جـ}{٣هـ^{٦}}\right)^{٣}$ $\frac{٦٤ن^{٩}جـ^{٣}}{٢٧هـ^{١٨}}$

٨) $\left(\frac{٦ل^{٥}}{٧ب^{٦}ر^{٣}}\right)^{٢}$ $\frac{٣٦ل^{١٠}}{٤٩ب^{١٢}ر^{٦}}$

٩) $\frac{-٤س^{٢}}{٢٤س^{٥}}$ $-\frac{١}{٦س^{٣}}$

١٠) $س^{٣}(ص^{-٥})(س^{-٨})$ $\frac{١}{س^{٥}ص^{٥}}$

١١) $(بك^{-٢})(ر^{-٣})$ $\frac{ب}{ك^{٢}ر^{٣}}$

١٢) $١٢^{-٢}$ $\frac{١}{١٤٤}$

١٣) $\left(\frac{٣}{٧}\right)^{-٢}$ $\frac{٤٩}{٩}$

١٤) $\left(\frac{٤}{٣}\right)^{-٤}$ $\frac{٨١}{٢٥٦}$

١٥) $\frac{٢٢ر^{٣}س^{٢}}{١١ر^{٢}س^{-٣}}$ $٢ر س^{٥}$

١٦) $\frac{-١٥ل^{٠}هـ^{-١}}{٥هـ^{٣}}$ $-\frac{٣}{هـ^{٤}}$

١٧) $\frac{٨جـ^{٣}د^{٢}ن^{٤}}{٤جـ^{-١}د^{٢}ن^{-٣}}$ $٢جـ^{٤}ن^{٧}$

١٨) $\left(\frac{س^{-٣}ص^{٥}}{٤^{-٣}}\right)^{٠}$ ١

١٩) $\frac{٦ف^{-٢}جـ^{٣}هـ^{٥}}{٥٤ف^{-٢}جـ^{-٥}هـ^{٣}}$ $\frac{جـ^{٨}هـ^{٢}}{٩}$

٢٠) $\frac{-١٢ن^{-١}هـ^{٥}س^{-٤}}{٢ن^{-٣}هـس^{٥}}$ $-\frac{٦ن^{٢}هـ^{٤}}{س^{٩}}$

٢١) $\frac{ر^{٤}}{(٣ر)^{٣}}$ $\frac{ر}{٢٧}$

٢٢) $\frac{م^{-٢}ن^{-٥}}{(م^{٤}ن^{٣})^{-١}}$ $\frac{م^{٢}}{ن^{٢}}$

٢٣) $\frac{(ل^{-١}ك^{٣})^{-٤}}{ل^{٣}ك^{٣}}$ $\frac{ل}{ك^{١٥}}$

٢٤) $\frac{(٢أ^{-٢}ب)^{-٣}}{٥أ^{٢}ب^{٤}}$ $\frac{أ^{٤}}{٤٠ب^{٧}}$

٢٥) $\left(\frac{ك^{-١}ر^{٣}}{ك ر^{-٢}}\right)^{-٥}$ $\frac{ك^{١٠}}{ر^{٢٥}}$

٢٦) $\left(\frac{٧جـ^{-٣}د^{٣}}{جـ^{٥}هـ^{-٤}}\right)^{-١}$ $\frac{جـ^{٨}}{٧د^{٢}هـ^{٤}}$

٢٧) $\left(\frac{٢س^{٣}ص^{٢}ع}{٣س^{٤}ص ع^{-٢}}\right)^{-٢}$ $\frac{٩س^{٢}}{٤ص^{٢}ع^{٦}}$

٢٨) **تحاليل طبية :** سحب فني مختبر عينة دم. فإذا علمت أن ١ ملم^{٣} من الدم يحتوي على ٣٢٢ خلية بيضاء، ٥٢٢ خلية حمراء، فما نسبة خلايا الدم البيضاء إلى خلايا الدم الحمراء؟ $\frac{١}{٤٨٤}$

٦ - ٣ كثيرات الحدود

حدّد إذا كانت كل عبارة فيما يأتي كثيرة حدود أم لا، وإذا كانت كذلك فصنّفها إلى وحيدة حد، أو ثنائية حد، أو ثلاثية حدود.

١) $٧أ^{٢}ب + ٣ب^{٢} - أ^{٢}ب$
نعم؛ ثنائية حد

٢) $\frac{١}{٥}ص^{٣} + ص^{٢} - ٩$
نعم؛ ثلاثية حدود

٣) $٦جـ^{٢}هـ^{٣}ك$
نعم؛ وحيدة حد

أوجد درجة كل كثيرة حدود فيما يأتي:

٤) $س + ٣س^{٤} - ٢١س^{٢} + س^{٣}$ ٤

٥) $٣جـ^{٢}هـ^{٣} + جـ^{٣}هـ$ ٥

٦) $-٢س^{٢}ص + ٣س ص^{٣} + س^{٢}$ ٤

٧) $٥ن^{٣}م - ٢م^{٣} + ن^{٢}م^{٤} + ن^{٢}$ ٦

٨) $٣أب^{٢}د + ٢أ^{٥}جـ + ب^{٣}جـ^{٢}$ ٦

٩) $١٠ر^{٢}ن^{٢} + ٤رن^{٢} - ٥ر^{٣}ن^{٢}$ ٥

اكتب كل كثيرة حدود فيما يأتي بالصيغة القياسية، وحدّد المعامل الرئيس فيها.

١٠) $٨س^{٢} - ١٥ + ٥س^{٥}$
$٥س^{٥} + ٨س^{٢} - ١٥$؛ ٥

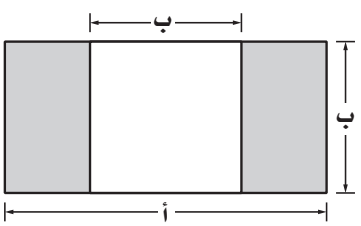
١١) $١٠س - ٧ + س^{٤} + ٤س^{٣}$
$س^{٤} + ٤س^{٣} + ١٠س - ١$؛ ١

١٢) $١٣س^{٢} - ٥ + ٦س^{٣} - س$
$٦س^{٣} + ١٣س^{٢} - س - ٥$؛ ٦

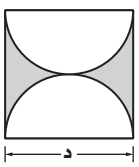
١٣) $٤س + ٢س^{٥} - ٦س^{٣} + ٢$
$٢س^{٥} - ٦س^{٣} + ٤س + ٢$؛ ٢

هندسة: اكتب كثيرة الحدود التي تعبر عن مساحة المنطقة المظللة لكل مما يأتي:

١٤) $أب - ب^{٢}$



١٥) $د^{٢} - \frac{١}{٤}ط\ د^{٢}$



١٦) **نقود:** اكتب كثيرة حدود تمثِّل مبلغًا يتكون من: ن ورقة من فئة ١٠ ريالات، م ورقة من فئة ٥٠ ريالاً، هـ ورقة من فئة ١٠٠ ريال. $١٠ن + ٥٠م + ١٠٠هـ$

١٧) **الجاذبية:** يُعبَّر عن ارتفاع كرة قُذِفَتْ من ارتفاع ٢م عن الأرض وبسرعة ٣٢ م/ ث بالعبارة :
$ع = ٢ + ٣٢ن - ٥ن^{٢}$ متر، حيث ن الزمن بالثواني. فما ارتفاع الكرة بعد ٧ ثوانٍ باستعمال هذه العبارة ؟ فسّر ذلك.
−١٩ م. الارتفاع سالب؛ لأن العبارة لم تأخذ بعين الاعتبار أنه عند الارتفاع صفر ستصطدم الكرة بالأرض وترتد.

٦ - ٤ جمع كثيرات الحدود وطرحها

أوجد ناتج كل مما يأتي:

١) (٤ص + ٥) + (−٧ص − ١)
−٣ص + ٤

٢) (−س^{٢} + ٣س) − (٥س + ٢س^{٢})
−٣س^{٢} − ٢س

٣) (٤ك^{٢} + ٨ك + ٢) − (٢ك + ٣)
٤ك^{٢} + ٦ك − ١

٤) (٢م^{٢} + ٦م) + (م^{٢} − ٥م + ٧)
٣م^{٢} + م + ٧

٥) (٥أ^{٢} + ٦أ + ٢) − (٧أ^{٢} − ٧أ + ٥)
−٢أ^{٢} + ١٣أ − ٣

٦) (−٤ب^{٢} − ب + ٩) + (ب^{٢} + ٣ب − ١)
−٣ب^{٢} + ٢ب + ٨

٧) (س^{٣} − ٣س + ١) − (س^{٣} + ٧ − ١٢س)
٩س − ٦

٨) (٦س^{٢} − س + ١) − (−٤ + ٢س^{٢} + ٨س)
٤س^{٢} − ٩س + ٥

٩) (٤ص^{٢} + ٢ص − ٨) − (٧ص^{٢} + ٤ − ص)
−٣ص^{٢} + ٣ص − ١٢

١٠) (ل^{٢} − ٤ ل − ١) + (−٥ + ٥ل^{٢} − ٣ل)
٦ل^{٢} − ٧ل − ٦

١١) (٤هـ^{٢} − ٢هـ − ٣) + (٣هـ^{٢} − هـ + ٤)
٧هـ^{٢} − ٣هـ + ١

١٢) (٥ب^{٢} − ٨ + ٢ب) − (ب + ٩ب^{٢} + ٥)
−٤ب^{٢} + ب − ١٣

١٣) (٤د^{٢} + ٢د + ٢) + (٥د^{٢} − ٢ − د)
٩د^{٢} + د

١٤) (٨س^{٢} + س − ٦) − (−س^{٢} + ٢س − ٣)
٩س^{٢} − س − ٣

١٥) (٣هـ^{٢} + ٧هـ − ١) − (٤هـ + ٨هـ^{٢} + ١)
−٥هـ^{٢} + ٣هـ − ٢

١٦) (٤م^{٢} − ٣م + ١٠) + (م^{٢} + م − ٢)
٥م^{٢} − ٢م + ٨

١٧) (س^{٢} + ص^{٢} − ٦) − (٥س^{٢} − ص^{٢} − ٥)
−٤س^{٢} + ٢ص^{٢} − ١

١٨) (٧ن^{٢} + ٢ − ن) + (ن^{٢} − ٧ − ٢ن)
٨ن^{٢} − ٣ن − ٥

١٩) (ك^{٣} − ٢ك^{٢} + ٤ك + ٦) − (−٤ك + ك^{٢} − ٣)
ك^{٣} − ٣ك^{٢} + ٨ك + ٩

٢٠) (٩جـ^{٢} + جـ + جـك) + (−٣جـ^{٢} − جـك − ٤جـ)
٦جـ^{٢} − ٣جـ

٢١) (٢س + ٦ص − ٣ع) + (٤س + ٦ع − ٨ص) + (س − ٣ص + ع) ٧س − ٥ص + ٤ع

٢٢) **عمل:** تمثِّل كثيرة الحدود س^{٣} − ٧٠س^{٢} + ١٥٠٠س − ١٠٨٠٠ ربح شركة مبيعات لإحدى السلع بدلالة سعر القطعة الواحدة س. وتمثِّل كثيرة الحدود س^{٣} − ٣٠س^{٢} + ٤٥٠س − ٥٠٠٠ ربح الشركة لسلعة أخرى لها السعر نفسه.
اكتب كثيرة حدود تمثِّل ربح الشركة من السلعتين معًا. ٢س^{٣} − ١٠٠س^{٢} + ١٩٥٠س − ١٥٨٠٠

٦ - ٥ ضرب وحيدة حد في كثيرة الحدود

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

١) ٢هـ(– ٧هـ^{٢} – ٤هـ)
– ١٤هـ^{٣} – ٨هـ^{٢}

٢) ٦ل ك (٣ل^{٢} + ٤ك)
١٨ل^{٣}ك + ٢٤ل ك^{٢}

٣) ٥جـ ك(٣جـ ك + ٢ك)
١٥جـ^{٢}ك^{٢} + ١٠جـ ك^{٢}

٤) –٣رن (–٢ن^{٢}+٣ر)
٦رن^{٣} – ٩ر^{٢}ن

٥) $-\frac{١}{٤}$م(٨م^{٢} + م – ٧)
$-٢م^{٣} - \frac{١}{٤}م^{٢} + \frac{٧}{٤}م$

٦) $-\frac{٢}{٣}$ن^{٢}(– ٩ن^{٢} + ٣ن + ٦)
٦ن^{٤} – ٢ن^{٣} – ٤ن^{٢}

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

٧) –٢ل (٣ل – ٤) + ٧ل
–٦ل^{٢}+١٥ل

٨) ٥هـ (–٧هـ+٣) +٢هـ (–٢هـ^{٢} +١٩هـ+٢)
–٤هـ^{٣} +٣ هـ^{٢}+١٩هـ

٩) ٦ن(٢ن – ٣) – ٥ (٢ن^{٢} + ٩ن – ٣)
٢ن^{٢} – ٦٣ن + ١٥

١٠) –٢(٣م^{٣} + ٥م+٦) + ٣م(٢م^{٢} + ٣م + ١)
٩م^{٢} – ٧م – ١٢

١١) – ٣جـ(٧جـ – ٢) + ٣(جـ^{٢} + ٢جـ + ١) – ٣ جـ(– ٥جـ + ٣) – ٣جـ^{٢} + ٣جـ + ٣

حُلَّ كلًّا من المعادلات الآتية:

١٢) ٥(٢ن – ١) + ٣=٣(٣ن + ٢) ٨

١٣) ٣(٣و+٢) +٥=٢(٢و–٢) –٣

١٤) ٤(٨ن + ٣) – ٥ = ٢(٦ن + ٨) + ١ $\frac{١}{٢}$

١٥) ٨(٣ب + ١) = ٤(ب + ٣) – ٩ $-\frac{١}{٤}$

١٦) ن(ن + ٤) – ١ = ن(ن + ٢) + ٢ $\frac{٣}{٢}$

١٧) و(و – ٥) + ٨و = و(و + ٢) – ٤ –٤

١٨) **نظرية الأعداد:** ما ناتج جمع مثلي العدد الصحيح س مع ثلاثة أمثال العدد الصحيح الذي يليه؟ ٥س+٣

١٩) **استثمارات:** خطّط مالك عند تقاعده عن العمل لاستثمار ٥٠٠٠٠ ريال في التجارة. فاستثمر س ريال منها في تجارة أقلام يصل ربحها إلى ٤٪ في السنة، وباقي المبلغ في تجارة أدوات مكتبية أخرى يصل ربحها إلى ٥٪ في السنة.

أ) اكتب عبارة تمثِّل المبلغ المستثمر في تجارة الأدوات المكتبية الأخرى. ٥٠٠٠٠ – س

ب) اكتب كثيرة حدود بأبسط صورة للمبلغ الكلي (ك) لاستثمار مالك بعد سنة. (إرشادات القيمة الكلية للمبلغ (أ) بعد سنة واحدة ومعدل ربح (ر) تساوي (أ+ أر) ريال) ك= ٥٢٥٠٠ – ٠,٠١ س

جـ) إذا كان المبلغ الذي وضعه مالك في تجارة الأقلام هو ٥٠٠٠ ريال، فكم سيصبح بعد سنة واحدة؟ ٥٢٤٥٠ ريالاً

أوجد ناتج الضرب في كل مما يأتي:

١) (ك + ٦)(ك + ٥) ك^{٢} + ١١ك + ٣٠

٢) (س + ٧)(س + ٤) س^{٢} + ١١س + ٢٨

٣) (ن – ٤)(ن – ٦) ن^{٢} – ١٠ن + ٢٤

٤) (أ + ٥)(أ – ٦) أ^{٢} – أ – ٣٠

٥) (٤ب + ٦)(ب – ٤) ٤ب^{٢} – ١٠ب – ٢٤

٦) (٢س – ٩)(٢س + ٤) ٤س^{٢} – ١٠س – ٣٦

٧) (٦أ – ٣)(٧أ – ٤) ٤٢أ^{٢} – ٤٥أ + ١٢

٨) (٢س – ٢)(٥س – ٤) ١٠س^{٢} – ١٨س + ٨

٩) (٣أ – ب)(٢أ – ب) ٦أ^{٢} – ٥أب + ب^{٢}

١٠) (٤جـ + ٣هـ)(٢جـ + ٣هـ) ٨جـ^{٢} + ١٨هـجـ + ٩هـ^{٢}

١١) (م + ٥)(م^{٢} + ٤م – ٨) م^{٣} + ٩م^{٢} + ١٢م – ٤٠

١٢) (ن + ٣)(ن^{٢} + ٤ن + ٧) ن^{٣} + ٧ن^{٢} + ١٩ن + ٢١

١٣) (٢هـ + ٣)(٢هـ^{٢} + ٣هـ + ٤)
٤هـ^{٣} + ١٢هـ^{٢} + ١٧هـ + ١٢

١٤) (٣د + ٣)(٢د^{٢} + ٥د – ٢)
٦د^{٣} + ٢١د^{٢} + ٩د – ٦

١٥) (٣ك + ٢)(٩ك^{٢} – ١٢ك + ٤)
٢٧ك^{٣} – ١٨ك^{٢} – ١٢ك + ٨

١٦) (٣ر + ٢)(٩ر^{٢} + ٦ر + ٤)
٢٧ر^{٣} + ٣٦ر^{٢} + ٢٤ر + ٨

١٧) (٣ن^{٢} + ٢ن – ١)(٢ن^{٢} + ن + ٩)
٦ن^{٤} + ٧ن^{٣} + ٢٧ن^{٢} + ١٧ن – ٩

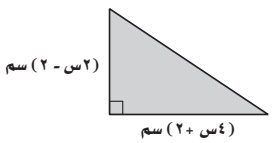
١٨) (٢ن^{٢} + ن + ٣)(٤ن^{٢} + ٢ن – ٢)
٨ن^{٤} + ٨ن^{٣} + ١٠ن^{٢} + ٤ن – ٦

١٩) (٢س^{٢} – ٢س – ٣)(٢س^{٢} – ٤س + ٣)
٤س^{٤} – ١٢س^{٣} + ٨س^{٢} + ٦س – ٩

٢٠) (٣ص^{٢} + ٢ص + ٢)(٣ص^{٢} – ٤ص – ٥)
٩ص^{٤} – ٦ص^{٣} – ١٧ص^{٢} – ١٨ص – ١٠

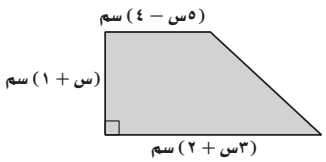
هندسة: اكتب عبارة تمثِّل مساحة كل شكل مما يأتي:

٢١)



(٤س^{٢} – ٢س – ٢) وحدة مربعة

٢٢)



(٤س^{٢} + ٣س – ١) وحدة مربعة

٢٣) **نظرية الأعداد:** ما حاصل ضرب العددين الصحيحين الزوجيين التاليين للعدد الصحيح الزوجي س؟ س^{٢} + ٦س + ٨

٢٤) **هندسة:** حجم هرم قاعدته مستطيلة الشكل هو ثلث حاصل ضرب مساحة القاعدة في ارتفاعه. اكتب عبارة تمثِّل حجم هرم مساحة قاعدته ٣س^{٢} + ١٢س + ٩ أمتار مربعة، وارتفاعه س + ٣ أمتار. (س^{٣} + ٧س^{٢} + ١٥س + ٩) مترًا مكعبًا

٦ - ٧ حالات خاصة من ضرب كثيرات الحدود

أوجد ناتج كل مما يأتي:

١) $(ن + ٩)^{٢}$
$ن^{٢} + ١٨ن + ٨١$

٢) $(ل + ٨)^{٢}$
$ل^{٢} + ١٦ل + ٦٤$

٣) $(س - ١٠)^{٢}$
$س^{٢} - ٢٠س + ١٠٠$

٤) $(ر - ١١)^{٢}$
$ر^{٢} - ٢٢ر + ١٢١$

٥) $(ل + ٧)^{٢}$
$ل^{٢} + ١٤ل + ٤٩$

٦) $(ب + ٦)(ب - ٦)$
$ب^{٢} - ٣٦$

٧) $(٦هـ - ١)^{٢}$
$٣٦هـ^{٢} - ١٢هـ + ١$

٨) $(٣م + ٤)^{٢}$
$٩م^{٢} + ٢٤م + ١٦$

٩) $(٧و - ٢)^{٢}$
$٤٩و^{٢} - ٢٨و + ٤$

١٠) $(٧ك + ٣)(٧ك - ٣)$
$٤٩ك^{٢} - ٩$

١١) $(٤د - ٧)(٤د + ٧)$
$١٦د^{٢} - ٤٩$

١٢) $(٣جـ + ٩هـ)(٣جـ - ٩هـ)$
$٩جـ^{٢} - ٨١هـ^{٢}$

١٣) $(٤ل + ٥ن)(٤ل - ٥ن)$
$١٦ل^{٢} - ٢٥ن^{٢}$

١٤) $(أ + ٦ل)^{٢}$
$أ^{٢} + ١٢أل + ٣٦ل^{٢}$

١٥) $(٥ر + س)^{٢}$
$٢٥ر^{٢} + ١٠رس + س^{٢}$

١٦) $(٦هـ - م)^{٢}$
$٣٦هـ^{٢} - ١٢هـم + م^{٢}$

١٧) $(ك - ٦ص)^{٢}$
$ك^{٢} - ١٢ك ص + ٣٦ص^{٢}$

١٨) $(و - ٧ل)^{٢}$
$و^{٢} - ١٤و ل + ٤٩ل^{٢}$

١٩) $(٤ب - ٧ل)^{٢}$
$١٦ب^{٢} - ٥٦ب ل + ٤٩ل^{٢}$

٢٠) $(٦ن + ٤ل)^{٢}$
$٣٦ن^{٢} + ٤٨ن ل + ١٦ل^{٢}$

٢١) $(٥ك + ٦ن)^{٢}$
$٢٥ك^{٢} + ٦٠ك ن + ٣٦ن^{٢}$

٢٢) $(٦أ - ٧ب)(٦أ + ٧ب)$
$٣٦أ^{٢} - ٤٩ب^{٢}$

٢٣) $(٨هـ + ٣د)(٨هـ - ٣د)$
$٦٤هـ^{٢} - ٩د^{٢}$

٢٤) $(٩س + ٢ص^{٢})^{٢}$
$٨١س^{٢} + ٣٦س ص^{٢} + ٤ص^{٤}$

٢٥) $(٣ل^{٢} + ٢م)^{٢}$
$٩ل^{٤} + ١٢ل^{٢}م + ٤م^{٢}$

٢٦) $(٥أ^{٢} - ٢ب)^{٢}$
$٢٥أ^{٤} - ٢٠أ^{٢}ب + ٤ب^{٢}$

٢٧) $(٤م^{٣} - ٢ن)^{٢}$
$١٦م^{٦} - ١٦م^{٣}ن + ٤ن^{٢}$

٢٨) $(٦ب^{٣} - جـ)^{٢}$
$٣٦ب^{٦} - ١٢ب^{٣}جـ + جـ^{٢}$

٢٩) $(٢ب^{٢} - جـ)(٢ب^{٢} + جـ)$
$٤ب^{٤} - جـ^{٢}$

٣٠) $(٢ل^{٢} + ٣س^{٢})(٢ل^{٢} + ٣س^{٢})$
$٤ل^{٤} + ١٢ل^{٢}س^{٢} + ٩س^{٤}$

٣١) **هندسة:** يريد جمال تكبير مربع بحيث يصبح طول ضلع المربع الجديد أكبر من مثلي طول ضلع المربع الأصلي ل بمقدار ١. فما ثلاثية الحدود التي تمثِّل مساحة المربع الجديد؟ $٤ل^{٢} + ٤ل + ١$

الفصل السابع: التحليل والمعادلات التربيعية

٧ - ١ تحليل وحيدات الحد

حلّل كل وحيدة حد فيما يأتي تحليلًا تامًّا:

١) ٣٠ د^{٥}
٢ × ٣ × ٥ × د × د × د × د × د × د

٢) – ٧٢ م ل
– ١ × ٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٣ × م × ل

٣) ٨١ ب^{٢} جـ^{٣}
٣ × ٣ × ٣ × ٣ × ب × ب × جـ × جـ × جـ

٤) ١٤٥ أ ب جـ^{٣}
٥ × ٢٩ × أ × ب × جـ × جـ × جـ

٥) ١٦٨ ن ك^{٢} ر
٢ × ٢ × ٢ × ٣ × ٧ × ن × ك × ك × ر

٦) – ١٢١ س^{٢} ص ع^{٢}
– ١ × ١١ × ١١ × س × س × ص × ع × ع

٧) – ١٤ ف^{٢} جـ^{٢}
– ١ × ٢ × ٧ × ف × ف × جـ × جـ

٨) – ٧٧ و^{٤}
– ١ × ٧ × ١١ × و × و × و × و

أوجد (ق.م.أ) لكل مجموعة وحيدات حد مما يأتي:

٩) ٢٤ ف جـ^{٥}، ٥٦ ف^{٣} جـ ٨ ف جـ

١٠) ٧٢ ر^{٢} ن^{٢}، ٣٦ ر ن^{٣} ٣٦ ر ن^{٢}

١١) ١٥ أ^{٢} ب، ٣٥ أ ب^{٢} ٥ أ ب

١٢) ٢٨ ك^{٣} ن^{٢}، ٤٥ ل ر^{٢} ١

١٣) ٤٠ س ص^{٢}، ٥٦ س^{٣} ص^{٢}، ١٢٤ س^{٢} ص^{٣}
٤ س ص^{٢}

١٤) ٨٨ أ^{٣} د، ٤٠ أ^{٢} د^{٢}، ٣٢ أ^{٢} د
٨ أ^{٢} د

١٥) **هندسة:** مستطيل بعداه عددان كليّان ومساحته ٨٤ سم^{٢}.

أ) ما أقل قيمة لمحيطه؟ ٣٨ سم

ب) ما أكبر قيمة لمحيطه؟ ١٧٠ سم

١٦) **زخرفة:** يريد حاتم زخرفة حائط باستعمال بلاطات مربعة الشكل ومتساوية الأبعاد؛ لتغطية منطقة مستطيلة بعداها: ٩٦ سم، ٧٢ سم.

أ) ما أطول ضلع بلاطة يمكن استعمالها دون قص أي بلاطة؟ ٢٤ سم

ب) كم بلاطة سيحتاج من هذا النوع؟ ١٢ بلاطة

حلِّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية:

١) ٦٤ – ٤٠ أب
٨ (٨ – ٥ أب)

٢) ٤ ر^{٢} + ١٦
٤ (ر^{٢} + ٤)

٣) ٦ ر^{٢} ن – ٣ ر ن^{٢}
٣ ر ن (٢ ر – ن)

٤) ١٥ أ د + ٣٠ أ^{٢} د^{٢}
١٥ أ د (١ + ٢ أ د)

٥) ٣٢ أ^{٢} + ٢٤ ب^{٢}
٨ (٤ أ^{٢} + ٣ ب^{٢})

٦) ٣٦ س ص^{٢} – ٤٨ س^{٢} ص
١٢ س ص (٣ ص – ٤ س)

٧) ٣٠ س^{٣} ص + ٣٥ س^{٢} ص^{٢}
٥ س^{٢} ص (٦ س + ٧ ص)

٨) ٩ أ^{٣} د^{٢} – ٦ أ د^{٣}
٣ أ د^{٢} (٣ أ^{٢} – ٢ د)

٩) ٧٥ ب^{٢} جـ^{٣} + ٦٠ ب جـ^{٣}
١٥ ب جـ^{٣} (٥ ب + ٤)

١٠) ٨ ل^{٢} ر^{٢} – ٢٤ ل ر^{٣} + ١٦ ل ر
٨ ل ر (ل ر – ٣ ر^{٢} + ٢)

١١) ٥ س^{٣} ص^{٢} + ١٠ س^{٢} ص + ٢٥ س
٥ س (س^{٢} ص^{٢} + ٢ س ص + ٥)

١٢) ٩ أ س^{٣} + ١٨ ب س^{٢} + ٢٤ جـ س
٣ س (٣ أ س^{٢} + ٦ ب س + ٨ جـ)

١٣) س^{٢} + ٤ س + ٢ س + ٨
(س + ٢) (س + ٤)

١٤) ٢ أ^{٢} + ٣ أ + ٦ أ + ٩
(أ + ٣) (٢ أ + ٣)

١٥) ٤ ب^{٢} – ١٢ ب + ٢ ب – ٦
(٤ ب + ٢) (ب – ٣)

١٦) ٦ س ص – ٨ س + ١٥ ص – ٢٠
(٢ س + ٥) (٣ ص – ٤)

١٧) – ٦ م ل + ٤ م + ١٨ ل – ١٢
(– ٢ م + ٦) (٣ ل – ٢)

١٨) ١٢ أ^{٢} – ١٥ أ ب – ١٦ أ + ٢٠ ب
(٣ أ – ٤) (٤ أ – ٥ ب)

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحل.

١٩) س (س – ٣٢) = ٠
٠، ٣٢

٢٠) ٤ ب (ب + ٤) = ٠
٠، – ٤

٢١) (ص – ٣) (ص + ٢) = ٠
٣، – ٢

٢٢) (أ + ٦) (٣ أ – ٧) = ٠
– ٦، $\frac{٧}{٣}$

٢٣) (٢ ص + ٥) (ص – ٤) = ٠
– $\frac{٥}{٢}$، ٤

٢٤) (٤ ص + ٨) (٣ ص – ٤) = ٠
– ٢، $\frac{٤}{٣}$

٢٥) ٢ ع^{٢} + ٢٠ ع = ٠
٠، – ١٠

٢٦) ٨ ل^{٢} – ٤ ل = ٠
٠، $\frac{١}{٢}$

٢٧) ٩ س^{٢} = ٢٧ س
٠، ٣

٢٨) ١٨ س^{٢} = ١٥ س
٠، $\frac{٥}{٦}$

٢٩) ١٤ س^{٢} = – ٢١ س
٠، – $\frac{٣}{٢}$

٣٠) ٨ س^{٢} = – ٢٦ س
٠، – $\frac{١٣}{٤}$

٣١) **علوم فيزيائية:** أطلق الطلاب في حصة العلوم لعبة على شكل صاروخ من مستوى الأرض إلى الأعلى بسرعة ابتدائية مقدارها ٢٠ مترًا / ثانية. والمعادلة ع = ٢٠ ن – ٥ ن^{٢} تُمثّل ارتفاع الصاروخ (ع) فوق الأرض بعد (ن) ثانية. ما الزمن الذي استغرقه الصاروخ في الهواء قبل العودة إلى الأرض؟ ٤ ثانية

٧ - ٣ المعادلات التربيعية: س^{٢} + ب س + جـ = ٠

حلّل كلَّ كثيرة حدود مما يأتي:

١) أ^{٢} + ١٠ أ + ٢٤
(أ + ٤)(أ + ٦)

٢) هـ^{٢} + ١٢ هـ + ٢٧
(هـ + ٩)(هـ + ٣)

٣) س^{٢} + ١٤ س + ٣٣
(س + ١١)(س + ٣)

٤) جـ^{٢} − ٢ جـ − ٦٣
(جـ − ٩)(جـ + ٧)

٥) و^{٢} + و − ٥٦
(و + ٨)(و − ٧)

٦) ص^{٢} + ٤ ص − ٦٠
(ص + ١٠)(ص − ٦)

٧) ب^{٢} + ٤ ب − ٣٢
(ب − ٤)(ب + ٨)

٨) ن^{٢} − ٣ ن − ٢٨
(ن − ٧)(ن + ٤)

٩) ل^{٢} + ٤ ل − ٤٥
(ل + ٩)(ل − ٥)

١٠) ع^{٢} − ١١ ع + ٣٠
(ع − ٦)(ع − ٥)

١١) د^{٢} − ١٦ د + ٦٣
(د − ٩)(د − ٧)

١٢) س^{٢} − ١١ س + ٢٤
(س − ٨)(س − ٣)

١٣) ك^{٢} − ك − ٥٦
(ك − ٨)(ك + ٧)

١٤) س^{٢} − ٦ س − ٥٥
(س − ١١)(س + ٥)

١٥) ٣٢ + ١٨ ر + ر^{٢}
(ر + ١٦)(ر + ٢)

١٦) ٤٨ − ١٦ جـ + جـ^{٢}
(جـ − ١٢)(جـ − ٤)

١٧) ل^{٢} − ٩ ل ك − ١٠ ك^{٢}
(ل − ١٠ ك)(ل + ك)

١٨) م^{٢} − م و − ٥٦ و^{٢}
(م − ٨ و)(م + ٧ و)

حُلّ كلَّ معادلة مما يأتي، وتحقّق من صحة حلك:

١٩) س^{٢} + ١٧ س + ٤٢ = ٠
− ١٤، − ٣

٢٠) ك^{٢} + ٥ ك − ٨٤ = ٠
− ١٢، ٧

٢١) ك^{٢} + ٣ ك − ٥٤ = ٠
− ٩، ٦

٢٢) ب^{٢} − ١٢ ب − ٦٤ = ٠
− ٤، ١٦

٢٣) ن^{٢} + ٤ ن = ٣٢
− ٨، ٤

٢٤) هـ^{٢} − ١٧ هـ = − ٦٠
٥، ١٢

٢٥) ن^{٢} − ٢٦ ن = ٥٦
− ٢، ٢٨

٢٦) ع^{٢} − ١٤ ع = ٧٢
− ٤، ١٨

٢٧) ص^{٢} − ٨٤ = ٥ ص
− ٧، ١٢

٢٨) ٨٠ + أ^{٢} = ١٨ أ
٨، ١٠

٢٩) و^{٢} = ١٦ و + ٣٦
− ٢، ١٨

٣٠) ١٧ ر + ر^{٢} = − ٥٢
− ١٣، − ٤

٣١) أوجد جميع قيم (ل) التي تجعل ثلاثية الحدود س^{٢} + ل س − ٣٥ قابلة للتحليل باستعمال الأعداد الصحيحة.
− ٣٤، − ٢، ٢، ٣٤

٣٢) **إنشاءات:** تخطط شركة إنشاءات صب خرسانة لجزء من طريق على شكل مستطيل. طوله أكبر من عرضه (ض) بـ ١٦ مترًا.

أ) اكتب عبارة لمساحة هذا الجزء من الطريق. ض (ض + ١٦) مترًا مربعًا.

ب) أوجد بعديه إذا كانت مساحته ٢٦٠ مترًا مربعًا. ١٠ أمتار، ٢٦ مترًا

٣٣) **تصميم موقع:** لدى جميلة صورة بعداها ١٠ سم × ١٢ سم. ترغب في تصغير بعديها بالمقدار نفسه، باستعمال الحاسوب؛ لتضعها على موقعها الإلكتروني. بحيث تكون مساحة الصورة $\frac{١}{٨}$ مساحة الصورة الأصلية.

أ) اكتب معادلة تُمثّل مساحة الصورة المصغرة. (١٠ − س)(١٢ − س) = ١٥ أو س^{٢} − ٢٢ س + ١٠٥ = ٠

ب) أوجد بعدي الصورة المصغرة. ٣ سم × ٥ سم.

حلّل كل كثيرة حدود مما يأتي، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا باستعمال الأعداد الصحيحة، فاكتب "أولية".

١) ٢ ب^{٢} + ١٠ ب + ١٢
٢(ب + ٢) (ب + ٣)

٢) ٣ جـ^{٢} + ٨ جـ + ٤
(٣ جـ + ٢) (جـ + ٢)

٣) ٤ س^{٢} + ٤ س − ٣
(٢ س + ٣) (٢ س − ١)

٤) ٨ ب^{٢} − ٥ ب − ١٥
أولية

٥) ٦ م^{٢} + ٧ م − ٣
(٣ م − ١) (٢ م + ٣)

٦) ١٠ د^{٢} + ١٧ د − ٢٠
(٥ د − ٤) (٢ د + ٥)

٧) ٦ أ^{٢} − ١٧ أ + ١٢
(٣ أ − ٤) (٢ أ − ٣)

٨) ٨ و^{٢} − ١٨ و + ٩
(٤ و − ٣) (٢ و − ٣)

٩) ١٠ س^{٢} − ٩ س + ٦
أولية

١٠) ١٥ ن^{٢} − ن − ٢٨
(٥ن − ٧) (٣ ن + ٤)

١١) ١٠ س^{٢} + ٢١ س − ١٠
(٢ س + ٥) (٥ س − ٢)

١٢) ٩ ر^{٢} + ١٥ ر + ٦
٣(٣ ر + ٢) (ر + ١)

١٣) ١٢ص^{٢} − ٤ ص − ٥
(٢ص + ١) (٦ص − ٥)

١٤) ١٤ ك^{٢} − ٩ ك − ١٨
(٢ ك − ٣) (٧ ك + ٦)

١٥) ٨ ع^{٢} + ٢٠ ع − ٤٨
٤(ع + ٤) (٢ ع − ٣)

١٦) ١٢ ك^{٢} + ٣٤ ك − ٢٨
٢ (٣ ك − ٢) (٢ ك + ٧)

١٧) ١٨ هـ^{٢} + ١٥ هـ − ١٨
٣(٢هـ + ٣) (٣ هـ − ٢)

١٨) ١٢ ل^{٢} − ٢٢ ل − ٢٠
٢(٣ ل + ٢) (٢ ل − ٥)

حُلّ كلَّ معادلة فيما يأتي، وتحقّق من صحة الحل.

١٩) ٣ هـ^{٢} + ٢هـ − ١٦ = ٠
$-\frac{٨}{٣}$، ٢

٢٠) ١٥ ن^{٢} − ن = ٢
$-\frac{١}{٣}$، $\frac{٢}{٥}$

٢١) ٨ ك^{٢} − ١٠ ك + ٣ = ٠
$\frac{١}{٢}$، $\frac{٣}{٤}$

٢٢) ٦ ب^{٢} − ٥ ب = ٤
$-\frac{١}{٢}$، $\frac{٤}{٣}$

٢٣) ١٠ ر^{٢} − ٢١ ر = −٤ ر + ٦
$-\frac{٣}{١٠}$، ٢

٢٤) ١٠ جـ^{٢} + ١٠ = ٢٩ جـ
$\frac{٢}{٥}$، $\frac{٥}{٢}$

٢٥) ٦ ص^{٢} = −٧ ص − ٢
$-\frac{٢}{٣}$، $-\frac{١}{٢}$

٢٦) ٩ ع^{٢} = −٦ ع + ١٥
$-\frac{٥}{٣}$، ١

٢٧) ١٢ ك^{٢} + ١٥ ك = ١٦ ك + ٢٠
$-\frac{٥}{٤}$، $\frac{٤}{٣}$

٢٨) ١٢ س^{٢} − ١ = − س
$-\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٤}$

٢٩) ٨ أ^{٢} − ١٦ أ = ٦ أ − ١٢
$\frac{٣}{٤}$، ٢

٣٠) ١٨ أ^{٢} + ١٠ أ = −١١ أ + ٤
$-\frac{٤}{٣}$، $\frac{١}{٦}$

٣١) **غوص:** غطس لؤي في بركة سباحة من لوح غطس على ارتفاع ٣ م بسرعة ابتدائية إلى الأعلى مقدارها ٢ م/ ثانية. أوجد الزمن (ن) بالثواني، الذي يحتاج إليه ليصل إلى الماء. استعمل معادلة الحركة الرأسية ل = −٥ ن^{٢} + ع$_{.}$ ن + ل$_{.}$، حيث (ل) الارتفاع بالمتر، (ن) الزمن بالثواني (ع$_{.}$) السرعة الابتدائية للأعلى م/ ثانية، (ل$_{.}$) الارتفاع الابتدائي بالمتر. (إرشاد: لتكن ل = ٠ تمثِّل سطح البركة). ثانية واحدة.

المعادلات التربيعية : الفرق بين مربعين

حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب "أولية".

١) $ك^٢ - ١٠٠$
$(ك + ١٠)(ك - ١٠)$

٢) $٨١ - ر^٢$
$(٩ + ر)(٩ - ر)$

٣) $١٦ ل^٢ - ٣٦$
$(٤ ل + ٦)(٤ ل - ٦)$

٤) $٤ س^٢ + ٢٥$
أولية

٥) $١٤٤ - ٩ ف^٢$
$(١٢ + ٣ ف)(١٢ - ٣ ف)$

٦) $٣٦ جـ^٢ - ٤٩ هـ^٢$
$(٦ جـ + ٧ هـ)(٦ جـ - ٧ هـ)$

٧) $١٢١ م^٢ - ١٤٤ ل^٢$
$(١١ م - ١٢ ل)(١١ م + ١٢ ل)$

٨) $٣٢ - ٨ ص^٢$
$٨(٢ - ص)(٢ + ص)$

٩) $٢٤ أ^٢ - ٥٤ ب^٢$
$٦(٢ أ - ٣ ب)(٢ أ + ٣ ب)$

١٠) $٣٢ ن^٢ - ١٨ و^٢$
$٢(٤ ن - ٣ و)(٤ ن + ٣ و)$

١١) $٩ د^٢ - ٣٢$
أولية

١٢) $٣٦ ع^٣ - ٩ ع$
$٩ ع(٢ ع + ١)(٢ ع - ١)$

١٣) $٤٥ ك^٣ - ٢٠ ك$
$٥ ك(٣ ك + ٢)(٣ ك - ٢)$

١٤) $١٠٠ ب^٣ - ٣٦ ب$
$٤ ب(٥ ب + ٣)(٥ ب - ٣)$

١٥) $٣ ن^٤ - ٤٨ ن^٢$
$٣ ن^٢(ن + ٤)(ن - ٤)$

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية بالتحليل، وتحقّق من صحة حلك.

١٦) $٤ ص^٢ = ٨١$
$\pm \frac{٩}{٢}$

١٧) $٦٤ ك^٢ = ٩$
$\pm \frac{٣}{٨}$

١٨) $٩٨ ب^٢ - ٥٠ = ٠$
$\pm \frac{٥}{٧}$

١٩) $٣٢ - ١٦٢ ك^٢ = ٠$
$\pm \frac{٤}{٩}$

٢٠) $ن^٢ - \frac{٦٤}{١٢١} = ٠$
$\pm \frac{٨}{١١}$

٢١) $\frac{١٦}{٤٩} - و^٢ = ٠$
$\pm \frac{٤}{٧}$

٢٢) $\frac{١}{٣٦} س^٢ - ٢٥ = ٠$
± ٣٠

٢٣) $٢٧ هـ^٣ = ٤٨ هـ$
$\pm \frac{٤}{٣}$ ، ٠

٢٤) $٧٥ جـ^٣ = ١٤٧ جـ$
$\pm \frac{٧}{٥}$ ، ٠

٢٥) **تآكل:** تتكسّر الصخور وتسقط من ارتفاع ١٢٥ مترًا منحدرة في اتجاه الأرض. وتُعطى المسافة (ف) التي تقطعها الصخرة في (ن) ثانية في أثناء سقوطها بالمعادلة ف = ٥ ن^٢. كم ثانية تحتاج الصخرة لترتطم بالأرض؟ ٥ ثوانٍ

٢٦) **حوادث:** رأى عادل وسعيد آثار الإطارات على الشارع لمسافة ١٥٠ قدمًا، فقال عادل: إن هذه الآثار تدل على أن السائق يقود السيارة دون السرعة القصوى المسموح بها على الطريق، والتي تبلغ ٦٥ كيلومترًا/ ساعة. وقال سعيد: إن سرعته ٧٠ كيلومترًا/ ساعة. استعمل المعادلة $\frac{١}{٢٤} ع^٢ = ف$، حيث (ع) سرعة السيارة، و(ف) طول آثار الإطارات؛ لتبين أيهما كلامه صحيح. عادل؛ ٦٠ ميلًا/ ساعة

المعادلات التربيعية: المربعات الكاملة

حدّد ما إذا كانت كل ثلاثية حدود فيما يأتي تشكّل مربعًا كاملًا أم لا، وَإذا كانت كذلك فحلِّلها.

١) $م^٢ + ١٦م + ٦٤$
نعم؛ $(م + ٨)^٢$

٢) $٩ ر^٢ - ٦ ر + ١$
نعم؛ $(٣ ر - ١)^٢$

٣) $٤ ص^٢ - ٢٠ ص + ٢٥$
نعم؛ $(٢ص - ٥)^٢$

٤) $١٦ ل^٢ + ٢٤ ل + ٩$
نعم؛ $(٤ ل + ٣)^٢$

٥) $٢٥ ب^٢ - ٤ ب + ١٦$
لا

٦) $٤٩ ك^٢ - ٥٦ ك + ١٦$
نعم؛ $(٧ك - ٤)^٢$

حلّل كلًّا من كثيرات الحدود الآتية، وإذا لم يكن ذلك ممكنًا فاكتب "أولية".

٧) $٣ل^٢ - ١٤٧$
$٣(ل + ٧)(ل - ٧)$

٨) $٦ س^٢ + ١١ س - ٣٥$
$(٢س + ٧)(٣س - ٥)$

٩) $٥٠ك^٢ - ٦٠ك + ١٨$
$٢(٥ك - ٣)^٢$

١٠) $٦ ت^٣ - ١٤ ت^٢ - ١٢ ت$
$٢ ت (٣ت + ٢)(ت - ٣)$

١١) $٦ د^٢ - ١٨$
$٦(د^٢ - ٣)$

١٢) $٣٠ ك^٢ + ٣٨ ك + ١٢$
$٢(٥ك + ٣)(٣ك + ٢)$

١٣) $١٥ ب^٢ - ٢٤ ب ف$
$٣ ب (٥ ب - ٨ ف)$

١٤) $١٢ هـ^٢ - ٦٠ هـ + ٧٥$
$٣(٢هـ - ٥)^٢$

١٥) $٩ن^٢ - ٣٠ن - ٢٥$
أولية

١٦) $٧ و^٢ - ٢٨ م^٢$
$٧(و - ٢م)(و + ٢م)$

١٧) $و^٤ - ٨ و^٢ - ٩$
$(و^٢ + ١)(و + ٣)(و - ٣)$

١٨) $١٦ أ^٢ + ٧٢ أد + ٨١ د^٢$
$(٤أ + ٩د)^٢$

حُلّ كلًّا من المعادلات الآتية، وتحقّق من صحة الحل.

١٩) $٤ك^٢ - ٢٨ك = -٤٩$
$\frac{٧}{٢}$

٢٠) $٥٠ ب^٢ + ٢٠ ب + ٢ = ٠$
$-\frac{١}{٥}$

٢١) $\left(\frac{١}{٢}ن - ١\right)^٢ = ٠$
٢

٢٢) $جـ^٢ + \frac{٢}{٣}جـ + \frac{١}{٩} = ٠$
$-\frac{١}{٣}$

٢٣) $ل^٢ - \frac{٦}{٥}ل + \frac{٩}{٢٥} = ٠$
$\frac{٣}{٥}$

٢٤) $س^٢ + ١٢ س + ٣٦ = ٢٥$
$-١١، -١$

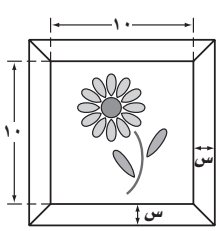
٢٥) $ص^٢ - ٨ ص + ١٦ = ٦٤$
$-٤، ١٢$

٢٦) $(هـ + ٩)^٢ = ٣$
$-٩ \pm \sqrt{٣}$

٢٧) $و^٢ - ٦و + ٩ = ١٣$
$٣ \pm \sqrt{١٣}$

٢٨) **هندسة:** صيغة مساحة الدائرة م = ط نق^٢، حيث نق نصف القطر. إذا تزايد نصف القطر بمقدار ١ سم تصبح مساحة الدائرة ١٠٠ ط سم^٢. فما نصف القطر الأصلي للدائرة؟ ٩ سم.

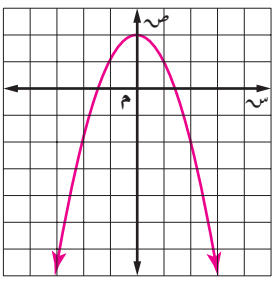
٢٩) **إطار صورة:** وضعت عائشة إطارًا حول صورة بعداها ١٠ سم ، ١٠ سم، فإذا كانت مساحة الإطار ٦٩ سم^٢. فما عرض الإطار؟ ١,٥ سم.



٨ - ١ تمثيل الدوال التربيعية بيانيًّا

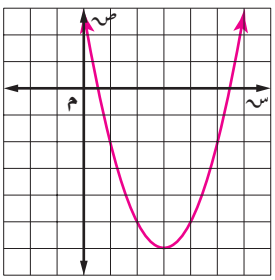
استعمل جدول القيم لتمثيل كل دالة فيما يأتي بيانيًّا، وحدِّد مجالها ومداها.

١) ص = $-س^{٢} + ٢$



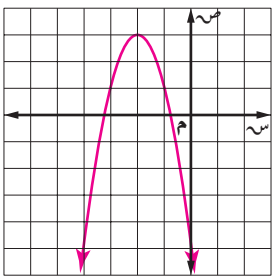
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ ٢}

٢) ص = $س^{٢} - ٦س + ٣$



المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≥ -٦}

٣) ص = $-٢س^{٢} - ٨س - ٥$



المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ ٣}

أوجد الرأس، ومعادلة محور التماثل، والمقطع الصادي لكل دالة فيما يأتي:

٤) ص = $س^{٢} - ٩$

(٠، -٩)؛ س = ٠ ،
المقطع الصادي = -٩

٥) ص = $-٢س^{٢} + ٨س - ٥$

(٢، ٣)؛ س = ٢ ،
المقطع الصادي = -٥

٦) ص = $٤س^{٢} - ٤س + ١$

(٠,٥ ، ٠)؛ س = ٠,٥ ،
المقطع الصادي = ١

بيّن ما إذا كان لكل معادلة فيما يأتي قيمة عظمى أم صغرى، ثم حدِّدها، وحدّد مجال الدالة ومداها.

٧) ص = $٥س^{٢} - ٢س + ٢$

صغرى؛ (٠,٢ ، ١,٨)؛
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ ١,٨}

٨) ص = $-س^{٢} + ٥س - ١٠$

عظمى؛ (٢,٥ ، $-٣,٧٥$)؛
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≥ ٣,٧٥}

٩) ص = $\frac{٣}{٢}س^{٢} + ٤س - ٩$

صغرى؛ ($-١\frac{١}{٣}$ ، $-١١\frac{٢}{٣}$)؛
المجال = جميع الأعداد الحقيقية؛
المدى = {ص | ص ≤ $-١١\frac{٢}{٣}$}

١٠) **كرة:** تُمثّل المعادلة ع = $-٠,٠٠٥ س^{٢} + س + ٣$ مسارَ كرةٍ قذفها لاعب في الهواء، حيث (ع) ارتفاع الكرة بالمتر، وَ (س) المسافة الأفقية التي تقطعها الكرة.

أ) ما معادلة محور التماثل؟ س = ١٠٠

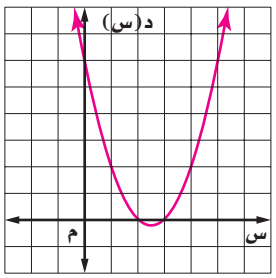
ب) ما القيمة العظمى للارتفاع الذي تصله الكرة؟ ٥٣ قدمًا

جـ) إذا التقط اللاعب الكرة من ارتفاع ٣ أمتار من مستوى سطح الأرض، فما المسافة الأفقية التي تبعدها الكرة عن موضع سقوطها على الأرض؟ ٢٠٠ قدم

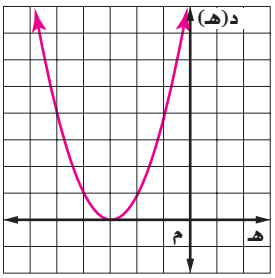
٨ - ٢ حل المعادلات التربيعية بيانيًّا

حُل كل معادلة فيما يأتي بيانيًّا:

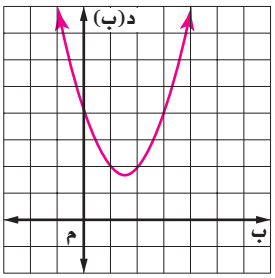
١) $س^{٢} - ٥س + ٦ = ٠$ ٢، ٣



٢) $هـ^{٢} + ٦هـ + ٩ = ٠$ −٣

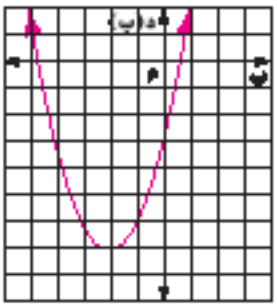


٣) $ب^{٢} - ٣ب + ٤ = ٠$ ∅

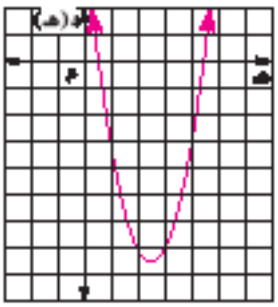


حُلّ المعادلات الآتية بيانيًّا، وإذا لم تكن الجذور أعدادًا صحيحة، فقدِّرها إلى أقرب جزء من عشرة.

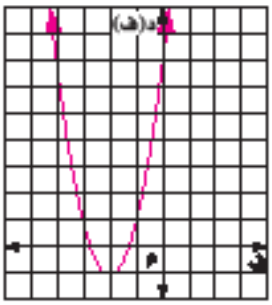
٤) $ب^{٢} + ٤ب = ٣$ −٤,٦، ٠,٦



٥) $٢هـ^{٢} + ٥ = ١٠هـ$ ٠,٦، ٤,٤



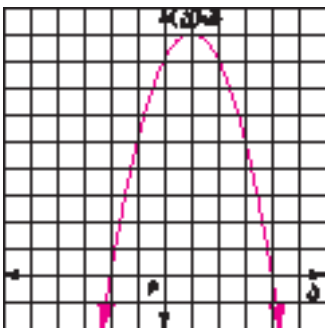
٦) $٢ف^{٢} + ٨ف = -٧$ −٢,٧، −١,٣



٧) **نظرية الأعداد:** عددان مجموعهما ٢، وحاصل ضربهما −٨، يمكن استعمال المعادلة التربيعية $-ن^{٢} + ٢ن + ٨ = ٠$ لتحديد هذين العددين.

أ) مثّل الدالة $ف(ن) = -ن^{٢} + ٢ن + ٨$ بيانيًّا، وحدّد المقطعين السينيين. −٢، ٤

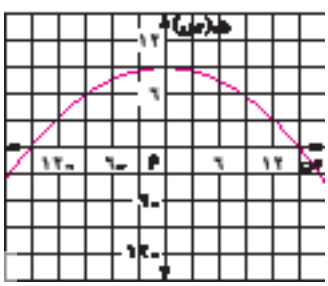
ب) ما العددان؟ −٢، ٤



٨) **تصميم:** جسر مشاة معلَّق بدعامة على شكل قطع مكافئ، وتُمثّل الدالة $هـ(س) = -\frac{١}{٢٥}س^{٢} + ٩$ ارتفاع الدعامة بالأقدام، وتُمثّل (س) نقطة منتصف الجسر.

أ) مثّل الدالة بيانيًّا، وحدّد المقطعين السينيين. −١٥، ١٥

ب) ما طول الممر الواصل بين الدعامتين؟ ٣٠ قدمًا



٨ - ٣ حُلَّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع

أوجد قيمة جـ التي تجعل كل ثلاثية حدود فيما يأتي مربعًا كاملًا.

١) $س^{٢} - ٢٤س + جـ$ ١٤٤

٢) $س^{٢} + ٢٨س + جـ$ ١٩٦

٣) $س^{٢} + ٤٠س + جـ$ ٤٠٠

٤) $س^{٢} + ٣س + جـ$ $\frac{٩}{٤}$

٥) $س^{٢} - ٩س + جـ$ $\frac{٨١}{٤}$

٦) $س^{٢} - س + جـ$ $\frac{١}{٤}$

حُلّ كل معادلة فيما يأتي بإكمال المربع، مقرّبًا الناتج إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا.

٧) $س^{٢} - ١٤س + ٢٤ = ٠$
١٢، ٢

٨) $س^{٢} + ١٢س = ١٣$
-١، ١٣

٩) $س^{٢} - ٣٠س + ٥٦ = -٢٥$
٢٧، ٣

١٠) $س^{٢} + ٨س + ٩ = ٠$
-٦، ٦، -١، ٤

١١) $س^{٢} - ١٠س + ٦ = -٧$
٨، ٥، ١، ٥

١٢) $س^{٢} + ١٨س + ٥٠ = ٩$
-١٥، ٣، -٢، ٧

١٣) $٣س^{٢} + ١٥س - ٣ = ٠$
-٢، ٥، ٢، ٠

١٤) $٤س^{٢} - ٧٢ = ٢٤س$
-٨، ٢، ٢، ٢

١٥) $٠، ٩س^{٢} + ٤، ٥س - ٤ = ٠$
$\frac{٢}{٣}$، $\frac{-٢}{٦}$

١٦) $٤، ٠س^{٢} + ٨، ٠س = ٢، ٠$
-٢، ٢، ٢، ٠

١٧) $\frac{١}{٢}س^{٢} - س - ١٠ = ٠$
-٤، ٥

١٨) $\frac{١}{٤}س^{٢} + س - ٢ = ٠$
-٥، ٥، ٥، ١

١٩) **نظرية الأعداد:** عددان زوجيان متتاليان، حاصل ضربهما ٧٢٨، فما هما؟ ٢٦، ٢٨

٢٠) **عمل:** يُصمّم محمود صناديق للمجوهرات والتحف، وتُمثّل الدالة ص = $س^{٢}$ + ٥٠س + ١٨٠٠ ربحه (ص) بعد (س) شهرًا في أول سنتين من العمل.

أ) اكتب معادلة تُمثّل الشهر الذي يكون ربح محمود فيه ٢٤٠٠ريال. $س^{٢} + ٥٠س + ١٨٠٠ = ٢٤٠٠$

ب) استعمل طريقة إكمال المربع؛ لتحديد الشهر الذي يحصل فيه محمود على ٢٤٠٠ ريال. الشهر العاشر

٢١) **فيزياء:** سقطت صخرة من علو ٢٥٦ قدمًا، وتُمثّل الدالة ع = $-١٦ن^{٢} + ٣٢ن + ٢٥٦$ ارتفاع الصخرة (ع) بعد (ن) ثانية من سقوطها. ما الزمن الذي تستغرقه الصخرة للوصول إلى الأرض؟ (إرشاد: عوّض ع = ٠) ١، ٥ ثانية

٨ - ٤ حل المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

حُلّ كل معادلة فيما يأتي باستعمال القانون العام مقرّبًا الحل إلى أقرب جزء من عشرة إذا كان ذلك ضروريًّا.

١) $س^٢ + ٢س - ٣ = ٠$
$-٣، ١$

٢) $س^٢ + ٨س + ٧ = ٠$
$-٧، -١$

٣) $س^٢ - ٤س + ٦ = ٠$
$\varnothing$

٤) $س^٢ - ٦س + ٧ = ٠$
$٤,٤، ١,٦$

٥) $٢س^٢ + ٩س - ٥ = ٠$
$-٥، -\frac{١}{٢}$

٦) $٢س^٢ + ١٢س + ١٠ = ٠$
$-٥، -١$

٧) $٢س^٢ - ٩س = -١٢$
$\varnothing$

٨) $٢س^٢ - ٥س = ١٢$
$-١\frac{١}{٢}، ٤$

٩) $٣س^٢ + س = ٤$
$١، -١\frac{-١}{٣}$

١٠) $٣س^٢ - ١ = -٨س$
$-٨,٢، ١,٠$

١١) $٤س^٢ + ٧س = ١٥$
$-٣، ١\frac{١}{٤}$

١٢) $١,٦س^٢ + ٢س + ٢,٥ = ٠$
$\varnothing$

أوجد قيمة المميز لكل معادلة فيما يأتي، ثم حدِّد عدد حلولها الحقيقية.

١٣) $س^٢ + ٨س + ١٦ = ٠$
٠، حل حقيقي واحد

١٤) $س^٢ + ٣س + ١٢ = ٠$
-٣٩، لا توجد حلول حقيقية

١٥) $٢س^٢ + ١٢س = -٧$
٨٨، حلان حقيقيان

١٦) $٢س^٢ + ١٥س = -٣٠$
-١٥، لا توجد حلول حقيقية

١٧) $٤س^٢ + ٩ = ١٢س$
٠، حل حقيقي واحد

١٨) $٣س^٢ - ٢س = ٣,٥$
٤٦، حلان حقيقيان

١٩) **فيزياء:** سقطت قطعة من الطوب من ارتفاع ٣٠ قدمًا إلى الأرض، بسرعة ابتدائية مقدارها ١٠ أقدام في الثانية.

أ) اكتب معادلة لإيجاد زمن وصول قطعة الطوب إلى الأرض. استعمل نموذج الحركة الرأسية:
$ع = -١٦ن^٢ + ع_٠ ن + ل_٠$، حيث (ع) ارتفاع الجسم بعد (ن) ثانية، و$(ع_٠)$ السرعة الابتدائية، و$(ل_٠)$ الارتفاع الابتدائي. (إرشاد: بما أن الجسم يُلقى إلى الأسفل فالسرعة الابتدائية سالبة). $ع = -١٦ن^٢ - ١٠ن + ٣٠$

ب) ما المدة الزمنية التي تستغرقها قطعة الطوب حتى تصل إلى الأرض؟ ١,١ ثانية تقريبًا

الفصل التاسع: المعادلات الجذرية والمثلثات

٩ - ١ تبسيط العبارات الجذرية

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

١) $\sqrt{٢٤}$ $٢\sqrt{٦}$

٢) $\sqrt{٦٠}$ $٢\sqrt{١٥}$

٣) $\sqrt{٨} \times \sqrt{٦}$ $٤\sqrt{٣}$

٤) $\sqrt{٧} \times \sqrt{١٤}$ $٧\sqrt{٢}$

٥) $٣\sqrt{١٢} \times ٥\sqrt{٦}$ $٩٠\sqrt{٢}$

٦) $\sqrt{٢٧ ت و^{٣}}$ $٣ |و| ت\sqrt{٣و}$

٧) $\sqrt{٥٠ ب^{٥}}$ $٥ب^{٢}\sqrt{٢ب}$

٨) $\sqrt{١٠٨ س^{٦} ص^{٤} ز^{٥}}$ $٦ |س^{٣}| ص^{٢} ز^{٢}\sqrt{٣ز}$

٩) $\frac{\sqrt{٨}}{\sqrt{٦}}$ $\frac{٢\sqrt{٣}}{٣}$

١٠) $\sqrt{\frac{٢}{١٠}}$ $\frac{\sqrt{٥}}{٥}$

١١) $\sqrt{\frac{٥}{٣٢}}$ $\frac{\sqrt{١٠}}{٨}$

١٢) $\sqrt{\frac{١}{٧}} \times \sqrt{\frac{٧}{١١}}$ $\frac{\sqrt{١١}}{١١}$

١٣) $\frac{\sqrt{٣ك}}{\sqrt{٨}}$ $\frac{٦\sqrt{ك}}{٤}$

١٤) $\sqrt{\frac{١٨}{س^{٣}}}$ $\frac{٣\sqrt{٢س}}{س^{٢}}$

١٥) $\sqrt{\frac{٩أب}{٤أب^{٤}}}$ $\frac{٣\sqrt{ب}}{٢ب^{٢}}$

١٦) $\frac{٣}{٥-\sqrt{٢}}$ $\frac{١٥+٢\sqrt{٣}}{٢٣}$

١٧) $\frac{٨}{٣+\sqrt{٣}}$ $\frac{١٢-٣\sqrt{٤}}{٣}$

١٨) $\frac{\sqrt{٣}٧}{-١-\sqrt{٢٧}}$ $\frac{٧\sqrt{٣}-٩\sqrt{٢١}}{٢٦}$

١٩) **قفز مظلي:** عندما يقفز مظلي من طائرة في الهواء؛ يستغرق في السقوط الحر لمسافة معيّنة زمنًا يمكن تقديره بالمعادلة $ن = \sqrt{\frac{٢ف}{٩,٨}}$ حيث (ن) الزمن بالثانية، (ف) المسافة بالأمتار. فإذا قفز المظلي من طائرة لمسافة ٧٥٠ مترًا، فما الزمن الذي يستغرقه في السقوط الحر؟ ١٢,٤ ثانية تقريبًا.

٢٠) **أرصاد جوية:** يستعمل الراصدون الجوّيون المعادلة $ن = \sqrt{\frac{ق^{٣}}{٢١٦}}$ لتقدير زمن استمرار عاصفة رعدية، حيث (ن) الزمن بالساعة، (ق) قطر العاصفة بالميل.

أ) إذا كان قطر العاصفة الرعدية ٨ أميال. فقدّر زمن استمرارها. واكتب إجابتك في أبسط صورة، وفي صورة كسر عشري. $\frac{٣\sqrt{٨}}{٩} \approx ١,٥$ ساعة

ب) إذا هبت عاصفة رعدية قطرها مثلي قطر العاصفة السابقة، هل ستستمر مثلي زمن تلك العاصفة أيضًا؟ فسّر إجابتك. لا؛ ستستمر العاصفة نحو ٤,٤ ساعة أو ٣ أمثال زمن العاصفة الأولى تقريبًا.

٩ - ٢ العمليات على العبارات الجذرية

بسّط كل عبارة فيما يأتي:

١) $\sqrt{٣٠}٨ - \sqrt{٣٠}٤$
$\sqrt{٣٠}٤$

٢) $\sqrt{٥}٢ - \sqrt{٥}٧ - \sqrt{٥}٥$
$-\sqrt{٥}١٠$

٣) $\sqrt{١٣}٧س - \sqrt{١٣}١٤س + \sqrt{١٣}٢س$
$-\sqrt{١٣}٥س$

٤) $\sqrt{٤٥}٢ + \sqrt{٢٠}٤$ $\sqrt{٥}١٤$

٥) $\sqrt{٤٠} - \sqrt{١٠} + \sqrt{٩٠}$ $\sqrt{١٠}٤$

٦) $\sqrt{٣٢}٢ + \sqrt{٥٠}٣ - \sqrt{١٨}٣$ $\sqrt{٢}١٤$

٧) $\sqrt{٣٠٠} + \sqrt{١٨} + \sqrt{٢٧}$
$\sqrt{٣}١٣ + \sqrt{٢}٣$

٨) $\sqrt{٣٢} - \sqrt{٢٠}٣ + \sqrt{٨}٥$
$\sqrt{٥}٦ + \sqrt{٢}٦$

٩) $\sqrt{\frac{٢}{٧}} - \sqrt{١٤}$
$\frac{\sqrt{١٤}٦}{٧}$

١٠) $-\sqrt{\frac{١}{٢}} - \sqrt{٣٢} + \sqrt{٥٠}$
$\frac{\sqrt{٢}١٧}{٢}$

١١) $\sqrt{٥}(\sqrt{٨}٤ - \sqrt{٢}٥)$
$-\sqrt{١٠}٣$

١٢) $\sqrt{١٠}٣ + \sqrt{٧٥} - \sqrt{٤٠}٢ - \sqrt{١٢}٤$
$-\sqrt{١٠} - \sqrt{٣}٣$

١٣) $\sqrt{٦}(\sqrt{١٥} + \sqrt{١٠})$
$\sqrt{١٥}٢ + \sqrt{١٠}٣$

١٤) $(\sqrt{١٥} - ٥)^{٢}$
$٤٠ - \sqrt{١٥}١٠$

١٥) $(\sqrt{١٠} + \sqrt{٦})(\sqrt{٣٠} - \sqrt{١٨})$
$\sqrt{٣}٤$

١٦) $(\sqrt{٨} + \sqrt{١٢})(\sqrt{٤٨} + \sqrt{١٨})$
$٣٦ + \sqrt{٦}١٤$

١٧) $(\sqrt{٢} + \sqrt{٨}٢)(\sqrt{٣}٦ - \sqrt{٥})$
$\sqrt{١٠}٥ - \sqrt{٣}٣٠$

١٨) $(\sqrt{٤}٣ - \sqrt{٥}٢)(\sqrt{٣}١٠ + \sqrt{٦}٥)$
$\sqrt{٣٠}٢ + \sqrt{٣٠}٢$

١٩) **سرعة الصوت:** تُمثّل المعادلة ع = ٢٠ $\sqrt{\text{د} + ٢٧٣}$ سرعة الصوت (ع) بالمتر/ ثانية قرب سطح الأرض، حيث (د) درجة حرارة السطح السيليزية.

أ) ما سرعة الصوت قرب سطح الأرض عند الدرجتين ١٥° س، ٢° س في أبسط صورة؟
$\sqrt{٢}٢٤٠$ م/ث، $\sqrt{١١}١٠٠$ م/ث

ب) بكم تزيد سرعة الصوت عند الدرجة ١٥° س عليها عند الدرجة ٢° س؟
$\sqrt{٢}٢٤٠ - \sqrt{١١}١٠٠ \approx ٧,٧٥$ م/ث

٢٠) **هندسة:** مستطيل طوله ($٥\sqrt{٧} + ٢\sqrt{٣}$) مترًا، وعرضه ($٦\sqrt{٧} - ٣\sqrt{٣}$) مترًا.

أ) أوجد محيط المستطيل في أبسط صورة.
$(٢٢\sqrt{٧} - ٢\sqrt{٣})$م

ب) أوجد مساحة المستطيل في أبسط صورة.
$(١٩٢ - ٣\sqrt{٢١})$م^{٢}

المعادلات الجذرية

حُلّ كل معادلة فيما يأتي، وتحقّق من صحة الحل.

١) $\sqrt{-ب} = ٨$ -٦٤

٢) $\sqrt[٣]{٤} = \sqrt{س}$ ٤٨

٣) $٢\sqrt{٤ر} + ٣ = ١١$ ٤

٤) $٦ - \sqrt{٢ص} = -٢$ ٣٢

٥) $\sqrt{ك + ٢} - ٣ = ٧$ ٩٨

٦) $\sqrt{م - ٥} = \sqrt[٣]{٤}$ ٥٣

٧) $\sqrt{٦ن + ١٢} = \sqrt[٦]{٨}$ ٦٢

٨) $\sqrt{٣جـ - ١١} + ٢ = ٩$ ٢٠

٩) $٢\sqrt{س + ١٥} + ٥ = ١٨$ ٧٧

١٠) $\sqrt{\frac{٣د}{٥}} - ٤ = ٢$ ٦٠

١١) $٦\sqrt{\frac{٣س}{٣}} - ٣ = ٠$ $\frac{١}{٤}$

١٢) $٦\sqrt{\frac{٥ر}{٦}} + ٦ = -٢$ $\varnothing$

١٣) ص $= \sqrt{ص + ٦}$ ٣

١٤) $\sqrt{-٢س + ١٥} = س$ ٣

١٥) $\sqrt{و + ٤} = و + ٤$ $-٤ ، -٣$

١٦) $\sqrt{-ك + ١٧} = ك - ٥$ ٨

١٧) $\sqrt{٥م - ١٦} = م - ٢$ $٤ ، ٥$

١٨) $\sqrt{ك + ٢٤} = ك + ٣$ $-٣ ، ٥$

١٩) $\sqrt{٤ت + ١٧} - ت - ٣ = ٠$ ٢

٢٠) $٤ - \sqrt{٣م + ٢٨} = م$ -١

٢١) $\sqrt{٢س^٢ - ٩} = س$ ٣

٢٢) **كهرباء:** يحسب فرق الجهد في دائرة كهربائية بالمعادلة ف $= \sqrt{قد \times م}$ ، حيث (قد) تمثِّل القدرة الكهربائية بالواط، (م) تمثِّل المقاومة بالأوم.

أ) إذا كان فرق الجهد لدائرة كهربائية ١٢٠ فولت، وتُنتج الدائرة ١٥٠٠ واط، فما مقاومة الدائرة؟ ٩,٦ أوم

ب) إذا صُمّم جهاز كهربائي يعمل على فرق جهد ١١٠ فولت، ومقاومته ١٠ أوم، فما قدرة الجهاز؟ ١٢١٠ واط

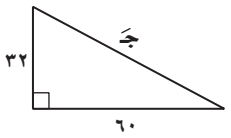
٢٣) **سقوط حر:** على افتراض أنه لا توجد مقاومة للهواء، فإنه يمكن استعمال المعادلة ن $= \frac{\sqrt{ع}}{٤}$ في حساب الزمن (ن) بالثواني الذي يستغرقه جسم ليسقط من ارتفاع (ع) قدم .

أ) إذا قفز مظلي من طائرة في الهواء لمدة ١٠ ثوانٍ قبل أن يفتح مظلته، فكم قدمًا قطع في أثناء ذلك؟ ١٦٠٠ قدم

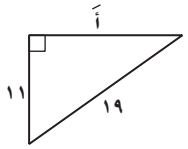
ب) لنفترض أن مظليًّا آخر قفز سقوطًا حرًّا لمدة ٦ ثوانٍ، فكم قدمًا قطع في أثناء ذلك في الهواء؟ ٥٧٦ قدمًا

أوجد طول الضلع المجهول في كلِّ مثلث مما يأتي، وقرِّب الحل إلى أقرب جزء من مئة إن كان ذلك ضروريًّا.

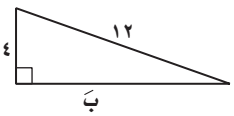
١)



٢)



٣)



حدد ما إذا كانت كل مجموعة من الأطوال الآتية تُشكّل أضلاع مثلث قائم الزاوية أم لا، ثم حدِّد إذا ما كانت تُشكّل ثلاثية فيثاغورس أم لا.

٤) ١١، ١٨، ٢١

٥) ٢١، ٧٢، ٧٥

٦) ٧، ٨، ١١

٧) ٩، ١٠، $\sqrt{١٦١}$

٨) ٩، ٢$\sqrt{١٠}$، ١١

٩) $\sqrt{٧}$، ٢$\sqrt{٢}$، $\sqrt{١٥}$

١٠) **تخزين:** طول باب المخزن في منزل هاشم ٦ أقدام، وعرضه ٣ أقدام. ويريد أن يُخزّن فيه صندوقًا مربعًا طول ضلعه ٧ أقدام. هل يستطيع إدخال الصندوق قطريًّا؟ وضّح إجابتك.

١١) **شاشة تلفاز:** يقاس حجم التلفاز بطول قطر شاشته.

أ) إذا كان بعدا شاشة تلفاز ٢٤ بوصة طولاً، و١٨ بوصة عرضًا، فما طول قطرها؟

ب) قالت هند لزميلتها مها: إنّ قطر التلفاز في منزلهم ٣٥ بوصة. فإذا كان طول الشاشة ٢١ بوصة، فما عرضها؟

جـ) أخبرت مها زميلتها هند أن لديها تلفازًا صغيرًا قطره ٥ بوصات، وبعدا شاشته بوصتان في ٣ بوصات. فهل هذه الأبعاد تناسب قطر التلفاز؟ فسّر إجابتك.

٩ - ٥ المسافة بين نقطتين

أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

١) (٤، ٧)، (١، ٣)
٥

٢) (٠، ٩)، (– ٧، – ٢)
$\sqrt{١٧٠} \approx ١٣,٠٤$

٣) (٦، ٢)، (٤، $\frac{١}{٢}$)
$\frac{٥}{٢}$ أو ٢,٥

٤) (– ١، ٧)، (٦، $\frac{١}{٣}$)
$\frac{٥}{٣} = ١,٦٧$

٥) ($\sqrt{٣}$، ٣)، (٥، $٣\sqrt{٢}$)
$\sqrt{٧} \approx ٢,٦٥$

٦) ($٢\sqrt{٢}$، – ١)، ($٢\sqrt{٣}$، ٣)
$٣\sqrt{٢} = ٤,٢٤$

أوجد القيم الممكنة للمتغيّر (أ)، مستعملًا إحداثيات كل نقطتين، والمسافة المعطاة بينهما لكل مما يأتي:

٧) (٤، – ١)، (أ، ٥)، ف = ١٠
أ = – ٤ أو ١٢

٨) (٢، – ٥)، (أ، ٧)، ف = ١٥
أ = – ٧ أو ١١

٩) (٦، – ٧)، (أ، – ٤)، ف = $\sqrt{١٨}$
أ = ٣ أو ٩

١٠) (– ٤، ١)، (أ، ٨)، ف = $\sqrt{٥٠}$
أ = – ٥ أو – ٣

١١) (٨، – ٥)، (أ، ٤)، ف = $\sqrt{٨٥}$
أ = ٦ أو ١٠

١٢) (– ٩، ٧)، (أ، ٥)، ف = $\sqrt{٢٩}$
أ = – ١٤ أو ٤

أوجد إحداثيي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين كل نقطتين مما يأتي:

١٣) (٤، – ٦)، (٣، – ٩)
(٧,٥، – ٣,٥)

١٤) (– ٣، – ٨)، (– ٧، ٢)
(– ٥، – ٣)

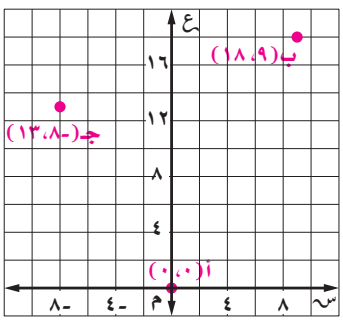
١٥) (٠، – ٤)، (٣، ٢)
(١,٥، – ١)

١٦) (– ١٣، – ٩)، (– ١، – ٥)
(– ٧، – ٧)

١٧) (٢، $-\frac{١}{٢}$)، (١، $\frac{١}{٢}$)
($١\frac{١}{٢}$، ٠)

١٨) ($\frac{٢}{٣}$، – ١)، (٢، $\frac{١}{٣}$)
($١\frac{١}{٣}$، $\frac{١}{٣}$)

١٩) **كرة السلة:** يقف ثلاثة لاعبين على النحو الآتي: عادل على بُعد ٩ أمتار إلى يمين أحمد، ومتقدّمًا عنه بمسافة رأسية مقدارها ١٨ مترًا. وسمير على بُعد ٨ أمتار إلى يسار أحمد، ومتقدمًا عنه بمسافة رأسية مقدارها ١٣ مترًا.



أ) ارسم نموذجًا على ورقة الرسم البياني يُمثّل هذا الوضع.
وافترض أن اللاعب أحمد يقف في (٠، ٠).

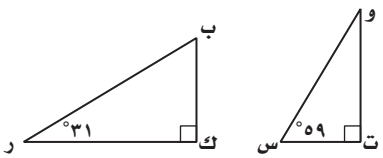
ب) ما المسافة بين أحمد، وكل من عادل وسمير، مقرّبًا الإجابة إلى أقرب جزء من عشرة؟ ١٥,٣، ٢٠,١ مترًا

جـ) ما المسافة بين عادل وسمير؟ ١٧,٧ م

٢٠) **خرائط:** تسكن هيا وفاطمة في حيين متجاورين، وعند تمثيل مواقع سكنهم على مستوى إحداثي طول ضلع كل مربع فيه كيلومتر واحد، كانت هيا عند النقطة (– ٩، ١) وفاطمة عند النقطة (٥، – ٤). فما المسافة بين موقعيهما؟ ١٤,٩ كم

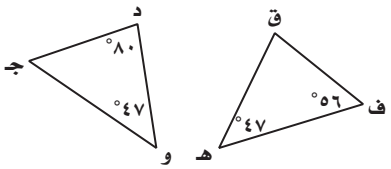
حدّد إذا كان كل زوج من المثلثات في السؤالين الآتيين متشابهًا أم لا. وبرّر إجابتك.

١)



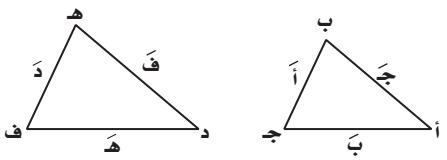
نعم؛ ∠ك = ∠ت = ٩٠°
∠ب = ١٨٠° − (٩٠° + ٣١°) = ٥٩° = ∠س
∠و = ١٨٠° − (٩٠° + ٥٩°) = ٣١° = ∠ر
بما أن المثلثين متشابهان، لذا فإن قياساتهما المتناظرة متشابهة.

٢)



لا؛ ∠جـ = ١٨٠° − (٤٧° + ٨٠°) = ٥٣°
بما أن قياسات الزوايا المتناظرة غير متساوية، لذا فإن المثلثين غير متشابهين

إذا كان △ أ ب جـ ~ △ د هـ ف، فأوجد قياسات العناصر المجهولة لكل مما يأتي:



٣) جَ = ٤ ، دَ = ١٢ ، هَ = ١٦ ، فَ = ٨ أَ = ٦، بَ = ٨

٤) هَ = ٢٠ ، أَ = ٢٤ ، بَ = ٣٠ ، جَ = ١٥ دَ = ١٦، فَ = ١٠

٥) أَ = ١٠ ، بَ = ١٢ ، جَ = ٦ ، دَ = ٤ هَ = ٤,٨، فَ = ٢,٤

٦) أَ = ٤ ، دَ = ٦ ، هَ = ٤ ، فَ = ٣ جَ = ٢، بَ = $\frac{٨}{٣}$

٧) بَ = ١٥ ، دَ = ١٦ ، هَ = ٢٠ ، فَ = ١٠ أَ = ١٢، جَ = $\frac{١٥}{٢}$

٨) أَ = ١٦ ، بَ = ٢٢ ، جَ = ١٢ ، فَ = ٨ دَ = $\frac{٣٢}{٣}$، هَ = $\frac{٤٤}{٣}$

٩) أَ = $\frac{٥}{٢}$ ، بَ = ٣ ، فَ = $\frac{١١}{٢}$ ، هَ = ٧ جَ = $\frac{٣٣}{١٤}$، دَ = $\frac{٣٥}{٦}$

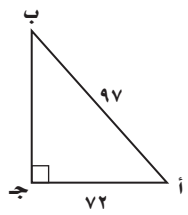
١٠) جَ = ٤ ، دَ = ٦ ، هَ = ٥,٦٢٥ ، فَ = ١٢ أَ = ٢، بَ = ١,٨٧٥

١١) **ظل:** إذا كان طول ظل بناية ٢٠ م، وطول ظلك ٩٠ سنتمترًا في تلك اللحظة، وطولك متر و٨٠ سنتمترًا، فما ارتفاع البناية؟ ٤٠ م

١٢) **نماذج:** يستعمل المهندسون أشكالاً مثلثية لتدعيم أحد الجسور. فإذا عمل مراد نموذجًا للجسر مقياس الرسم فيه ١ سم لكل ١,٢ م، وكان ارتفاع المثلث في النموذج ٤,٥ سم، فما ارتفاع المثلث في التصميم الحقيقي؟ ٥,٤ م

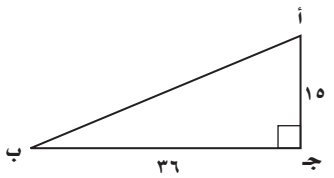
أوجد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية أ فيما يأتي:

١)



جا أ = $\frac{٦٥}{٩٧}$ ، جتا أ = $\frac{٧٢}{٩٧}$ ، ظا أ = $\frac{٦٥}{٧٢}$

٢)



جا أ = $\frac{٣٦}{٣٩}$ ، جتا أ = $\frac{١٥}{٣٩}$ ، ظا أ = $\frac{٣٦}{١٥}$

استعمل الحاسبة لإيجاد قيمة كل نسبة مثلثية فيما يأتي مقرّبة إلى أقرب جزء من عشرة آلاف.

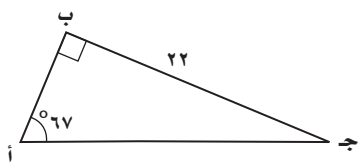
٣) ظا ٢٦°
٠,٤٨٧٧

٤) جا ٥٣°
٠,٧٩٨٦

٥) جتا ٨١°
٠,١٥٦٤

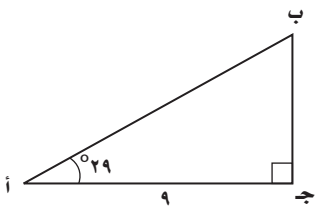
حُلّ كل مثلث قائم الزاوية فيما يأتي مقرّبًا طول كل ضلع إلى أقرب جزء من عشرة.

٦)



ل ب = ٢٣°، أ ب = ٩,٢٣، أ جـ = ٩,٣

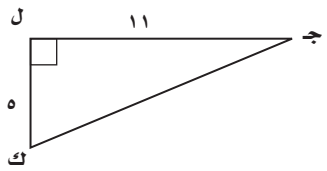
٧)



ل أ = ٦١°، أ ب = ١٠,٣، ب جـ = ٥,٠

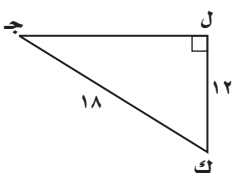
أوجد ق ل جـ لكل مثلث قائم الزاوية فيما يأتي مقرّبًا إلى أقرب درجة.

٨)



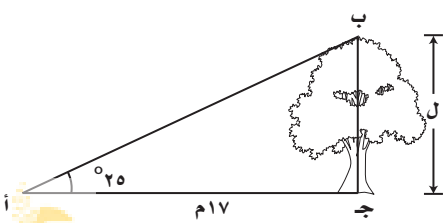
٢٤°

٩)



٤٢°

١٠) **مسح:** إذا كان بعد النقطة أ عن قاعدة الشجرة يساوي ١٧ مترًا، والزاوية المحصورة بين الأرض عند النقطة أ وقمة الشجرة ٢٥°، فأوجد ارتفاع الشجرة. ٧,٩ م



الفصل العاشر: الإحصاء والاحتمال

١٠ - ١ تصميم دراسة مسحية

حدّد في كل مما يأتي العينة والمجتمع الذي اختيرت منه، ثم صنّف أسلوب جمع البيانات المستعمل.

١) **علم النباتات:** لتحديد مدى إصابة أشجار غابة بأحد أمراض الأوراق، قسّم مهندس زراعي الغابة إلى ١٠ أقسام، واختار عشوائيًّا مربعًا طوله ٢٠٠ قدم في كل قسم، وفحص جميع الأشجار في تلك المربعات.
العينة: الأشجار في المربعات المختارة؛ المجتمع: أشجار الغابة جميعها؛ التجربة.

٢) **مالية:** لتحديد مدى انتشار الخدمات البنكية عبر الإنترنت في السعودية، قامت مؤسسة أبحاث بإرسال استبانة بالبريد إلى ٥٠٠٠ من المتعاملين مع البنوك؛ لمعرفة ما إذا كانوا يتعاملون مع بنوكهم عبر الإنترنت أم لا، وإن كانوا يتعاملون، فما عدد التعاملات في الشهر الواحد؟
العينة: ٥٠٠٠ شخص؛ المجتمع جميع المتعاملين مع البنوك؛ الدراسة المسحية.

حدِّد في كل مما يأتي إن كانت العينة متحيّزة أم غير متحيّزة، وفسّر إجابتك.

٣) **أحذية:** أراد مصنع أحذية أن يتحقّق من جودة الأحذية التي ينتجها. فقام بسحب ٢٠ زوجًا من الأحذية من خط التجميع في كل ٢٠ دقيقة لفحصها. غير متحيّزة؛ لأن أزواج الأحذية اختيرت بطريقة العينة العشوائية المنتظمة.

٤) **أعمال:** لمعرفة أهم الامتيازات في نظر موظفي شركة كبيرة، طُلِب إلى جهاز حاسب آلي أن يختار ٥٠ موظفًا عشوائيًّا. ثم أُجريت لهم مقابلة في قسم شؤون الموظفين. غير متحيّزة؛ لأن كل موظف له الفرصة نفسها لأن يكون من العينة العشوائية البسيطة.

في السؤال الخامس حدّد العينة والمجتمع الذي اختيرت منه. ثم صنّف العينة إلى بسيطة أو طبقية أو منتظمة ، وفسّر إجابتك:

٥) **أعمال:** يقوم مكتب خدمات عامة بفحص الطلب من مضاعفات العدد ١٠٠ من جملة الطلبات المقدمة إليه؛ لضمان إنجاز الطلبات بصورة سليمة حسب الأصول. العينة: كل طلب أُعطي رقمًا من مضاعفات العدد ١٠٠ من جملة الطلبات المقدمة؛ المجتمع: جميع الطلبات المقدمة لمكتب الخدمات العامة؛ عشوائية منتظمة؛ لأنه يتم الاختيار ضمن فترة محددة.

٦) **بيئة:** افترض أنك أردت أن تتحقّق إذا كان أحد المصانع يلوّث بفضلاته بحرًا قريبًا منه، صف طريقة غير متحيّزة لفحص المياه، للتأكّد من وجود ملوّثات. إجابة ممكنة: أخذ عينات من المياه مقدارها ١٠ أونصات في أوقات مختلفة من اليوم لفحصها، ومقارنة نتائج الفحوصات؛ لمعرفة إذا كانت فضلات المصنع تلوّث المياه.

٧) **مدارس:** افترض أنك أردت معرفة القضايا الأكثر أهمية للمعلمين في إدارة التعليم في منطقتك، صف طريقة غير متحيّزة لإجراء مسح لهذه الغاية. إجابة ممكنة: أحصل على قائمة أسماء المدرسين، وأحدد رقمًا لكل مدرس من مدرسي المنطقة، وأختار ١٠ أرقام عشوائيًّا، وأقابل كل واحد من المدرسين الذين تم اختيارهم.

تحليل نتائج الدراسة المسحية

أي مقاييس النزعة المركزية (إن وجدت) هي الأنسب لتمثيل البيانات في كل ممّا يأتي؟ فسّر إجابتك، ثم احسب قيمة ذلك المقياس.

١) **آلات حاسبة:** عدد الآلات الحاسبة البيانية مع طلاب الفصول المختلفة هي:
٢٠، ١٩، ٢٠، ٢٠، ١٨، ١٩، ٢٠، ١٨، ١٩. المنوال؛ ٢٠

٢) **ميزانية:** سجّلت إحدى العائلات قيمة فواتير الكهرباء لعدد من الأشهر فكانت:
١٣٤ ريالاً، ١٢٢ ريالاً، ١٢٨ ريالاً، ١٢٧ ريالاً، ١٣٦ ريالاً، ١٢٠ ريالاً، ١٢٩ ريالاً.
المتوسط الحسابي؛ ١٢٨ ريالاً

٣) **صراف آلي:** تابع أحد البنوك عدد مستخدمي الصراف الآلي في كل ساعة، فكان:
٣٩، ٤٢، ٤٤، ١٢٠، ٥٤، ٤٨، ٤٣. الوسيط؛ ٤٤

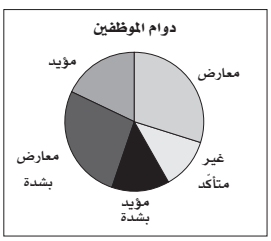
حدِّد صحة كلٍّ من المعلومات والاستنتاجات لتقرير كلّ دراسة مسحية فيما يأتي:

٤) **واجبات منزلية:** سأل مشعل ١٦ طالبًا من زملائه في قاعة المكتبة.
السؤال: هل يكلّف معلمو المدرسة الطلاب حل واجبات كثيرة؟
النتائج: نعم: ٩٤٪ ؛ لا: ٦٪
الاستنتاج: يجب على معلمي المدرسة تقليل الواجبات التي يحددونها للطلاب. العينة ليست عشوائية؛ فقد تكون النتائج غير صحيحة، يريد الطلاب أن تظهر النتائج بهذا الشكل، لذا قد تكون البيانات متحيزة

٥) **وجبات صحية:** استطلعت مدرسة آراء ٥٠٠ من أولياء الأمور حول ما إذا كانت الوجبات التي تباع في مقصف المدرسة صحية.
النتائج: نعم ٥٨٪ ، لا: ٤١٪ ، غير متأكّد: ١٪
الاستنتاج: يجب المحافظة على نوعية الوجبات التي تباع في مقصف المدرسة.
تبدو البيانات صحيحة، وقد لا يكون الاستنتاج صحيحة؛ لأن الاستطلاع شمل مدرسة واحدة فقط في المملكة.

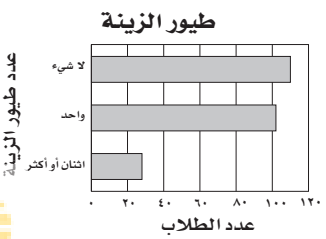
حدّد إذا كانت طريقة تمثيل النتائج تعطي صورة صحيحة حول نتائج الدراسات المسحية، الآتية. وفسِّر إجابتك.

٦) **دوام وظيفي:** أجرت مؤسسة إعلامية استطلاعًا شمل ٦٠٠ شخص تم اختيارهم عشوائيًّا من موظفي القطاع العام كما في الشكل المجاور.



السؤال: هل تؤيد أم تعارض تأخير بدء دوام الموظفين مدة ساعة؟
الاستنتاج: يؤيد موظفو القطاع العام تأخير بداية الدوام مدة ساعة.
التمثيل البياني مضلّل؛ لأن القطاعين معارض بشدة، ومؤيد بشدة، لهما اللون نفسه تقريبًا، وفي الحقيقة أكثر الموظفين يعارضون تأخير بدء الدوام لمدة ساعة.

٧) **طيور الزينة:** استطلع سعيد آراء مجموعة من الطلاب تم اختيارهم عشوائيًّا من بين طلاب مدرسته، حول عدد طيور الزينة التي يملكونها. وسجَّل النتائج، ومثّلها بالتمثيل البياني المجاور. استعمل البيانات في كتابة استنتاج حول عدد طيور الزينة التي يملكها الطلاب. تتنوع الإجابات.



عيّن العينة والمجتمع في كل من الموقفين الآتيين، ثم صف إحصائي العينة و معلمة المجتمع:

١) **هندسة:** اختار مهندس مدني عشوائيًّا ٥ تقاطعات عليها إشارات ضوئية في مدينة الدمام،وحسب وسيط مدة الضوء الأحمر على هذه التقاطعات.

العينة: ٥ تقاطعات عليها إشارة ضوئية. المجتمع: تقاطعات المدينة جميعها التي عليها إشارات ضوئية

إحصائي العينة: وسيط مدة الضوء الأحمر في العينة؛ المَعْلم: وسيط مدة الضوء الأحمر في كل تقاطعات المدينة.

٢) **كرة قدم:** اختارت مؤسسة بحثية ١٠ مباريات من مباريات دوري أبطال آسيا التي لعب فيها أحد الفرق المشهورة. وحسب الوسيط لعدد الحضور في هذه المباريات العشر.

العينة: المباريات العشر التي تم اختيارها.

المجتمع: المباريات جميعها التي لعب فيها هذا الفريق المشهور.

إحصائي العينة: وسيط عدد الحضور في المباريات العشر؛ المَعْلَم: وسيط عدد الحضور للمباريات جميعها التي لعبها هذا الفريق.

أوجد الانحراف المتوسط، لكل مجموعة من البيانات الآتية:

٣) **كرة سلة:** سُجّلت النقاط التي أحرزها أحد فرق كرة السلة فكانت:

٧٨، ٨١، ٨٦، ٧٧، ٧٥. ٣,٢٨

٤) **طقس:** سجّل راصد جوي عدد العواصف الرعدية التي وقعت في كل شهر في إحدى المناطق فكانت:

٠، ٤، ٧، ١، ٣، ٥، ٢. ١,٨٨ تقريبًا

أوجد المتوسط الحسابي، والتباين، والانحراف المعياري مقرّبًا إلى أقرب جزء من عشرة، لكل من مجموعات البيانات الآتية:

٥) {٦، ١١، ١٦، ٩} $\overline{س} = ١٠,٥$، $ع^٢ = \frac{٥٣}{٤}$

ع ≈ ٣,٦٤

٦) {٢، ٥، ٨، ١١، ٤} $\overline{س} = ٦$؛

$ع^٢ = ١٠$، ع = ٣,١٦

٧) {٤, ٢٣، ٨, ١٦، ٧, ٩، ١, ٢٢} $\overline{س} = ١٨$،

$ع^٢ = ٢٩,٠٧٥$

ع ≈ ٥,٣٩

٨) {١، $\frac{٥}{٢}$، ٤، $\frac{١١}{٢}$، $\frac{١}{٢}$، ٣}

$\overline{س} = ٢,٧٥$؛

$ع^٢ = \frac{١٣٩}{٤٨}$، ع ≈ ١,٧٠

٩) {١٤٥، ١٦٦، ١٧١، ١٥٠، ٨٨}

$\overline{س} = ١٤٤$،

$ع^٢ = ٨٧٧,٢$

ع ≈ ٢٩,٦٢

١٠) {١٣، ٢٤، ٢٢، ١٧، ١٤، ٢٩، ١٥، ٢٢}

$\overline{س} = ١٩,٥$؛

$ع^٢ = ٢٧,٧٥$، ع ≈ ٢,٥٧

استعمل مبدأ العدّ الأساسي لإيجاد قيمة كل ممّا يأتي:

١) **مهام:** يرغب أحمد في زيارة ٦ متاجر في طريق عودته إلى بيته من العمل. بكم طريقة يمكن أن يرتب زيارته لهذه المتاجر الستة؟ ٧٢٠

٢) **اقتراع:** ينتظر ٨ أشخاص للإدلاء بأصواتهم في انتخابات مجلس إدارة شركة. بكم طريقة يمكن أن يصطف هؤلاء للإدلاء بأصواتهم؟ ٤٠٣٢٠

أوجد قيمة العبارات الآتية:

٣) ${}_{٣}ل^{١١}$ ٩٩٠

٤) ${}_{٣}ل^{٦}$ ١٢٠

٥) ${}_{٣}ل^{١٥}$ ٢٧٣٠

٦) ${}_{٩}ق^{١٠}$ ١٠

٧) ${}_{٣}ق^{١٢}$ ٢٢٠

٨) ${}_{٣}ق^{٧}$ ٣٥

٩) ${}_{٤}ق^{٧}$ ٣٥

١٠) ${}_{٤}ق^{١٢}$ ٤٩٥

١١) ${}_{٣}ل^{١٣}$ ١٧١٦

١٢) ${}_{١٢}ق^{١٦}$ ١٨٢٠

١٣) ${}_{٢}ق^{١٧}$ ١٣٦

١٤) ${}_{١٥}ق^{١٦}$ ١٦

١٥) ${}_{٥}ل^{٢٠}$ ١٨٦٠٤٨٠

١٦) ${}_{٧}ل^{١١}$ ١٦٦٣٢٠٠

١٧) ${}_{١}ل^{١٣}$ ١٣

١٨) ${}_{١٦}ق^{١٩}$ ٩٦٩

١٩) ${}_{٤}ل^{١٥}$ ٣٢٧٦٠

٢٠) ${}_{٧}ق^{١٤}$ ٣٤٣٢

٢١) **رياضة:** بكم طريقة يمكن ترتيب أول خمسة متسابقين يصلون إلى خط النهاية في أحد السباقات الرياضية؟ ١٢٠

٢٢) **إجراءات قضائية:** يرغب المجلس الأعلى للقضاء في اختيار ٣ قضاة من بين ٨ قضاة للنظر في قضايا جنائية. وكان خمسة من القضاة يحملون درجة الدكتوراه في القانون، و٣ يحملون درجة الماجستير في القانون.

أ) هل يتضمن اختيار القضاة تباديل أم توافيق؟ توافيق

ب) بكم طريقة يمكن اختيار القضاة الثلاثة؟ ٥٦

ج) إذا تم اختيار القضاة الثلاثة عشوائيًّا، فما احتمال أن يكونوا جميعًا من حملة درجة الدكتوراه؟ $\frac{٥}{٢٨}$ = ١٨٪ تقريبًا

احتمالات الحوادث المركّبة

يحتوي كيس على ٥ كرات حمراء، و٣ بنّية، و٦ صفراء، وكرتين زرقاوين. إذا سُحبت ٣ كرات عشوائيًّا من الكيس دون إرجاع، فأوجد الاحتمالات الآتية:

١) ح (بنّية، ثم صفراء، ثم حمراء) $\frac{٣}{١١٢}$

٢) ح (حمراء، ثم حمراء، ثم زرقاء) $\frac{١}{٨٤}$

٣) ح (صفراء، ثم صفراء، ثم ليست زرقاء) $\frac{٣}{٢٨}$

٤) ح (بنّية، ثم بنّية، ثم ليست صفراء) $\frac{١}{٧٠}$

رُمي مكعب أرقام، وسُحبت بطاقة من كيس فيه ١٠ بطاقات حمراء، و١٠ بيضاء و١٠ زرقاء و١٠ خضراء، وكانت البطاقات من كل لون مرقّمة من ١ إلى ١٠. أوجد الاحتمالات الآتية.

٥) ح (العدد ٦ وبطاقة تحمل رقم ١٠) $\frac{١}{٦٠}$

٦) ح (عدد أولي وبطاقة زرقاء) $\frac{١}{٨}$

٧) ح (عدد أقل من ٣ وبطاقة حمراء) $\frac{١}{١٢}$

٨) ح (عدد أكبر من ١ وبطاقة ليست خضراء) $\frac{٥}{٨}$

٩) **طقس:** ذكر الراصد الجوي أن فرصة سقوط أمطار يوم الثلاثاء تساوي ٤٠٪، وفرصة سقوط أمطار يوم الأربعاء ٦٠٪. إذا كان الاحتمالان مستقلين، فما احتمال سقوط المطر في اليومين معًا؟ ٢٤٪

١٠) **طعام:** وضع حسين في كيس وصفات لأربعة أطباق من المعكرونة، وخمسة أطباق من اللحم بالخضار، وثلاثة أطباق من المقبلات، وثمانية أطباق من الحلوى.

أ) إذا اختار حسين إحدى الوصفات عشوائيًّا، فما احتمال أن يختار وصفة معكرونة أو وصفة لحم بالخضار؟
$\frac{٩}{٢٠} = ٤٥٪$

ب) إذا اختار حسين إحدى الوصفات عشوائيًّا، فما احتمال ألاّ يختار طبق حلوى؟ ٠,٦ = ٦٠٪

جـ) إذا اختار حسين وصفتين عشوائيًّا دون إرجاع، فما احتمال أن تكون الأولى وصفة طبق لحم بالخضار، والثانية وصفة طبق حلوى؟ $\frac{٢}{١٩}$ = ١٠,٥٪ تقريبًا