الوحدة الرابعة

التكامـــل

الثاني الثانوي العلمي

حل تدريبات الكتاب

اعداد المعلمة : ميسون الحسين

٠٧٩٨٩٥٩٠٧١

تدريب ١ :

بين أن الاقتران م(س) = $\frac{1}{3}$ س^{٤} - جاس هو معكوس لمشتقة الاقتران هـ(س) حيث هـ(س) = ٤ س^{٣} - جتاس .

الحل: هـ(س) متصل .

م$'$(س) = ٤ س^{٣} - جتاس = هـ(س)

∴ م(س) هو معكوس لمشتقة هـ .

تدريب ٢ :

اذا كان ∫ هـ(س) دس = جاس - ٣ جتاس + ١ ، هـ($\frac{\pi}{٤}$) = صفراً ، فجد قيمة الثابت ٣ .

الحل: نشتق الطرفين

هـ(س) = جاس جتاس + ٣ جاس .

هـ($\frac{\pi}{٤}$) = جا$\frac{\pi}{٤}$ جتا$\frac{\pi}{٤}$ + ٣ جا$\frac{\pi}{٤}$.

صفر = $\frac{1}{\sqrt{٢}} \times \frac{1}{\sqrt{٢}} \times ٢$ + $\frac{1}{\sqrt{٢}} \times ٣$

صفر = $\frac{1}{٢} \times ٢$ + $\frac{1}{\sqrt{٢}} \times ٣$

صفر = $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$ + ١

$\frac{٣}{\sqrt{٢}}$ = - ١ ⇐

٣ = - $\sqrt{٢}$.

تدريب ٣ :

اذا كان هـ اقتراناً متصلاً على مجاله وكان ∫ هـ(س) جا$\frac{\pi}{٢}$ س دس = ١ + س^{٣}

فجد هـ(س) .

الحل: جا$\frac{\pi}{٢}$ = ١

∫ هـ(س) جا$\frac{\pi}{٢}$ س دس = ١ + س^{٣}

∫ هـ(س) دس = ١ + س^{٣}

نشتق الطرفين

تدريب ٤ :

اذا كان ∫ هـ(س) دس = جاس - ٣ جتاس + ١ ، هـ($\frac{\pi}{٤}$) = صفراً ، فجد قيمة الثابت ٣ .

الحل: نشتق الطرفين

هـ(س) = ٢ جاس جتاس + ٣ جاس .

هـ($\frac{\pi}{٤}$) = ٢ جا$\frac{\pi}{٤}$ جتا$\frac{\pi}{٤}$ + ٣ جا$\frac{\pi}{٤}$.

صفر = $\frac{1}{\sqrt{٢}} \times ٣$ + $\frac{1}{\sqrt{٢}} \times \frac{1}{\sqrt{٢}} \times ٢$

صفر = $\frac{1}{\sqrt{٢}} \times ٣$ + $\frac{1}{٢} \times ٢$

صفر = $\frac{٣}{\sqrt{٢}}$ + ١

$\frac{٣}{\sqrt{٢}}$ = - ١

٣ = - $\sqrt{٢}$.

تدريب ١: جد كلاً مما يأتي:

١) $\int ds = s + c$

٢) $\int -\frac{1}{4}\,dl = -\frac{1}{4}l + c$

٣) $\int (s^{\frac{3}{2}} + 3s)\,ds =$

$= \frac{s^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + \frac{3s^2}{2} + c =$

$\frac{2}{5}s^{\frac{5}{2}} + \frac{3}{2}s^2 + c$.

تدريب ٢: جد كلاً مما يأتي:

١) $\int 10s \cdot ds = \frac{10s^2}{2} + c$

$= 5s^2 + c$

٢) $\int \frac{1}{\sqrt[4]{s^3}}\,ds = \int s^{-\frac{3}{4}}\,ds$

$= \frac{s^{-\frac{3}{4}+1}}{-\frac{3}{4}+1} + c$

$\frac{s^{\frac{1}{4}}}{\frac{1}{4}} + c = 4\sqrt[4]{s} + c$

٣) $\int \frac{(2-s)^3}{s\sqrt{s}}\,ds$

$(2-s)^3 = (2-s)^2(2-s)$

$= (4 - 4s + s^2)(2-s)$

$= 8 - 4s - 8s + 4s^2 + 2s^2 - s^3$

$= 8 - 12s + 6s^2 - s^3$ (بالبسط)

$s\sqrt{s} = s \times s^{\frac{1}{2}} = s^{\frac{3}{2}}$ (المقام)

$\int \frac{(2-s)^3}{s\sqrt{s}}\,ds =$

$\int \frac{8 - 12s + 6s^2 - s^3}{s^{\frac{3}{2}}}\,ds$

$\int 8s^{-\frac{3}{2}} - 12s^{-\frac{1}{2}} + 6s^{\frac{1}{2}} - s^{\frac{3}{2}}\,ds$

$8s^{-\frac{1}{2}} - \frac{12s^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} + \frac{6s^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} - \frac{s^{\frac{5}{2}}}{\frac{5}{2}} + c$

$-16s^{-\frac{1}{2}} - 24s^{\frac{1}{2}} + 4s^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}s^{\frac{5}{2}} + c$

$\frac{-16}{\sqrt{s}} - 24\sqrt{s} + 4\sqrt{s^3} - \frac{2}{5}\sqrt{s^5} + c$

تدريب ٣: جد كلاً مما يأتي:

١) $\int \frac{s^2 - 9s}{\sqrt{s} - 3}\,ds =$

$\int \frac{s(s-9)}{\sqrt{s} - 3}\,ds =$

$\int \frac{s(\sqrt{s}-3)(\sqrt{s}+3)}{\sqrt{s} - 3}\,ds =$

٢) $\int s(s^{\frac{1}{2}} + 3)\,ds =$

تدريب ٤ : جد كلاً مما يأتي :

١) $\int \frac{٣}{(٧س+٥)^{٤}}\,دس = \int ٣(٧س+٥)^{-٤}\,دس$

$= \frac{٣(٧س+٥)^{-٣}}{-٣\times ٧} + جـ = \frac{(٧س+٥)^{-٣}}{-٧} + جـ$

$= -\frac{١}{٧(٧س+٥)^{٣}} + جـ$.

٢) $\int س^{٤}(٥ - \frac{٣}{س})^{٤}\,دس =$

$\int (س(٥ - \frac{٣}{س}))^{٤}\,دس =$

$\int (٥س - ٣)^{٤}\,دس =$

$\frac{(٥س-٣)^{٥}}{٥\times ٥} + جـ = \frac{(٥س-٣)^{٥}}{٢٥} + جـ$

تدريب ٥ : جد كلاً مما يأتي :

١) $\int (قتا٤س\,ظتا٤س + قتا٣س)\,دس =$

$-\frac{١}{٤}$ قتا٤س $-\frac{١}{٣}$ ظتا٣س $+ جـ$

٢) $\int (جتا٤س\,ظا٤س + \frac{١}{جتا^{٢}٦س})\,دس =$

$\int (جتا٤س \frac{جا٤س}{جتا٤س} + قا^{٢}٦س)\,دس$

$\int (جا٤س + قا^{٢}٦س)\,دس =$

$-\frac{١}{٤}$ جتا٤س $+ \frac{١}{٦}$ ظا٦س $+ جـ$

تدريب ٦ : جد كلاً من التكاملات التالية :

١) $\int (قاس + ظاس)^{٢}\,جس =$

$\int (قا^{٢}س + ٢\,قاس\,ظاس + ظا^{٢}س)\,دس =$

$\int (قا^{٢}س + ٢\,قاس\,ظاس + قا^{٢}س - ١)\,دس =$

$\int (٢قا^{٢}س + ٢\,قاس\,ظاس - ١)\,دس =$

$٢\,ظاس + ٢\,قاس - س + جـ$

٢) $\int \frac{٣}{١ - جتا٤س}\,دس =$

$\int \frac{٣}{١ - (١ - ٢جا^{٢}س)}\,دس =$

$\int \frac{٣}{١ - ١ + ٢جا^{٢}س}\,دس =$

$\int \frac{٣}{٢جا^{٢}س}\,دس =$

$\int \frac{٣}{٢}$ قتا^{٢}س دس $=$

$-\frac{٣}{٢}$ ظتاس $+ جـ$.

تابع تدريب ٦ :

٣) $\int \frac{\text{ظتا}^2 س}{\text{جا}^2 س \text{ظتا}^2 س}$ دس =

$\int \frac{\text{جتا}^2 س - \text{جا}^2 س}{\text{جا}^2 س \text{جتا}^2 س}$ دس =

$\int \frac{\text{جتا}^2 س}{\text{جا}^2 س \text{جتا}^2 س} - \frac{\text{جا}^2 س}{\text{جا}^2 س \text{جتا}^2 س}$ دس =

$\int \frac{1}{\text{جا}^2 س} - \frac{1}{\text{جتا}^2 س}$ دس =

$\int$ (قتا^2 س − قا^2 س) دس =

− ظتا س − ظا س + جـ .

٤) $\int$ (جتا س − جا س)^2 دس =

$\int$ (جتا^2 س − ٢ جا س جتا س + جا^2 س) دس =

$\int$ (١ − ٢ جا س جتا س) دس =

$\int$ (١ − جا ٢س) دس =

س + $\frac{1}{2}$ جتا ٢س + جـ

تدريب 1 : اذا كان ق اقترانا متصلا

ه(1) = 4 ، ه(2) = 12

$\int_1^2 p\, ه'(س)\, دس = 16$ فجد قيمة p ؟

الحل:

$\int_1^2 p\, ه'(س)\, دس = 16$

$p\, ه(س)\Big]_1^2 = 16$

$p\,(ه(2) - ه(1)) = 16$

$p\,(12 - 4) = 16$

$\frac{8}{8} p \times 8 = \frac{16}{8} \Leftarrow p = 2$

تدريب 3 : إذا كان $\int_{1+ب}^{2+3ب} 5\, دس = 40$ فجد قيمة الثابت ب

الحل: $5(2+3ب - (1+ب)) = 40$

$\frac{5}{5}(2+3ب - 1 - ب) = \frac{40}{5}$

$1 + 2ب = 8 \Leftarrow 2ب = 7 \Leftarrow ب = \frac{7}{2}$

تدريب 4 : اذا كان

$\int_{\sqrt{ع+1}}^{27} \frac{س}{\sqrt{ع+1}}\, دس = 2$ فجد

$\int_{27}^{\cdot} \frac{س}{\sqrt{ع+1}} = -2$.

تدريب 2 : احسب قيمة كل من التكاملين الآتيين

1) $\int_2^7 4س\, دس = س^2\Big]_2^7$

$= 49 - 4) = 45 \times 2 = 90$

2) $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} قا^2 س\, دس = ظا س\Big]_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}}$

$= ظا\frac{\pi}{3} - ظا\frac{\pi}{4}$

$= \sqrt{3} - 1$.

تدريب 5 : اذا كان

$\int_1^3 (4ه(س) + 7ھ(س))\, دس = 19$ ، $\int_1^3 3ه(س)\, دس = 9$ فاحسب $\int_3^1 5ھ(س)\, دس$.

الحل: $\int_1^3 ه(س)\, دس = \frac{9}{3} \Leftarrow \int_1^3 ه(س)\, دس = 3$

$\int_1^3 (4ه(س) + 7ھ(س))\, دس = 19$

$4 \times 3 + 7\int_1^3 ھ(س)\, دس = 19$

$12 + 7\int_1^3 ھ(س)\, دس = 19$

$7\int_1^3 ھ(س)\, دس = 7 \Leftarrow \int_1^3 ھ(س)\, دس = 1$

$\int_3^1 5ھ(س)\, دس = 5 \times -1 = -5$

تدريب ٦ : إذا كان

$\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \text{قتا}^2 س \, دس = ع$ ، $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \text{ظتا}^2 س \, دس = ل$

فما قيمة $(ع + ل)$ ؟

الحل: $ع + ل =$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \text{قتا}^2 س \, دس + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \text{ظتا}^2 س \, دس$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \text{قتا}^2 س - \text{ظتا}^2 س \, دس$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} (\text{قتا}^2 س - \text{ظتا}^2 س) \, دس$

$= \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} 1 \cdot دس = 1 \left(\frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{4}\right)$

$= 1 \times \frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$

تدريب ٧ : إذا كان

$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} (\text{ق}^2 س + 3) \, دس = -17$ ، $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{ق}^2(س)}{3} \, دس = -2$ فجد

$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} (\text{ق}^2(س) - 1) \, دس$.

الحل: $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} (\text{ق}^2 س + 3) \, دس = -17$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \text{ق}^2 س \, دس + 3(\frac{\pi}{3} - 0) = -17$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \text{ق}^2 س \, دس + 3 = -17$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \text{ق}^2 س \, دس = -21 = -17$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \text{ق}^2 س \, دس = 3 \Leftarrow$ $\boxed{\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \text{ق}^2 س \, دس = 2}$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\text{ق}^2(س)}{3} \, دس = -2 \Leftarrow$

$\boxed{\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \text{ق}^2 س \, دس = -6}$

$\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \text{ق}^2 س \, دس = \int_{0}^{\frac{\pi}{4}} \text{ق}^2 س \, دس + \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \text{ق}^2 س \, دس$

$= -6 + 2 = -4$

$= \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} (2\text{ق}^2 س - 1) \, دس$

$= 2\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \text{ق}^2 س \, دس - 1(\frac{\pi}{3} - 0)$

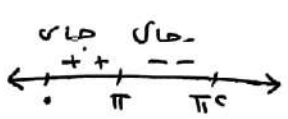
$= 2 \times 3 - 1 \times 3 = 6 - 3 = 12$

تدريب ٨ : جد $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \left| \frac{1 - \text{جتا} 3س}{2} \right| . دس$

الحل: $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} \left| \frac{1 - \text{جتا} 3س}{2} \right| دس = \int_{0}^{\frac{\pi}{3}} |\text{جا}^2 س| \, دس$

$\text{جا} س = 0$ $\quad$ $\int_{0}^{\frac{\pi}{3}} |\text{جا}^2 س| \, دس$

$س = 0 ، \pi ، 2\pi$



$= \int_{0}^{\pi} \text{جا}^2 س \, دس - \int_{\pi}^{2\pi} \text{جا}^2 س \, دس$

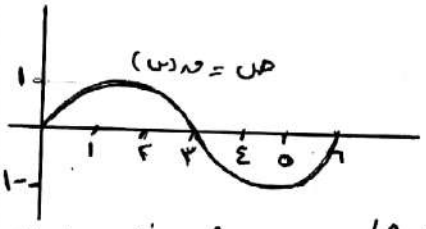
$= -[\text{جتا} س]_{0}^{\pi} + [\text{جتا} س]_{\pi}^{2\pi}$

$= -(\text{جتا}\pi - \text{جتا} 0) + (\text{جتا} 2\pi - \text{جتا}\pi)$

$= -(-1 - 1) + (1 - -1)$

$= -(-2) + 2 = 2 + 2 = 4$

تدريب ٩:



اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنى الاقتران ق المتصل على الفترة [٠، ٦] أجب عن كل مما يأتي:

ما إشارة $\int_{1}^{3} ق(س)\,د س$ ، لماذا؟

ما إشارة $\int_{3}^{6} ق(س)\,د س$ ، لماذا؟

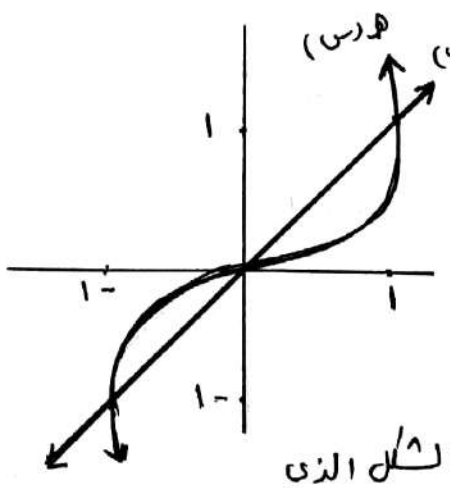
الحل: $\int_{1}^{3} ق(س)\,د س \geq ٠$ لأن

$ق(س) \geq ٠$ في $[١، ٣]$.

$\int_{3}^{6} ق(س)\,د س \geq ٠$ لأن

$ق(س) \geq ٠$ في $[٣، ٦]$.

تدريب ١٠



اعتماداً على الشكل الذي يمثل منحنيي الاقترانين ق، هـ قارن بين قيمتي التكامل في كل مما يأتي، مبرراً اجابتك:

١) $\int_{1}^{2} ق(س)\,د س$ ، $\int_{1}^{2} هـ(س)\,د س$.

٢) $\int_{-1}^{1} ق(س)\,د س$ ، $\int_{-1}^{1} هـ(س)\,د س$.

الحل: ١) $ق(س) \leq هـ(س)$ في $[٠، ١]$

$\therefore \int_{1}^{2} ق(س)\,د س \leq \int_{1}^{2} هـ(س)\,د س$

٢) $هـ(س) \leq ق(س)$ في $[-١، ٠]$

$\therefore \int_{-1}^{1} هـ(س)\,د س \leq \int_{-1}^{1} ق(س)\,د س$.

تدريب ١١: اذا علمت أن

$م \leq \int_{1}^{2} \frac{٢}{١+س^{٢}}\,د س \leq ك$

فجد أكبر قيمة ممكنة للثابت م، وأصغر قيمة ممكنة للثابت ك تحقق المتباينة دون حساب قيمة $\int_{1}^{2} \frac{٢}{١+س^{٢}}\,د س$.

الحل:

$$٠ \leq س \leq ١$$
$$٠ \leq س^{٢} \leq ١$$
$$١ \leq ١+س^{٢} \leq ٢$$
$$١ \geq \frac{١}{١+س^{٢}} \geq \frac{١}{٢}$$
$$٢ \geq \frac{٢}{١+س^{٢}} \geq ١$$
$$\int_{1}^{2} ١\,د س \geq \int_{1}^{2} \frac{٢}{١+س^{٢}}\,د س \geq \int_{1}^{2} ٢\,د س$$
$$١ \geq \int_{1}^{2} \frac{٢}{١+س^{٢}}\,د س \geq ٢$$

$م = ١$ و $ك = ٢$.

تدريب (١) : جد $\int$ (س) لكل مما يأتي

١) $\int(س) = \log_{هـ}(٣ - جتاس)$

$\int(س) = \frac{جاس}{٣ - جتاس}$

٢) $\int(س) = \log_{هـ}|٤س + ٥|$

$\int(س) = \frac{٢}{٤س + ٥}$.

تدريب ٢ : جد كلاً من التكاملات الآتية:

١) $\int_{٢}^{٤} \frac{١}{٩ - ٤س} \cdot دس =$

$-\frac{١}{٤} \int_{٢}^{٤} \frac{-٤}{٩ - ٤س} \cdot دس =$

$-\frac{١}{٤} \left[\log_{هـ}|٩ - ٤س| \right]_{٢}^{٤} =$

$-\frac{١}{٤} (\log_{هـ}|٩ - ١٨| - \log_{هـ}|٩ - ١٤|) =$

$-\frac{١}{٤} (\log_{هـ}|١| - \log_{هـ}٥) =$

$-\frac{١}{٤} (٠ - \log_{هـ}٥) =$

$\frac{١}{٤} \log_{هـ}٥ = \log_{هـ}\sqrt[٤]{٥}$.

٢) $\int_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} \frac{قاس^{٢}س}{٢ + ظاس} دس =$

$\left[\log_{هـ}|٢ + ظاس| \right]_{-\frac{\pi}{٤}}^{\frac{\pi}{٤}} =$

$\log_{هـ}|٢ + ظا\frac{\pi}{٤}| - \log_{هـ}|٢ + ظا(-\frac{\pi}{٤})| =$

$\log_{هـ}|٢ + ١| - \log_{هـ}|٢ - ١| =$

$\log_{هـ}٣ - \log_{هـ}١ = \log_{هـ}٣ - صفر = \log_{هـ}٣$.

تدريب ١: جد $\text{ق}'(س)$ لكل مما يأتي:

١) $\text{ق}(س) = هـ^{\text{جا}س}$

$\text{ق}'(س) = \text{جتا}س \cdot هـ^{\text{جا}س}$.

---

٢) $\text{ق}(س) = س^{٤} هـ^{س^{٣}}$.

$\text{ق}'(س) = س^{٤} \times ٣هـ^{س^{٣}} + هـ^{س^{٣}} \times ٤س^{٣}$

$= ٣س^{٤} هـ^{س^{٣}} + ٤س^{٣} هـ^{س^{٣}}$.

تدريب ٢: جد $\text{ق}'(س)$ لكل مما يأتي:

١) $\text{ق}(س) = س \text{ لو}_{هـ} س^{٢}$.

$\text{ق}(س) = س \times ٢ \text{ لو}_{هـ} س$

$\text{ق}(س) = ٢ \text{ لو}_{هـ} س$.

$\text{ق}'(س) = \frac{٢}{س}$.

---

٢) $\text{ق}(س) = هـ^{٥ \text{ لو}_{هـ}(١+\text{جا}س)}$

$\text{ق}(س) = هـ^{\text{لو}_{هـ}(١+\text{جا}س)^{٣}}$

$\text{ق}(س) = (١+\text{جا}س)^{٣}$

$\text{ق}'(س) = ٣(١+\text{جا}س)^{٢} \times \text{جتا}س$

$= ٣\text{جتا}س(١+\text{جا}س)^{٢}$.

تدريب ٣: جد كلاً من التكاملات التالية:

١) $\int_{٠}^{١} (١+هـ^{س})^{٢} \cdot د س =$

$\int_{٠}^{١} (١+هـ^{س})(١+هـ^{س}) د س = \int_{٠}^{١} (١+٢هـ^{س}+هـ^{٢س}) \cdot د س$

$= [س + ٢هـ^{س} + \frac{١}{٢} هـ^{٢س}]_{٠}^{١}$.

$= (١ + ٢هـ^{١} + \frac{١}{٢} هـ^{٢}) - (٠ + ٢هـ^{٠} + \frac{١}{٢} هـ^{٠})$

$= ١ + ٢هـ + \frac{١}{٢} هـ^{٢} - (٠ + ٢ + \frac{١}{٢})$

$= ٢هـ + \frac{١}{٢} هـ^{٢} - \frac{٣}{٢}$.

---

٢) $\int هـ^{٣س} (١ + هـ^{٢س}) \cdot د س =$

$\int (هـ^{٣س} + هـ^{٥س}) \cdot د س =$

$\frac{١}{٣} هـ^{٣س} + \frac{١}{٥} هـ^{٥س} + جـ$.

تدريب ١: جد كلاً من التكاملات التالية:

١) $\int س^{٤}(٦س^{٢}+٥)^{٣}\,دس$.

$ص = ٦س^{٢}+٥ \Rightarrow \frac{دص}{دس} = ١٨س \Rightarrow \frac{دص}{١٨س} = دس$.

$\int س^{٤}(٦س^{٢}+٥)^{٣}\,دس = \int \cancel{س^{٤}}\, ص^{٣}\,\frac{دص}{\cancel{١٨س^{٣}}}$.

$= \int \frac{١}{١٨} ص^{٣}\,دص = \frac{ص^{٤}}{٤ \times ١٨} + د$

$= \frac{(٦س^{٢}+٥)^{٤}}{٧٢} + د$

---

٢) $\int (س+٢)\sqrt[٥]{س^{٢}+٦ك-٤}\,دس =$

$\int (س+٢)(س^{٢}+٦س-٤)^{\frac{١}{٥}}\,دس$.

$ص = س^{٢}+٦ك-٤ \Rightarrow \frac{دص}{دك} = ٢ك+٦$

$\Rightarrow \frac{دص}{٢ك+٦} = دس$

$\int (س+٢)(س^{٢}+٦ك-٤)^{\frac{١}{٥}}\,دك = \int (س+٢)\, ص^{\frac{١}{٥}}\,\frac{دص}{٢ك+٦}$

$= \int \cancel{(س+٢)}\, ص^{\frac{١}{٥}} \times \frac{دص}{٢\cancel{(س+٣)}} = \frac{١}{٢}\int ص^{\frac{١}{٥}}\,دص =$

$\frac{١}{٢}\,\frac{ص^{\frac{٦}{٥}}}{\frac{٦}{٥}} + د = \frac{٥}{١٢}\sqrt[٥]{ص^{٦}} + د$

$= \frac{٥}{١٢}\sqrt[٥]{(س^{٢}+٦ك-٤)^{٦}} + د$

---

٣) $\int \frac{١٠س-٥}{\sqrt{(س^{٢}-ك+١)^{٣}}}\,دك = \int (١٠س-٥)(س^{٢}-ك+١)^{-\frac{٣}{٢}}\,دك$.

$ص = س^{٢}-ك+١ \Rightarrow \frac{دص}{دك} = -١ \Rightarrow \frac{دص}{-١} = دك$

$\int (١٠س-٥)(س^{٢}-ك+١)^{-\frac{٣}{٢}}\,دك =$

$\int (١٠س-٥)\, ص^{-\frac{٣}{٢}}\,\frac{دص}{-١} = \int \cancel{(١٠س-٥)}\, ص^{-\frac{٣}{٢}}\,\frac{دص}{\cancel{-١}}$

$\int ٥\, ص^{-\frac{٣}{٢}}\,دص = \int ٥\, ص^{-\frac{٣}{٢}}\,دص$

$= ٥\,\frac{ص^{-\frac{١}{٢}}}{-\frac{١}{٢}} + د = -١٠\sqrt{ص} + د$

$= -١٠\sqrt{س^{٢}-ك+١} + د$.

تدريب ٢: جد كلاً من التكاملات التالية:

١) $\int س^{٧}\sqrt{س^{٤}-٣}\,دس = \int س^{٧}(س^{٤}-٣)^{\frac{١}{٢}}\,دك$.

$ص = س^{٤}-٣ \Rightarrow \frac{دص}{دك} = ٤س^{٣} \Rightarrow \frac{دص}{٤س^{٣}} = دس$

$\int س^{٧}(س^{٤}-٣)^{\frac{١}{٢}}\,دس = \int س^{٧}\cdot ص^{\frac{١}{٢}}\cdot\frac{دص}{٤س^{٣}}$

$= \frac{١}{٤}\int س^{٤}\cdot ص^{\frac{١}{٢}}\,دص$

$= \frac{١}{٤}\int (ص+٣)\, ص^{\frac{١}{٢}}\,دص = \frac{١}{٤}\int (ص^{\frac{٣}{٢}}+٣ص^{\frac{١}{٢}})\,دص + د$

$= \frac{١}{٤}\left(\frac{٢}{٥}\sqrt{ص^{٥}} + ٢\sqrt{ص^{٣}}\right) + د$

$= \frac{١}{٤}\left(\frac{٢}{٥}\sqrt{(س^{٤}-٣)^{٥}} + ٢\sqrt{(س^{٤}-٣)^{٣}}\right) + د$.

لأن $ص = س^{٤}-٣ \Rightarrow س^{٤} = ص+٣$

تدريب ٢ (٢) $\int_{0}^{2} س^{2}(س^{3}+5)^{4}\,د س$

$ص = س^{3}+5 \Rightarrow \frac{د ص}{د س} = 3س^{2} \Rightarrow د س = \frac{د ص}{3س^{2}}$

$\int_{0}^{2} س^{2}(س^{3}+5)^{4}\,د س = \int_{0}^{2} س^{2} \cdot ص^{4} \cdot \frac{د ص}{3س^{2}}$

$= \int س^{4} \cdot ص^{4}\,د ص$

لكن $س^{3}+5 = ص \Rightarrow س^{3} = ص-5$

$(س^{3})^{2} = (ص-5)^{2} \Rightarrow س^{6} = ص^{2}-10ص+25$

$\int س^{4} ص^{4}\,د ص = \int (ص^{2}-10ص+25) ص^{4} \cdot د ص$

$= \int (ص^{6}-10ص^{5}+25ص^{4})\,د ص$

$= \frac{ص^{7}}{7} - \frac{10}{6}ص^{6} + \frac{25}{5}ص^{5} + د$

$= \frac{(س^{3}+5)^{7}}{7} - \frac{5}{3}(س^{3}+5)^{6} + 5(س^{3}+5)^{5} + د$

٣) $\int_{0}^{1} س^{2}\sqrt{س^{3}+5}\,د س$

$= \int س^{2}\sqrt{س^{3}+5} \cdot د س$

$= \int س^{2}\sqrt{(س^{3}+5)}\,د س$

$= \int س^{3} \times س\,(س^{3}+5)^{\frac{1}{2}}\,د س$

$= \int س^{3}(س^{3}+5)^{\frac{1}{2}} \cdot د س$

$ص = س^{3}+5 \Rightarrow \frac{د ص}{د س} = 3س^{2} \Rightarrow د س = \frac{د ص}{3س^{2}}$

$\int س^{3}(س^{3}+5)^{\frac{1}{2}} \cdot د س = \int س^{3} ص^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{د ص}{3س^{2}}$

$= \frac{1}{3}\int ص^{\frac{1}{2}}\,د ص = \frac{1}{3} \times \frac{ص^{\frac{3}{2}}}{\frac{3}{2}} + د$

$= \frac{2}{9}\sqrt{ص^{3}} + د = \frac{2}{9}\sqrt{(س^{3}+5)^{3}} + د$

٣) $\int_{0}^{1} (3س^{2}+2)\sqrt{س^{3}+2س}\,د س = \int_{0}^{1} (3س^{2}+2)(س^{3}+2س)^{\frac{1}{2}}\,د س$

$ص = س^{3}+2س \Rightarrow \frac{د ص}{د س} = 3س^{2}+2 \Rightarrow د س = \frac{د ص}{3س^{2}+2}$

$\int (3س^{2}+2)(س^{3}+2س)^{\frac{1}{2}}\,د س = \int (3س^{2}+2) ص^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{د ص}{3س^{2}+2}$

$= \int ص^{\frac{1}{2}}\,د ص = \frac{2}{3}ص^{\frac{3}{2}} + د$

$= \frac{2}{3}\sqrt{(س^{3}+2س)^{3}} + د$

تدريب ٣ :

١) $\int \frac{(2س+1)^{5}}{س^{8}}\,د س = \int \frac{(2س+1)^{5}}{س^{5} \times س^{3}}\,د س$

$= \int \left(\frac{2س+1}{س}\right)^{5} \times \frac{1}{س^{3}}\,د س = \int \frac{1}{ع^{3}}\left(2+\frac{1}{س}\right)^{5} د س$

$ص = 2 + \frac{1}{س} \Leftarrow \frac{د ص}{د س} = \frac{-1}{س^{2}} \Leftarrow د س = -س^{2}\,د ص$

$\int \frac{1}{ع^{3}}\left(2+\frac{1}{س}\right)^{5} د س = \int \frac{1}{س^{3}} ص^{5} \times -س^{2}\,د ص$

$= \int -ص^{5}\,د ص = -\frac{ص^{6}}{6} + د = -\frac{1}{6}\left(2+\frac{1}{س}\right)^{6} + د$

تدريب ٣ :

٤) $\int (٧س^٥ - ٢س)^٣ \cdot دس =$

$= \int (س(٧س^٤ - ٢))^٢ دس =$

$\int س^٣ (٧س^٤ - ٢)^٣ دس$.

$ص = ٧س^٤ - ٢ \Leftarrow \frac{دص}{دس} = ٢٨س^٣ \Leftarrow دس = \frac{دص}{٢٨س^٣}$

$\int س^٢ (٧س^٤ - ٢)^٣ دس = \int \frac{س^٣ ص^٣ دص}{٢٨س^٣}$

$= \int \frac{١}{٢٨} ص^٣ دص = \frac{١}{٢٨} \frac{ص^٤}{٤} + د$

$= \frac{١}{١١٢} (٧س^٤ - ٢)^٤ + د$.

تدريب ٤ :

١) $\int_{٠}^{٤} س \sqrt{س^٢ + ٩} \cdot دس = \int_{٠}^{٤} س (س^٢ + ٩)^{\frac{١}{٢}} \cdot دس$

$ص = س^٢ + ٩ \Leftarrow \frac{دص}{دس} = ٢س \Leftarrow دس = \frac{دص}{٢س}$

عندما $س = ٠ \leftarrow ص = ٠^٢ + ٩ = ٩$

عندما $س = ٤ \leftarrow ص = ٤^٢ + ٩ = ٢٥$

$\int_{٩}^{٢٥} س ص^{\frac{١}{٢}} \frac{دص}{٢س} = \int_{٩}^{٢٥} \frac{١}{٢} ص^{\frac{١}{٢}} دص$

$\frac{١}{٢} \frac{ص^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} \Big]_{٩}^{٢٥} = \frac{١}{٣} \left[\sqrt{ص^٣} \right]_{٩}^{٢٥}$

$= \frac{١}{٣} \left(\sqrt{٢٥^٣} - \sqrt{٩^٣} \right)$

$= \frac{١}{٣} (٣^٣ - ٥^٣) = \frac{١}{٣} (٢٧ - ١٢٥)$

$= \frac{٩٨}{٣}$.

٢) $\int_{١}^{٢} \frac{(س+١)^٥}{س^٧} \cdot دس = \int_{١}^{٢} \frac{(س+١)^٥}{س^٥ \times س^٢} \cdot دس$

$= \int_{١}^{٢} \left(\frac{س+١}{س} \right)^٥ \times \frac{١}{س^٢} \cdot دس = \int_{١}^{٢} \left(١ + \frac{١}{س} \right)^٥ \times \frac{١}{س^٢} دس$

$ص = ١ + \frac{١}{س} \leftarrow \frac{دص}{دس} = \frac{-١}{س^٢} \leftarrow دس = -س^٢ دص$

عندما $س = ١ \leftarrow ص = ١ + \frac{١}{١} = ٢$

عندما $س = ٢ \leftarrow ص = ١ + \frac{١}{٢} = \frac{٣}{٢}$

$\int_{٢}^{\frac{٣}{٢}} (١ + \frac{١}{س})^٥ \times \frac{١}{س^٢} دس = \int_{٢}^{\frac{٣}{٢}} ص^٥ \times \frac{١}{س^٢} \times -س^٢ دص$

$= \int_{٢}^{\frac{٣}{٢}} -ص^٥ دص = \frac{-ص^٦}{٦} \Big]_{٢}^{\frac{٣}{٢}} =$

$-\frac{١}{٦} \left((\frac{٣}{٢})^٦ - (٢)^٦ \right) = -\frac{١}{٦} \left(\frac{٧٢٩}{٦٤} - ٦٤ \right)$

تدريب ٥ :

١) $\int (س^٢ + ١) جا (س^٣ + ٣س + ١) دس$.

$ص = س^٣ + ٣س + ١ \Leftarrow \frac{دص}{دس} = ٣س^٢ + ٣ \Leftarrow دس = \frac{دص}{٣س^٢ + ٣}$

$\int (س^٢ + ١) جا ص \cdot \frac{دص}{٣س^٢ + ٣} =$

$\int \frac{(س^٢ + ١) جا ص \cdot دص}{٣(س^٢ + ١)} = \int \frac{١}{٣} جا ص \cdot دص$

$= -\frac{١}{٣} جتا ص + د$

$= -\frac{١}{٣} جتا (س^٣ + ٣س + ١) + د$

تدريب ٥:

٢) $\int$ س ظا^{٢}(س^{٢} + ٥) دس .

ص = س^{٢} + ٥ ← $\frac{دص}{دس}$ = ٢س ← دس = $\frac{دص}{٢س}$

$\int$ س ظا^{٢}(س^{٢}+٥) دس = $\int$ س ظا^{٢}ص $\frac{دص}{٢س}$

= $\frac{١}{٢}\int$ ظا^{٢}ص دص = $\frac{١}{٢}\int$ (قا^{٢}ص − ١) دص

= $\frac{١}{٢}$ (ظا ص − ص) + د .

= $\frac{١}{٢}$ (ظا (س^{٢}+٥) − (س^{٢}+٥)) + د

---

٣) $\int_{١}^{٢} \frac{هـ^{س^{٣}}}{س^{٢}}$ دس = $\int_{١}^{٢} \frac{١}{س^{٢}} هـ^{س^{٣}}$ دس .

ص = $\frac{١}{س^{٣}}$ ← $\frac{دص}{دس}$ = $\frac{-٣}{س^{٤}}$ ← دس = $\frac{-س^{٤}\, دص}{٣}$

عندما س = ١ ← ص = $\frac{١}{١}$ = ١

عندما س = ٢ ← ص = $\frac{١}{٨}$.

$\int_{١}^{٢} \frac{١}{س^{٢}} هـ^{\frac{١}{س^{٣}}}$ دس = $\int_{١}^{\frac{١}{٨}} \frac{١}{س^{٢}} هـ^{ص} \times \frac{-س^{٤}}{٣}$ دص .

= $\int_{١}^{\frac{١}{٨}} -\frac{١}{٣} هـ^{ص}$ دص = $-\frac{١}{٣} هـ^{ص}\Big]_{١}^{\frac{١}{٨}}$.

= $-\frac{١}{٣}$ ($هـ^{\frac{١}{٨}} - هـ$) .

تدريب ٦: ١) $\int$ ظا^{٥}٣س قا^{٢}٣س دس .

ص = ظا٣س ← $\frac{دص}{دس}$ = ٣قا^{٢}٣س ← دس = $\frac{دص}{٣قا^{٢}٣س}$

$\int$ ص^{٥} قا^{٢}٣س $\times \frac{دص}{٣قا^{٢}٣س}$ = $\int \frac{١}{٣}$ ص^{٥} دص

= $\frac{١}{٣}\frac{ص^{٦}}{٦} + د$ = $\frac{١}{١٨}$ (ظا^{٦}٢س) + د

---

٢) $\int \frac{جتا^{٢}س}{قتا^{٥}س}$ دس = $\int$ جتا^{٢}س جا^{٥}س . دس

ص = جا٢س ← $\frac{دص}{دس}$ = ٢جتا٢س ← دس = $\frac{دص}{٢جتا٢س}$

$\int$ جتا^{٢}س ص^{٥} . $\frac{دص}{٢جتا٢س}$ = $\frac{١}{٢}\int$ ص^{٦} + د = $\frac{١}{٢}$ جا^{٦}٢س + د

---

٣) $\int$ جا^{٣}س دس = $\int$ جا^{٢}س جاس دس

= $\int$ (١ − جتا^{٢}س) جاس دس

ص = جتاس ← $\frac{دص}{دس}$ = −جاس ← دس = $\frac{دص}{-جاس}$

$\int$ (١ − ص^{٢}) جاس $\frac{دص}{-جاس}$ = $\int$ (ص^{٢} − ١) دص

= $\frac{ص^{٣}}{٣}$ − ص + د = $\frac{١}{٣}$ جتا^{٣}س − جتاس + د

---

٤) $\int$ جا^{٣}٥س جتا^{٣}٥س دس

ص = جا٥س ← $\frac{دص}{دس}$ = ٥جتا٥س ← دس = $\frac{دص}{٥جتا٥س}$

$\int$ ص^{٣} جتا^{٣}٥س $\frac{دص}{٥جتا٥س}$ = $\frac{١}{٥}\int$ ص^{٣} جتا^{٢}٥س دص

$\frac{١}{٥}\int$ ص^{٣} (١ − جا^{٢}٥س) دص = $\frac{١}{٥}\int$ ص^{٣} (١ − ص^{٢}) دص

= $\frac{١}{٥}\int$ (ص^{٣} − ص^{٥}) دص = $\frac{١}{٥}$ ($\frac{ص^{٤}}{٤}$ − $\frac{ص^{٦}}{٦}$) + د

= $\frac{١}{٥}$ ($\frac{جا^{٤}٥س}{٤}$ − $\frac{جا^{٦}٥س}{٦}$) + د

تدريب ١ :

١) ∫ س جتاس دس

ف = س ← ف = دس

د هـ = جتاس دس ← هـ = جاس

∫ س جتاس دس = س جاس − ∫ جاس دس

= س جاس + جتاس + ج

٢) ∫ س جاس دس .

ف = س ← ف = دس

د هـ = جاس دس ← هـ = −١/٥ جتاس

∫ س جاس دس =

س × −١/٥ جتاس − ∫ −١/٥ جتاس دس

= −١/٥ س جتاس + ١/٢٥ جاس + ج

٣) ∫ (س − ٣) هـ^س دس .

ف = س − ٣ ← ف = دس

د هـ = هـ^س دس ← هـ = هـ^س .

∫ (س − ٣) هـ^س دس =

(س − ٣) هـ^س − ∫ هـ^س × ١ دس =

(س − ٣) هـ^س − هـ^س + ج

٤) ∫ س قاس دس .

ف = س ← ف = دس

د هـ = قاس دس ← هـ = ظاس .

∫ س قاس دس =

س ظاس − ∫ ظاس دس =

س ظاس − ∫ جاس / جتاس دس =

س ظاس + لو |جتاس| + ج

تدريب ٢ :

١) ∫ س جاس دس = ∫ س × ١/٢ (١ − جتا ٢س) دس

= ∫ ١/٢ س دس − ∫ ١/٢ س جتا ٢س دس .

ف = ١/٢ س ← ف = ١/٢ دس .

د هـ = جتا ٢س دس ← هـ = ١/٢ جا ٢س

= ١/٤ س^٢ − (١/٢ س × ١/٢ جا ٢س − ∫ ١/٢ جا ٢س × ١/٢ دس)

= ١/٤ س^٢ − ١/٤ س جا ٢س + ١/٤ ∫ جا ٢س دس .

= ١/٤ س^٢ − ١/٤ س جا ٢س − ١/٤ × جتا ٢س / ٢ + ج

= ١/٤ س^٢ − ١/٤ س جا ٢س − ١/٨ جتا ٢س + ج

تدريب ٢ :

٢) $\int$ س $\ln^{3}$ س دس = $\int$ ٣ دس $\ln$ س

ع = $\ln$ س ← د ع = $\frac{1}{س}$ دس

د ه = ٣ س^{٢} دس ← ه = س^{٣} .

$\int$ ٣ دس $\ln$ س = $\ln$ س × س^{٣} − $\int$ س^{٣} × $\frac{1}{س}$ دس

= س^{٣} $\ln$ س − $\int$ س^{٢} دس

= س^{٣} $\ln$ س − $\frac{1}{٣}$ س^{٣} + د .

٣) $\int_{0}^{\frac{\pi}{٢}}$ ٣ س جا س دس

ع = ٣ س ← د ع = ٣ دس .

د ه = جا س دس ← ه = − جتا س .

$\int_{0}^{\frac{\pi}{٢}}$ ٣ س جا س دس =

٣ س × − جتا س − $\int$ − جتا س × ٣ دس

$\left[\right]_{0}^{\frac{\pi}{٢}}$ = − ٣ س جتا س + ٣ جا س

= − ٣ × $\frac{\pi}{٢}$ جتا $\frac{\pi}{٢}$ + ٣ جا $\frac{\pi}{٢}$ − (٠ + ٣ جا ٠)

= ٠ + ٣ × ١ − ٠ = ٣

٤) $\int$ $\frac{س}{١ - جتا س}$ دس = $\int$ $\frac{س}{١ - (١ - ٢ جا^{٢} \frac{س}{٢})}$ دس

= $\int$ $\frac{س}{٢ جا^{٢} \frac{س}{٢}}$ دس = $\frac{١}{٢}$ $\int$ س قتا^{٢} $\frac{س}{٢}$ دس .

ع = س ← د ع = دس .

د ه = قتا^{٢} $\frac{س}{٢}$ دس ← ه = − ظتا $\frac{س}{٢}$.

$\frac{١}{٢}$ $\int$ س قتا^{٢} $\frac{س}{٢}$ دس = $\frac{١}{٢}$ (س × − ظتا $\frac{س}{٢}$ − $\int$ − ظتا $\frac{س}{٢}$ دس)

= $\frac{١}{٢}$ (− س ظتا $\frac{س}{٢}$ + $\int$ $\frac{جتا \frac{س}{٢}}{جا \frac{س}{٢}}$ دس)

= $\frac{١}{٢}$ (− س ظتا $\frac{س}{٢}$ + لو$_{ه}$ | جا $\frac{س}{٢}$ | + د

تدريب ٣ : ١) $\int$ س^{٢} ه^{س} دس .

ع = س^{٢} ← د ع = ٢ س دس .

د ه = ه^{س} دس ← ه = ه^{س} .

$\int$ س^{٢} ه^{س} دس = س^{٢} ه^{س} − $\int$ ه^{س} × ٢ س دس

اجزاء مرة أخرى

ع = س ← د ع = دس

د ه = ه^{س} دس ← ه = ه^{س}

$\int$ س ه^{س} دس = س ه^{س} − $\int$ ه^{س} دس

(س^{٢} ه^{س} − (س ه^{س} − $\int$ ه^{س} × ٢ دس)

= س^{٢} ه^{س} − ٢ س ه^{س} + ٢ ه^{س} + د

تدريب ٤ :

٤) $\int س^{٤}(٢ك+١)^{٥}\,دك$.

$ف$	$دهـ$
$س^{٤}$	$(٢ك+١)^{٥}$
$٤ك^{٣}$	$\frac{(٢ك+١)^{٦}}{١٢}$
$٢٤ك^{٢}$	$\frac{(٢ك+١)^{٧}}{٨٤}$
$٤٨ك$	$\frac{(٢ك+١)^{٨}}{١٦٨}$
٤٨	$\frac{(٢ك+١)^{٩}}{٧٥٦}$
صفر	$\frac{(٢ك+١)^{١٠}}{٨٤٠}$

$= \frac{س^{٤}(٢ك+١)^{٦}}{١٢} - \frac{٤ك^{٣}(٢ك+١)^{٧}}{٨٤} + \frac{١٢ك^{٢}(٢ك+١)^{٨}}{١٦٨} - \frac{٢٤ك(٢ك+١)^{٩}}{٧٥٦} + \frac{٢٤(٢ك+١)^{١٠}}{٨٤٠} + ج$

$= \frac{س^{٤}(٢ك+١)^{٦}}{١٢} - \frac{س^{٣}(٢ك+١)^{٧}}{٣٧} + \frac{س^{٢}(٢ك+١)^{٨}}{٣٣٦} + ج$

تدريب ٥ :

١) $\int$ قاس هـ $دس$. (اظافي)

$ص = $ اظاس $\leftarrow$ $ص = ظاس$

$\frac{دص}{قاس س} = قاس س دس \leftarrow ك = س$ $\quad$ $دص = قاس^{٢} س دس$

$= \int قاس هـ^{ص} \frac{دص}{قاس س} = \int هـ^{ص} دص$

$ف = هـ^{ص} \leftarrow دف = دص$

$دهـ = هـ^{ص} دص \leftarrow هـ = هـ^{ص}$

$\int هـ^{ص} دص = هـ^{ص} - \int هـ^{ص} دص$

$= هـ^{ص} - هـ^{ص} + ج$

$= $ اظاس هـ $-$ اظاس $+ ج$

٢) $\int$ جاس هـ ^{جاس} $دس$

$ص = $ جاس $\leftarrow$ $\frac{دص}{دك} = $ جتاس $\leftarrow$ $ك = $ جاس $\leftarrow$ $\frac{دص}{جتاس} = دك$

$= \int$ جاس هـ ^{ص} $\frac{دص}{جتاس}$

$= \int ص$ هـ ^{ص} $دص$

$ف = ص \leftarrow دف = دص$

$دهـ = هـ^{ص} دص \leftarrow هـ = هـ^{ص}$

$= ص$ هـ $^{ص} - \int هـ^{ص} \times ١ دص$

$= ص$ هـ $^{ص} - هـ^{ص} + ج$

$= $ جاس هـ $^{جاس} -$ هـ $^{جاس} + ج$

٣) $\int$ جتا $\sqrt{٢ك+١}$ $دس$.

$ص = \sqrt{٢ك+١} \leftarrow ص^{٢} = ٢ك+١ \leftarrow$

$٢ص دص = ٢ دك \leftarrow دك = ص دص$

$= \int$ جتا $ص \times ص دص = \int ص$ جتا $ص دص$

$ف = ص \leftarrow دف = دص$

$دهـ = $ جتا $ص دص \leftarrow هـ =$ جا $ص$

$= ص$ جا $ص - \int$ جا $ص دص$

$= ص$ جا $ص +$ جتا $ص + ج$

$= \sqrt{٢ك+١}$ جا $\sqrt{٢ك+١} +$ جتا $\sqrt{٢ك+١} + ج$

تدريب ١: جد $\int \frac{٥}{س^٣ - ٤س + ٣}$ دس

$$\frac{٥}{س^٣ - ٤س + ٣} = \frac{٥}{(س-٣)(س-١)} = \frac{أ}{س-١} + \frac{ب}{س-٣}$$

$$أ(س-١) + ب(س-٣) = ٥$$

$س = ١ \Leftarrow -٢ب = ٥ \Leftarrow ب = -\frac{٥}{٢}$

$س = ٣ \Leftarrow ٢أ = ٥ \Leftarrow أ = \frac{٥}{٢}$

$$\int \frac{٥}{س^٣ - ٤س + ٣}\, دس = \int \left(\frac{\frac{٥}{٢}}{س-٣} + \frac{-\frac{٥}{٢}}{س-١} \right) دس$$

$$= \frac{٥}{٢} \text{لو}_{هـ} |س-٣| - \frac{٥}{٢} \text{لو}_{هـ} |س-١| + جـ$$

تدريب ٢: جد $\int \frac{س - ١٣}{٣ص^٢ - ٧ص + ٢}$ دس.

$$\frac{س - ١٣}{٣ص^٢ - ٧ص + ٢} = \frac{س - ١٣}{(٣ص-١)(س-٣)}$$

$$\frac{أ}{٣ص-١} + \frac{ب}{ص-٣} = \frac{س - ١٣}{(٣ص-١)(س-٣)}$$

$$أ(س-٣) + ب(٣ص-١) = س - ١٣$$

$س = ٣ \leftarrow ١٠ب = -١٠ \leftarrow ب = -١$

$ص = \frac{١}{٣} \leftarrow -\frac{٥}{٢}أ = -\frac{٢٥}{٣} \leftarrow أ = ٥$

$$\int \frac{س - ١٣}{(٣ص-١)(س-٣)}\, دص = \int \left(\frac{٥}{٣ص-١} + \frac{-١}{س-٣} \right) دس$$

$$= \frac{٥}{٣} \text{لو}_{هـ} |٣ص-١| - ٢ \text{لو}_{هـ} |س-٣| + جـ$$

تدريب ٣: ١) $\int \frac{س^٤ + س + ٥}{س^٣ + س}$ دس.

رتبة البسط = رتبة المقام ← اجراء قسمة طويلة.

$$\begin{array}{r|l} س^٤ + ص + ٥ & س^٣ + ص \\ \hline -س^٤ - ص & ١ \\ \hline ٥ & \end{array}$$

$$\int \frac{س^٤ + ص + ٥}{س^٣ + ص}\, دص = \int \left(١ + \frac{٥}{س^٣ + ص}\right) دس$$

$$\frac{٥}{ص^٣ + ص} = \frac{٥}{ص(ص^٢+١)} = \frac{أ}{ص} + \frac{ب}{ص^٢+١}$$

$$أ(ص^٢+١) + (ب ص + ج)ص = ٥$$

$ص = ١ \Leftarrow ٢أ = ٥ \Leftarrow أ = \frac{٥}{٢}$

$ص = صفر \Leftarrow أ = ٥$

$$\int \left(١ + \frac{٥}{ص^٣ + ص}\right) دص$$

$$= \int ١ . دص + \int \left(\frac{٥}{ص} + \frac{-٥ص}{ص^٢+١} \right) دص$$

$$= س + ٥ \text{لو}_{هـ} |ص| - ٥ \text{لو}_{هـ} |ص^٢+١| + جـ$$

تدريب ٣ : ٢) $\int_2^3 \frac{س^3+س}{س-1}\,دس$

درجة البسط ≥ درجة المقام ← إجراء قسمة طويلة

$$\begin{array}{r|l} س^3+س & س-1 \\ \hline -س^3 \pm س^2 & س^2+س+2 \\ \hline س^2+س \\ -س^2 \pm س \\ \hline 2س \\ -2س \pm 2 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\int_2^3 \frac{س^3+س}{س-1}\,دس = \int_2^3 \left(س^2+س+2+\frac{2}{س-1}\right)دس$$

$$= \left[\frac{س^3}{3}+\frac{س^2}{2}+2س+2\ln|س-1|\right]_2^3$$

$$= \frac{3^3}{3}+\frac{3^2}{2}+2\times3+2\ln 2-\left(\frac{2^3}{3}+\frac{2^2}{2}+2\times2+2\ln 1\right)$$

$$= 9+\frac{9}{2}+6+2\ln 2-\frac{8}{3}-2-4-2\times0$$

$$= 9+\frac{9}{2}-\frac{8}{3}+2\ln 2 .$$

$$= \frac{54}{6}+\frac{27}{6}-\frac{16}{6}+2\ln 2 = \frac{65}{6}+2\ln 2$$

$$= \frac{65}{6}+\ln 4 .$$

تدريب ٣ : ٣) $\int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{1}{ه^{2ص}-3ه^{ص}-2}\,دص$

$ه^{ص}=ظ$ ← $ه^{ص}دص=دظ$ ← $دص=\frac{دظ}{ظ}$

$$= \int \frac{1}{ظ^2-3ظ-2}\times\frac{دظ}{ظ}$$

$$= \int \frac{1}{(ظ-2)(ظ+1)(ظ)}\,دظ$$

$$= \int \left(\frac{أ}{ظ-2}+\frac{ب}{ظ+1}+\frac{ج}{ظ}\right)دظ$$

$$أ(ظ+1)(ظ)+ب(ظ-2)(ظ)+ج(ظ+1)(ظ-2)=1$$

$ظ=2$ ← $6أ=1$ ← $أ=\frac{1}{6}$

$ظ=-1$ ← $3ب=1$ ← $ب=\frac{1}{3}$

$ظ=0$ ← $-2ج=1$ ← $ج=-\frac{1}{2}$.

$$= \int \left(\frac{\frac{1}{6}}{ظ-2}+\frac{\frac{1}{3}}{ظ+1}+\frac{-\frac{1}{2}}{ظ}\right)دظ$$

$$= \frac{1}{6}\ln|ظ-2|+\frac{1}{3}\ln|ظ+1|-\frac{1}{2}\ln|ظ|+ج$$

$$= \frac{1}{6}\ln|ه^{ص}-2|+\frac{1}{3}\ln|ه^{ص}+1|-\frac{1}{2}\ln|ه^{ص}|+ج$$

تدريب ٣ : ٤) $\int \frac{قا^2س}{ظا^2س-3ظاس-5}\,دس$

$ظاس=ظ$ ← $قا^2س\,دس=دظ$ ← $دس=\frac{دظ}{قا^2س}$

$$= \int \frac{قا^2س}{ظ^2-3ظ-5}\times\frac{دظ}{قا^2س}$$

$$= \int \frac{1}{ظ^2-3ظ-5}\,دظ$$

$$= \int \frac{1}{(ظ-\frac{3}{2})^2-\frac{29}{4}}\,دظ$$

$$= \frac{1}{2\times\frac{\sqrt{29}}{2}}\ln\left|\frac{ظ-\frac{3}{2}-\frac{\sqrt{29}}{2}}{ظ-\frac{3}{2}+\frac{\sqrt{29}}{2}}\right|+ج$$

$$= \frac{1}{\sqrt{29}}\ln\left|\frac{2ظ-3-\sqrt{29}}{2ظ-3+\sqrt{29}}\right|+ج$$

$$= \frac{1}{\sqrt{29}}\ln\left|\frac{2ظاس-3-\sqrt{29}}{2ظاس-3+\sqrt{29}}\right|+ج$$

تدريب ٣ : ٥) $\int \frac{1}{(ص-1)(5ص+2)}\,دص$

$$= \int \left(\frac{أ}{ص-1}+\frac{ب}{5ص+2}\right)دص$$

$$أ(5ص+2)+ب(ص-1)=1$$

$ص=1$ ← $7ب=1$ ← $ب=\frac{1}{7}$

$ص=-\frac{2}{5}$ ← $-\frac{7}{5}أ=1$ ← $أ=-\frac{5}{7}$.

$$= \int \left(\frac{-\frac{5}{7}}{ص-1}+\frac{\frac{1}{7}}{5ص+2}\right)دص$$

$$= -\frac{5}{7}\times\frac{1}{5}\ln|5ص+2|+\frac{1}{7}\ln|ص-1|+ج$$

$$= -\frac{1}{7}\ln|5ظاس+2|+\frac{1}{7}\ln|5ظاس-1|+ج$$

تدريب ٣ : ٦) $\int \frac{\sqrt{3س}-1}{\sqrt{3س}-4}\,دس$

$ص=\sqrt{3س}$ ← $ص^2=3س$ ← $2ص\,دص=3\,دس$

$$= \int \frac{ص-1}{ص^2-4}\times 3ص\,دص = \int \frac{3ص^2-3ص}{ص^2-4}\,دص$$

درجة البسط ≥ درجة المقام

$$\begin{array}{r|l} 3ص^2-3ص & ص^2-4 \\ \hline -3ص^2 \pm 12 & 3 \\ \hline -3ص+12 \\ \pm 3ص \pm 12 \\ \hline 12ص-12 \end{array}$$

$$= \int \left(3+\frac{12ص-12}{ص^2-4}\right)دص$$

$$\frac{12ص-12}{ص^2-4} = \frac{أ}{ص-2}+\frac{ب}{ص+2}$$

$$12ص-12 = أ(ص+2)+ب(ص-2)$$

$ص=-2$ ⇐ $-4ب=-36$ ⇐ $ب=9$

$ص=2$ ⇐ $4أ=12$ ⇐ $أ=3$

تابع تدريب ٤ فرع ٢ :

$$\frac{١٢ص - ١٢}{(ص-٢)(ص+٢)} = \frac{٣}{ص-٢} + \frac{٩}{ص+٢}$$

$$= ٣\ln_{هـ}|ص-٢| + ٩\ln_{هـ}|ص+٢| + ج$$

$$= \int_{٠}^{٢} \left(٣ص - ٣ + \frac{١٢ص - ١٢}{ص^{٢} - ٤}\right) د ص$$

$$= \frac{٣ص^{٢}}{٢} - ٣ص + ٣\ln_{هـ}|ص-٢| + ٩\ln_{هـ}|ص+٢| + ج$$

$$= \frac{٣}{٢}(\sqrt{س})^{٢} - ٣\sqrt{س} + ٣\ln_{هـ}|\sqrt{س}-٢| + ٩\ln_{هـ}|\sqrt{س}+٢| + ج$$

٢) $\int_{٠}^{٣} \frac{\sqrt{س+١} - ١}{\sqrt{س+١} + ١}$ د س

$ص = \sqrt{س+١} \leftarrow ص^{٢} = س+١ \leftarrow ٢ص د ص = د س$

$س = ٠ \leftarrow ص = ١$ ، $س = ٣ \leftarrow ص = ٢$

$$= \int_{١}^{٢} \frac{ص - ١}{ص + ١} \times ٢ص د ص$$

$$= \int_{١}^{٢} \frac{٢ص^{٢} - ٢ص}{ص+١} د ص$$

ربيع إلغاء ← قسمة طويلة

$$\begin{array}{r|l} ٢ص^{٢} - ٢ص & ص + ١ \\ \hline ٢ص^{٢} + ٢ص & ٢ص - ٤ \\ \hline -٤ص & \\ -٤ص - ٤ & \\ \hline ٤ & \end{array}$$

$$\int_{١}^{٢} \frac{٢ص^{٢} - ٢ص}{ص+١} د ص = \int_{١}^{٢} \left((٢ص - ٤) + \frac{٤}{ص+١}\right) د ص$$

$$= \left[\frac{٢ص^{٢}}{٢} - ٤ص + ٤\ln_{هـ}|ص+١|\right]_{١}^{٢}$$

$$= (٢^{٢} - ٤ \times ٢ + ٤\ln_{هـ}٣) - (١^{٢} - ٤ \times ١ + ٤\ln_{هـ}٢)$$

$$= ٤ - ٨ + ٤\ln_{هـ}٣ - ١ + ٤ - ٤\ln_{هـ}٢$$

$$= -١ + ٤\ln_{هـ}٣ - ٤\ln_{هـ}٢$$

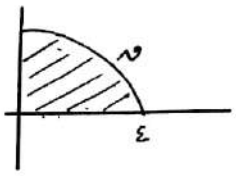
$$= -١ + ٤(\ln_{هـ}٣ - \ln_{هـ}٢)$$

$$= -١ + ٤\ln_{هـ}\frac{٣}{٢}$$

$$= -١ + \ln_{هـ}(\frac{٣}{٢})^{٤}$$

تدريب ١: جد المساحة المحصورة بين منحنى $ق(س) = ٢ - \sqrt{س}$ وكل من محوري الإحداثيات والصادات ؟

$٢ - \sqrt{س} = صفر \leftarrow \sqrt{س} = ٢ \leftarrow س = ٤$



$$م = \int_{٠}^{٤} (٢ - س^{\frac{١}{٢}})\, دس$$

$$= \left[٢س - \frac{س^{\frac{٣}{٢}}}{\frac{٣}{٢}} \right]_{٠}^{٤}$$

$$= \left[٢س - \frac{٢}{٣} \sqrt{س^{٣}} \right]_{٠}^{٤}$$

$$= (٢ \times ٤ - \frac{٢}{٣} \sqrt{٤^{٣}}) - (٢ \times ٠ - \frac{٢}{٣} \sqrt{٠^{٣}})$$

$$= ٨ - \frac{٢}{٣} \times ٨ - صفر = ٨ - \frac{١٦}{٣} = \frac{٨}{٣}$$

تدريب ٢:

$$\int_{٢}^{ب} ق(س)\, دس = \int_{م}^{ب} ق(س)\, دس + \int_{٢}^{م} ق(س)\, دس$$

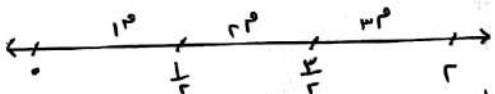
$$= -٨ + ٥$$

$$= -٣$$

تدريب ٣: $ق(س) = جتا(\pi س)$

$جتا(\pi س) = صفر \leftarrow \pi س = \frac{\pi}{٢}$ أو $\frac{٣\pi}{٢}$

$\pi س = \frac{\pi}{٢} \leftarrow س = \frac{١}{٢}$ / $\pi س = \frac{٣\pi}{٢} \leftarrow س = \frac{٣}{٢}$



$$م = \int_{٠}^{\frac{١}{٢}} |جتا(\pi س)|\, دس + \int_{\frac{١}{٢}}^{\frac{٣}{٢}} |جتا(\pi س)|\, دس + \int_{\frac{٣}{٢}}^{٢} |جتا(\pi س)|\, دس$$

$$= \int_{٠}^{\frac{١}{٢}} جتا(\pi س)\, دس + \int_{\frac{١}{٢}}^{\frac{٣}{٢}} -جتا(\pi س)\, دس + \int_{\frac{٣}{٢}}^{٢} جتا(\pi س)\, دس$$

$$= \left[\frac{جا(\pi س)}{\pi} \right]_{٠}^{\frac{١}{٢}} - \left[\frac{جا(\pi س)}{\pi} \right]_{\frac{١}{٢}}^{\frac{٣}{٢}} + \left[\frac{جا(\pi س)}{\pi} \right]_{\frac{٣}{٢}}^{٢}$$

$م = \frac{١}{\pi} - (-\frac{١}{\pi}) + \frac{١}{\pi} (٠ - -١)$

$= \frac{١}{\pi} + \frac{٢}{\pi} + \frac{١}{\pi} = \frac{٤}{\pi}$.

تدريب ٤: $ق = هـ$.

$٤س^{٣} - ٣ك = ٥س \leftarrow ٤ك - ٨ك = ٠$

$٤س(س - ٢) = ٠ \leftarrow س = صفر / ك = ٢$

$$م = \int_{٠}^{٢} ٥س - (٤ك - ٣ك)\, دس$$

$$= \int_{٠}^{٢} (٨س - ٤س^{٢})\, دس$$

$$= \left[٤س^{٢} - \frac{٤}{٣} س^{٣} \right]_{٠}^{٢}$$

$$= ٤(٢)^{٢} - \frac{٤}{٣}(٢)^{٣} - صفر$$

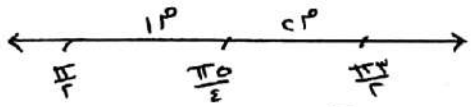
$$= ١٦ - \frac{٣٢}{٣} = \frac{٤٨ - ٣٢}{٣} = \frac{١٦}{٣}$$ وحدة مساحة

تدريب ٥: $ق = هـ$

$١ + جاس = ١ + جتاس \leftarrow جاس = جتاس$

$\pi س = \frac{٥\pi}{٤}$

$س \in [\frac{\pi}{٤}, \frac{٥\pi}{٤}]$ / $\pi \notin [\frac{\pi}{٤}, \frac{٥\pi}{٤}]$.



$$م = \int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{٣\pi}{٤}} (ق - هـ)\, دس + \int_{\frac{٣\pi}{٤}}^{\frac{٥\pi}{٤}} (هـ - ق)\, دس$$

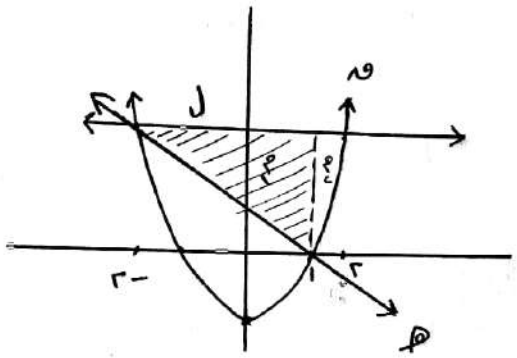
$$= \int_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{٣\pi}{٤}} (جاس - جتاس)\, دس + \int_{\frac{٣\pi}{٤}}^{\frac{٥\pi}{٤}} (جتاس - جاس)\, دس$$

$$= \left[-جتاس - جاس \right]_{\frac{\pi}{٤}}^{\frac{٣\pi}{٤}} + \left[جاس + جتاس \right]_{\frac{٣\pi}{٤}}^{\frac{٥\pi}{٤}}$$

$$= (-\frac{١}{٢} - \frac{١}{٢}) - (-١ + ٠) + (-\frac{١}{٢} + \frac{١}{٢})$$

$$= -\frac{١}{٢} + ١ - \frac{١}{٢} = \frac{١}{٣}$$ وحدة مساحة

تدريب ٦ :



هـ = ل	ق = هـ	ق = ل
١ـس = ٣	س٢ - ١ = ١ـس	س٢ - ١ = ٣
س = -٢	س٢ + س - ٢ = ٠	س٢ = ٤
	(س + ٢)(س - ١) = ٠	س = ±٢
	س = -٢ ، ١	

$$م = \int_{-٢}^{١} ٣ - (١-س)\,دس + \int_{١}^{٢} ٣ - (س٢ - ١)\,دس$$

$$= \int_{-٢}^{١} (٢ + س)\,دس + \int_{١}^{٢} (٤ - س٢)\,دس$$

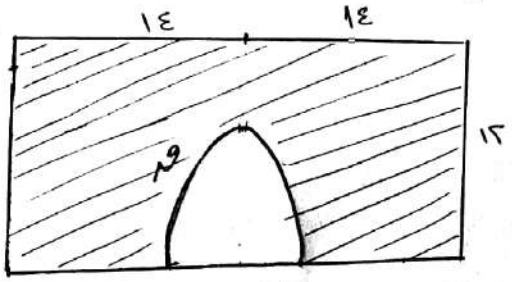
$$= \left[٢س + \frac{س٢}{٢} + ٤س - \frac{س٣}{٣} \right]_{-٢}^{١}$$

$$= ٢ + \frac{١}{٢} - (-٤ + ٢) + ٨ - \frac{٨}{٣} - (٤ - \frac{١}{٣})$$

$$= ٢ + \frac{١}{٢} + ٤ - ٢ + ٨ - \frac{٨}{٣} - ٤ + \frac{١}{٣}$$

$$= ٨ + \frac{١}{٢} - \frac{٧}{٣} = \frac{٤٨ + ٣ - ١٤}{٦} = \frac{٣٧}{٦}$$ وحدة مساحة

تدريب ٧ :



$$٨ - \frac{س٢}{٢} = \text{صفر} \leftarrow ٨ = \frac{س٢}{٢}$$

$$س٢ = ١٦ \leftarrow س = \pm ٤$$

المساحة المطلوبة = مساحة المستطيل - المساحة تحت المنحنى ق

$$= ١٢ \times ٨ - \int_{-٤}^{٤} (٨ - \frac{س٢}{٢})\,دس$$

$$= ٣٣٦ - \left[(٨س - \frac{س٣}{٦}) \right]_{-٤}^{٤}$$

$$= ٣٣٦ - \left((٨ \times ٤ - \frac{٦٤}{٦}) - (-٨ \times ٤ - \frac{-٦٤}{٦}) \right)$$

$$= ٣٣٦ - \left(٣٢ - \frac{٦٤}{٦} - (-٣٢ - \frac{-٦٤}{٦}) \right)$$

$$= ٣٣٦ - \left(٣٢ - \frac{٣٢}{٣} + ٣٢ - \frac{٣٢}{٣} \right)$$

$$= ٣٣٦ - \left(٦٤ - \frac{٦٤}{٣} \right)$$

$$= ٣٣٦ - ٦٤ + \frac{٦٤}{٣}$$

$$= ٢٧٢ + \frac{٦٤}{٣}$$

$$= \frac{٨١٦ + ٦٤}{٣}$$

$$= \frac{٨٨٠}{٣}$$

تكلفة الدهان = المساحة × سعر الدهان للوحدة المربعة

$$= ٤٠ \times \frac{٨٨٠}{٣}$$

$$= \frac{٣٥٢٠٠}{٣}$$ قرشاً

تدريب ١:

$(س^{٢}-٣ص)\,دص = هـ^{ص}(س^{٢}+ص-١٢)\,دس$

$\frac{دص}{هـ^{ص}} = \frac{س^{٢}+ص-١٢}{س^{٢}-٣ص}\,دس$

$هـ^{ص}\,دص = \frac{(س+٤)(س-٣)}{س(س-٣)}\,دس$

$هـ^{ص}\,دص = (١+\frac{٤}{س})\,دس$

$\int هـ^{ص}\,دص = \int (١+\frac{٤}{س})\,دس$

$هـ^{ص} = س + ٤\,لو_{هـ}|س| + ب$

$ص = لو_{هـ}(س + ٤\,لو_{هـ}|س| + ب)$

تدريب ٢:

$\frac{دص}{دس} = \frac{-١}{س\sqrt{٣+لو_{هـ}س}}$

لأن ميل المماس $= \frac{-١}{\text{ميل العمودي}}$

$\Leftarrow دص = \frac{-١}{س\sqrt{٣+لو_{هـ}س}}\,دس$

$\int دص = \int \frac{-١}{س\sqrt{٣+لو_{هـ}س}}\,.\,دس$

$ع = \sqrt{٣+لو_{هـ}س} \leftarrow ع^{٢} = ٣+لو_{هـ}س$

$\leftarrow ٢ع\,دع = \frac{١}{س}\,دس$

$\int دص = \int \frac{-٢ع\,دع}{ع}$

$ص = \int -٢\,دع$ ـــ

$ص = -٢ع + ب$

$ص = -٢\sqrt{٣+لو_{هـ}س} + ب$

المنحنى يمر بالنقطة $(هـ^{٦}, ٤) \Leftarrow$

$٤ = -٢\sqrt{٣+لو_{هـ}هـ^{٦}} + ب$

$٤ = -٢\sqrt{٣+٦} + ب$

$٤ = -٢ \times ٣ + ب \leftarrow ب = ١٠$

$ص = -٢\sqrt{٣+لو_{هـ}س} + ١٠$

تدريب ٣: $ن = \frac{دع}{دن} = \sqrt{ع}$ ، $ع > ٠$

$\Leftarrow \frac{دع}{\sqrt{ع}} = دن \leftarrow \int ع^{-\frac{١}{٢}}\,دع = \int دن$

$٢ع^{\frac{١}{٢}} = ن + ب \leftarrow ٢\sqrt{ع} = ن + ب$

$ع(٠) = ٩ \leftarrow ٢\sqrt{٩} = ٠ + ب \leftarrow ب = ٦$

$٢\sqrt{ع} = ن + ٦ \leftarrow \sqrt{ع} = \frac{١}{٢}(ن+٦)$

بتربيع الطرفين $\leftarrow ع = \frac{١}{٤}(ن+٦)^{٢}$

$\frac{دف}{دن} = \frac{١}{٤}(ن+٦)^{٢}$

$\int دف = \int \frac{١}{٤}(ن+٦)^{٢}\,دن$

$ف = \frac{\frac{١}{٤}(ن+٦)^{٣}}{٣} + ب$ لكن $ف(٤) = ٨٠$

$٨٠ = \frac{١٠٠٠}{١٢} + ب \leftarrow ب = \frac{٩٦٠ - ١٠٠٠}{١٢} = \frac{-٤٠}{١٢}$

$ف(ن) = \frac{(ن+٦)^{٣}}{١٢} - \frac{٤٠}{١٢}$

$ف(٢) = \frac{٥١٢}{١٢} - \frac{٤٠}{١٢}$

$= \frac{٤٧٢}{١٢} = \frac{١١٨}{٣}$ مترًا.

تدريب ٤ :

$\text{ت} = \frac{\text{دع}}{\text{دن}} = -١٠$

$\text{دع} = -١٠\ \text{دن}$

$\int \text{دع} = \int -١٠\ \text{دن}$

$\text{ع} = -١٠\text{ن} + \text{ج}$

لكن ع(٠) = ٤٠ .

$\text{ع}(٠) = -١٠ \times ٠ + \text{ج}$

$٤٠ = \text{صفر} + \text{ج}$

$\text{ج} = ٤٠$

$\therefore \text{ع} = -١٠\text{ن} + ٤٠$

$\frac{\text{دف}}{\text{دن}} = -١٠\text{ن} + ٤٠$

$\text{دف} = (-١٠\text{ن} + ٤٠)\ \text{دن}$

$\int \text{دف} = \int (-١٠\text{ن} + ٤٠)\ \text{دن}$.

$\text{ف} = -\frac{١٠\text{ن}^٢}{٢} + ٤٠\text{ن} + \text{ج}$

$\text{ف} = -٥\text{ن}^٢ + ٤٠\text{ن} + \text{ج}$

لكن ف(٠) = ٤٥

$٤٥ = -٥ \times ٠ + ٤٠ \times ٠ + \text{ج}$

$\Leftarrow \text{ج} = ٤٥$.

$\text{ف} = -٥\text{ن}^٢ + ٤٠\text{ن} + ٤٥$.

يصل الجسم للأرض عندما ف = صفر

$-٥\text{ن}^٢ + ٤٠\text{ن} + ٤٥ = \text{صفر}$ $(\div -٥)$

$\text{ن}^٢ - ٨\text{ن} - ٩ = \text{صفر}$

$(\text{ن} - ٩)(\text{ن} + ١) = \text{صفر}$

$\text{ن} = ٩$ / $\text{ن} = -١$ تهمل .

$\therefore \text{ن} = ٩$.