طريق التفوق

في

الرياضيات

للتوجيهي العلمي

الوحدة الأولى

النهايات و الاتصال

٢٠٢٠ \ ٢٠٢١

د. خالد جلال

٠٧٩٩٩٤٨١٩٨

ا. إياد الحمد

٠٧٩٥٦٠٤٥٦٣

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الرقم	الموضوع	الصفحة
١	تمارين نهاية الاقتران كثير الحدود	٤
٢	تمارين نهاية الاقتران النسبي	٥ إلى ٨
٣	تمارين نهاية الاقترانات (المتشعب و المطلق والصحيح)	٩ إلى ١٢
٤	تمارين نهاية الأقتران $\sqrt{ل(س)}$ = ق(س)	١٣
٥	تمارين النهاية من الرسم	١٤ إلى ١٦
٦	تمارين نظريات النهايات	١٧ إلى ١٨
٧	تمارين نهاية الإقترانات الدائرية	١٩ إلى ٢١
٨	تدريبات و تمارين الكتاب المدرسي على النهايات	٢٢ إلى ٣٤
٩	تمارين الإتصال	٣٥ إلى ٤٠
١٠	تدريبات و تمارين الكتاب المدرسي على الاتصال	٤١ إلى ٤٧
١١	اسئلة الوحدة بالكتاب المدرسي	٤٧ إلى ٥٠
١٢	اسئلة الدوائر	٥١ إلى ٥٦
١٣	اسئلة دوائر الكتاب المدرسي	٥٧ إلى ٥٨
١٤	اختبارات نهاية الوحدة	٥٩ إلى ٦٣

اولا النهـــايات

تمارين(١) : نهاية الاقتران كثير الحدود

الفكرة الأولى : احسب النهاية في كل مما يأتي

١) $\lim_{س \to ٣}$ (٥س + ١)　　٢) $\lim_{س \to -١}$ ($س^{٢}$ + ٣ س - ١)　　٣) $\lim_{س \to -٢}$ ($س^{٣}$ + ٤ س - ٧)

٤) $\lim_{س \to ٠}$ (٣س + ٢)^{٣}　　٥) $\lim_{س \to ٢}$ ($س^{٤}$ - ٢ س - ١)　　٦) $\lim_{س \to -٣}$ س (٥س + ١)

٧) $\lim_{س \to ٣}$ ٢١　　٨) $\lim_{س \to ١}$ ق(س) إذا علمت أن ق(س) كثير حدود

٩) إذا كان ق(س) كثير حدود ، خارج قسمته على (٤س - ١٦) يساوي ٣ ، فجد قيمة :

$\lim_{س \to ٤}$ (ق^{٢} ($\frac{١}{٣}$س + ١) - ٧ س)

١٠) إذا كان ق(س) = $س^{٢}$ + ٣ ، س ∈ [١ ، ٣] ∪ { ٥ } ، فجد $\lim_{س \to ٥}$ ق(س)

الفكرة الثانية : حساب ثوابت (مجاهيل)

١) إذا كان ق(س) = أس + ٦ ، وكانت $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ١٤ ، فجد قيمة الثابت أ

٢) إذا كانت $\lim_{س \to -٢}$ ٣ ل $س^{٢}$ + ٥ س + ٤ = ١٥ ، فجد قيمة الثابت ل .

٣) إذا كانت $\lim_{س \to أ}$ $س^{٢}$ - ٧ س + ١ = ٩ ، جد قيمة الثابت أ.

٤) إذا كانت $\lim_{س \to ب}$ (٢ س - $س^{٢}$) = - ١٥ ، جد قيمة الثابت ب .

٥) إذا كان ق(س) = أ $س^{٢}$ - ٣ب س + ١ وكانت $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٣ ، $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ٠

فجد قاعدة الاقتران ق(س) .

٦) إذا كانت $\lim_{س \to أ}$ (٣س + ٢)^{٣} = ٢٧ ، جد قيمة الثابت أ.

٧) إذا كانت $\lim_{س \to -١}$ (أس + ٢)^{٤} = ١ ، جد قيمة الثابت أ ، حيث أ < ١

٨) إذا كانت $\lim_{س \to أ}$ (٢ س - $س^{٢}$)^{٣} = - ٢٧ ، جد قيمة الثابت أ ، حيث أ > ٠

تمارين(٢) : نهاية الاقتران الكسري

الفكرة الأولى : احسب النهاية في كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ١}{س + ١}$ ٢) $\lim_{س \to ١} \frac{س - ١}{س + ١}$ ٣) $\lim_{س \to ١} \frac{س + ١}{س - ١}$ ٤) $\lim_{س \to -١} \frac{س^{٢} - س - ٢}{س}$

٥) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} - ١}{س^{٢} + ٢س - ٣}$ ٦) $\lim_{س \to ٤} \frac{س^{٢} - ٣س - ٤}{س - ٤}$

٧) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٢} - ٣س + ٢}{س^{٢} + س - ٦}$ ٨) $\lim_{س \to ١} \frac{١ - س^{٣}}{س^{٢} - س}$

٩) $\lim_{س \to ٢} \frac{٣س^{٢} - ٧س + ٢}{٢س^{٣} - ١٦}$ ١٠) $\lim_{س \to -٢} \frac{س^{٤} + ٨س}{٢س + ٤}$

١١) $\lim_{س \to ٣} \frac{١٦ - (س + ١)^{٢}}{س^{٣} - ٢٧}$ ١٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} - ٣س}{(س - ٢)^{٣} - ١}$

١٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{(٢س - ٣)^{٣} + ٢٧}{(٣س + ١)^{٢} - ١}$ ١٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{س^{٢} + ٤س}{(٣س + ١)^{٣} - ٣س - ١}$

١٥) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٣} + ٢س^{٢} - س - ٤٢}{س - ٣}$ ١٦) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} - س^{٢} + س - ١}{س - س^{٢}}$

١٧) $\lim_{س \to -١} \frac{س^{٢} - س - ٢}{س^{٣} + ٣س^{٢} - ٢}$ ١٨) $\lim_{س \to ١} \frac{٣س^{٣} + س - ٤}{س^{٣} + س^{٢} - ٢}$

١٩) $\lim_{س \to ٢} \left(\frac{١}{س} - \frac{١}{٢}\right)\left(\frac{١}{س - ٢}\right)$ ٢٠) $\lim_{س \to ١} \left(\frac{١}{س + ١} - \frac{١}{٢}\right)\left(\frac{١}{س - ١}\right)$

٢١) $\lim_{س \to ٤} \left(\frac{١}{س} - \frac{١}{٤}\right)\left(\frac{٣}{س^{٢} + س - ٢٠}\right)$ ٢٢) $\lim_{س \to ٢} \left(\frac{١}{٣س} - \frac{١}{٨}\right)\left(\frac{١}{س - ٢}\right)$

٢٣) $\lim_{س \to ٢} \left(\frac{س^{٢} + ١٢}{س^{٢} - ٤} - \frac{س + ٢}{س - ٢}\right)$ ٢٤) $\lim_{س \to ٠} \left(\frac{٢}{س} - \frac{س + ٣}{س^{٢}}\right)$

٢٥) $\lim_{س \to ١} \left(\frac{س}{٢س + ١} - \frac{٣}{٤س + ٥}\right)\left(\frac{١}{س - س^{٣}}\right)$

٢٦) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س} - \sqrt{٣}}{س - ٣}$ ٢٧) $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س + ١} - ٢}{س - ٣}$

٢٨) $\lim_{س \to ١} \frac{س - ١}{\sqrt{س + ١} - \sqrt{٢س}}$ ٢٩) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt{س + ١} - ٣}{\sqrt{س} - ٢\sqrt{١٢}}$

٣٠) $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٧} - \sqrt{س + ٥}}{٤س - س^{٢}}$ ٣١) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٣} - ٢س^{٢} - ٩}{\sqrt{س + ٦} - ٣}$

٣٢) $\lim_{س \to ٥} \frac{\sqrt{٣س + ١} - س + ١}{٥ - س}$

٣٣) $\lim_{س \to ٥} \frac{س - ٥}{٢س - \sqrt{س^{٢} + ١١} - ٤}$

٣٤) $\lim_{س \to ٣} \frac{س - ٣}{\sqrt[٣]{٢س + ٢} - ٢}$

٣٥) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt{س + ٨} - ٤}{٢ - \sqrt[٣]{س}}$

٣٦) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + ٢س - ٣}{\sqrt[٣]{س} - ١}$

٣٧) $\lim_{س \to ٩} \frac{\sqrt[٣]{س - ١} - ٢}{س^{٢} - ٨١}$

٣٨) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt[٤]{س + ١٦} - ٢}{س}$

٣٩) $\lim_{س \to ١٢} \frac{١٢ - س}{\sqrt[٥]{٣س - ٤} - ٢}$

٤٠) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt[٣]{س + ٦} - \sqrt{س + ٢}}{س - ٢}$

٤١) $\lim_{س \to ٥} \frac{(س - ٤)^{٥} + س - ٦}{٢س - ١٠}$

٤٢) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - \sqrt{٩ - س} - ١}{٨ - س}$

٤٣) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س}(س - ٦)^{٢} - ٨}{س - ٨}$

٤٤) $\lim_{س \to -١} \frac{س^{٢}\sqrt[٣]{س} + ١}{س + ١}$

٤٥) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢}\sqrt{٤س + ٤} - ٣٦}{س - ٣}$

٤٦) $\lim_{س \to ٢} \frac{(س + ١)^{٤} - ٥(س + ١)^{٢} - ٣٦}{٨ - س^{٣}}$

٤٧) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{(س + ٢)^{٣}} - \frac{١}{٨} \right)$

٤٨) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{\sqrt{س + ١}} - ١ \right)$

٤٩) $\lim_{س \to ٤} \frac{س^{٢} - ٨\sqrt{س}}{س - ٤}$

٥٠) $\lim_{س \to ٢} \frac{س^{٦} - ٣س^{٣} - ٤٠}{س - ٢}$

٥١) $\lim_{س \to ١} \frac{س - ٤\sqrt{س} + ٣}{س^{٢} - ١}$

٥٢) $\lim_{س \to ٨} \frac{س\sqrt[٣]{س} - ١٦}{س - ٨}$

٥٣) $\lim_{س \to ٣} \left(\frac{س}{٩ - س^{٢}} - \frac{٣س}{س^{٣} - ٩س} \right)$

٥٤) $\lim_{س \to ٢} \frac{(٢س + ١)^{٣} - ١٢٥}{٢ + س^{٢}(س - ٢) - س}$

٥٥) $\lim_{س \to ٢} \frac{(س - ٢)^{٦} - س^{٢} + ٤}{٢ - س}$

٥٦) $\lim_{س \to -١} \frac{١}{س + ١} \left(\frac{١}{\sqrt[٣]{٢س + ١}} + ١ \right)$

٥٧) $\lim_{س \to ٠} \frac{(٤٩)^{س} - ٧^{س}}{١ - ٧^{س}}$

٥٨) $\lim_{س \to ٢} \frac{٨^{س} - ٥ \times ٢^{س + ١} - ٢٤}{٣ \times ٢^{س} - ١٢}$

٥٩) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt[٣]{٩ - س} - \sqrt{٤س + ٥} + ١}{س - ١}$

٦٠) $\lim_{س \to ٠} \frac{(١ + س)^{٥} - (١ - س)^{٥}}{(١ + س)^{٢} - (١ - س)^{٢}}$

٦١) $\lim_{س \to ٥} \frac{\sqrt{س - ١} - \frac{س + ٣}{س - ١}}{س^{٢} - ٢٥}$

٦٢) $\lim_{س \to ١٠} \frac{\sqrt[٣]{س - ٢} - \frac{٣س}{س + ٥}}{س^{٢} - ١٠٠}$

٦٣) $\lim_{س \to ٢} \frac{٩^{س} - ٣^{س} - ٧٢}{٣^{س + ١} - ٢٧}$

٦٤) إذا كان ق(س) = س (س^{٢} - ١) فأثبت أن $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٠} \frac{ق(س+١) - ق(س-١)}{ق(س^{٢})} = -٦$

٦٥) إذا كانت $\text{نهـــا}_{ص \leftarrow ١} \frac{ص^{ن} - ١}{ص - ١} = ن$ ، فجد $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١} \frac{س^{٩} - ٢س^{٥} + ١}{س - ١}$

٦٦) جد $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٠} \frac{\sqrt[ن]{س + ٢^{ن}} - ٢}{س}$ إذا علمت ان ن عدد طبيعي

الفكرة الثانية : حساب ثوابت (مجاهيل)

١) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١} \frac{٥س^{٢} + أس + ٤أ}{س - ١}$ موجودة ، فجد قيمة الثابت أ .

٢) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow أ} \frac{٦}{س^{٢} + ٢س - ٣}$ غير موجودة ، فجد قيمة الثابت أ .

٣) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٣} \frac{٢س^{٢} - (٦ + ٤أ) س + ١٢أ}{س - ٣} = ٢$ ، فجد قيمة الثابت أ .

٤) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow أ} \frac{س^{٤} - أ^{٤}}{(س + أ)^{٣} - ٨أ^{٣}} = ٢$ ، فجد قيمة الثابت أ .

٥) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \frac{أس^{٢} - ب س - ٦}{س - ٢} = ٥$ ، فجد قيمة الثابتين أ ، ب .

٦) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١} \frac{٣أس^{٣} + ٥ ب س - ٨}{س - ١} = ٧$ ، فجد قيمة الثابتين أ ، ب .

٧) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \frac{س - ٢}{أس^{٢} + ب س + ٤}$ غير موجودة ، فجد قيمة الثابتين أ ، ب .

٨) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \frac{٣س - \sqrt{أس^{٢} + ٨}}{س - ٢}$ موجودة ، فجد قيمة الثابت أ . ثم جد قيمة هذه النهاية

٩) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٠} \frac{\sqrt{٦س + ٩} + أس - ٣}{س} = ٠$ ، فجد قيمة الثابت أ .

١٠) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١} \frac{(س^{٣} - ١)^{٢ن}}{(س^{٢} - ٢س + ١)^{ن}} = ٨١$ ، فجد قيمة الثابت ن

١١) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٣} \left(\frac{أ}{س - ٣} - \frac{ب}{س^{٢} + ٢س - ١٥} \right) = ١$ ، فجد قيمة الثابتين أ ، ب .

١٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{(س - ١)^{٥} + ٢ م س + ١}{س^{٢} - ٢ س} = -\frac{٧}{٢}$ ، فجد قيمة الثابت م .

١٣) إذا كانت $\lim_{ص \to ١} \frac{ص^{ن} - ١}{ص - ١} = ن$ ، كانت $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt[ن]{٣ س - ٢} - ١}{س^{٣} - س^{٢} + ٥ س - ٥} = \frac{١}{١٠}$ ، فجد قيمة ن

١٤) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt[ن]{س^{ن} + \frac{١}{٢} س} - ٣}{س^{٢} + ٣ س - ١٠}$ موجودة ، فجد قيمة الثابت ن

١٥) إذا كانت $\lim_{ص \to ١} \frac{ص^{ن} - ١}{ص - ١} = ن$ ، كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt[ن]{س^{٢} + س + ١} - ١}{س^{٢} + س} = \frac{١}{٥}$ ، فجد قيمة ن

١٦) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{م س + ب} - ٣}{س} = ١$ ، فجد قيمة الثابتين م ، ب

١٧) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{٥ - ٢ س}{م س^{٢} + ب س + ٤}$ غير موجودة ، فاثبت ان م ب < ١ دون حساب قيمة كلا من م ، ب

١٨) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{م س^{٣} + ٤ ب س - ٨}{س - ٢}$ موجودة ، فاثبت ان م ب < $\frac{١}{٢}$ دون حساب قيمة كلا من م ، ب

١٩) اثبت ان $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{م س + ٩} - ٣}{\sqrt{ب س + ٩} - ٣} = \frac{م}{ب}$

٢٠) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{م س + جـ} - \sqrt{جـ}}{\sqrt{ب س + د} - \sqrt{د}} = ١$ ، فاثبت ان م د = ب جـ حيث جـ ≠ ٠ ، د ≠ ٠

٢١) إذا كانت $\lim_{س \to م} \frac{(س - م)^{٢}}{س - \sqrt{٤ م س} + م} = ٤$ ، فجد قيمة الثابت م .

٢٢) إذا كانت $\lim_{س \to -١} \left(\frac{م}{س + ١} - \frac{٢ م س}{س^{٢} - ١} \right) = ٢$ ، م ≠ ٠ ، فجد قيمة الثابت م .

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تمارين(٣) : نهاية الاقترانات (المتشعب و المطلق و الصحيح)

الفكرة الأولى : احسب النهاية في كل مما يأتي :

١) إذا كان ق(س) = { ١ - س ، س < ٣ ؛ ٥ - ٢ س ، س ≥ ٣ } فجد نهـا ق(س) ، نهـا ق(س)
س ← ٠ ، س ← ٣

٢) إذا كان ق(س) = { ١ + س٢ ، س < ١ ؛ ٧ ، س = ١ ؛ ٥ - ٣ س ، س > ١ } فجد نهـا ق(س)
س ← ١

٣) إذا كان ق(س) = { ٥ ، س = ١ ؛ ٣ س + ١ ، ١ < س < ٤ ؛ ٣ ، س = ٤ } فجد نهـا ق(س) ، نهـا ق(س)
س ← ١ ، س ← ٤

٤) إذا كان ق(س) = { (س٢ - ٤) / (س - ٢) ، س ≠ ٢ ؛ ٤ - ، س = ٢ } فجد نهـا ق(س)
س ← ٢

٥) إذا كان ق(س) = { ٢ س + ١ ، س ∉ صـ ؛ س٢ + ٤ ، س ∈ صـ } حيث صـ مجموعة الأعداد الصحيحة

فجد ق(٢) ، نهـا ق(س)
س ← ٢

٦) نهـا | س - س٢ |
س ← ٢

٧) نهـا (| س٢ - ١ | + س)
س ← ٢

٨) نهـا س | س - ١ | + ٧
س ← ١

٩) نهـا (| س + ١ | - ٣) / (س - ٢)
س ← ٢

١٠) نهـا (| ٣ س + ١ | - | س + ٣ |) / (س - ١)
س ← ١

١١) نهـا (س٢ - | س |) / (س + ١)
س ← -١

١٢) نهـا √(س٢ + س) / س
س ← ٠

١٣) نهـا (√(س٣) - ٢ | س |) / (٢ س٢ - ٥ س - ١٢)
س ← ٤

١٤) نهـا √(س٢ - ٤ س + ٤) / (س - ٢)
س ← ٢

١٥) نهـا (س٢ - ٢٥) / √(س٢ - ١٠ س + ٢٥)
س ← ٥

١٦) نهـا [١/٤ س + ١]
س ← ٢

١٧) نهـا [١/٤ س + ١]
س ← ٨

١٨) نهـا [٥ - ١/٣ س]
س ← ٦

١٩) نهـا [٤ - ٣ س] - [١ + ٢ س]
س ← ٢

٢٠) $\lim_{س \to ٢}$ (س - ٢)^{٢} [س + ٣]

٢١) $\lim_{س \to ١}$ |س - ١| x [س - ١]

٢٢) $\lim_{س \to -١}$ $\frac{س^{٢} + ٣|س| - [س + ٥]}{س + ١}$

٢٣) $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{[\frac{٢}{٣} س + ٤] + س}{|س| - ٢}$

٢٤) $\lim_{س \to -٢}$ $\frac{س - [٣ - \frac{١}{٢} س]}{|س|}$

٢٥) $\lim_{س \to ٠}$ $(\frac{١}{س + ٢})^{[س]}$

٢٦) $\lim_{س \to ١}$ $\frac{|س|^{٣} - [\frac{١}{٢} س + ١]}{٣ + س^{٢}(س - ١) - ٣ س}$

٢٧) $\lim_{س \to -١}$ $\frac{|س^{٢} + س| - ٣س - ٣}{[س + ١] - س}$

٢٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|س|}{س} & ، س \neq ٠ \\ [س + ٢] & ، س = ٠ \end{cases}$ فجد $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

٢٩) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢} - ١}{|س + ١|} & ، س > -١ \\ [س + ٣] & ، س < -١ \end{cases}$ جد $\lim_{س \to -١}$ ق(س)

٣٠) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|س - ١|}{س - ١} & ، س > ١ \\ س [س] & ، ٠ \leq س \leq ١ \end{cases}$ جد $\lim_{س \to ١}$ ق(س)

٣١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{\sqrt{(س - ٢)^{٢}}}{٢ - س} & ، س > ٢ \\ [\frac{١}{٣} س] + ٢ & ، س < ٢ \end{cases}$ جد $\lim_{س \to ٢}$ ق(س)

الفكرة الثانية : حساب ثوابت (مجاهيل)

١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١ - م س^{٢} & ، س < ٣ \\ ٥ + س & ، س \geq ٣ \end{cases}$ وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) موجودة فاوجد قيمة الثابت م

٢) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١ + ٣ س & ، س < م \\ ٩ + ٧ س & ، س > م \end{cases}$ وكانت $\lim_{س \to م}$ ق(س) موجودة فاوجد قيمة الثابت م

٣) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ب^{٢} س^{٢} & ، س \geq ٢ \\ (١ - ب) س & ، س < ٢ \end{cases}$ وكانت $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) موجودة فاوجد قيمة الثابت ب

٤) إذا كان ق(س) = { [س] - |٢ - س| ، س ≥ ٢ ; أ س + ٥ ، س < ٢ } وكانت $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) موجودة فاوجد قيمة الثابت أ

٥) إذا كان ق(س) = { $\frac{٤ - س}{|س - ٤|}$ ، س < ٤ ; أ س^{٢} - ٩ ، س > ٤ } وكانت $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) موجودة فاوجد قيمة الثابت أ

٦) إذا كان ق(س) = { $\frac{س^{٢} - ب س + ٢}{س - ١}$ ، س < ١ ; أ س^{٢} - ٩ ، س > ١ } وكانت $\lim_{س \to ١}$ ق(س) موجودة فاوجد قيمة أ ، ب

٧) إذا كان ق(س) = { $\frac{س^{٢} - ب س + ٢}{س - ١}$ ، س ≠ ١ ; أ ، س = ١ } وكانت $\lim_{س \to ١}$ ق(س) = ق(١) فاوجد قيمة أ ، ب

٨) إذا كان ق(س) = { ٤ أ - ٣ب س ، س ≥ ٣ ; ٢ أ + ٥ ، س < ٣ } وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٧ فاوجد قيمة أ ، ب

٩) إذا كان ق(س) = { $\frac{س^{٣} - ٢٧}{٢ س^{٢} + ٦ س + ١٨}$ ، س ≤ أ ; س + ٥ ، س > أ } وكانت $\lim_{س \to أ}$ ق(س) موجودة فاوجد قيمة أ

١٠) إذا كان ق(س) = { $\frac{|س^{٢} - ٤ س - ٥|}{|س - ٥|}$ ، س < ٥ ; أ جتا $\frac{\pi}{٥}$ س + ٥ ، س > ٥ } وكانت $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) موجودة فاوجد قيمة أ

١١) إذا كان ق(س) = { $\frac{س^{٣} - أ س + ٣}{س - ١}$ ، س < ١ ; ب س - ٥ ، س > ١ } وكانت $\lim_{س \to ١}$ ق(س) موجودة فجد قيمة أ ، ب

١٢) إذا كان ق(س) = { س^{٢} - ٤ أ ، س ≤ ٣ ; [٦ - س] ، س > ٣ } وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) موجودة فجد قيمة أ

١٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٢^{+}}$ [أ س + ٢] = ٤ فاوجد قيمة الثابت أ

١٤) إذا كان ق(س) = [٠,٢ س] ، $\lim_{س \to أ}$ ق(س) = - ١ فاوجد قيمة الثابت أ

١٥) إذا كان $\lim_{س \to أ}$ |٥ س - ١٠| = ٥ فاوجد قيمة الثابت أ

منهاجي
منصة التعليم الهادف

١٦) إذا كانت $\lim_{س \to ١^+} \frac{[٧ - ٢س] + أ}{|٢س - ٤|} = ٣$ فاوجد قيمة الثابت أ

١٧) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} جا٢س & ، س \leq أ \\ جا\ س & ، س > أ \end{cases}$ حيث س $\in [٠ ، ٢\pi)$ ، وكانت $\lim_{س \to أ} ق(س)$ موجودة

فاوجد قيمة / قيم الثابت أ

١٨) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} [س + ٢] & ، س < أ \\ ٨ - [س] & ، س > أ \end{cases}$ ، وكانت $\lim_{س \to أ} ق(س)$ موجودة فاوجد قيمة الثابت أ

إذا علمت ان أ $\notin$ ص

١٩) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} [س + ٢] & ، س < أ \\ ٧ - [س] & ، س > أ \end{cases}$ ، وكانت $\lim_{س \to أ} ق(س)$ موجودة فاوجد قيمة الثابت أ

إذا علمت ان أ $\in$ ص

٢٠) إذا كانت $\lim_{س \to -٢^+} \left(\frac{\sqrt{س^٢ + ٤س + ٤}}{س + ٢} + [س + ٥] + ٣ب \right) = ١١$ ، فاوجد قيمة الثابت ب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تمارين(٤) : نهاية الأقتران ق(س)= $\sqrt[ن]{ل(س)}$

الفكرة الاولى : احسب النهاية في كل مما يأتي :

١) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow -١} \sqrt[٣]{٣س - ٥}$

٢) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٣} \sqrt[٥]{٣س^{٢} + ٥}$

٣) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \sqrt[٧]{٢ - س}$

٤) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١} \sqrt{٣ - س}$

٥) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٤} \sqrt{٣ - س}$

٦) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٣} \sqrt{٣ - س}$

٧) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

٨) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٥} \frac{٣س + \sqrt{س - ٥}}{س^{٢} + ٣س - ١٠}$

٩) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٣} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٨}}{٣س + ٧}$

١٠) إذا كان ق(س) = $\frac{٢س - \sqrt{س - ١}}{س^{٢} + ٣س - ١٠}$ فاوجد $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ١}$ ق(س)

١١) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٢} \sqrt{\frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢}}$

١٢) $\text{نهـــا}_{س \leftarrow ٣} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٦س + ٩}}{س - ٣}$

الفكرة الثانية : حساب ثوابت (مجاهيل)

١) جد قيمة م التي تجعل $\text{نهـــا}_{س \leftarrow م} \sqrt{٦ - س}$ غيرموجودة

٢) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow م}$ ($\sqrt{٢س - ١}$ + $\sqrt{٥ - س}$ + $س^{٣}$ - ٣) موجودة ، فاوجد قيمة الثابت م

٣) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow م}$ ($\sqrt[٤]{٢س - ٣}$ + $\sqrt[٣]{س^{٣} + ٥}$) موجودة ، فاوجد قيمة الثابت م

٤) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \leftarrow م} \sqrt{س - ٣}$ غيرموجودة ، فاوجد قيمة الثابت م

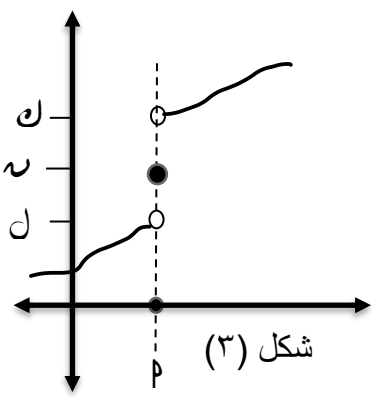
تمارين(٥) : النهاية من الرسم

١) من الأشكال الاتية للاقترانات بين :

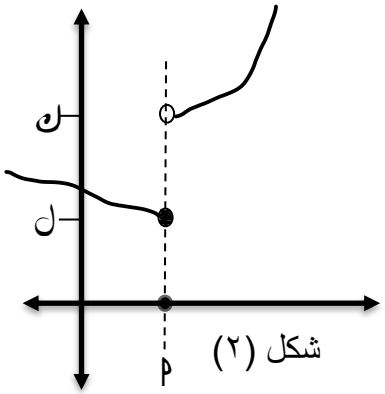
١. إذا كان يوجد للاقتران نهاية يمنى عند س = م ؟

٢. إذا كان يوجد للاقتران نهاية يسرى عند س = م ؟

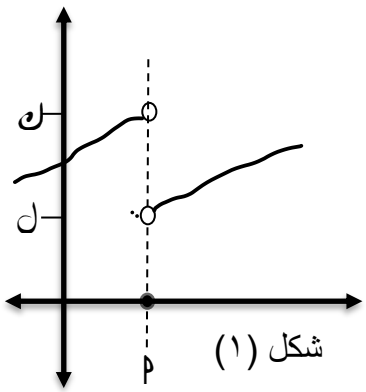
٣. إذا كانت $\lim_{س \to م}$ ق(س) موجودة ؟



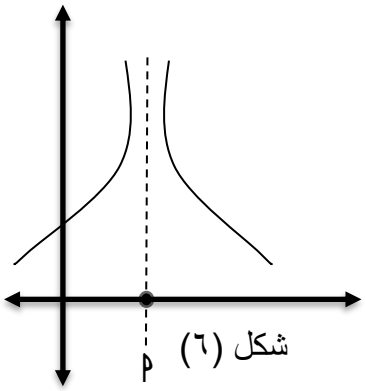
شكل (٣)



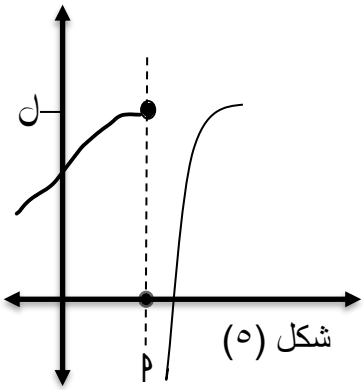
شكل (٢)



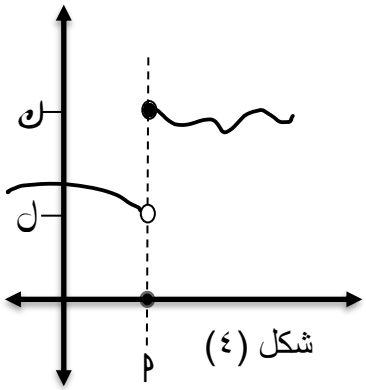
شكل (١)



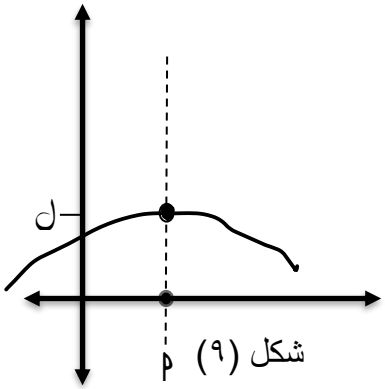
شكل (٦)



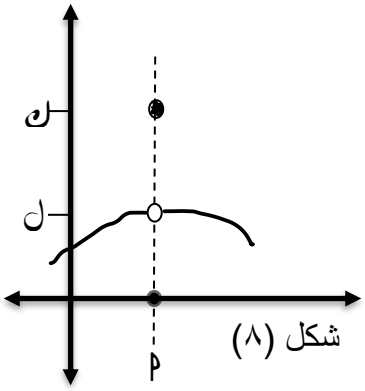
شكل (٥)



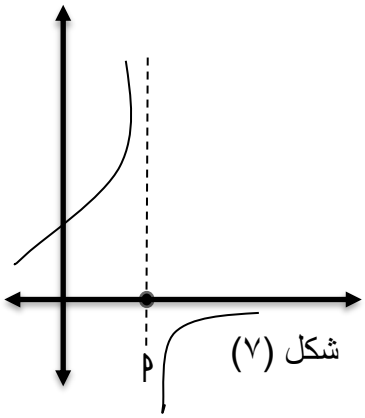
شكل (٤)



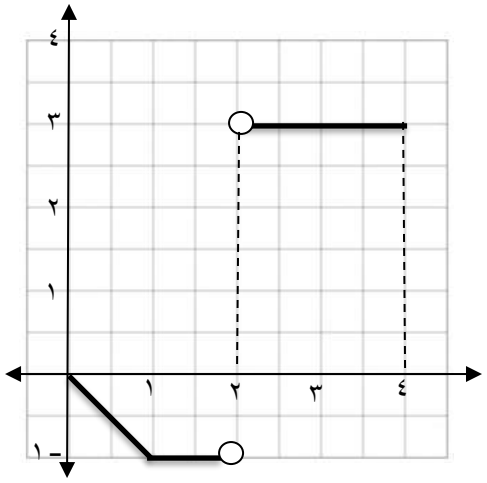
شكل (٩)



شكل (٨)



شكل (٧)



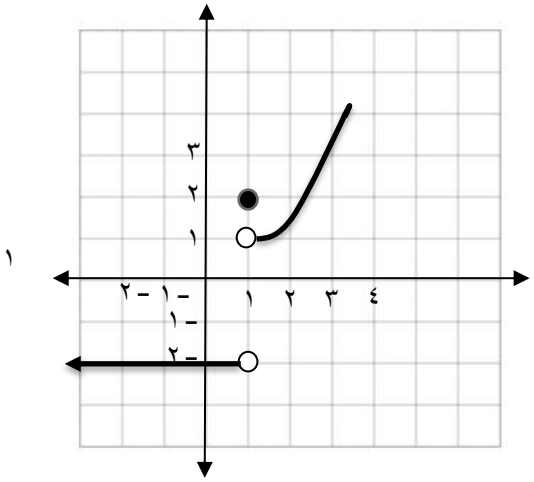
٢) الشكل المجاور :

يمثل منحنى الأقتران ق (س) في الفترة [٤،٠]

جد مايلي :

١. $\lim_{س \to ١}$ (ق^{٣}(س) + س^{٢} + ٣)

٢. $\lim_{س \to ٤}$ (ق^{٢}(س - ٣) + $\sqrt{س}$)



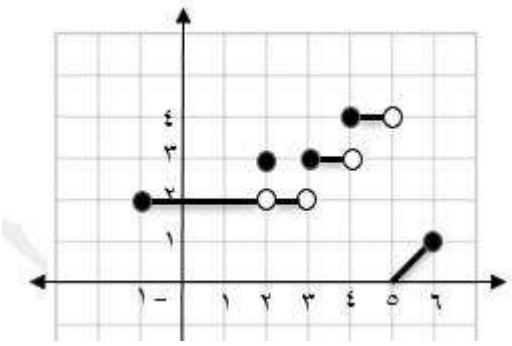
٣) الشكل المجاور :

يمثل منحنى الأقتران ق(س)

فإذا علمت أن هـ (س) = س + ١

جد مايلي :

$\lim_{س \to ١^{+}}$ ($\frac{ق(٢ - س)}{هـ(س)}$ + س^{٢})



٤) الشكل المجاور :

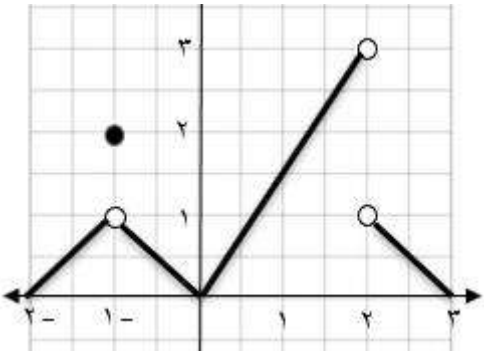
يمثل منحنى الأقتران ق(س)

المعرف على الفترة [-١، ٦]

جد مايلي :

١. مجموعة قيم م حيث $\lim_{س \to م}$ ق(س) غير موجودة

٢. مجموعة قيم ب حيث $\lim_{س \to ب}$ ق (س) = ٣



٥) الشكل المجاور :

يمثل منحنى الأقتران ق(س)

المعرف على الفترة [-٢، ٣]

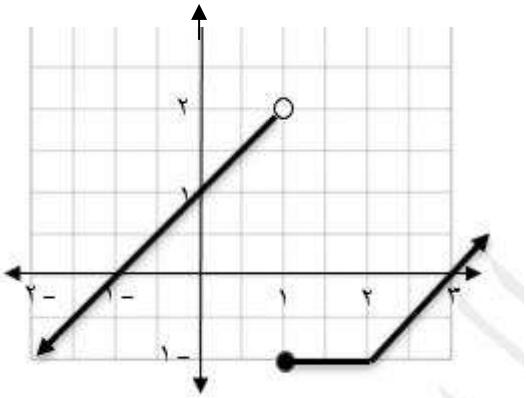
جد مايلي :

١. $\lim_{س \to -١}$ ق (س)

٢. مجموعة قيم ب حيث $\lim_{س \to ب}$ ق (س) = ٠

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٦) الشكل المجاور :



يمثل منحنى الأقتران ق(س)

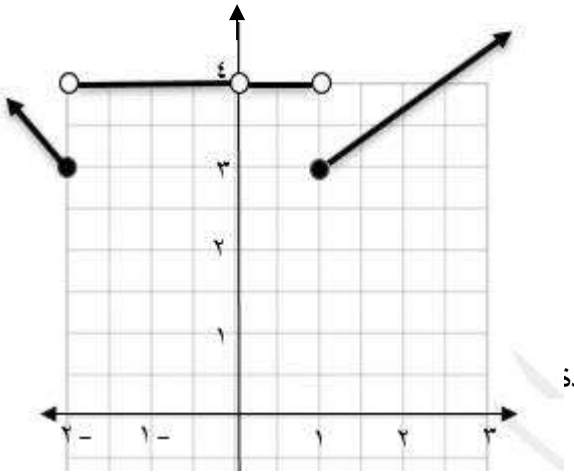
جد مايلي :

١. $\lim_{س \to ٠}$ ق (س)

٢. مجموعة قيم ب حيث $\lim_{س \to ب}$ ق (س) = ٠

٣. مجموعة قيم جـ حيث $\lim_{س \to جـ}$ ق (س) = -١

٧) الشكل المجاور :



يمثل منحنى الأقتران ق(س)

جد مايلي :

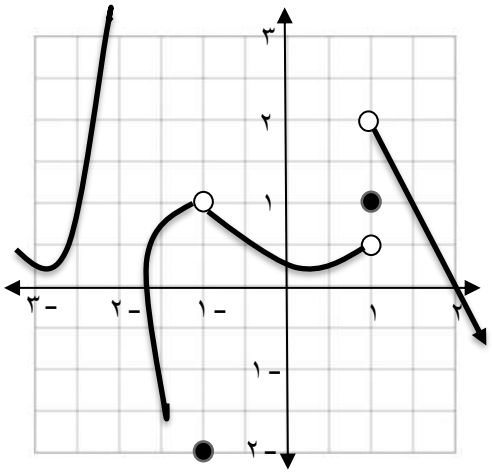
١. ق(٠) ، ق(٣) ، ق(١)

٢. $\lim_{س \to ٠}$ ق (س)

٣. مجموعة قيم م حيث $\lim_{س \to م}$ ق(س) غير موجودة

٤. مجموعة قيم جـ حيث $\lim_{س \to جـ^+}$ ق (س) = ٣

٨) الشكل المجاور :



يمثل منحنى الأقتران ق(س)

جد مايلي :

١. ق(-١) ، ق(١)

٢. $\lim_{س \to -١}$ ق (س)

٣. مجموعة قيم م حيث $\lim_{س \to م}$ ق(س) غير موجودة

٤. مجموعة قيم جـ حيث $\lim_{س \to جـ}$ ق (س) = ١

منهاجي
متعة التعليم الهادف

تمارين(٦) : نظريات النهايات

الفكرة الاولى : احسب النهاية في كل مما يأتي :

١) إذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ و(س) = ٥ ، $\lim_{س \to ٣}$ ٢هـ(س) = ١٦ جد ما يلي :

١. $\lim_{س \to ٣}$ و(س) × هـ (س)

٢. $\lim_{س \to ٣}$ ($\frac{٤}{٥}$ و(س) - ٢س + ٧)

٣. $\lim_{س \to ١}$ و(س^{٢} + ٢س)

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ١}$ و(س) = ٢ ، $\lim_{س \to ١}$ (و(س) - ٣هـ(س) - $\frac{٥}{س + ٤}$) = ١٦

جد قيمة $\lim_{س \to ١}$ هـ^{٣}(س)

٣) إذا كان و(س) كثير حدود يمر منحناه بالنقطة (-٣ ، ٤) وكانت $\lim_{س \to -٣}$ (س - ل(س)) = - ١٠

جد قيمة $\lim_{س \to -٣}$ (و^{٢}(س) - ٢ ل(س))

٤) إذا كان و(س) كثير حدود باقي قسمته على (س - ٢) يساوي ٧ ، جد $\lim_{س \to ٢}$ (٤س^{٢} + ٣ و(س))

٥) إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ (و(٣س + ١) - ٥ س + ٦) = ٦ ، جد $\lim_{س \to ٧}$ $\sqrt{و(س) + ٥ س - ١١}$

٦) إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{و(س) + ٣}{س - ٢}$ = ٧ ، فجد $\lim_{س \to ٢}$ (٣ و(س) - ٤ س)

٧) إذا كانت $\lim_{س \to ١}$ $\frac{و(س) - ٦}{س - ١}$ = ٨ ، فجد $\lim_{س \to ١}$ $\frac{س^{٢} + ٢س - ٣}{و(س) - ٦}$

٨) إذا كانت $\lim_{س \to ١}$ $\frac{و(س) - ٦}{س - ١}$ = ١٠ ، فجد $\lim_{س \to ١}$ $\frac{و(س) - ٦}{\sqrt{س + ٣} - ٢}$

٩) إذا كانت $\lim_{س \to ١}$ $\frac{و(س) - ٦}{س - ١}$ = ٤ ، فجد $\lim_{س \to ١}$ $\frac{و(س) - ٦}{|س - ١|}$

١٠) إذا كانت $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{و(س)}{س^{٢}}$ = ٧ ، فجد $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{و(س)}{س}$

١١) إذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ $\frac{و(س) - ٢}{س - ٣}$ = ٤ ، فجد $\lim_{س \to ٣}$ $\frac{س^{٣} و(س) - ٥٤}{س - ٣}$

١٢) إذا كان و(٣س) = س^{٢} + ٣ س + ٢ ، فجد $\lim_{س \to ٦}$ و(س)

١٣) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ٢}{١ - س} = ٤$ فجد مايلي :

١. $\lim_{س \to ١} (ق'(٢ - س) + ٢س - ٥ [\frac{١}{٣} س + ٢])$

٢. $\lim_{س \to ١} \frac{٢س - ق(س)}{س^{٢} - س}$

١٤) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ق(س)}{س} = ٢$ ، فجد $\lim_{س \to ٠} \frac{(١ + س)^{٢} - ١}{ق(س)}$

١٥) إذا كان ق(س) = $\frac{س^{٢} - ٣س + ٢}{س - ١}$ ، هـ(س) = $\begin{cases} ٣س & ، س < ١ \\ ١ + ٢س & ، س \geq ١ \end{cases}$

فجد $\lim_{س \to ١} (ق + هـ)(س)$

الفكرة الثانية : حساب ثوابت (مجاهيل)

١) إذا كان ق(٢س - ٣) = $٣س^{٢} - ٥س - أ$ وكانت $\lim_{س \to ٢} ق(س) = ٧$ ، فجد قيمة الثابت أ

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ٢}{١ - س} = ٤$ ، $\lim_{س \to ١} (\frac{\sqrt{س + ٣} - ٢}{ق(س) - ٢} + ٤ ب) = -١$

فجد قيمة الثابت ب

٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ٤}{س - ٢} = ٣$ وكانت $\lim_{س \to ٢} (٣ق(س) + ٣س + ٢ أ) = ١٢$

جد قيمة الثابت أ .

٤) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} ق(س) = ٢$ ، ق(٣) = ٥ ، $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٦$ ، فجد الثابت ب

إذا علمت أن $\lim_{س \to ٢} (٣ق(س) - ق(س + ١) + ٥ ب) = ١٢$

٥) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ٣}{س - ١} = ٧$ ، $\lim_{س \to ١} (\frac{س^{٣} + س - ٢}{ق(س) - ٣} + ٢ أ) = ٦$ ، جد قيمة الثابت أ .

تمارين(٧) : نهاية الإقترانات الدائرية

الفكرة الأولى : احسب النهاية في كل مما يأتي :

١) $\lim_{س \to ١}$ جا $\frac{\pi}{٢}$ س

٢) $\lim_{س \to ٢}$ جتا $\frac{\pi}{٤}$ س

٣) $\lim_{س \to ١}$ ظا $\frac{\pi}{٤}$ س

٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جا}٧س}{٥س}$

٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{ظا}٢س}{٣س}$

٦) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جا}٥س}{\text{ظا}٤س}$

٧) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{ظا}\frac{١}{٤}س}{\text{جا}\,س}$

٨) $\lim_{س \to -١} \frac{\text{ظا}(س^{٢} - س - ٢)}{س + ١}$

٩) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{ظا}(س + \frac{\pi}{٤})}{س + \frac{\pi}{٤}}$

١٠) $\lim_{س \to ٠}$ س (قتا٢س - ظتا٣س)

١١) $\lim_{س \to ٠}$ (٧س^{٣} ظتا^{٢} ٥س قتا ٥س)

١٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جا}^{٢}٥س \ \text{ظا}\,س}{٤س^{٢} \ \text{ظا}\,٣س}$

١٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{٣س + \text{جا}٢س}{٥س}$

١٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{٧س + \text{ظا}٤س}{\text{جا}٣س - ٢س}$

١٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{٥س^{٢} + \text{جا}^{٢}س}{٨س^{٢} - \text{ظا}^{٢}س}$

١٦) $\lim_{س \to ٠} \frac{س \ \text{جا}\,س}{٣س^{٢} - \text{ظا}^{٢}٥س}$

١٧) $\lim_{س \to ٠} \frac{٥س^{٢} + \text{جا}^{٢}س}{٨س \ \text{ظا}\,٣س}$

١٨) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}\,س}{س^{٢}}$

١٩) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جتا}٢س - ١}{س^{٢}}$

٢٠) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}\,س}{\text{جتا}٦س - ١}$

٢١) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - \text{جتا}٢س}{س \ \text{جا}٢س}$

٢٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{قا}^{٢}٥س - ١}{س^{٣} - س^{٢}}$

٢٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - \sqrt{\text{جتا}٢س}}{س^{٢}}$

٢٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - \sqrt{\text{جتا}٢س}}{\sqrt{٢}\,س}$

٢٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{س}{١ - \sqrt{\text{جتا}^{٢}س}}$

٢٦) $\lim_{س \to \pi^{+}} \frac{١ + \sqrt{\text{جتا}\,س}}{\text{جا}\,س}$

٢٧) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جاس} - \text{ظاس}}{س^{٣}}$

٢٨) $\lim_{س \to ٠} \frac{٢\text{جاس} - \text{جا}٢س}{س^{٣}}$

٢٩) $\lim_{س \to ٩} \frac{\text{جاس} - \text{جا}٩}{س - ٩}$

٣٠) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جتاس} - \text{جتا}٥س}{٣س^{٢}}$

٣١) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جتا}\,س - \text{قا}\,س}{س^{٢}}$

٣٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جا}^{٢}س}{\text{قاس} - ١}$

٣٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جتا}^{٢}٢س - \text{جتا}٢س - \text{جا}^{٢}٢س}{٥س^{٢}}$

٣٤) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ + \text{جاس}} - \sqrt{١ - \text{جاس}}}{س}$

٣٥) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ + \text{ظاس جاس} - \text{جتا}٢س}{٥\text{جا}^{٢}س}$

٣٦) $\lim_{س \to ٠} \frac{\text{جتا}٢س - \text{جتا}٤س}{\text{جتا}٣س - \text{جتا}٥س}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣٧) $\lim_{س \to 0} \frac{س \text{ جا } س - \text{ظا } ٥س}{س \text{ جتا } س - ٢ \text{ جا } ٣س}$

٣٨) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتا}٥س + ٣ \text{ جتاس} - ٤}{س \text{ظا } ٥س}$

٣٩) $\lim_{س \to 0} \frac{٢س(س + \text{ جا } ٨س - \text{ جا } ٤س)}{س^{٢} \text{جتا } س}$

٤٠) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{ظا}٣س \text{ جتا } س}{\sqrt{س^{٣} + س^{٢}}}$

٤١) $\lim_{س \to 0} \frac{س - ٢ \text{ظا } س}{\sqrt{١ - \text{ جتا } س}}$

٤٢) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - ٢س^{٢} - ٢ \text{ جتا } س + \text{جتا}^{٢} س}{س^{٢}}$

٤٣) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{\text{جا}(س^{٢} - ٦٤)}{س - ٨} & ، س \neq ٨ \\ ٦ & ، س = ٨ \end{cases}$ جد $\lim_{س \to ٨} ق(س)$

٤٤) $\lim_{س \to \pi} \frac{س - \pi}{\text{جا } ٣س}$

٤٥) $\lim_{س \to ١} \frac{\text{جا } \pi س}{١ - س}$

٤٦) $\lim_{س \to \pi} \frac{\text{جتا } \frac{١}{٢} س}{\pi - س}$

٤٧) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{١ + \text{جتا}٢س}{(\frac{\pi}{٢} - س)^{٢}}$

٤٨) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}^{+}} \frac{|\text{جتا } س|}{\frac{\pi}{٢} - س}$

٤٩) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جاس} - \text{جتاس}}{\pi - ٤س}$

٥٠) $\lim_{س \to \pi} \frac{١ - \text{جا } \frac{١}{٢} س}{(\pi - س)^{٢}}$

٥١) $\lim_{س \to \pi} \frac{س \text{ جتاس} + \pi}{\pi - س}$

٥٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{\text{جتا } \frac{\pi}{س}}{س - ٢}$

٥٣) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{جاس} + \text{جتا}٢س}{(٢س - \pi)^{٢}}$

٥٤) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \frac{٢\text{جا } س - ١}{٤\text{جتا}^{٢} س - ٣}$

٥٥) $\lim_{س \to \pi} \frac{\text{جا } \frac{١}{٢} س + \text{جتا } س}{١ + \text{جتا } س}$

٥٦) $\lim_{س \to \frac{\pi ٣}{٤}} \frac{\text{جا } س + \text{جتا } س}{٤س - ٣\pi}$

٥٧) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{١ - \sqrt{٢} \text{ جا } س}{١ - \sqrt{٢} \text{ جتا } س}$

٥٨) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جتا } ٢س}{\pi^{٢} - ١٦س^{٢}}$

٥٩) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\sqrt{١ - \text{ جا } س}}{\pi - ٢س}$

٦٠) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \frac{\text{جا } س - \text{ جتا } ٢س}{\text{جتا } س - \text{ جا } ٢س}$

٦١) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \frac{\text{جتاس} - \sqrt{٣} \text{ جا } س}{\pi - ٦س}$

٦٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{جا } (\text{جتا}٢س)}{\text{جتاس} - \text{جاس}}$

٦٣) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\sqrt{\text{جتا}٢س + ١}}{\pi - ٢س}$

٦٤) $\lim_{س \to ١} \frac{س \text{ جا } \frac{\pi}{س}}{س - ١}$

٦٥) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{٢\text{جا}^{٢} س - \text{جاس} - ١}{(س - \frac{\pi}{٢})^{٢}}$

٦٦) $\lim_{س \to 0} \frac{\sqrt{٢} (س - \text{جا } س)}{\sqrt{١ - \text{جتا}٢س}}$

٦٧) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا^{٢}٣س - جتا^{٢}٤س}{س \, جتا٢س \, جا٥س}$

٦٨) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتاس - جتا٣س - جا^{٢}س}{س \, ظاس}$

٦٩) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{جتاس - ١}{س^{٢}} = أ$ ، فاثبت ان $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا٣س \, جتاس - ١}{س^{٢}} = -أ - \frac{٩}{٢}$

الفكرة الثانية :_حساب ثوابت (مجاهيل)

١) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{٢جاس}{أس + ظا٨س} = -١$ ، فجد قيمة الثابت أ .

٢) إذا كانت $\lim_{س \to \frac{\pi}{٣}} \frac{أ \, ظاس + ب \, ظتاس}{\pi - ٣س} = \frac{٨}{\sqrt{٣}}$ ، فجد قيمة المقدار $٣أ + ب$.

٣) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{ب + جتا أس}{س^{٢}} = -٢$ ، فجد قيمة الثابتين أ ، ب .

٤) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{جا \, أس}{٦س} = \lim_{س \to ٠} \frac{ظا٥س}{ب \, س - س} = ٢$ ، فجد قيمة الثابتين أ ، ب .

٥) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{٤س^{٢} - جا \, ب \, س}{ب \, س - ظا٤س} = \frac{١}{٤}$ ، فجد قيمة الثابت ب .

٦) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{٣س \, ظا \, أس}{جا س^{٢} - ظا^{٢} أس} = -٢$ ، فجد قيمة الثابت أ .

٧) إذا كانت $\lim_{س \to أ} جا \frac{١}{٢}(س - أ) \, ظا \frac{\pi}{أ٢} س = ٥$ ، فجد قيمة الثابت أ .

٨) إذا كانت $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جتا(أ - س)}{\frac{\pi}{٢} - س} = ب$ ، حيث أ ، ب ثوابت ، $أ \in [٠ ، \frac{\pi ٣}{٢}]$ ، فجد قيمة أ ، ب

٩) إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \frac{ظا أس}{س} & ، س < ٠ \\ ٢س^{٢} + أ^{٢} & ، س > ٠ \end{cases}$ وكانت $\lim_{س \to ٠} ق(س)$ موجودة ، فجد قيمة الثابت أ حيث أ ≠ صفر .

١٠) إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \frac{٣س + ظاس}{جاس + ٥س} & ، س < ٠ \\ أ + جتاس & ، س > ٠ \end{cases}$ وكانت $\lim_{س \to ٠} ق(س)$ موجودة ، فجد قيمة أ

١١) إذا كانت $ق(س) = \begin{cases} \frac{جا٣س - ٣جاس}{س^{٣}} & ، س < ٠ \\ س^{٢} + ١٢أ & ، س > ٠ \end{cases}$ وكانت $\lim_{س \to ٠} ق(س)$ موجودة ، فجد قيمة أ

تدريبات و تمارين الكتاب المدرسي على النهايات

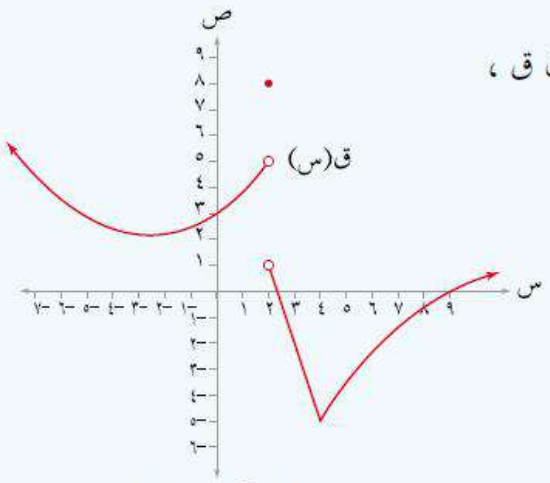
تدريب ١

معتمدًا الشكل (١–٦) الذي يمثل منحنى الاقتران ق ،
جد كلًّا مما يأتي إن أمكن ذلك:

١) $\lim_{س \to ٢^+}$ ق (س)

٢) $\lim_{س \to ٢^-}$ ق (س)

٣) $\lim_{س \to ٢}$ ق (س)



الشكل (١–٦)

تدريب ٢

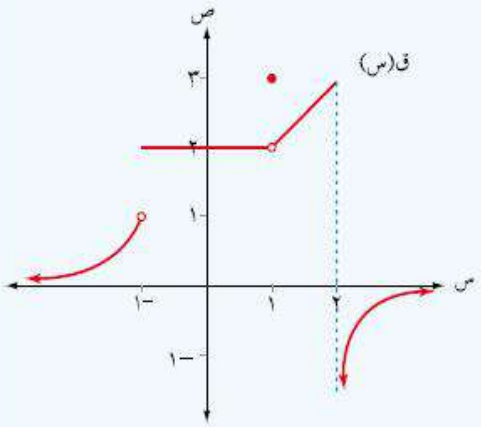
بالاعتماد على الشكل (١–٩) الذي يمثل منحنى
الاقتران ق المعرَّف على ح، جد كلًّا مما يأتي:

١) $\lim_{س \to ١}$ ق(س)

٢) $\lim_{س \to -١}$ ق(س)

٣) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

٤) $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س)

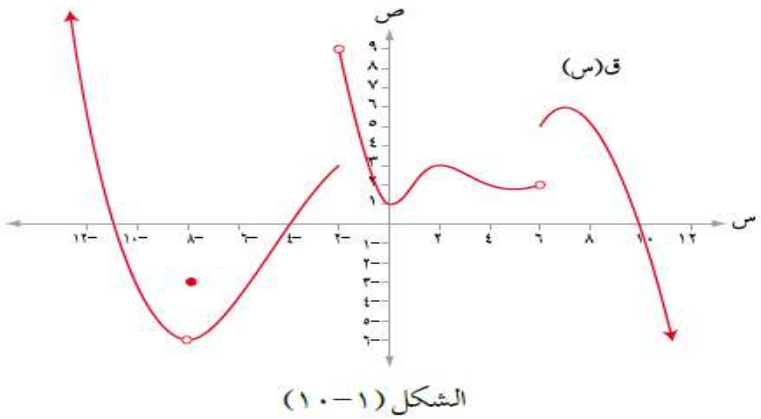


الشكل (١–٩)

منهاجي
منصة التعليم الهادف

تمارين ومسائل

١) معتمدًا الشكل (١-١٠) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح ، جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-١٠)

أ) $\lim_{س \to ٦^+}$ ق(س)

ب) $\lim_{س \to ٦^-}$ ق(س)

جـ) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س)

د) $\lim_{س \to -٢}$ ق(س)

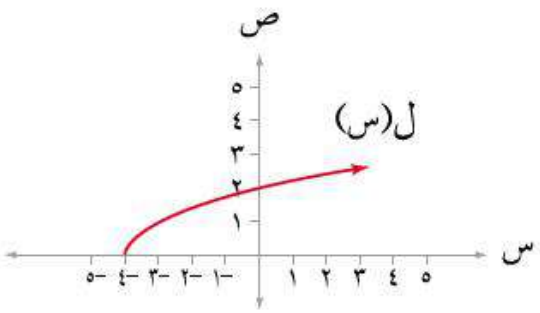
هـ) $\lim_{س \to -٨^+}$ ق(س)

و) $\lim_{س \to -٨^-}$ ق(س)

ز) $\lim_{س \to ١٠}$ ق(س)

٢) معتمدًا الشكل (١-١١) الذي يمثل منحنى الاقتران ل(س) = $\sqrt{س + ٤}$

جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-١١)

أ) مجال الاقتران ل

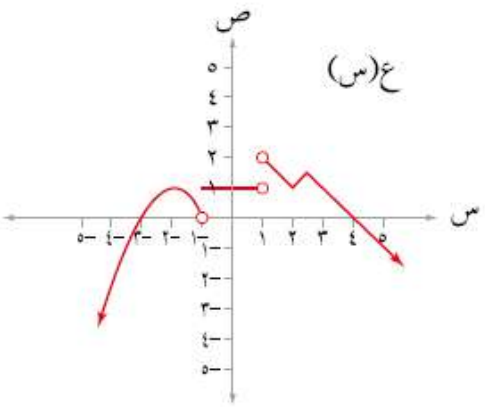
ب) $\lim_{س \to -٤^+}$ ل(س)

جـ) $\lim_{س \to -٤^-}$ ل(س)

د) $\lim_{س \to -٤}$ ل(س)

هـ) $\lim_{س \to ٠}$ ل(س)

٣) معتمدًا الشكل (١-١٢) الذي يمثل منحنى الاقتران ع، جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١-١٢)

أ) مجموعة قيم أ حيث:

$\lim_{س \to أ} ع(س) = ١$

ب) مجموعة قيم جـ حيث:

$\lim_{س \to جـ^+} ع(س) = ١$

جـ) مجموعة قيم ك حيث:

$\lim_{س \to ك} ع(س)$ غير موجودة

د) مجموعة قيم ل حيث:

$\lim_{س \to ل} ع(س) =$ صفرًا

٤) إذا كان ل(س) $= \begin{cases} ٢س + ١ & ، س \in ص \\ س^٢ + ٤ & ، س \notin ص \end{cases}$، حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة

فجد $\lim_{س \to ٢}$ ل(س)

تدريب ١

إذا كان ق(س) = ٢س ، هـ(س) = $س^٣ + س$ ، فجد كلًّا مما يأتي:

١) $\lim_{س \to -٢} (ق(س) + هـ(س) \times س)$

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س)}{هـ(س)}$

٣) $\lim_{س \to ١} (\sqrt{ق(س)} + ٣\sqrt{هـ(س)}) + ١٥$

تدريب ٢

جد كلًّا مما يأتي:

١) $\lim_{س \to ٠} |س - ٨|$

٢) $\lim_{س \to ١٦} |س - ١٦|$

٣) $\lim_{س \to ٤} |س^{٢} - ١٦|$

تدريب ٣

جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ١} [س - ٢]$

٢) $\lim_{س \to ١,٥} [٤ - ٢س]$

٣) $\lim_{س \to ٠,١} [س + ١]$

٤) $\lim_{س \to ٤} [٠,٢٥ س]$

تدريب ٤

إذا كان ق(س) = [٢ − س] ، فأجب عن كلٍّ مما يأتي:

١) جد قيم أ التي تجعل $\lim_{س \to أ}$ ق(س) غير موجودة

٢) جد قيم جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ}$ ق(س) = −١

تدريب ٥

جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٧} \sqrt{س - ٧}$

٢) $\lim_{س \to ٥} \sqrt{س - ٧}$

٣) $\lim_{س \to ٥} \sqrt{س^{٢} - ٢٥}$

٤) $\lim_{س \to -٧} \sqrt{س^{٢} - ٢٥}$

تدريب ٦

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} |س - ٢| & ، \quad س \leq ٢ \\ [٦ - س] & ، \quad س > ٢ \end{cases}$

فجد $\lim_{س \to ٢}$ ق(س)

تدريب ٧

إذا كان ق(س) = [س + ٥] ، ل(س) = [٤ − س] ، فجد كلًّا مما يأتي:

١) $\lim_{س \to ١}$ ق(س)　　٢) $\lim_{س \to ١}$ ل(س)

٣) $\lim_{س \to ١}$ (ق(س) + ل(س))

ماذا تلاحظ؟

تمارين ومسائل

منهاجي
منصة التعليم الهادف

١) إذا كان ق(س) = س^{٢} − س − ٦ ، ل(س) = س^{٢} − ٢ س − ٣ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ١}$ (ق(س) + ل(س))　　ب) $\lim_{س \to ١}$ ق(س)×ل(س)

جـ) $\lim_{س \to ١} \frac{ل(س)}{ق(س)}$　　د) $\lim_{س \to ٢}$ (ل(س))^{٤}

هـ) $\lim_{س \to ٢} \sqrt[٣]{١ - ل(س)}$　　و) $\lim_{س \to -١} \frac{ل(س)}{ق(س)}$

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ ٢ ع(س) = ١٠ ، $\lim_{س \to ٢}$ ٣ل(س) + ١ = ٧ ، فجد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ٢}$ (٢ ع(س) + ل(س))　　ب) $\lim_{س \to ٢}$ (ع^{٣}(س) − ل^{٢}(س))

جـ) $\lim_{س \to ٢} \sqrt{\frac{ل(س)}{ع(س)}}$　　د) $\lim_{س \to ٢}$ (ع^{٢}(س) − ل^{٢}(س))

٣) جد كلًّا مما يأتي:

أ) $\lim_{س \to ٥^+} |س^٢ - ٢٥|$

ب) $\lim_{س \to ٥^-} |س^٢ - ٢٥|$

جـ) $\lim_{س \to ٢^-} |س - ٢|$

د) $\lim_{س \to ٨} |س^٢ - ٦٤|$

هـ) $\lim_{س \to ٤^-} [س - ٢]$

و) $\lim_{س \to ١} (س [س] + |س|)$

ز) $\lim_{س \to ٥^-} \sqrt{٥ - س}$

ح) $\lim_{س \to ١} \sqrt{١ - س^٢}$

ط) $\lim_{س \to -٢} \sqrt{س^٢ + ٤س + ٤}$

٤) جد قيم جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ} \sqrt{٦ - س}$ غير موجودة.

٥) إذا كان ق(س)= [٠,٢س]، فجد قيم جـ التي تجعل $\lim_{س \to جـ} [٠,٢س] = -١$

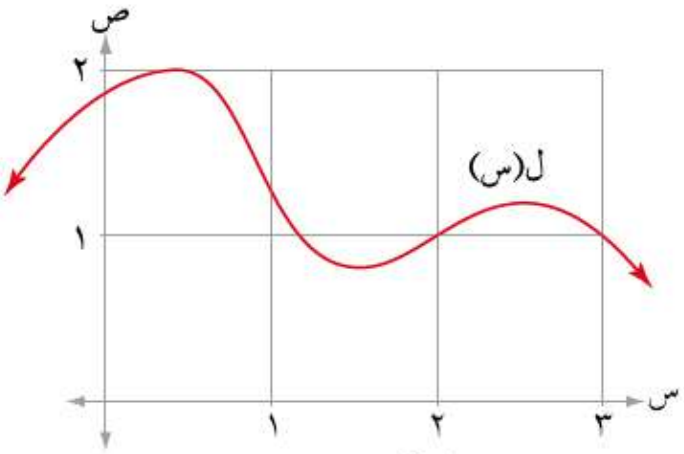
٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^٢ - ٤أ & ، \quad س \leq ٣ \\ [٦ - س] & ، \quad س > ٣ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) موجودة ، فجد قيمة الثابت أ.

٧) معتمدًا الشكل (١–١٥) الذي يمثل منحنى الاقتران ل، جد كلًّا مما يأتي:

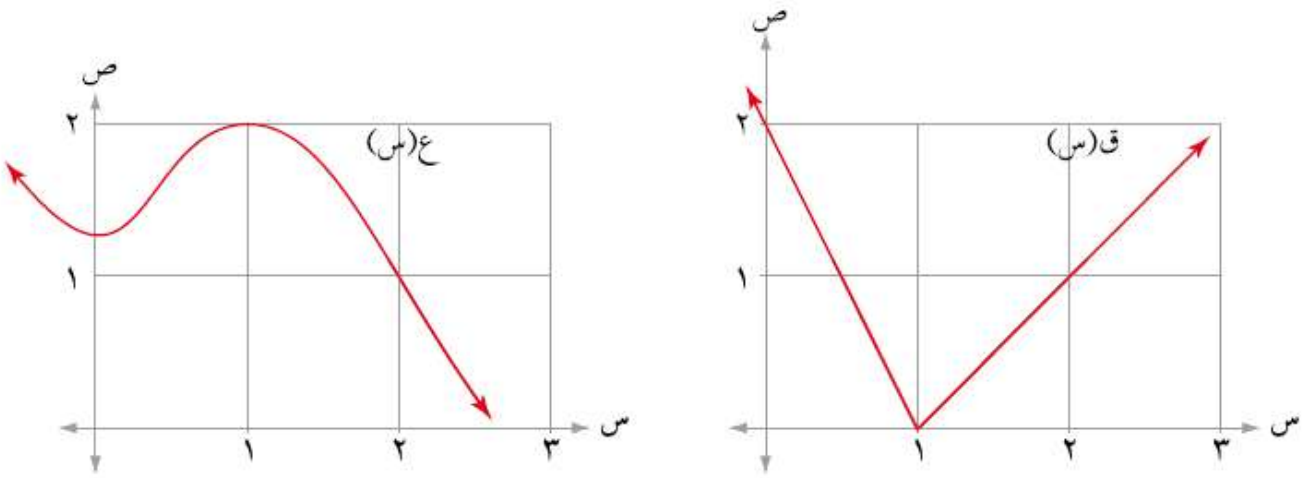
أ) $\lim_{س \to ٢}$ ل(٣ س – ٣)

ب) $\lim_{س \to ٢}$ (س + ل (س))



الشكل (١–١٥)

٨) معتمدًا الشكل (١–١٦)، الذي يمثل منحنيي الاقترانين ق، ع ، جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١–١٦)

أ) $\lim_{س \to ١}$ (ق(س) + ع(س))

ب) $\lim_{س \to ٢}$ (ق(س) × ع(س))

جـ) $\lim_{س \to ١}$ (٢ ق(س–١) + ع(س))

٩) إذا كان ق كثير حدود يمر بالنقطة (−٣ ، ٤)، وكانت $\lim_{س \to -٣} \left(\frac{س - ل(س)}{}\right) = -١٠$

فجد $\lim_{س \to -٣} \left(ق^{٢}(س) - ٢ ل(س)\right)$

١٠) إذا كان ع كثير حدود باقي قسمته على (س−٢) يساوي ٥ ، فجد

$\lim_{س \to ٢} (٣ ع(س) + ٤ س^{٢})$

تدريب ١

جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to -٥} \frac{س^{٢} + ٣ س - ١٠}{س + ٥}$

٢) $\lim_{س \to ٣} \frac{س^{٢} + ١}{س - ٣}$

تدريب ٢

جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٥} \left(\frac{٢}{س} - \frac{٢}{٥}\right)\left(\frac{١}{س^{٢} - ٢٥}\right)$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{\sqrt{س + ٣٤} - ٦}$

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{س^{٢} + ١} - \sqrt{١ - ٢ س^{٢}}}{س^{٢}}$

تدريب ٣

جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٢^{+}} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٤}}{\sqrt{س - ٢}}$

تدريب ٤

جد $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt[٣]{س + ١} - ٢}{س - ٧}$

تمارين ومسائل

١) جد كلًّا من النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to ٨} \frac{(س+١)^{٢} - ٨١}{(س-٨)}$

ب) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{\frac{س}{٢} - ٤}$

جـ) $\lim_{س \to ٠} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{(٢+س)^{٢}} - \frac{١}{٤} \right)$

د) $\lim_{س \to -٢} \frac{|٣س+١| - ٥}{س^{٣} + ٨}$

هـ) $\lim_{س \to ٣} \frac{٦ - س\sqrt{س+١}}{٩ - ٣س}$

و) $\lim_{س \to ٥} \frac{\sqrt{س^{٢} - ١٠س + ٢٥}}{س - ٥}$

ز) $\lim_{س \to ١} \frac{\sqrt{س^{٢} - ١}}{\sqrt{س - ١}}$

ح) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + ٣س - ٤}{س^{٢} - ١}$

ط) $\lim_{س \to ٧^{+}} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٤٩}}{\sqrt{س - ٧}}$

ي) $\lim_{س \to ٢,٥} \frac{٢س - [٢س]}{٤س^{٢} - ٢٥}$

ك) $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ + س^{٢}} - \sqrt{١ - س^{٢}}}{س^{٢}}$

٢) إذا كان ق كثير حدود، وكانت $\lim_{س \to ٣} \frac{ق(س) + ٥}{س - ٣} = ٤$ ،

$\lim_{س \to ٣} (ق(س) - ٢س + ٣ ب) = ٧$ ، فجد قيمة الثابت ب.

٣) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \dfrac{٣ - س}{|س - ٣|} & ، س \leq ٣ \\ جـ س^{٢} - ٤ & ، س > ٣ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) موجودة، فجد قيمة الثابت جـ.

٤) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \dfrac{أ س^{٢} + ٢ ب س + ٢}{س - ١} = ١$ ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين أ ، ب.

٥) جد $\lim_{س \to ٠} \dfrac{(٦٤)^{س} - ٨^{س}}{١ - ٨^{س}}$

٦) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \dfrac{٢٧ - س^{٣}}{٢ س^{٢} + ٦ س + ١٨} & ، س \leq ع \\ س + ٥ & ، س > ع \end{cases}$

فجد قيمة الثابت ع التي تجعل $\lim_{س \to ع}$ ل(س) موجودة.

٧) إذا كان ق(س) = $\dfrac{س^{٢} + ٥}{س^{٢} - ٥ س + ٦}$

فجد قيم أ التي تجعل $\lim_{س \to أ}$ ق(س) غير موجودة.

٨) إذا كانت $\lim_{س \to ١} \frac{ق(س) - ٦}{س - ١} = ٨$ ، وكانت $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٢} + ٢س - ٣}{ق(س) - ٦} + ب = \frac{٣}{٢}$

فجد قيمة الثابت ب.

٩) إذا كان هـ كثير حدود، وكانت $\lim_{س \to ٠} \frac{هـ(س) + ٥}{س} = \frac{١}{٢}$ ،

$\lim_{س \to ٠} (هـ(س) - ٥ + ٣ جـ) = ٢$ ، فجد قيمة الثابت جـ.

تدريب ١

جد كلًّا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٧س}{٣ س}$

٢) $\lim_{س \to \pi} \frac{جا(س - \pi)}{(س - \pi)}$

٣) $\lim_{س \to ٠} \frac{٩س}{ظا س}$

٤) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا|س|}{س}$

تدريب ٢

جد $\lim_{س \to ٠} \frac{س - جا ٣س + ظا ٥س}{٣س - ظا^{٢}س}$

تدريب ٣

جد كلًّا مما يأتي:

١) $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جتا س}{س^{٢}}$

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{حا ٨س + جا ٤ س}{س}$

تمارين ومسائل

جد النهاية المطلوبة في كلٍّ من التمارين من (١) إلى (٢١) :

١) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{حا } ٨س}{٦س}$

٢) $\lim_{س \to 0} \frac{س + \text{ظا } ٢س - \text{جا } س}{س}$

٣) $\lim_{س \to 0} (\text{قاس} + \text{ظا } ٥س)$

٤) $\lim_{س \to 0} (٧ س^{٣} \text{ ظتا}^{٢} (٢س) \text{ قتا } (٥س))$

٥) $\lim_{س \to 0} \frac{١ + \text{جتا } ٤س - ٢ \text{ جتا}^{٢}س}{س^{٢}}$

٦) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتاس}}{س \text{ جاس}}$

٧) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{جتاس}}{\pi - ٢س}$

٨) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{ظاس} - \text{جاس}}{س}$

٩) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{١ - \text{جاس}}{(\pi - ٢س)^{٢}}$

١٠) $\lim_{س \to 0} \frac{\text{قا}(٢س) - ١}{س^{٢}}$

١١) $\lim_{س \to 0} \frac{٢س^{٢} + س \text{ ظا } ٢س}{\text{جا}^{٢}س}$

١٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٤}} \frac{\text{حتا}^{٢}س - \text{جا}^{٢}س}{س - \frac{\pi}{٤}}$

١٣) $\lim_{س \to 0} \frac{١ - \text{جتا } ٦س}{\text{جتا } ٨س - ١}$

١٤) $\lim_{س \to 0} ٣س(\text{ظتا } ٢س + \text{قتا } ٣س)$

١٥) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{\text{ظتاس}}{\pi - ٢س}$

١٦) $\lim_{س \to ١} \frac{س \text{ جا} \frac{\pi}{س}}{س - ١}$

١٧) $\lim_{س \to -٤} \frac{\text{جا}(س + ٤)}{س^{٢} - ١٦}$

١٨) $\lim_{س \to 0} \frac{٢س - \text{جاس}}{\sqrt{١ - \text{جتا } ٢س}}$

١٩) $\lim_{س \to \pi ٣} \frac{\text{جاس}}{\frac{س}{٣} - \pi}$

٢٠) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{\text{ظا}\pi س}$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

٢١) $\text{نهـــا}_{س \to -أ} \frac{\text{جا س} + \text{حا أ}}{\text{س} + \text{أ}}$ (إرشاد: جاس + جا ص = ٢ جا$(\frac{\text{س} + \text{ص}}{٢})$ جتا$(\frac{\text{س} - \text{ص}}{٢})$

٢٢) إذا كانت $\text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{\text{جا أ س}}{٢\text{س}} = \text{نهـــا}_{س \to ٠} \frac{\text{ظا ٣ س ـــ}}{\text{ب س} - \text{س}} = ٦$ فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب .

٢٣) إذا كان ق(س) $= \frac{\text{جا}(٢\pi - ٢\text{ س})}{-٥\text{س}}$ ، فجد $\text{نهـــا}_{س \to ٠}$ ق(س)

ثانيا الإتصال

تمارين : الإتصال

الفكرة الأولى : بحث الإتصال (إتصال عند نقطة ، نظريات الإتصال ، إتصال في فترة مفتوحة ، إتصال في فترة مغلقة)

١) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، س < ٢ \\ ٢س + ١ & ، س > ٢ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢

٢) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٣} + ١ & ، س \leq ١ \\ ٥س + ١ & ، س > ١ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ١

٣) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣} & ، س \neq ٣ \\ ٧ & ، س = ٣ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٣

٤) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢ + س^{٢} & ، س < ٢ \\ ٦ & ، س = ٢ \\ ١٠ - ٢س & ، س > ٢ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢

٥) إذا كان $ق(س) = (س - ٢)^{٢} [٣ - س]$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢

٦) إذا كان $ق(س) = س [٣ + س]$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ١

٧) إذا كان $ق(س) = \sqrt{\frac{س - ٤}{س + ٤}}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٤

٨) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{|س|}{س} + س & ، س \neq ٠ \\ -١ & ، س = ٠ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٠

٩) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} |٤ - س| & ، س \geq ١ \\ س[س] + ٢ & ، س < ١ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ١

١٠) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{س}{[س + ٣]} & ، ٢ < س < ٣ \\ \frac{٣}{٥} & ، س \leq ٣ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٣

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١١) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{|ظاس|}{س} & ، س < ٠ \\ ١ - ٢ جتاس & ، س \leq ٠ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران $ق$ عند $س = ٠$

١٢) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{\sqrt{س + ٩} - ٣}{س} & ، س \neq ٠ \\ \frac{١}{٦} & ، س = ٠ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران $ق$ عند $س = ٠$

١٣) إذا كان $ق(س) = \frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣}$ ، فابحث في اتصال الاقتران $ق$ عند $س = ٣$

١٤) إذا كان $ق(س) = \frac{س^{٢} + ٧}{س - ٢}$ ، فابحث في اتصال الاقتران $ق$ عند $س = ٢$

١٥) إذا كان $ل(س) = \begin{cases} |٢س - ١| - \frac{١}{٢}س & ، -١ \leq س \leq ١ \\ \frac{[س] - س}{ظا(س^{٢} - ١)} & ، ١ < س \leq \frac{٣}{٢} \end{cases}$ ، فابحث في اتصال $ل(س)$ عند $س = ١$

١٦) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{جا\sqrt{س^{٢}}}{٢س} & ، س < ٠ \\ \frac{[س + ٣] - ١}{٢س - ٤} & ، س \leq ٠ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = ٠$

١٧) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{\sqrt{[س + ٢,٥] - ٤س + س^{٢}}}{س - ٢} & ، ١,٥ < س < ٢ \\ -٠,٥ س & ، ٢ \leq س < ٣ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران $ق(س)$ عند $س = ٢$

١٨) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{|[س] - س| + [س - ٤]}{س - ٤} & ، س > ٤ \\ (س - ٣)^{٢} & ، س \leq ٤ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران $ق(س)$ عند $س = ٤$

١٩) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٣س + ٥ & ، س \notin ص \\ ٢س^{٢} - ٤ & ، س \in ص \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران $ق(س)$ عند $س = ٣$

حيث $ص$ مجموعة الاعداد الصحيحة

٢٠) إذا كان $ق(س) = س^{٢} + ٣س$ ، $هـ(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، س > ١ \\ ٣س & ، س \leq ١ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران $ق(س) + هـ(س)$ عند $س = ١$.

٢١) إذا كان ق(س) = [س + ٥] ، هـ (س) = [س + ١٢] ، فابحث في اتصال الاقتران ل(س) عند س = ٤ حيث ل(س) = ق(س) - هـ (س)

٢٢) إذا كان ق(س) = { س^{٢} - ٣ ، س > ٣ ؛ - ٢س ، س ≤ ٣ } ، هـ (س) = { ٣ ، س < ٣ ؛ ٥س ، س ≥ ٣ } ، فابحث في اتصال الاقتران ق(س) + هـ (س) عند س = ٣

٢٣) إذا كان ق(س) = $\frac{\text{س}}{\text{س}^{٢} - ٢\text{س} + ١}$ ، هـ (س) = (س - ١)^{٢} ، فابحث في اتصال الاقتران هـ(س) x ق (س) عند س = ١

٢٤) إذا كان ق(س) = { س ، س > ٠ ؛ س - ٢ ، س ≤ ٠ } ، ابحث في اتصال هـ (س) = س^{٢} ق(س) عند س = ٠

٢٥) إذا كان ق(س) = { ٨ ، س > ٥ ؛ ١٢ ، س ≤ ٥ } ، هـ (س) = { ٢ ، س < ٥ ؛ ٣ ، س ≥ ٥ } ، فابحث في اتصال ل (س) = $\frac{\text{ق (س)}}{\text{هـ (س)}}$ عند س = ٥

٢٦) إذا كان ق(س) = { س^{٣} + ٥ ، س ≥ ٠ ؛ ٥س + ٧ ، س < ٠ } ، فابحث في اتصال ق(س) على مجاله .

٢٧) إذا كان ق(س) = { س^{٢} - ٢ ، س = ٠ ؛ $\frac{\sqrt{\text{س}^{٢}}}{\text{س}}$ ، س ≠ ٠ } ، ابحث في اتصال ق (س) لجميع قيم س الحقيقية .

٢٨) إذا كان ق(س) = { س^{٣} ، س ≤ ٢ ؛ [$\frac{\text{س}}{٣}$] ، ٠ < س < ٢ ؛ |س - ١| ، س ≥ ٠ } ، فابحث في اتصال ق(س) على مجاله .

٢٩) إذا كان ق(س) = { س^{٢} + ٢ ، س < ٠ ؛ [س + ٢] ، ٠ ≤ س < ٢ ؛ $\sqrt{\text{س} + ٧} + \frac{٤}{\text{س}}$ ، س ≥ ٢ } ، فابحث في اتصال ق(س) على ح .

٣٠) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{٥س + جا٣س}{جاس} & ، -\frac{\pi}{٣} < س < ٠ \\ \frac{١}{٢} + جتا٣س & ، ٠ \leq س < \frac{\pi}{٣} \end{cases}$ ، فابحث في اتصال ق(س) على مجاله .

٣١) جد نقاط عدم الاتصال للاقتران ق(س) = $س^{٢} + ٣س + ١$.

٣٢) جد نقاط عدم الاتصال للاقتران ق(س) = $\frac{س}{س^{٢} - ٤}$.

٣٣) جد نقاط عدم الاتصال للاقتران ق(س) = $[٣س + ١]$.

٣٤) جد نقاط عدم الاتصال للاقتران ق(س) = $\frac{س^{٢}}{س^{٢} + ٤}$

٣٥) جد نقاط عدم الاتصال للاقتران ق(س) = $\frac{س^{٢}}{٢ - |س - ١|}$

٣٦) جد نقاط عدم الاتصال للاقتران ق(س) = $\frac{٣}{٤ - [س + ١]}$

٣٧) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} [\frac{س}{٤} + ٣] & ، س = ٢ \\ ٣س - ٥ & ، ٢ < س < ٤ \\ |٢س - ١| & ، س = ٤ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق على [٢ ، ٤]

٣٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١ + [س] & ، ٢ \leq س < ٣ \\ \sqrt{٢س + ٣} & ، ٣ \leq س < ٥ \\ \frac{٢}{س - ٣} & ، س = ٥ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق على [٢ ، ٥]

٣٩) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢س^{٣} - ٣ & ، ١ \leq س < ٢ \\ \sqrt[٥]{س - ٣} & ، ٢ \leq س < ٣ \\ س - ٣ & ، س = ٣ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق على [١ ، ٣]

٤٠) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + س + ١ & ، ٠ \leq س < ١ \\ \sqrt[٣]{٢ - س} & ، ١ \leq س < ٢ \\ [س] + ١ & ، س = ٢ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق على [٠ ، ٢]

٤١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١ + س & ، -١ \leq س \leq ٠ \\ \frac{١}{س + ١} & ، ٠ < س < ٢ \\ ٢ & ، س = ٢ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق على [-١ ، ٢]

٣٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \sqrt{س+٤} & ، ١ \geq س > ٢ \\ س^{٢} + [س] & ، ٢ \geq س > ٣ \\ ١١ & ، س = ٣ \end{cases}$ ، فابحث في اتصال الاقتران ق على [١ ، ٣]

الفكرة الثانية : حساب ثوابت (مجاهيل)

١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣ + ٣أ س^{٢} & ، س \geq ١ \\ ٥س + ٧ & ، س < ١ \end{cases}$ متصلا عند س = ١ ، فجد قيمة الثابت أ .

٢) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{جا ٢س}{ظا ٥س} & ، س \neq ٠ \\ ل & ، س = ٠ \end{cases}$ ، فجد قيمة الثابت ل إذا كان ق متصل عند س = ٠

٣) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢} - (أ+١) س + أ}{س - ١} & ، س \neq ١ \\ ٢ & ، س = ١ \end{cases}$ متصلا عند س = ١ ، جد قيمة الثابت أ

٤) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ب س + ٣ & ، س < ١ \\ ٧ & ، س = ١ \\ أ س + ب & ، س > ١ \end{cases}$ متصلا عند س = ١ ، جد قيمة الثابتين أ ، ب

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢}}{|س|} & ، س \neq ٠ \\ ب & ، س = ٠ \end{cases}$ متصلا عند س = ٠ ، جد قيمة الثابت ب

٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٤ + س^{٢} & ، س \leq ٣ \\ [٢س + ٣أ] & ، س > ٣ \end{cases}$ متصلا عند س = ٣ ، جد قيمة الثابت أ

٧) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٣} + ٤س - ٢أ}{س - ٢} & ، س > ٢ \\ ب س + ٥أ & ، س \leq ٢ \end{cases}$ متصلا عند س = ٢ ، جد قيمة الثابتين أ ، ب

٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{\sqrt{س^{٢} + ٥,٠ أ} - ١}{س - ٢} & ، س > ٢ \\ س^{٢} + ب س + ٣ & ، س \leq ٢ \end{cases}$ متصلا عند س = ٢ ، جد قيمة الثابتين أ ، ب

٩) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|[س] - ٢س|}{٨س^{٢} - ٢} & ، س > ٢ \\ أ & ، س = ٢ \\ \frac{جا(٢س - ٤)}{ب(س - ٢)} & ، س < ٢ \end{cases}$ متصلا عند س = ٢ ، جد قيمة الثابتين أ ، ب

منهاجي
متعة التعليم الهادف

١٠) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} -٢ \text{ جاس} & ، \ س < -\frac{\pi}{٢} \\ ب + ٩ \text{ جاس} & ، \ -\frac{\pi}{٢} \leq س \leq \frac{\pi}{٢} \\ \text{جتاس} & ، \ س > \frac{\pi}{٢} \end{cases}$ متصل على ح ، جد قيمة الثابتين ٩ ، ب

١١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{\text{جا}^{٢}(ب\ س) - س^{٢}}{س \text{ جا } ٢ س} & ، \ -\frac{\pi}{٤} \leq س < ٠ \\ ٢ & ، \ س = ٠ \\ \frac{س^{٢} + (٩ - ٣)\ س}{٩\ س} & ، \ ٠ < س \leq ٢ \end{cases}$ متصلا عند س = ٠ ، جد قيمة الثابتين ٩ ، ب

١٢) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، \ س \geq ١ \\ ٢ س + ٣ & ، \ س \leq ١ \end{cases}$ ، هـ(س) = $\begin{cases} ٢ س & ، \ س \geq ١ \\ ب & ، \ س \leq ١ \end{cases}$

وكان ق(س) + هـ(س) متصل عند س = ١ جد قيمة الثابت ب

١٣) إذا كان ق(س) = $\frac{٧}{٣٩ س + ٦}$ غير متصل عند س = ١ جد قيمة الثابت ٩

١٤) إذا كان ق(س) = $\frac{س}{٩ س^{٢} + ب س + ٧}$ متصل على ح - { ١ ، ٣ } جد قيمة الثابتين ٩ ، ب

١٥) إذا كان ق(س) = $\frac{س + ٢}{س^{٢} + ٢ س + ٩}$ متصل على ح جد قيمة / قيم الثابت ٩ .

١٦) إذا كان ق(س) = $\frac{س + ٦}{س^{٢} + ٩ س + ٦}$ متصل على ح جد قيمة / قيم الثابت ٩ .

١٧) أوجد مجموعة قيم ٩ التي تجعل الأقتران ق(س) = $\frac{٧ - \text{جتا}^{٢} س}{س^{٢} + ٩ س + ٩ + ٣}$ متصل على ح

تدريبات و تمارين الكتاب المدرسي على الاتصال

تدريب ١

إذا كان ق(س) = $\frac{|س - ٤|}{س + ٤}$ ، س ≠ −٤

فابحث في اتصال ق عند س = ٤

تدريب ٢

١) إذا كان ق(س) = [س] ، فما مجموعة قيم س التي يكون عندها ق اقترانًا غير متصل؟

٢) اقترح قاعدة لاقتران أكبر عدد صحيح بحيث يكون متصلا عند س = ١ ، وغير متصل عند س = ٢

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أس^{٢} + ب & ، س > ٣ \\ ٦ & ، س = ٣ \\ أس - ٢ب & ، س < ٣ \end{cases}$

متصلًا عند س = ٣ ، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين أ ، ب

تدريب ٤

برهن الفروع:٢، ٣، ٤ من نظرية (٢)

تدريب ٥

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ١ + ٢س & ، س > ١ \\ ٣س^{٢} & ، س \leq ١ \end{cases}$ ، ع(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، س > ١ \\ |س| & ، س \leq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران (ق × ل) عند س = ١ بطريقتين.

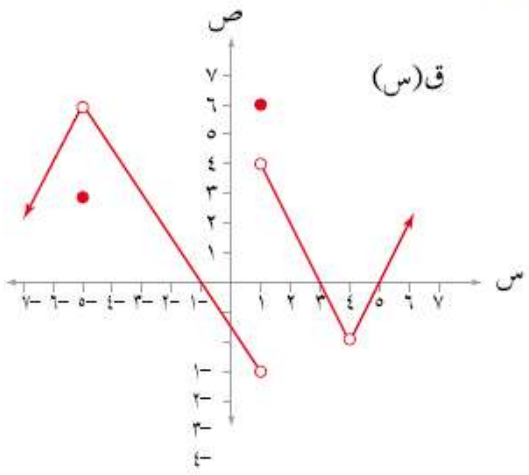
تدريب ٦

إذا كان ق(س) = (س−٥)^{٣} ، هـ(س) = [س + ٢]

فابحث في اتصال الاقتران (ق×هـ) عند كلٍّ من س = −٢ ، س = ٥

تمارين ومسائل

١) معتمدًا الشكل (١-٢٧) الذي يمثل منحنى الاقتران ق، ما قيم س التي يكون عندها ق غير متصل مع ذكر السبب ؟



الشكل (١-٢٧)

٢) إذا كان ق(س) = [٤س - ٤] ،فابحث في اتصال الاقتران ق عند س= ١,٢٥

٣) ابحث في اتصال الاقتران ق(س) = $\frac{١ - س^{٢}}{س - ١}$ عند س = ١

٤) ابحث في اتصال الاقتران هـ (س) = $\frac{س^{٢} - ٤}{س - ٢}$ عند س = ٢

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|ظا س|}{س} & ، س > ٠ \\ ١ - جتاس & ، س \leq ٠ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س= ٠

٦) إذا كان ل (س) = $\begin{cases} \sqrt{س - ٣} & ، س < ٣ \\ |س^{٢} - ٩| & ، س \geq ٣ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل عند س = ٣

منهاجي
منصة التعليم الهادف

٧) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{|س|-٢}{س-٢} & ، س \neq ٢ \\ ٥ & ، س = ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س=٢

٨) إذا كان ك(س) = $\begin{cases} ٦+س & ، س \geq -٢ \\ ٢-س & ، -٢ \leq س < ٢ \\ ٢س-١ & ، س \leq ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ك عند س= ٢

٩) إذا كان ع (س) = $\begin{cases} \frac{أ}{س}+س^{٢} & ، ٠ < س \geq ٢ \\ [س]+٣ & ، ٢ < س < ٣ \\ ٧ & ، س = ٣ \end{cases}$

١٠) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٣}+س^{٢}+٢س-٤}{س-١} & ، س \neq ١ \\ ٥س-١ & ، س = ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل عند س= ١

١١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢}+س & ، س < ٢ \\ [س+٤] & ، س = ٢ \\ \sqrt{س^{٢}+٥}+\frac{٦}{س} & ، س > ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س = ٢

١٢) إذا كان ل(س)= $\begin{cases} س^{٢} + ب & ، \ ٠ \leq س < ٢ \\ |س| - ٥ & ، \ ٢ \leq س \leq ٣ \end{cases}$

فجد قيمة الثابت ب التي تجعل الاقتران ل متصلًا عند س = ٢

١٣) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣ س + ٥ & ، \ س \ni ص \\ ٢ س^{٢} - ٤ & ، \ س \notin ص \text{ حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة} \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س= ٣

تدريب ١

إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، \ ٣ \leq س < ٥ \\ س + ٢٠ & ، \ ٥ \leq س < ٧ \\ ٩ & ، \ س = ٧ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [٣ ، ٧) ، والفترة [٣ ، ٧].

تدريب ٢

إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \dfrac{س^{٢} - ٢٥}{س - ٥} & ، \ س \neq ٥ \\ ٥ + س & ، \ س = ٥ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل على مجاله.

تدريب ٣

إذا كان ق(س) = | ٠,١ - س | ، فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [٠,٠١ ، ٠,٩].

تدريب ٤

إذا كان ع(س) = $\begin{cases} \frac{\text{جا أ س}}{٥ \text{ س}} & ، \quad -\pi \leq \text{س} < ٠ \\ ٢ & ، \quad \text{س} = ٠ \\ \text{ب} (٢+\text{س}) & ، \quad ٠ < \text{س} \leq \pi \end{cases}$

متصلًا على الفترة [$-\pi$ ، π]، فجد قيمة كلٍّ من الثابتين أ ، ب

تمارين ومسائل

١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣\text{س}^{٢} + ٥ & ، \quad -٢ \leq \text{س} < ١ \\ ٨ \text{ س} & ، \quad ١ \leq \text{س} \leq ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [-٢، ٢].

٢) إذا كان ل(س) = | ٢س − ١٠ |، فابحث في اتصال الاقتران ل على الفترة[-١٠، ٨].

٣) إذا كان ع(س) = $\begin{cases} \frac{\text{س}^{٣} - ٢٧}{٣ - \text{س}} & ، \quad \text{س} > ٣ \\ ٥ + \text{س} & ، \quad \text{س} \leq ٣ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ع على ح.

٤) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} \sqrt{٤ - \text{س}} & ، \quad \text{س} < ٤ \\ |\text{س}^{٢} - ١٦| & ، \quad \text{س} \leq ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل على مجاله.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٥) إذا كان ع(س) = $\begin{cases} ٥ & ، \quad س = ٣ \\ [س] + ٥ & ، \quad ٣ < س < ٤ \\ ٤ & ، \quad س = ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ع على الفترة [٣، ٤].

٦) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \sqrt{س + ١} & ، \quad ٠ \leq س < ٣ \\ [٠,٢٥ س + ٢] & ، \quad ٣ \leq س < ٦ \\ |٩ - س| & ، \quad س = ٦ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [٠، ٦].

٧) إذا كان الاقتران ع(س) = $\begin{cases} \dfrac{س^{٢} + ٢(هـ - ١) س - ٤هـ}{س - ٢} & ، \quad س \neq ٢ \\ ٥ + س & ، \quad س = ٢ \end{cases}$

متصلًا على ح، فجد قيمة الثابت هـ.

٨) إذا كان ع(س) = $\begin{cases} ٢س & ، \quad س < ٢ \\ [٠,٥ س + ٢] & ، \quad ٢ \leq س < ٤ \\ \dfrac{٥س}{س^{٢} - ٣٦} & ، \quad س \leq ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ع لجميع قيم س الحقيقية.

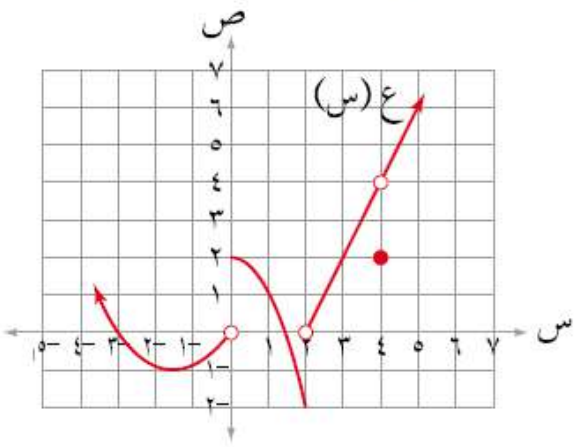
٩) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} [س] + س & ، \quad -١ \leq س < ٠ \\ \frac{٣س^{٢}}{٥} + \sqrt{س} & ، \quad ٠ \leq س \leq ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [−١، ٢].

١٠) إذا كان ل(س) = $\frac{س^{٢} + ٥س + ٢}{أ س^{٢} + س + ٣}$ ، فما قيم أ التي تجعل الاقتران ل متصلًا على مجموعة

أسئلة الوحدة

١) معتمدًا الشكل (١−٣٠)، الذي يمثل منحنى الاقتران ع، جد كلًّا مما يأتي:



الشكل (١−٣٠)

أ) $\lim_{س \to ٠^{+}}$ ع(س)

ب) $\lim_{س \to ٢^{-}}$ ع(س)

جـ) $\lim_{س \to ٣}$ ع(س)

د) $\lim_{س \to ٤}$ ع(س)

هـ) مجموعة قيم أ حيث $\lim_{س \to ١}$ ع(س) غير موجودة.

و) مجموعة قيم ب حيث ع اقتران غير متصل عند س = ب .

٢) إذا كانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٤ ، ق(٣) = ٦ ، فجد قيمة:

$\lim_{س \to ١}$ (ق^{٢} (٢ س + ١) − س + ٢)

منهاجي
متعة التعليم الهادف

٣) إذا كان ق(س)= $\begin{cases} \dfrac{٣-س}{|س-٣|} & ، \quad س < ٣ \\ جـ س^{٢} - ٤ & ، \quad س > ٣ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) موجودة ، فما قيمة الثابت جـ؟

٤) إذا كان ق(س) = $\dfrac{س^{٢} + (أ+١٣) س + أ}{س - ٢}$ ، فجد قيمة الثابت أ التي تجعل $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) موجودة.

٥) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \dfrac{|س^{٢} - ٤س - ٥|}{|س - ٥|} & ، \quad س < ٥ \\ أ \text{ جتا } \dfrac{\pi}{٥} س + ٥ & ، \quad س > ٥ \end{cases}$

وكانت $\lim_{س \to ٥}$ ق(س) موجودة ، فجد قيمة الثابت أ.

٦) جد كلًّا من النهايات الآتية:

أ) $\lim_{س \to ٠} \dfrac{س - \text{جا } س}{\sqrt{١ - \text{جتا } ٢س}}$

ب) $\lim_{س \to ٠} \dfrac{س + \text{جا } ٢س}{٣س}$

جـ) $\lim_{س \to ١} \dfrac{١}{س - ١} \left(\dfrac{١}{\sqrt{س}} - ١ \right)$

د) $\lim_{س \to ٣} \dfrac{س^{٢} - ٣س}{س - \sqrt{١+س} - ١}$

هـ) $\lim_{س \to -٣} \dfrac{\frac{١}{س} + \frac{١}{٣}}{س^{٢} + ٢س - ٣}$

و) $\lim_{س \to ٤} \dfrac{\sqrt{س^{٣}} - ٢|س|}{٢س^{٢} - ٥س - ١٢}$

ز) $\lim_{س \to ٠} \dfrac{س^{٢} + \text{جا } ٢س}{٣س}$

ح) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٦}} \dfrac{\text{جتا } س - \sqrt{٣} \text{ جا } س}{٦س - \pi}$

ط) $\lim_{س \to 0} \frac{قا٢س - ١}{س^{٢}}$

ي) $\lim_{هـ \to 0} \frac{\frac{١}{٢} - جتا(\frac{\pi}{٣} + هـ)}{هـ}$

ك) $\lim_{س \to 0} \frac{جتا ٣س - جتا ٥س}{٢ س^{٢}}$

٧) إذا كانت $\lim_{س \to 0} \frac{٤س^{٢} - جا ب س}{ب س - ظا ٤س} = \frac{١}{٤}$ ، فجد قيمة الثابت ب.

٨) إذا كان ق(س) $= \begin{cases} \frac{|س^{٢}-٤|}{س-٢} & ، \quad س \neq ٢ \\ ٢ + س & ، \quad س = ٢ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق عند س= ٢

٩) إذا كا ن ع(س) $= \begin{cases} |\frac{س}{٢} - ١| & ، \quad -١ \leq س < ٣ \\ [٠,٥س + ٣] & ، \quad ٣ \leq س < ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ع عند س= ٣

١٠) إذا كان ل(س) $= \begin{cases} \frac{٩س^{٢} - ١}{\sqrt{١ - ٦س + ٩س^{٢}}} & ، \quad -\frac{١}{٣} < س < \frac{١}{٣} \\ -٢ & ، \quad س = \frac{١}{٣} \\ -٦س - [س] & ، \quad \frac{١}{٣} < س < \frac{٤}{٣} \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ل عند س $= \frac{١}{٣}$

١١) ابحث في اتصال الاقتران ع(س) = $\sqrt{[س] + س}$ على الفترة (١، ٢] .

١٢) إذا كان هـ(س) = $\begin{cases} س^{٣} & ، س > ١ \\ ٢س\sqrt{س} - ١ & ، س \leq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران هـ لجميع قيم س الحقيقية.

١٣) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢} - ١}{س + ١} & ، -٢ \leq س < -١ \\ س[س] & ، -١ \leq س < ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران ق على الفترة [−٢، ١).

١٤) إذا كان ل(س) = $\frac{س^{٢} - ١}{س + ٢}$ ، هـ(س) = [س] ، فابحث في اتصال الاقتران

ل × هـ على الفترة [٠، ٢]

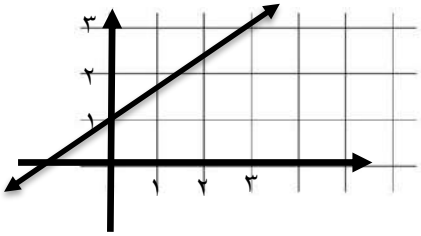
اسئلة الدوائر

١) إذا اقتربت س من العدد ٣ فإن ق(س) يقترب من ٤ ، الرمز الدال على ذلك هو :

أ) $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٤ ب) $\lim_{س \to ٣}$ ق(س) = ٣

جـ) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = ٤ د) $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) = ٣

٢) الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران ق . فإن التعبير الصحيح بالرموز لنهاية ق(س)عندما تؤول س إلى ٢ من اليسار هو :



أ) $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٣

ب) $\lim_{س \to ٠}$ ق(س) = ٣

جـ) $\lim_{س \to ٢^-}$ ق(س) = ٣

د) $\lim_{س \to ٢^+}$ ق(س) = ٣

٣) بالإعتماد على الجدول المجاور فإن $\lim_{س \to ٣^-}$ ق(س) تساوي :

س	٣,١	٣,٠١	٣,٠٠١	٢,٩٩	٢,٩٨	٢,٩
ص	٥,٠٦	٥,٠٣	٥,٠٢	٦,٩٨	٦,٩٦	٦,٩

أ) ٥
ب) ٧
جـ) ٦
د) غيرموجودة

٤) إذا كان ق(س)= $\begin{cases} س^٢ + ٣س & ، س \neq ١ \\ ٥ & ، س = ١ \end{cases}$ فإن $\lim_{س \to ١}$ ق(س) تساوي :

أ) ٥ ب) ١ جـ) ٤ د) غيرموجودة

٥) إذا كان ق(س)= | ٨ - ٢ س | ، فإن $\lim_{س \to ٤^-}$ ق(س) تساوي :

أ) ٨ ب) ٤ جـ) ٠ د) -٤

٦) قيمة $\lim_{م \to -٢}$ $\frac{٤م - م^٢}{م - ٢}$ تساوي :

أ) -١ ب) ٠ جـ) -٣ د) ٣

٧) قيمة $\lim_{س \to ٢}$ $\frac{٨ - س^٣}{٢ - س}$ تساوي :

أ) -٤ ب) ٤ جـ) ٨ د) ١٢

٨) قيمة $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{جا^٢ س}{١ - جتاس}$ تساوي :

أ) -١ ب) ٢ جـ) ١ د) ٠

٩) إذا كان ق(س) = $\frac{٢س + ب^{٢}}{س + ١}$ ، $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٣ ، فإن قيمة الثابت ب تساوي :

أ) $\pm\sqrt{٥}$ ب) $-\sqrt{٥}$ ج) $\sqrt{٥}$ د) ٥

١٠) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{٤ - س}{|س - ٤|} & ، س < ٤ \\ أ س^{٢} - ٩ & ، س > ٤ \end{cases}$ ، $\lim_{س \to ٤}$ ق(س) موجودة فإن قيمة الثابت أ تساوي :

أ) -٢ ب) ٢ ج) $-\frac{١}{٢}$ د) $\frac{١}{٢}$

١١) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢} - ١}{|س + ١|} & ، س > -١ \\ [س + ٣] & ، س < -١ \end{cases}$ فإن $\lim_{س \to -١}$ ق(س) تساوي :

أ) -٢ ب) ٢ ج) ١ د) غيرموجودة

١٢) قيمة $\lim_{س \to ١}$ $\frac{\sqrt{س^{٣} - ٢س^{٢} + س}}{س - ١}$ تساوي :

أ) -١ ب) ٠ ج) ١ د) غيرموجودة

١٣) قيمة $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{\sqrt{س^{٣} + س^{٢}}}{س}$ تساوي :

أ) -١ ب) ٠ ج) ١ د) غيرموجودة

١٤) قيمة $\lim_{س \to ٤}$ $\left(\frac{س}{١٦ - س^{٢}} - \frac{٤س}{س^{٣} - ١٦س} \right)$ تساوي :

أ) $-\frac{١}{٨}$ ب) ٢٠ ج) $\frac{١}{٨}$ د) غيرموجودة

١٥) قيمة $\lim_{س \to \pi}$ $\frac{جا س}{\sqrt{١ + جتا س}}$ تساوي :

أ) $-\sqrt{٢}$ ب) $\sqrt{٢}$ ج) $\frac{\sqrt{٢}}{٢}$ د) $-\frac{\sqrt{٢}}{٢}$

١٦) إذا كان ق(س) اقترانا متصلا عند س = ٧ ، ق(٧) = -٣ ، فإن $\lim_{س \to ٧}$ ق(س) تساوي :

أ) ٤ ب) -٣ ج) ٨ د) ٧

١٧) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} \frac{س^{٢} - ٩}{س - ٣} & ، س \neq ٣ \\ ٢ب - ٤ & ، س = ٣ \end{cases}$ اقترانا متصلا عند س = ٣ ، فإن قيمة الثابت ب تساوي :

أ) ٣ ب) ٤ ج) ٥ د) ٦

١٨) إذا كان ق(س) = { ٢ + س ، |س| < ٢ ; س٢ ، |س| ≥ ٢ } فإن قيم س التي يكون عندها الاقتران ق غير متصل هي :

أ) {١} ب) {٢} جـ) {-٢} د) {٠}

١٩) إذا كان ق(س) = (س٢ + ٣س) / (س٢ + جـ س + ١) ، متصلا على ح ، فإن مجموعة جـ هي :

أ) (-∞ ، ٢] ب) (-٢ ، ٢) جـ) (٠ ، ٢) د) [٢ ، ∞)

٢٠) إذا كانت نهـا (س → ٢) ق(س) = ٢ ، ق(٣) = ٥ ، نهـا (س → ٣) ق(س) = ٦ ، إذا علمت أن نهـا (س → ٢) (٣ق(س) - ق(س + ١) + ٥ب) = ١٢ فإن قيمة الثابت ب تساوي :

أ) ٢٤/٥ ب) ١١/٥ جـ) ١٢/٥ د) ٠

٢١) إذا كانت نهـا (س → π/٢) جتا (أ - س) / (π/٢ - س) = ب ، حيث أ ، ب ثوابت ، أ ∈ [٠ ، ٣π/٢] فإن (قيمة / قيم) أ تساوي :

أ) ٠ ب) π جـ) ٠ ، π د) ٠ ، π ، ٣π/٢

٢٢) إذا كان ق(س) = (١ - جتا٢س) / (س٢ + أ س + أ + ٣) متصل على ح ، فإن (قيمة / قيم) أ تساوي :

أ) (-∞ ، -٢] ب) (-٢ ، ٦) جـ) -٢ ، ٦ د) [٦ ، ∞)

٢٣) إذا كان نهـا (س → ١) (أ س٢ - ب س - ٤) / (س - ١) = ٣ ، فإن نهـا (س → ١) (ب س٢ - أ س - ٨) / (س + ٣) تساوي :

أ) ٢ ب) ٣ جـ) -٦ د) ٦

٢٤) قيمة نهـا (س → ٢) (٢س + ١)٢ - ٢٥ / (س - ٢) تساوي :

أ) ٢٠ ب) ١٤ جـ) -٤ د) صفر

٢٥) إذا كانت نهـا (س → ٢) [أ س - ٣] = ٥ ، فإن (قيمة / قيم) الثابت أ تساوي :

أ) ٤,٥ ب) [٤ ، ٤,٥) جـ) ٤ د) (٤ ، ٤,٥)

٢٦) إذا كانت نهـا (س → ٢) [١/٣ س + ٥] = نهـا (س → أ) (س٢ - أ٢) / (س - أ) ، فإن قيمة الثابت أ تساوي :

أ) ٦ ب) ٥ جـ) -٢,٥ د) ٢,٥

٢٧) إذا كانت $\lim_{س \to ٢} \frac{٥س}{٣ب - ٢٧}$ موجودة ، فإن قيمة الثابت ب تساوي :

أ) ٦ ب) ٣ جـ) ٩ د) ح - { ٣ }

٢٨) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س + ٥ & ، س > ١ \\ [س + ب] & ، س \leq ١ \end{cases}$ متصل عند س = ١ ، فإن قيمة الثابت ب تساوي :

أ) ٧ ب) ٨ جـ) [٧ ، ٨) د) (٧ ، ٨)

٢٩) قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{\sqrt{١ - جتا ٢س}}{\sqrt{٢} س}$ تساوي :

أ) ١ ب) ٠ جـ) - ١ د) غير موجودة

٣٠) قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{١ - جا^{٢}٢س - جتا^{٢}س}{٤س}$ تساوي :

أ) $-\frac{١}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) - ١ د) صفر

٣١) إذا كانت $\lim_{س \to ٠} \frac{س جتا ٢س + ظا ب س}{س} = ٣$ ، فإن قيمة الثابت ب تساوي :

أ) ١ ب) ٠ جـ) - ١ د) ٢

٣٢) قيمة $\lim_{س \to ٢٧} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٣}{س - ٢٧}$ تساوي :

أ) ٢٤ ب) ٢٧ جـ) $\frac{١}{٢٤}$ د) $\frac{١}{٢٧}$

٣٣) إذا كان ق(س) = $\sqrt{[س + ١]} + س$ ، س ∈ (١ ، ٢] ، فإن ق(س) متصل على الفترة :

أ) (١ ، ٢) ب) (- ∞ ، ٢) جـ) [٢ ، ∞) د) (١ ، ٢]

٣٤) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} - (ب + ب) س & ، س > ١ \\ ٣ & ، س = ١ \\ ب س^{٢} - ب س & ، س < ١ \end{cases}$ متصلا عند س = ١ ، فإن قيمة كل من

الثابتين ب ، ب على الترتيب هما :

أ) $-\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$ ب) $\frac{١}{٢}$ ، $-\frac{٥}{٢}$ جـ) ٦ ، ٣ د) ٠ ، - ٣

٣٥) إذا كان ق(س) = [س + ٤] ، هـ(س) = [٢ - س] ، فإن $\lim_{س \to ١}$ (ق + هـ)(س) تساوي :

أ) ٥ ب) ٤ جـ) ٣ د) غير موجودة

٣٦) قيمة $\lim_{س \to ٠}$ ([٢س + ١] - [٢س - ١]) تساوي :

أ) ٠ ب) ٢ جـ) ١ د) غير موجودة

٣٧) قيمة $\lim_{س \to ٠}$ (٩س^{٣} ظتا^{٢} ٣س قتا ٢س) تساوي :

أ) ٩ ب) $\frac{١}{٢}$ جـ) ١ د) $\frac{١}{١٨}$

٣٨) قيمة $\lim_{س \to ٠}$ $\frac{١ + \text{جتا}٦س - ٢\text{جتا}^{٢}س}{س^{٢}}$ تساوي :

أ) ٨ ب) - ٨ جـ) - ١٦ د) ١٦

٣٩) إذا كانت $\lim_{س \to ٢}$ ق(س) = ٧ ، فإن $\lim_{س \to ١}$ ق(٣س - ١) + [٠,٥ س] تساوي :

أ) ٨ ب) ٧ جـ) ٧,٥ د) غير موجودة

٤٠) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣س^{٢} + ١ & ، س \geq ٢ \\ أ س + ٣ & ، س < ٢ \end{cases}$ متصلا عند س = ٢ ، فإن قيمة أ^{٢} تساوي :

أ) ٥ ب) ٢٥ جـ) ٤ د) ٢

٤١) قيمة $\lim_{س \to ٣}$ $\frac{(س - ١)^{٤} - ١٦}{س - ٣}$ تساوي :

أ) ٢ ب) ٤ جـ) ٨ د) ٣٢

٤٢) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} & ، س \geq ١ \\ ٢س + ٣ & ، س < ١ \end{cases}$ ، هـ(س) = $\begin{cases} ٢س & ، س \geq ١ \\ -٢ & ، س < ١ \end{cases}$

فإن $\lim_{س \to ١}$ (ق + هـ)(س) تساوي :

أ) ٣ ب) ٢ جـ) ١ د) غير موجودة

٤٣) أحد الاقترانات الاتية متصل عند س = ٢ :

أ) ق(س) = [س] ب) ق(س) = $\frac{٣}{٢ - س}$ جـ) ق(س) = [س + ٠,١] د) ق(س) = ٧ ، س ≠ ٢

٤٤) إذا كان ق(س) = $\sqrt{٣ - س}$ فإن الفترة التي يكون ق(س) متصلا عليها من بين الفترات الاتية هي :

أ) (- ∞ ، ٣] ب) (- ∞ ، ٣) جـ) [٠ ، ∞) د) (٣ ، ∞)

٤٥) إذا كان ق(س) كثيرحدود بحيث $\lim_{س \to ٢} \frac{٤ - ق(س)}{س - ٢} = ٥$ ، فإن $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) + ٨س}{س + ٢}$ تساوي:

أ) ٥ ب) $\frac{١٨}{٤}$ جـ) $\frac{١٥}{٤}$ د) $\frac{٢١}{٤}$

٤٦) إذا كانت س مقاسة بالدرجات ، فإن $\lim_{س \to ٠} \frac{جا ٢س}{س}$ تساوي :

أ) ٢ ب) $\frac{٢}{\pi}$ جـ) $\frac{\pi}{١٨٠}$ د) $\frac{\pi}{٩٠}$

٤٧) إذا كان ق(س) = $\sqrt{س}$ ، س > ٠ ، هـ(س) = $س^{٢} - ٤$ ، فإن $\lim_{س \to ٣} (ق \circ هـ)(س)$ تساوي :

أ) $٥\sqrt{٣}$ ب) -١ جـ) $\sqrt{٥}$ د) غير موجودة

٤٨) قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{جا^{٢} س}{قاس - ١}$ تساوي :

أ) ٢ ب) -٢ جـ) ١ د) -١

٤٩) إذا كان ق(س) = $(س - ٢)^{٢}$ [٠,٥ س + ٣] ، فإن :

أ) ق(٢) معرف ب) $\lim_{س \to ٢^{+}} ق(س)$ موجودة

جـ) $\lim_{س \to ٢^{-}} ق(س)$ موجودة د) ق(س) متصل عند س = ٢

٥٠) إذا كان ق(س) متصلا عند س = ٢ وكانت $\lim_{س \to ٢^{-}} ق(س) = ٥$ ، فإن قيمة $\lim_{س \to ٢} (ق(س) - [س - ٠,٥])$ تساوي :

أ) ٣ ب) ٤ جـ) ٣,٥ د) ٢,٥

اسئلة دوائر الكتاب المدرسي

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات، كل فقرة لها أربعة بدائل مختلفة، واحد منها فقط صحيح، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي:

(١) إذا كانت $\lim_{س \to ٣} ق(س) = ٤$ ، ق(٣) = ٦، فما قيمة $\lim_{س \to ١} (ق^{٢}(٢س+١) - س+٧)$؟

أ) ١٧ ب) ١٣ جـ) ٢٢ د) ٣٧

(٢) إذا كان ق اقترانًا متصلًا عند س=٤ ، وكان ٣ق(٤)=٦، وكانت $\lim_{س \to ٤^{+}} ق(س) = ٤ب$،

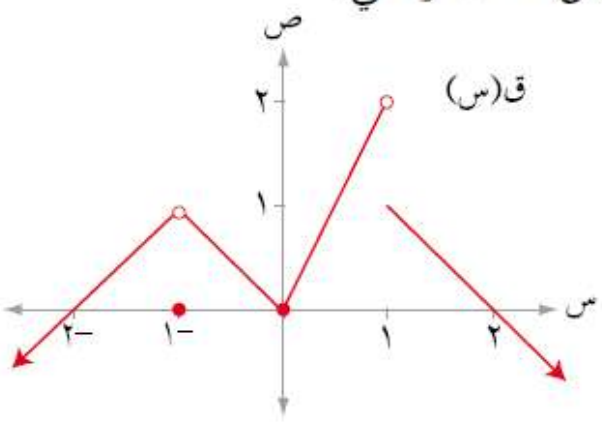
فإنَّ قيمة الثابت ب تساوي:

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) ٢ جـ) $\frac{١}{٢}$ د) ٢-

(٣) إذا كان ق اقترانَ كثير حدود ، وكانت $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س)}{س} = ٣$ ، فإنَّ $\lim_{س \to ٢} \frac{ق^{٢}(س)}{س}$ تساوي:

أ) ٩ ب) ١٨ جـ) ٦ د) ٣٦

(٤) معتمدًا الشكل(١-٣١) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرَّف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، فإنَّ مجموعة قيم أ حيث $\lim_{س \to أ} ق(س) =$ صفرًا هي:



الشكل (١-٣١)

أ) $\{-٢ ، ٠\}$

ب) $\{٠\}$

جـ) $\{٠ ، ٢\}$

د) $\{-٢ ، ٠ ، ٢\}$

(٥) $\lim_{س \to -٢} \frac{٤ - س^{٢}}{٢ - س}$ تساوي:

أ) ١- ب) صفر جـ) ٣- د) ٣

(٦) نهـــا $\frac{٦س^{٤}+١٨س^{٢}}{٢س^{٢}-٣س^{٣}}$ تساوي:
س ← ٠

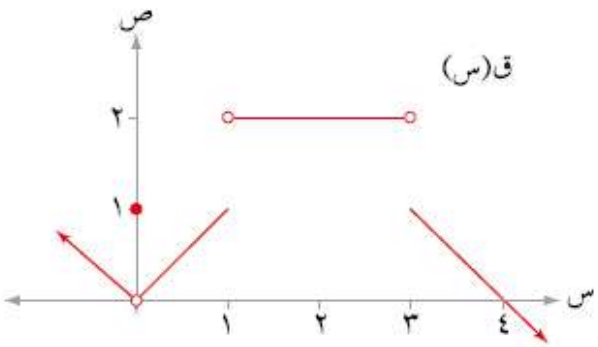
أ) −٦ ب) −٢ جـ) ٣ د) ٩

(٧) إذا كان ق اقترانًا متصلًا عند س = ١ ، وكان ق(١) = ٤ ، فإنَّ

نهـــا $\left(\frac{|س-١|}{س-١}+ق(س)\right)$ تساوي:
س ← ١+

أ) ٣ ب) ١ جـ) ٥ د) غير موجودة

(٨) معتمدًا الشكل (١−٣٢) الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على ح، ما مجموعة قيم أ التي تجعل نهـــا ق(س) غير موجودة؟
س ← أ



أ) {٠، ١، ٣} ب) {١، ٣، ٤} جـ) {٠، ١، ٣، ٤} د) {١، ٣}

(٩) إذا كان ل(س) = $\begin{cases} ٢جتا^{٢}س & ، س < \frac{\pi}{٢} \\ أ س^{٢}+\pi^{٢} & ، س \leq \frac{\pi}{٢} \end{cases}$

فإنَّ قيمة أ التي تجعل الاقتران ل متصلًا عند س = $\frac{\pi}{٢}$ هي:

أ) −٢ ب) صفر جـ) −٤ د) ٤

(١٠) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٣ & ، س = ١ \\ [س]+٥ & ، ١ < س < ٢ \\ ٤ & ، س = ٢ \end{cases}$

فإنَّ الاقتران ق متصل على الفترة:

أ) [١ ، ٢] ب) (١ ، ٢) جـ) [١ ، ٢) د) (١ ، ٢]

اختبارات نهاية الوحدة

الإختبار الأول

السؤال الأول : (٢١ علامة)

أ) جد كلا مما يأتي :

١) $\lim_{س \to 0} \frac{١}{س} \left(\frac{١}{٨} - \frac{١}{(س+٢)^{٣}} \right)$

٢) $\lim_{س \to ١} \frac{\text{جتا} \frac{\pi}{٢} س}{س - ١}$

ب) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{٣ - س}{|س - ٣|} & ، س < ٣ \\ ج س^{٢} - ٤ & ، س > ٣ \end{cases}$ وكانت $\lim_{س \to ٣} ق(س)$ موجودة ، فاوجد قيمة الثابت ج

جـ) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{س^{٣} + س^{٢} + ٢ س - ٤}{س - ١} & ، س \neq ١ \\ ٥ س - ١ & ، س = ١ \end{cases}$ فابحث في اتصال $ق(س)$ عند $س = ١$

السؤال الثاني : **يتكون هذا السؤال من (٣) فقرات ، لكل فقرة (٤) بدائل ، واحدة فقط منها صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي :** (٩ علامات)

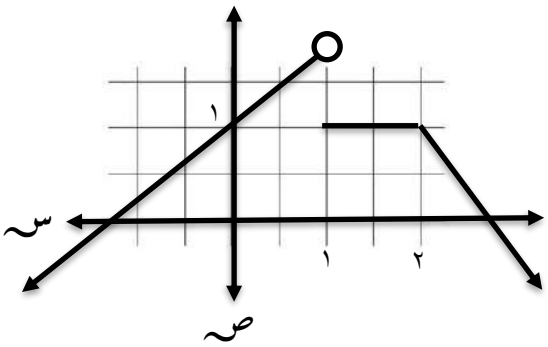
١) إذا كانت $\lim_{س \to -١} (أ س + ٢)^{٤} = ١$ ، حيث $أ > ١$ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي :

أ) ٣ ب) ٢ جـ) ١,٥ د) ١

٢) قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{س + \text{جا} ٤ س}{٥ س}$ تساوي :

أ) ١ ب) ٠,٨ جـ) ٠,٢ د) ٠

٣) إذا كان الشكل المجاور يمثل منحنى الاقتران $ق$ المعرف على $ع$ ، فإن مجموعة قيم أ التي تجعل $\lim_{س \to أ} ق(س) = ١$ هي :



أ) $[١ ، ٢)$ ب) $[١ ، ٢] \cup \{ ٠ \}$

جـ) $(١ ، ٢)$ د) $(١ ، ٢] \cup \{ ٠ \}$

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق و التفوق

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الإختبار الثاني

السؤال الأول : (٢١ علامة)

أ) جد كلا مما يأتي :

١) $\lim_{س \to ٢} \frac{\sqrt{٣س+٣} - \sqrt{٤س+١}}{س - ٢}$

٢) $\lim_{س \to \frac{\pi}{٢}} \frac{جا ٢س}{س^{٢} - \frac{\pi}{٢} س}$

ب) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} \frac{|س^{٢} - ٤س - ٥|}{|س - ٥|} & ، س < ٥ \\ أ \, جتا \frac{\pi}{٥} س + ٥ & ، س > ٥ \end{cases}$ وكانت $\lim_{س \to ٥} ق(س)$ موجودة ، فاوجد قيمة أ

جـ) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} س^{٢} + ١ & ، س \geq ٢ \\ [س+٣] & ، س < ٢ \end{cases}$ فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٢

السؤال الثاني : **يتكون هذا السؤال من (٣) فقرات ، لكل فقرة (٤) بدائل ، واحدة فقط منها صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي :** (٩ علامات)

١) قيمة $\lim_{س \to ٣} \frac{\sqrt{س^{٢} - ٩}}{\sqrt{س - ٣}}$ تساوي :

أ) ٠ ب) $\sqrt{٦}$ جـ) ٦ د) غير موجودة

٢) قيمة $\lim_{س \to ٠} \frac{(٢٥)^{س} - ٥^{س}}{١ - ٥^{س}}$ تساوي :

أ) ٠ ب) ١ جـ) -١ د) غير موجودة

٣) إذا كانت $\lim_{س \to أ} (٣س + ٢)^{٣} = ٢٧$ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي :

أ) $\frac{١}{٣}$ ب) ١ جـ) $\frac{٥}{٣}$ د) $-\frac{١}{٣}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق و التفوق

الإختبار الثالث

السؤال الأول : (٢٤ علامة)

أ) جد كلا مما يأتي :

١) $\lim_{س \to -٢} \frac{|٣س + ١| - ٥}{س^٣ + ٨}$ ٢) $\lim_{س \to ٢} \frac{س - ٢}{ظا \pi س}$ ٣) $\lim_{س \to ٨} \frac{\sqrt[٣]{س} - ٢}{س^{\frac{١}{٢}} - ٤}$

ب) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢س^٢ + \frac{١}{س} + [\frac{١}{٣}س] & ، ١ \geq س \geq ٣ \\ \frac{|س - ٣|}{س^٢ - ٩} & ، ٣ < س < ٤ \end{cases}$ فجد $\lim_{س \to ٣} ق(س)$

جـ) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٢س + ٢ & ، س > ١ \\ ٣س^٢ & ، س \leq ١ \end{cases}$ ، $هـ(س) = \begin{cases} س^٢ & ، س > ١ \\ |٢س| & ، س \leq ١ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران $(ق + هـ)(س)$ عند $س = ١$

السؤال الثاني : يتكون هذا السؤال من فقرتين ، لكل فقرة (٤) بدائل ، واحدة فقط منها صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي : (٦ علامات)

١) إذا كانت $\lim_{س \to ١} ق(٢س + ١) = ٥$ ، $ق(٣) = ٤$ ، فإن $\lim_{س \to ٣} (٣ق^٢(س) - ٢س + ١)$ تساوي :

أ) ٢٥ ب) ٤٣ جـ) ٧٠ د) ٧٤

٢) إذا كانت إذا كان $ق(س) = \begin{cases} ٣س^٢ + ١ & ، س \geq ٢ \\ أ س + ٣ & ، س < ٢ \end{cases}$ متصلا عند $س = ٢$ ، فإن قيمة $أ^٢ + ١$ تساوي :

أ) ٦ ب) ٢٦ جـ) ٥ د) ٣

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق و التفوق

الإختبار الرابع

السؤال الأول : (٢١ علامة)

أ) جد كلا مما يأتي :

١) $\lim_{س \to ٤} \frac{\sqrt{س^{٣}} - ٢|س|}{٢س^{٢} - ٥س - ١٢}$

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{جتا٣س - جتا ٥س}{٢س^{٢}}$

ب) إذا كان $ق(س) = \begin{cases} |\frac{١}{٢}س - ١| & ، -١ \geq س < ٣ \\ [\frac{١}{٢}س + ٣] & ، ٣ \geq س < ٤ \end{cases}$ فابحث في اتصال الاقتران ق(س) عند س = ٣

السؤال الثاني : **يتكون هذا السؤال من (٣) فقرات ، لكل فقرة (٤) بدائل ، واحدة فقط منها صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي :** (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) كثيرحدود بحيث $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) - ٤}{س - ٢} = ٥$ ، فإن $\lim_{س \to ٢} \frac{ق(س) + ٨س}{س + ٢}$ تساوي:

أ) ٥ ب) $\frac{١٨}{٤}$ ج) $\frac{١٥}{٤}$ د) $\frac{٢١}{٤}$

٢) إذا كان ق(س) = $\sqrt{٣ - س}$ فإن الفترة التي يكون ق(س) متصلا عليها من بين الفترات الاتية هي :

أ) $(-\infty ، ٣]$ ب) $(-\infty ، ٣)$ ج) $[٠ ، \infty)$ د) $(٣ ، \infty)$

٣) إذا كان ق(س) = $س^{٢} + ٣$ ، $س \in [١ ، ٣] \cup \{٥\}$ ، فجد $\lim_{س \to ٥}$ ق(س)

أ) ٤ ب) ٢٨ ج) ١٢ د) غير موجودة

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق و التفوق

الإختبار الخامس

السؤال الأول : (٢١ علامة)

أ) جد كلا مما يأتي :

١) $\lim_{س \to -٣} \frac{س + ٣}{س + \sqrt{٢س^{٢} - ٩}}$

٢) $\lim_{س \to \pi} \frac{١ + جتا\ س}{(\pi - س)^{٢}}$

ب) إذا كان $و(س) = \begin{cases} \frac{|[س] - س| + [س - ٤]}{س - ٤} & ، \ س > ٤ \\ (س - ٣)^{٢} & ، \ س \leq ٤ \end{cases}$

فابحث في اتصال الاقتران $و(س)$ عند $س = ٤$

السؤال الثاني : يتكون هذا السؤال من (٣) فقرات ، لكل فقرة (٤) بدائل ، واحدة فقط منها صحيح ، ضع دائرة حول رمز البديل الصحيح في ما يأتي : (٩ علامات)

١) إذا كان $و(س) = \sqrt{س}$ ، $س > ٠$ ، $هـ(س) = س^{٢} - ٤$ ، فإن $\lim_{س \to ٣} (و \circ هـ)(س)$ تساوي :

أ) $\sqrt{٣٥}$ ب) -١ ج) $\sqrt{٥}$ د) غير موجودة

٢) إذا كانت س مقاسة بالدرجات ، فإن $\lim_{س \to ٠} \frac{جا٢س}{س}$ تساوي :

أ) ٢ ب) $\frac{٢}{\pi}$ ج) $\frac{\pi}{١٨٠}$ د) $\frac{\pi}{٩٠}$

٣) إذا كان $و(س) = \frac{١ - جتا^{٢} س}{س^{٢} + أ س + أ + ٣}$ متصل على ح ، فإن (قيمة / قيم) أ تساوي :

أ) $(-\infty ، -٢]$ ب) $(-٢ ، ٦)$ ج) $-٢ ، ٦$ د) $[٦ ، \infty)$

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق و التفوق