المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسية

التعلّم المبني على المفاهيم والنتاجات الأساسية

الرياضيات

١٠

الصف العاشر

الناشر
وزارة التّربية والتّعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسيّة

منهاجي
متعة التعليم الهادف

أشرف على تأليف هذه المادة التعليمية كل من:

د. نـواف العقيل العجارمة/ الأمين العام للشـؤون التعليمية
د. نجوى ضيف الله القبيلات/ الأمين العام للشؤون الإدارية والمالية
د. محمـد سلمان كنانـة/ مديـر إدارة المناهـج والكتـب المدرسـية
د. أسامة كامل جرادات/ مدير المناهج
د. زايد حسن عكور/ مدير الكتب المدرسية
نقين أحمد جوهر / عضو مناهج الرياضيات

المتابعة والتنسيق: د. زبيدة حسن أبوشويمة/ ر.ق المباحث المهنية

لجنة تأليف المادة التعليمية:

د. سميرة حسن أحمد   تهاني عبد الرحمن العملة   لينـا فتحي الجمل

التحرير العلمي: نقين أحمد جـــوهر   التحرير اللغوي: ميسرة عيد الحليم صويص
التحرير الفني: نيرمين داود العزة   التصـــــميم: عمــر أحمــد أبوعليــان
الرســـــــــم: عمر أحمد أبوعليـان   الإنتـــــــاج: سليمان أحــمد الخلايلــة

دقق الطباعة: د. سميرة حسن أحمد   راجع الطباعة: نفين أحمد جوهر

الطبعة الأولى   1442هـ / 2021م

منهاجي
متعة التعليم الهادف

قائمة المحتويات

منهاجي
متعة التعليم الهادف

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدّمة

الحمد لله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيد المرسلين سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين.

وبعد، فانطلاقًا من رؤية وزارة التربية والتعليم إلى تحقيق التعليم النوعي المتميّز على نحوٍ يلائم حاجات الطلبة، وإعداد جيل من المتعلمين على قدر من الكفاية في المهارات الأساسية اللازمة للتكيّف مع متطلبات الحياة وتحدياتها، مزوّدين بمعارف ومهارات وقِيَم تساعد على بناء شخصياتهم بصورة متوازنة.

بُنِيَ هذا المحتوى التعليمي على المفاهيم والنتاجات الأساسية لمبحث الرياضيات للصف العاشر الذي يشكّل أساس الكفاءة العلميّة لدى الطلبة، ويركّز على المفاهيم التي لا بدّ منها لتمكين الطّلبة من الانتقال إلى المرحلة اللاحقة انتقالًا سلسًا من غير وجود فجوة في التّعلّم؛ لذا حرصنا على بناء المفهوم بصورة مختزلة ومكثّفة ورشيقة بعيدًا عن التوسّع الأفقيّ والسّرد وحشد المعارف؛ إذْ عُني بالتّركيز على المهارات، وإبراز دور الطّالب في عملية التّعلّم، بتفعيل إستراتيجية التعلّم الذاتيّ، وإشراك الأهل في عملية تعلّم أبنائهم.

وقد اشتمل هذا المحتوى التعليمي على أربعة موضوعات رئيسة، يتضمّن كلٌّ منها المفاهيم الأساسيّة لتعلّم مهارات الرياضيات ومحاورها، بأسلوبٍ شائق ومركّز.

لذا؛ بني هذا المحتوى على تحقيق النتاجات العامة الآتية:

- يحل معادلات مستعملا طرائق التحليل المختلفة (الفرق بين مربعين، مجموع مكعبين أو الفرق بينهما، تحليل العبارة التربيعية، إخراج العامل المشترك، القانون العام لحل المعادلة التربيعية).
- يتعرف الاقتران التربيعي وخصائصه ومجاله ومداه.
- يجد معادلة الخط المستقيم في حالات مختلفة.
- يتعرف النسب المثلثية الأساسية (الجيب، وجيب التمام، والظل) للزاوية الحادة موظفا لها في إيجاد أطوال وقياسات زوايا.

والله ولي التوفيق

المجالُ: الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحورُ: المقاديرُ الجبريَّةُ وتحليلُها

١ الفرقُ بينَ مربَّعَينِ وتحليلُهُ

- أتعرَّفُ الفرقَ بينَ مربَّعَينِ.
- أُحلِّلُ الفرقَ بينَ مربَّعَينِ.

أكتبُ العددَ ١١٩ على صورةِ فرقٍ بينَ مربَّعَي عددَينِ.

٢ مجموعُ مكعَّبَينِ وتحليلُهُ

- أتعرَّفُ مجموعَ مكعَّبَينِ.
- أتعرَّفُ الفرقَ بينَ مكعَّبَينِ.
- أُحلِّلُ مجموعَ مكعَّبَينِ أوِ الفرقَ بينَهما.

خزّانا ماءٍ على شكلِ مكعَّبٍ ممتلئانِ، حجمُهما بالمتراتِ المكعَّبةِ على الترتيب: ١، ص^{٣}. أُفرِغا في خزّانٍ ثالثٍ على شكلِ متوازي مستطيلات، ارتفاعُهُ بالأمتار ص + ١؛ فما مِساحةُ قاعدتِهِ؟

٣ تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

- أتعرَّفُ العبارةَ التربيعيَّةَ على الصورةِ: أس^{٢} + ب س + جـ حيثُ أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيَّةٌ، أ $\neq$ صفر
- أُحلِّلُ العبارةَ التربيعيَّةَ.

أكتبُ عاملًا منْ عواملِ:
٤ س^{٢} - ١٠س + ١٢

أختبرُ نفسي

(١) أجدُ ناتجَ ضربِ المقاديرِ الجبريَّةِ الآتيةِ:

١) س (٢س – ٢)

٢) (س + ٤) (٢ س - ١)

٣) (س – ٩) (س – ٩)

(٢) أجدُ مكعَّبَ كلٍّ مِنْ:

١) ٩

٢) س ص

٣) $س^٢$

(٣) أحلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

١) س + ٤ = ٩

٢) ٢(س + ٥) = -١٤

أتذكَّرُ

مثالٌ (١): أجدُ ناتجَ ما يأتي: (س+ ١)(٣س–٦)

الحلُّ: (س + ١) (٣ س – ٦)

$٣ س^٢ – ٦س + ٣ س - ٦$ خاصِّيَّةُ توزيعِ الضربِ على الجمعِ.

$٣ س^٢ – ٣س - ٦$ تجميعُ الحدودِ المتشابهةِ:
(-٦ س + ٣ س = -٣ س)

مثالٌ (٢): أجدُ مكعَّبَ ٤ س.

الحلُّ:

مكعَّبُ (٤ س) = $(٤ س)^٣$

= ٤ س× ٤ س× ٤ س

= (٤×٤×٤)×(س×س×س)= ٦٤ $س^٣$

مثالٌ (٣): أحلُّ المعادلةَ ٧ س + ٤ = ١٨

الحلُّ:

٧ س + ٤ – ٤ = ١٨ - ٤ طرحُ ٤ منْ طرفَي المعادلةِ.

$\frac{١}{٧}$ × ٧ س = ١٤ × $\frac{١}{٧}$ ضربُ الطرفينِ في النظيرِ الضربيِّ للعددِ ٧

س = ٢

أوّلًا: الفرقُ بينَ مربَّعَينِ وتحليلُهُ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- الفرقُ بينَ مربَّعَينِ.
- تحليلُ الفرقِ بينَ مربَّعَينِ.

اشترتْ عائشةُ بيتًا قاعدتُهُ مربَّعةُ الشكلِ في الكركِ، طولُ ضلعِهِ ١٢,٥م، واشترى أخوها خطّابٌ بيتًا قاعدتُهُ مربَّعةُ الشكلِ في إربدَ، طولُ ضلعِهِ ١٣,٥م. ما الفرقُ بينَ مساحتَي قاعدتَي البيتَينِ؟

نشاطٌ أجدُ ناتجَ كلٍّ ممّا يأتي:

١) (أ – ب) (أ + ب) = ...

٢) (ع – ل) (ع + ل) = ...

٣) (هـ – و) (هـ + و) = ...

٤) (هـ + و) (هـ + و) = ...

٥) **ألاحظُ أنَّ**: ناتجَ ضربِ الفروعِ (١)، (٢)، (٣) يُمثِّلُ ....

أتذكَّرُ

تحليلُ العددِ إلى العواملِ الأوَّليَّةِ تعني كتابتَهُ على صورةِ حاصلِ ضربِ عواملِهِ الأوَّليَّةِ.

مثالٌ:

٤٢ = ٢ × ٧ × ٣

يُسمّى المقدارُ الجبريُّ $\text{س}^2 - \text{ص}^2$ **الفرقَ بينَ مربَّعَينِ**؛ حيثُ س^2 مربَّعُ س، وص^2 مربَّعُ ص، ويكونُ تحليلُ الفرقِ بينَ مربَّعَينِ على الصورةِ:

$$\text{س}^2 - \text{ص}^2 = (\text{س} - \text{ص})(\text{س} + \text{ص})$$

مثالٌ (١)

أُحلِّلُ المقاديرَ الجبريَّةَ الآتيةَ:

١) $\text{س}^2 - ٩$ ٢) $\frac{\text{س}^4}{٢٢٥} - ١٤٤$

الحلُّ:

١) $\text{س}^2 - ٩ = (\text{س})^2 - (٣)^2$ الفرقُ بينَ مربَّعَينِ.

$= (\text{س} - ٣)(\text{س} + ٣)$ تحليلُ الفرقِ بينَ مربَّعَينِ.

٢) $\frac{\text{س}^4}{٢٢٥} - ١٤٤ = \left(\frac{\text{س}^2}{١٥}\right)^2 - (١٢)^2$ الفرقُ بينَ مربَّعَينِ.

$= \left(\frac{\text{س}^2}{١٥} - ١٢\right)\left(\frac{\text{س}^2}{١٥} + ١٢\right)$ تحليلُ الفرقِ بينَ مربَّعَينِ.

أحاولُ أُحلِّلُ ما يأتي:

١) س^{٢} - ٣٦ ‏ ‏ ‏ ‏ ٢) س^{٢} - $\frac{١}{٤}$

مثالٌ (٢) أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) (س – ٣)^{٢} – ٤ ‏ ‏ ‏ ‏ ٢) س^{٣} – س

الحلُّ:

١) (س – ٣)^{٢} – ٤ = (س – ٣)^{٢} – (٢)^{٢} ‏ ‏ الفرقُ بينَ مربَّعَينِ.

= ((س – ٣) – ٢) ((س – ٣) + ٢) ‏ ‏ تحليلُ الفرق بينَ مربَّعَينِ.

= (س – ٥) (س – ١) ‏ ‏ بتجميعِ الحدودِ المتشابهة.

٢) س^{٣} – س = س (س^{٢} – ١) ‏ ‏ إخراجُ (س) عاملًا مشتركًا.

= س (س – ١) (س + ١) ‏ ‏ تحليلُ المقدارِ س^{٢} - ١ فرقًا بينَ مربَّعَينِ.

أحاولُ أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) (س + ٤)^{٢} – ٣٦ ‏ ‏ ‏ ‏ ٢) س^{٤} - ٤س^{٢}

أختبرُ تعلُّمي

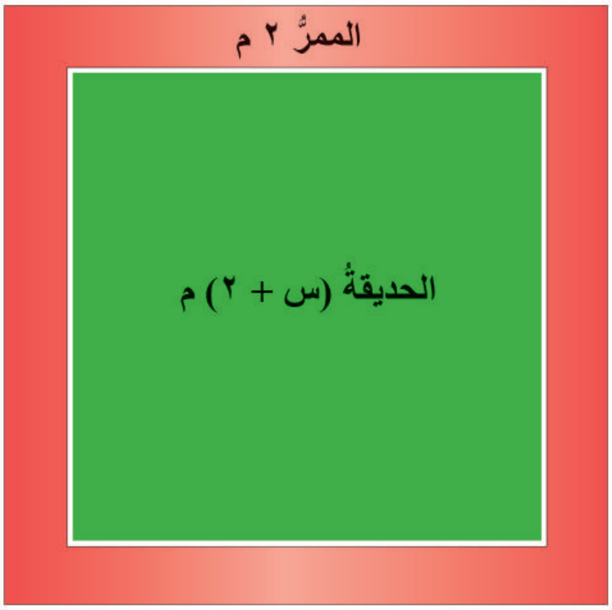
١) أُحلِّلُ ما يأتي:

أ) س^{٢} – ١٢١   ب) ٢س^{٢} – ٢٠٠   جـ) س^{٥} – س^{٣}

٢) أكتبُ مثالًا لفرقٍ بينَ مربَّعَينِ، وأُحلِّلُهُ.

٣) قالَ أسعدُ إنَّ تحليلَ مقدارٍ جبريٍّ يُغيِّرُ منْ قيمةِ المقدارِ. هلْ هوَ على صوابٍ؟ أُبرِّرُ إجابَتي.

٤) حديقةٌ مربَّعةُ الشكلِ طولُ ضلعِها بالأمتارِ (س + ٢)، يُحيطُ بها ممرٌّ عرضُهُ ٢م. ما مِساحةُ هذا الممرِّ؟



مساحةُ المربَّعِ = (طولَ الضلعِ)^{٢}

٥) باستعمالِ الفرقِ بينَ مربَّعَينِ؛ أجدُ زوجًا منَ العواملِ للعددِ ٩٩

ثانيًا: مجموعُ مكعَّبَينِ وتحليلُهُ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- تحليلُ مجموعِ مكعَّبَينِ.
- تحليلُ الفرقِ بينَ مكعَّبَينِ.

خزّانــا مــاءٍ مكعَّبــا الشــكلِ ممتلئــانِ، طــولا حرفَيْهِمــا بالأمتــارِ علــى التوالــي: ص، ٢، أُفرغَ المــاءُ الــذي فيهِمــا فــي خــزّانٍ ثالــثٍ علــى شــكلِ متــوازي مســتطيلاتٍ، ارتفاعُــهُ يُســاوي (ص+ ٢) متــرًا. مــا مِســاحةُ قاعدتِــهِ؟

أتعلَّمُ

يُسمّى المقدارُ $س^{٣} + ص^{٣}$ مجموع مكعَّبَينِ.

تحليلُ $س^{٣} + ص^{٣} = (س + ص)\ (س^{٢} - س\ ص + ص^{٢})$.

أيْ إنَّ تحليلَ مجموعِ مكعَّبَينِ يُساوي:

(الحدَّ الأوَّلَ + الحدِّ الثاني) (مربَّعِ الحدِّ الأوَّلِ - الحدِّ الأوَّلِ × الحدِّ الثاني + مربَّعِ الحدِّ الثاني)

أتذكَّرُ

مكعَّبُ العددِ هوَ حاصلُ ضربِ العددِ في نفسِهِ ثلاثَ مرّاتٍ.

مكعَّبُ ٥ = ٥ × ٥ × ٥ = ١٢٥

مكعَّبُ ص = ص × ص × ص

$= ص^{٣}$

مثالٌ (١)

أحلِّلُ ما يأتي:

١) $س^{٣} + ١٢٥$ ٢) $٣٢\ س^{٣} + ٤$

الحلُّ:

١) $س^{٣} + ١٢٥ = (س)^{٣} + (٥)^{٣}$ كتابةُ المقدارَينِ على صورةِ مكعَّباتٍ كاملةٍ.

$= (س + ٥)\ (س^{٢} - ٥\ س + ٢٥)$ تحليلُ مجموعِ مكعَّبينِ.

٢) $٣٢\ س^{٣} + ٤ = ٤\ (٨\ س^{٣} + ١)$ إخراجُ ٤ عاملًا مشتركًا.

$= ٤\ ((٢س)^{٣} + (١)^{٣})$ كتابةُ الحدودِ على صورةِ مكعَّباتٍ كاملةٍ.

$= ٤\ (٢\ س + ١)\ ((٢\ س)^{٢} - ٢\ س × ١ + (١)^{٢})$ تحليلٌ.

$= ٤\ (٢\ س + ١)\ (٤\ س^{٢} - ٢\ س + ١)$ $(٢\ س)^{٢} = ٢^{٢} × س^{٢}$

أحاولُ أُحَلِّلُ $٥\ ل^{٣} + ٤٠$

مثالٌ (٢) أحلِّلُ $(س + ١)^٣ + \frac{٢٧}{٨}$

الحلُّ:

$(س + ١)^٣ + \frac{٢٧}{٨} = (س + ١)^٣ + (\frac{٣}{٢})^٣$ كتابةُ المقدارِ على صورةِ مجموعِ مكعَّبَينِ.

$= ((س + ١) + \frac{٣}{٢})((س + ١)^٢ - (س + ١) \times \frac{٣}{٢} + (\frac{٣}{٢})^٢)$ تحليلٌ.

$= (س + \frac{٥}{٢})((س + ١)^٢ - \frac{٣}{٢}س - \frac{٣}{٢} + \frac{٩}{٤})$ تبسيطٌ.

$= (س + \frac{٥}{٢})((س + ١)^٢ - \frac{٣}{٢}س + \frac{٣}{٤})$ $\quad -\frac{٣ \times ٢}{٢ \times ٢} + \frac{٩}{٤} = \frac{-٦ + ٩}{٤} = \frac{٣}{٤}$

$= (س + \frac{٥}{٢})(س^٢ + ٢س + ١ - \frac{٣}{٢}س + \frac{٣}{٤})$ تبسيطُ المقدارِ $(س+١)^٢$

$= (س + \frac{٥}{٢})(س^٢ + \frac{١}{٢}س + \frac{٧}{٤})$ تجميعُ الحدودِ المتشابهةِ.

أحاولُ أحلِّلُ $(س + ٨)^٣ + \frac{١}{٦٤}$

يُسمّى المقدارُ $س^٣ - ص^٣$ **فرقًا بينَ مكعَّبَينِ**. ويُحلَّلُ الفرقُ بينَ المكعَّبينِ بالرموزِ على الصورةِ:

$س^٣ - ص^٣ = (س - ص)(س^٢ + س ص + ص^٢)$، وبالكلماتِ:

(الحدُّ الأوَّلُ - الحدُّ الثاني) (مربَّعُ الحدِّ الأوَّلِ + الحدِّ الأوَّلِ × الحدِّ الثاني + مربَّعُ الحدِّ الثاني)

مثالٌ (٣)

أحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي إلى عواملِهِ:

١) $٤٠ س^٣ - ٥$ ٢) $ل^٣م^٦ - ن^٣$

الحلُّ:

١) $٤٠س^٣ - ٥ = ٥ (٨ س^٣ - ١)$ إخراجُ ٥ عاملًا مشتركًا.

$= ٥ ((٢ س)^٣ - (١)^٣)$ فرقٌ بينَ مكعَّبَي المقدارَينِ ٢ س، ١

$= ٥ (٢ س - ١) ((٢ س)^٢ + ٢ س \times ١ + ١^٢)$ تحليلٌ.

$= ٥ (٢ س - ١) (٤س^٢ + ٢ س + ١)$ تجميعُ الحدودِ المتشابهةِ.

٢) $ل^٣م^٦ - ن^٣ = ((ل م^٢)^٣ - (ن)^٣)$ الفرقُ بينَ المكعَّبَينِ ل $م^٢$، ن.

$= (ل م^٢ - ن) ((ل م^٢)^٢ + (ل م^٢) \times ن + ن^٢)$ تحليلُ الفرقِ بينَ مكعَّبَينِ.

$= (ل م^٢ - ن) (ل^٢م^٤ + ل م^٢ ن + ن^٢)$ أكتبُ المقدارَ في أبسطِ صورةٍ.

أحاولُ أُحلِّلُ $١٢٥ س^٣ - ٦٤ ص^٣ ع^٣$

أتذكَّرُ

$(س ص)^ن = س^ن ص^ن$

$(س^ن)^م = س^{ن×م}$

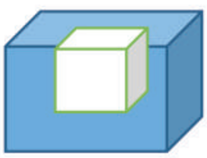
أختبرُ تعلُّمي

١) أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

المقدارُ الجبريُّ	تحليلُ المقدارِ
$س^٣ - ٠,٠٠١$	$(س - ٠,١)(س^٢ + ٠,١ س + ٠,٠١)$
$ص^٣ - ن^٦$	....
$٢٧ع^٣ - ١$	....
$٤ س^٤ - ٣٢ س$	....
$٠,١٢٥ س^٣ - ٨$	....
$ص^٩ - ١$	....

٢) أُحلِّلُ $س^٦ - ع^٦$ بطريقتَينِ مختلفتَينِ وأُوضِّحُهُما.

٣) صندوقٌ على شكلِ مكعَّبٍ طولُ ضلعِهِ بالسنتيمتراتِ (س + ٣)، وُضِعَ في داخلِهِ مكعَّبٌ طولُ ضلعِهِ بالسنتيمتراتِ (س + ١). ما الجزءُ المتبقّي منَ الصندوقِ؟



ثالثًا: تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟ ٩
- العبارةُ التربيعيَّةُ.
- تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

لوحـةٌ مسـتطيلةُ الشـكلِ مِسـاحتُها بالوحـداتِ المربَّعـةِ (س^٢ + ٤ س + ٣). إذا كانَ طولُهـا (س + ٣) وحـدةَ طـولٍ؛ فمـا عرضُـهـا؟

يُسمّى المقدارُ **أ س^٢ + ب س + جـ** ، أ ≠ ٠ ، أ ، ب ، ج أعدادٌ حقيقيَّةٌ؛ **العبارةَ التربيعيَّة**.

تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

- أوَّلًا: إذا كانَ معاملُ س^٢ ، أ = ١
- ثانيًا: إذا كانَ معاملُ س^٢ ، أ ≠ ١

مثالٌ (١)

أحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^٢ + ٥س + ٦ ٢) س^٢ - ١١س + ٢٤ ٣) س^٢ + ٣ س – ٤

الحلُّ:

١) س^٢ + ٥ س + ٦

= (س + ٢) (س + ٣) البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٦، وناتجُ جمعِهما ٥ (هما: ٢ و٣).

٢) س^٢ - ١١س + ٢٤

= (س – ٣) (س – ٨) البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٢٤، وناتجُ جمعِهما ـ١١ (هما: ـ٣، ـ٨).

٣) س^٢ + ٣ س – ٤ البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ـ٤ وناتجُ جمعِهما ٣ (هما: ـ١، ٤).

ـ س

= (س – ١) (س + ٤) للتأكُّدِ منَ الحدِّ الأوسطِ؛ نضربُ الحدَّينِ على الطرفَينِ والحدَّينِ الأوسطَينِ ونجمعُهُما (ـ س + ٤ س = ٣ س).

+ ٤س

+ ٣س

أحاولُ أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^{٢} + ٧ س + ١٢ ٢) س^{٢} - ٨ س + ١٦ ٣) س^{٢} – ٤ س - ٦٠

مثالٌ (٢)

أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) ٣ س^{٢} + ٤ س + ١ ٢) ٢ س^{٢} – ٧ س -٤

الحلُّ:

١) ٣س^{٢}+ ٤ س + ١

+ س

= (٣ س + ١) (س+ ١)

+٣س

تحليلُ ٣ س^{٢} إلى عواملِها وتحليلُ الحدِّ المطلقِ إلى عواملِهِ؛ معَ مراعاةِ إشاراتِ الحدودِ.

أتأكَّدُ منَ التحليلِ؛ بضربِ الحدَّينِ في الطرفَينِ والحدَّينِ الأوسطَينِ ثمَّ أجمعُهُما.

٢) ٢ س^{٢} – ٧س -٤

٢س× - ٤

= (٢ س +١)(س – ٤)

١×س

للتأكُّدِ منَ الحدِّ الأوسطِ: (حاصلُ ضربِ الطرفَينِ + حاصلِ ضربِ الوسطَينِ = الحدَّ الأوسطَ).

أحاولُ أُحلِّلُ ما يأتي إلى عواملِهِ:

١) ٢ س^{٢} + ١٠ س + ٨ ٢) ٥ س^{٢} + ٤٥ س + ٧٠

أختبرُ تعلُّمي

١) أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي، وأجدُ البطاقةَ الصحيحةَ:

أ) س^{٢} + ١٤س – ٣٢

(س + ٨) (س – ٤)	(س + ٢) (س – ١٦)	(س + ١٦) (س – ٢)	(س + ٨) (س + ٤)

ب) س^{٢} + ١١س + ٢٨

(س + ٧) (س + ٤)	(س + ٢) (س + ١٤)	(س + ١٤) (س + ١٤)	(س + ٤) (س - ٧)

جـ) ٦ س^{٢} – س – ٢

(٢س + ١) (٣س – ٢)	(٢س - ٣) (٢س + ١)	(٢س - ١) (٣س + ٢)	(٦س - ١) (س - ٢)

٢) أجدُ ٣ قِيَمٍ للرمزِ (ك) لتُصبحَ العبارةُ التربيعيَّةُ الآتيةُ قابلةً للتحليلِ إلى العواملِ، ثمَّ أُحلِّلُ كلَّ حالةٍ:

س^{٢} – ٣ س + ك

٣) أكتبُ تعبيرًا جبريًّا يُمثِّلُ محيطَ لوحِ خلايا شمسيَّةٍ مستطيلةِ الشكلِ، مِساحتُها (س^{٢}+٢٤س – ٨١) وحدةً مربَّعةً.

٤) ما قِيَمُ (ك) التي تجعلُ تحليلَ كلٍّ ممّا يأتي صحيحًا:

أ) س^{٢} + ك س – ١٩ = (س - ١٩) (س + ١).

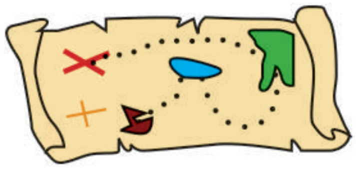
ب) ٢ س^{٢} + ك س - ٢١ = (٢ س – ٣) (س + ٧).

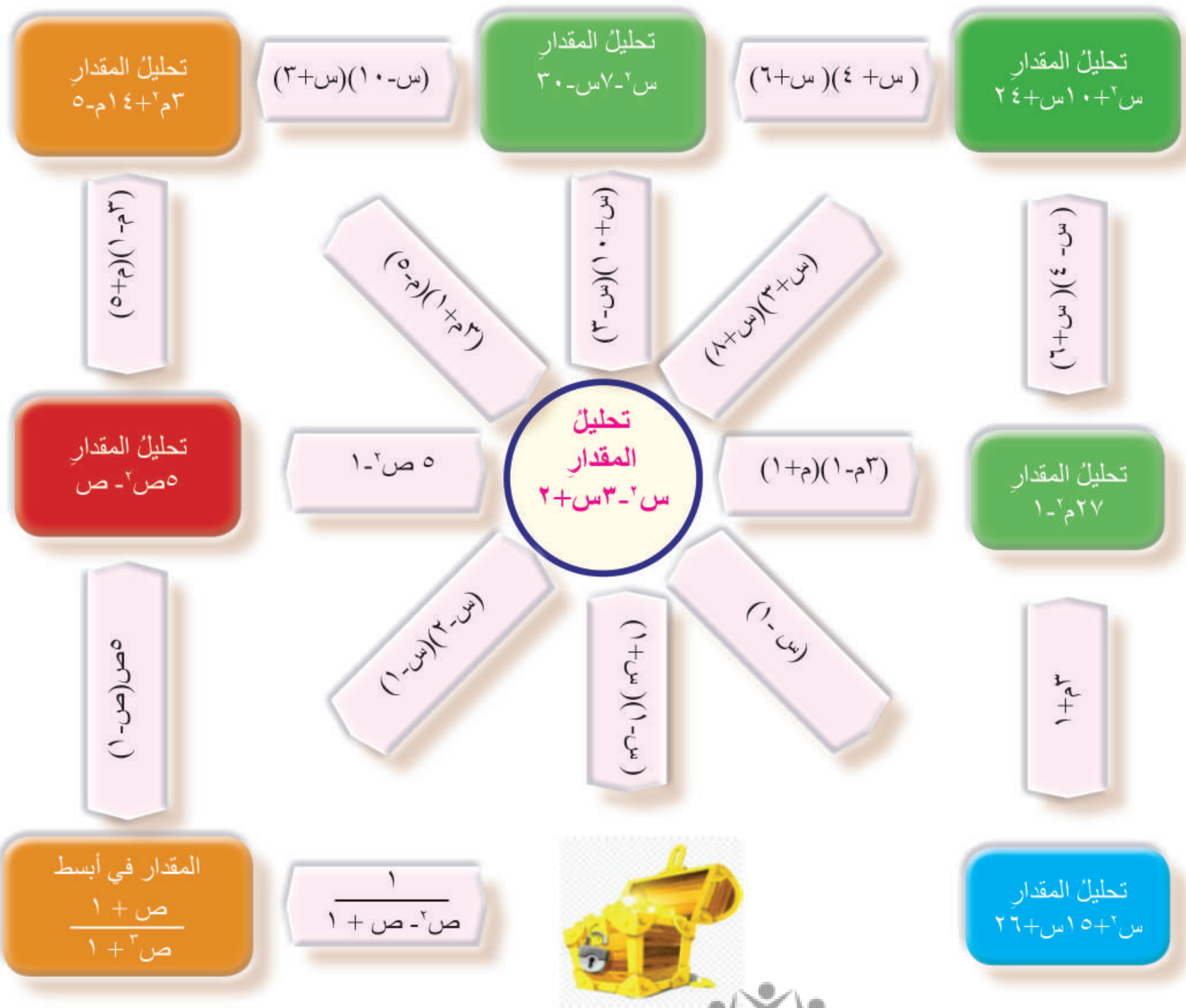
٥) أنا أحدُ عواملِ العبارةِ التربيعيَّةِ ٥ س^{٢}-٢١ س+ ٤، إذا كان أحد العوامل (س–٤)؛ فما العاملُ الآخرُ؟

لعبةٌ

لعبةُ المتاهةِ

لا تنظرْ إلى الخلفِ، ولا تُعدِ الطريقَ مرَّتَين.





المجالُ: الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحورُ: الاقتراناتُ والمعادلاتُ

١ الاقترانُ التربيعيُّ

- أتعرَّفُ الاقترانَ التربيعيَّ وصورتَهُ العامَّةَ:
ق (س) = أ س^{٢}+ ب س + جـ
حيثُ أ، ب ، جـ أعدادٌ حقيقيَّةٌ، أ ≠ صفرًا
- أتعرَّفُ مجالَ الاقترانِ التربيعيِّ ومداهُ.
- أُمثِّلُ الاقترانَ التربيعيَّ بيانيًّا.

كيفَ أجدُ القيمةَ العظمى للاقترانِ:
ق (س) = - س^{٢} - ٤س + ١ ؟

٢ حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ

- أتعرَّفُ الصورةَ القياسيَّةَ للمعادلةِ التربيعيَّةِ.
- أحلُّ المعادلةَ التربيعيَّةَ.

هلْ توجدُ معادلةٌ تربيعيَّةٌ ليسَ لَها حلولٌ حقيقيَّةٌ؟ أُبرِّرُ إجابَتي.

أختبرُ نفسي

(١) إذا كانَ ق (س) = ٣ س + ١ ؛ فأُجيبُ بـ (نَعم أوْ لا):

أ) ( ) الاقترانُ (ق) اقترانٌ خطِّيٌّ مجالُهُ ومداهُ مجموعةُ الأعدادِ الحقيقيَّةِ.

ب) ( ) ق (-١) = ٤

جـ) ( ) ق (٢) = ٧

د) ( ) نقطةُ تقاطعِهِ معَ محورِ (ص) هيَ: (٠، ١).

(٢) أُمثِّلُ الاقترانَ هـ (س) = ٢ س + ٦ بيانيًّا.

أتذكَّرُ

مثالٌ (١): أكتبُ الصورةَ العامَّةَ للاقترانِ الخطِّيِّ. وأجدُ مقطعيهِ السينيِّ والصاديِّ.

الحلُّ:

الصورةُ العامَّةُ للاقترانِ الخطِّيِّ:

ق (س) = أ س + ب حيثُ أ ≠ صفرًا، أ، ب أعدادٌ حقيقيةٌ.

المقطعُ السينيُّ عندَما ص = ٠ أي أس + ب = ٠

ومِنْها س = $\frac{-ب}{أ}$

المقطعُ الصاديُّ عندَما س = ٠ أيْ ق (٠) = ب

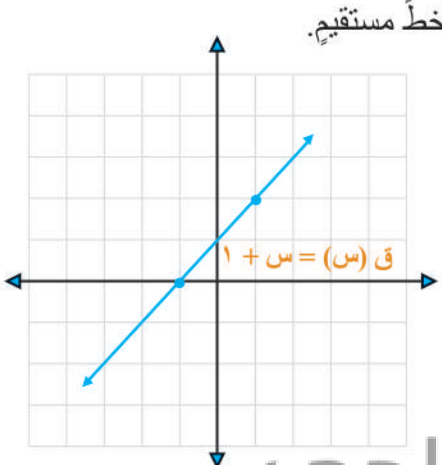
مثالٌ (٢): أُمثِّلُ الاقترانَ ق (س) = س + ١ بيانيًّا.

الحلُّ:

- أختارُ قِيَمًا لـ (س)، وأُعوِّضُها في قاعدةِ الاقترانِ.

س	-١	١
ق (س)	٠	٢
(س، ص)	(-١، ٠)	(١، ٢)

- أعيِّنُ النقطتينِ على المستوى الإحداثيِّ، وأصلُ بينها بخطٍّ مستقيمٍ.



أوَّلًا: الاقترانُ التربيعيُّ

ماذا سأتعلَّمُ؟
- الاقترانُ التربيعيُّ.
- تمثيلُ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا.
- خصائصُ الاقترانِ التربيعيِّ.

رمتْ لاعبةٌ كرةً فاتَّخذتْ مسارًا وفقَ العلاقةِ ل = ٢٠ن – ٥ن^{٢} حيثُ (ن) الزمنُ بالثواني، (ل) ارتفاعُ الكرةِ بالأقدامِ.
ما أقصى ارتفاعٍ ستصلُ إليهِ الكرةُ؟

تعلمتُ سابقًا الاقترانَ الخطِّيَّ، وسأتعلَّمُ الاقترانَ التربيعيَّ.

الاقترانُ التربيعيُّ اقترانٌ على الصورةِ:

ق (س) = أس^{٢}+ ب س + جـ ، حيثُ أ، ب ، جـ أعدادٌ حقيقيّةٌ، أ ≠ صفرًا، وتُسمّى **الصورةَ العامَّةَ للاقترانِ التربيعيِّ.**

ألاحظُ في ما يأتي التمثيلاتِ البيانيَّةَ لاقتراناتٍ تربيعيَّةٍ، وأملأُ الفراغَ أمامَ كلِّ تمثيلٍ:

الاقترانُ
علاقةٌ تربطُ كلَّ عنصرٍ في المجالِ، بعنصرٍ واحدٍ فقطْ في المدى.

١) الاقترانُ ق (س) = س^{٢} ، حيثُ أ = ١ ، ب = ٠ ، جـ = ٠ ،

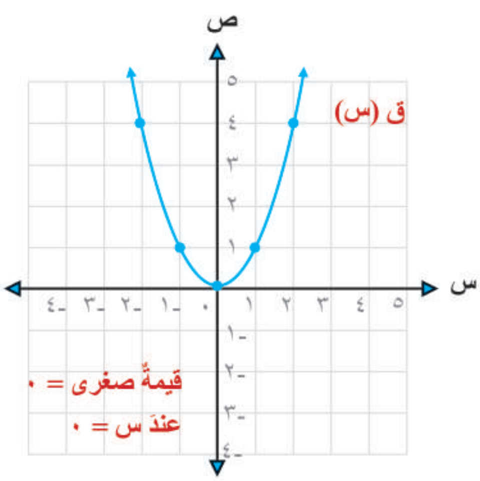
إشارةُ أ ....

مجالُ الاقترانِ ق ....، ومداهُ ....

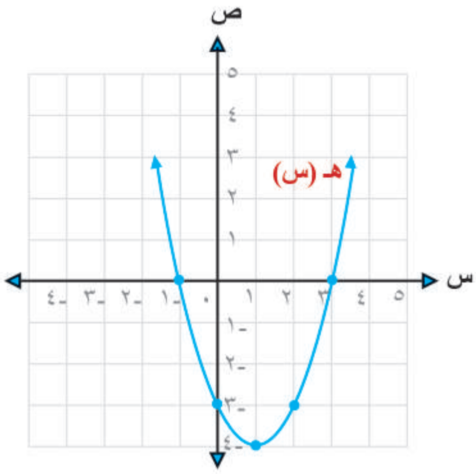
اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....



٢) الاقترانُ هـ (س) = $س^{٢}$ - ٢ س - ٣



أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

إشارةُ أ ....

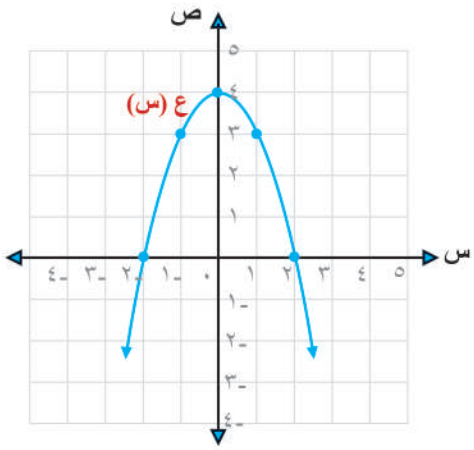
مجالُ الاقترانِ هـ ....، ومداهُ ....

اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....

٣) ع (س) = - $س^{٢}$ + ٤



أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

إشارةُ أ ....

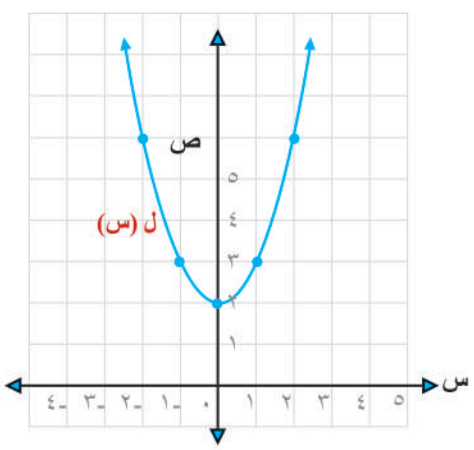
مجالُ الاقترانِ ع ....، ومداهُ ....

اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....

٤) ل (س) = $س^{٢}$ + ١



أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

إشارةُ أ ....

مجالُ الاقترانِ ل ....، ومداهُ ....

اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....

أُلاحظُ ممّا سبقَ أنَّ منحنى الاقترانِ تربيعيٌّ **مفتوحٌ للأعلى أوْ للأسفلِ**، ورأسُ المنحنى النقطةُ التي يكونُ للاقترانِ عندَها **قيمةٌ عظمى أوْ صغرى**، وإحداثيّاتُ رأسِ المنحنى هيَ ($\frac{-ب}{٢أ}$ ، ق ($\frac{-ب}{٢أ}$))، **ومحورُ التماثلِ** هوَ مستقيمٌ رأسيٌّ يمرُّ برأسِ المنحنى.

الصورةُ العامَّةُ للاقترانِ التربيعيِّ ق (س) = أ س٢ + ب س + جـ ، أ ≠ ٠ ، أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيةٌ.

أ موجبةٌ	مفتوحٌ للأعلى
المجالُ	ح
المدى	ص ≥ ق$(\frac{-ب}{٢أ})$
معادلةُ محورِ التماثلِ	س = $\frac{-ب}{٢أ}$

أ سالبةٌ	مفتوحٌ للأسفلِ
المجالُ	
المدى	
معادلةُ محورِ التماثلِ	

مثالٌ (١)

أُمثِّلُ الاقترانَ ق (س)= س^{٢} + ٢ س − ٤ بيانيًّا.

الحلُّ:

لتمثيلِ الاقترانِ بيانيًّا؛ أتَّبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

١) أُحدِّدُ معاملاتِ الحدودِ أ = ١ ، ب = ٢ ، جـ = -٤

٢) أجدُ إحداثيّا رأسِ القطعِ ($\frac{-٢}{٢(١)}$ ، ق ($\frac{-٢}{٢(١)}$)) = (-١ ، ق (-١))

ق (-١) = (-١)^{٢} + ٢ (-١) − ٤

= ١ + -٢ − ٤ = -٥

المستقيمُ الرأسيُّ

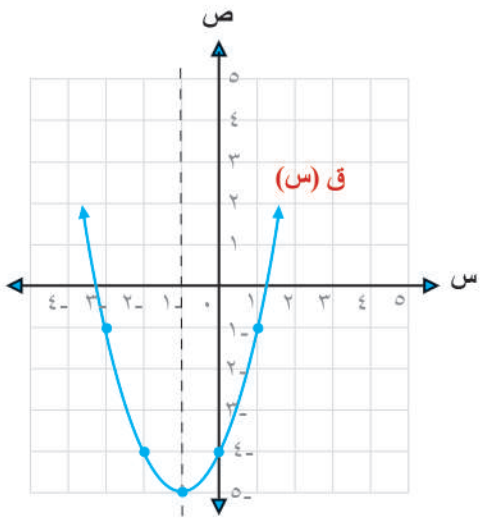
مستقيمٌ يوازي محورَ الصاداتِ، معادلتُهُ

س = أ

حيثُ أ عددٌ حقيقيٌّ.

٣) أُنشئُ جدولًا للنقاطِ، ثمَّ أُعيِّنُها على المستوى الإحداثيِّ.

س	١	٠	-١	-٢	-٣
ق(س)	-١	-٤	-٥	-٤	-١



مجالُ الاقترانِ يساوي ح، مدى الاقترانِ هو ص ≥ -٥،
معادلةُ محورِ التماثلِ س = -١

أحاولُ أُمثِّلُ الاقترانَ ك (س) = ٩ – س^٢^، وأذكرُ المجالَ والمدى ومعادلةَ محورِ التماثلِ.

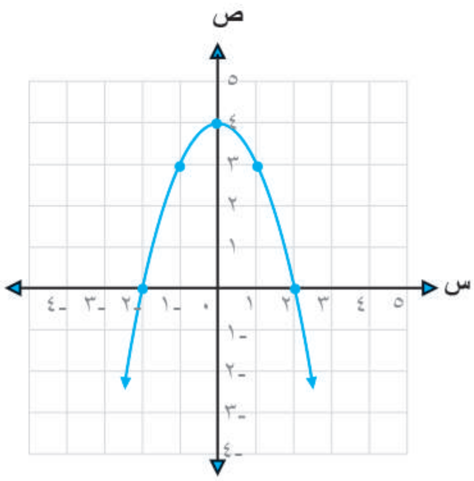
أختبرُ تعلُّمي

١) أُمثِّلُ بيانيًّا الاقتراناتِ الآتيةَ:

أ) ق (س) = س^{٢} - ١

ب) هـ (س) = س^{٢}-٤س+١

٢) أدرسُ الرسمَ المجاورَ، ثمَّ أُجيبُ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:



أ) ما إحداثيّا رأسِ القطعِ؟

ب) للاقترانِ قيمةٌ عظمى أمْ صغرى؟ أُحدِّدُها.

جـ) ما مجالُ الاقترانِ؟

د) ما إشارةُ معاملِ س^{٢} ؟

هـ) ما نقاطُ التقاطعِ معَ محورِ س؟

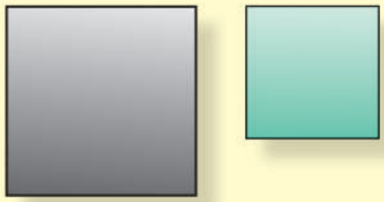
٣) أُطلقَ صاروخٌ إلى أعلى، وكانَ ارتفاعُهُ بالأمتارِ فوقَ سطحِ البحرِ بعدَ (ن) ثانيةً منْ إطلاقِهِ وفقَ العلاقةِ:
ل (ن) = - ٤ ن^{٢} + ١٦ ن + ٥٠٠٠؛ أجدُ أقصى ارتفاعٍ يبلغُهُ الصاروخُ.

ثانيًا: حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- المعادلةُ التربيعيَّةُ.
- حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- القانونُ العامُّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- مميِّزُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

مربَّعانِ يزيدُ طولُ أحدِهما على الثاني بالسنتيمتراتِ بمقدارِ ٣، وكانَ مجموعُ مساحتِهما بالسنتيمتراتِ المربَّعةِ ٢٦٩ ما طولُ ضلعِ كلٍّ منْهُما؟



الصورةُ العامَّةُ **للمعادلةِ التربيعيَّةِ** بمتغيِّرٍ واحدٍ هيَ: أس^٢ + ب س + جـ = ٠: أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيَّةٌ أ ≠ ٠

أمّا **حلُّ المعادلةِ** فهوَ إيجادُ قِيَمِ (س) التي تُحقِّقُ المعادلةَ، وتُسمّى جذورَ المعادلةِ. ويوجدُ عدَّةُ طرائقَ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.

حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ إلى العواملِ:

خطواتُ حلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ:

١) أكتبُ المعادلةَ التربيعيَّةَ بالصورةِ العامَّةِ أ س^٢ + ب س + جـ = ٠

٢) أُحلِّلُ المعادلةَ التربيعيَّةَ إلى عواملِها الأوَّليَّةِ؛ بكتابتِها على شكلِ حاصلِ ضربِ عبارتَينِ خطِّيَّتَينِ.

٣) أستعملُ الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ.

٤) أحلُّ المعادلتَينِ الخطِّيَّتَينِ التي حصلتُ عليهما في الخطوةِ السابقةِ.

أتعلَّمُ

إذا كانَ أ، ب عددَينِ حقيقيَّينِ، وكانَ أ×ب = صفرًا؛ فإنَّ أ = صفرًا أوْ ب = صفرًا أوْ كلَيْهما يساوي صفرًا.

تُسمّى هذِهِ الخاصِّيَّةُ **الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ**.

مثالٌ (١)

أحلُّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^٢ - ٤ = ٥ 　　　　 ٢) س^٢ + ٧ س – ٨ = ٠

الحلُّ:

١) س^٢ – ٤ -٥ = ٠ 　　　　 كتابةُ المعادلةِ بالصورةِ العامَّةِ.

س^٢ – ٩ = ٠

(س – ٣) (س + ٣) =٠ 　　　　 تحليلُ المعادلةِ باستعمالِ الفرقِ بينَ مربَّعَينِ.

إمّا س – ٣ = ٠ ، ومنهُ س = ٣ 　　　　 استعمالُ الخاصِّيَّةِ الصفريَّةِ.

أوْ س + ٣ = ٠ ، ومنهُ س = -٣

إذنْ: مجموعةُ الحلِّ هيَ: {٣ ، -٣}.

٢) س^٢ + ٧ س – ٨ =٠

(س – ١) (س + ٨) = ٠ 　　　　 البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما (-٨) ومجموعُهُما (+٧).

إمّا س -١ = صفر ، ومنهُ س = ١ 　　　　 باستعمالِ الخاصِّيَّةِ الصفريَّةِ.

أوْ س + ٨ = ٠ ، ومنهُ س = -٨

مجموعةُ حلِّ المعادلةِ هيَ: {١ ، - ٨}.

أحاولُ 　 أجدُ حلَّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^٢ + ٣ س + ٢ = ٠ 　　　　 ٢) س^٢ -٤ س - ٥ = ٠

حلَّ المعادلةِ التربيعيَّةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ:

أتأمَّلُ المعادلاتِ الآتيةَ: ٢س^٢ – ٤ س – ١ = ٠، س^٢ – ٢ س - ١٠ = ٠، س^٢ +٣ س + ٧ = ٠

سأجدُ صعوبةً في حلِّ هذهِ المعادلاتِ بالتحليلِ إلى العواملِ الأوَّليَّةِ؛ لذا، **أستعملُ القانونَ العامَّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.**

أيُّ معادلـةٍ تربيعيَّـةٍ أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠، حيثُ أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيـةٌ، أ ≠ ٠، يُمكنُني حلُّها باستعمالِ القانونِ العامِّ للمعادلـةِ التربيعيَّـةِ، وهو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^{٢} - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

ويُسمّى المقدارُ ب^{٢} - ٤ أ جـ **مميِّزَ المعادلـةِ التربيعيَّـةِ** ويُرمزُ لـهُ بالرمز Δ: ب^{٢} - ٤ أ جـ ≤ ٠ (لماذا؟)

ألاحظُ أنَّ المميِّزَ يُمكنُ استعمالُهُ للكشفِ عنْ إمكانيَّةِ تحليلِ المعادلاتِ التربيعيَّةِ وتحديدِ عددِ الحلولِ الحقيقيَّةِ (إنْ وجدتْ).

إذا كانَ:

١) Δ > ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرَينِ حقيقيَّينِ مختلفَينِ.

٢) Δ < ٠ فإنَّهُ لا يوجدُ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذورٌ حقيقيَّةٌ.

٣) Δ = ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرًا حقيقيًّا مكرَّرًا هوَ $س = \frac{-ب}{٢أ}$

مثالٌ (٢)

أجدُ قيمةَ المميِّزِ للمعادلةِ التربيعيَّةِ ٣ س^{٢} – ٤ س = - ١٠، ثمَّ أتبيَّنُ إذا كانَ للمعادلةِ حلولٌ حقيقيَّةٌ.

الحلُّ:

٣ س^{٢} – ٤ س + ١٠ = ٠ — كتابةُ المعادلـةِ بالصورةِ العامَّةِ.

أ = ٣ ، ب = -٤ ، جـ = ١٠ — تحديدُ معاملاتِ الحدودِ

Δ = ب^{٢} - ٤ أ جـ — كتابةُ مميِّزِ المعادلةِ التربيعيَّةِ.

= (-٤)^{٢} – ٤ × (٣) × (١٠) — تعويضُ قِيَمِ أ ، ب ، جـ.

= ١٦ – ١٢٠

= - ١٠٤ المميِّزُ < ٠

∴ لا يوجدُ حلولٌ حقيقيَّةٌ للمعادلةِ التربيعيَّة

أحاولُ أجدُ قيمةَ المميِّزِ للمعادلةِ التربيعيَّةِ ٢ س^{٢} + ١ + ٣ س = ٠؛ ثمَّ أتبيَّنُ إذا كانَ للمعادلةِ حلولٌ حقيقيَّةٌ.

مثالٌ (٣)

أجدُ حلَّ المعادلةِ ٢ س^{٢} + ٣ س − ٣ = ٠ باستعمالِ القانونِ العامِّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ:

الحلُّ:

أ = ٢ ، ب = ٣ ، جـ = -٣ — تحديدُ معاملاتِ الحدودِ.

Δ = ب^{٢} − ٤ × أ × جـ — كتابةُ مميِّزِ المعادلةِ التربيعيَّةِ.

= (٣)^{٢} − ٤ (٢) (-٣) — تعويضٌ.

= ٩ + ٢٤ = ٣٣ > ٠

إذنْ: يوجدُ للمعادلةِ حلّانِ حقيقيّانِ.

$$\text{س} = \frac{-\text{ب} \pm \sqrt{\text{ب}^{2} - 4\,\text{أ}\,\text{جـ}}}{2\,\text{أ}}$$
كتابةُ القانونِ العامِّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.

$$\text{س} = \frac{-3 \pm \sqrt{33}}{4}$$
التعويضُ في القانونِ، ثمَّ التبسيطُ.

أحاولُ أجدُ حلَّ المعادلةِ س^{٢} - ٣ س = ٤ باستعمالِ القانونِ العامِّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ.

حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ على الصورةِ: (أ س + ب)^{٢} = جـ^{٢}

مثالٌ (٤)

أجدُ حلَّ المعادلةِ (س + ٤)^{٢} = ٣^{٢}

الحلُّ:

(س + ٤)^{٢} = ٣^{٢}

$\sqrt{(\text{س} + 4)^{2}} = \sqrt{3^{2}}$ — آخذُ الجذرَ التربيعيَّ لطرفَي المعادلةِ.

س + ٤ = ± ٣ — تطبيقُ القاعدةِ.

س + ٤ = ٣ ، ومنهُ س = -١ — حلُّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ.

أوْ س + ٤ = - ٣ ، ومنهُ س = -٧

فائدةٌ

$\sqrt{\text{س}^{2}}$ = | س |

إذا كانَ | س | = أ؛ حيثُ أ ≥ ٠ ، فإنَّ:

س = أ أو س = - أ

أحاولُ أحلُّ المعادلةَ (س – ٣)^{٢} – ٤٩ = ٠

أُفكِّرُ
هلْ للمعادلةِ س^{٢} = -٤ حلٌّ؟ لماذا؟

أختبرُ تعلُّمي

١) أحلُّ المعادلاتِ الآتيةَ:

أ) ٤ س^{٢} – ٢٥ = ٠ ب) ص^{٢} + ٦ = ٥ ص

٢) إذا كانتْ أ س^{٢} + ٤ س + ٣ = ٠، فأجدُ قيمةَ (أ) التي تجعلُ للمعادلةِ حلًّا وحيدًا.

٣) يُنتِجُ مصنعٌ للحديدِ والصلبِ قطعةً على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ أبعادُها بالسنتيمتراتِ: ٤، (س+٢)، (س+٢)، وحجمُها يُساوي ١٠٠ سم^{٣}. أجدُ قيمةَ (س).

٤) أحلُّ المعادلةَ ٣ س^{٢} + ٤ س – ١ = ٠

٥) ما العددُ الحقيقيُّ الذي ينقصُ مربَّعُهُ عنْ خمسةِ أمثالِهِ بمقدارِ ٤؟

٦) حلَّتْ بيانُ المعادلةَ (س + ١)^{٢} = ١٠٠ كالآتي:

(س + ١)^{٢} = ١٠٠
بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ
س + ١ = ١٠
س = ٩

أُبيِّنُ الخطأَ الذي وقعتْ فيهِ.

التقويمُ الختاميُّ

أمامي عددٌ منَ الأسئلةِ، لكلِّ سؤالٍ عددٌ منَ الخياراتِ أحدُها صحيحٌ، ولكلِّ خيارٍ عددٌ منَ النقاطِ. أستعملُ الجدولَ في الانتقالِ منْ مربَّعٍ إلى آخرَ حسبَ عددِ نقاطِ الإجابةِ. سأصلُ لهدفي إذا كانتْ إجاباتي جميعُها صحيحةً.

البداية	٢	٣	٤	٥	٦
٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨ النهاية

للاقترانِ ق (س) = ٢ س^{٢} + ٤ س + ٢
أ) قيمةٌ عظمى = صفرًا. (٤ نقاطٍ)
ب) قيمةٌ صغرى = صفرًا. (٣ نقاطٍ)
جـ) قيمةٌ صغرى = -٢ (نقطةٌ واحدةٌ)

مجموعةُ حلِّ المعادلةِ س^{٢} + ٥ س – ٨٤ = ٠ هيَ:
أ) {-١٢}. (٥ نقاطٍ)
ب) {-١٢ ، ٧}. (٤ نقاطٍ)
جـ) {١٢، -٧}. (نقطةٌ واحدةٌ)

حلُّ المعادلةِ: (س - ٦)^{٢} = ٨١ هوَ:
أ) س = ١٥ (٤ نقاطٍ)
ب) س = ٣ أو س = ١٥ (نقطتانِ)
جـ) س = ١٥ أو س = -٣ (نقطةٌ واحدةٌ)

للاقترانِ ق (س) = ٨ – س^{٢}
أ) قيمةٌ عظمى = ٨ (٣ نقاطٍ)
ب) قيمةٌ عظمى = صفرًا. (٤ نقاطٍ)
جـ) قيمةٌ صغرى = ٨ (نقطتانِ)

حلُّ المعادلةِ ٣ س^{٢} + ٦ س = ٩
أ) س= ٣ أو س = -٣ (٣ نقاطٍ)
ب) س = ١ أو س = -٣ (نقطتانِ)
جـ) س = ٣ أو س = -١ (٣ نقاطٍ)

مدى الاقترانِ ق (س) = س^{٢} + ٤ س، هوَ:
أ) ص ≤ -٢ (نقطتانِ)
ب) ص ≥ -٤ (٣ نقاطٍ)
جـ) ص ≥ -٢ (٥ نقاطٍ)

المعادلةُ التي ليسَ لَها حلولٌ حقيقيَّةٌ:
أ) س^{٢} – ٤ س + ١ = ٠ (٣ نقاطٍ)
ب) س^{٢} + ٤ س + ٦ = ٠ (نقطتانِ)
جـ) س^{٢} + ٣ س – ١١ = ٠ (٤ نقاطٍ)

المجال: الأعدادُ والعمليّاتُ

المحورُ: الأُسسُ النسبيَّةُ

١

الأُسسُ النسبيَّةُ وقوانينُها

- أتعرَّفُ قوانينَ الأُسسِ النسبيَّةِ.
- أحلُّ مسائلَ على قوانينِ الأُسسِ.

كيفَ أستعملُ قوانينَ الأُسسِ النسبيَّةِ، في تبسيطِ التعابيرِ العدديَّةِ؟

أختبرُ نفسي

١) أكتبُ كلًّا ممّا يأتي على صورةِ أُسسٍ:

أ) $\frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} \times \frac{١}{٧} =$ ______

ب) $\frac{-٣}{٤} \times \frac{-٣}{٤} \times \frac{-٣}{٤} \times \frac{٥}{٦} \times \frac{٥}{٦} =$ ______

٢) أكتبُ كلًّا ممّا يأتي على صورةِ أُسٍّ واحدٍ:

أ) $ع^{-٣} \times ع^{٥}$

ب) $س^{٤} \div س^{-٦}$

جـ) $١٠^{٩} \times ١٠^{-٩}$

د) $\frac{٨^{٦}}{٢^{٦}}$

هـ) $(\frac{-١}{٦})^{٧} \times (-٦)^{٧} =$

٣) أُحلِّلُ الأعدادَ الآتيةَ إلى عواملِها الأوَّليَّةِ، ثمَّ أكتبُها باستعمالِ الأُسسِ:

أ) ٣١٢٥

ب) -٢١٦

جـ) ٨٠٠٠

د) ١٠٢٤

أتذكَّرُ

مثالٌ (١): أكتبُ $(-٣ \times -٣ \times -٣ \times -٣)$ على صورةِ أُسسٍ.

الحلُّ:

الأساسُ = -٣ ، الأسّ = ٤

$\therefore -٣ \times -٣ \times -٣ \times -٣ = (-٣)^{٤}$

مثالٌ (٢): أكتبُ كلًّا ممّا يأتي على صورةِ أُسٍّ واحدٍ:

أ) $٨^{٤} \times ٨^{٦}$ ب) $٥^{-٣} \div ٥^{٤}$

الحلُّ:

أ) $٨^{٤} \times ٨^{٦} = ٨^{٤+٦} = ٨^{١٠}$

ب) $٥^{-٣} \div ٥^{٤} = ٥^{-٣-٤} = ٥^{-٧}$

مثالٌ (٣): أُحلِّلُ العددَ ٢٤٣ إلى عواملِهِ الأوَّليَّةِ، ثمَّ أكتبُهُ باستعمالِ الأُسسِ.

الحلُّ:

أستعملُ القسمةَ المتكرِّرةَ:

٢٤٣	٣
٨١	٣
٢٧	٣
٩	٣
٣	٣
١	

$\therefore$ العددُ $٢٤٣ = ٣^{٥}$

أوَّلًا: الأُسسُ النسبيَّةُ وقوانينُها

ماذا سأتعلَّمُ؟

- الأُسسُ النسبيَّةُ.
- قوانينُ الأُسسِ.
- تبسيطُ التعابيرِ.

هلْ أنا بارعٌ بلعبِ المكعَّبِ السحريِّ (روبيك)؟

إذا علمتُ أنَّ حجمَ المكعَّبِ السحريِّ المسموحَ بهِ في المباراةِ هوَ ٢٧٠٠٠ مم^{٣}، فما طولُ ضلعِ هذا المكعَّبِ؟

نشاطٌ أتأمَّلُ البطاقاتِ الآتيةَ، وأملأُ الفراغَ في كلٍّ مِنْها:

$٨^{٣}$	$٨^{-٣}$	$٨^{\frac{١}{٣}}$
$٨ \times ٨ \times ٨ = \square$	$\frac{١}{٨} \times \frac{١}{\square} \times \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square}$	؟

ألاحظُ أنَّ:

البطاقتَينِ الأولى والثانيةَ، تحتوي على أُسسٍ لأعدادٍ صحيحةٍ وقدْ درستُها سابقًا. ولكنْ، كيفَ سأجدُ الحلَّ في البطاقةِ الثالثةِ؟ ما نوعُ الأُسِّ فيها؟

تُكتَب $(٨)^{\frac{١}{٣}}$ على الصورةِ $\sqrt[٣]{٨}$ ويُسمّى $(\frac{١}{٣})$ **أُسًّا نسبيًّا.**

أتعلَّمُ

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$ (إذا كانَ (ن) عددًا زوجيًّا موجبًا، و(س) عددًا حقيقيًّا ليسَ سالبًا).

$\sqrt[ن]{س} = س^{\frac{١}{ن}}$ (إذا كانَ (ن) عددًا فرديًّا موجبًا، و(س) عددًا حقيقيًّا).

مثلُ: $\sqrt[٤]{١٣^{٣}} = (١٣)^{\frac{٣}{٤}}$

دليلُ الجذرِ   الأُسُّ   الأُسُّ النسبيُّ

مثالٌ (١)

أكتبُ $\sqrt[٣]{\frac{-١}{٦٤}}$ على صورةِ أُسسٍ نسبيَّةٍ، ثم أجدُ قيمتَها:

الحلُّ: $\sqrt[٣]{\frac{-١}{٦٤}} = (\frac{-١}{٦٤})^{\frac{١}{٣}} = \frac{-١}{٤}$

أحاولُ أجدُ قيمةَ كلٍّ منْ: $(٦٢٥)^{\frac{١}{٤}}$ ، $\sqrt[٦]{\frac{٧٢٩}{٦٤}}$

إذا كانَ (س) عددًا حقيقيًّا، وكانَ (م)، (ن) عددَينِ نسبيَّينِ؛ فإنَّ:

- $\text{س}^{\text{م}} \times \text{س}^{\text{ن}} = \text{س}^{\text{م}+\text{ن}}$
  - $(٧)^{\frac{٣}{٢}} \times (٧)^{\frac{١}{٢}} = ٧^{\frac{٣}{٢}+\frac{١}{٢}}$
  - $٧^{\frac{٤}{٢}} = ٧^{٢} = ٤٩$
- $\frac{\text{س}^{\text{م}}}{\text{س}^{\text{ن}}} = \text{س}^{\text{م}-\text{ن}}$ ، س $\neq$ صفرًا
  - $\frac{(\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{٨}}{(\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{-٤}}$
  - $= (\sqrt{١١} - \sqrt{١٠})^{١٢}$
- $(\text{س}^{\text{م}})^{\text{ن}} = (\text{س}^{\text{ن}})^{\text{م}} = \text{س}^{\text{ن}\times\text{م}}$
  - $\sqrt{(١١^{٤})^{٣}} = ١١^{٦}$
  - $(١١^{١٢})^{\frac{١}{٢}} = ١١^{٦}$

أحاولُ أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

$(٦٤)^{\frac{١}{٣}} \times (٦٤)^{\frac{١}{٦}}$ ، $\frac{(\sqrt{٧} - \sqrt{٣})^{١٨}}{(\sqrt{٧} - \sqrt{٣})^{١٦}}$ ، $\sqrt[٣]{(٢^{٦})^{-٤}}$

إذا كانَ (س) و(ص) عددَينِ حقيقيَّينِ، حيثُ س $\neq$ ٠، ص $\neq$ ٠، وكانَ (م) عددًا نسبيًّا؛ فإنَّ:

- $\text{س}^{\text{م}} \times \text{ص}^{\text{م}} = (\text{س}\times\text{ص})^{\text{م}}$
  - $٢^{\frac{١}{٩}} \times ٧^{\frac{١}{٩}}$
  - $= (٢\times٧)^{\frac{١}{٩}} = ١٤^{\frac{١}{٩}}$
- $\frac{\text{س}^{\text{م}}}{\text{ص}^{\text{م}}} = \left(\frac{\text{س}}{\text{ص}}\right)^{\text{م}}$
  - $\left(\frac{-٣٢}{٢٤٣}\right)^{\frac{١}{٥}}$
  - $= \frac{-٢}{٣}$
- $\text{س}^{٠} = ١$
  - $\text{س}^{٨} \div \text{س}^{٨}$
  - $\text{س}^{٨-٨} = \text{س}^{٠}$ $= ١$
- $\text{س}^{-\text{م}} = \frac{١}{\text{س}^{\text{م}}}$
  - $٦^{-٢} = \frac{١}{٦^{٢}}$
  - $= \frac{١}{٣٦}$
- إذا كانَ (م) عددًا طبيعيًّا، و(ن) عددًا نسبيًّا، و(س) عددًا حقيقيًّا موجبًا؛ فإنَّ:
  - $\sqrt[\text{م}]{\text{س}^{\text{ن}}} = (\sqrt[\text{م}]{\text{س}})^{\text{ن}}$
  - $= (\text{س}^{\text{ن}})^{\frac{١}{\text{م}}} = \text{س}^{\frac{\text{ن}}{\text{م}}}$

يمكنُني تبسيطُ العباراتِ التي تتضمَّنُ أُسسًا نسبيَّةً؛ عنْ طريقِ: تحويلِ الأُسسِ السالبةِ إلى موجبةٍ، ثمَّ التبسيطِ باستعمالِ قوانينِ الأُسسِ.

مثالٌ (٢) أجدُ قيمةَ المقدارِ الآتي في أبسطِ صورةٍ: ($\sqrt[٩]{\frac{٣^{٢٠} \times ٥^{-٩}}{٣^{١١}}}$)

الحلُّ: $\sqrt[٩]{٣^{٢٠-١١} \times ٥^{-٩}} = \sqrt[٩]{٣^{٩} \times ٥^{-٩}}$ تبسيطُ ما داخلَ الجذرِ باستعمالِ قوانينِ الأُسسِ.

$= (٣^{٩} \times ٥^{-٩})^{\frac{١}{٩}}$ تحويلُ الجذرِ إلى أُسٍّ نسبيٍّ.

$= (٣^{\frac{٩}{٩}} \times ٥^{\frac{-٩}{٩}}) = ٣^{١} \times ٥^{-١} = \frac{٣}{٥}$ تغييرُ الأُسِّ السالبِ إلى موجبٍ ($٥^{-١} = \frac{١}{٥}$).

أحاولُ أجدُ قيمةَ المقاديرِ الآتيةِ في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\left(\frac{٤^{٥} \times ٧^{٦}}{٧^{-٤} \times ٤^{-٣}}\right)^{\frac{١}{٢}}$

ب) $\sqrt[٥]{\frac{٨^{٥} \times ٩^{١٥}}{(٢\times٤)^{١٠}}}$

أختبرُ تعلُّمي

١) أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي:

أ) $(٢٥)^{\frac{٣}{٢}}$

ب) $(٦٤)^{\frac{-٤}{٣}}$

جـ) $\frac{(٣٢)^{\frac{١}{٣}}}{\sqrt[٣]{٤}}$

د) $(\sqrt[٧]{١٣})^{-٧}$

٢) أجدُ قيمةَ كلٍّ ممّا يأتي في أبسطِ صورةٍ:

أ) $\frac{(\sqrt{١١}-\sqrt{٦})^{-٥}}{(\sqrt{١١}-\sqrt{٦})^{-١٠}}$

ب) $\left(\frac{١}{(\sqrt{٣})^{-٥}}\right)^{٢}$

جـ) $\sqrt{٨^{-٦} \times (٨^{-٤})^{٢}}$

د) $\sqrt[٣]{\frac{(٢\times٥)^{٧} \times ٢^{٦}}{١٠^{٣} \times ٨٠}}$

٣) أجابَ رشيدٌ عنْ ورقةِ عملٍ خاصَّةٍ بقوانينِ الأسسِ كالآتي، أُساعدُهُ على الحكمِ على صحَّةِ إجابةِ كلِّ سؤالٍ؛ موضحًا ذلكَ في العمودِ الثاني منَ الجدولِ:

السؤالُ	الإجابةُ (معَ التوضيحِ)
$٤^{٠,٢٥} \times ٤^{٠,٧٥} = ٤$	
$ع^{-٧} \div ع^{١٠} = ع^{٣}$	
$\sqrt[٦]{س^{-٦}} = -\ س$	
$(-٣\ ل^{٣})^{٢} = -٣\ ل^{٦}$	
$\sqrt{ص^{-٨} \times (ص^{-٢})^{٣}} = ص^{٧}$	
$\sqrt[٥]{٥} + \sqrt[٥]{٥} = \sqrt[١٠]{٥}$	
$\left(\sqrt[٤]{\frac{٤٥}{١٢٥}}\right)^{٢} = \frac{٣}{٥}$	

مسألةٌ مفتوحةٌ: أكتبُ مسألةً رياضيَّةً تعتمدُ على الأُسسِ، تُوضِّحُ انتشارَ فيروسِ كورونا.

أمسحُ رمزَ الاستجابةِ السريعةِ المجاورَ؛ لمشاهدةِ الفيديو الذي يشرحُ النموَّ المتسارعَ لفيروسِ كورونا.

أبحثُ عنْ اسمِ العالِمِ المسلمِ الذي يُعدُّ أوَّلَ منْ استعملَ الأُسسَ السالبةَ، وعنْ اسمِ أوَّلِ عالِمٍ استعملَ الأُسسَ النسبيَّةَ في الرياضيّاتِ.

نشاطٌ أُجيبُ عنْ كلِّ سؤالٍ في ما يأتي:

المجالُ: الهندسةُ والقياسُ

المحورُ: الهندسةُ الإحداثيَّةُ

١

المسافةُ بينَ نقطتَينِ

- أجدُ المسافةَ بينَ نقطتَينِ في المستوى الإحداثيِّ.

كيفَ أجدُ طولَ نصفِ قطرِ دائرةٍ مركزُها (أ، ب)، وتمرُّ بالنقطةِ (س، ص)؟

٢

معادلةُ الخطِّ المستقيمِ

- أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ؛ إذا علمتُ ميلَهُ ونقطةً واقعةً عليهِ.
- أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ؛ إذا علمتُ نقطتَينِ عليهِ.

ما معادلةُ الخطِّ المستقيمِ الذي يمرُّ بالنقطتين (أ، ب)، (ل، ن)؟

أختبرُ نفسي

١) أجدُ طولَ الضلعِ الثالثِ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) المثلَّثُ هـ ع ل قائمُ الزاويةِ في ع، فيهِ

هـ ع = ٩ سم، ع ل = ١٢ سم،

فما طولُ هـ ل؟

ب) المثلثُ س ص ع قائمُ الزاويةِ في ص،

فيهِ س ص = ١٥ سم، س ع = ٢٥ سم،

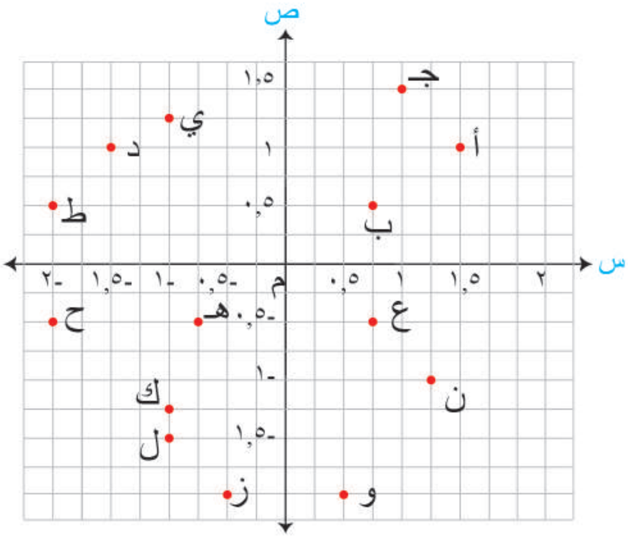
فَما طولُ ص ع؟

٢) بناءً على الشكلِ الآتي، أجدُ ما يأتي:

أ) إحداثياتُ النقاطِ: أ، ط، ل، و.

ب) النقاطُ التي إحداثيّاتُها:

(-١ ، ١,٢٥)، (١,٢٥ ، -١).



٣) أحلُّ كلًّا منَ المعادلاتِ الآتيةِ:

أ) $\frac{٤}{٧}$ س - ٥ = ٧

ب) س^{٢} + ٩ = ٥٨

أتذكَّرُ

مثالٌ (١): المثلَّثُ أ ب ج قائمُ الزاويةِ في ب، فيهِ أ ب = ٥ سم، ب ج = ١٢سم، فما طولُ أ ج؟

الحلُّ:

(أج)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب ج)^{٢} نظريَّةُ فيثاغوروس.

= ٥^{٢} + (١٢)^{٢} تعويضٌ.

= ٢٥ + ١٤٤ = ١٦٩

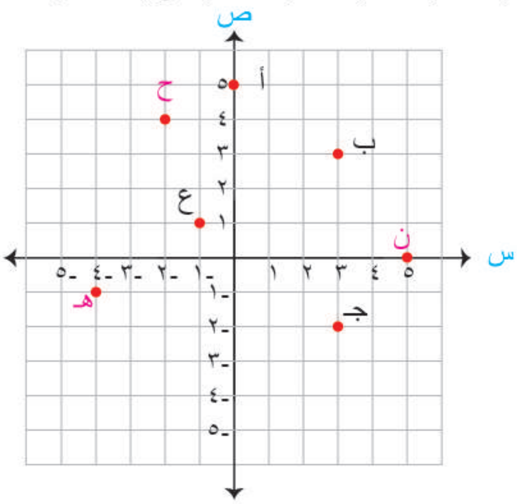
∴ أ ج = ١٣سم بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ.

مثالٌ (٢):

أ) أُمثِّلُ النقاطَ الآتيةَ في المستوى الإحداثيِّ:

أ(٠، ٥)، ب(٣، ٣)، جـ(٣، -٢)، ع(-١، ١)

الحلُّ:



ب) بناءً على الشكلِ أعلاهُ؛ أكتبُ إحداثيّاتِ النقاطِ:

ن،ح، هـ

الحلُّ: ن(٥، ٠)، ح(-٢، ٤)، هـ(-٤، -١)

مثالٌ (٣): أجدُ حلَّ المعادلةِ: س^{٢} ــ ٧ = ١٨

الحلُّ : س^{٢} ــ ٧ = ١٨

س^{٢} = ٢٥ بإضافةِ العددِ ٧ إلى الطرفَينِ.

س = ٥ بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ.

أو س = -٥

أوَّلًا: المسافةُ بينَ نقطتَينِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- المسافةُ بينَ نقطتَينِ.

كيفَ يعملُ نظامُ GPS؟

تستطيعُ طائرةُ الإنقاذِ المروحيَّةُ التحليقَ ٩٠٠ كم قبلَ إعادةِ تزويدِها بالوقودِ. إذا كانتْ مهمَّةُ الطائرةِ نقلَ شخصٍ منْ مكَّةَ المكرَّمةِ إلى الرياضِ، وافترضْنا أنَّ المدينةَ المنوَّرةَ هيَ نقطةُ الأصلِ، ومكةَ المكرَّمةَ عندَ النقطةِ (٠، -٤٠٠) والرياضَ عندَ النقطةِ (٨٠٠، ٠)؛ فهلْ يُمكنُ للطائرةِ إكمالُ المهمَّةِ منْ دونِ التزوُّدِ بالوقودِ في أثناءِ الطريقِ؟

نشاطٌ

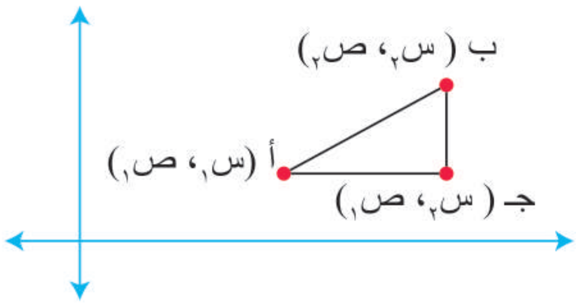
في الشكلِ المجاورِ، إذا كانَ إحداثيّا النقطةِ أ $(س_١، ص_١)$، وإحداثيّا النقطةِ ب $(س_٢، ص_٢)$ ، فإنَّ:

طولَ $\overline{ب جـ}$ = $ص_٢ - ص_١$

وطولَ $\overline{أ جـ}$ = ...

باستعمالِ نظريَّةِ فيثاغورس،

طولُ $\overline{أ ب}$ = ...



أتعلَّمُ

إذا كانتِ النقطتانِ أ $(س_١، ص_١)$، ب$(س_٢، ص_٢)$ نقطتَينِ في المستوى الإحداثيِّ؛ فإنَّ المسافةَ بينَهما هيَ: أ ب = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$

مثالٌ (١)

أجدُ المسافةَ بينَ النقطتَينِ ل (٣ ، -٣) ، ن (-٢ ، ٩)

$س_١ = ٣$ ، $ص_١ = -٣$ ، $س_٢ = -٢$ ، $ص_٢ = ٩$ تحديدُ الإحداثيِّ السينيِّ والصاديِّ في كلِّ نقطةٍ؛ (المعطياتِ).

المسافةُ بينَ النقطتَينِ ل، ن هيَ طولُ $\overline{ل ن}$ = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$ القانونُ

= $\sqrt{(-٢ - ٣)^٢ + (٩ - -٣)^٢}$ التعويضُ.

= $\sqrt{(-٥)^٢ + (١٢)^٢}$ التبسيطُ.

= $\sqrt{٢٥ + ١٤٤}$

= $\sqrt{١٦٩}$ = ١٣ وحدة طول

أحاولُ أجدُ المسافةَ بينَ النقطتَينِ س (-٧ ، ١١) ، ص (٥ ، ٦)

مثالٌ (٢)

أجدُ القِيَمَ الممكنةَ جميعَها للمتغيِّر (أ)، إذا علمتُ أنَّ المسافةَ بينَ النقطتين ك(-٥، أ)، ل(٣، ١) تُساوي $\sqrt{٨٩}$ وحدةَ طولٍ.

الحل: س$_١$ = -٥ ، ص$_١$ = أ ، س$_٢$ = ٣ ، ص$_٢$ = ١ — تحديدُ الإحداثيين السينيِّ والصاديِّ في كلِّ نقطةٍ.

المسافة بين النقطتين = $\sqrt{(س_٢ - س_١)^٢ + (ص_٢ - ص_١)^٢}$ — القانونُ.

$\sqrt{٨٩} = \sqrt{(٣ - -٥)^٢ + (١ - أ)^٢}$ — التعويضُ.

$٨٩ = (٨)^٢ + (١ - أ)^٢$ — تربيعُ الطرفَينِ للتخلُّصِ منَ الجذورِ.

$٨٩ = ٦٤ + (١ - أ)^٢$ — تبسيطُ المعادلةِ.

$٢٥ = (١ - أ)^٢$ — طرحُ ٦٤ منَ الطرفَينِ.

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ: إمّا ١ ـ أ = ٥ ومنها أ = -٤

وإمّا ١ ـ أ = -٥ ومنها أ = ٦

أتعلَّمُ

إذا كانَ | س | = ب،
فإنَّ س = ب ،
أو س = - ب

أحاولُ إذا كانتْ أ ب قطعةً مستقيمةً طولُها ($\sqrt{٤١}$) وحدةَ طولٍ، وكانتْ أ(-١، س)، ب (٤، -٤) ، فما قِيَمُ (س) الممكنةُ؟

أختبرُ تعلُّمي

١) أُحدِّدُ اسمَ البطاقةِ التي تحملُ الإجابةَ الصحيحةَ، للمسافةِ بينَ النقطتَينِ لكلٍّ مَنَ النقاطِ الآتيةِ:

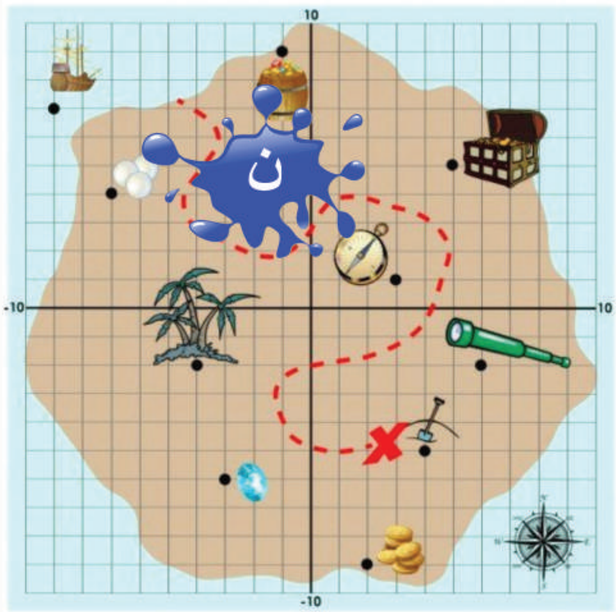
البطاقةُ الصفراءُ	البطاقةُ الزرقاءُ	البطاقةُ الورديَّةُ	البطاقةُ الخضراءُ
٧	٨,٤٩	٩	١٠

أ) م (٥ ، -٢) ، ن (-١ ، ٦) : ....

ب) س (٣ ، -٢) ، ص (-٣ ، ٤) : ....

جـ) ل (٣ ، ٣) ، ع (-٤ ، ٣) : ....

٢) باستعمالِ قانونِ المسافةِ بينَ نقطتَينِ؛ أجدُ طريقةً لتحديدِ إذا كانَ المثلَّثُ أ ب ج قائمَ الزاويةِ أمْ لا:
حيثُ: أ(-٧ ، ٣)، ب(٤ ، ٠)، ج(-٤ ، ٤).
٣) دائرةٌ مركزُها النقطةُ م (٠ ، ٨)، وتمرُّ بالنقطةِ هـ (٨ ، ١٤). ما طولُ قطرِها؟



٤) بينَما كانَ أيهمُ يحسُبُ المسافةَ الأقصرَ ليصلَ إلى الكنزِ، وقعتْ بقعةٌ منَ الحبرِ على إحدى النقاطِ المهمَّةِ، ولمْ يتمكَّنْ منْ تذكُّرِ أحدِ إحداثيّاتِها. أُساعدُ أيهمَ على إيجادِ القيمةِ (القِيَمِ المحتملةِ) لهذِهِ النقطةِ؛ علمًا بأنَّ المسافةَ بينَ النقطتَينِ:
م (أ، ٧)، ن (-٢، ٣) هي ٥ وحداتِ طولٍ.

أفسِّرُ لماذا توجدُ قيمتانِ ممكنتانِ عندَ البحثِ عنِ الإحداثيِّ المجهولِ لنقطةٍ؛ عندَ إعطاءِ إحداثيَّاتِ نقطتَينِ والمسافةِ بينهُما؟

٥) أرادَ سعدٌ وجمالٌ أنْ يلتقيا في مطعمِ السفينةِ، فاستعملَ سعدٌ القاربَ ليصلَ إلى المطعمِ، بينَما استعملَ جمالٌ سيّارتَهُ (أتأمَّلُ الشكلَ المجاورَ).
أ) ما المسافةُ التي قطعَها كلٌّ منهُما ليصلَ إلى المطعمِ؟
ب) مَنْ منهُما كانتْ طريقُهُ أقصرَ منْ حيثُ المسافةُ؟
جـ) كمْ يبعدُ بيتُ سعدٍ عنْ بيتِ جمالٍ؟

٦) أجدُ مِساحةَ الشكلِ الذي يقعُ في المستوى الإحداثيِّ عندَ النقاطِ: ن (٩ ، ٣)، ل (٥ ، ٣)، هـ (٩ ، ٥).
(مساعدة :أحدد النقاط بالمستوى الإحداثي ثم أصل بينها لأعرف الشكل الناتج)

أبحثُ نظرًا لأنَّ الأرضَ ليستْ مسطَّحةً ولأنَّها سطحٌ منحنٍ؛ فهلْ حسابُ المسافةِ باستعمالِ نظامِ تحديدِ المواقعِ العالميِّ (GPS) تُقاس كما تعلَّمتُ اليومَ باستعمالِ المسافةِ بينَ نقطتَينِ على المستوى الإحداثيِّ، أم تُستعملُ طريقةٌ أُخرى؟ أبحثُ عنِ الإجابةِ الصحيحةِ موضِّحًا إجابتي.

ثانيًا: معادلةُ الخطِّ المستقيمِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- ميلُ الخطِّ المستقيمِ.
- معادلةُ الخطِّ المستقيمِ.

هلْ مدرستي مُعدّةٌ لدمجِ الطلبةِ ذوي الإعاقةِ؟

منَ الإرشاداتِ الخاصَّةِ التي يُمكنُ اتِّباعُها لدمجِ الطلبةِ ذوي الإعاقةِ في مدارسِنا، توفيرُ السطوحِ المائلةِ لهُم؛ لتسهيلِ حركةِ الكراسي المدولبةِ الخاصَّةِ بِهم. ويُمكنُ استعمالُ القياساتِ الموصى بِها عالميًّا بارتفاعٍ عموديٍّ مقدارُهُ مترٌ واحدٌ لكلِّ ١٢ مترًا أُفقيًّا للسطوحِ المائلةِ*.

النسبةُ $(\frac{١}{١٢})$ تُسمّى ميلَ السطحِ المائلِ وتصفُ شدَّةَ انحدارِهِ. إذا كانَ الارتفاعُ العموديُّ $(\frac{١}{٢})$ م، فما أقلُّ بعدٍ أفقيٍّ مناسبٍ؟ وما ميلُ سطحِهِ؟

أتعلَّمُ

ميلُ الخطِّ المستقيمِ الذي يمرُّ بالنقطتَينِ (س$_١$ ، ص$_١$)، (س$_٢$ ، ص$_٢$) = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$

س$_١$ ≠ س$_٢$ ، ويُرمزُ للميلِ بالرمزِ (م).

مثالٌ (١)

أجدُ ميلَ الخطِّ المستقيمِ المارِّ بالنقطتَينِ (٣ ، ٥)، (٠ ، -٢).

الحلُّ: س$_١$ = ٣، ص$_١$ = ٥، س$_٢$ = ٠، ص$_٢$ = -٢ — المعطياتُ.

م = $\frac{ص_٢ - ص_١}{س_٢ - س_١}$ — قانونُ ميلِ الخطِّ المستقيمِ.

= $\frac{-٢-٥}{٠-٣}$ = $\frac{-٧}{-٣}$ = $\frac{٧}{٣}$ — تعويضٌ.

أحاولُ أجدُ ميلَ الخطِّ المستقيمِ المارِّ بالنقطتَينِ (-٤ ، ٣)، (٨ ، ١٥).

أتعلَّمُ

معادلةُ الخطِّ المستقيمِ الذي ميلُهُ (م) ويمرُّ بالنقطةِ أ (س$_١$ ، ص$_١$) هيَ:

ص – ص$_١$ = م (س – س$_١$).

* https://www.discountramps.com/how-to/mobility/wheelchair-ramp-length/a/B٢٠/

معادلةُ الخطِّ المستقيمِ

الذي ميلُهُ (م) ويمرُّ بالنقطةِ أ (س$_1$، ص$_1$) هيَ:	الذي يمرُّ بالنقطتَينِ أ (س$_1$، ص$_1$)، ب (س$_2$، ص$_2$).
ص – ص$_1$ = م(س – س$_1$)	أوّلًا: أجدُ الميلَ كما تعلّمتُ سابقًا. ثانيًا: أُعوّضُ في المعادلةِ: ص – ص$_1$ = م(س – س$_1$)
مثالٌ: أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ الذي ميلُهُ (٥) ويمرُّ بالنقطةِ أ (-٢، ٢).	مثالٌ: أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ الذي يمرُّ بكلٍّ منَ النقطتَينِ أ (٢ ، ٤)، ب (-٢ ، ٨).
الحلُّ: ص = ٥س + ١٢	الحلُّ: ص = ٦ - س

مثالٌ (٢)

أكتبُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ، في كلِّ حالةٍ منَ الحالاتِ الآتيةِ:

أ) ميلُهُ ٤ ويمرُّ بالنقطة (٣ ، -٥).   ب) يمرُّ بالنقطتَينِ أ (١، ٧)، ب (٤ ، -٢).

الحلُّ: أ) م = ٤، س$_1$ = ٣، ص$_1$ = -٥   المعطياتُ.

ص – ص$_1$ = م (س – س$_1$)   معادلةُ الخطِّ المستقيمِ.

ص – (-٥) = ٤ (س – ٣)   تعويضٌ.

ص + ٥ = ٤ س – ١٢   تبسيطٌ

ص = ٤ س – ١٧

ب) س$_1$ = ١ ، ص$_1$ = ٧ ، س$_2$ = ٤ ، ص$_2$ = -٢   المعطياتُ.

م = $\frac{\text{ص}_2 - \text{ص}_1}{\text{س}_2 - \text{س}_1}$ = $\frac{-٢-٧}{٤-١}$ = $\frac{-٩}{٣}$ = - ٣   قانونٌ، تعويضٌ، تبسيطٌ.

ص – ص$_1$ = م (س – س$_1$)   معادلةُ الخطِّ المستقيمِ.

ص – (٧) = -٣ (س – ١)   تعويضٌ (يجوزُ استعمالُ النقطةِ (ب) بالتعويضِ).

ص -٧ = -٣ س +٣   تبسيطٌ.

ص = ١٠ – ٣س

أحاولُ

أجدُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ لكلٍّ ممّا يأتي:

أ) ميلُهُ يُساوي ٥، ويمرُّ بالنقطةِ ن (-٢ ، -٣).

ب) يمرُّ بالنقطتَينِ: أ (٢ ، -١)، ب (١ ، ١).

المقطعُ الصاديُّ للمستقيمِ عندَما تكونُ قيمةُ الإحداثيِّ السينيِّ صفرًا، وتكونُ إحداثيّاتُ النقطةِ (٠ ، ص).

المقطعُ السينيُّ للمستقيمِ عندَما تكونُ قيمةُ الإحداثيِّ الصاديِّ صفرًا، وتكونُ إحداثيّاتُ النقطةِ (س ، ٠).

أختبرُ تعلُّمي

١) أكتبُ معادلةَ الخطِّ المستقيمِ في كلٍّ ممّا يأتي:

أ) ميلُهُ -٦، ويمرُّ بنقطةِ الأصلِ.

ب) يمرُّ بالنقطتَينِ (-٤ ، -٣)، (١ ، ٠).

٢) أُساعدُ سلمى في البحثِ عنِ الحالةِ الصحيحةِ التي تكونُ فيها معادلةُ الخطِّ المستقيمِ، هيَ:

ص = ٥س + ١٣

الميلُ = ٥
المقطعُ الصاديُّ = ٣

يمرُّ بالنقطتَينِ:
(٢، -٥)
(-٢، ٣)

الميلُ = ٥
يمرُّ بالنقطةِ (-٢، ٣)

٣) إذا كانتِ النقطةُ (١ ، -٢) تقعُ على الخطِّ المستقيمِ الذي معادلتُهُ أس + ٢ص – ٧ = صفرًا؛ فأحسُبُ قيمةَ (أ).

نشاطٌ في مسابقةِ منْ سيربحُ المليونَ، بقيَ لدَي ٤ أسئلةٍ فقطْ وأحصلُ على المليونِ! ولكنْ مع الأسفِ لم يبقَ لدَي أيُّ وسيلةِ مساعدةٍ.

١) دائرةٌ مركزُها نقطةُ الأصلِ وطولُ نصفِ قطرِها وحدتانِ، أيُّ النقاطِ الآتيةِ تقعُ على الدائرةِ:

أ) (١ ، ٢)

ب) (-٢ ، ١)

جـ) (√٣ ، ١)

د) (√٢ ، ١)

٢) إذا كانَ البعدُ بينَ النقطتَينِ (أ ، ٧)، (-٢ ، ٣) يُساوي ٥؛ فإنَّ قِيَمَ (أ) تُساوي:

أ) -١ ، ٥

ب) -٧ ، ٣

جـ) -٥ ، ١

د) -٣ ، ٧

٣) معادلةُ الخطِّ المستقيمِ الذي ميلُهُ (-٠,٥)، ويمرُّ بالنقطةِ (-٢ ، ٥)، هيَ:

أ) ص = ٤ – ٠,٥ س

ب) ص = ٠,٥س – ٤

جـ) ص = ٠,٥س + ٦

د) ص = ٠,٥س - ٦

٤) ميلُ الخطِّ المستقيمِ الذي معادلتُهُ ص – ٤ = ٧ (٤ – س)، يُساوي:

أ) ٤

ب) -٤

جـ) ٧

د) -٧

المجالُ: الهندسةُ والقياسُ

المحورُ: حسابُ المثلّثاتِ

١

النسبُ المثلثيةُ الأساسيةُ للزاويةِ الحادّةِ.

- أحسُبُ النسبَ المثلثيةَ (الجيب، جيب التمام، الظل) للزاوية الحادةِ في مثلّثٍ قائمِ الزاويةِ.
- أحسُبُ قياسَ الزاويةِ؛ إذا علمتُ إحدى نِسبها المثلثية.

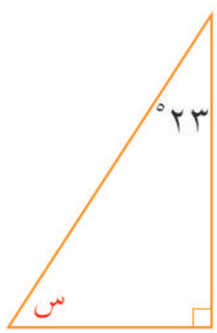
- ما علاقةُ جيبِ الزاويةِ وجيبِ تمامِها بظلِّ الزاويةِ؟

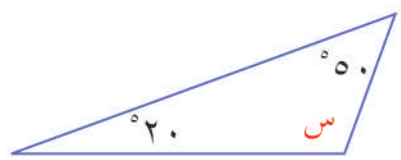
أختبرُ نفسي

١) تقفُ سيّارةٌ على نقطةٍ تبعدُ ٨ م عنْ قاعدةِ بنايةٍ ارتفاعُها ٦ م، ما البعدُ بينَ السيّارةِ وقمّةِ البنايةِ؟

٢) مثلّثٌ قائمُ الزاويةِ متطابقُ الضلعَينِ، طولُ وترِهِ يُساوي ١٠ $\sqrt{٢}$ سم. أجدُ طولَ كلٍّ منَ الضلعَينِ الآخرينِ.

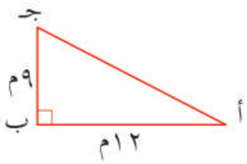
٣) أجدُ قياسَ الزاويةِ (س) في كلٍّ منَ المثلّثاتِ الآتيةِ:





أتذكَّرُ

مثالٌ (١): يقفُ سليمٌ على النقطةِ (أ) التي تبعدُ ١٢م، عنْ قاعدةِ بنايةٍ ارتفاعُها ٩ م. أجدُ البعدَ بينَ النقطةِ (أ) وقمّةِ البنايةِ.



الحلُّ:

(أجـ)^{٢} = (أب)^{٢} + (ب جـ)^{٢} نظريَّةُ فيثاغورس.

= (١٢)^{٢} + (٩)^{٢} تعويضٌ.

= ١٤٤ + ٨١ = ٢٢٥ تبسيطٌ.

∴ أ جـ = ١٥ م أخذُ الجذرِ التربيعيِّ.

مثالٌ (٢): مثلّثٌ قائمُ الزاويةِ إحدى زواياهُ يُساوي ٤٧°. أجدُ قياسَ الزاويةِ الثالثةِ.

الحلُّ: مجموعُ زوايا المثلّثِ = ١٨٠°

٩٠° + ٤٧° + س = ١٨٠°

∴ س = ٤٣°

أوَّلًا: النسبُ المثلثيةُ الأساسيةُ للزاويةِ الحادَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

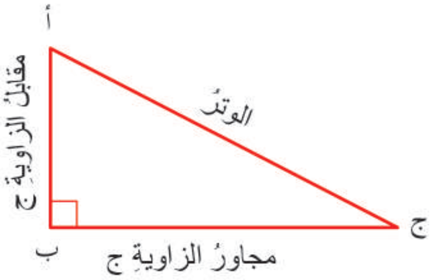
- جيبُ الزاويةِ (جا).
- جيبُ التمامِ (جتا)
- الظلُّ (ظا)
- مقابلُ الزاويةِ.
- مجاورُ الزاويةِ.

هلْ سمعتَ بطائرِ الكويتزال؟

وقعَ طائرُ الكويتزال بشِباكِ أحدِ الصيّادينَ؛ فأرادتْ لجنةُ حمايةِ البيئةِ إنقاذَهُ لأنَّهُ مهدَّدٌ بالانقراضِ. ثُبّت سلَّمٌ طولُهُ ١٠م على غصنِ شجرةٍ بزاويةِ ٥٧° بينَ حافَّةِ السلَّمِ وسطحِ الأرضِ. ما ارتفاعُ الشجرةِ؟

ألاحظُ أنَّ إيجادَ المطلوبِ في مسألةِ طائرِ الكويتزال؛ يتطلَّبُ قانونًا يربطُ الزاويةَ معَ الوترِ، فهُما المعطيانِ الوحيدانِ في المسألةِ.

يُمكنُني إيجادُ ارتفاعِ الشجرةِ باستعمالِ نسبةِ جيبِ الزاويةِ، إذْ إنَّ:



جيبَ الزاويةِ ج = جا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}}$ = $\frac{\text{أب}}{\text{أج}}$

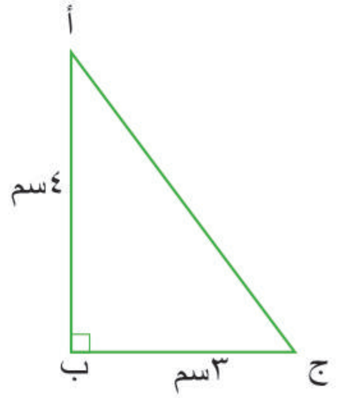
جيبُ تمامِ الزاويةِ ج = جتا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}}$ = $\frac{\square}{\square}$

- الزاويتانِ ج ، أ زاويتانِ ______ ؛ لأنَّ قياسَ كلٍّ منْهُما أكبرُ منْ صفرٍ وأقلُّ من ٩٠°
- أُسمّي المثلَّثَ أ ب ج مثلَّثًا ________ ؛ لأنَّ قياسَ الزاويةِ ب = ٩٠°
- الضلعُ المقابلُ للزاويةِ أ هوَ ________ ، وجيبُ الزاويةِ أ = جا أ = $\frac{\square}{\square}$
- الضلعُ المجاورُ للزاويةِ أ هوَ ________ ، وجيبُ تمامِ الزاويةِ أ = جتا أ = $\frac{\square}{\square}$
- ظلُّ الزاويةِ أ = ظا أ = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ أ}}{\text{طولُ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ أ}}$ = $\frac{\square}{\square}$

أتعلَّمُ

- جيبُ الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الوترِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (جا) وبالإنجليزيَّةِ (Sine) واختصارًا (sin).
- جيبُ تمامِ الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المجاورَ}}{\text{الوتر}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الوترِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (جتا) وبالإنجليزيَّةِ (Cosine) واختصارًا (cos).
- ظلُّ الزاويةِ الحادَّةِ هوَ نسبةٌ ثابتةٌ في المثلَّثِ القائمِ الزاويةِ، وتُمثِّلُ ($\frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$) وهيَ نسبةُ طولِ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ الحادَّةِ إلى طولِ الضلعِ المجاورِ، ويُرمزُ لَها بالرمزِ (ظا) وبالإنجليزيَّةِ (Tangent) واختصارًا (tan).

مثالٌ (١)



الشكلُ المجاورُ يُبيِّنُ المثلَّثَ أ ب ج القائمَ الزاويةِ في ب، فيهِ أ ب = ٤ سم، ب ج = ٣ سم. أجدُ: جا أ ، جا ج، جتا ج، ظا ج.

الحلُّ: أجدُ طولَ الوترِ (أ ج) باستعمالِ نظريَّةِ فيثاغورس.

(الوتر)^٢ = (أ ب)^٢ + (ب ج)^٢ — نظريَّةُ فيثاغورس.

(أ ج)^٢ = ٤^٢ + ٣^٢ — تعويضٌ.

(أج)^٢ = ١٦ + ٩ = ٢٥

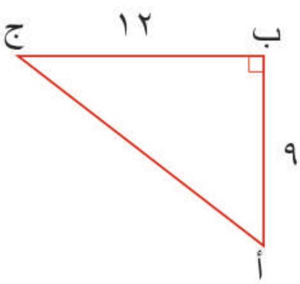
∴ أج = $\sqrt{٢٥}$ = ٥ سم — أخذُ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَين.

جا أ = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ أ}}{\text{طولِ الوترِ}}$ = $\frac{٣}{٥}$ — نسبةُ جيبِ الزاويةِ، تعويضٌ.

جا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}}$ = $\frac{٤}{٥}$ — نسبةُ جيبِ الزاويةِ، تعويضٌ.

جتا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الوترِ}}$ = $\frac{٣}{٥}$ — نسبةُ جيبِ تمامِ الزاويةِ، تعويضٌ.

ظا ج = $\frac{\text{طولَ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ ج}}{\text{طولِ الضلعِ المجاورِ للزاويةِ ج}}$ = $\frac{٤}{٣}$ — نسبةُ ظلِّ الزاويةِ، تعويضٌ.



أحاولُ بناءً على الشكلِ المجاورِ، أجدُ جا أ ، جا ج، جتا أ، ظا أ

أتعلَّمُ

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ جيبِ زاويةٍ معلومةٍ حسبَ الخطواتِ الآتيةِ:

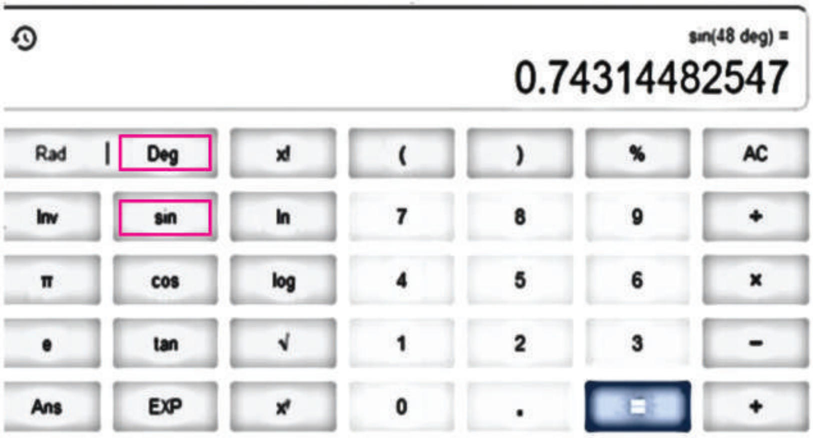
أتأكَّدُ أنَّ النظامَ في الآلةِ الحاسبةِ بالدرجاتِ (Degrees). ← أُدخلُ قياسَ الزاويةِ المطلوبةِ. ← أضغطُ على المفتاحِ (sin).

تنويهٌ: - في بعضِ الآلاتِ الحاسبةِ؛ أحتاجُ إلى الضغطِ على مفتاحِ (sin) أوَّلًا، ثمَّ إدخالِ قياسِ الزاويةِ المطلوبةِ.

- لإيجادِ جيبِ تمامِ زاويةٍ معلومةٍ، أستعملُ المفتاحَ (cos).

- لإيجادِ ظلِّ زاويةٍ معلومةٍ، أستعملُ المفتاحَ (tan).

مثالٌ (٢)



أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ جا ٤٨°

الحلُّ:

١) أتأكّدُ منْ ضبطِ نظامِ الدرجاتِ (Deg).

٢) أُدخلُ قياسَ الزاويةِ (٤٨).

٣) أضغطُ على المفتاحِ (sin).

٤) الناتجُ: جا ٤٨° ≈ ٠,٧٤

أحاولُ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجاد ما يأتي:

١) جا ٧٩°　　٢) - جا ١٥°　　٣) جتا ٦٥°　　٤) ظا ٨٠°

أتعلَّمُ

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ؛ إذا علمتُ قيمةَ الجيبِ لَها حسبَ الخطواتِ الآتيةِ:

أُدخلُ قيمةَ جيبِ الزاويةِ. ← أضغطُ على مفتاحِ (Inv) أوْ (shift). ← أضغطُ على المفتاحِ (sin).

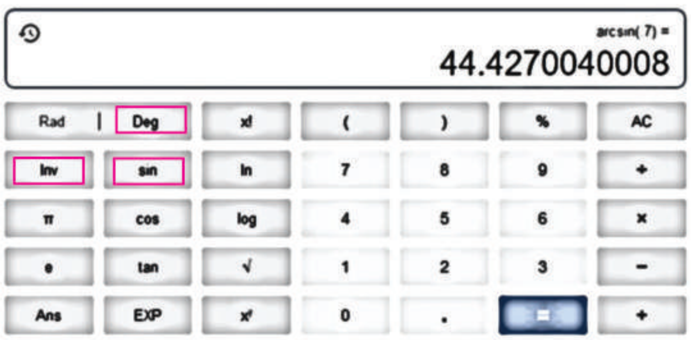
تنويهٌ

١) توجدُ آلاتٌ حاسبةٌ فيها مفتاحُ ($\sin^{-1}$)، وبهذِهِ الحالةِ أضغطُ على المفتاحِ ($\sin^{-1}$)، ثمَّ أُدخلُ قيمةَ الجيبِ لأحصلَ على الزاويةِ المطلوبةِ.

٢) توجدُ آلاتٌ حاسبةٌ أُخرى أضغطُ بِها على مفتاحِ (Inv) ثمَّ (sin) أوْ ($\sin^{-1}$)، وبعدَها أُدخلُ قيمةَ النسبةِ المثلَّثيَّةِ للزاويةِ المطلوبةِ ثمَّ (=) أوْ (enter).

مثالٌ (٣)

أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ س؛ حيثُ جا س = ٠,٧



الحلُّ:

١) أتأكّدُ منْ ضبطِ الآلةِ على نظامِ الدرجاتِ.

٢) أُدخلُ قيمةَ جيبِ الزاويةِ ٠,٧

٣) أضغطُ على المفتاحِ (Inv) ثمَّ (sin).

٤) الناتجُ: قيمةُ الزاويةِ س ≈ ٤٤,٤°

أحاولُ أستعملُ الآلةَ الحاسبةَ؛ لإيجادِ قياسِ الزاويةِ س في كلٍّ ممّا يأتي:

١) جا س = ٠,٦٥　　٢) جتا س = ٠,٣٧　　٣) ظا س = ٠,٥٨

أختبرُ تعلُّمي

١) المثلَّثُ أ ب ج قائمُ الزاويةِ في ب، فيهِ أ ب = ١٢ سم، أ ج = ٢٠ سم. أجدُ كلًّا ممّا يأتي:

أ) ب ج

ب) جا أ

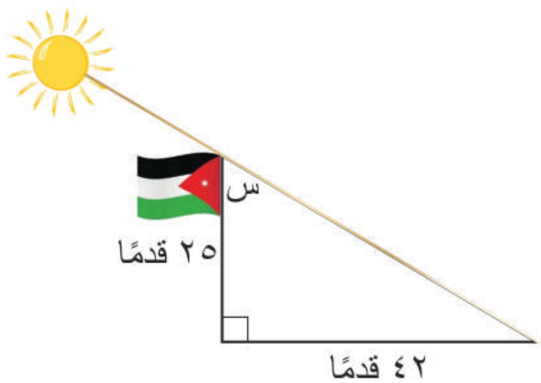
جـ) جتا ج

د) ظا أ

هـ) قياسُ الزاويةِ (أ) باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ (إلى أقربِ عددٍ صحيحٍ).

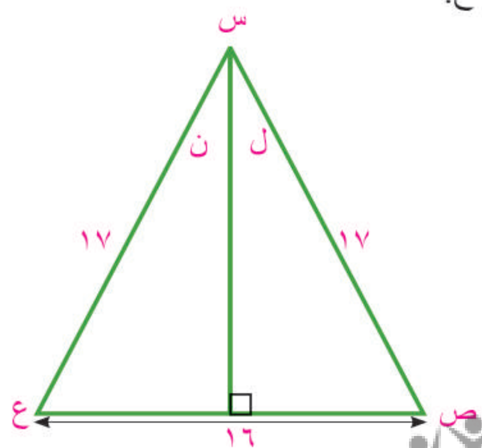
و) قياسُ الزاويةِ (ج).

٢) ساريةُ علمٍ بطولِ ٢٥ قدمًا تُلقي بظلٍّ طولُهُ ٤٢ قدمًا. ما قياسُ الزاويةِ س التي تضربُ فيها الشمسُ قمَّةَ ساريةِ العلمِ؟

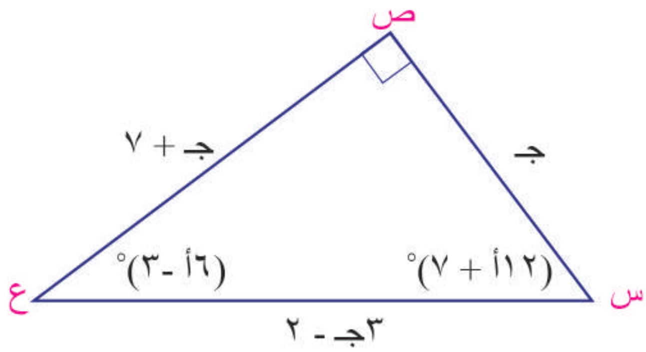


٣) أتأمَّلُ الشكلَ المجاورَ، ثمَّ أجدُ جا ن، جا ص،

وقياسَ كلٍّ منَ الزوايا س، ص، ع.



٤) المثلَّثُ س ص ع قائمُ الزاويةِ في ص، كما يُوضِّحُ الشكلُ المجاورُ، أجدُ قيمةَ كلٍّ منْ: أ ، جـ ، جتا س، ظا ع.



٥) أقرأُ البطاقاتِ الآتيةَ، ثمَّ أختارُ البطاقةَ (البطاقاتِ) الصحيحةَ منْها. أُبرِّرُ إجابتي:

إذا كانتْ هـ زاويةً حادَّةً؛ فإنَّ جا هـ > ١

إذا كانتْ: ٤٥° < هـ < ٩٠° فإنَّ ظا هـ > ١

إذا كانتْ (س) زاويةً حادَّةً، بحيثُ جا س = جتاس؛ فإنَّ س = ٤٥°

كلَّما زادَ قياسُ الزاويةِ الحادَّةِ زادتْ قيمةُ ظلِّها.

إذا كانتْ (س) زاويةً حادَّةً، بحيثُ ظا س =١ فإنَّ س = ٤٥°

إذا كانتْ هـ زاويةً حادَّةً؛ فإنَّ جتا هـ > ١

إذا كانتْ هـ زاويةً حادَّةً؛ فإنَّ ظا هـ ≥ ١

كلَّما زادَ قياسُ الزاويةِ الحادَّةِ، زادتْ قيمةُ جيبِ تمامِها.

أبحثُ

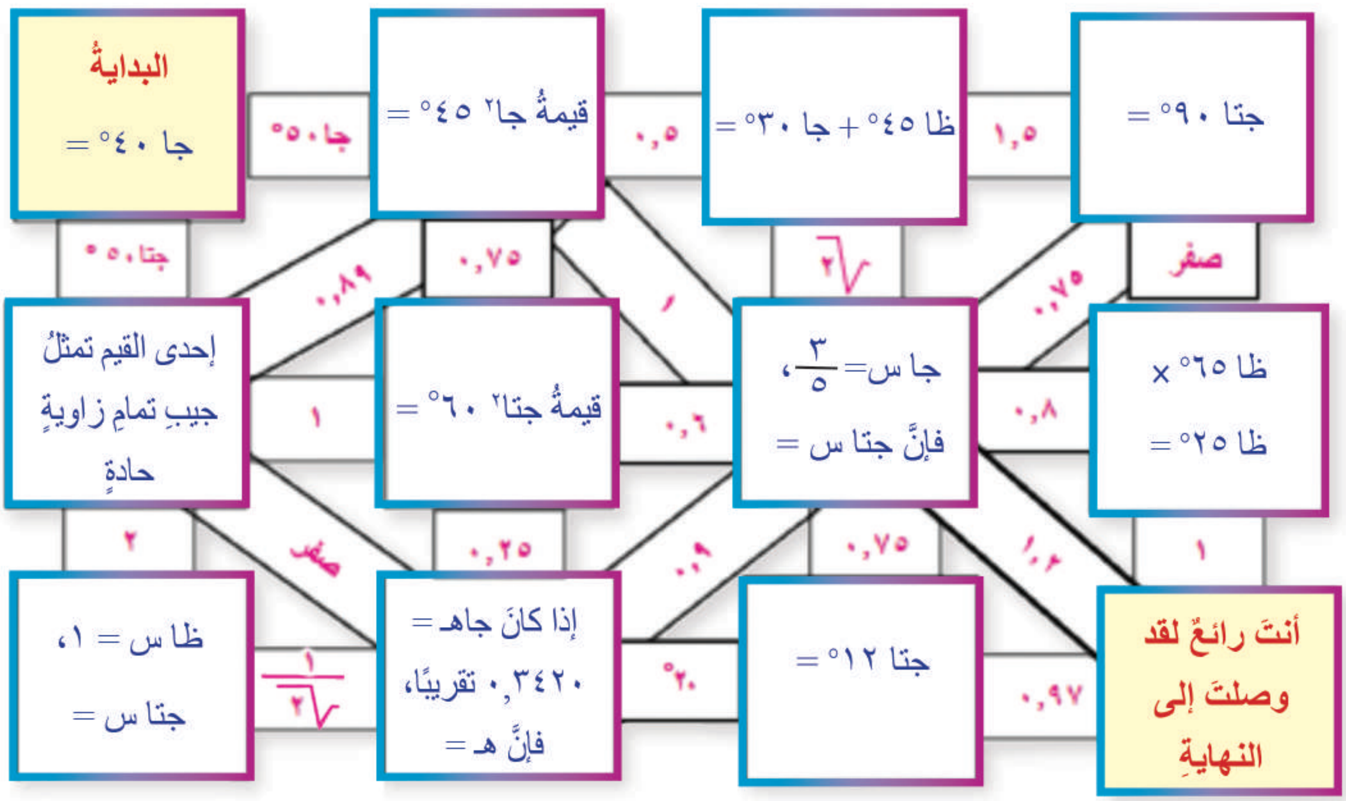
- عنْ أكبرِ قيمةٍ لجيبِ الزاويةِ وأقلِّ قيمةٍ لهُ.
- عنْ سببِ تسميةِ جيبِ الزاويةِ هذا الاسمَ.
- للعربِ والمسلمينَ إنجازاتٌ مهمَّةٌ في علمِ حسابِ المثلَّثاتِ، أبحثُ عنِ العالِمِ المسلمِ الذي يُعدُّ أوَّلَ منْ استعملَ مصطلحَي جيبِ الزاويةِ وجيبِ التمامِ، وأكتبُ عنهُ وعنْ إنجازاتِهِ.

- أمسحُ رمزَ الاستجابةِ السريعةِ المجاورَ؛ لأخذِ لمحةٍ عنْ أهمِّيَّةِ علمِ حسابِ المثلَّثاتِ.

نشاطٌ

المتاهةُ

تضمُّ المتاهةُ عدَّةَ أسئلةٍ عنْ حسابِ المثلَّثاتِ متبوعةٍ بخياراتٍ محيطةٍ بكلِّ سؤالٍ، كلُّ إجابةٍ صحيحةٍ تنقلُني إلى السؤالِ التالي، عليَّ تتبُّعُ الإجاباتِ الصحيحةِ؛ كيْ أستطيعَ الخروجَ منَ المتاهةِ.



تمَّ بحمدِ اللّٰهِ تَعالى

منهاجي
متعة التعليم الهادف