



المادة التعليمية للبرنامج العلاجي المرحلة التحضيرية للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات
الصف: الثامن الأساسي



المصدر: مادة التعلم المبني على المفاهيم والنتائج
الأساسية لمبحث الرياضيات

أولاً: العدد النسبي

خضار: ذهبَ عمرُ إلى سوقِ الخضار؛ فوجدَ الأسعارَ مكتوبةً كما في الجدولِ المجاور، ما اسمُ مجموعةِ الأعدادِ التي تنتمي إليها هذه الأعدادُ؟

ماذا سأتعلم؟

أكتبُ العددَ النسبيَّ على الصورة $\frac{a}{b}$ حيث $b \neq 0$ ، وأمثلهُ على خطِّ الأعداد.

نوع الخضار	سعر الكيلو غرام الواحد بالدينار
بطاطا	$\frac{1}{2}$
لُيْمون	1.65
فَأَيْفلة	0.70
تُفاح	$\frac{1}{14}$

العدد النسبي: العدد الذي يُمكنني كتابتهُ على صورة $\frac{a}{b}$ ، حيث a, b عددان صحيحان $b \neq 0$.
الكسور العشريَّة والأعداد العشريَّة المنتهية أو الدوريَّة، والأعداد الكسريَّة والكسور الفعليَّة وغير الفعليَّة والأعداد الصحيحة؛ كلها يُمكنني كتابتها على صورة كسرٍ $\frac{a}{b}$.

مثال: أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممَّا يأتي على صورة كسرٍ $\frac{a}{b}$.

$$1) -11.7 = -11 \frac{7}{10}$$

$$= -\frac{(11 \times 10) + 7}{10} = -\frac{117}{10}$$

$$2) 1 \frac{3}{7} = \frac{(1 \times 7) + 3}{7}$$

$$= \frac{10}{7}$$

أحوّل العددَ العشريَّ إلى عددٍ كسريٍّ:

أحوّل العددَ الكسريَّ إلى كسرٍ غير فعليٍّ:

أضربُ العددَ الصحيحَ في المقام:

ثمَّ أجمعُ البسطَ:

أحاول

- أكتبُ كلَّ عددٍ نسبيٍّ ممَّا يأتي على صورة: $\frac{a}{b}$

1) 2.8

2) 70%

3) -9

4) $-5 \frac{6}{11}$

المرحلة	عدد البكتيريا
الأولى	2
الثانية	2×2
الثالثة	2×2×2
الرابعة	2×2×2×2

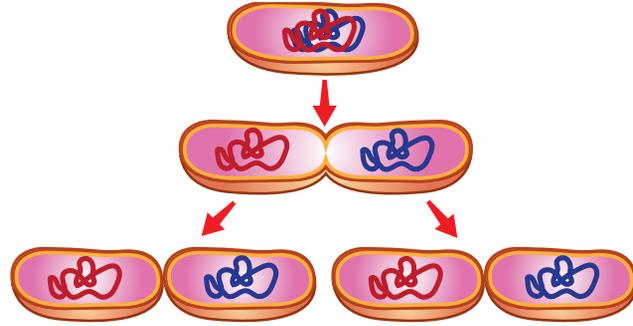
تكاثر البكتيريا: تتكاثر بعض أنواع البكتيريا بالانشطار الثنائي بنسب هندسية متصاعدة وفق الجدول المجاور، كم سيصبح عدد البكتيريا في المرحلة السابعة؟

ماذا سأتعلم؟

- أكتب الأعداد الكلية بالصيغة الأسية.
- أحسب قيم مقادير عددية باستعمال الأسس.

أتذكر

يقرأ العدد 2^6 كما يأتي: (اثنان أس ستة)، أو (اثنان قوة ستة)، أو القوة السادسة للعدد اثنين.



يمكنني التعبير عن الضرب المتكرر للعدد في نفسه باستعمال الأسس، وعندئذ يُسمى عدد مرات تكرار الضرب الأس (القوة)، أما العدد نفسه فيسمى الأساس.

$$64 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^6 \quad \leftarrow \text{الأس}$$

الأساس

تسمى الصيغة التي يُكتب فيها الضرب المتكرر باستعمال الأسس الصيغة الأسية، مثلاً: 3^5 أما الصيغة التي يُكتب فيها الضرب المتكرر من دون استخدام الأسس؛ فتسمى الصيغة القياسية، مثلاً:

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

أحاول

أكتب ما يأتي بالصيغة الأسية:

- 1) $0.4 \times 0.4 \times 0.4 \times 3 \times 3$
- 2) $(-13) \times (-13) \times (-13) \times (-13)$

التعبير اللفظي	الرموز	توضيح
ضرب القوى: لضرب قوتين لهما الأساس نفسه؛ أجمع الأسس.	$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$	$a^2 \times a^3 = (a \times a) \times (a \times a \times a) = a^5$
قسمة القوى: لقسمة قوتين لهما الأساس نفسه؛ أطرح الأسس.	$\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$	$\frac{a^5}{a^3} = \frac{a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a} = a^2$
قوة القوة: لإيجاد قوة القوة؛ أضرب الأسس.	$(a^m)^n = a^{(m \times n)}$	$(a^5)^2 = a^5 \times a^5$ $(a \times a \times a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a \times a) = a^{10}$
قوة حاصل الضرب: لإيجاد قوة حاصل الضرب؛ أجد قوة كل عدد ثم أضرب. توزيع الأس على الضرب.	$(ab)^n = a^n b^n$	$(a \times b)^4 =$ $(a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) =$ $(a \times a \times a \times a) \times (b \times b \times b \times b) =$ $a^4 \times b^4$
قوة ناتج القسمة: لإيجاد قوة ناتج القسمة؛ أجد كلاً من قوة البسط والمقام ثم أقسم. توزيع الأسس على البسط والمقام.	$(\frac{a}{b})^n = \frac{a^n}{b^n}$ ، $b \neq 0$	$(\frac{a}{b})^3 = \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b}$ $= \frac{a \times a \times a}{b \times b \times b} = \frac{a^3}{b^3}$ ، $b \neq 0$
الأس الصفرى: أي عدد غير الصفر مرفوعاً للأس (صفر) يساوي (1).	$a^0 = 1$	$1 = \frac{a^7}{a^7} = a^{7-7} = a^0$
الأس السالبة: القوة السالبة لأي عدد غير الصفر، هي مقلوب للقوة الموجبة، والقوة الموجبة هي مقلوب للقوة السالبة.	$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ $a^n = \frac{1}{a^{-n}}$	$a^{-4} = a^{-1} \times a^{-1} \times a^{-1} \times a^{-1}$ $= \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} \times \frac{1}{a} = \frac{1}{a^4}$



مثال: أستعمل قوانين الأسس؛ لإيجاد قيم كل مما يأتي:

1) $2^3 \times 2^2$

$2^3 \times 2^2 = 2^{3+2}$ قاعدة ضرب القوى

$2^5 = 32$ أجمع الأسس

2) $\frac{7^8}{7^6}$

$\frac{7^8}{7^6} = 7^{8-6}$ قاعدة قسمة القوى

$7^2 = 49$ أطرح الأسس

أحاول

أستعمل قوانين الأسس؛ لإيجاد قيم كل مما يأتي:

1) $(-10)^4 \times (-10)^3$

2) $\frac{6^{10}}{6^9}$

مثال: أستعمل قوانين الأسس؛ لإيجاد قيم كل مما يأتي:

1) $(2^4)^2$

$(2^4)^2 = 2^{4 \times 2}$ قاعدة قوة القوة

$2^8 = 256$ أضرب الأسس

2) $(2 \times 5)^3$

$(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3$ قاعدة قوة حاصل الضرب

$8 \times 125 = 1000$ أجد قوة كل عدد ثم أضرب

3) $(\frac{2}{3})^2$

$(\frac{2}{3})^2 = \frac{2^2}{3^2}$ قاعدة قوة ناتج القسمة

$= \frac{4}{9}$

2) 6^{-2}

$6^{-2} = \frac{1}{6^2}$ قاعدة الأسس السالبة

$= \frac{1}{36}$ تعريف الأسس

أحاول

أستعمل قوانين الأسس؛ لإيجاد قيم كل مما يأتي:

1) $((-3)^2)^2$

2) $(3 \times 4)^3$

3) $(\frac{1}{7})^2$

4) 2^{-5}

5) $(23)^0$

ثالثاً: ضرب المقادير الجبرية

الموز	البرتقال	التفاح	
$0kg=0z$	$5kg=5y$	$3kg=3x$	مشتريات أحمد
$5kg=5z$	$2kg=2y$	$7kg=7x$	مشتريات محمد

(1) إذا اشترى أحمد الكمية نفسها لمدة 5 أيام، فما إجمالي الكمية التي اشترها؟

مجموع المشتريات	البرتقال	التفاح	
$3x+5y$	$5y$	$3x$	مشتريات أحمد في اليوم الواحد
$5 \times (3x+5y) = 15x+25y$	$5y \times 5 = 25y$	$3x \times 5 = 15$	مشتريات أحمد في 5 أيام

(2) إذا اشترى محمد الكمية نفسها لمدة 4 أيام، فما إجمالي الكمية التي اشترها؟

$$4 \times (7x+2y+5z) = 4 \times 7x + 4 \times 2y + 4 \times 5z = 28x + 8y + 20z$$

(3) أجد حاصل ضرب مشتريات أحمد في مشتريات محمد في اليوم الواحد.

$$(3x+5y) \times (7x+2y+5z) = 3x \times 7x + 3x \times 2y + 3x \times 5z + 5y \times 7x + 5y \times 2y + 5y \times 5z = 21x^2 + 6xy + 15xz + 35xy + 10y^2 + 25yz = 21x^2 + 41xy + 15xz + 10y^2 + 25yz$$

أتذكّر

عند ضرب تُجمع الأسس.

عند ضرب الحدود الجبرية؛ أضرب المعامل في المعامل والمتغير في المتغير، ولا يُشترط تشابه الحدود.

أحاول

أجد حاصل ضرب المقادير الآتية:

1) $(2x+4)(5d-3x)$

2) $2x(3y-4)$



1) أكمل الفراغات في الجدول الآتي:

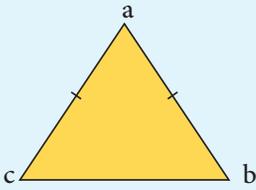
التفاح	البرتقال	الموز	مجموع المشتريات
$3x$	$5y$	$0z$	$3x+5y$
$7x$	$2y$	$5z$	
$10x$			

2) أكمل الفراغات في الجدول الآتي:

التفاح	البرتقال	الموز	مجموع المشتريات
$3x$	$5y$	$0z$	$3x+5y$
$7x$	$2y$	$5z$	
$21x^2$			



رابعاً: حلُّ المعادلةِ الخطيَّةِ



لوحةٌ من الكرتونِ على شكلٍ مثلثٍ متساوي الساقينِ abc ، حيثُ $ab = 3x + 2$ وكان طولُ $ac = 5x - 4$. أجدُ قيمةَ x ومجموعَ طولَيْهِما.

ماذا سأتعلَّمُ؟

- حلُّ المعادلةِ الخطيَّةِ.

مثالٌ: أجدُ حلَّ المعادلةِ الخطيَّةِ الآتيةِ:

$$3(2x-4)=4x+6$$

$$6x - 12 = 4x + 6$$

$$6x - 12 = 4x + 6$$

$$-4x \quad -4x$$

$$2x - 12 = 6$$

$$2x - 12 = 6$$

$$+12 \quad +12$$

$$2x = 18$$

$$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$$

$$x = 9$$

قيمةُ x تُمثِّلُ حلَّ المعادلةِ

$$3(2 \times 9 - 4) = 4 \times 9 + 6$$

$$3(18 - 4) = 36 + 6$$

$$3 \times 14 = 42$$

$$42 = 42$$

بما أنَّ الطرفينِ متساويانِ؛ فالحلُّ صحيحٌ.

أوزعُ الضربَ على الجمعِ

أطرحُ من طرفي المعادلةِ $4x$

ناتجُ الطرحِ

أجمعُ إلى طرفي المعادلةِ الناتجةِ 12

ناتجُ الجمعِ

أقسمُ طرفي المعادلةِ الناتجةِ على 2

ناتجُ القسمةِ

أتحققُ من صحَّةِ الحلِّ

أعوِّضُ قيمةَ $x = 9$ في المعادلةِ

أحاولُ

أجدُ حلَّ المعادلاتِ الآتيةِ:

a) $4(3y - 1) = 7y + 6$

b) $2(4x + 3) = 4(x - 1)$

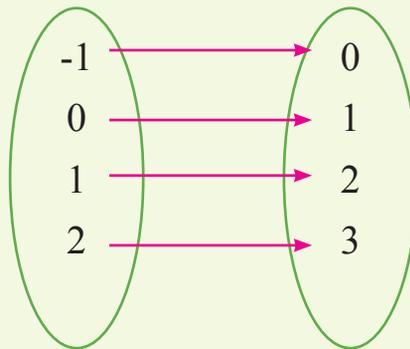
المجالُ ● الأنماطُ والجبرُ والاقتراناتُ

المحورُ ● الاقتراناتُ

الاقترانُ

- أتعرفُ إلى الاقترانِ الخطِّيِّ.
- أعبِّرُ عن الاقترانِ الخطِّيِّ بطرائقَ مختلفةٍ،
مثل: جدولِ القيمِ، والمعادلةِ الجبريَّةِ.

- أعبِّرُ عن الاقترانِ في المخطَّطِ السهميِّ
بمعادلةٍ جبريَّةِ.



ثانياً: تمثيل الاقتران الخطي بيانياً

إذا كانت لدي المعادلة $5x+y=3$ فكيف يمكنني أن أحدد إذا كانت النقطة $(2,3)$ هي إحدى حلول المعادلة أم لا؛ من دون حسابها؟

ماذا سأتعلم؟

- أرسُم الاقتران الخطي على المستوى الإحداثي.

معلومة

النقاط جميعها التي تقع على منحنى الاقتران، هي حلول لمعادلته.

كيف أعرف إذا كانت النقطة $(2, 3)$ تقع على منحنى الاقتران $5x+y = 3$ ؟
كي أستطيع أن أحدد ذلك، لا بد لي من معرفة موقع الاقتران على المستوى الإحداثي، وذلك بالخطوات الآتية:

(1) أكوّن جدولاً من 3 أعمدة، بحيث يكون عموداً للمتغير x ، وعموداً للمتغير y ، وعموداً للزوج المرتب الناتج.

(2) افترض 3 قيم للمتغير x بوصفها مُدخلات، وأجد قيمة y بوصفها مُخرجات لها، ثم أكتب الزوج المرتب الناتج.

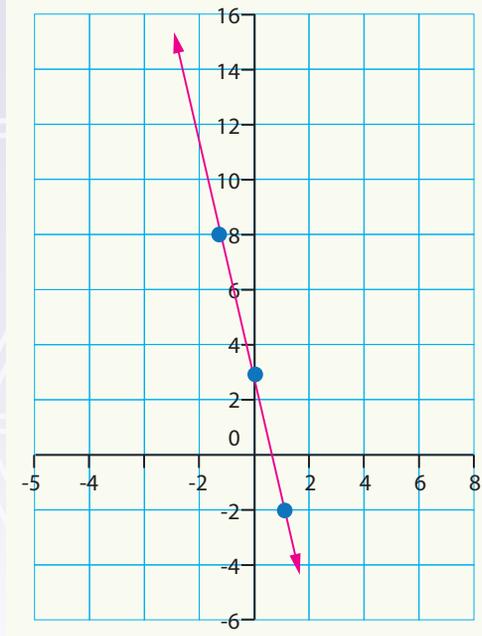
x	$y=3-5x$	(x, y)
1	-2	(1,-2)
0	3	(0,3)
-1	8	(-1,8)

(3) أمثل الأزواج المرتبة على المستوى الإحداثي، وأصل بينها بخط مستقيم.

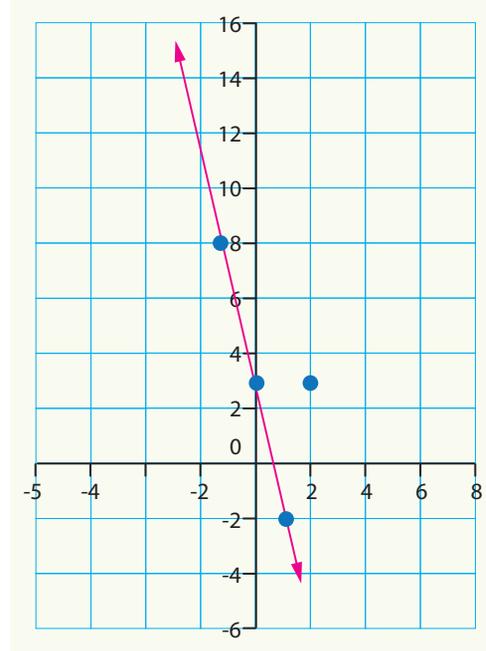


معلومة

يُسمَّى الاقترانُ الخطِّيُّ هذا الاسمَ
لأنَّه خطٌّ مستقيمٌ.



بعد أن حدَّدتُ موقعَ الاقترانِ، يُمكنني الآن أن أُحدِّدَ النقطةَ المطلوبةَ على المستوى الإحداثي؛ لأعرف إذا كانت حلًّا للمعادلة أم لا.



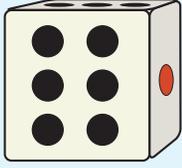
ألاحظُ من الرسم أن النقطة (2, 3) لا تقعُ على منحنى الاقترانِ؛ إذن: هي ليست حلًّا لمعادلتِهِ.

أحاولُ

- 1) أرسمُ الاقترانَ $y=2x+1$ على المستوى الإحداثيِّ.
- 2) هل النقطة (4, 5) تقعُ على منحنى الاقترانِ؟



في تجربة إلقاء حجر النرد وملاحظة الوجه العلويّ له، ما احتمال ظهور عدد زوجيّ عند إلقاءه؟ وهل يُمكن ظهور العدد 7 على الوجه العلويّ؟



ماذا سأتعلّم؟

- أحسب احتمال وقوع الحادث.

الفضاء العينيّ: مجموعة كلّ النواتج المتوقّعة حدوثها، عند إجراء تجربة عشوائية ما. أمثلة على الفضاء العينيّ:

الفضاء العينيّ في تجربة إلقاء قطعة نقد معدنيّة، هو مجموعة كلّ النواتج الممكنة: {صورة، كتابة} $\Omega =$ وعدد النواتج الممكنة هو 2 في تجربة إلقاء حجر النرد مرّة واحدة؛ فإنّ مجموعة النواتج المتوقّعة حدوثها هي: $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ وعددها 6

الحادث: ناتج واحد أو أكثر من نواتج التجربة العشوائية، ويُرمز له بأحد الأحرف مثل A .

احتمال الحادث: فرصة وقوعه، ويُرمز له بالرمز $P(A)$ ، وهو نسبة عدد عناصر الحادث إلى عدد النواتج الممكنة جميعها (الفضاء العينيّ).

$$P(A) = \frac{\text{عدد عناصر الحادث}}{\text{عدد عناصر الفضاء العينيّ}}$$

احتمال عدم وقوع الحادث:

إذا كان احتمال وقوع الحادث A يُساوي $P(A)$ ؛ فإنّ احتمال عدم وقوع الحادث يُساوي $1 - P(A)$

عند إلقاء حجر النرد؛ تكون فرصة ظهور أحد الأعداد 1، 2، 3، 4، 5، 6 متساوية، إذ إنّ كلّ عددٍ من هذه الأعداد له وجهٌ واحدٌ فقط؛ لذا، تُسمّى نواتج هذه التجربة نواتج متساوية الاحتمال.

أمّا الحادث فهو مجموعة جزئية من الفضاء العينيّ، وقد يتكوّن من ناتج واحدٍ أو أكثر من النواتج الممكنة،

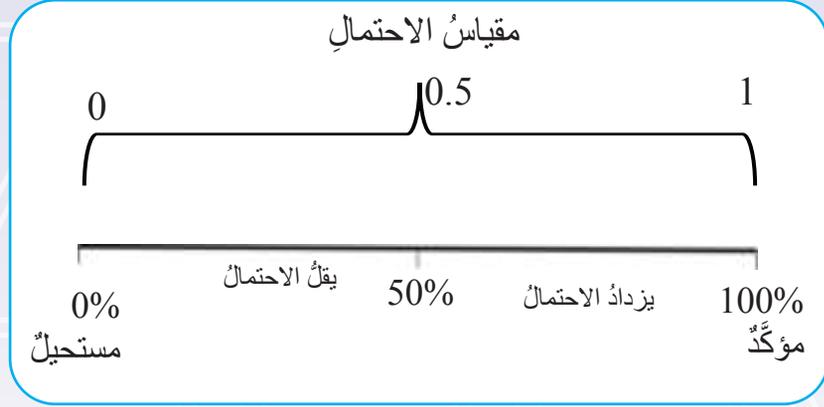
فمثلاً: ظهور عدد زوجيّ عند إلقاء حجر النرد يشمل 3 نواتج 2، 4، 6 ومن ثمّ، فإنّ احتمالهُ يكون

$$P(\text{ظهور عدد زوجي}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$$

تكون النسبة 0% إذا كان الحادث لا يمكن أن يقع، فمثلاً: ظهور عدد أكبر من 7 عند إلقاء حجر النرد حادثٌ مستحيلٌ فتكون النسبة 0.

أمّا النسبة 100% فتعني أنّ الحادث سوف يقع بالتأكيد، فظهور عدد أقلّ من 7 حادثٌ أكيدٌ؛ لأنّ النواتج الممكنة جميعها أقلّ من 7.

ويكون احتمال وقوع حادثٍ بينَ هاتينِ النسبتينِ، كما يظهرُ في مقياسِ الاحتمالِ أدناه:



مثال: لدى رامي صندوقٌ يحتوي على 12 كرةً متماثلةً في الحجم؛ 6 زرقاء، و4 صفراء، واثنانِ حمراء. إذا سحبَ كرةً عشوائياً منه، فأجدُ ما يأتي:

(1) احتمالُ سحبِ كرةٍ حمراء:

عدُّ النواتجِ الممكنةِ لهذهِ التجربةِ العشوائيةِ يُساوي 12، وعدُّ عناصرِ الحادثِ يُساوي 2؛ لأنَّ عدَّ الكراتِ الحمراء هوَ 2.

$$P(\text{حمراء}) = \frac{2}{12} = \frac{1}{6}$$

(2) احتمالُ سحبِ كرةٍ ليستَ صفراء:

عدُّ عناصرِ هذا الحادثِ هوَ 8؛ لأنَّ الصندوقَ فيه 8 كراتٍ ليستَ صفراء.

$$P(\text{ليستَ صفراء}) = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

يُمكننا إيجادُ هذا الاحتمالِ بالطرح من 1.

$$P(\text{ليستَ صفراء}) = 1 - P(\text{صفراء})$$

$$1 - P(\text{صفراء}) = 1 - \frac{4}{12}$$

$$\frac{12}{12} = \frac{4}{12} - \frac{8}{12} = \frac{2}{3} =$$

(3) احتمالُ سحبِ كرةٍ بيضاء:

عدُّ عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 0؛ لأنَّ الصندوقَ لا يحتوي على أيِّ كرةٍ بيضاء.

$$P(\text{بيضاء}) = \frac{0}{12} = 0$$

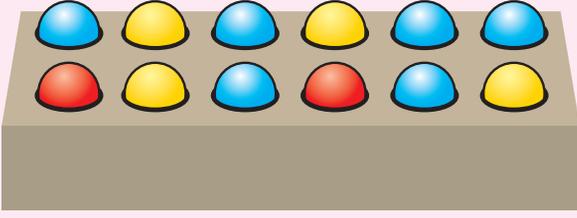
(4) احتمالُ سحبِ كرةٍ صفراء أو حمراء:

عدُّ عناصرِ هذا الحادثِ يُساوي 6؛ لأنَّ الصندوقَ فيه كرتانِ حمراوتانِ و4 كراتٍ صفراء ومجموعُها 6.

$$P(\text{صفراء أو حمراء}) = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$$

نلاحظُ منَ المثالِ السابق، أنَّ فرصةَ ظهورِ كرةٍ صفراء يختلفُ عنَ فرصةِ ظهورِ كرةٍ حمراء، ويختلفُ أيضاً عنَ فرصةِ ظهورِ كرةٍ زرقاء؛ لأنَّ عدَّ الكراتِ منَ كلِّ لونٍ غيرِ متساوٍ؛ لذا، تُسمَّى نواتجُ هذهِ التجربةِ غيرَ متساويةِ الاحتمالِ.

أحاول



بناءً على الصندوق في المثال السابق، أجد ما يأتي:

- (1) احتمال سحب كرة خضراء.
- (2) احتمال سحب كرة زرقاء أو صفراء.
- (3) احتمال سحب كرة ليست حمراء.
- (4) احتمال سحب كرة ليست خضراء.

التقويم الختامي



(1) بطاقات مرقمة من (1 - 5)، سُحبت بطاقةٌ منها عشوائياً. أجد ما يأتي:

- أ) احتمال ظهور العدد 5.
- ب) احتمال عدم ظهور العدد 3.
- ج) احتمال ظهور عدد زوجي.
- د) احتمال ظهور عدد يقع بين (0 - 6).

(2) إذا كان احتمال اختيار طالبٍ من طلبة الصف السابع يرتدي نظارةً هو 0.1، فما احتمال اختيار طالبٍ لا يرتدي نظارةً؟

