



المادة التعليمية للبرنامج العلاجي
المرحلة التحضيرية
للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات

الصف : الحادي عشر العلمي



المصدر: المادة التعليمية المساندة لمبحث الرياضيات

النتائج: • أتعرفُ الاقترانَ.
• أجدُ قاعدةَ اقترانٍ.



النشاطُ 1 القيمةُ العدديةُ لمقدارٍ جبريِّ.

(1) إذا كانت قيمةُ $x = 3$ وكانت قيمةُ $y = 5$ وأجدُ ناتجَ ما يأتي :

- أعوضُ قيمةَ كلِّ من x, y
- أجري العملياتَ الحسابيةَ

<p>① $2x + 3y$ $= 2(3) + 3(5)$ $= 6 + 15 = 21$</p>	<p>② $4x + 2y$ $= 4(3) + 2(\dots\dots)$ $= \dots\dots + 10 = 22$</p>	<p>③ $3y + 7x$ $= \dots\dots\dots$</p>
---	---	---

(2) في أحد الأندية الرياضية يكافئُ الناديُ اللاعبَ مقابلَ كلِّ هدفٍ يُحرزُه بـ 4 دنانيرَ وعليةُ أكملُ الجدولَ الآتي:



اسمُ اللاعبِ	عددُ الأهدافِ	العمليةُ الحسابيةُ	المبلغُ بالدينارِ
سيفٌ	3	$③ \times 4$	12
زيدٌ	4	16
أنسٌ	2	$② \times 4$
محمودٌ	n	$n \times 4$	$4n$
يوسفٌ	x

أتذكّرُ
 $n \times 4 = 4n$

(3) أكمل جدول المدخلات والمخرجات في ما يلي:

أتعلم

تُسمى العلاقة بين المدخلة x والمخرجة y اقتراناً؛ حيث إنَّ الاقترانَ هو: علاقة تربط كل قيمة من المدخلات بقيمة واحدة فقط من المخرجات. ويمكن التعبير عن الاقتران بطرائق مختلفة.

المدخلة (x)	المخرجة $y = 4x - 2$
1	$y = 4(1) - 2 = 2$
2	$y = 4(\dots) - 2 = 6$
3	$y = 4(\dots) - 2 = \dots$



النشاط 2 وصف قاعدة اقتران بالكلمات وجبرياً.

(1) أكمل الجدول الآتي:

المقدار الجبري	الجملة
$3x + 2$	المتغير x مضروباً بـ 3 ومضافاً إليه 2
$4(x - 2)$	المتغير x مضروباً بـ 4 ومطروحاً منه 1
	المتغير x مطروحاً منه 2 ومضروباً بالعدد 4
	المتغير x مضافاً إليه 7 ومضروباً بـ 2

(2) أكتب آلة الاقتران في ما يلي، ثم عبّر عنها جبرياً:

آلة الاقتران المعطاة ضرب المدخلة x في 2، ثم نضيف 3: $x \xrightarrow{\times 2} \xrightarrow{+3}$ ①

إذن، يُمكنني كتابة قاعدة الاقتران بالصورة الجبرية $y = 2x + 3$ أو بصورة معادلة $y = 2x + 3$

آلة الاقتران المعطاة: ضرب المدخلة x في، ثم نطرح 3: $x \xrightarrow{\times 5} \xrightarrow{-3}$ ②

إذن يُمكنني كتابة قاعدة الاقتران بالصورة الجبرية أو بصورة معادلة

3

آلة الاقتران المعطاة: نُضيفُ 5 إلى المدخلة x ، ثم نضربُ
الناتج بـ 3:



إذن يُمكنني كتابة قاعدة الاقتران بالصورة الجبرية
أو معادلة $x \mapsto$

4

آلة الاقتران المعطاة: نطرحُ 2 من المدخلة x ، ثم نضربُ
الناتج بـ



إذن، يُمكنني كتابة قاعدة الاقتران بالصورة الجبرية

$$x \mapsto (x - 2) \times 5$$

أو بصورة معادلة على الشكل $y = \dots\dots\dots$

5

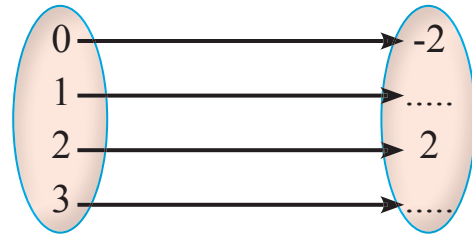


6



3) أمتلُ جدول المدخلات والمخرجات الآتي باستخدام المخطط السهمي:

المدخلة (x)	المخرجة (y)
0	-2
1	0
2	2
3	4

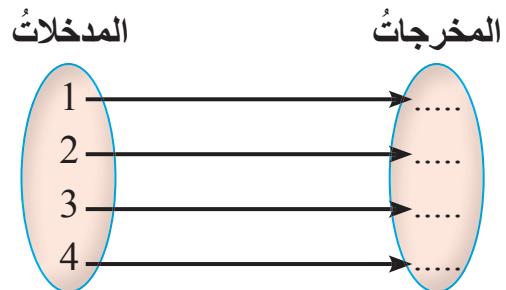


4) معتمدًا على الاقتران: $x \mapsto x + 4$

1) أجدُ المخرجات المناظرة للمدخلات 1,2,3,4

2) أمتلُ المدخلات والمخرجات بمخطط سهمي

المدخلة (x)	المخرجة (y)
1
2
3
4



أضعُ ✓ أسفل الصورة التي تمثلُ تعلُّمي



- الناتج: أذكر خصائص الاقتران التربيعي.
- أمثل الاقتران التربيعي بيانياً في المستوى الإحداثي.



نشاط 1 خصائص الاقتران التربيعي

أتعلم

الاقتران التربيعي هو كل اقتران يكتب على الصيغة $f(x) = ax^2 + bx + c$ حيث a, b, c أعداد حقيقية $a \neq 0$ ويسمى الاقتران $f(x) = ax^2$ بالاقتران الرئيس لأنه أبسط صورة للاقتران التربيعي.

أتعلم

القطع المكافئ: هو الشكل الناتج عن تمثيل الاقتران التربيعي بيانياً $f(x) = ax^2 + bx + c$ ويكون على شكل \cap إذا كان $a < 0$ أو على شكل \cup إذا كانت $a > 0$

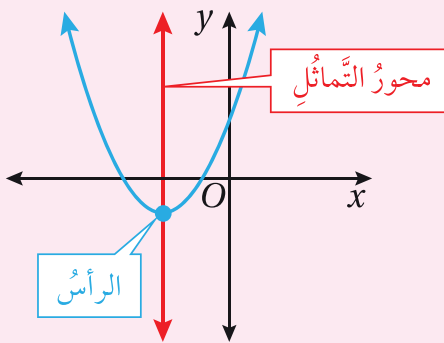
محور التماثل: الخط الراسي الذي يقسم الشكل إلى قسمين متماثلين ومعادلته $x = -\frac{b}{2a}$

رأس القطع: نقطة تقاطع محور التماثل مع منحنى القطع، وإحداثياته $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$

وتكون: $\left. \begin{array}{l} \text{قيمة عظيمة إذا كانت } a < 0 \\ \text{وقيمة صغيرة إذا كانت } a > 0 \end{array} \right\}$

المجال: مجال الاقتران التربيعي دائماً هو $(-\infty, \infty)$

المدى: $\left. \begin{array}{l} \{y \mid y \geq f(-\frac{b}{2a})\} \text{ إذا كانت } a > 0 \\ \{y \mid y \leq f(-\frac{b}{2a})\} \text{ إذا كانت } a < 0 \end{array} \right\}$



1) أُميِّزُ الاقترانَ التربيعيَّ في كلِّ مما يأتي وأبرِّرُ إجابتي:

التبريرُ	غير تربيعيَّ	تربيعيَّ ومعاملاته	الاقترانُ
لأنه على الصيغة $f(x) = ax^2+bx+c$		✓ a=1 b=3 c=-2	$f(x) = x^2+3x-2$
لأنَّ أكبر قوة للمتغير فيه تساوي 3	✓		$f(x) = x^3+3x$
لأنه على الصيغة $f(x) = ax^2+bx+c$ أتذكر: أي حدٍّ من حدود الاقتران التربيعيَّ غير موجودٍ يكون معاملُه 0		✓ a=4 b=0 c=6	$g(x) = 4x^2+6$
لأنَّ قوة المتغير فيه تساوي 1			$g(x) = 4x-6$
	✓		$f(x) = 2x^3-3x^2+4$
		✓ a = , b = , c =	$f(x) = x^2$
لأنَّ قوة المتغير فيه تساوي 3			$f(x) = 8x^3-1$

2) أجدُ معادلةَ محور التماثل وإحداثيات رأس القطع والقيمة العظمى أو الصغرى ومدى الاقترانات الآتية:

المدى	القيمة العظمى a < 0 القيمة الصغرى a > 0	إحداثيات رأس القطع $\left(\frac{-b}{2a}, f\left(\frac{-b}{2a}\right)\right)$	معادلة محور $x = \frac{-b}{2a}$	قيم المعاملات a, b, c	الاقترانُ
$[-1, \infty)$ {y y ≥ -1}	بما أن a=1 للاقتران قيمة صغرى مقدارها -1	$f(-1) = (-1)^2+2(-1)+1$ $= 1-2+1=0$ إحداثيات رأس القطع (-1, 0)	$x = \frac{-2}{2(1)} = -1$ x = -1	a=1 b=2 c=1	$f(x) = x^2+2x+1$
$[....., \infty)$ {y y ≥.....}	بما أن a=1 للاقتران قيمة..... مقدارها.....	$f(3) =$ $= -14$ إحداثيات رأس القطع (3,)	$x = \frac{-(-6)}{2(1)}$ x =	a=1 b=-6 c=-5	$f(x) = x^2-6x-5$
$(-\infty,]$ {y y ≤.....}	بما أن a=... للاقتران قيمة عظمى مقدارها.....	$f() =$ $= 2$ إحداثيات رأس القطع (,)	$x = \cdot $ =	a = b = c = 0	$f(x) = -2x^2+4x$
$[....., \infty)$ {y y ≥.....}	بما أن a=... للاقتران قيمة..... مقدارها.....	$f() =$ إحداثيات رأس القطع (,)	x =	a = b = c =	$f(x) = 4x^2-7$
					$f(x) = -3x^2-6x-5$
					$f(x) = -x^2+6x$
					$f(x) = x^2-2x+4$



نشاط 1 تمثيل الاقتران التربيعي بيانياً

خطوات تمثيل الاقتران التربيعي بيانياً

أحدد اتجاه القطع $a > 0$ مفتوح للأعلى U
 $a < 0$ مفتوح للأسفل n

أجد معادلته محور التماثل

أجد إحداثيات رأس القطع

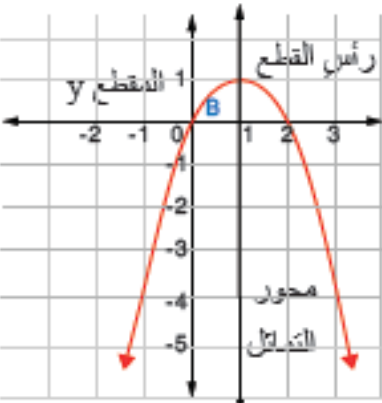
أجد إحداثيات المقطع y x أختار قيمة للمتغير x تقع في
 جهة المقطع y نفسها

1 أمثل الاقتران $f(x)=x^2+2x-1$ بيانياً

التمثيل البياني	الحل	السؤال
	$a=$ $b=$ $c=$	1 أجد قيم المعاملات a, b, c
	بما أن $a=1$ فإن المنحنى مفتوح للأعلى.	2 أحدد اتجاه القطع
	$x =$ $x = -1$	3 أجد معادلة محور التماثل
	$f(-1)=$ إحداثيات الرأس (,)	4 أجد إحداثيات رأس القطع
	المقطع y هو قيمة الثابت c فالمقطع يساوي -1 إنه إحداثيات المقطع y هو (0, -1)	5 أجد المقطع y
	أختار قيمة $x =$ $f(1)=1^2+2(1)-1=2$ أحصل على الزوج المرتب (1,2)	6 أختار قيمة للمتغير x والقيمة المناظرة لها في الاقتران $f(x)$
	إحداثيات الرأس (,) إحداثيات المقطع y (,) إحداثيات نقطة على المنحنى (,)	7 أعيّن النقاط على المنحنى وأصل بيئها بخط منحن، فيظهر الشكل في التمثيل البياني.



(2) أمثلُ الاقتران $f(x) = -x^2 + 2x$ بيانياً

التمثيل البياني	الحل	السؤال
 <p>المجال</p> <p>المدى</p> <p>القيمة العظمى</p>	$a =$ $b =$ $c =$	1 أجدُ قيمَ المعاملاتِ a, b, c
	<p>بما أن $a = -1$ فإن المنحنى مفتوحٌ</p>	2 أحدد اتجاه القطع
		3 أجدُ معادلةَ محور التماثل
		4 أجدُ إحداثيات رأس القطع
		5 أجدُ المقطع y
		6 أختارُ قيمةً للمتغير x والقيمة المناظرة لها في الاقتران $f(x)$
		7 أعيُنُ النقاطَ على المنحنى وأصلُ بينها بخطٍ منحنٍ، فيظهرُ الشكلُ في التمثيل البياني.

أقيم ذاتي: أرسُمُ الوجهَ الذي يُعبّرُ عن درجةِ رضايَ عن أدائي وتفاعلي في أثناءِ الأنشطةِ داخلَ () .

<p>😊 أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ. أتوجهُ إلى كتابي وأكملُ حلَّ "التدرب" وأحلُّ المسائل.</p>	<p>😐 أستطيعُ حلَّ الأنشطةِ مع بعضِ المساعدةِ. أسألُ زميلًا أتقنُ المهارة.</p>	<p>😞 لم أتمكنُ من حلِّ الأنشطةِ. أستعينُ بزميلٍ أتقنُ المهارةَ أو معلمي، ويمكنُ أن أبحثَ عن مصدرٍ آخرَ للمعرفة.</p>
• أعددُ خواصَّ الاقترانِ التربيعيِّ ()	• أمثلُ الاقترانِ التربيعيِّ بيانياً ()	

حلّ المعادلات التربيعية بيانياً

1

النتائج: • أحلّ المعادلة التربيعية بيانياً.

نشاط 1 أحلّ المعادلات التربيعية بيانياً



أولاً: حلّ المعادلات التربيعية بيانياً

أتذكر

المعادلة: هي جملة تتضمن إشارة مساواة تدلّ على تساوي المقدارين في طرفيها، وقد تتضمن أعداداً مجهولة تسمى متغيرات مثل: x, y **حلّ المعادلة:** هو قيمة عددية للمتغير تجعل المساواة صحيحة. **مثال:** (المعادلة) $2x+1=5$ فإن (حلّ المعادلة) $x=2$.

أتعلم

المعادلة التربيعية: هي معادلة غير خطية يمكن كتابتها على الصورة: $ax^2+bx+c=0$ ، حيث $a \neq 0$.
حلّ المعادلة التربيعية: هو تحديد القيم التي يقطع عندها منحنى الاقتران المرتبط المحور x ، وتسمى تلك القيم جذور المعادلة أو أصفار الاقتران. **مثال:** (المعادلة التربيعية) $x^2-2x-8=0$ فإن (حلّ المعادلة التربيعية) $x = -2, 4$

حلّ المعادلات التربيعية جبرياً:

- 1- حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل.
- 2- حلّ المعادلات التربيعية بإكمال المربع.
- 3- حلّ المعادلات التربيعية باستعمال القانون العامّ.

لحلّ معادلة

تربيعية

يمكن استعمال

إحدى

الطريقتين:

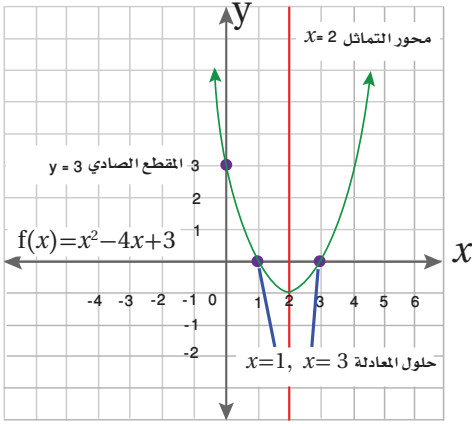
حلّ المعادلات التربيعية بيانياً:

- 1- أكتب المعادلة بالصورة القياسية $ax^2+bx+c=0$
- 2- أمثل بيانياً الاقتران المرتبط $f(x)=ax^2+bx+c$
- 3- أجد القيم التي يقطع عندها المنحنى المحور x

منهاجي

متعة التعليم الهادف





(1) أحلّ المعادلة التربيعية $x^2 - 4x = -3$ بيانيًا:

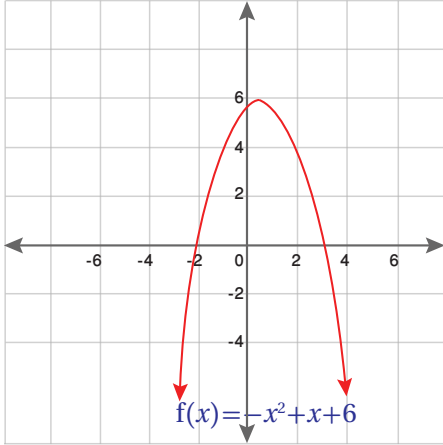
الصورة القياسية للمعادلة: $x^2 - 4x + 3 = 0$

أمثلّ الاقتران المرتبط بيانيًا: $f(x) = x^2 - 4x + 3$

ألاحظ أن القيم التي يقطع عندها المنحنى المحور x :

$$x = 1, x = 3$$

إذن: حلّ المعادلة التربيعية هو $x = 1, x = 3$



(2) أحلّ المعادلة التربيعية $x - x^2 = -6$ بيانيًا:

الصورة القياسية للمعادلة:

أمثلّ الاقتران المرتبط بيانيًا: $f(x) = \dots$

ألاحظ أن القيم التي يقطع عندها المنحنى المحور x :

$$x = \dots, x = \dots$$

إذن: حلّ المعادلة التربيعية

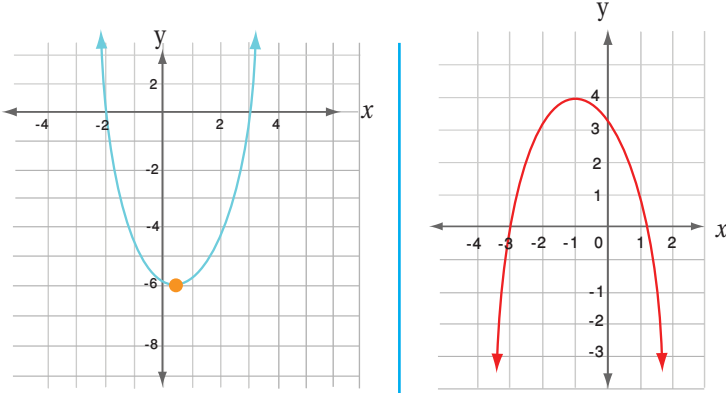
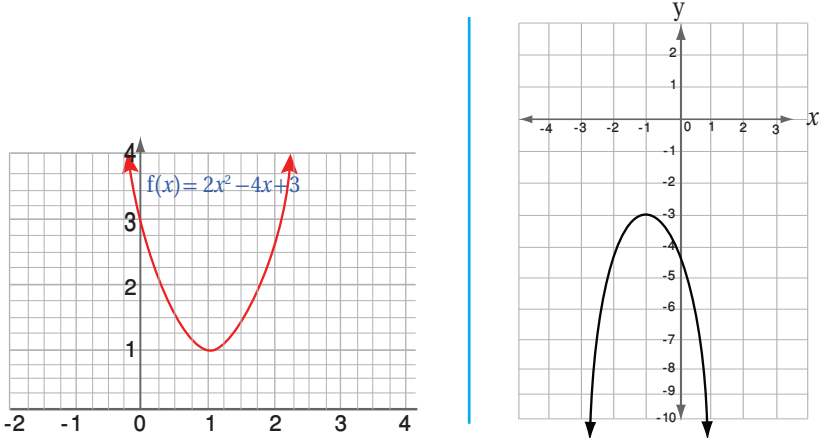
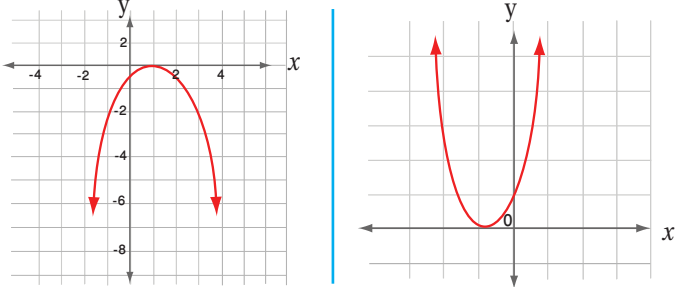
هو $x = \dots, x = \dots$

(3) أكتب حلول المعادلات التربيعية الآتية بيانيًا:

حلّ المعادلة	تمثيل الاقتران المرتبط بالمعادلة بيانيًا
$x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$	
$x_1 = \dots$ $x_2 = \dots$	

ثانياً: عددُ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ

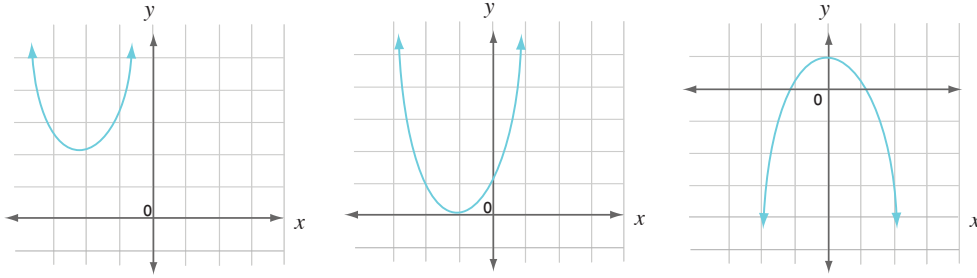
1) أعددُ عددَ قيمِ x التي تمثلُ حلولاً للمعادلاتِ التربيعيةِ الآتيةِ (أصفارِ الاقترانِ، جذورُ المعادلةِ)، ثم أبررُ إجابتي:

حلونُ المعادلةِ	منحنى الاقترانِ المرتبطُ بالمعادلةِ التربيعيةِ
عددُ الحلونِ (عددُ قيمِ x): التبريرُ:	
عددُ الحلونِ (عددُ قيمِ x): التبريرُ:	
عددُ الحلونِ (عددُ قيمِ x): التبريرُ:	

أتعلمُ

يمكنُ أن يكونَ للمعادلةِ التربيعيةِ حلانِ حقيقيينِ مختلفانِ، أو حلٌّ حقيقيٌّ واحدٌ، أو ألا يكونَ لها حلولٌ حقيقيةٌ.

(2) التمثيل البياني للاقتران المرتبط بالمعادلة التربيعية التي لا يوجد لها حل حقيقي هو:



(3) أصل العمود الأول بما يناسبه في العمود الثاني:

عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية	التمثيل البياني للاقتران المرتبط بالمعادلة التربيعية
0	
1	
2	

أقيم ذاتي: أرسّم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضاي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

<p>😊 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أتدرب" وأحلّ المسائل.</p>	<p>😐 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.</p>	<p>😞 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميل أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدر آخر للمعرفة.</p>
<p>• أجد حلّ معادلة تربيعية بيانياً ()</p>		

حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ (1)

2

النتائج: • أحلُّ المعادلة التربيعية بالتحليل.



نشاط 1 حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ

أولاً: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ

أتذكُرُ

بعضَ طرائقِ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

طريقةُ التحليلِ	عددُ الحدودِ الجبريةِ
إخراجُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ	2 أو أكثرُ
$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$	2
$a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$ $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$	3
$x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$ $m + n = b$ and $mn = c$	3
$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$ $= (a+b)(x+y)$	4 أو أكثرُ

أتذكُرُ

حينَ لا تساوي قيمةُ العاملِ المشتركِ الأكبرِ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ 1، فإنَّ من الأسهلِ البدءَ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ، ثمَّ اختيارَ طريقةِ التحليلِ المناسبةِ.

(1) أحلُّ المقدارَ الجبريِّ $6x^2 + 8x$:

1 أجدُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدودِ المقدارِ الجبريِّ: $2x$ ؛ لأنَّ

$$6x^2 = 2 \times 3 \times x \times x, \quad 8x = 2 \times 2 \times 2 \times x$$

2 أخرجُ المقدارَ $(2x)$ عاملاً مشتركاً: $2x(3x+4)$

3 هل المقدارُ الجبريُّ $6x^2 + 8x = 2x(3x+4)$ تمَّ تحليله تحليلاً كاملاً؟ أبررُ إجابتي.

نعم؛ لأنَّه تمَّ كتابةُ كلِّ حدٍّ من الحدودِ الجبريةِ للمقدارِ بالصورةِ التحليليةِ.

إذن، تمَّ تحليلُ المقدارِ الجبريِّ تحليلاً كاملاً.



(2) أحلّ المقدارَ الجبريَّ $x^2 - 6x + 8$

أتذكرُ

إذا كانت c موجبةً، و b سالبةً في ثلاثي الحدود x^2+bx+c ، فإن لكل من m, n إشارةً سالبةً.

1 أجد العاملَ المشتركَ الأكبرَ لحدود المقدارِ الجبريِّ: 1

2 أختارُ طريقةَ التحليلِ المناسبةَ: تحليلُ ثلاثية الحدودِ

$$x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$$

$$m + n = b \text{ and } mn = c$$

بما أن $c = \dots\dots\dots$ و $b = \dots\dots\dots$ ، فيجبُ إيجادَ عددينِ سالبينِ مجموعُهما $\dots\dots\dots$ وحاصلُ ضربِهما $\dots\dots\dots$

3 أنشئْ جدولاً، وأنظِّم فيه عوامل العددِ 8 السالبة، وأحدّد العاملين اللذين مجموعُهما -6:-

العاملان الصحيحان

أزجُ عوامل العددِ 8 السالبة	-1, -8	-2, -4
مجموعُ العاملين	-9	-6

4 أكتبُ القاعدة: $x^2 - 6x + 8 = (x + m)(x + n)$

5 أ عوض $m = -2, n = -4$ (.....)(.....) =

(3) أحلّ المقدارَ الجبريَّ الآتية:

1 $x^2 + 3x + 2$

2 $2x^2 - 2x - 24$

ثانياً: حلّ المعادلات التربيعية بالتحليل

أتعلمُ

خاصية الضرب الصفري: إذا كان حاصل ضرب عددين حقيقيين صفراً، فإن أحدهما على الأقل يجب أن يكون صفراً، **مثال:** $x(x+1)=0$ ، فإن إما $x=0$ ، أو $x+1=0$.

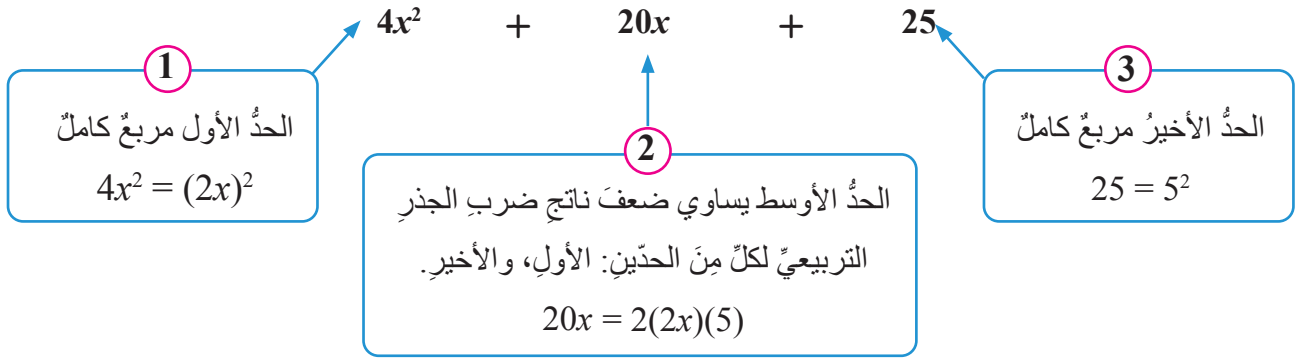
(1) أحلّ المعادلة $4x^2 + 20x + 25 = 0$ بالتحليل

أحلّ المقدارَ الجبريَّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملين:

$$4x^2 + 20x + 25 = 0$$

الأنظ:

المقدارُ الجبريُّ $4x^2 + 20x + 25$ يتكوّن من 3 حدود؛ أختارُ تحليله بإحدى الطرائق الثلاثة: (إخراج العامل المشترك الأكبر، أو مربع كامل ثلاثي، أو تحليل ثلاثي الحدود x^2+bx+c)؛ وبما أن العامل المشترك الأكبر للحدود الجبرية الثلاثة هو 1؛ فلا يمكن استعمال الطريقة الأولى، وبما أن معامل x^2 ($a \neq 1$)، فلا يمكن تحليله باستعمال الطريقة الثانية؛ لذلك عليّ أن أتحقّق من شروط طريقة تحليل مربع كامل ثلاثي الحدود.



إذن، أحلُّ المقدار الجبريِّ باستعمالِ مربعِ كاملٍ ثلاثيِّ الحدودِ:

مربعٌ كاملٌ ثلاثيُّ الحدودِ

$$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$$

$$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$$

$$4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2 = (2x + 5)(2x + 5)$$

تحليلُ المقدارِ الجبريِّ هو:

أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفرِيِّ)، وبما أنَّ العاملينِ متساويان فأحلُّ المعادلةَ الخطيةَ (بين القوسين):

$$4x^2 + 20x + 25 = 0$$

$$(2x + 5)^2 = 0$$

$$2x + 5 = 0$$

$$x = -\frac{5}{2} = -2\frac{1}{2}$$

إذن، للمعادلة جذران حقيقيان متساويان (حلٌّ واحدٌ) هو، $\{-2\frac{1}{2}\}$

أتعلمُ

لحلِّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليلِ، أتبعُ الخطواتِ الآتية:

الخطوةُ (1): أنقلُ جميعَ الحدودِ إلى الطرفِ الأيسرِ، وأتركُ الصفرَ في الطرفِ الأيمنِ.

الخطوةُ (2): أحلُّ المقدارَ الجبريِّ في الطرفِ الأيسرِ من المعادلةِ على صورةِ حاصلِ ضربِ عاملينِ.

الخطوةُ (3): أساوي كلَّ عاملٍ بالصفرِ (خاصيةُ الضربِ الصفرِيِّ)، وأحلُّ كلَّ معادلةٍ خطيةٍ.

الخطوةُ (4): حلُّ المعادلةِ التربيعيةِ هي حلولُ المعادلتينِ الخطيتينِ.

(2) أحلّ المعادلة التربيعية $x^2 = 12x - 36$

1 أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن:

2 أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:

- أجد العامل المشترك الأكبر لحدود المقدار الجبري:

- هل الحدّ الأول مربع كامل؟

- هل الحدّ الأوسط يساوي $2(x)(6)$ ؟

- هل الحدّ الأخير مربع كامل؟

- هل يمكن تحليل المقدار الجبري باستعمال طريقة المربع الكامل ثلاثي الحدود؟

- أحلّ المقدار الجبري: $x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2 = (x-6)(x-6)$

(وبما أن العاملين متساويان أساوي كلّ عاملٍ بالصفر (خاصية الضرب الصفرية)، فأحلّ المعادلة الخطية (بين القوسين):




إذن، للمعادلة جذران حقيقيان متساويان (حل واحد) هو،

(3) أحلّ المعادلتين التربيعيتين الآتيتين:

1 $x^2 + 6x + 9 = 0$

1 $9x^2 - 42x + 49 = 0$

أقيم ذاتي: أرسم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل () .

 <p>لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميلٍ أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدرٍ آخر للمعرفة.</p>	 <p>أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.</p>	 <p>أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أتدرب" وأحلّ المسائل.</p>
• أحلّ المعادلة التربيعية جبرياً ()	• أحلّ المقادير الجبرية ()	

حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ بالتحليل (2)

3

النتائج: • أحلُّ المعادلةَ التربيعيةَ على صورة $ax^2+bx+c=0$



نشاط 1 حلُّ المعادلاتِ التربيعيةِ على صورة $ax^2+bx+c=0$

أولاً: تحليلُ المقاديرِ الجبريةِ بتجميعِ الحدودِ

أتذكُر

بعضَ طرائقِ تحليلِ المقاديرِ الجبريةِ

طريقةُ التحليلِ	عددُ الحدودِ الجبريةِ
$ax + bx + ay + by = x(a+b) + y(a+b)$ $= (a+b)(x+y)$	التحليلُ بتجميعِ الحدودِ 4 أو أكثرُ

(1) أحلُّ المقدارَ الجبريَّ $x - 2x^2 - 18x + 9$ تحليلاً كاملاً

$$\begin{aligned} x - 2x^2 - 18x + 9 &= (x - 2x^2) + (-18x + 9) \\ &= x(1-2x) + 9(-2x+1) \\ &= (1-2x)(x+9) \end{aligned}$$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ
أحلُّ كلَّ تجميعِ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ
أخرجُ $(1-2x)$ عاملاً مشتركاً

(2) أحلُّ المقدارَ الجبريَّ $2x^2 - 12x + 42 - 7x$ تحليلاً كاملاً:

$$\begin{aligned} 2x^2 - 12x + 42 - 7x &= (\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots) \\ &= 2x(\dots\dots\dots) - 7(\dots\dots\dots) \\ &= (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) \end{aligned}$$

أجمعُ الحدودَ ذواتِ العواملِ المشتركةِ
أحلُّ كلَّ تجميعِ بإخراجِ العاملِ المشتركِ الأكبرِ
أخرجُ $(2x-7)$ عاملاً مشتركاً

(3) أحلُّ المقاديرِ الجبريةِ الآتية:

1 $x^2+5x-x-5$

2 $3x^2+15x-4x-20$



ثانياً: تحليل ثلاثية الحدود ax^2+bx+c

أتذكر:

طرائق تحليل المقادير الجبرية

طريقة التحليل	عدد الحدود الجبرية
$x^2 + bx + c = (x+m)(x+n)$ $m + n = b$ and $mn = c$	3

أتذكر:

طرائق تحليل المقادير الجبرية

لتحليل ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$ ، أجد عددين صحيحين m و n حاصل ضربهما يساوي (ac) ، ومجموعهما يساوي b ، ثم أكتب $ax^2 + bx + c$ على الصورة $ax^2 + mx + nx + c$ ، ثم أحلل بتجميع الحدود.

(1) أحل المقدار الجبري $2x^2+5x+3$ تحليلًا كاملاً:

بما أن $a=2$ ، $b=5$ ، و $c=3$ ، فيجب إيجاد عددين موجبين مجموعهما 5، وحاصل ضربهما 6، أنشئ جدولاً، وأنظم فيه عوامل العدد 6 الموجبة، وأحدد العاملين اللذين مجموعهما 5:

أزج عوامل العدد 6 الموجبة	1, 6	2, 3
مجموع العاملين	7	5

العاملان الصحيحان

$$2x^2+5x+3 = 2x^2+mx+nx+3$$

$$= 2x^2+2x+3x+3$$

$$= (2x^2+2x)+(3x+3)$$

$$= 2x(x+1)+3(x+1)$$

$$= (x+1)(2x+3)$$

أكتب القاعدة

أعوض $m=2$ ، $n=3$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

أحل كل تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $(x+1)$ عاملاً مشتركاً

ألاحظ

إذا كانت إشارة $a.c$ موجبةً في ثلاثي الحدود $ax^2 + bx + c$ ، فإن لكل من m و n الإشارة نفسها، ويعتمدُ تحديدُ إشارتي m و n' (موجبةً/سالبةً) على إشارة b ، فإذا كانت b موجبةً فإنَّ إشارة كلِّ منهما موجبةً، وإذا كانت إشارة b سالبةً فإنَّ إشارة كلِّ منهما سالبةً.

(2) أحلل المقدار الجبري $6x^2 - x - 12$ تحليلًا كاملاً:

بما أن $c = \dots\dots\dots$ و $b = \dots\dots\dots$ و $a = \dots\dots\dots$ فيجب إيجاد عددين سالبين مجموعهما c وحاصل ضربهما b .

ألاحظ

إذا كانت $a.c$ سالبةً في ثلاث الحدود $ax^2 + bx + c$ ، فإنَّ m و n إشارتين مختلفتين.

أنشئ جدولاً، وأنظّم فيه عوامل العدد 72 مختلفة الإشارة (إشارة الأكبر سالبةً)، وأحدّد العاملين اللذين مجموعهما -1.

مجموع العاملين	أزواج عوامل العدد 72 مختلفة الإشارة
-71	-72, 1
-34	-36, 2
-21	-24, 3
-14	-18, 4
-6	-12, 6
-1	8, -9

$$\begin{aligned} 6x^2 - x - 12 &= \dots\dots\dots \\ &= \dots\dots\dots \\ &= (\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots) \\ &= \dots\dots\dots - 3(\dots\dots\dots) \\ &= (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots) \end{aligned}$$

أكتب القاعدة
أعوض $m = 8, n = -9$
أجمع الحدود ذوات العوامل المشتركة
أحلل كلَّ تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر
أخرج $(3x+4)$ عاملاً مشتركاً

(3) أحلل المقادير الجبرية الآتية:

1 $6x^2 + 22x - 8$

2 $12x^2 - x - 20$



ثالثاً: حلّ المعادلة التربيعية على صورة $ax^2 + bx + c$

(1) أخلّ المعادلة التربيعية $2x^2 = 13x + 7$

$$2x^2 - 13x - 7 = 0$$

أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن:

أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:

ألاحظ أنّ الطرف الأيسر من المعادلة على صورة $ax^2 + bx + c$

بما أنّ $c = -7$ ، و $b = -13$ ، و $a = 2$ ، فإنّ $ac = -14$ (إشارة ac سالبة، وإشارة b سالبة)؛ فيجب إيجاد

عددين مختلفي الإشارة مجموعهما -13 وحاصل ضربهما -14

أنشئ جدولاً، وأنظّم فيه عوامل العدد -14 - مختلفة الإشارة (إشارة الأكبر سالبة)، وأحد العاملين اللذين

مجموعهما -1

مجموع العاملين	أزواج عوامل العدد 14 مختلفة الإشارة
-13	العاملان الصحيحان 1, -14
-5	2, -7

$$2x^2 - 13x - 7 = 2x^2 + mx + nx - 7$$

$$= 2x^2 - 14x + 1x - 7$$

$$= (2x^2 - 14x) + (x - 7)$$

$$= 2x(x - 7) + (x - 7)$$

$$= (x - 7)(2x + 1)$$

$$x - 7 = 0, 2x + 1 = 0$$

$$x = 7, x = \frac{-1}{2}$$

أكتب القاعدة

أعوض $m = -14$, $n = 1$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

أحلّ كلّ تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $(x - 7)$ عاملاً مشتركاً

أساوي كلّ عامل بالصفر (خاصية الضرب الصفرية)، وأحلّ كلّ معادلة خطية:

إنّ، للمعادلة جذران هما: $x = 7, x = \frac{-1}{2}$

(2) أخلّ المعادلة التربيعية $3x^2 + 13x + 12 = 0$

- أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن: $3x^2 + 13x + 12 = 0$

- أحلّ المقدار الجبري في الطرف الأيسر من المعادلة على صورة حاصل ضرب عاملين:

- ألاحظ أنّ الطرف الأيسر من المعادلة على صورة $ax^2 + bx + c$

بما أنّ $c = \dots$ ، و $b = \dots$ ، و $a = \dots$ ، فإن $ac = \dots$ (إشارة ac ، وإشارة b )؛

فيجب إيجاد عددين موجبين مجموعهما وحاصل ضربهما

أنشئ جدولاً، وأنظّم فيه عوامل العدد 36 موجبة الإشارة، وأحدّد العاملين اللذين مجموعهما 13

مجموع العاملين	أزواج عوامل العدد 36 موجبة الإشارة
37	1, 36
20	2, 18
15	3, 12
13	4, 9
12	6, 6

$$3x^2 + 13x + 12 = \dots\dots\dots$$

$$= \dots\dots\dots$$

$$= (\dots\dots\dots) + (\dots\dots\dots)$$

$$= 3x(\dots\dots\dots) + 4(\dots\dots\dots)$$

$$= (\dots\dots\dots)(\dots\dots\dots)$$

$$\dots\dots\dots = 0, \dots\dots\dots = 0$$

$$x = \dots\dots\dots, x = \dots\dots\dots$$

أكتب القاعدة

$$m = 9, n = 4$$

أجمع الحدود ذات العوامل المشتركة

أحلّ كلّ تجميع بإخراج العامل المشترك الأكبر

أخرج $(x+3)$ عاملاً مشتركاً

- أساوي كلّ عامل بالصفير (خاصية الضرب الصفريّ)،
وأحلّ كلّ معادلة خطية:

إنّ للمعادلة جذران هما: $x = \dots\dots\dots, x = \dots\dots\dots$

(3) أحلّ المعادلات التربيعية الآتية:

1 $2x^2 = x + 6$

2 $14x^2 + 5 = 17x$

أقيم ذاتي: أرسّم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضائي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل ().

<p>😊 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أُتدرب" وأحلّ المسائل.</p>	<p>😐 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.</p>	<p>😞 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أسعيتُ بزميلٍ أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدرٍ آخر للمعرفة.</p>
<p>• أحلّ المقادير الجبرية بتجميع الحدود ()</p>	<p>• أحلّ ثلاثية الحدود $ax^2 + bx + c$ ()</p>	<p>• أحلّ المعادلة التربيعية على صورة $ax^2 + bx + c = 0$ ()</p>

النتائج: • أخلّ المعادلة التربيعية باستعمال القانون العام.



نشاط 1 حلّ المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

أولاً: حلّ المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام

أتعلم

يمكن حلّ المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ بالقانون العام على النحو الآتي:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

حيث $a \neq 0$ و $b^2 - 4ac \geq 0$.

(1) أخلّ المعادلة التربيعية $5x^2 - 2x - 4 = 0$ باستعمال القانون العام

$$5x^2 - 2x - 4 = 0$$

- أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

أكتب القانون العام

$$x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 4(5)(-4)}}{10}$$

- أ عوض $a = 5$, $b = -2$, $c = -4$ في القانون العام

$$x = \frac{3 \pm \sqrt{84}}{10} = \frac{1 \pm \sqrt{21}}{5}$$

- بالتبسيط

إذن، جذرا المعادلة (حلان) هما: $\frac{1 - \sqrt{21}}{5}$ ، $\frac{1 + \sqrt{21}}{5}$

(2) أخلّ المعادلة التربيعية $3x^2 + 3 = 7x$ باستعمال القانون العام:

$$\dots\dots\dots = 0$$

- أنقل جميع الحدود إلى الطرف الأيسر من المعادلة، وأترك الصفر في الطرف الأيمن:

$$x =$$

أكتب القانون العام

$$x =$$

- أ عوض $a = \dots\dots\dots$, $b = \dots\dots\dots$, $c = \dots\dots\dots$ في القانون العام:

$$x =$$

- بالتبسيط

إذن، جذرا المعادلة (حلان) هما: $\dots\dots\dots$ ، $\dots\dots\dots$

(3) أخلّ المعادلات التربيعية الآتية:

1 $2x^2 = 3x - 2$

2 $x^2 + 6x + 2 = 0$

ثانياً: عدد حلول المعادلة التربيعية باستعمال المميز

(1) أعدد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية $5x^2 - 2x - 3 = 0$ باستعمال المميز

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

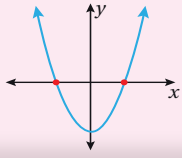
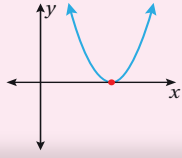
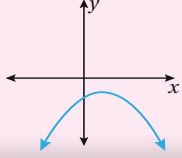
$$\Delta = (-2)^2 - 4(5)(-3)$$

أكتب صيغة المميز

أعوض $a=5, b=-2, c=-3$ في صيغة المميز

أتعلم

مميز المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ هو $\Delta = b^2 - 4ac$ ، ويمكن استعماله لتحديد عدد حلول المعادلة التربيعية كما يأتي:

إشارة المميز Δ	$\Delta > 0$ موجب	$\Delta = 0$ صفر	$\Delta < 0$ سالب
عدد الحلول	حلان حقيقيان مختلفان	حل حقيقي واحد	لا توجد حلول حقيقية
مثال بياني			

$$\Delta = 4 + 60 = 64$$

بالتبسيط

بما أن Δ موجب، إذن للمعادلة حلان حقيقيان مختلفان

(2) أعدد عدد الحلول الحقيقية للمعادلة التربيعية $x^2 - 2x + 3 = 0$ باستعمال المميز:

$$\Delta = \dots\dots\dots$$

$$\Delta = \dots\dots\dots$$

$$\Delta = \dots\dots\dots$$

أكتب صيغة المميز

أعوض $a = \dots\dots\dots, b = \dots\dots\dots, c = \dots\dots\dots$ في صيغة المميز:

بالتبسيط




بما أن $\Delta \dots\dots\dots$ ، إذن $\dots\dots\dots$

(3) أعدد عدد الحلول الحقيقية للمعادلات التربيعية الآتية:

1 $x^2 = 7x - 1$

2 $9x^2 + 6x + 1 = 0$

أقيم ذاتي: أرسّم الوجه الذي يُعبّر عن درجة رضاي عن أدائي وتفاعلي في أثناء الأنشطة داخل () .

 لم أتمكن من حلّ الأنشطة. أستعين بزميلٍ أتقن المهارة أو معلمي، ويمكن أن أبحث عن مصدرٍ آخر للمعرفة.	 أستطيع حلّ الأنشطة مع بعض المساعدة. أسأل زميلاً أتقن المهارة.	 أستطيع حلّ الأنشطة من دون مساعدة. أتوجه إلى كتابي وأكمل حلّ "أندرب" وأحلّ المسائل.
• أعدد عدد حلول المعادلة التربيعية باستعمال المميز ()	• أخلّ المعادلات التربيعية باستعمال القانون العام ()	

النتائج: • أربط بين الأسس النسبية والجذور، وأحوّل بينها.



نشاط 1 الربط بين الأسس النسبية، والجذور، والتحويل بينها



أتذكر

دليل الجذر
 $x^{\frac{a}{b}} = \sqrt[b]{x^a}$
 الأسس
 الأساس

أتذكر

دليل الجذر 2 وهو يدل على الجذر التربيعي ولا يكتب

(1) أكتب العبارات الآتية على الصورة الجذرية:

1 $5^{\frac{1}{2}}$ $= \sqrt{5}$	2 $64^{\frac{1}{2}}$
3 $(-3)^{\frac{2}{3}}$ $= \sqrt[3]{(-3)^2}$	4 $b^{-\frac{1}{3}}$ $= \sqrt[\square]{\square}$

(2) أكتب العبارات الآتية على الصورة الأسية:

1 $\sqrt[3]{a^4}$ $a^{\frac{4}{3}}$	2 \sqrt{x} $= x^{\frac{1}{\square}}$
3 $\sqrt[3]{(y)^2}$ $= y^{\frac{\square}{\square}}$	4 $\sqrt[3]{x^6}$ $= x^{\frac{\square}{\square}} = x^{\square}$

ضرب الأسس النسبية وقسمتها

6

النتائج: • أستعمل ضرب الأسس النسبية، وقسمتها في إيجاد قيم مقادير تحتوي على أسس نسبية وتبسيطها.

نشاط 1 قوانين الأسس



قاعدة (1) ضرب القوى $a^m \times a^n = a^{m+n}$

3×3^4 <p style="text-align: center;">مرات 4</p> $= \underbrace{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}_{\text{مرات 5}}$ $= 3^5$		<p>أستخدم القاعدة</p> 3×3^4 $= 3^{(1+4)}$ $= 3^5$ <p>$a^m \times a^n = a^{m+n}$</p>
<p>1 $a^3 \times a^5$</p> $= a^{()+()}$ $= a^{()}$	<p>2 $(-2)^3 \times (-2)^4$</p> $= ()^{()+()}$	<p>3 $f^5 \times f^2 \times f^3$</p> $= ()^{()+()+()}$

قاعدة (2) قسمة القوى $\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}, a \neq 0$

$\frac{3^4}{3}$ $= \frac{3 \times 3 \times 3 \times 3}{\cancel{3}} = 3 \times 3 \times 3$ $= 3^3$		<p>أستخدم القاعدة</p> $\frac{3^4}{3}$ $= 3^{(4-1)}$ $= 3^3$
<p>1 $3^8 \div 3^4$</p> $= \frac{y^3}{y^3}$ $= \dots\dots$	<p>2 $\frac{a^7}{a^6}$</p>	<p>3 $\frac{a^{\frac{1}{5}}}{a^{\frac{4}{5}}}$</p>