المادة التعليمية للبرنامج العلاجي

المرحلة التحضيرية

للعام 2022-2023

مبحث الرياضيات

الصف: الحادي عشر الأدبي

منهاجي
متعة التعليم الهادف

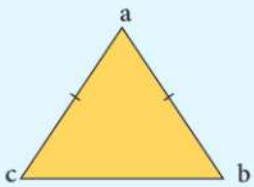
المصدر: مادة التعلم المبني على المفاهيم والنتاجات الأساسية لمبحث الرياضيات

رابعًا: حلُّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ

ماذا سأتعلّمُ؟

- حلُّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ.

لوحةٌ منَ الكرتونِ على شكلِ مثلَّثٍ متساوي الساقينِ abc، حيثُ ab = ac وكانَ طولُ ab = $3x + 2$ وطولُ $ac = 5x - 4$. أجدُ قيمة x ومجموع طوليْهما.



مثالٌ: أجدُ حلَّ المعادلةِ الخطِّيَّةِ الآتيةِ:

$3(2x-4)=4x+6$	
أُوزِّعُ الضربَ على الجمعِ	$6x - 12 = 4x + 6$
	$6x - 12 = 4x + 6$
أطرحُ منْ طرفي المعادلةِ $4x$	$-4x \quad -4x$
ناتجُ الطرحِ	$2x - 12 = 6$
	$2x - 12 = 6$
أجمعُ إلى طرفي المعادلةِ الناتجةِ 12	$+12 \quad +12$
ناتجُ الجمعِ	$2x = 18$
أقسِمُ طرفي المعادلةِ الناتجةِ على 2	$\frac{2x}{2} = \frac{18}{2}$
ناتجُ القسمةِ	$x = 9$
	قيمةُ x تُمثِّلُ حلَّ المعادلةِ
أتحقَّقُ منْ صحَّةِ الحلِّ	$3(2 \times 9 - 4) = 4 \times 9 + 6$
أُعوِّضُ قيمةَ $x = 9$ في المعادلةِ	$3(18 - 4) = 36 + 6$
	$3 \times 14 = 42$
	$42 = 42$
	بِما أنَّ الطرفينِ متساويانِ؛ فالحلُّ صحيحٌ.

أُحاولُ

أجدُ حلَّ المعادلاتِ الآتيةِ:

a) $4(3y - 1) = 7y + 6$

b) $2(4x + 3) = 4(x - 1)$

أوَّلًا: الاقترانُ

ماذا سأتعلّمُ؟

- أتعرَّفُ إلى الاقترانِ الخطِّيِّ.
- أُعبِّرُ عنِ الاقترانِ الخطِّيِّ بطرائقَ مختلفةٍ، مثلِ جدولِ القِيَمِ، والمعادلةِ الجبريَّةِ.

تجارةٌ: يبيعُ تاجرٌ قطعًا منَ الملابسِ عنْ طريقِ العرضِ عبرَ موقعٍ إلكترونيٍّ، معَ إمكانيَّةِ التوصيلِ إلى المشتري في محلِّ إقامتِهِ. إذا كانَ ثمنُ إحدى قطعِ الملابسِ 10 دنانيرَ، وتكلفةُ التوصيلِ 3 دنانيرَ، فَما تكلفةُ شراءِ 6 قطعٍ منْ هذا النوعِ؟

عددُ القطعِ x	1	2	3	4
التكلفةُ y	13	23	33	43

الاقترانُ: علاقةٌ تربطُ كلَّ قيمةٍ منَ المُدخلاتِ بقيمةٍ واحدةٍ فقطْ منَ المُخرجاتِ.

عندَ شراءِ قطعةٍ منَ الملابسِ؛ فإنَّ تكلفتَها ستكونُ ثمنَ القطعةِ الواحدةِ بالإضافةِ إلى تكلفةِ التوصيلِ $10 + 3 = 13$، أمّا إذا كانتا قطعتَينِ؛ فأضربُ ثمنَ القطعةِ في 2، ثمَّ أجمعُ ثمنَ التوصيلِ3 $2 \times 10 + 3 = 23$

إذا افترضتُ أنَّ عددَ القطعِ x فإنَّ المبلغَ المدفوعَ سيكونُ عددَ القطعِ مضروبًا في ثمنِ الواحدةِ مِنْها، بالإضافةِ إلى تكلفةِ التوصيلِ $10x + 3$. تُسمّى العلاقةُ بينَ عددِ القطعِ منَ الملابسِ x والتكلفةِ y الاقترانَ، وتُسمّى $y=10x+ 3$ قاعدةَ الاقترانِ، وتتغيَّرُ المُخرجةُ y بتغيُّرِ المُدخلةِ x.

ويُمكنُني التعبيرُ عنِ الاقترانِ بطرائقَ مختلفةٍ، مثلِ جدولِ القِيَمِ، والمعادلةِ الجبريَّةِ، على صورةِ مخطَّطٍ سهميٍّ.

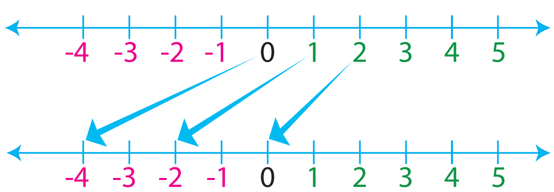
مثالٌ: أكوِّنُ جدولَ قِيَمٍ للاقترانِ $y= 2x-4$ ، ثمَّ أُمثِّلُها بمخطَّطٍ سهميٍّ.

أُلاحظُ أنَّ قاعدةَ الاقترانِ هيَ الضربُ في العددِ 2، ثم طرحُ العددِ 4

لتكوينِ جدولِ القِيَمِ، أختارُ قِيَمَ x (المُدخلاتِ)، ثمَّ أُطبِّقُ علَيْها قاعدةَ الاقترانِ؛ لأجدَ قِيَمَ y (المُخرجاتِ).

المُخرجةُ y	المُدخلةُ x
$2 \times 0 - 4 = -4$	0
$2 \times 1 - 4 = -2$	1
$2 \times 2 - 4 = 0$	2

مخطَّطٌ سهميٌّ



مثالٌ: يُبيِّنُ الجدولُ المجاورُ قِيَمَ المُدخلاتِ والمُخرجاتِ لاقترانٍ ما.

المُدخلةُ x	المُخرجةُ y
-1	**5**
0	**8**
1	**11**
2	**14**

1) أصفُ بالكلماتِ قاعدةَ الاقترانِ.

بِما أنَّ المُدخلاتِ متباعدةٌ بمقدارِ 1، والمُخرجاتِ متباعدةٌ بمقدارِ 3؛ فإنَّ

الجزءَ الأوَّلَ منَ القاعدةِ هوَ الضربُ بـ 3 $3x$

وكيْ تكونَ صورةُ العددِ 0 هيَ 8، يجبُ أنْ تحتويَ القاعدةُ على جمعِ العددِ 8

إذْ إنَّ $8 = 8 + 0 \times 3$، (الضربُ بـ 3، ثمَّ جمعُ 8). نتأكَّدُ منَ القاعدةِ بتطبيقِها على مُدخلاتٍ أُخرى.

2) أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ بصورةِ معادلةٍ $y=3x+8$.

أُحاولُ

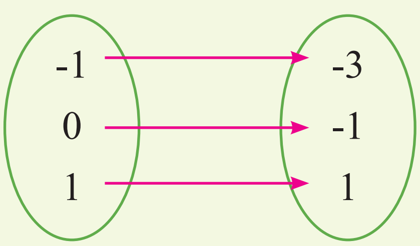
1) أُكملُ جدولَ القِيَمِ الآتي للاقترانِ $y=5x+11$

المُدخلةُ x	المُخرجةُ y
0	
1	
2	
3	

2) بالنظرِ إلى المخطَّطِ السهميِّ الآتي:

أ) أصفُ قاعدةَ الاقترانِ.

ب) أكتبُ قاعدةَ الاقترانِ.



ثانيًا: تمثيلُ الاقترانِ الخطِّيِّ بيانيًّا

ماذا سأتعلَّمُ؟

- أرسمُ الاقترانَ الخطِّيَّ على المستوى الإحداثيِّ.

إذا كانتْ لديَّ المعادلةُ $5x+y=3$ فكيفَ يُمكنُني أنْ أُحدِّدَ إذا كانتِ النقطةُ $(2,3)$ هيَ إحدى حلولِ المعادلةِ أمْ لا؛ منْ دونِ حسابِها؟

معلومةٌ

النقاطُ جميعُها التي تقعُ على منحنى الاقترانِ، هيَ حلولٌ لمعادلتِهِ.

كيفَ أعرفُ إذا كانتِ النقطةُ $(2, 3)$ تقعُ على منحنى الاقترانِ $5x+y = 3$؟

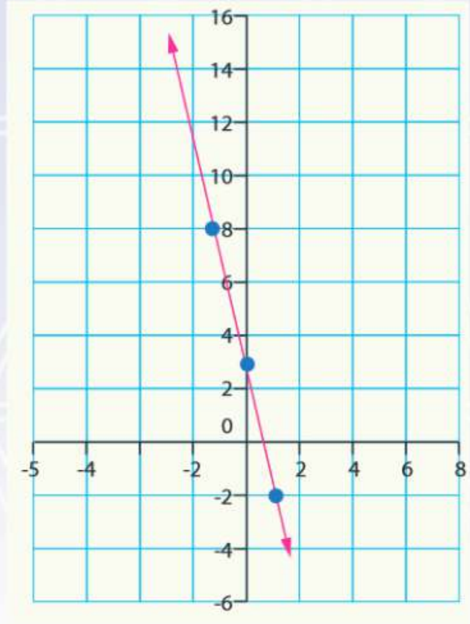
كيْ أستطيعَ أنْ أُحدِّدَ ذلكَ، لا بدَّ لي منْ معرفةِ موقعِ الاقترانِ على المستوى الإحداثيِّ، وذلكَ بالخطواتِ الآتيةِ:

1) أُكوِّنُ جدولًا منْ 3 أعمدةٍ، بحيثُ يكونُ عمودٌ للمتغيِّرِ x، وعمودٌ للمتغيِّرِ y، وعمودٌ للزوجِ المرتَّبِ الناتجِ.

2) افترضُ 3 قِيَمٍ للمتغيِّرِ x بوصفِها مُدخلاتٍ، وأجدُ قيمة y بوصفِها مُخرجاتٍ لها، ثمَّ أكتبُ الزوجَ المرتَّبَ الناتجَ.

x	$y=3-5x$	(x, y)
1	**-2**	**(1,-2)**
0	**3**	**(0,3)**
-1	**8**	**(-1,8)**

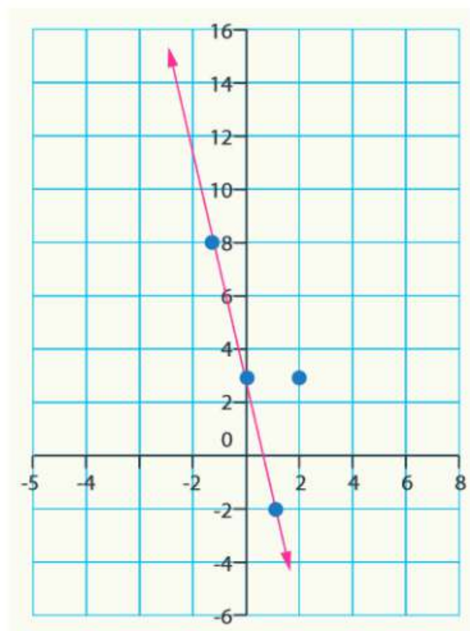
3) أُمثِّلُ الأزواجَ المرتَّبة على المستوى الإحداثيِّ، وأصِلُ بينَها بخطٍّ مستقيمٍ.



معلومةٌ

يُسمّى الاقترانُ الخطّيُّ هذا الاسمَ لأنَّهُ خطٌّ مستقيمٌ.

بعدَ أنْ حدَّدتُ موقعَ الاقترانِ، يُمكنُني الآنَ أنْ أُحدِّدَ النقطةَ المطلوبةَ على المستوى الإحداثيِّ؛ لأعرفَ إذا كانتْ حلًّا للمعادلةِ أمْ لا.



أُلاحِظُ منَ الرسمِ أنَّ النقطةَ (3 , 2) لا تقعُ على منحنى الاقترانِ؛ إذنْ: هيَ ليستْ حلًّا لمعادلتِهِ.

أُحاولُ

1) أرسمُ الاقترانَ $y=2x+1$ على المستوى الإحداثيِّ.

2) هلِ النقطةُ (4 , 5) تقعُ على منحنى الاقترانِ؟

ثالثًا: تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟ ٩
- العبارةُ التربيعيَّةُ.
- تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

لوحـةٌ مستطيلةُ الشكلِ مِساحتُها بالوحداتِ المربَّعةِ (س^{٢} + ٤ س + ٣). إذا كانَ طولُها (س + ٣) وحدةَ طولٍ؛ فما عرضُها؟

يُسمّى المقدارُ **أ س^{٢} + ب س + جـ ، أ ≠ ٠** ، أ ، ب ، ج أعدادٌ حقيقيَّةٌ؛ **العبارةَ التربيعيَّةَ**.

تحليلُ العبارةِ التربيعيَّةِ

أوَّلًا: إذا كانَ معاملُ س^{٢} ، أ = ١

ثانيًا: إذا كانَ معاملُ س^{٢} ، أ ≠ ١

مثالٌ (١)

أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^{٢}+ ٥س + ٦   ٢) س^{٢} - ١١س + ٢٤   ٣) س^{٢} + ٣ س – ٤

الحلُّ:

١) س^{٢}+ ٥ س + ٦

= (س + ٢) (س + ٣)   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٦، وناتجُ جمعِهما ٥ (هما: ٢ و٣).

٢) س^{٢} - ١١س + ٢٤

= (س – ٣) (س – ٨)   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما ٢٤، وناتجُ جمعِهما -١١ (هما: -٣، -٨).

٣) س^{٢} + ٣ س – ٤   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما -٤ وناتجُ جمعِهما ٣ (هما: -١، ٤).

- س

= (س – ١) (س + ٤)

+ ٤س

+ ٣س

للتأكُّدِ منَ الحدِّ الأوسطِ؛ نضربُ الحدَّينِ على الطرفينِ والحدَّينِ الأوسطَينِ ونجمعُهُما (- س + ٤ س = ٣ س).

أحاولُ أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) س^{٢} + ٧ س + ١٢ ٢) س^{٢} - ٨ س + ١٦ ٣) س^{٢} – ٤ س - ٦٠

مثالٌ (٢)

أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي:

١) ٣ س^{٢} + ٤ س + ١ ٢) ٢ س^{٢} – ٧ س -٤

الحلُّ:

١) ٣س^{٢}+ ٤ س + ١

+ س

= (٣ س + ١) (س+ ١)

+٣س

تحليلُ ٣ س^{٢} إلى عواملِها وتحليلُ الحدِّ المطلقِ إلى عواملِهِ؛ معَ مراعاةِ إشاراتِ الحدودِ.
أتأكَّدُ منَ التحليلِ؛ بضربِ الحدَّينِ في الطرفَينِ والحدَّينِ الأوسطينِ ثمَّ أجمعُهُما.

٢) ٢ س^{٢} – ٧س -٤

٢س× - ٤

= (٢ س +١)(س – ٤)

١×س

للتأكُّدِ منَ الحدِّ الأوسطِ: (حاصلُ ضربِ الطرفَينِ + حاصلِ ضربِ الوسطَينِ = الحدَّ الأوسطَ).

أحاولُ أُحلِّلُ ما يأتي إلى عواملِهِ:

١) ٢ س^{٢} + ١٠ س + ٨ ٢) ٥ س^{٢} + ٤٥ س + ٧٠

أختبرُ تعلُّمي

١) أُحلِّلُ كلًّا ممّا يأتي، وأجدُ البطاقةَ الصحيحةَ:

أ) س^{٢} + ١٤س – ٣٢

- (س + ٨) (س – ٤)
- (س + ٢) (س – ١٦)
- (س + ١٦) (س – ٢)
- (س + ٨) (س + ٤)

ب) س^{٢} + ١١س + ٢٨

- (س + ٧) (س + ٤)
- (س + ٢) (س + ١٤)
- (س + ١٤) (س + ١٤)
- (س + ٤) (س - ٧)

جـ) ٦ س^{٢} – س – ٢

- (٢س + ١) (٣س – ٢)
- (٢س - ٣) (٢س + ١)
- (٢س - ١) (٣س + ٢)
- (٦س - ١) (س - ٢)

٢) أجدُ ٣ قِيَمٍ للرمزِ (ك) لتُصبحَ العبارةُ التربيعيَّةُ الآتيةُ قابلةً للتحليلِ إلى العواملِ، ثمَّ أُحلِّلُ كلَّ حالةٍ:

س^{٢} – ٣ س + ك

٣) أكتبُ تعبيرًا جبريًّا يُمثِّلُ محيطَ لوحِ خلايا شمسيَّةٍ مستطيلةِ الشكلِ، مِساحتُها (س^{٢}+٢٤س – ٨١) وحدةً مربَّعةً.

٤) ما قِيَمُ (ك) التي تجعلُ تحليلَ كلٍّ ممّا يأتي صحيحًا:

أ) س^{٢} + ك س – ١٩ = (س - ١٩) (س + ١).

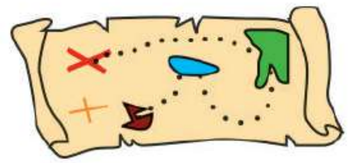
ب) ٢ س^{٢} + ك س - ٢١ = (٢ س – ٣) (س + ٧).

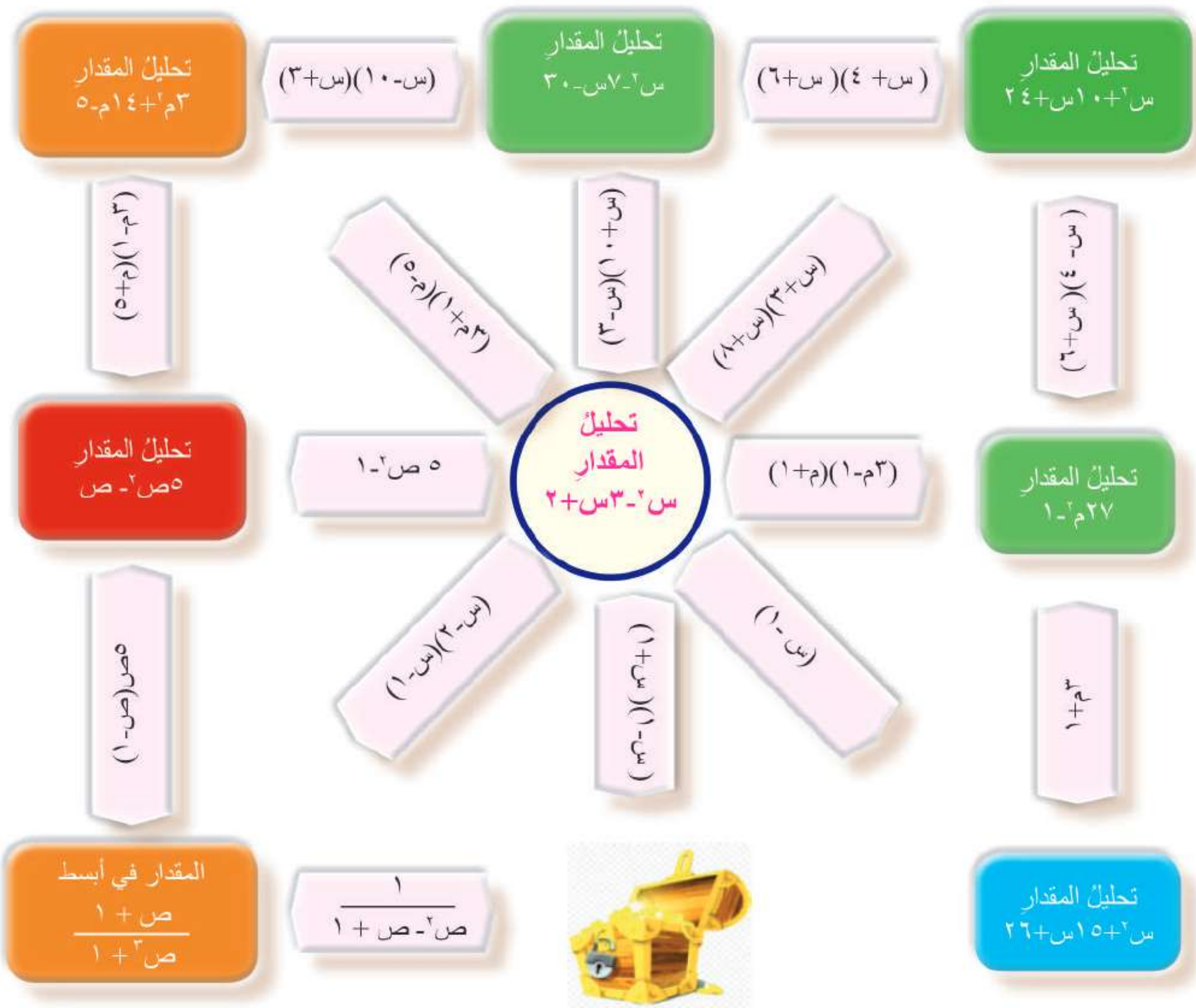
٥) أنا أحدُ عواملِ العبارةِ التربيعيَّةِ ٥ س^{٢}-٢١ س+ ٤، إذا كان أحد العوامل (س–٤)؛ فما العاملُ الآخرُ؟

لعبةٌ

لعبةُ المتاهةِ

لا تنظرْ إلى الخلفِ، ولا تُعدِ الطريقَ مرَّتَينِ.



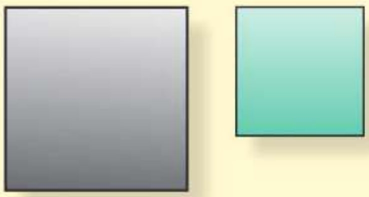


ثانيًا: حلُّ المعادلةِ التربيعيةِ

ماذا سأتعلَّمُ؟

- المعادلةُ التربيعيَّةُ.
- حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- القانونُ العامُّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
- مميِّزُ العبارةِ التربيعيَّةِ.

مربَّعانِ يزيدُ طولُ أحدِهما على الثاني بالسنتيمتراتِ بمقدارِ ٣، وكانَ مجموعُ مساحتيهما بالسنتيمتراتِ المربَّعةِ ٢٦٩ ما طولُ ضلعِ كلٍّ منْهُما؟



الصورةُ العامَّةُ **للمعادلةِ التربيعيَّةِ** بمتغيِّرٍ واحدٍ هيَ: أس^{٢} + ب س + جـ =٠: أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيَّةٌ أ ≠ ٠

أمَّا **حلُّ المعادلةِ** فهوَ إيجادُ قِيَمِ (س) التي تُحقِّقُ المعادلةَ، وتُسمَّى جذورَ المعادلةِ. ويوجدُ عدَّةُ طرائقَ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.

حلُّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ إلى العواملِ:

خطواتُ حلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ بالتحليلِ:

١) أكتبُ المعادلةَ التربيعيَّةَ بالصورةِ العامَّةِ أ س^{٢} + ب س + جـ = ٠

٢) أحلِّلُ المعادلةَ التربيعيَّةَ إلى عواملِها الأوَّليَّةِ؛ بكتابتِها على شكلِ حاصلِ ضربِ عبارتَينِ خطِّيَّتَينِ.

٣) أستعملُ الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ.

٤) أحلُّ المعادلتَينِ الخطِّيَّتَينِ التي حصلتُ عليهما في الخطوةِ السابقةِ.

أتعلَّمُ

إذا كانَ أ، ب عددَينِ حقيقيَّينِ، وكانَ أ×ب = صفرًا؛ فإنَّ أ = صفرًا أوْ ب = صفرًا أوْ كلَيْهما يساوي صفرًا.

تُسمّى هذهِ الخاصِّيَّةُ **الخاصِّيَّةَ الصفريَّةَ**.

منهاجي
متعة التعليم الهادف

مثالٌ (١)

أحلُّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^{٢} - ٤ = ٥   ٢) س^{٢} + ٧ س – ٨ = ٠

الحلُّ:

١) س^{٢} – ٤ -٥ = ٠   كتابةُ المعادلةِ بالصورةِ العامَّةِ.

س^{٢} – ٩ = ٠

(س – ٣) (س + ٣) =٠   تحليلُ المعادلةِ باستعمالِ الفرقِ بينَ مربَّعَين.

إمّا س – ٣ = ٠ ، ومنهُ س = ٣   استعمالُ الخاصِّيَّةِ الصفريَّةِ.

أوْ س + ٣ = ٠ ، ومنهُ س = -٣

إذنْ: مجموعةُ الحلِّ هيَ: {٣ ، -٣}.

٢) س^{٢} + ٧ س – ٨ =٠

(س – ١) (س + ٨) = ٠   البحثُ عنْ عددَينِ حاصلُ ضربِهما (-٨) ومجموعُهُما (+٧).

إمّا س -١ = صفر ، ومنهُ س = ١   باستعمالِ الخاصِّيَّةِ الصفريَّةِ.

أوْ س + ٨ = ٠ ، ومنهُ س = -٨

مجموعةُ حلِّ المعادلةِ هيَ: {١ ، - ٨}.

أحاولُ   أجدُ حلَّ المعادلتَينِ الآتيتَينِ:

١) س^{٢} + ٣ س + ٢ = ٠   ٢) س^{٢} -٤ س - ٥ = ٠

حلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ باستعمالِ القانونِ العامِّ:

أتأمَّلُ المعادلاتِ الآتيةَ: ٢س^{٢} – ٤ س – ١ = ٠، س^{٢} – ٢ س - ١٠ = ٠، س^{٢} +٣ س + ٧ = ٠

سأجدُ صعوبةً في حلِّ هذِهِ المعادلاتِ بالتحليلِ إلى العواملِ الأوَّليَّةِ؛ لذا، **أستعملُ القانونَ العامَّ لحلِّ المعادلةِ التربيعيَّةِ.**

أيُّ معادلـةٍ تربيعيَّـةٍ أ $س^2$ + ب س + جـ = ٠، حيـثُ أ، ب، جـ أعـدادٌ حقيقيـةٌ، أ ≠ ٠، يُمكنُنـي حلُّهـا باسـتعمالِ القانـونِ العـامِّ للمعادلـةِ التربيعيَّـةِ، وهـو:

$$س = \frac{-ب \pm \sqrt{ب^2 - ٤ أ جـ}}{٢ أ}$$

ويُسـمّى المقـدارُ $ب^2$ - ٤ أ جـ **مميِّزَ المعادلـةِ التربيعيَّـةِ** ويُرمـزُ لـهُ بالرمـز Δ: $ب^2$ - ٤ أ جـ ≤ ٠ (لمـاذا؟)

أُلاحـظُ أنَّ المميِّـزَ يُمكـنُ اسـتعمالُهُ للكشـفِ عـنْ إمكانيَّـةِ تحليـلِ المعـادلاتِ التربيعيَّـةِ وتحديـدِ عـددِ الحلـولِ الحقيقيَّـةِ (إنْ وجـدتْ).

إذا كانَ:

١) Δ > ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرَينِ حقيقيَّينِ مختلفَينِ.

٢) Δ < ٠ فإنَّهُ لا يوجدُ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذورٌ حقيقيَّةٌ.

٣) Δ = ٠ فإنَّ للمعادلةِ التربيعيَّةِ جذرًا حقيقيًّا مكرَّرًا هوَ $س = \frac{-ب}{٢أ}$

مثالٌ (٢)

أجدُ قيمةَ المميِّزِ للمعادلةِ التربيعيَّةِ ٣ $س^2$ – ٤ س = - ١٠، ثمَّ أتبيَّنُ إذا كانَ للمعادلةِ حلولٌ حقيقيَّةٌ.

الحلُّ:

٣ $س^2$ – ٤ س + ١٠ = ٠	كتابةُ المعادلـةِ بالصورةِ العامَّةِ.
أ = ٣ ، ب = -٤ ، جـ = ١٠	تحديدُ معاملاتِ الحدود
Δ = $ب^2$ - ٤ أ جـ	كتابةُ مميِّزِ المعادلةِ التربيعيَّةِ.
= $(-٤)^2$ – ٤ × (٣) × (١٠)	تعويضُ قِيَمِ أ ، ب ، جـ
= ١٦ – ١٢٠	
= - ١٠٤ المميِّزُ < ٠	

∴ لا يوجدُ حلولٌ حقيقيَّةٌ للمعادلةِ التربيعيَّة

أحاولُ أحلُّ المعادلةَ (س – ٣)^{٢} – ٤٩ = ٠

أُفكِّرُ

هلْ للمعادلةِ س^{٢} = -٤ حلٌّ؟ لماذا؟

أختبرُ تعلُّمي

١) أحلُّ المعادلاتِ الآتيةَ:

أ) ٤ س^{٢} – ٢٥ = ٠ ب) ص^{٢} + ٦ = ٥ ص

٢) إذا كانتْ أ س^{٢} + ٤ س + ٣ = ٠، فأجدُ قيمةَ (أ) التي تجعلُ للمعادلةِ حلًّا وحيدًا.

٣) يُنتجُ مصنعٌ للحديدِ والصلبِ قطعةً على شكلِ متوازي مستطيلاتٍ أبعادُها بالسنتيمتراتِ: ٤، (س+٢)، (س+٢)، وحجمُها يُساوي ١٠٠ سم^{٣}. أجدُ قيمةَ (س).

٤) أحلُّ المعادلةَ ٣ س^{٢} + ٤ س – ١ = ٠

٥) ما العددُ الحقيقيُّ الذي ينقصُ مربَّعُهُ عنْ خمسةِ أمثالِهِ بمقدارِ ٤؟

٦) حلَّتْ بيانُ المعادلةَ (س + ١)^{٢} = ١٠٠ كالآتي:

(س + ١)^{٢} = ١٠٠

بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفَينِ

س + ١ = ١٠

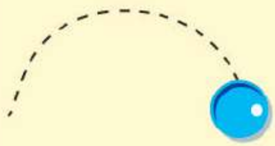
س = ٩

أُبيِّنُ الخطأَ الذي وقعتْ فيهِ.

أوّلًا: الاقترانُ التربيعيُّ

ماذا سأتعلّمُ؟
- الاقترانُ التربيعيُّ.
- تمثيلُ الاقترانِ التربيعيِّ بيانيًّا.
- خصائصُ الاقترانِ التربيعيِّ.

رمتْ لاعبةٌ كرةً فاتّخذتْ مسارًا وفقَ العلاقةِ ل = ٢٠ن – ٥ن^{٢} حيثُ (ن) الزمنُ بالثواني، (ل) ارتفاعُ الكرةِ بالأقدامِ.
ما أقصى ارتفاعٍ ستصلُ إليهِ الكرةُ؟



تعلمتُ سابقًا الاقترانَ الخطّيَّ، وسأتعلّمُ الاقترانَ التربيعيَّ.

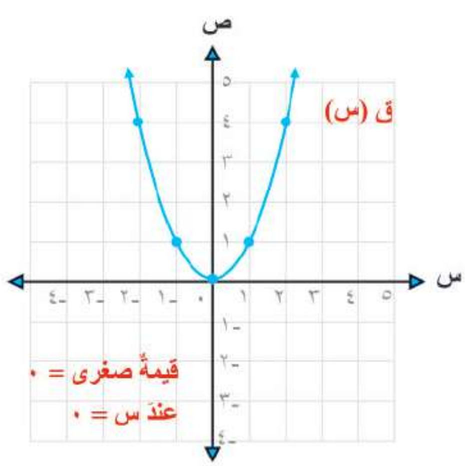
الاقترانُ التربيعيُّ اقترانٌ على الصورةِ:

ق (س) = أس^{٢}+ ب س + جـ ، حيثُ أ، ب ، جـ أعدادٌ حقيقيّةٌ، أ ≠ صفرًا، وتُسمّى **الصورةَ العامّةَ للاقترانِ التربيعيِّ.**

أُلاحظُ في ما يأتي التمثيلاتِ البيانيّةَ لاقتراناتٍ تربيعيّةٍ، وأملأُ الفراغَ أمامَ كلِّ تمثيلٍ:

الاقترانُ
علاقةٌ تربطُ كلَّ عنصرٍ في المجالِ، بعنصرٍ واحدٍ فقطْ في المدى.

١) الاقترانُ ق (س) = س^{٢}، حيثُ أ = ١ ، ب = ٠ ، جـ = ٠،
إشارةُ أ ....
مجالُ الاقترانِ ق ....، ومداهُ ....
اتّجاهُ فتحةِ المنحنى ....
معادلةُ محورِ التماثلِ ....
للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....



٢) الاقترانُ هـ (س) = س^{٢}ـ ٢ س ـ ٣

أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

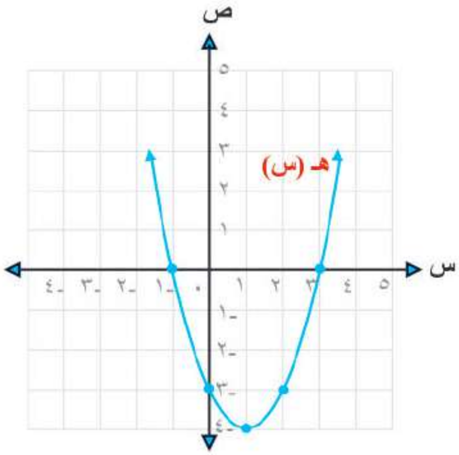
إشارةُ أ ....

مجالُ الاقترانِ هـ ....، ومداهُ ....

اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....



٣) ع (س) = ـ س^{٢} + ٤

أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

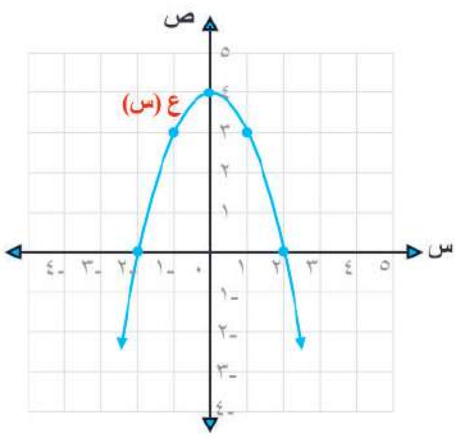
إشارةُ أ ....

مجالُ الاقترانِ ع ....، ومداهُ ....

اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....



٤) ل (س) = س^{٢} + ١

أ = ... ، ب = ... ، جـ = ...

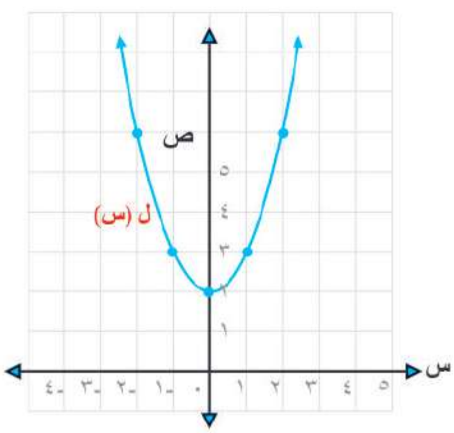
إشارةُ أ ....

مجالُ الاقترانِ ل ....، ومداهُ ....

اتِّجاهُ فتحةِ المنحنى ....

معادلةُ محورِ التماثلِ ....

للاقترانِ قيمةٌ (عظمى أمْ صغرى)؟ وتُساوي ....



أُلاحظُ ممّا سبقَ أنَّ منحنى الاقترانِ تربيعيٌّ **مفتوحٌ للأعلى أوْ للأسفلِ**، ورأسُ المنحنى النقطةُ التي يكونُ للاقترانِ عندَها **قيمةٌ عظمى أوْ صغرى**، وإحداثيّاتُ رأسِ المنحنى هيَ ($\frac{-ب}{٢أ}$ ، ق ($\frac{-ب}{٢أ}$))، **ومحورُ التماثلِ** هوَ مستقيمٌ رأسيٌّ يمرُّ برأسِ المنحنى.

الصورةُ العامَّةُ للاقترانِ التربيعيِّ ق (س) = أ س٢+ ب س + جـ ، أ ≠ ٠ ، أ، ب، جـ أعدادٌ حقيقيةٌ.

أ موجبةٌ	مفتوحٌ للأعلى
المجالُ	ح
المدى	ص ≤ ق($\frac{-ب}{٢أ}$)
معادلةُ محورِ التماثلِ	س = $\frac{-ب}{٢أ}$

أ سالبةٌ	مفتوحٌ للأسفلِ
المجالُ	
المدى	
معادلةُ محورِ التماثلِ	

مثالٌ (١)

أُمثِّلُ الاقترانَ ق (س)= س٢ + ٢ س – ٤ بيانيًّا.

الحلُّ:

لتمثيلِ الاقترانِ بيانيًّا؛ أتَّبعُ الخطواتِ الآتيةَ:

١) أُحدِّدُ معاملاتِ الحدودِ أ = ١ ، ب = ٢ ، جـ = -٤

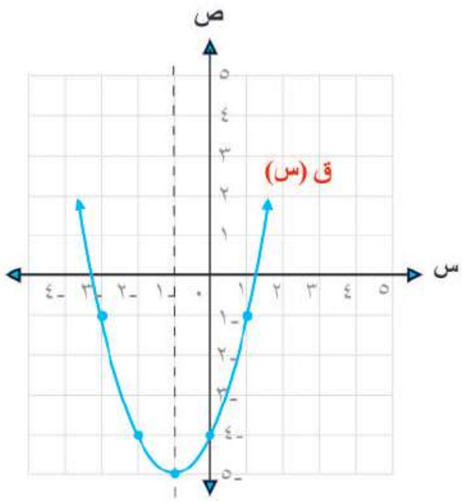
٢) أجدُ إحداثيَا رأسِ القطعِ ($\frac{-٢}{٢(١)}$ ، ق ($\frac{-٢}{٢(١)}$)) = (-١ ، ق (-١))

ق (-١) = (-١)٢ + ٢ (-١) – ٤

= ١ + -٢ – ٤ = -٥

٣) أُنشئُ جدولًا للنقاطِ، ثمَّ أُعيِّنُها على المستوى الإحداثيِّ.

المستقيمُ الرأسيُّ
مستقيمٌ يوازي محورَ الصاداتِ، معادلتُهُ
س = أ
حيثُ أ عددٌ حقيقيٌّ.



س	١	٠	١-	٢-	٣-
ق(س)	١-	٤-	٥-	٤-	١-

مجالُ الاقترانِ يساوي ح، مدى الاقترانِ هو ص ≥ -٥،
معادلةُ محورِ التماثلِ س = -١

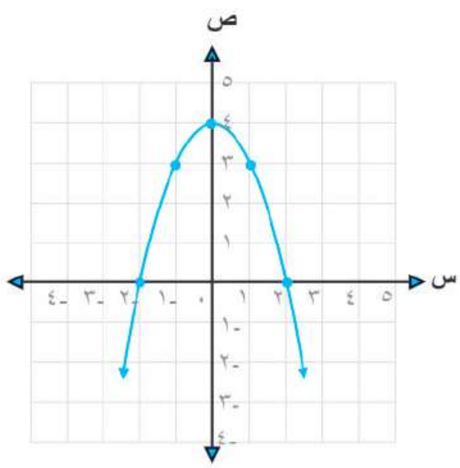
أحاولُ أُمثِّلُ الاقترانَ ك (س) = ٩ – س^{٢}، وأذكرُ المجالَ والمدى ومعادلةَ محورِ التماثلِ.

أختبرُ تعلُّمي

١) أُمثِّلُ بيانيًّا الاقتراناتِ الآتيةَ:

أ) ق (س) = س^{٢} - ١

ب) هـ (س) = س^{٢}-٤س+١



٢) أدرسُ الرسمَ المجاورَ، ثمَّ أُجيبُ عنِ الأسئلةِ الآتيةِ:

أ) ما إحداثيّا رأسِ القطعِ؟

ب) للاقترانِ قيمةٌ عظمى أمْ صغرى؟ أُحدِّدُها.

جـ) ما مجالُ الاقترانِ؟

د) ما إشارةُ معاملِ س^{٢} ؟

هـ) ما نقاطُ التقاطعِ معَ محورِ س؟

٣) أُطلقَ صاروخٌ إلى أعلى، وكانَ ارتفاعُهُ بالأمتارِ فوقَ سطحِ البحرِ بعدَ (ن) ثانيةً منْ إطلاقِهِ وفقَ العلاقةِ:
ل (ن) = - ٤ ن^{٢} + ١٦ ن + ٥٠٠٠؛ أجدُ أقصى ارتفاعٍ يبلغُهُ الصاروخُ.