إدارة المناهج والكتب المدرسية

المادة التعليمية المساندة

الرياضيات

10

الفصل الدراسي الأول
الصف العاشر الأساسي

النّاشر
وزارة التّربية والتّعليم
إدارة المناهج والكتب المدرسيّة

يسرّ إدارة المناهج والكتب المدرسيّة استقبال ملحوظاتكم وآرائكم على هذا الكتيب على العناوين الآتية:
هاتف8-4117304/5 فاكس:4637569 ص.ب (1930) الرّمز البريديّ:11118
أو على البريد الإلكترونيّ Scientific.Division@ moe.gov.jo

عمّان – الأردن/ ص.ب: 1930

الإشراف العام

د. نواف العقيل العجارمة	الأمين العام للشؤون التعليمية
صالح محمد أمين العمري	مدير إدارة المناهج والكتب المدرسية
د. أسامة كامل جرادات	مدير المناهج
د. زايد حسن عكور	مدير الكتب المدرسية
نقين أحمد جوهر	عضو مناهج الرياضيات (مقررًا)

لجنة الإعداد:

عمر مصطفى الطراونة **رويدة نايف العقاربة**
أسماء يوسف المحارمة **جمانة محمود عبد الرازق**

التحرير العلمي: نقين أحمد جوهر التحرير اللغوي: د. غالب إبراهيم شريم
التحرير الفني: نداء فؤاد أبو شنب التصميم: يوسف قاسم موسى
الرسم: عمر أحمد أبوعليان الإنتاج: سليمان أحمد الخلايلة

دقق الطباعة وراجعها: نقين أحمد جوهر

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الطبعة الأولى (تجريبية) **1443هـ / 2022م**

قائمة المحتويات

الوحدةُ	الموضوعُ	الصفحةُ
الوحدةُ (1) **الأسسُ والمعادلاتُ**	(1) حلُّ نظامٍ مكونٍ منْ معادلةٍ خطيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ (2) حلُّ نظامٍ مكونٍ منْ معادلتينِ تربيعيتينِ (3) تبسيطُ المقاديرِ الأسيةِ (4) حلُّ المعادلاتِ الأسيةِ	6 14 17 20
الوحدةُ (2) **الدائرةُ**	(1) أوتارُ الدائرةِ، وأقطارُها، ومماساتُها (2) الأقواسُ والقطاعاتُ الدائريةُ (3) الزوايا في الدائرةِ (4) معادلةُ الدائرةِ	24 31 34 39
الوحدةُ (3) **حسابُ المثلثاتِ**	(1) النسبُ المثلثيةُ (2) النسبُ المثلثيةُ للزوايا ضمنَ الدورةِ الواحدةِ (3) تمثيلُ الاقتراناتِ المثلثيةِ (4) حلُّ المعادلاتِ المثلثيةِ	44 50 53 55
الوحدةُ (4) **تطبيقاتُ المثلثاتِ**	(1) الاتجاهُ من الشمالِ (2) قانونُ الجيوبِ (3) قانونُ جيوبِ التمامِ (4) استعمالُ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ	59 63 71 76

بسم الله الرحمن الرحيم

المقدّمة

الحمدلله رب العالمين، والصلاة والسلام على سيدنا محمد سيد المرسلين؛ سيدنا محمد وعلى آله وصحبه أجمعين. وبعد؛ فانطلاقًا من رؤية وزارة التربية والتعليم في تحقيق التعليم النوعي المتميّز على نحوٍ يلائم حاجات الطلبة، ويمكنهم من امتلاك المعارف والمهارات الأساسية اللازمة للتكيف مع متطلبات الحياة وتحدياتها، مزوّدين بمعارف ومهارات وقِيَم تساعد على بناء شخصياتهم بصورة متوازنة، فقد أُعدّت المواد التعليمية المساندة لمبحث الرياضيات على شكل أنشطة بسيطة رشيقة مختزلة ومكثّفة وجاذبة تتيح للطلبة ممارسة التعليم الذاتي النشط وتنبثق من متطلبات التعلم السابق وتبني عليها وتدعم تعلمهم، وتعالج مواطن الضعف لديهم، وتراعي فروقاتهم الفردية ودرجات إتقانهم المتفاوتة للمفاهيم والمهارات اللازمة، وبشكل يسهل على المعلم متابعة تقدم سير التعلم لدى طلبته.

ونضع بين أيديكم كتاب المادة التعليمية المساندة في مبحث الرياضيات للصف العاشر الأساسي، مُعينًا ومُيسِّراً؛ على وجه الإفادة والاسترشاد وسعيًا إلى الانتقال بالطالب انتقالًا سلسًا في تحقيق نتاجات التعلّم السّابقة لتعويض مايكون قد فات الطالب تعلّمه، وتعزيز مايمتلكه؛ ليتمكّن من امتلاك المعارف والمهارات المطلوبة منه في صفّه الحاليّ جنبًا إلى جنب مع مايحويه المقرّر الدّراسيّ.

وسنستمرّ في تطوير هذه النسخة وفق التغذية الراجعة، بما يسهم في الوصول إلى المستوى المنشود من جودة التعليم.

والله الموفّق

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الوحدةُ (1) الأُسسُ والمعادلاتُ

1

حلُّ نظامٍ مكونٍ منْ معادلةٍ خطيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ

- أحلُّ نظامًا مكونًا منْ معادلةٍ خطيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ.

2

حلُّ نظامٍ مكونٍ منْ معادلتينِ تربيعيتينِ

- أحلُّ نظامًا مكونًا من معادلتينِ تربيعيتينِ بمتغيرينِ.

3

تبسيطُ المقاديرِ الأسيةِ

- أبسطُ المقاديرَ الأسيةَ مستعملًا قوانينَ الأسسِ.

4

حلُّ المعادلاتِ الأسيةِ

- أحلُّ المعادلاتِ الأسيةَ
- أحلُّ أنظمةَ معادلاتٍ أسيةٍ.

1 حلُّ نظامٍ مكونٍ من معادلةٍ خطيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ

النتاجاتُ

- أحلُّ نظامًا مكونًا من معادلةٍ خطيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ.

أتعلمُ

- التحليلُ إلى العواملِ هو كتابةُ العددِ أو الحدِّ الجبريِّ على صورةِ حاصلِ ضربِ أعدادٍ أوليةٍ أو حدودٍ جبريةٍ مكتوبةٍ بأبسطِ صورةٍ. مثل:

$y^3 = y \times y \times y$ $\qquad$ $4 = 2 \times 2$

نشاطُ 1 تحليلُ المقدارِ التربيعيِّ

تحليلُ المقدارِ الجبريِّ: كتابتُه على صورةِ حاصلِ ضربِ مقاديرَ تسمَّى **عواملَ المقدارِ**.

أولًا: تحليلُ الفرقِ بينَ مربعين.

1) أجدُ حاصلَ ضربِ ما يأتي:

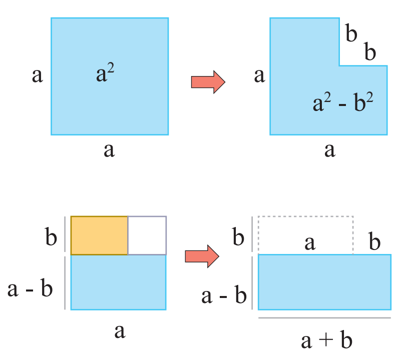
1 $(x-1)(x+1)$

أجدُ حاصلَ الضربِ باستخدامِ الخاصيةِ التوزيعيةِ، حيثُ نوزعُ المقدارَ الأولَ على الثاني، فتنتجُ العبارةُ الآتيةُ:

$x^2 + \cancel{x} - \cancel{x} - 1$

أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ: $x - x = 0$ فتنتجُ العبارةُ الآتيةُ: $x^2 - 1$

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$



أستنتجُ

$(x+a)(x-a) = (\square - \square)$

ويسمى ناتجُ الضربِ لهذه العبارةِ الفرقَ بينَ مربعين

2 $(x-5)(x+5)$

$= x^2 + 5x - 5x - 25$

$= \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$

3 $(y-6)(y+6)$

4 $(3-n)(3+n)$

2) أحللُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ:

أتذكرُ

مجموعُ المربعينِ هو مقدارٌ جبريٌّ بأبسطِ صورةٍ (لا يمكنُ تحليلُه) مثلُ:

1) x^2+1

2) $3x^2+5$

3) x^2+9

1. $x^2-4=(x-2)(x+2)$
2. $x^2-9=(\dots\dots-\dots\dots)(\dots\dots+\dots\dots)$
3. $36-x^2=(\dots\dots-\dots\dots)(\dots\dots+\dots\dots)$
4. $16-(x-1)^2$

   $=(4-(x-1))\,(4+(x-1))$

   $=(\dots\dots-\dots\dots)(\dots\dots+\dots\dots)$

ثانيًا: التحليلُ بإخراجِ عاملٍ مشتركٍ.

$$ax^2+ax=ax\,(x+1)$$

أكتبُ المقاديرَ الجبريةَ الآتيةَ بأبسطِ صورةٍ:

1. $12x^2+40x$

   $(3)(2^2)(x^2)+(5)(2^3)(x)$ — أحللُ الحدودَ الجبريةَ إلى عواملِها الأوليةِ.

   2^2x — أبحثُ عن العواملِ المشتركةِ بينَ الحدينِ، وأخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ بينَ الحدينِ.

   $2^2x(3x+(5)(2))$ — أحللُ بتقسيمِ الحدودِ الجبريةِ على العاملِ المشتركِ الأكبرِ، فتصبحُ العبارةُ بأبسطِ صورةٍ.

   $4x(3x+10)$

2. $18x+27x^2$

   $(3^2)(2)(x)+(3^3)(x^2)$ — أحللُ الحدودَ الجبريةَ إلى عواملِها الأوليةِ.

   3^2x — أبحثُ عن العواملِ المشتركةِ بينَ الحدينِ، وأخرجُ العاملَ المشتركَ الأكبرَ بينَ الحدينِ.

   $3^2x\ (\dots\dots\dots\dots+\dots\dots\dots\dots)$ — أقسمُ الحدودَ الجبريةَ على العاملِ المشتركِ الأكبرِ، فتصبحُ العبارةُ بأبسطِ صورةٍ.

3. $2x^2+8x(x+4)=$
4. $20x^2+5=\ \dots\dots\ (\dots\dots+\dots\dots)$
5. $6x^2+12x=\ \dots\dots\ (x+2)$

أتذكرُ

عندَ إخراجِ عاملٍ مشتركٍ بينَ الحدودِ الجبريةِ المشتركةِ، أخرجُ العاملَ المشتركَ للأسِّ الأصغرِ.

ثالثًا: تحليلُ المقدارِ التربيعيِّ بالتحليلِ إلى العواملِ.

$$x^2 + 3x + 2$$

$$1 + 2 = 3 \qquad 2 = 1 \times 2$$

$$(x + 1)(x + 2)$$

أحللُ كلًّا مما يأتي:

عواملُ $x^2 + 11x + 24$	عواملُ $x^2 - 5x - 84$	عواملُ $x^2 + 5x - 14$
$x^2 + 11x + 24$ $+24 \times$ $+11 +$ أوجد عددين حاصل ضربهما $+24$ وناتج جمعهما $+11$ $+24 \times$ $+3 \quad +8$ $+11 +$	$-84 \times$ $-5 +$	$-14 \times$ $+5 +$
الإجابةُ $(x + 8)(x + 3)$	الإجابةُ ( )( )	الإجابةُ ( )( )

رابعًا: تحليلُ المقدارِ التربيعيِّ باستخدامِ القانونِ العامِّ

أتذكرُ

سميَ المميزُ بهذا الاسمِ، لأنه يميزُ المقدارَ التربيعيَّ الذي يُحللُ، والذي لا يُحللُ، ويرمزُ إليه بالرمزِ Δ.

الصيغةُ العامةُ للمميزِ هيَ: $\Delta = b^2 - 4ac$

$b^2 - 4ac$

معاملُ x ، معاملُ x^2 ، الحدُّ المطلقُ

إذا كانتْ قيمةُ المميزِ:

(موجبةً): فيحللُ المقدارُ التربيعيُّ، وللمعادلةِ التربيعيةِ المرافقةِ حلانِ حقيقيانِ مختلفانِ.

(سالبةً): فالمقدارُ التربيعيُّ لا يحللُ، ولا يوجدَ للمعادلةِ التربيعيةِ المرافقةِ حلولٌ حقيقيةٌ.

(صفرًا): فيحللُ المقدارُ التربيعيُّ، وللمعادلةِ التربيعيةِ المرافقةِ حلٌّ واحدٌ (حلانِ متساويانِ).

1) أجدُ قيمةَ المميزِ، وأحددُ عددَ الحلولِ الممكنةِ لكلٍّ مما يأتي:

أتعلمُ

• إذا كان ناتجُ تحليلِ المقدارِ التربيعيِّ:

$(x-\mathrm{a})(x-\mathrm{b})$

فإنَّ a, b يسميانِ حلَّي المعادلةِ التربيعيةِ.

1 x^2+5x+6

لإيجادِ المميزِ: $\mathrm{a}=1\,,\quad \mathrm{b}=5\,,\quad \mathrm{c}=6$

$\mathrm{b}^2-4\mathrm{ac}=25-\ 4\times 1\times 6=1$

إشارةُ المميزِ (موجبةٌ)، ومنه فإنَّ هناك حلين مختلفين للمعادلةِ التربيعيةِ المرافقةِ.

2 x^2+3

لإيجادِ المميزِ: $\mathrm{a}=1\,,\quad \mathrm{b}=0\,,\quad \mathrm{c}=3$

$\mathrm{b}^2-4\mathrm{ac}=$ .... $=$ ....

إشارةُ المميزِ (.......)، ومنه فإنَّ عددَ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ المرافقةِ ....

3 x^2+4x+4

لإيجادِ المميزِ: $\mathrm{a}=\ldots\,,\quad \mathrm{b}=\ldots\,,\quad \mathrm{c}=\ldots$

$\mathrm{b}^2-4\mathrm{ac}=$ .... $=$ ....

إشارةُ المميزِ (.......)، ومنه فإنَّ عددَ حلولِ المعادلةِ التربيعيةِ المرافقةِ ....

أتعلمُ

القانونُ العامُّ: إذا كانتْ قيمةُ المميزِ موجبةً أو قيمةُ المميزِ صفرًا، فنكملُ تحليلَ المقدارِ التربيعيِّ باستخدامِ القانونِ العامِّ.

$\mathrm{a}x^2+\mathrm{b}x+\mathrm{c}$ $\qquad \dfrac{-\mathrm{b}\pm\sqrt{\mathrm{b}^2-\ 4\mathrm{ac}}}{2\mathrm{a}}$

2) أحللُ المقاديرَ التربيعيةَ الآتيةَ وأحلّها باستخدامِ القانونِ العامِّ:

1 $x^2+9x+18=0$

$\mathrm{a}=1$, $\mathrm{b}=9$, $\mathrm{c}=18$

$\dfrac{-9\ \pm\sqrt{9^2-(4\times 1\times 18)}}{2\times 1}$

$\dfrac{-9+3}{2}$ أو $\dfrac{-9-\ 3}{2}$

$x=-3$ أو $x=-6$

2 $5x^2+8x-12=0$

$\mathrm{a}=5$, $\mathrm{b}=8$, $\mathrm{c}=-12$

$\dfrac{-8\pm\sqrt{8^2-(4\times 5\times -12)}}{2\times 5}$

$\dfrac{-8+\sqrt{304}}{10}$ أو $\dfrac{-8-\sqrt{304}}{10}$

$x=0.94$ أو $x=-2.54$

3 $4x^2+15x+9$

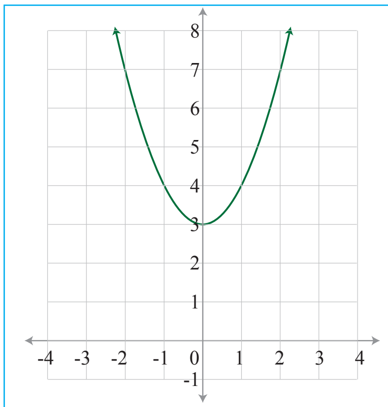
4 $6x^2+5x-6$

أتعلمُ

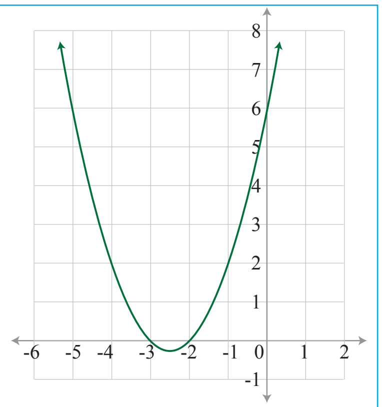
- يمكنُ تحديدُ إشارةِ المميزِ في التمثيلِ البيانيِّ معتمدًاعلى عددِ نقاطِ تقاطعِ منحنى المعادلةِ التربيعيةِ معَ محورِ السيناتِ، أي عددِ المقاطعِ x.

وتكونُ المقاطعُ x حلولًا للمعادلةِ التربيعيةِ.

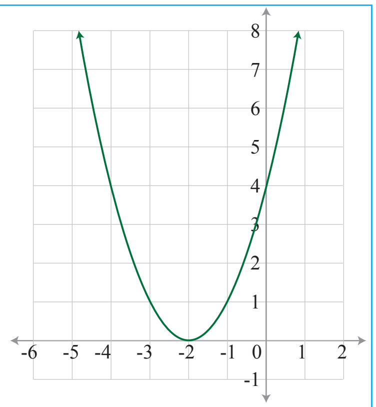
3) أحددُ إشارةَ المميزِ، وعددَ الحلولِ الممكنةِ معتمدًا التمثيلَ البيانيَّ في كلٍّ مما يأتي:



إشارةُ المميزِ: ....
عددُ الحلولِ: ....
حلُّ المعادلةِ: ....



إشارةُ المميزِ: ....
عددُ الحلولِ: ....
حلُّ المعادلةِ: ....



إشارةُ المميزِ: ....
عددُ الحلولِ: ....
حلُّ المعادلةِ: ....

أنتبهُ

- إذا كانتِ المعادلةُ التربيعيةُ بالصورةِ $y = ax^2 + bx + c$ فالتمثيلُ البيانيُّ للمعادلةِ يكونُ على شكلِ $\cup$ أو $\cap$
- أما إذا كانت المعادلةُ التربيعيةُ بالصورةِ $x^2 + y^2 = c^2$ فالتمثيلُ البيانيُّ لها يكونُ على شكلِ دائرة ○

نشاطُ 2 حلُّ نظامٍ مكونٍ منْ معادلةٍ خطيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ

النظامُ: هو معادلتانِ أو أكثرُ تشتركانِ في المتغيراتِ نفسِها.

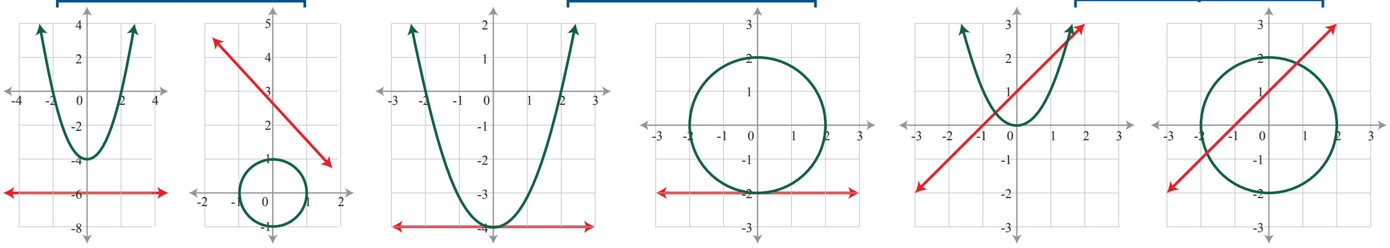
حَلُّ النظامِ: هو إيجادُ قيمِ المتغيراتِ التي تحققُ معادلتي النظامِ. **ويمكنُ حلُّ النظامِ جبريًّا أو بيانيًّا.**

الحلُّ جبريًّا: باستخدامِ طريقةِ الحذفِ أو التعويضِ.

الحلُّ بيانيًّا: يكونُ بإيجادِ نقاطِ التقاطعِ بينَ المنحنياتِ، وإنْ لم توجدْ نقاطُ تقاطعٍ، فالنظامُ ليس له حلٌّ.

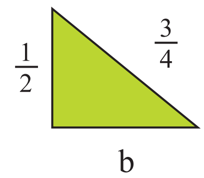
حلُّ نظامٍ مكونٍ من معادلةٍ خطيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ بيانيًّا

يوجدُ حلانِ مختلفانِ	يوجَدُ حلٌّ واحدٌ	عدمُ وجودِ حلٍّ



أتذكرُ: نظريةُ فيثاغورسَ

مثال (1)



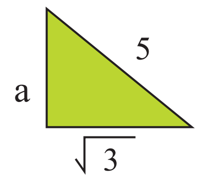
$$\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 + b^2$$

$$\frac{9}{16} = \frac{1}{4} + b^2$$

$$b^2 = \frac{9}{16} - \frac{1}{4} = \frac{5}{16}$$

$$b = \sqrt{\frac{5}{16}} = \frac{\sqrt{5}}{4}$$

مثال (2)



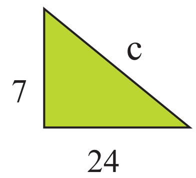
$$5^2 = a^2 + \left(\sqrt{3}\right)^2$$

$$25 = a^2 + 3$$

$$a^2 = 25 - 3 = 22$$

$$a = \sqrt{22}$$

مثال (3)

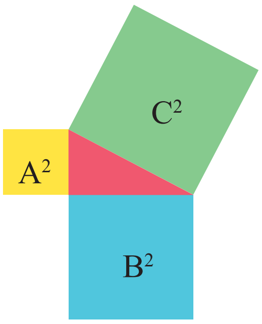


$$C^2 = 7^2 + 24^2$$

$$C^2 = 49 + 576$$

$$C^2 = 625$$

$$C = 25$$



$$C^2 = B^2 + A^2$$

1) نافذةٌ على شكلِ مستطيلٍ، مجموعُ بُعدَيها 14m، وطولُ قطرِها 10m. أجدُ قياسَ بُعدَيها.

أكتبُ معادلتينِ بمجهولينِ، أحدُهما البعدُ الأولُ ونفرضهُ (x)، والبعدُ الثاني ونفرضهُ (y).

المعادلةُ الأولى: $x + y = 14$ (مجموعُ بُعدي النافذةِ)

المعادلةُ الثانيةُ: $x^2 + y^2 = 100$ (باستخدامِ نظريةِ فيثاغورسَ، حيثُ قطرُ النافذةِ يمثلُ وترَ المثلثِ القائمِ).

أرتبُ المعادلاتِ، وأحددُ نوعَ كلِّ معادلةٍ.

معادلةٌ خطيّةٌ (1) $x + y = 14$

معادلةٌ ....(2) $x^2 + y^2 = 100$

أبدأُ بالمعادلةِ الخطيةِ، وأجعلُ y موضوعًا للقانونِ.

$y = 14 - x$

أتذكرُ

في المسائلِ الحياتيةِ، الأبعادُ موجبةٌ فقط.

أنتبهُ

الحلُّ يكونُ على شكلِ إحداثياتِ نقطةٍ (x, y).

أعوضُ قيمةَ y في المعادلةِ التربيعيةِ فتصبحُ:

$$x^2 + y^2 = 100$$

$$x^2 + (14 - x)^2 = 100$$

أتذكرُ

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

فكُ الأقواسِ

تجميعُ الحدودِ المتشابهةِ

$$x^2 + 196 - 28x + x^2 - 100 = 0$$

$$2x^2 - 28x + 96 = 0$$

تبسيطٌ بقسمةِ طرفي المعادلةِ على 2

$$\frac{2x^2}{2} - \frac{28x}{2} + \frac{96}{2} = \frac{0}{2}$$

$$x^2 - 14x + 48 = 0$$

تحليلُ المقدارِ التربيعيِّ

$$(x - 6)(x - 8) = 0$$

إما $(x = 8)$ أو $(x = 6)$

إذن يوجدُ حلانِ

عندما $x = 8$

$y = 14 - x$

$y = 14 - 8$

$y = 6$

الحلُّ الثاني: يمكنُ أن نكتبَ الحلَّ على شكلِ زوجٍ مرتبٍ

(8 ,6)

عندما $x = 6$

$y = 14 - x$

$y = 14 - 6$

$y = 8$

الحلُّ الأولُ: يمكنُ أن نكتبَ الحلَّ على شكلِ زوجٍ مرتبٍ

(6 ,8)

إذًا ستكونُ أبعادُ النافذةِ: 6m ، 8m

2) نفقٌ على شكلِ قوسٍ بحسبِ العلاقةِ: $y = 16 - x^2$

أرادت شاحنةٌ يُمثَّلُ ارتفاعُها بالعلاقةِ: $y = x - 4$ العبورَ من تحتِه.

فهلْ يمكنُ مرورُ الشاحنةِ من تحتِ النفقِ؟

أساوي المعادلتين

$16 - x^2 = x - 4$

....

أرتبُ المعادلةَ التربيعيةَ، وأجعلُ طرفَ المعادلةِ الثانيَ يساوي صفرًا.

....

أحللُ المقدارَ التربيعيَّ.

....

أجدُ قيمَ x .

....

أعوضُ قيمَ x، وأجدُ قيمَ y .

....

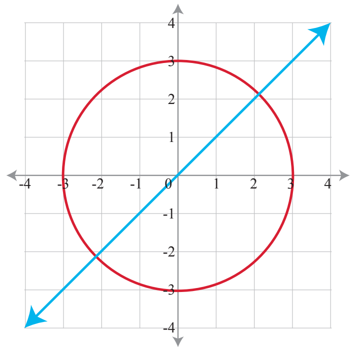
ماذا ألاحظُ؟

هل ارتفاعُ الشاحنةِ أكبرُ أمْ أقلُّ من ارتفاعِ النفَقِ؟

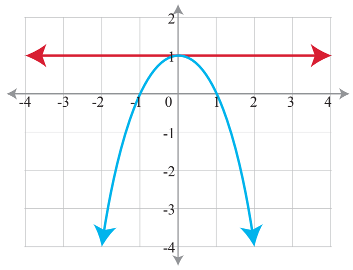
وماذا يعني ذلكَ؟

3) أوفقُ بينَ النظامِ وما يمثلُه منَ التمثيلِ البيانيِّ المناسبِ للنظامِ.

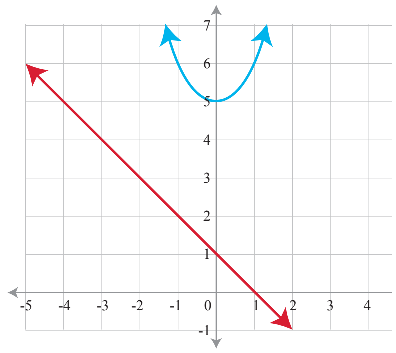
1. $y = 1$
   $y = 1 - x^2$



ألاحظُ أنَّ إحدى المعادلتينِ تمثلُ اقترانًا ثابتًا ($y=1$)، والأخرى تمثلُ اقترانًا تربيعيًّا مفتوحًا للأسفلِ ومقطعُهُ y هو 1 ($y=1-x^2$)

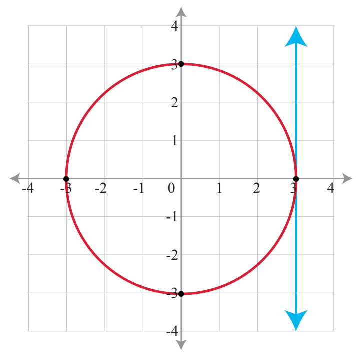


2. $y = 1 - x$
   $y = x^2 + 5$



3. $x = 3$
   $x^2 + y^2 = 9$

4. $x^2 + y^2 = 9$
   $y = x$



أتأمل في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوع (حلِّ نظامٍ مكونٍ من معادلةٍ خطيةٍ ومعادلةٍ تربيعيةٍ)

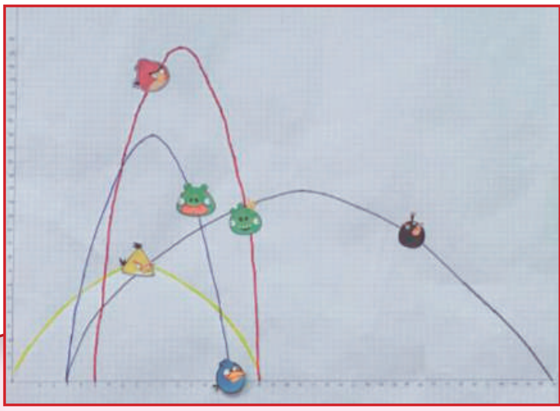
😊	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.
	• أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ به. • أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

2 حلُّ نظامٍ مكونٍ من معادلتينِ تربيعيتينِ

النتاجاتُ

- أحلُّ نظامًا مكونًا من معادلتينِ تربيعيتينِ بمتغيرينِ

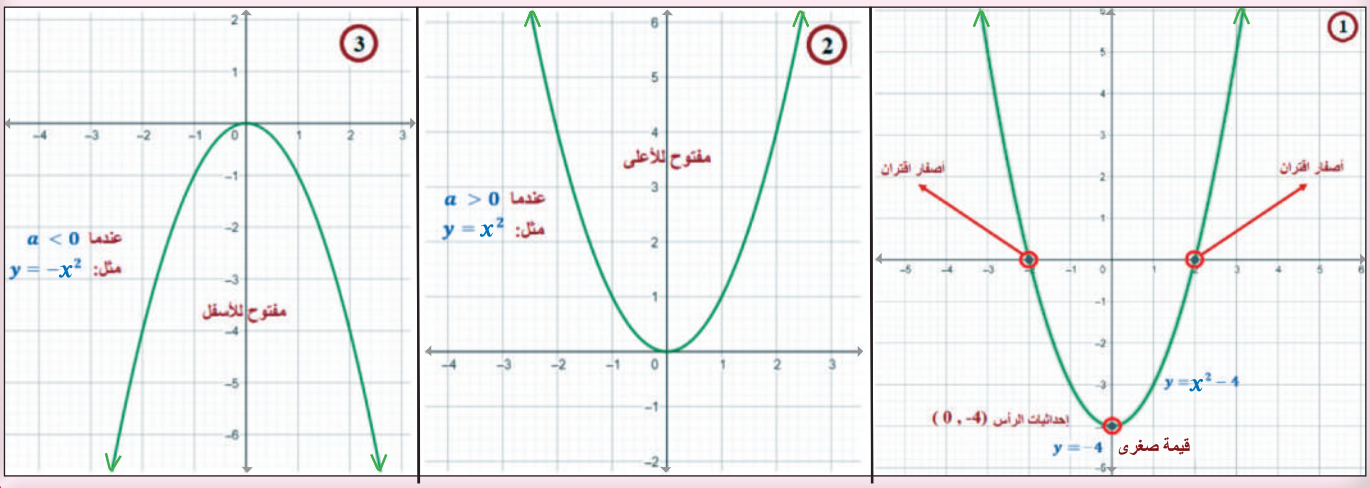
يُظهرُ الشكلُ المجاورُ مجموعةً من الطيورِ يتحركُ كلٌّ منها في مسارٍ على شكلِ اقترانٍ تربيعيٍّ.ألاحظُ أنَّ كلَّ زوجٍ منها قد يتقاطعُ في نقطةٍ أو أكثرَ، وقد لا يتقاطعُ أبدًا.



أتذكرُ

المعادلةُ التربيعيةُ على الصورة $y = ax^2 + bx + c$ حيثُ a,b, c أعدادٌ حقيقيةٌ, $a \neq 0$

- تُمثلُ المعادلةُ التربيعيةُ $y = ax^2 + bx + c$ بيانيًّا على صورةِ منحنى مفتوحٍ للأعلى كما في الشكلينِ (1) وَ(2)، أو مفتوحٍ للأسفلِ كما في الشكلِ (3)، وتكونُ مجموعةُ الأعدادِ التي تمثلُ المقطعَ x حلولًا للمعادلةِ $y = 0$ ، وتسمى (أصفارًا للاقترانِ التربيعيِّ المكافئِ).



نشاط 1 حلُّ نظامٍ مكونٍ من معادلتينِ تربيعيتينِ

أتذكرُ

تُحلُّ أنظمةُ المعادلاتِ جبريًّا، إما بالحذفِ أو بالتعويضِ، ويُكتبُ الحلُّ على شكلِ أزواجٍ مرتبةٍ (x, y).

أولًا: حلُّ النظام جبريًّا.

أحلُّ أنظمةَ المعادلاتِ الآتيةِ:

1) $y = x^2$ ....(1)

$y = -x^2$ ....(2)

أساوي المعادلتين (أعوضُ بقيمةِ y) فتصبحُ: $x^2 = -x^2$

أرتبُ المعادلةَ في طرفٍ واحدٍ بحيثُ يصبحُ الطرفُ الثاني صفرًا فتصبحُ:

$$x^2 + x^2 = 0 \longrightarrow 2x^2 = 0 \longrightarrow \boxed{x = \quad}$$

أعوضُ بقيمةِ x في المعادلةِ (1) أو (2) لأحصلَ على قيمةِ y فتصبحُ: $\boxed{y = \quad}$

إذنْ، حلُّ النظامِ هو: (....... , ...)

2) $y = 2x^2 + 3x + 4$ ......(1)

$y = -4x^2 + 4$ ....(2)

أساوي المعادلتين: $2x^2 + 3x + 4 = -4x^2 + 4$

أجمعُ الحدودَ المتشابهةَ، وأجعلُ الطرفَ الثانيَ من المعادلةِ يساوي صفرًا: $6x^2 + 3x = 0$

أحلُّ باستخدامَ: ....

فتصبحُ قيمُ x: .... , ...

أعوضُ قيمَ x لإيجادِ قيمِ y: ...... , ...

إذنْ، يوجدُ حلانِ للنظامِ هما: (...... , ...) , (....... , ...)

3) $y = x^2$ ....(1)

$y^2 + x^2 = 12$ ....(2)

أساوي المعادلتين فتصبحُ: $y^2 - 12 = -y$

ثم أرتبُ المعادلةَ في طرفٍ واحدٍ. $y^2 + y - 12 = 0$

أحلُّ المعادلةَ: $(\qquad)(\qquad) = 0$

أجدُ قيمَ y: .... , ...

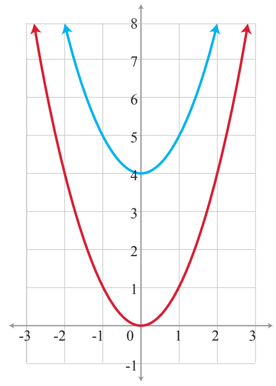
أجدُ قيمَ x: .... , ...

إذن، يوجدُ حلانِ للنظامِ هما: (.... , ...) , (.... , ...)

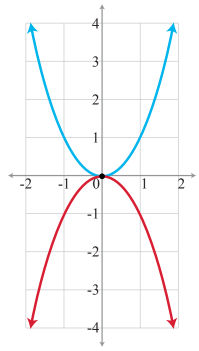
منهاجي
متعة التعليم الهادف

ثانيًا: حلُّ النظامِ بيانيًّا

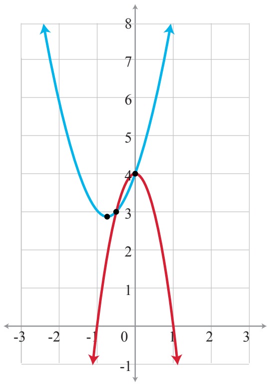
حلولُ الأنظمةِ المكونةِ من معادلتينِ تربيعيتينِ بمتغيرينِ (الحلُّ بيانيًّا بإيجادِ نقاطِ التقاطعِ بين المنحنيينِ)



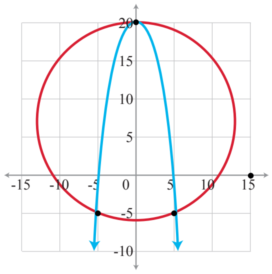
لا يوجد حلٌّ للنظام



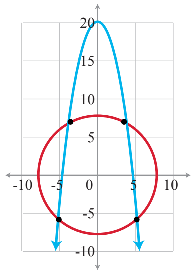
يوجد حلٌّ واحد للنظام



يوجد حلانِ للنظام



يوجد ثلاثة حلول للنظام

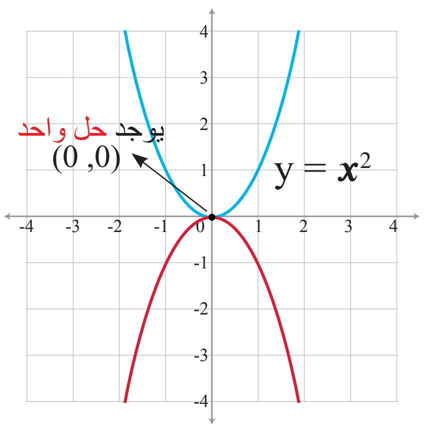


يوجد أربعة حلولٍ للنظام

أحلُّ النظامَ الآتيَ بيانيًّا:

$y = x^2$ ....(1)

$y = -x^2$ ....(2)



أمثلُ النظامَ باستخدامِ برمجيةِ جيو جبرا، وأجدُ مجموعةَ الحلِّ بإيجادِ نقاطِ التقاطعِ بينَ المنحنيينِ.

ألاحظُ أنهُ يوجدُ حلٌّ واحدٌ؛ وذلكَ لوجودِ نقطةِ تقاطعٍ واحدةٍ، هيَ: (0 ,0).

أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (حلِّ نظامٍ مكونٍ من معادلتينِ تربيعيتينِ)

😊	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹️	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

• أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ بهِ.
• أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذهِ الصعوبةِ.

3 تبسيطُ المقاديرِ الأسيةِ

النتاجات

- أبسطُ المقاديرَ الأسيةَ مستعملًا قوانينَ الأسسِ

نشاطُ 1 قوانينُ الأسسِ الصحيحةِ

1) أجدُ القيمةَ العدديةَ مستعملًا قوانينَ الأسسِ:

مثالٌ عدديٌّ	القانونُ بالكلماتِ	القانونُ بالرموزِ
$3^2 \times 3^1 = 3^{2+1} = 3^3 = 27$	إذا كانَ x عددًا حقيقيًّا، و a, b عددينِ صحيحينِ، فإنَّه عندَ ضربِ الأساساتِ المتشابهةِ المرفوعةِ إلى الأسسِ a, b، فإنَّ الأسسَ تجمعُ إلى الأساسِ نفسهِ.	$x^a \times x^b = x^{a+b}$
$\frac{5^3}{5^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots = 5$	إذا كانَ x عددًا حقيقيًّا و $x \neq 0$ و a, b عددينِ صحيحينِ، فإنَّه عندَ قسمةِ الأساساتِ المتساويةِ المرفوعةِ إلى الأسسِ a, b، فإنَّ الأسسَ تُطرحُ من الأساسِ نفسهِ.	$\frac{x^a}{x^b} = x^{a-b} \ , x \neq 0$
$(10^2)^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots = 1000000$	إذا كانَ x عددًا صحيحًا مرفوعًا إلى الأسِّ a وكلُّ المقدارِ مرفوعًا إلى الأسِّ b فتضربُ الأسسُ.	$(x^a)^b = x^{ab}$
$(2 \times 5)^3 = 2^3 \times 5^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots$	إذا كانَ x, y عددينِ حقيقيينِ مرفوعينِ إلى الأسِّ a، فإنَّ الأسَّ يتوزعُ في حالةِ ضربِ الأساساتِ المختلفةِ.	$(xy)^a = x^a y^a$
$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \ldots\ldots\ldots\ldots$	إذا كانَ x, y عددينِ حقيقيينِ مرفوعينِ إلى الأسِّ a، حيثُ $y \neq 0$، فإنَّ الأسَّ يتوزعُ في حالةِ القسمةِ بينَ الأساساتِ المختلفةِ.	$\left(\frac{x}{y}\right)^a = \frac{x^a}{y^a}$
$9^{-2} = \frac{1}{9^2} = \ldots\ldots\ldots\ldots$	إذا كانَ x عددًا صحيحًا مرفوعًا إلى أسٍّ سالبٍ، حيثُ $x \neq 0$، فإنهُ يمكنُ التخلصُ من الأسِّ السالبِ بقلبِ الأساسِ وعكسِ إشارةِ الأسِّ.	$x^{-a} = \frac{1}{x^a}$
$(125)^0 = \ldots\ldots\ldots\ldots$	إذا كانَ x عددًا صحيحًا مرفوعًا إلى الأسِّ 0، فالناتجُ يساوي 1.	$x^0 = 1$
$1^{50} = \ldots\ldots\ldots\ldots$	إذا كانَ n عددًا صحيحًا، وكانَ العددُ 1 مرفوعًا إلى الأسِّ n، فيبقى الجوابُ 1.	$1^n = 1$

نشاطُ 2 الأسسُ النسبيةُ

إذا كانَ a عددًا حقيقيًّا، وy، x عددينِ صحيحينِ موجبينِ، وكانَ y عددًا زوجيًّا، فإن: $a > 0$	$a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^{x}} = (\sqrt[y]{a})^{x}$

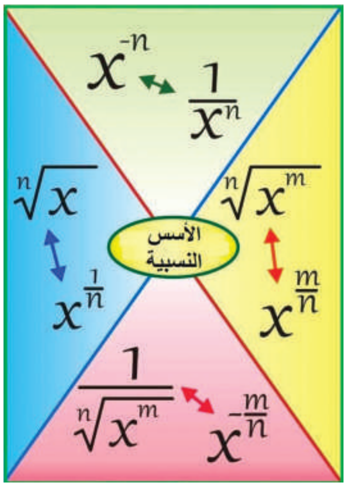
1) أجدُ القيمةَ العدديةَ مستعملًا قوانينَ الأسسِ:

1 $2^{\frac{6}{3}} = \sqrt[3]{2^6}$ $2^2 = \sqrt[3]{2^3 \times 2^3} = \sqrt[3]{2^3} \times \sqrt[3]{2^3}$ $4 = 2 \times 2 = 4$	2 $(\sqrt{9})^4 = 9^{\frac{4}{2}}$ $(3)^4 = 9^2$ $81 = 81$

إذن يمكنُ كتابةَ الأسسِ النسبيةِ على صورةِ كسورٍ أو على صورةِ جذورٍ.

2) أكتبُ قيمةَ كلٍّ مما يأتي مستعملًا الجذورَ:

1 $8^{\frac{1}{3}}$	$\sqrt[3]{8} = 2$
2 $8^{\frac{-1}{3}}$	$\frac{1}{8^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{8}}$
3 $-8^{\frac{3}{9}}$	$-8^{\frac{3\div 3}{9\div 3}} = -8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{-8} = -2$
4 $81^{\frac{3}{2}}$	$(\sqrt{81})^3 =$



نشاطُ 3 المقاديرُ الأسيةُ

أتعلم

يمكنُ أن تكونَ العبارةُ الأسيةُ في أبسطِ صورةٍ إذا:

- ظهرَ الأساسُ مرةً واحدةً، والأسسُ جميعُها موجبةٌ.
- كانتِ العبارةُ لا تتضمنُ قوى.
- كانتِ الكسورُ والجذورُ في أبسطِ صورةٍ.

1) أجدُ قيمةَ ما يأتي بأبسطِ صورةٍ:

تحويلُ قوةِ القوى إلى ضربٍ، ثم اختصارٌ

تبسيطُ القوى

التخلصُ من القوةِ السالبةِ، ثم كتابتُها بصورةِ الجذورِ

1. $$\left(x^{\frac{-3}{4}}\right)^{\frac{4}{9}} = x^{\left(\frac{-3}{\cancel{4}}\right)\left(\frac{\cancel{4}}{9}\right)}$$
$$= x^{\left(\frac{-3}{9}\right)} \quad = x^{\left(\frac{-1}{3}\right)}$$
$$\frac{1}{x^{\frac{1}{3}}} = \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

2. $$\frac{(4a)^3\,(ab^4)^2}{64\,a^{10}\,b^5}$$
$$\frac{(4\,a)^3\,(a\,b^4)^2}{64\,a^{10}\,b^5} = \frac{64\,a^3\,a^2\,b^8}{64\,a^{10}\,b^5} = \frac{\cancel{64}\,a^{3+2}\,b^8}{\cancel{64}\,a^{10}\,b^5} = \text{...}$$

3. $$\frac{\sqrt[5]{x^2}}{\sqrt[5]{x^3}} = \frac{x^{\frac{2}{5}}}{x^{\frac{3}{5}}} = x^{\square - \square} = \text{...}$$

4. $$(-1)^9 \times \left((-2)^{19} \times (2)^{19}\right) = \text{...}$$

أتذكرُ: إذا كانَ (n) عددًا زوجيًّا، فإنَّ: $(-1)^n = 1$ ، وإذا كانَ (n) عددًا فرديًّا، فإنَّ: $(-1)^n = -1$

أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (تبسيطِ المقاديرِ الأسيةِ)

	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

- أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ بهِ.
- أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذهِ الصعوبةِ.

4 حلُّ المعادلاتِ الأسيةِ

النتاجات

- أحلُّ معادلاتٍ أسيةً.
- أحلُّ أنظمةَ معادلاتٍ أسيةٍ.

أتعلمُ

المعادلةُ الأسيةُ: هي المعادلةُ التي يظهرُ فيها المتغيرُ على شكلِ أسٍّ:

$$a^x = a^y$$

حلُّ المعادلةِ الأسيةِ: يتمُّ حلُّ المعادلةِ الأسيةِ بإيجادِ قيمِ الأسسِ، وبما أنَّ الأساسَ في الطرفينِ متساوٍ،فأنَّ الأسسَ متساويةٌ، أي أنَّ: $x = y$ حيث إن: $a \neq 1$,$a \neq 0$

نشاطُ 1 حلُّ المعادلاتِ الأسيةِ

1) أحلُّ المعادلاتِ الأسيةَ الآتيةَ:

1. $2^3 = 2^{x-4}$

الأساساتُ متساويةٌ

الأساساتُ متساويةٌ، فأساوي الأسسَ.

$3 = x - 4$

$+4 \qquad +4$

$\boxed{x = 7}$

أساوي الأسسَ.

2. $2^{3x} = 64$

الأساساتُ مختلفةٌ، أجعلُها متساويةً، فأبدأُ بالأساسِ غيرِ المكتوبِ بأبسطِ صورةٍ، وهو 64، وأحلِّلُه إلى عواملِهِ الأوليةِ.

$2^{3x} = 2^6$

أساوي الأسسَ بما أنَّ الأساساتِ متساويةٌ

$3x = 6$

أبسطُ المعادلةَ.

$x = \boxed{}$

3. $2^{-x+1} = \left(\frac{1}{2}\right)^3$

الأساساتُ مختلفةٌ، ومكتوبةٌ بأبسطِ صورةٍ، وتوجدُ علاقةٌ بينَ الأساساتِ، حيثُ إنَّ أحدَهما معكوسُ الآخرِ.

$2^{-x+1} = 2^{\boxed{}}$

$x =$

أتذكرُ: عندَ قلبِ الأساسِ تنعكسُ إشارةُ الأسِّ.

2) لدى محمودٍ حبلٌ طولهُ 64m، استعملَ نصفَ هذا الحبلِ بثنيِه، ثمَّ استعملَ نصفَ ما تبقى، وهكذا، أي أنه كان يثني ما تبقى من الحبلِ في كلِّ مرةٍ من المنتصفِ إلى أن أصبحَ طولُ الحبلِ 4m. ما عددُ المراتِ التي كررَ فيها محمودٌ ثنيَ الحبلِ؟

المعادلةُ التي تمثلُ الحلَّ

$$64\left(\frac{1}{2}\right)^{x} = 4$$

أجعلُ الأساساتِ متساويةً، ومكتوبةً بأبسطِ صورةٍ.

$$4 = 2^2 \quad , \quad 64 = 2^6$$

$$2^6\left(\frac{1}{2}\right)^{x} = 2^2$$

عندَ ضربِ الأسسِ أقومُ بجمعِها:

$$2^{6-x} = 2^2$$

الأساساتُ متساويةٌ

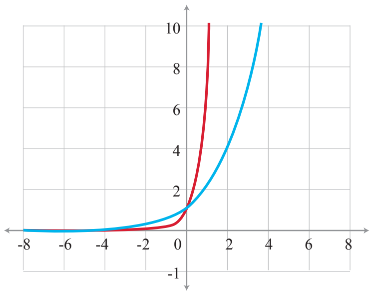
$$6 - x = 2$$

$$x = \boxed{}$$

3) أحلُّ المعادلةَ الأسيةَ: $3^x = 2^{x+4}$

من المستحيلِ أن تتساوى الأساساتُ في هذه المعادلةِ؛ لذلك يصعبُ حلُّها جبريًّا، فنلجأُ إلى الرسمِ البيانيِّ باستخدامِ برمجيةِ جيو جبرا لحلِّها.

أجدُ أن نقطةَ التقاطعِ هي: (0 ،1) وتكونُ هيَ الحلَّ.



نشاطُ 2 حلُّ نظامِ المعادلاتِ الأسيةِ

أتعلمُ

لحلِّ نظامٍ مكونٍ من معادلتينِ أسيتينِ، أكتبُ طرفيَ المعادلةِ الأولى بدلالةِ الأساسِ نفسهِ، ثم أساوي أسيِ الطرفينِ، وأكررُ ذلكَ معَ المعادلةِ الثانيةِ، فيتكونُ النظامُ، وأحلُّه بالحذفِ أو التعويضِ.

1) أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الأسيةِ الآتيةِ:

$3^x = 3^{2x+y}$ ....(1)

$81^{3y} = 3^{3x+9}$ ....(2)

الأساساتُ متساويةٌ في المعادلةِ (1)، لذلك أساوي الأسسَ.

$3^x = 3^{2x+y}$

ومنه

$x = 2x + y$ .... (3)

العددُ 81 ليس بأبسطِ صورةٍ في المعادلةِ (2)، وعندما أحلُّها تصبحُ: $81 = 3^4$،

$(3^4)^{3y} = 3^{3x+9}$

ثمَّ أساوي الأسسَ:

$12y = 3x + 9$ إذن .... (4)

أحلُّ نظامَ المعادلتينِ (3)، و(4).

$x = 2x + y$ ....(3)

$12y = 3x + 9$ ....(4)

أستخدمُ طريقةَ التعويضِ لحلِّ النظامِ، وأكتبُ x بدلالةِ y في المعادلةِ (3).

$x = -y$

بالتعويضِ بقيمةِ x في المعادلةِ (4).

$12y = 3x + 9$

$12y = 3(-y) + 9$

$y = \boxed{}$

$x = \boxed{}$

الحلُّ: $(\boxed{} , \boxed{})$

2) أحلُّ نظامَ المعادلاتِ الأسيةِ الآتيةِ:

$$25^{y} = 5^{x+1} \quad ....(1)$$
$$125 = 5^{3x-6} \quad ....(2)$$

أبدأُ بالمعادلةِ (1)، وأكتبُ $(25)^{y} = (5^{2})^{y} = 5^{2y}$.

$$5^{2y} = 5^{x+1} \rightarrow 2y = x + 1$$

أنتقلُ إلى المعادلةِ (2)، وأكتبُ $125 = 5^{3}$ إلى عواملِها الأوليةِ.

$$5^{3} = 5^{3x-6} \rightarrow 3 = 3x - 6$$

أجدُ قيمةَ x من المعادلةِ (2).

$x = \boxed{\quad}$

أجدُ قيمةَ y من المعادلةِ (1)، بالتعويضِ بقيمةِ x.

$y = \boxed{\quad}$

الحلُّ: $(\boxed{\quad}, \boxed{\quad})$

أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (حلِّ المعادلاتِ الأسيةِ)

	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

- أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ به.
- أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

الوحدةُ (2) الدائرةُ

1 أوتارُ الدائرةِ وأقطارُها ومماساتُها

- أحددُ العلاقاتِ التـي تربـطُ الأقطارَ والأوتارَ والمماساتِ في الدائرةِ.
- أوظفُ العلاقاتِ بينَ الأقطارِ والأوتارِ والمماسـاتِ في الدائرةِ في حلِّ مسائلَ رياضيةٍ وحياتيةٍ.

2 الأقواسُ والقطاعاتُ الدائريةُ

- أحسبُ طولَ القوسِ.
- أحسبُ مساحةَ القطاعِ الدائريِّ.
- أحلُّ مسائلَ على طولِ القوسِ ومساحةِ القطاعِ الدائريِّ.

3 الزوايا في الدائرةِ

- أميزُ العلاقاتِ بين الزاويا في الدائرةِ.
- أوظفُ العلاقاتِ بين قياساتِ الزوايا في الدائرةِ في حلِّ مسائلَ رياضيةٍ وحياتيةٍ.

4 معادلةُ الدائرةِ

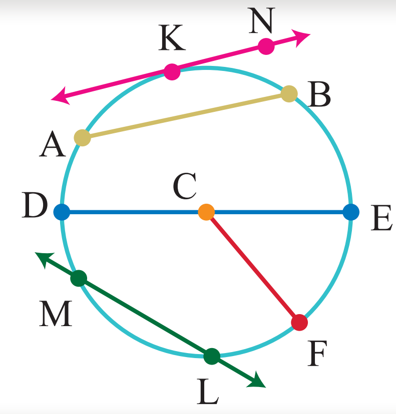
- أكتبُ معادلةَ الدائرةِ بصيغتينِ مختلفتينِ (القياسية والعامةِ).
- أجدُ إحداثيَّي المركزِ وطولَ نصفِ القطرِ من معادلةِ دائرةٍ معلومةٍ.

1 أوتارُ الدائرةِ وأقطارُها ومماساتُها

النتاجات

- أحددُ العلاقاتِ التي تربطُ الأقطارَ والأوتارَ والمماساتِ في الدائرةِ.
- أوظفُ العلاقاتِ بينَ الأقطارِ والأوتارِ والمماساتِ في الدائرةِ في حلِّ مسائلَ رياضيةٍ وحياتيةٍ.

نشاطُ 1 أتعرفُ الدائرةَ



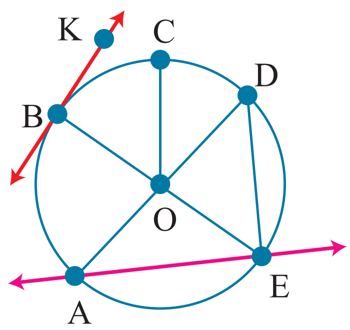
الدائرةُ:
هي المحلُّ الهندسيُّ لنقطةٍ تتحركُ في المستوى، بحيثُ تبعدُ بعدًا ثابتًا عن نقطةٍ محددةٍ تسمىّ مركزَ الدائرةِ.

رموزٌ رياضيةٌ:

- ترمزُ $\overleftrightarrow{AB}$ إلى المستقيمِ AB.
- ترمزُ $\overline{AB}$ إلى القطعةِ المستقيمةِ AB.
- ترمزُ AB إلى طولِ القطعةِ المستقيمةِ AB.

المفهومُ	التعريفُ	الاسمُ
مركزُ الدائرةِ	هو النقطةُ التي تكونُ متساويةَ البعدِ عن جميعِ نقاطِ الدائرةِ.	C
وترُ الدائرةِ	قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ بين نقطتينِ على الدائرةِ.	$\overline{AB}$
القطرُ	وترٌ يمرُّ في مركزِ الدائرةِ وهوَ أكبرُ أوتارِها.	$\overline{DE}$
نصفُ القطرِ	قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ مركزَ الدائرةِ بنقطةٍ عليها.	$\overline{CF}$
القاطعُ	هو مستقيمٌ أو جزءٌ منهُ يقطعُ الدائرةَ في نقطتينِ.	$\overleftrightarrow{LM}$
المماسُّ	هو مستقيمٌ أو جزءٌ منهُ يشتركُ مع الدائرةِ في نقطةٍ واحدةٍ فقطْ.	$\overleftrightarrow{KN}$
نقطةُ التماسِّ	نقطةُ التقاءِ المماسِّ في الدائرةِ.	K

يمثلُ الشكلُ المجاورُ دائرةً مركزُها O . أسميّ:



1 وترًا 2 قطرًا 3 نصفَ قطرٍ

4 نقطةَ التماسّ 5 مماسًّا 6 قاطعًا.

الحلّ

1 $\overline{DE}$؛ لأنَّه قطعةٌ مستقيمةٌ تصلُ بينَ نقطتينِ على الدائرةِ

2 . $\overline{BE}$ ؛ لأنَّه وترٌ يمرُّ في مركزِ الدائرةِ

أذكرُ قطرًا آخرَ..

3 $\overline{OB}$؛ لأنَّه...

أذكرُ أربعةَ أنصافِ أقطارٍ أخرى ....

4 .... لأنَّها ....

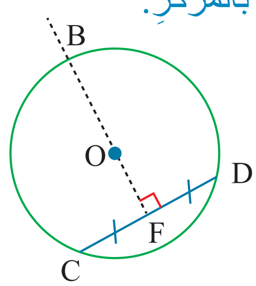
5 ....$\overleftrightarrow{KB}$.............. ؛ لأنَّه..

6 .... ؛ لأنَّه...

نشاط 2 نظرياتٌ تبينُ العلاقاتِ بينَ أوتارِ الدائرةِ، ونصفِ قطرِها، والعمودِ على الوترِ، وطولِ الوترِ

نظريةُ(1)

• العمودُ المنصفُ للوترِ يمرُّ بالمركزِ.



مثالٌ بالرموزِ

اذا كانَ $\overline{BF} \perp \overline{CD}$ و $CF = FD$؛

فإنَّ $\overline{BF}$ يمرُّ بالمركزِ.

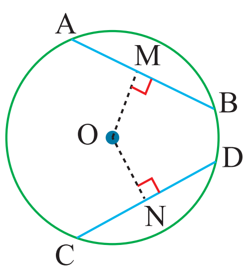
• العمودُ المارُّ بالمركزِ ينصفُ الوترَ.

مثالٌ بالرموزِ

اذا كانَ $\overline{CD} \perp \overline{BF}$ و $\overline{BF}$ يمرُّ بالمركزِ؛ فإنَّ $CF = FD$.

نظريةُ(2)

• الوترانِ المتطابقانِ في الدائرةِ، يبعدانِ البعدَ نفسَه عن مركزِها.



مثالٌ بالرموزِ

اذا كانَ $AB = CD$ ؛ فإنَّ $OM = ON$

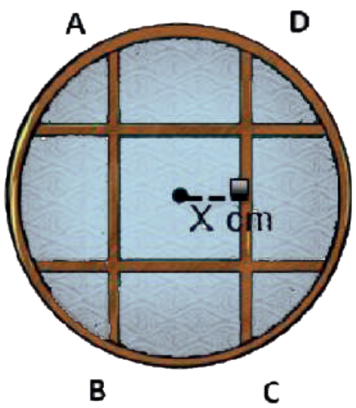
• الوترانِ اللذانِ يبعدانِ البعدَ نفسَه عن المركزِ متطابقانِ.

مثالٌ بالرموزِ

اذا كانَ $OM = ON$؛ فإنَّ $AB = CD$

1) فـي الشـكلِ المجـاورِ، شـبكُ حمايـةٍ لنافـذةٍ دائريـةٍ مكـونٌ مـن 4 قضبـانٍ حديديـةٍ تمثـلُ أوتـارًا متسـاويةَ الطـولِ، إذا كانَ محيـطُ المربـعِ الـذي فـي وسـطِ الحمايـةِ 80cm ، أجـدُ بعـدَ الوتـرِ $\overline{AB}$ عـن مركـزِ النافـذةِ.

أتذكرُ:
محيطُ المضلع يساوي مجموعَ أطوالِ أضلاعهِ.



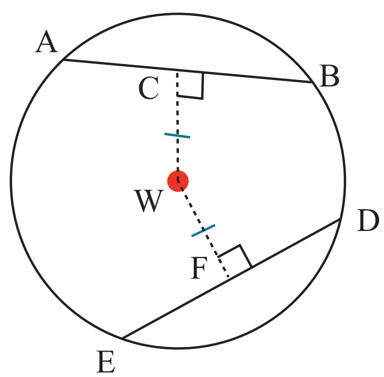
بما أنَّ أطوالَ أضلاعِ المربعِ متساويةٌ، ومحيطَه 80cm
إذنْ، طولُ الضلعِ:

$$\frac{80}{4} = 20\text{cm}$$

وبما أنَّ $AB = DC$ إذنْ، يبعدُ الوترانِ عن المركزِ مسافةً متساويةً، ومنه $\overline{AB}$ يبعدُ عن مركزِ النافذةِ بمقدارِ:

$$\frac{20}{2} = 10\text{cm}$$ لماذا؟...

2) اعتمادًاعلى الشكلِ المجاورِ؛ فيهِ دائرةٌ مركزُها النقطةُ W:
$AB = 2x - 1$ ، $ED = 6\text{cm}$ ، $WC = 5\text{cm}$ أجدُ:

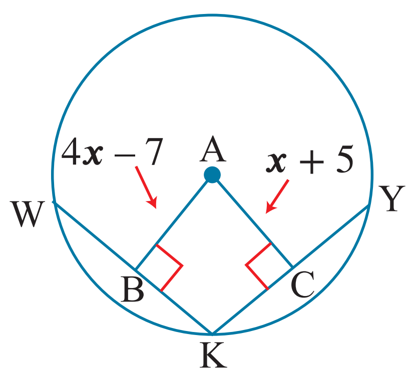


1 قيمةَ x
بما أن $WC = WF$ (من المعطياتِ)، اذن $AB = ED$، ومنه:

....

2 FD
$ED \perp WF$ اذن $ED = 2FD$ ومنه .... $= FD$

3 فـي الشـكلِ المجـاورِ، $\overline{WK}, \overline{KY}$ وتـرانِ متطابقـانِ فـي دائـرةٍ، مركزُهـا النقطـةُ A. إذا كانَ $WB = 6$ ، أجد AB، WK، KY

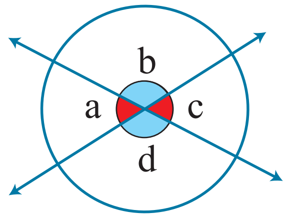


أتذكرُ: العلاقاتُ بين الزوايا

• مجموعةٌ (1)

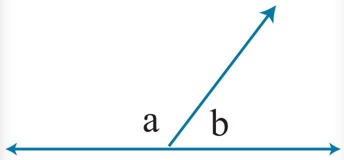
الزاويا حولَ نقطةٍ

الزوايا المتقابلةُ بالرأسِ متساويةٌ في القياسِ



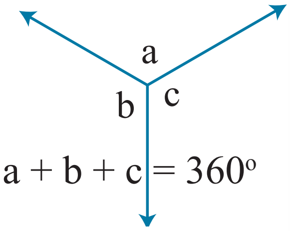
$d = b, \quad a = c$

الزوايا المتجاورةُ على خطٍّ مستقيمٍ مجموعُ قياساتِها 180°



$a + b = 180^\circ$

مجموعُ قياساتِ الزوايا حولَ نقطةٍ 360°

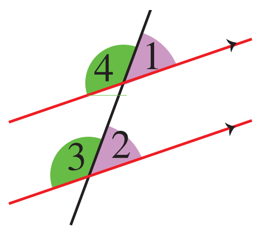


$a + b + c = 360^\circ$

• مجموعةٌ (2)

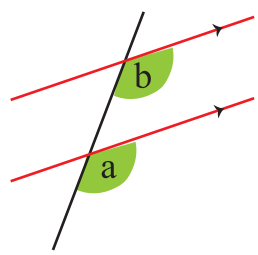
الزوايا الناتجةُ عن قطعِ مستقيمٍ لخطوطِ مستقيمةٍ متوازيةٍ

الزوايا المتناظرةُ متساويةٌ في القياسِ



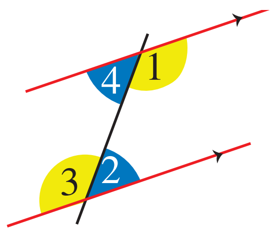
$\measuredangle 1 = \measuredangle 2$

$\measuredangle 3 = \measuredangle 4$



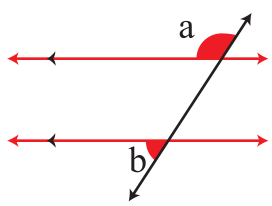
$a = b$

الزوايا المتحالفةُ مجموعُ قياساتِها 180°



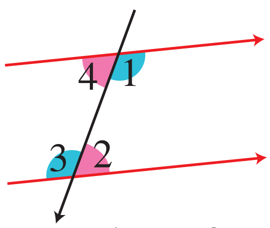
$\measuredangle 1 + \measuredangle 2 = 180^\circ$

$\measuredangle 3 + \measuredangle 4 = 180^\circ$



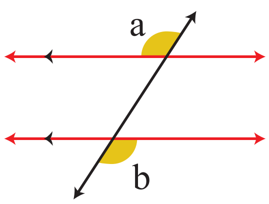
$a + b = 180^\circ$

الزوايا المتبادلةُ متساويةٌ في القياسِ



$\measuredangle 1 = \measuredangle 3$

$\measuredangle 2 = \measuredangle 4$

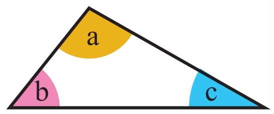


$a = b$

مجموعةُ (3)

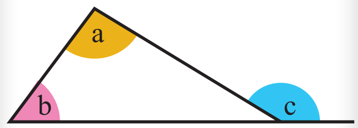
الزوايا في بعضِ الأشكالِ الهندسيةِ

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ 180°



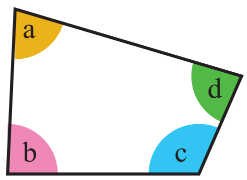
$a + b + c = 180^\circ$

قياسُ الزاويةِ الخارجةِ في المثلثِ يساوي مجموعَ قياسِ الزاويتينِ البعيدتينِ



$a + b = c$

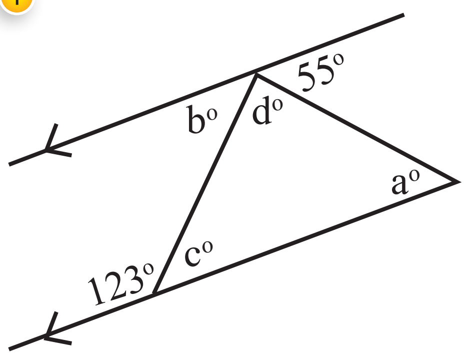
مجموعُ قياساتِ زوايا الشكلِ الرباعيِّ 360°



$a + b + c + d = 360^\circ$

أجدُ قياسَ الزوايا المجهولةِ في الأشكالِ الآتيةِ:

1



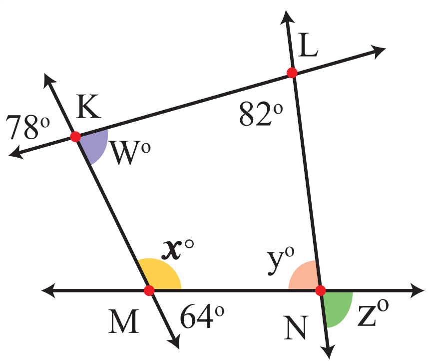
$c^\circ = 180^\circ - 123^\circ = 57^\circ$ زاويتانِ متجاورتانِ

$b^\circ =$ ...... $= 57^\circ$ زاويتانِ متبادلتانِ

$d^\circ =$ ...... مجموعُ الزوايا على المستقيمِ يساوي 180°

$a^\circ =$ ....

2



$W^\circ = 78^\circ$ تقابلٌ بالرأسِ

$x^\circ = 116^\circ$ ....

$y^\circ = 84^\circ$ ....

$z^\circ =$ ....

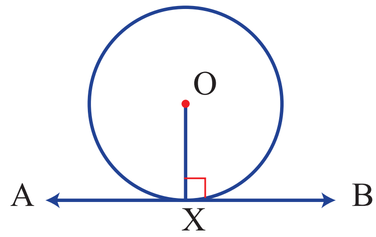
نشاطُ 3 نظرياتُ المماسِّ ونصفِ القطرِ

نظريةُ(1)

• مماسُّ الدائرةِ عموديٌّ على نصفِ القطرِ المرسومِ من نقطةِ التماسِّ.

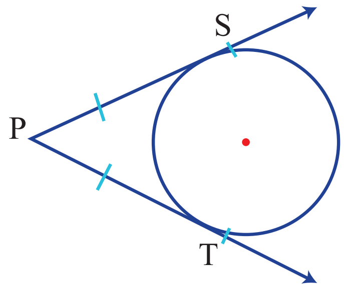
بالرموزِ:

$\overline{OX} \perp \overleftrightarrow{AB}$



نظريةُ(2)

• القطعتانِ المماسيتانِ المرسومتانِ للدائرةِ من نقطةِ خارجَها، لهما الطولُ نفسُه.



بالرموزِ:

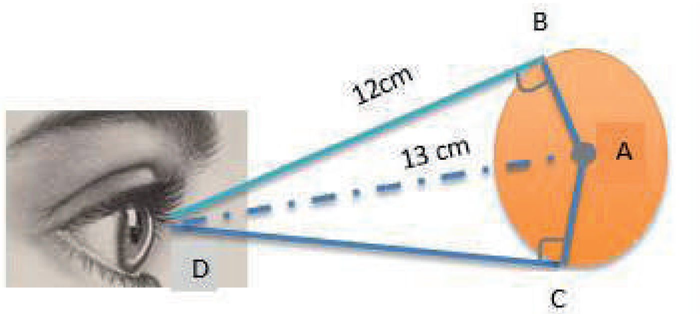
$\overline{PT}, \overline{PS}$ القطعتانِ المستقيمتانِ الواصلتانِ بينَ النقطةِ الخارجيةِ P ونقطتي التماسِّ S, T لهما الطولُ نفسُه.

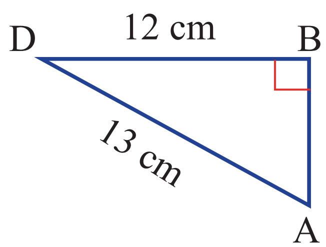
$PT = PS$

1) ينظرُ رجلٌ إلى مصباحٍ كهربائيٍّ على شكلِ كرةٍ كما هو موضحٌ في الشكلِ الآتي؛ بحيثُ يشكلُ خطَّا الرؤيةِ خطيّ تماسٍّ معَ كرةِ المصباحِ. أجدُ:

1 طولَ نصفِ قطرِ المصباحِ AB

بما أنَّ $\overline{AB} \perp \overline{BD}$ (لأنَّ.................)، إذنْ تشكلَ لدينا المثلثُ ABD القائمُ الزاويةِ في B (نقطةِ التماسِّ):





ومنه، طولُ نصفِ قطرِ المصباحِ AB:

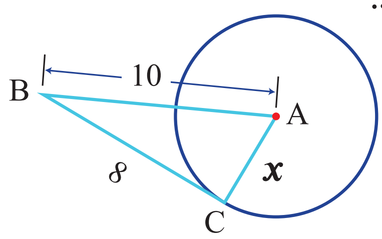
AB =..........

2 طولَ خطِّ الرؤيةِ DC

بما أنَّ $\overline{DB}, \overline{DC}$ مماسانِ للدائرةِ مرسومانِ من نقطةٍ خارجةٍ D، إذنْ:

DC =..........

2) في الشكلِ المجاورِ، $\overline{BC}$ مماسٌّ لدائرةِ مركزُها النقطةُ A ، أجدُ قيمة x.



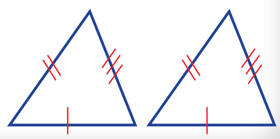
المثلثُ ACB قائمُ الزاويةِ في C. (نظريةُ المماسِّ ونصفُ القطرِ المشتركانِ عندَ نقطةِ التماسِّ)

أستخدمُ نظريةَ فيثاغورسَ $\quad x^2 = (\quad)^2 - (\quad)^2$

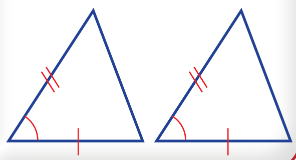
$x^2 = \ldots\ldots\ldots\ldots$

يتطابقُ المثلثانِ في إحدى الحالاتِ الآتيةِ:

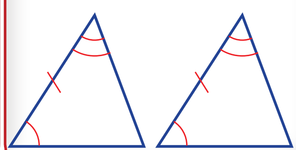
- الأضلاعُ المتناظرةُ متساويةٌ



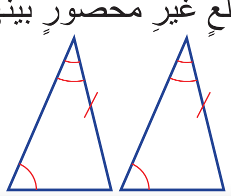
- طولا ضلعينِ وقياسُ زاويةٍ محصورةٍ بينهما



- قياسا زاويتينِ وطولُ الضلعِ الواصلِ بينَهما

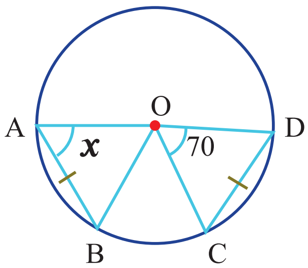


- قياسا زاويتينِ وطولُ ضلعٍ غيرِ محصورٍ بينَهما



3) أجدُ قيمةَ x في كلِّ شكلٍ من الأشكالِ الآتيةِ:

1



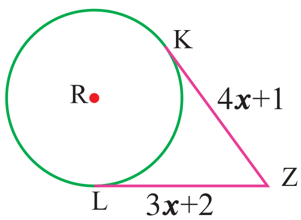
بما أنَّ $OA = OD = OC = OB$ أنصافُ أقطارٍ،

$CD = AB$ معطًى، إذنْ ينطبقُ المثلثانِ بثلاثةِ أضلاعٍ،

ومنه $\quad m\angle BOA = m\angle COD$

إذنْ: $x = \ldots\ldots^{o}$

2



أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (أوتارِ الدائرةِ وأقطارِها ومماساتِها)

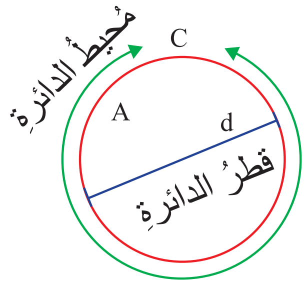
	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

- أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ به.
- أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

2 الأقواسُ والقطاعاتُ الدائريةُ

النتاجات

- أحسبُ طولَ القوسِ.
- أحسبُ مساحةَ القطاعِ الدائريِّ.
- أحلُّ مسائلَ على طولِ القوسِ ومساحةِ القطاعِ الدائريِّ.



دائرةٌ نصفُ قطرِها r

القطرُ
$d = 2r$

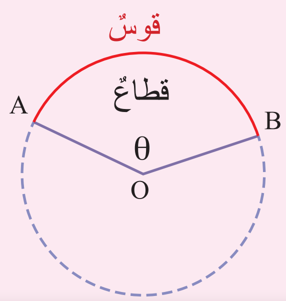
المحيطُ
$C = 2r\pi$

المساحةُ
$A = \pi r^2$

أتعلمُ

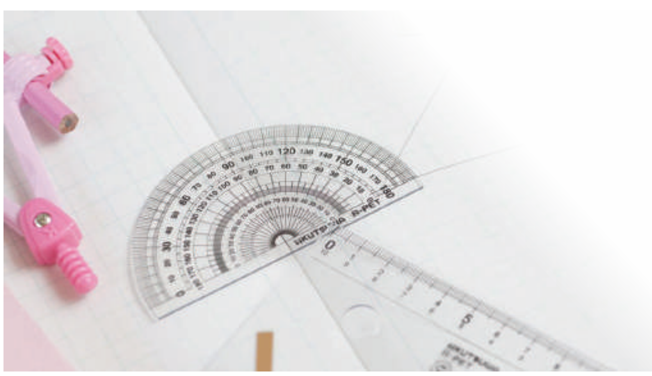
القوسُ: جزءٌ من الدائرةِ محددٌ بنقطتينِ عليها.

القطاعُ الدائريُّ: جزءٌ محصورٌ بينَ قوسِ الدائرةِ ونصفي القطرينِ اللذينِ يمرانِ بطرفي القوسِ، وتسمَّى الزاويةُ AOB زاويةَ القطاعِ الدائريِّ، وقياسُها $\theta°$.



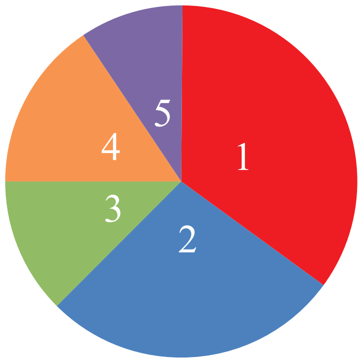
نشاطُ 1 القطاعُ الدائريُّ

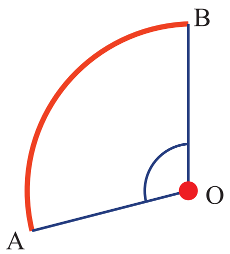
الأدواتُ اللازمةُ: كرتونٌ، منقلةٌ، فرجارٌ، مسطرةٌ، مقصٌّ، قلمُ رصاصٍ، ألوانٌ.



الإجراءاتُ

1) أرسمُ دائرةً طولُ نصفِ قطرِها 5cm على قطعةِ الكرتونِ مستخدمًا الفرجارَ والمسطرةَ، وأحددُ مركزَها ثمَّ أقصُّها.
2) أقسمُ الدائرة عددًا من الأجزاءِ منطلقًا من المركزِ.
3) أسمي الزوايا الناتجةَ حولَ المركزِ، وأجدُ قياسَ كلِّ منها باستخدامِ المنقلةِ.
4) ألاحظُ أنَّ مجموعَ هذه الزوايا يساوي ...360° لأنَّ.....................
5) أعيدُ تنفيذَ النشاطِ بتقسيمِ الدائرةِ إلى عددٍ مختلفٍ من الأجزاءِ.



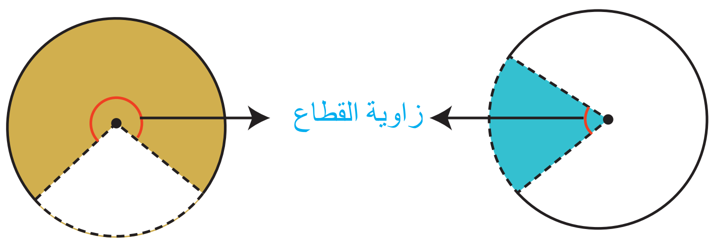


أستنتجُ أنَّ مجموعَ قياساتِ زوايا القطاعِ الدائريِّ حولَ المركزِ يساوي ....

أقطعُ أحدَ أجزاءِ الدائرةِ مستخدمًا المقصَّ وأتاملُ القطعَ الدائريَّ الناتجَ:

ألاحظُ أنَّ :

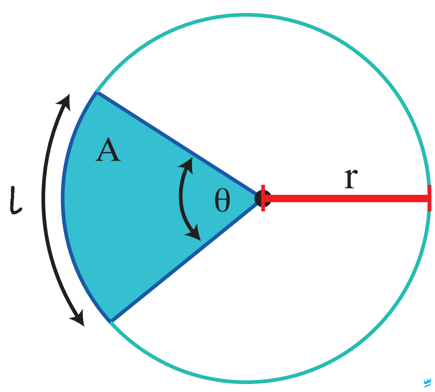
- القطاعَ الدائريَّ يمثلُ مساحةً منحصرةً بينَ نصفيْ قطرٍ وقوسٍ (جزءٍ متصلٍ من الدائرةِ).
- يوجدُ زاويةٌ محصورةٌ بين منتصفي القطرينِ رأسُها على المركزِ تسمى زاويةَ القطاعِ الدائريِّ.



تستخدمُ زاويةُ القطاعِ الدائريِّ في التعبيرِ عن:

- مساحةِ القطاعِ الدائريِّ A وتشكلُ $\frac{\theta}{360^{\circ}}$ من مساحةِ الدائرةِ.
- طولِ قوسِ القطاعِ الدائريِّ l ويشكلُ $\frac{\theta}{360^{\circ}}$ من محيطِ الدائرةِ.
- محيطِ القطاعِ الدائريِّ L هوَ: طولُ نصفيْ قطرِ الدائرةِ + طولِ القوسِ.

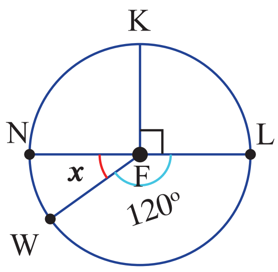
ومنهُ:



- طولُ القوسِ: $l = \frac{\theta}{360^{\circ}} \times 2\pi r$
- مساحةُ القطاعِ الدائريِّ: $A = \frac{\theta}{360^{\circ}} \times \pi r^2$
- محيطُ القطاعِ الدائريِّ: $L = 2r + \frac{\theta}{360^{\circ}} \times 2\pi r$

حيثُ: r: طولُ نصفِ قطرِ الدائرةِ. θ°: قياسُ زاويةِ القطاعِ الدائريِّ

1) أملأُ الجدولَ بما يناسبُه:



r = 5cm

طولُ القوسِ l	مساحةُ القطاعِ الدائريِّ A	زاويةُ القطاعِ θ°
$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times 2 \times \pi \times 5$ $= \frac{5\pi}{2}$	$= \frac{90^\circ}{360^\circ} \times \pi \times 25$ $= \frac{25\pi}{4}$	90°
		$x^\circ = ...$ $(180^\circ - .....)$
		120°

نشاطُ 2 تطبيقاتٌ حياتيةٌ

1) قسمتْ ريمُ بيتزا دائريةً طولُ نصفِ قطرِها 12cm إلى 6 أقسامٍ متساويةٍ من المركزِ باتجاهِ الأطرافِ. أجدُ بدلالةِ π مساحةَ سطحِ القطعةِ الواحدةِ منها.

الحلُّ

تمثلُ قطعةُ البيتزا قطاعًا دائريًّا طولُ نصفِ قطرِه ...12cm...

قسمتْ ريمُ البيتزا إلى 6 قطعٍ متساويةٍ، إذنْ: $\theta = ...$

ومنه مساحةُ سطحِ القطعةِ الواحدةِ: $A = ...$

2) أرادَ نجارٌ صناعةَ 4 طاولاتٍ جانبيةٍ متماثلةٍ على شكلِ ربعِ دائرةٍ نصفُ قطرِها 30cm، بحيثُ يضعُ شريطًا معدنيًّا يحيطُ بسطحِ كلٍّ منها كما في الشكلِ المجاورِ.
أجيبُ عن الأسئلةِ الآتيةِ:

1 إلى كم متراً مربعًا من الخشبِ يحتاجُ النجارُ لصناعةِ الطاولةِ الجانبيةِ الواحدةِ.

أجدُ مساحةَ القطاعِ الدائريِّ الذي طولُ نصفِ قطرِه .... وزاويةُ القطاعِ الدائريِّ له...........

$A = ...$

2 ما طولُ الشريطِ المعدنيِّ اللازمِ لإحاطةِ السطحِ العلويِّ لكلٍّ من الطاولاتِ الجانبيةِ الأربعِ.

ألاحظُ أنَّ طولَ الشريطِ اللازمِ لإحاطةِ السطحِ العلويِّ للطاولةِ الواحدةِ = محيطَ القطاعِ الدائريِّ.

$L = ...$

إذنْ طولُ الشريطِ المعدنيِّ اللازمِ لصناعةِ 4 من الطاولاتِ الجانبيةِ يساوي: ....

أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (الأقواسِ والقطاعاتِ الدائريةِ)

إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.	
إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.	
إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.	

• أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ به.
• أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

3 الزوايا في الدائرةِ

النتاجات

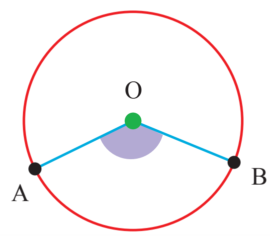
- أميزُ العلاقاتِ بينَ الزوايا في الدائرةِ.
- أوظفُ العلاقاتِ بينَ قياساتِ الزوايا في الدائرةِ في حلِّ مسائلَ رياضيةٍ وحياتيةٍ.

أنواعُ الزوايا في الدائرةِ

الزاويةُ المركزيةُ

يقعُ رأسُها على المركزِ، وضلعاها نصفا قطرينِ فيها.

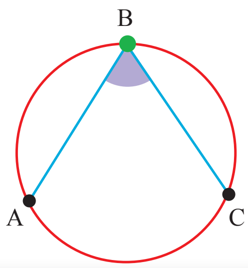
مثالٌ: $\angle AOB$



الزاويةُ المحيطيةُ

يقعُ رأسُها على المحيطِ، وضلعاها وترانِ في الدائرةِ.

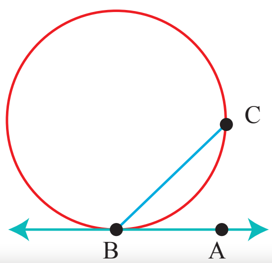
مثالٌ: $\angle ABC$



الزاويةُ المماسيةُ

الزاويةُ المحصورةُ بينَ المماسِّ والوترِ المرسومِ من نقطةِ التماسِّ

مثالٌ: $\angle CBA$



نشاطُ 1 الزوايا في الدائرةِ

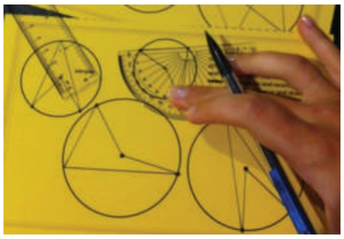
الأدواتُ: صحونٌ من الفلينِ، دبابيسُ، خيوطُ صوفٍ، أعوادُ عصيرٍ.

الإجراءاتُ

1) أضعُ مجموعةً من الدبابيسِ على محيطِ الصحنِ الدائريِّ على مسافاتٍ متساويةٍ من بعضِها.
2) مستخدمًا الصوفَ أمثلُ زوايا محيطيةً وزوايا مركزيةً بأشكالٍ مختلفةٍ على هذه الصحونِ، وأجعلُ بعضَها على قوسٍ واحدٍ.
3) أصنعُ مثلثًا داخلَ الصحنِ، وأجعلُ أعوادَ العصيرِ مماساتٍ للدائرةِ عندَ رؤوسهِ، ثم أبحثُ عن زوايا مماسيةٍ.
4) أعرضُ أعمالي على زملائي، وأناقشُ معهم خصائصَ الزوايا التي مثلتُها.

نشاطُ 2 العلاقاتُ بينَ الزوايا في الدائرةِ

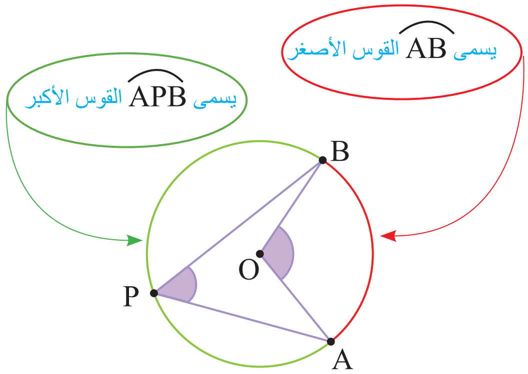
الأدواتُ: ورقةٌ، قلمٌ، ألوانٌ، مسطرةٌ، منقلةٌ، فرجارٌ.



الإجراءاتُ

أولًا: الزاويةُ المركزيةُ والزاويةُ المحيطيةُ على القوسِ نفسهِ

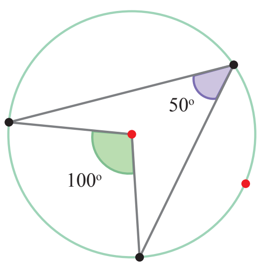
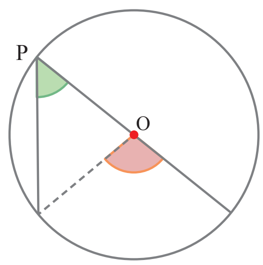
1) أستخدمُ المسطرةَ والفرجارَ لأرسمَ مجموعةً من الدوائرِ بأنصافِ أقطارٍ مختلفةٍ.



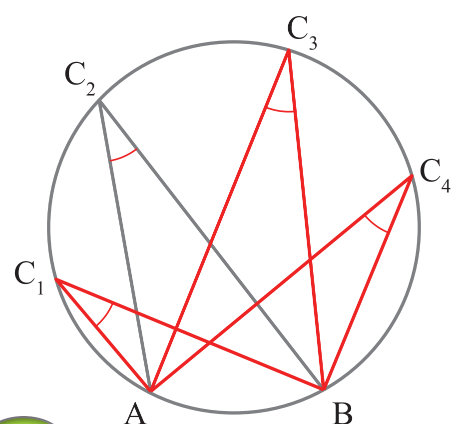
2) أستخدمُ المسطرةَ والقلمَ لأرسمَ في كلِّ دائرةٍ زاويةً مركزيةً وزاويةً محيطيةً تشتركانِ في القوسِ نفسِه بأشكالٍ مختلفةٍ، كما في الشكلِ المجاورِ.

3) ألونُ الزوايا المحيطيةَ والمركزيةَ المرسومتينِ على القوسِ نفسه بلونينِ مختلفينِ، وأجدُ العلاقةَ بينَهما.

أسجلُ القياساتِ على كلِّ زاويةٍ منها مستخدمًا المنقلةَ، ثمَّ أنظمُها في الجدولِ الآتي:

الملاحظةُ	قياسُ المحيطيةِ	قياسُ المركزيةِ	
$100^\circ = 2 \times 25^\circ$ قياسُ الزاويةِ المركزيةِ ضعفُ قياسِ الزاويةِ المحيطيةِ المرسومةِ على القوسِ نفسِه.	50°	100°	1 
			2 

ثانيًا: الزوايا المحيطيةُ المرسومةُ على القوسِ نفسِه



1) أرسمُ دائرةً وأحددُ نقطتينِ على قوسِها وأسميهما A,B، ثم أرسمُ أربعَ زوايا محيطيةٍ عليه.

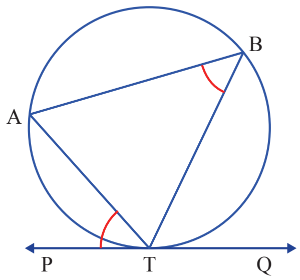
2) أسمي الزوايا المحيطيةَ المرسومةَ على القوسِ نفسه بأسماءٍ مختلفةٍ كما في الشكلِ المجاورِ، ثمَّ أجدُ قياسَ كلٍّ منها مستعملًا المنقلةَ.

3) أقصُّ الزوايا C_1, C_2, C_3, C_4 ثم أضعُها فوقَ بعضِها. ماذا ألاحظُ؟

ألاحظُ أن جميعَ الزوايا المحيطيةِ المرسومةِ على القوسِ نفسِه قياساتُها ....

ثالثًا: الزاويةُ المماسيةُ والزاويةُ المحيطيةُ على القوسِ نفسهِ

أرسمُ الشكلَ المجاورِ على الورقةِ ثم أجيبُ عن الآتي:



1. كم زاويةً مماسيةً موجودةً في الشكلِ؟ أسمي كلًّا منها.
2. كم زاويةً محيطيةً موجودةً في الشكلِ؟ أسمي كلًّا منها.
3. أجدُ قياساتِ جميعِ الزوايا المحيطيةِ والمماسيةِ الموجودةِ في الشكلِ.
4. ألونُ الزاويةَ المماسيةَ والزاويةَ المحيطيةَ المشتركتينِ معًا في القوسِ مستعملًا اللونَ نفسه.

ألاحظُ أنَّ: قياسَ الزاويةِ المماسيةِ .... قياس الزاويةِ المحيطيةِ المشتركةِ معها في القوسِ.

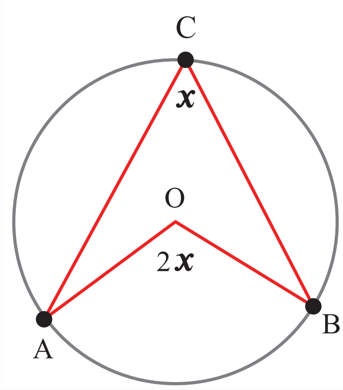
العلاقاتُ بينَ الزوايا في الدائرةِ

الزاويةُ المحيطيةُ والزاويةُ المركزيةُ

قياسُ الزاويةِ المركزيةِ يساوي ضعفَ قياسِ الزاويةِ المحيطيةِ المرسومةِ على القوسِ نفسِه

مثالٌ:

$m\angle AOB = 2m\angle ACB$

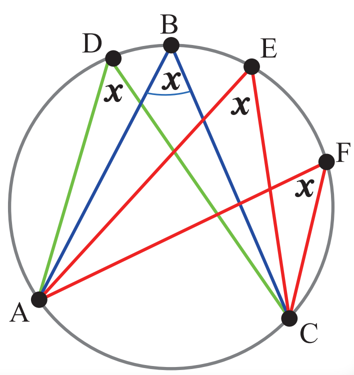


الزوايا المحيطيةُ

قياساتُ الزوايا المحيطيةِ المرسومةِ على قوسٍ واحدٍ جميعُها متساويةٌ.

مثالٌ:

$m\angle ADC = m\angle ABC$
$= m\angle AEC$
$= m\angle AFC$

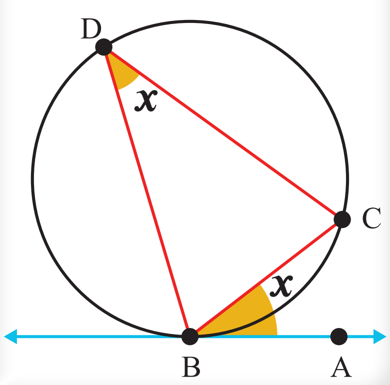


الزاويةُ المحيطيةُ والزاويةُ المماسيةُ

قياسُ الزاويةِ المماسيةِ يساوي قياسَ الزاويةِ المحيطيةِ المشتركةِ معها في القوسِ.

مثالٌ:

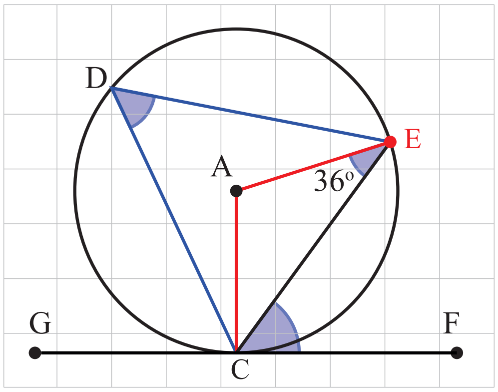
$m\angle ABC = m\angle BDC$



بناءً على الشكلِ المجاورِ الذي فيه دائرةٌ مركزُها A،

$\overline{CF}$ مماسٌ، $m\angle AEC = 36°$.

أجدُ قياسَ كلٍّ مما يأتي:



1 $m\angle CAE$

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ 180°
$m\angle ECA + m\angle CAE + m\angle AEC = 180°$

قياساتُ زوايا القاعدةِ في المثلثِ المتطابقِ الضلعينِ متساويةٌ
$36° + m\angle CAE + 36° = 180°$

تبسيطٌ
$m\angle CAE + °72 = 180°$

بطرحِ 72° من طرفي المعادلةِ
$m\angle CAE = 180° - 72° = 108°$

2 $m\angle CDE$

قياسُ الزاويةِ المحيطيةِ يساوي نصفَ قياسِ الزاويةِ المركزيةِ، وكلتاهما مرسومتانِ على القوسِ نفسِه.

$m\angle CDE = \frac{1}{2}\, m\angle CAE$

$= ....$

3 $m\angle FCE$

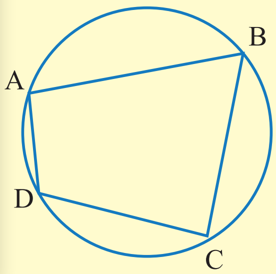
قياسُ الزاويةِ المماسيةِ يساوي قياسَ الزاويةِ المحيطيةِ المشتركةِ معها في القوسِ نفسِه.

$m\angle FCE = ...$

نشاطٌ 3 الشكلُ الرباعيُّ الدائريُّ

نظريةٌ

مجموعُ قياسِ كلِّ زاويتينِ متقابلتينِ في الشكلِ الرباعيِّ الدائريِّ 180°

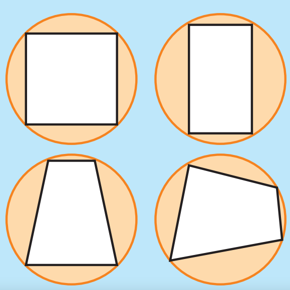


$m\angle A + m\angle C = 180°$

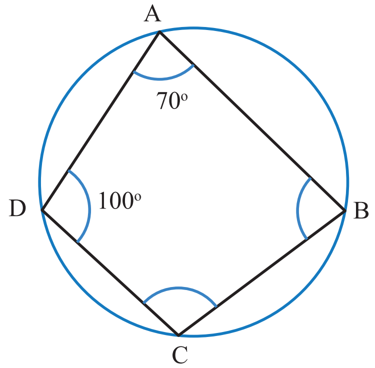
$m\angle D + m\angle B = 180°$

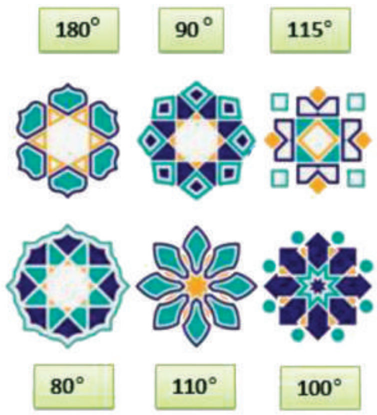
الشكلُ الرباعيُّ الدائريُّ

مضلعٌ رباعيٌّ تقعُ جميعُ رؤوسهِ على الدائرةِ



1) مرآةٌ رباعيةُ الشكلِ، وضعَ لها إطارٌ زجاجيٌّ دائريٌّ. أراد المصممُ رسمَ مجموعةٍ من الزخارفِ عندَ زوايا المرآةِ الرباعيةِ المجهولةِ القياسِ.
أساعدُ المصممَ في اختيارِ الزخرفِ المناسبِ.





الشكلُ ABCD رباعيٌّ دائريٌّ مجموعُ قياساتِ زواياه 360^{o}،
ومجموعُ قياسِ كلِّ زاويتينِ متقابلتينِ 180^{o}

1. $m\angle DAB + m\angle DCB = 180°$

$m\angle DCB = 180° - 70° = 110°$

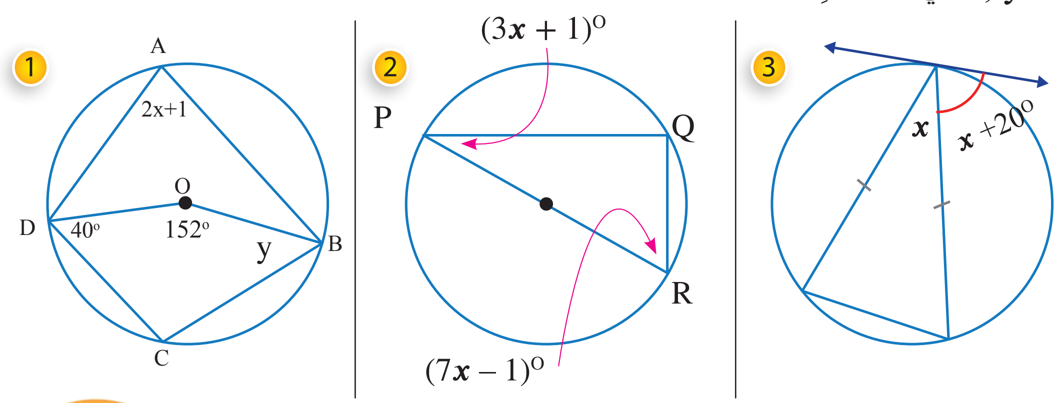
ومنه، فإنَّ الزخرفَ الذي سيرسمُ عندَ هذه الزاويةِ هو

2. $m\angle ADC + m\angle ABC = 180°$

$m\angle ABC =$ ....

ومنه، فإنَّ الزخرفَ الذي سيرسمُ عندَ هذه الزاويةِ هو.....................

2) أجدُ قيمةَ x, y في الأشكالِ الآتيةِ:



أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (الزوايا في الدائرةِ)

😊	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

• أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ بهِ.
• أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذهِ الصعوبةِ.

4 معادلةُ الدائرةِ

النتاجات

- أكتبُ معادلةَ الدائرةِ بصيغتينِ مختلفتينِ (القياسيةِ، والعامَّةِ).
- أجدُ إحداثيَّي المركزِ وطولَ نصفِ القطرِ من معادلةِ دائرةٍ معلومةٍ.

معادلةُ الدائرةِ

هي العلاقةُ التي تربطُ بينَ الإحداثيِّ x والإحداثيِّ y لكلِّ نقطةٍ واقعةٍ على الدائرةِ.

الصورةُ القياسيةُ لمعادلةِ الدائرةِ

معادلةُ الدائرةِ التي مركزُها النقطةُ (a, b)، وطولُ نصفُ قطرِها r هي:

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

مثالٌ: الدائرةُ التي معادلتُها

$$(x+3)^2+(y-2)^2=25$$

إحداثياتُ مركزِها $(-3, 2)$

طولُ نصفِ قطرِها:

$$r=\sqrt{25}=5$$

وحدةُ طولٍ

أتذكرُ:

$$r^2=\sqrt{(5)^2}$$

$$r=|5|=\pm 5$$

وتهملُ السالبُ لأنَّ r طول

الصورةُ العامةُ لمعادلةِ الدائرةِ

بفكِّ التربيعِ في الصورةِ القياسيةِ؛ نحصلُ على المعادلةِ

$$x^2+y^2+2fx+2gy+c=0$$

تكونُ إحداثياتُ المركزِ $(a, b)=\left(-\dfrac{f}{2}, -\dfrac{g}{2}\right)$

طولُ نصفِ قطرِها: $r=\sqrt{a^2+b^2-c}$

حيثُ: $a^2+b^2-c>0$

مثالٌ : الدائرةُ

$$x^2+y^2+6x-2y-6=0$$

إحداثياتُ نقطةِ مركزِها:

$$\left(\frac{-6}{2}, \frac{-(-2)}{2}\right)=(-3,1)$$

طولُ نصفِ قطرِها:

$r=\sqrt{(-3)^2+(1)^2+6}=4$ وحدةُ طولٍ

نشاطُ 1 تمييزُ معادلةِ الدائرةِ

1) أميزُ معادلةَ الدائرةِ في كلٍّ مما يأتي، وأجدُ إحداثييْ نقطةِ المركزِ وطولَ نصفِ القطرِ للمعادلةِ التي تمثلُ الدائرةَ.

① $4x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

ليستْ معادلةَ دائرةٍ؛ لأنَّ معاملاتِ x^2, y^2 غيرُ متساويةٍ

② $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 2 = 0$

ليستْ معادلةَ دائرةٍ؛ حيثُ إنَّ معاملاتِ x^2, y^2 متساويةٌ، فأختبرُ المتباينةَ:

$$a = \frac{-2}{2} \quad , \quad b = \frac{2}{2} \quad , \quad c = 2$$

$$a^2 + b^2 - c > 0$$

$$(-1)^2 + (1)^2 - 2 = 0$$

③ $x^2 + y^2 + 2x - 2y + 1 = 0$

دائرةٌ؛ لأنَّ

$a = ... \ , \ b = ... \ , \ c = ...$

$a^2 + b^2 - c > 0$

إذنْ إحداثياتُ المركزِ $(a, b) = (......... , ...)$

وطولُ نصفِ القطرِ: $r = ...$

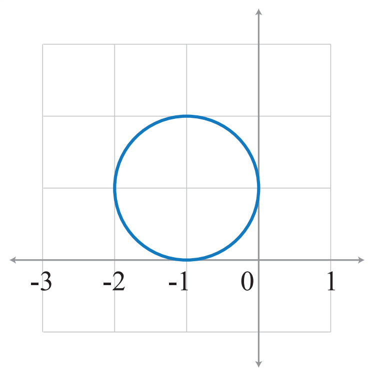
معادلةُ دائرةٍ

معاملاتُ x^2, y^2 متساويةٌ

$a^2 + b^2 - c > 0$ المقدارُ داخلَ الجذرِ التربيعيِّ يجبُ أن يكونَ موجبًا وأكبرَ من صفرٍ.

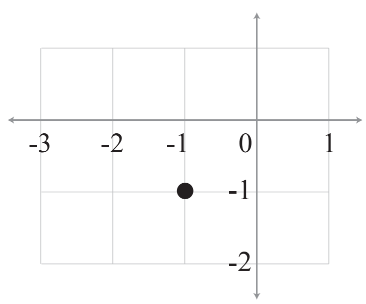
2) ألاحظُ التمثيلَ البيانيَّ للمعادلاتِ السابقةِ:

③



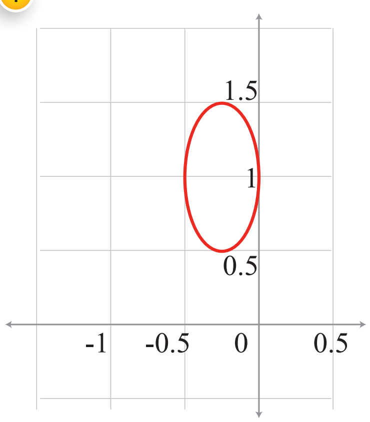
دائرةٌ

②



$a = ... \ , \ b = ... \ , \ c = ...$

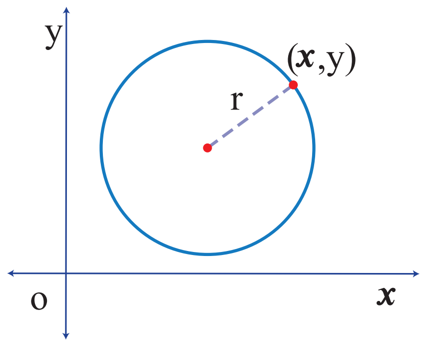
①



معاملاتٌ غيرُ متساويةٍ

نشاطُ 2 حالاتٌ يمكن إيجادُ معادلةِ الدائرةِ فيها

ايجاد معادلة الدائرة



إذا علمَ منها إحداثيا المركزِ وطولُ نصفِ القطرِ

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

إذا علمتَ إحداثيَّي المركزِ ونقطةً عليها، أجدُ طولَ نصفِ القطرِ باستخدامِ قانونِ المسافةِ بينَ نقطتين.

$$r=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

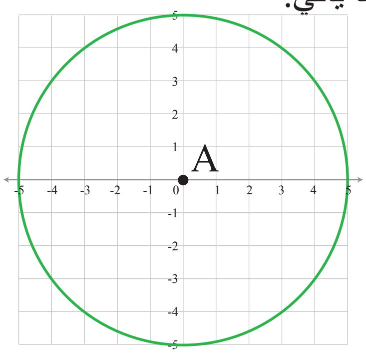
ثم أكتب معادلة الدائرة

$$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$$

إذا عُلمتْ إحداثياتُ ثلاثِ نقاطٍ عليها

أحلُّ نظامًا مكونًا من ثلاثِ معادلاتٍ خطيةٍ

1) معتمدًا على الشكلِ المجاور الذي فيه دائرةٌ مركزُها النقطةُ A، أجيبُ عن ما يأتي:



1 أجدُ إحداثياتِ مركزِ الدائرةِ A وطولَ نصفِ قطرِها.

إحداثياتُ المركزِ هي: نقطةُ الأصلِ $(0, 0)$

طولُ نصفِ القطرِ $r=.....$

2 أكتبُ معادلةَ هذه الدائرةِ.

$$(x-...)^2+(y-...)^2=...$$

2) أجدُ معادلةَ الدائرةِ التي مركزُها النقطةُ $(1, 6)$ وتمرُّ بالنقطةِ $(0, 5)$.

أجدُ طولَ نصفِ القطرِ مستعملًا المسافةَ بينَ نقطتين

$$r=\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$$

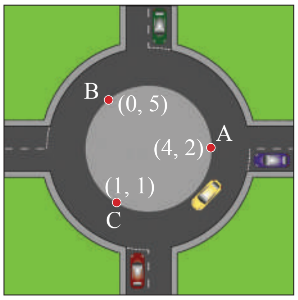
$$r=\sqrt{(0-1)^2+(5-6)^2}$$

$$r=\sqrt{2}$$

أكتبُ معادلةَ الدائرةِ بالصورةِ القياسيةِ

$$(x-...)^2+(y-...)^2=...$$

3) وضعتْ إشاراتٌ مروريةٌ إرشاديةٌ على محيطِ دوارٍ دائريٍّ بطريقةٍ يستطيعُ فيها جميعَ السائقينَ مشاهدتُها في أثناءِ الدخولِ إلى الدوارِ بحسبِ الشكلِ المجاورِ.
أجدُ معادلةَ الدائرةِ التي وضعتْ عليها هذه الإشاراتُ.



النقاطُ $(1, 1)$, $(2, 4)$, $(5, 0)$ تقعُ على الدائرةِ، إذنْ تحققُ معادلتُها :

$$x^2 + y^2 + 2fx + 2gy + c = 0$$

$(1, 1) \rightarrow 2 + 2f + 2g + c = 0$

$(2, 4) \rightarrow$

$(0, 5) \rightarrow$

أجد حلَّ النظام: $f = \ldots\ldots , g = \ldots\ldots , c = \ldots\ldots$

معادلةُ الدائرةِ: $(x - \ldots)^2 + (y - \ldots)^2 = \ldots\ldots$

نشاطُ 3 إيجادُ طولِ قطعةِ المماسِّ المرسومِ على الدائرةِ من نقطةٍ خارجَها إذا عُلمتْ معادلتُها

ليكنْ $3x^2 + 3y^2 + 6x - 24y + 12 = 0$ معادلةَ دائرةٍ. أجدُ كلًّا مما يأتي:

1 إحداثياتُ مركزِ الدائرةِ

أجعلُ المعادلةَ بالصورةِ العامةِ: $3x^2 + 3y^2 + 6x - 24y + 12 = 0$

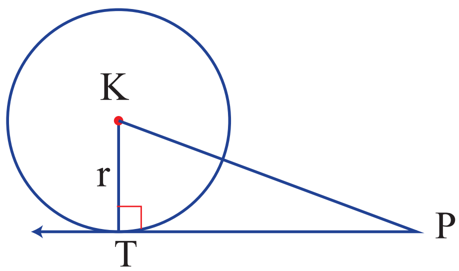
بالقسمةِ على 3 (لأجعلَ معاملاتِ x^2 , y^2 تساوي 1): $x^2 + y^2 + 2x + 3 + 4 = 0$

إحداثياتُ مركزِ الدائرةِ. $(a, b) = (-f, -g) = (1, 4)$

2 طولُ نصفِ القطرِ.

$r = \ldots$

3 طولُ المماسِّ المرسومِ من النقطةِ $P(4, 0)$



أجدُ $\overline{KP}$ باستخدامِ المسافةِ بين نقطتينِ $KP = \ldots\ldots$

أجدُ طولَ قطعةِ المماسِّ $\overline{TP}$ مستخدمًا نظريةَ فيثاغورس.

$$(TP)^2 = (KP)^2 - (TK)^2$$

$$\ldots\ldots = \ldots\ldots - \ldots\ldots$$

$$TP = \ldots\ldots$$

أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (معادلةِ الدائرةِ)

🙂	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

- أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ به.
- أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

الوحدةُ (3) حسابُ المثلثاتِ

1 النسبُ المثلثيةُ

- أتعرفُ الوضعَ القياسيَّ للزاويةِ.
- أجدُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ لزاويةٍ مرسومةٍ في الوضعِ القياسيِّ، ويقطعُ ضلعُ انتهائِها دائرةَ الوحدةِ في نقطةٍ معلومةٍ.
- أحسبُ النسبتينِ الأساسيتينِ المثلثتينِ الباقيتينِ في حالِ معرفةِ إحدى النسبِ المثلثيةِ الأساسيةِ للزاويةِ.

2 النسبُ المثلثيةُ للزوايا ضمنَ الدورةِ الواحدةِ

- أحسبُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ لزاويةٍ بينَ $0°$ و $360°$
- أجدُ الزاويةَ إذا عُلِمت إحدى نسبِها المثلثيةِ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ، أو الزوايا الخاصةِ.

3 تمثيلُ الاقتراناتِ المثلثيةِ

- أمثلُ الاقتراناتِ المثلثيةَ الأساسيةَ (الجيبِ، جيبِ التمامِ، الظلِّ) في الفترةِ $[0°, 360°]$ بيانيًّا.
- أتعرفُ خصائصَ الاقتراناتِ المثلثيةِ الأساسيةِ.

4 حلُّ المعادلاتِ المثلثيةِ

- أحلُّ معادلاتٍ تتضمنُ النسبَ المثلثيةَ $(\sin x, \cos x, \tan x)$ ضمنَ الدورةِ الواحدةِ.

النسبُ المثلثيةُ

1

النتاجاتُ

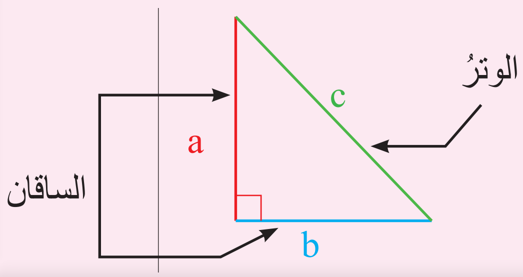
- أتعرفُ الوضعَ القياسيَّ للزاويةِ.
- أجدُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ لزاويةٍ مرسومةٍ في الوضعِ القياسيِّ، ويقطعُ ضلعُ انتهائِها دائرةَ الوحدةِ في نقطةٍ معلومةٍ.
- أحسبُ النسبتينِ الأساسيتينِ المثلثيتينِ الباقيتينِ في حالِ معرفةِ إحدى النسبِ المثلثيةِ الأساسيةِ للزاويةِ.

نشاطُ 1 نظريةُ فيثاغورسَ

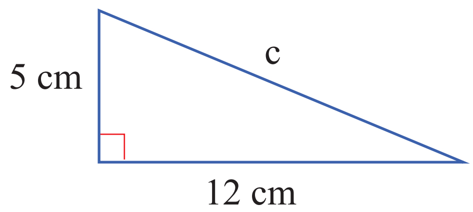
أتذكرُ: نظريةُ فيثاغورسَ

في المثلثِ القائمِ الزاويةِ، مربعُ طولِ الوترِ فيه يساوي مجموعَ مربعيْ طولَيْ ساقيْهِ.

$$c^2 = a^2 + b^2$$



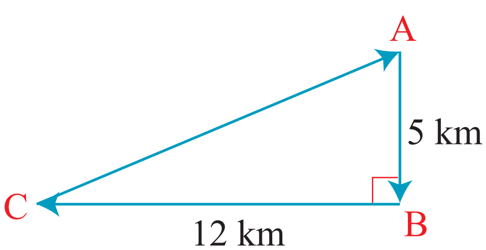
1) أجدُ طولَ الضلعِ (c) في المثلثِ القائمِ الزاويةِ



$c^2 = 5^2 + 12^2$	التعويضُ
$c^2 = 25 + 144$	التبسيطُ
$c^2 = 169$	التبسيطُ
$\sqrt{c^2} = \sqrt{169}$	بأخذِ الجذرِ التربيعيِّ للطرفينِ
$\lvert c \rvert = 13$	تبسيطُ
$c = \pm 13$	حلُّ معادلةِ القيمةِ المطلقةِ

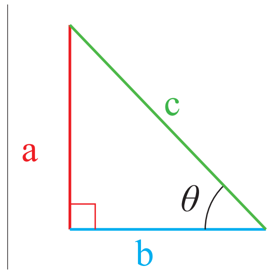
للمعادلةِ حلانِ: .... ، وبما أنَّ الطولَ عددٌ موجبٌ فإنَّ طولَ الوترِ يساوي ....

2) (A, B, C) تمثلُ مواقعَ ثلاثِ مدنٍ، كما في الشكلِ المجاورِ.
أجدُ البعدَ بينَ المدينتينِ A, C.



منهاجي
متعة التعليم الهادف

نشاطُ 2 حسابُ النسبِ المثلثيةِ



النسبُ المثلثيةُ الأساسيةُ

جيبُ الزاويةِ sine

$\sin \theta = \dfrac{a}{c}$

هي نسبةٌ ثابتةٌ في المثلثِ القائمِ الزاويةِ تحددُ نسبةَ طولِ الضلعَ المقابلِ للزاويةِ الحادةِ إلى طولِ الوترِ.

جيبُ تمامِ الزاويةِ cosine

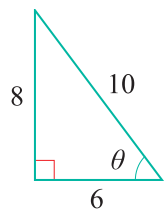
$\cos \theta = \dfrac{b}{c}$

هي نسبةٌ ثابتةٌ في المثلثِ القائمِ الزاويةِ تحددُ نسبةَ طولِ الضلعَ المجاورِ للزاويةِ الحادةِ إلى طولِ الوترِ.

ظلُّ الزاويةِ tangent

$\tan \theta = \dfrac{a}{b}$

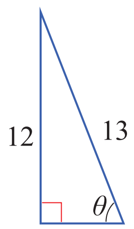
1) أجدُ النسبةَ المثلثيةَ للزاويةِ θ في كلٍّ مما يأتي:



$\sin \theta =$

$\cos \theta =$

$\tan \theta =$

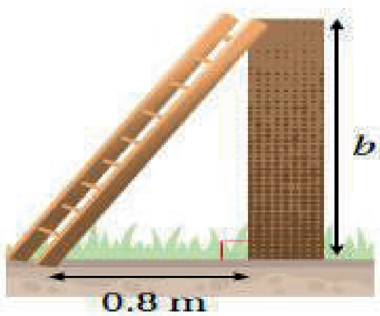


$\sin \theta =$

$\cos \theta =$

$\tan \theta =$

2) يستندُ سلمٌ طولهُ (2m) على حائطٍ عموديٍّ، وتبعدُ قاعدتُه (0.8m) عن الحائطِ. أجدُ النسبَ المثلثيةَ للزاويةِ المحصورةِ بينَ السلمِ والأرضِ.



منهاجي
متعة التعليم الهادف

3) أكملُ الجدولَ الآتيَ:

$\sin^2\theta$	$\cos^2\theta$	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$
	$\cos^2(60)$	$\sin^2(60) + \cos^2(60) = 1$
$\sin^2(30)$	$\cos^2(30)$	

أتذكرُ

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$

المتطابقة المثلثية، صحيحة لجميع قيم θ

4) أكملُ الفراغاتِ في الجدولِ الآتي حيثُ θ تقعُ في الربعِ الأولِ

$\sin\theta$	$\sin^2\theta$	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\cos^2\theta$	$\cos\theta$
$\frac{1}{2}$	0.25	$0.25 + \cos^2\theta = 1$	$1 - 0.25 = 0.75$	$\pm\sqrt{0.75}$

$\sin\theta$, $\cos\theta$

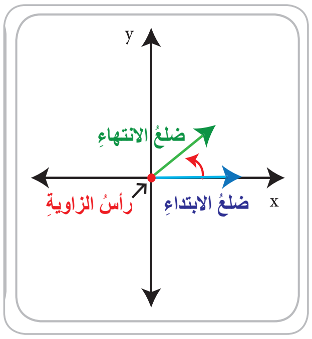
موجبةٌ لأنَّ الزاويةَ في الربعِ الأولِ

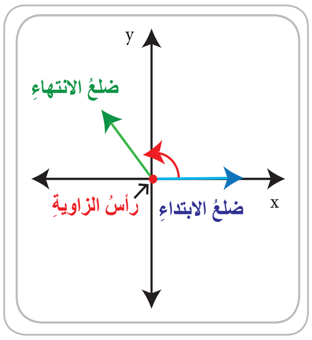
$\sin\theta$	$\sin^2\theta$	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	$\cos^2\theta$	$\cos\theta$
0.3				

$\cos\theta$	$\cos^2\theta$	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	التبسيطُ	$\sin\theta$
0.8		$\sin^2\theta + 0.64 = 1$	$\sin^2\theta = 1 - 0.64 = 0.36$ $\sin\theta = \pm\sqrt{0.36}$	0.6

$\cos\theta$	$\cos^2\theta$	$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$	التبسيطُ	$\sin\theta$
				0.4

نشاطُ 3 الوضعُ القياسيُّ للزاويةِ



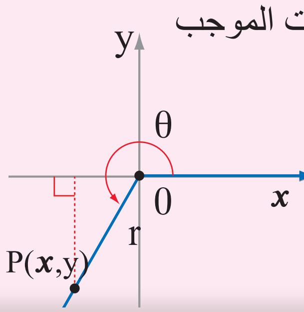


أتعلمُ: الوضعُ القياسيُّ للزاويةِ والزوايا الربعيةِ

الوضعُ القياسيُّ للزاويةِ والزوايا الربعيةِ تكونُ الزاويةُ المرسومةُ على المستوى الإحداثيِّ في الوضعِ القياسيِّ؛ إذا حقَّقتْ شرطان هما

1) يقعُ رأسُ الزاويةِ عندَ نقطةِ الأصلِ

2) ينطبقُ ضلعُ الابتداءِ على محورِ السيناتِ الموجبِ



ملاحظةٌ

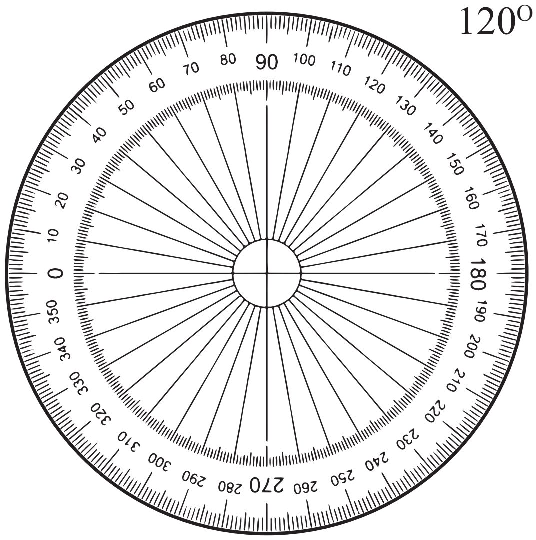
قد يقعُ ضلعُ الانتهاءِ في أيٍّ من الأرباعِ الأربعةِ، أوْ على المحورِ x او المحورِ y

1) أحددُ الزوايا التي تكونُ في الوضعِ القياسيِّ في الشكلِ

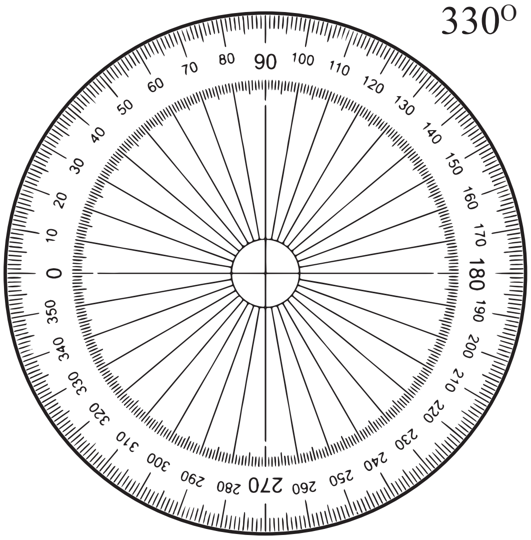
الزاويةُ	نعم / لا	التبريرُ
AOC		
BOC		
AOF		
DOE		
AOW		
AHD		
ADO		

2) أرسمُ الزوايا الآتيةَ في الوضعِ القياسيِّ

120^{O}

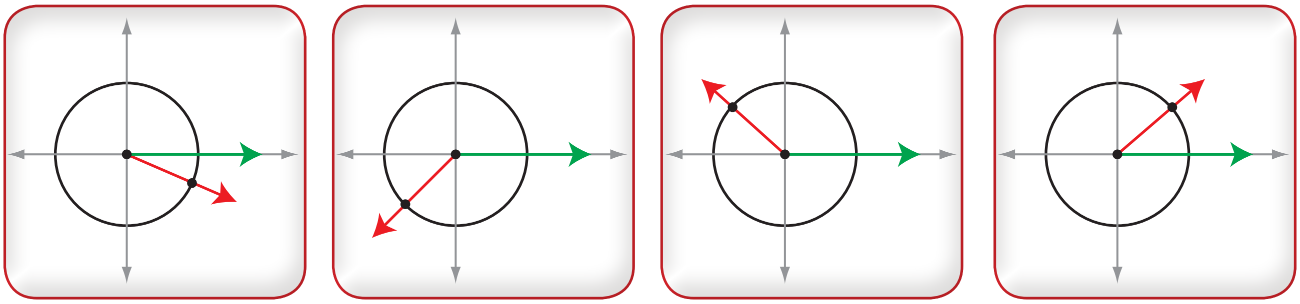


330^{O}



إذا

3) أستنتجُ إشاراتِ النسبِ المثلثيةِ في الأرباعِ الأربعةِ



الربعُ	sinθ	cosθ	tanθ	الربعُ	sinθ	cosθ	tanθ
الأولُ	+ لأنَّ محورَ y موجب			الثالثُ			
الثانيُ		− لأنَّ محورَ x سالبٌ		الرابعُ			

ألاحظُ أنَّ: إشاراتِ النسبِ المثلثيةِ في الربعِ الأولِ جميعُها موجبةٌ.

أكملُ ما يأتي:

إشارةُ النسبةِ المثلثيةِ sinθ في الربعِ الثاني موجبةٌ والنسبتانِ tanθ, cosθ إشارتُهما ....

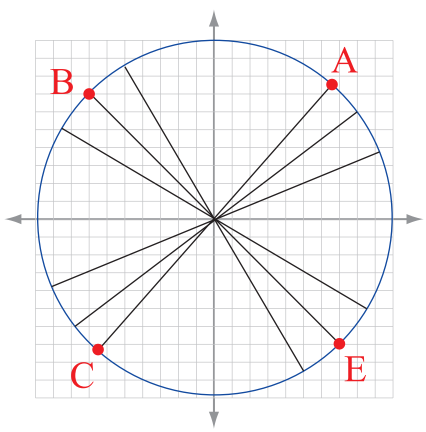
إشارةُ النسبةِ المثلثيةِ .... في الربعِ الثالثِ موجبةٌ والنسبتانِ .... إشارتُهما سالبةٌ.

إشارة النسبة المثلثية .... في الربعِ الرابعِ موجبةٌ والنسبتانِ .... إشارتُهما سالبةٌ.

نشاطُ 4 دائرةُ الوحدةِ

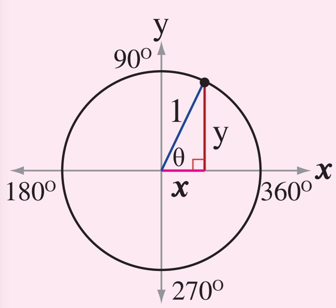
1) أجدُ النسبَ المثلثيةَ الآتيةَ بعدَ تحديدِ الإحداثياتِ A , B , C التي تقعُ على دائرةِ الوحدةِ:

tanC =　　　cosB =　　　sinA =



أتعلمُ

دائرةُ الوحدةِ هي دائرةٌ مركزهَا نقطةُ الأصلِ، وطولُ نصفِ قطرِها وحدةٌ واحدةٌ.



$$\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}} = \frac{x}{1} = x$$

$$\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}} = \frac{y}{1} = y$$

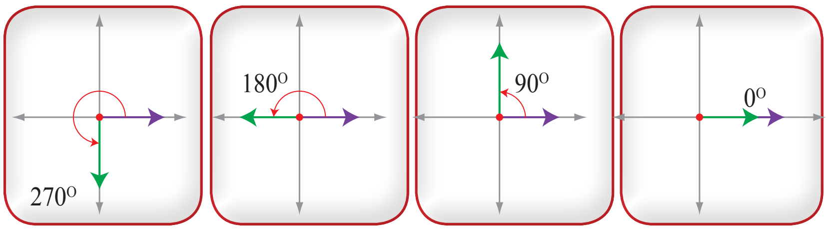
$$\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}} = \frac{y}{x} =$$

الإحداثيُّ السينيُّ cosθ　　　الإحداثيُّ الصاديُّ $\sin\theta$

2) أكملُ الفراغاتِ في الجدولِ الآتي، حيثُ الزاويةُ θ مرسومةٌ في الوضعِ القياسيِّ ويقطعُ ضلعُ انتهائِها دائرةَ الوحدةِ

$P(x,y)$	$\sin\theta$	$\cos\theta$	$\tan\theta$
$P(-0.6, 0.8)$	$\sin\theta = y = 0.8$	$\cos\theta = x = -0.6$	$\tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{0.8}{-0.6} = \frac{-4}{3} = -1.333$
$P(-1, 0)$	$\sin\theta = y = 0$	$\cos\theta = x = ...$	
$P(1, 0)$			
	$-\frac{8}{10}$	$\frac{6}{10}$	

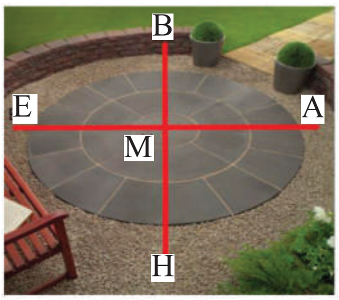
نشاط 4 : الزوايا الربعية



أتعلمُ: الزاويةُ الربعيَّةُ

زاويةٌ في الوضعِ القياسيِّ ينطبقُ ضلعُ انتهائِها على أحدِ المحاورِ الرئيسةِ في المستوى الإحداثيِّ، وقيُمها $0^o, 90^o, 180^o, 270^o, 360^o$

أجدُ قياسَ الزوايا الآتيةِ معتمدًا الشكلَ الآتي:



$AMB = 90^o$ $\qquad$ $AME =$

$AMH =$

أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوع (النسبِ المثلثيةِ)

😊	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

• أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ بهِ.
• أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

النسبُ المثلثيةُ للزوايا ضمنَ الدورةِ الواحدةِ

2

النتاجات

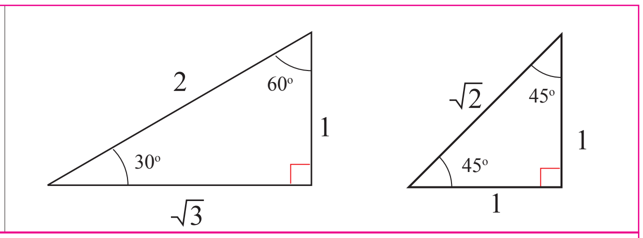
- أحسبُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ لزاويةٍ بينَ 0^{O} و 360^{O}.
- أجدُ الزاويةَ إذا عُلِمت إحدى نسبِها المثلثيةِ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ، أو الزوايا الخاصةِ.

نشاطُ 1 أجدُ النسبَ المثلثيةَ الأساسيةَ لزاويةٍ بين 0^{O} و 360^{O}

1) أحددُ موقعَ الزوايا الآتيةِ

الزاويةُ	30^{O}	210^{O}	150^{O}	200^{O}	330^{O}	190^{O}	160^{O}	300^{O}
الربعُ								

2) اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أجدُ قيمةَ



$\sin 30° = \frac{1}{2}$	$\sin 60° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\cos 30° = \frac{\sqrt{3}}{2}$	$\cos 60° = \frac{1}{2}$	$\sin 45° = \frac{1}{\sqrt{2}}$
$\tan 30° = \frac{1}{\sqrt{3}}$	$\tan 60° = \sqrt{3}$	$\sin 45° = 1$

$\sin \boldsymbol{x} = 0.5 \qquad \boldsymbol{x} = \sin^{-1}(0.5) = 30^{O}$

$\cos \boldsymbol{x} = \frac{\sqrt{3}}{2} \qquad \boldsymbol{x} = \cos^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) =$

$\tan \boldsymbol{x} = 1 \qquad \boldsymbol{x} =$

$\tan \boldsymbol{x} = \sqrt{3} \qquad \boldsymbol{x} =$

$\cos \quad = 0.5 \qquad \boldsymbol{x} =$

أتذكرُ: الزاويةُ المرجعيةُ θ'

الزاويةُ في الوضعِ القياسيِّ = θ

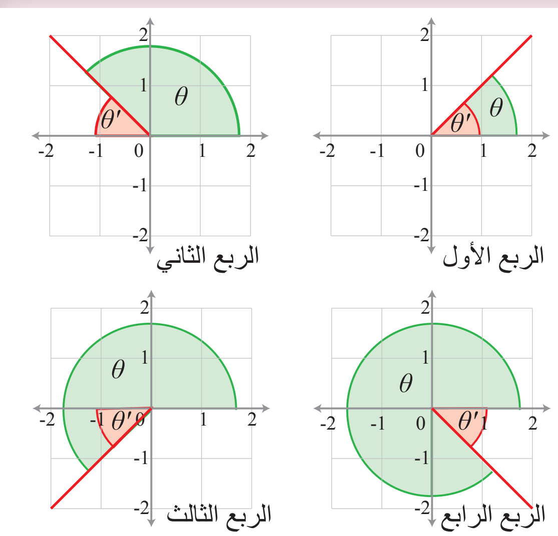
الزاويةُ المرجعيةُ = θ'

الربعُ الأولُ $\theta' = \theta$

الربعُ الثاني: $\theta' = 180^{O} - \theta$

الربعُ الثالثُ: $\theta' = \theta - 180^{O}$

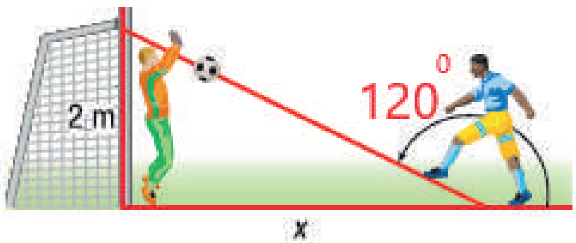
الربعُ الرابعُ: $\theta' = 360^{O} - \theta$



3) أكملُ الفراغاتِ في الجدولِ

زاويةُ المرجعِ θ'	الزاويةُ في الوضعِ القياسيِّ θ	زاويةُ المرجعِ θ'	الزاويةُ في الوضعِ القياسيِّ θ
	45^{o}	30^{o}	30^{o}
	150^{o}	$180^{o} - 120^{o} = 60^{o}$	120^{o}
	225^{o}	$240^{o} - 180^{o} = 60^{o}$	240^{o}
	300^{o}	$360^{o} - 330^{o} = 30^{o}$	330^{o}

4) يقفُ لاعبُ كرةِ قدمٍ على بعدِ (x) أمتارٍ منْ حارسِ مرمى. رُكلتِ الكرةُ صوبَ المرمى كما في الشكلِ، فقفزَ الحارسُ وأمسكَ بالكرةِ على ارتفاعِ مترينِ في الهواءِ. أجدُ المسافةَ الأفقيةَ بينَ حارسِ المرمى ولاعبِ كرةِ القدمِ.



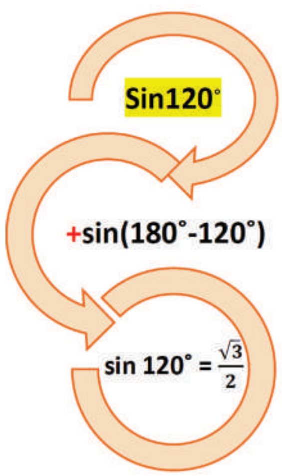
أتعلمُ: قيمةُ النسبةِ المثلثيةِ للزاويةِ تساوي قيمةَ النسبةِ للزاويةِ المرجعيةِ، وتحددُ إشارةِ النسبةِ (موجبةً، أو سالبةً) بحسبِ الربعِ الذي يقعُ فيه ضلعُ انتهاءِ الزاويةِ.

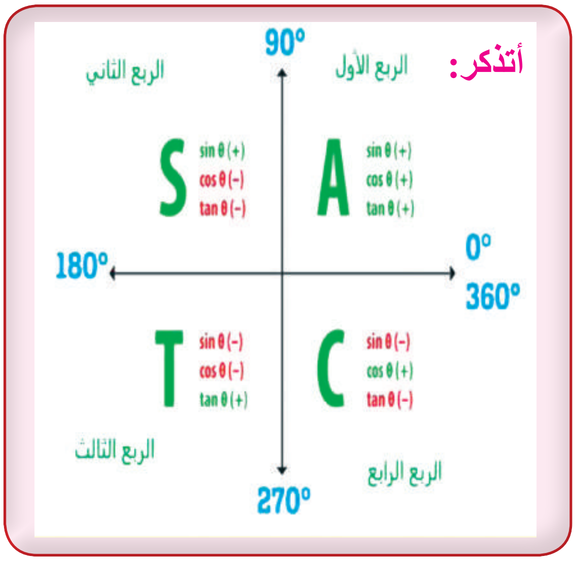
5) أجدُ النسبَ المثلثيةَ للزاويةِ 120^{o}

الزاويةُ في الربعِ الثاني:

زاويةُ المرجعِ

$180^{o} - 120^{o} = 60^{o}$





6) أجدُ النسبَ المثلثيةَ في كلٍّ مما يأتي:

قيمةُ النسبةِ المطلوبةِ	إشارةُ النسبةِ (موجبةٌ أو سالبةٌ)	الزاويةُ المرجعيةُ	الربعُ للزاويةِ	النسبةُ المثلثيةُ المطلوبةُ
$\cos120° = \cos60° = \ldots$	$-$	$180^{o} - 120^{o} = 60^{o}$	الثاني	$\cos120^{o}$
$\sin120° = -\sin\ldots = \ldots$				$\sin120^{o}$
				$\tan120^{o}$

قيمةُ النسبةِ المطلوبةِ	إشارةُ النسبةِ (موجبة أو سالبةٌ)	الزاويةُ المرجعيةُ	الربعُ للزاويةِ	النسبةُ المثلثيةُ المطلوبةُ
				$\cos 210^{o}$
$\tan 210^{\circ} = \tan \dots\dots\dots = \dots$				$\tan 210^{o}$
				$\sin 300^{o}$
				$\cos 300^{o}$

نشاط 2 أجدُ الزاويةَ إذا عُلِمت إحدى نسبِها المثلثيةِ باستعمال الآلةِ الحاسبةِ

أتعلمُ: معكوسُ النسبةِ المثلثيةِ

إذا عُلِمَ جيبُ الزاويةِ استعملُ معكوسَ الجيبِ. $\sin^{-1}\theta$

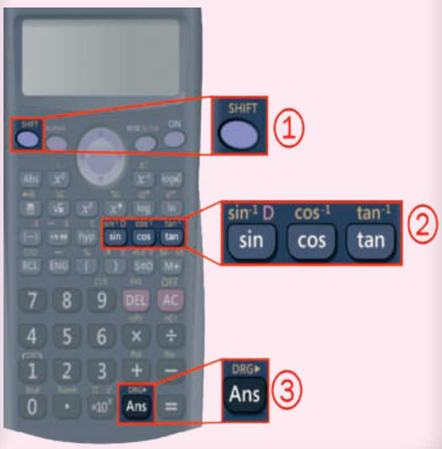
إذا عُلِمَ جيبُ تمامَ الزاويةِ أستعملُ معكوسَ جيبِ التمامِ. $\cos^{-1}\theta$

إذا عُلِمَ ظلُّ الزاويةِ أستعملُ معكوسَ الظلِّ. $\tan^{-1}\theta$

أتعلمُ: خطواتُ إيجادِ الزاويةِ

إذا عُلمتْ إحدى النسبِ المثلثيةِ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

بعضُ الآلاتِ الحاسبةِ تحوي المفتاحَ 2ND بدلًا من المفتاحِ SHIFT



1) أجدُ الزاويةَ باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

(1) $\sin\theta = 0.98 \qquad 0^{o} \leq \theta \leq 360^{o}$

زاويةُ الربعِ الأولِ $\theta = \sin^{-1} 0.98 \quad \theta = \angle 78.52^{o}$

الحلُّ الآخرُ للزاويةِ في الربعِ الثاني

$\theta = 180 - 78.52 = \angle 101.48^{o}$

(2) $\cos\theta = -0.4 \qquad 0^{o} \leq \theta \leq 360^{o}$

(3) $\cos\theta = -0.4 \qquad 0^{o} \leq \theta \leq 360^{o}$

أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (النسبِ المثلثيةِ للزوايا ضمنَ الدورةِ الواحدةِ)

😊	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

- أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ به.
- أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

تمثيلُ الاقتراناتِ المثلثيةِ

3

النتاجاتُ

- أمثلُ الاقترانـاتِ المثلثيـةَ الأساسـيةَ (الجيـبَ، جيـبَ التمـامِ، الظـلَّ) فـي الفتـرةِ $[0°, 360°]$ بيانيًّـا.
- أتعرفُ خصائصَ الاقتراناتِ المثلثيةِ الأساسيةِ.

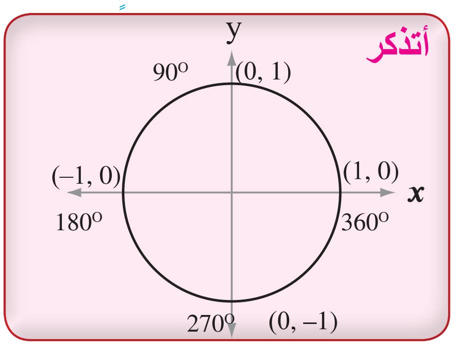
نشاطٌ 1 أمثلُ الاقتراناتِ المثلثيةَ في الفترةِ $[0°, 360°]$ بيانيًّا.

1) أمثلُ منحنى $y = \sin x$ علمًا بأنَّ $0^{o} \leq x \leq 360^{o}$

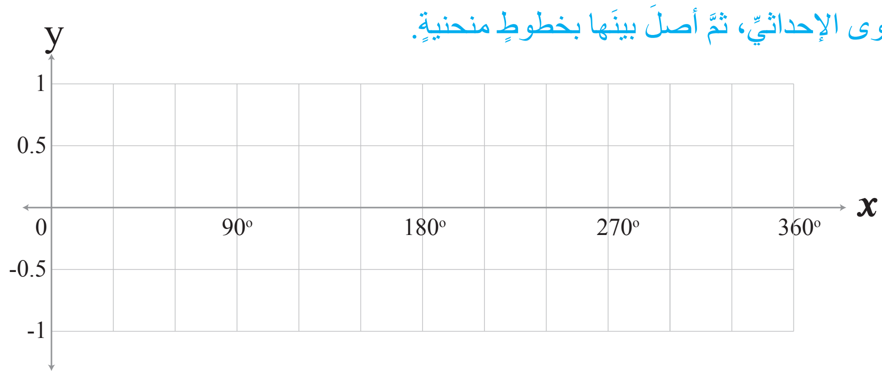
لأمثلَ المنحنى، أكوِّنُ جدولَ قيمٍ وأجدُ نقاطًا واقعةً عليه.

x	$y = \sin x$	(x, y)
0^{o}	0	$(0^{o}, 0)$
90^{o}	1	
180^{o}		
270^{o}		
360^{o}		

أتذكر



أعينُ النقاطَ في الجدولِ على المستوى الإحداثيِّ، ثمَّ أصلُ بينَها بخطوطٍ منحنيةٍ.

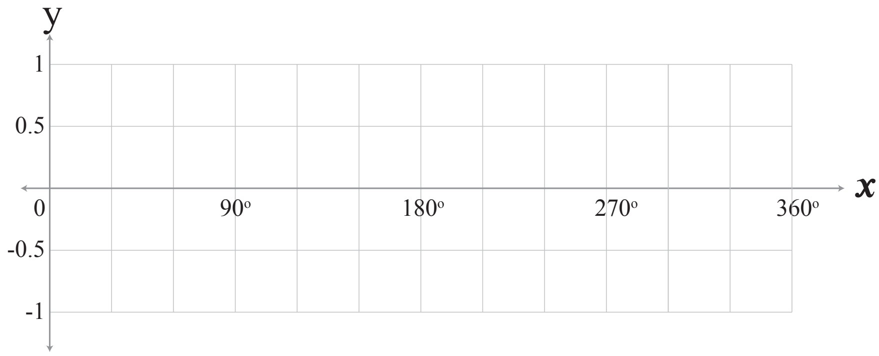


من الرسمِ البيانيِّ لاقترانِ الجيبِ، نجدُ أنَّ أكبرَ قيمةٍ للاقترانِ $\sin x$ هيَ 1 وأقلَّ قيمةٍ هيَ ......

2) أمثلُ منحنى $\cos x$، علمًا بأنَّ $0^{o} \leq \theta \leq 360^{o}$

لأمثلَ المنحنى، أكوِّنُ جدولَ قيمٍ وأجدُ نقاطًا واقعةً عليه.

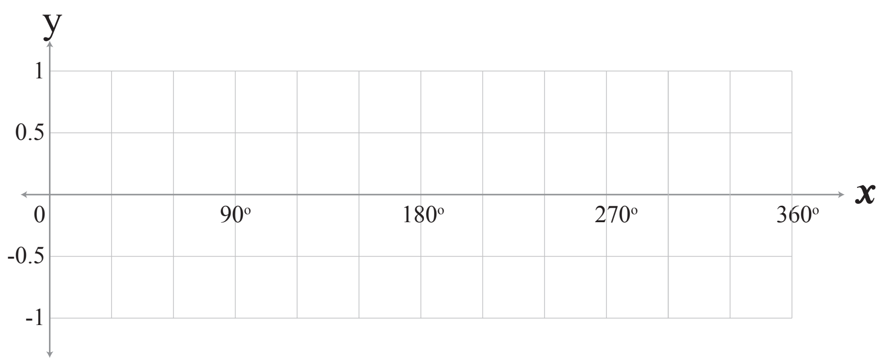
x	$y = \cos x$	(x, y)
0^{o}	1	$(0^{o}, 1)$
90^{o}	0	
180^{o}		
270^{o}		
360^{o}		



من الرسمِ البيانيِّ فإنَّ أكبرَ قيمةٍ للاقترانِ $\cos x$ هيَ ..... وأقلَّ قيمةٍ هيَ ......

3) أمثلُ منحى $y = \tan x$ علمًا بأنَّ $0^\circ \le \theta \le 360^\circ$

x	30°	45°	90°	135°	180°	270°	315°	360°
$\tan x$								



أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (تمثيلِ الاقتراناتِ المثلثيةِ)

😊	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

- أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ بهِ.
- أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

4 حلُّ المعادلاتِ المثلثيةِ

النتاجات

• أحلُّ معادلاتٍ تتضمنُ النسبَ المثلثية $(\sin x, \cos x, \tan x)$ ضمنَ الدورةِ الواحدةِ.

أتعلمُ: المعادلةُ المثلثيةُ هي معادلةٌ متغيراتُها نسبٌ مثلثيةٌ لزاويةٍ مجهولةٍ.
وحلُّ المعادلةِ المثلثيةِ يعني إيجادَ قيمةِ الزاويةِ (الزوايا) التي تجعلُ المعادلةَ صحيحةً.

نشاطُ 1 حلُّ المعادلاتِ المثلثيةِ .

أجدُ قياسَ الزاويةِ x مستعملاً الآلةَ الحاسبةَ، أو من خلالِ حفظي للنسبِ المثلثيةِ للزوايا المشهورةِ.

1) أكملُ الجدولَ

حلُّ المعادلةِ المثلثيةِ	موقعُ الزاويةِ (الربعُ)	المعادلةُ المثلثيةُ
$x = 45^o$	الأولُ	$\tan x = 1$
$x = 180^o + 45^o = 225^o$	الثالثُ	
زاوية المرجع هي $x = 60^o$ $x = 180^o - 60^o = 120^o$	الثاني	$\cos x = -0.5$
	الثالثُ	
	....	$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2}$
	الثاني	
	الثاني	$\tan x = -\sqrt{3}$
$x = ...\_\ .... = 300^o$	....	

2) أحلُّ المعادلاتِ الخطيةَ والتربيعيةَ الآتيةَ:

① $3x - 1 = 14$ $3x - 1 = 14$ إضافةُ 1 إلى الطرفين $3x = 15$ تبسيطٌ $x = \frac{15}{3}$ قسمةُ الطرفين على 3 $x = 5$ تبسيطٌ	② $2 + 6x = -10$

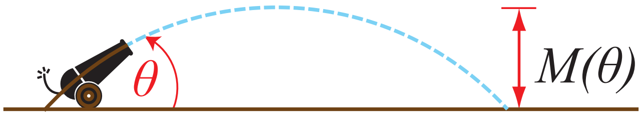
3 $4x^2 - 20x = 0$ $4x^2 - 20x = 0$ إخراجُ $4x$ عاملًا مشتركًا $4x(x - 5) = 0$ خاصيةُ الضربِ الصفريِّ $4x = 0, \quad x - 5 = 0$ تبسيطٌ $x = 0, \quad x = 5$	4 $5x^2 + 8x = 0$
5 $x^2 - x - 6 = 0$ $x^2 - x - 6 = 0$ $(x - 3)(x + 2) = 0$ تحليلٌ $x = 3, \quad x = -2$ خاصيةُ الضربِ الصفريِّ	6 $5x^2 + 8x = 0$

3) أجدُ حلَّ المعادلاتِ المثلثيةِ الآتيةِ:

1 $2\cos x - 1 = 0 \qquad 0^{\circ} \leq x \leq 360^{\circ}$	2 $2\tan x + 6 = 4 \qquad 0^{\circ} \leq x \leq 360^{\circ}$
$2\cos x - 1 = 0$ إضافة 1 إلى الطرفين $2\cos x = 1$ تبسيطٌ $\cos x = \frac{1}{2}$ قسمةُ الطرفينِ على 2 $x = \cos^{-1}\frac{1}{2}$ تعريفُ معكوسِ جيبِ التمامِ $x = 60^{\circ}, \ 300^{\circ}$ حلُّ المعادلةِ	
3 $\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0 \qquad 0^{\circ} \leq x \leq 360^{\circ}$	4 $4\cos^2 x - 4 = 15\cos x \qquad 0^{\circ} \leq x \leq 360^{\circ}$
$\sin^2 x - 2\sin x + 1 = 0$ المعادلةُ الأصليةُ $(\sin x - 1)^2 = 0$ حلُّ المعادلةِ التربيعيةِ $\sin x - 1 = 0$ خاصيةُ الصربِ الصفريةِ $\sin x = 1$ إضافة 1 إلى الطرفين $x = 90^{\circ}$ حلُّ المعادلةِ	
5 $3\cos^2 x - 1 = 0 \qquad 0^{\circ} \leq x \leq 360^{\circ}$	6 $\tan^2 x - \tan x - 6 = 0 \qquad 0^{\circ} \leq x \leq 360^{\circ}$

4) يطلقُ مدفعُ قذيفةً بحسبِ العلاقةِ $M = 1000 \sin^2\theta$، أجدُ قياسَ الزاويةِ θ، علمًا بأنَّ أقصى ارتفاعٍ للقذيفةِ 500 متر.

حيثُ M هي أقصى ارتفاعٍ تصلُ إليهِ القذيفةُ.



أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (حلِّ المعادلاتِ المثلثيةِ)

😊	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

- أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ به.
- أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

الوحدة (4) تطبيقات المثلثات

1
الاتجاهُ من الشمالِ

- أستعملُ اتجاهَ الشمالِ لتحديدِ الاتجاهِ.
- أجدُ اتجاهَ نقطةٍ من نقطةٍ معينةٍ.

2
قانونُ الجيوبِ

- أستعملُ قانونَ الجيوبِ لإيجادِ طولِ ضلعٍ أو قياسِ زاويةٍ في مثلثٍ، عُلِمَ فيه ضلعانِ وزاويةٌ مقابلةٌ لأحدهِما، أو زاويتانِ وضلعٌ.

3
قانونُ جيوبِ التمامِ

- أستعملُ قانونَ جيوبِ التمامِ لإيجادِ طولِ ضلعٍ أو قياسِ زاويةٍ في مثلثٍ، عُلِمَ فيه ضلعانِ وزاويةٌ محصورةٌ بينهمَا، أو ثلاثةُ أضلاعٍ.

4
استعمالُ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ

- أجدُ مساحةَ مثلثٍ عُلِمَ فيه: طولا ضلعينِ وقياسِ زاويةٍ محصورةٍ بينهمَا.
- أحلُّ مسائلَ رياضيةً وحياتيةً عن مساحةِ المثلثِ.

1

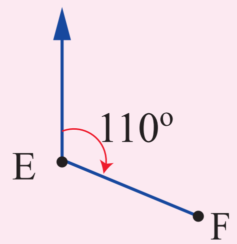
الاتجاهُ من الشمالِ

النتاجات

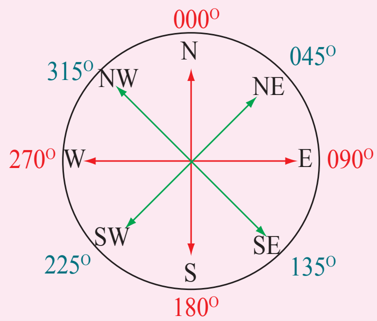
- أستعملُ اتجاهَ الشمالِ لتحديدِ الاتجاهِ.
- أجدُ اتجاهَ نقطةٍ من نقطةٍ معيّنةٍ.

نشاطُ 1 إيجادُ الاتجاهِ من الشمالِ إلى نقطةٍ معطاةٍ

أتعلّم: الاتجاهُ من الشمالِ إلى نقطةِ F من النقطةِ E هو قياسُ الزاويةِ التي ضلعُ ابتدائِها خطُّ الشمالِ الجغرافيِّ المرسومِ من النقطةِ E، وضلعُ انتهائِها EF، وذلك عندَ قياسِ الزاويةِ في اتجاهِ حركةِ عقاربِ الساعةِ. يكتبُ الاتجاهُ من الشمالِ باستعمالِ عددٍ من ثلاثةِ منازلَ، وهو مرجعٌ في تحديدِ الاتجاهاتِ في الملاحةِ البحريةِ والجويةِ، وتستعملُ البوصلةُ لتحددَ الاتجاهَ نسبةً إليه. كما هو موضحٌ في الشكلينِ الآتيينِ:

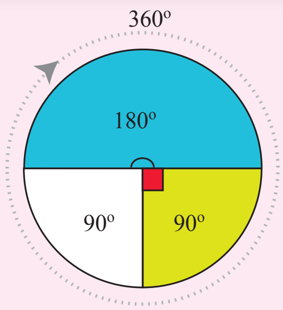


الاتجاه من الشمال للنقطة F من النقطة E هو 110^o



أتذكرُ:

- مجموعُ قياساتِ الزوايا حولَ نقطةٍ هو 360^o.
- الزاويةُ المستقيمةُ قياسُها 180^o

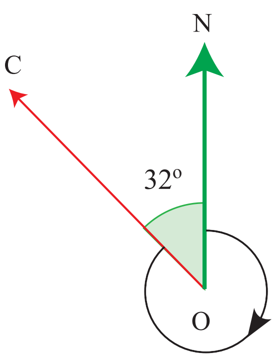


1) أجدُ الاتجاهَ من الشمالِ إلى النقطةِ C في الشكلِ الآتي جبريًّا:

اتجاهُ الشمالِ إلى النقطةِ C هو الزاويةُ المشارُ إليها باتجاهِ عقاربِ الساعةِ.

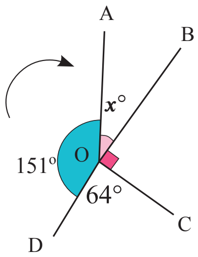
كمْ درجةً سيدورُ ON باتجاهِ عقاربِ الساعةِ لو أردنا أنْ ينطبقَ على OC؟

اتجاهُ C من N هو $360° - 32° = 328°$



منهاجي
متعة التعليم الهادف

2) يبينُ الشكلُ المجاورُ مواقعَ ثلاثِ سفنٍ في البحرِ هيَ B,C,D، أحددُ:



1 اتجاهَ السفينةِ B من النقطةِ O.

مجموعُ الزوايا حولَ النقطةِ O يساوي 360°

$x° = 360° - (151° + 64° + 90°) = 55°$

$x° = 55°$

اتجاه B من O يساوي 55°

....

....

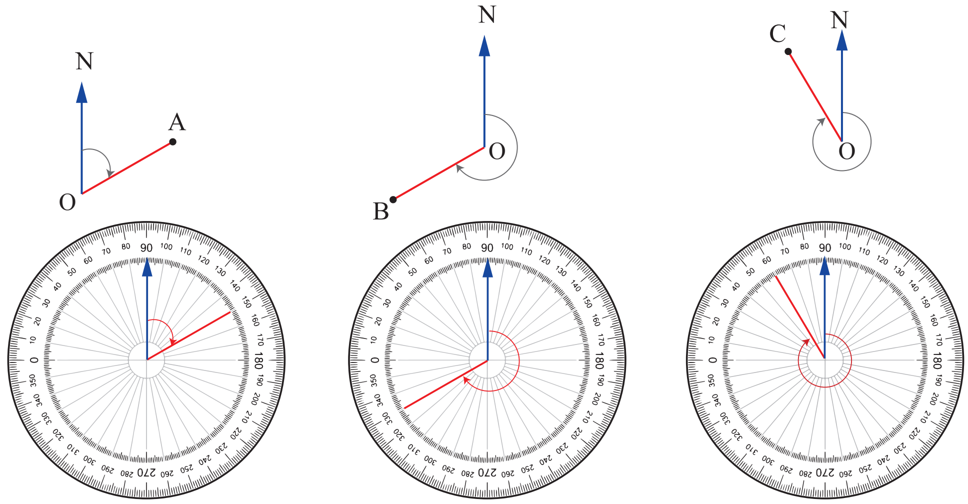
2 اتجاهَ النقطةِ C من النقطةِ O.

اتجاه C من O يساوي .....

....

3 اتجاهَ النقطةِ D من النقطةِ O.

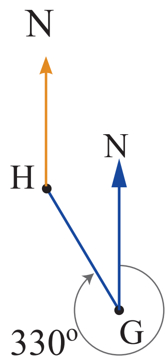
3) أجدُ الاتجاهَ من الشمالِ إلى النقاطِ A, B, C بطريقتينِ (استخدامِ المنقلةِ والجبرِ).



....	- أثبتُ المنقلةَ بحيثُ يكونُ مركزُ المنقلةِ على رأسِ الزاويةِ (O) وضلعُ الابتداءِ (ON) منطبقًا على تدريجِ الصفرِ. - أتحركُ باتجاهِ عقاربِ الساعةِ حتى أصلَ إلى ضلعِ الانتهاءِ. - أحددُ تقاطعَ ضلعِ الانتهاءِ (OB) معَ المنقلةِ. - يكونُ اتجاهُ B من الشمالِ هو	- أثبتُ المنقلةَ بحيثُ يكونُ مركزُ المنقلةِ على رأسِ الزاويةِ (O) وضلعُ الابتداءِ (ON) منطبقًا على تدريجِ الصفرِ. - أتحركُ باتجاهِ عقاربِ الساعةِ حتى أصلَ إلى ضلعِ الانتهاءِ. - أحددُ تقاطعَ ضلعِ الانتهاءِ (OA) معَ المنقلةِ. - يكونُ اتجاهُ A من الشمالِ هو 060°.

نشاطُ 2 إيجادُ اتجاهِ نقطةٍ ما بالنسبةِ إلى نقطةٍ أخرى

1) أجدُ اتجاهَ النقطةِ G من النقطةِ H بالرسمِ وجبريًّا.



أولًا: بالرسمِ

الأدواتُ: المسطرةُ، المنقلةُ، قلمُ الرصاصِ.

الاجراءاتُ:

الخطوةُ 1: أحددُ وأرسمُ خطَّ اتجاهِ الشمالِ الجغرافيِّ من النقطةِ H.

الخطوةُ 2: أستخدمُ المنقلةَ لإيجادِ $m\angle NGH$

الخطوةُ 3: أجد أن قياسَها 150°، وهو الذي يمثلُ اتجاهَ النقطةِ G من H.

أتذكرُ

الزوايا المتحالفةُ الناشئةُ عن قاطعٍ لخطينِ متوازيينِ مجموعهُما 180°

ثانيًا: جبريًّا

مجموعُ الزوايا حولَ نقطةٍ هو 360°

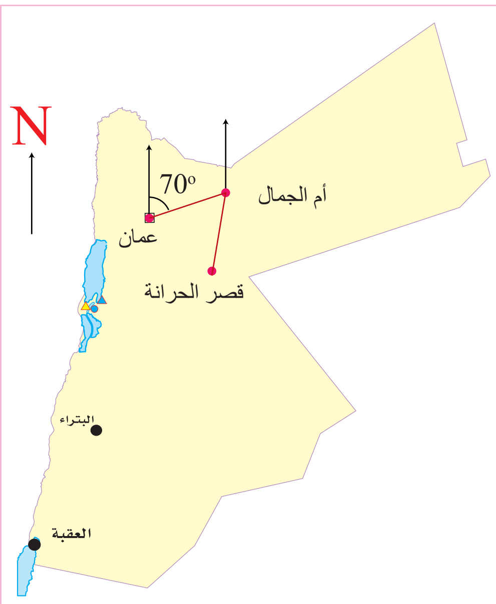
$$m\angle NGH = 360° - 330° = 30°$$

الزاويتانِ NHG , NGH متحالفتانِ، لأنَّ ....

ومجموعُهما .... درجةً.

$$m\angle NHG = 180° - 30° = 150°$$

2) يعملُ محمدٌ دليلًا سياحيًّا مرافقًا لمجموعةٍ من السياحِ الذين يرغبونَ في زيارةِ عددٍ من المواقعِ التاريخيةِ في الأردنِّ، وأرادَ إيجادَ:



1 اتجاهِ أمِّ الجمالِ من العاصمةِ عمانَ.

الخطوة 1: أرسمُ خطًّا يشيرُ إلى الشمالِ من العاصمةِ عمانَ.

الخطوةُ 2: أصلُ بخطٍّ بينَ عمانَ وأمِّ الجمالِ.

الخطوةُ 3: أستخدمُ المنقلةَ لقياسِ الزاويةِ المتشكلةِ، فيكونُ اتجاهُ أمِّ الجمالِ من عمانَ يساوي ....

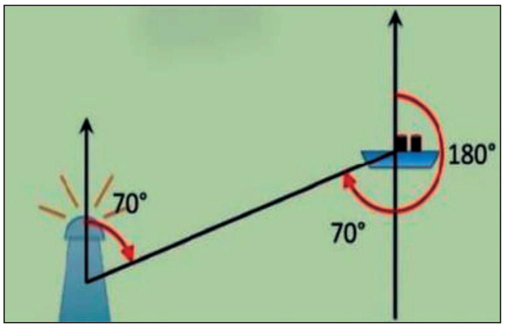
2 اتجاهِ قصرِ الحرانةِ من أمِّ الجمالِ.

الخطوةُ 1: أرسمُ خطًّا يشيرُ الى الشمالِ من أمِّ الجمالِ.

الخطوةُ 2: أصلُ بخطٍّ بينَ أمِّ الجمالِ وقصرِ الحرانةِ.

3 اتجاهِ البتراءِ من قصرِ الحرانةِ.

3) من الشكلِ المجاورِ، أجدُ اتجاهَ المنارةِ من السفينةِ.
هل اتجاهُ المنارةِ من السفينةِ هو اتجاهُ السفينة نفسِها من المنارةِ؟.............



أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (الاتجاهِ من الشمالِ)

☺	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

• أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ بهِ.
• أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

2 قانونُ الجيوبِ

النتاجاتُ

• أستعملُ قانونَ الجيوبِ لإيجادِ طولِ ضلعٍ أو قياسِ زاويةٍ في مثلثٍ، علمَ فيه ضلعان وزاويةٌ مقابلةٌ لأحدِهما، أو زاويتانِ وضلعٌ.

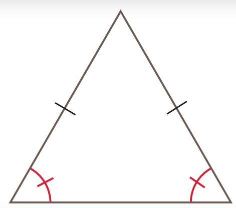
نشاطٌ 1 قانونُ الجيوبِ

ارتفاعُ المثلثِ: هو العمودُ النازلُ من إحدى زوايا المثلث إلى الضلعِ المقابلِ لهذهِ الزاويةِ أو امتدادِه، ويسمى هذا الضلعُ القاعدةَ.

حلُّ المثلثِ: هو إيجادُ جميعِ العناصرِ المجهولةِ في المثلثِ، حيثُ تكونُ ثلاثةٌ معلومةً منها، وذلك باستخدامِ النسبِ المثلثيةِ ونظريةِ فيثاغورسَ

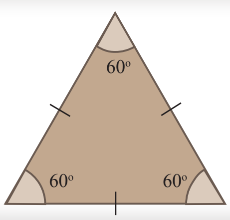
المثلثُ متطابقُ الضلعين

تكونُ زوايا القاعدةِ فيه متساويةً.



المثلثُ متطابقُ الأضلاعِ

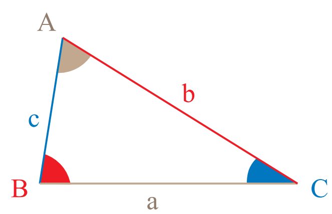
تكونُ جميعُ زواياه متساويةً وتساوي 60°



للمثلثِ ستةُ عناصرَ:

1) ثلاثةُ أضلاعٍ (a, b, c)

2) ثلاثةُ زوايا (A, B, C)

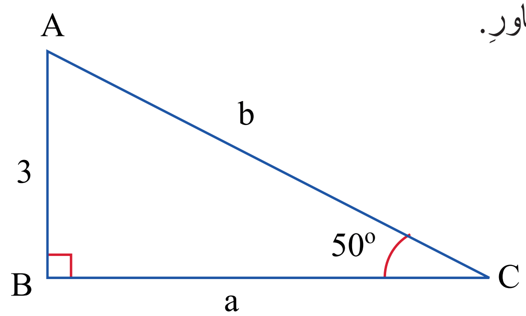


أستكشفُ: إذا تساوتْ قياساتُ الزوايا المتناظرةِ في مثلثينِ، فهلْ تكونُ الأضلاعُ المتناظرةُ متطابقةً؟

إرشاد: أرسمُ مثلثينِ $45^{\circ}, 45^{\circ}, 90^{\circ}$، وألاحظُ: هل أضلاعُهما المتناظرةُ متطابقةً أم لا؟ أقارنُ إجابتي بإجابةِ زميلي.

هل معرفةُ قياساتِ الزوايا فقطْ تكفي لحلِّ المثلثِ (إيجادِ أطوالِ أضلاعِه)؟

1) أحلُّ المثلثَ ABC القائمَ الزاويةِ في B الموضحِ في الشكلِ المجاورِ.



أحددُ المعطياتِ ضمنَ الجدولِ الآتيَ

الزاويةُ	$A = ?$	$B = 90°$	$C = 50°$
الضلعُ	$a = ?$	$b = ?$	$c = 3$

ألاحظُ أنَّ الضلعَ الذي طولهُ 3 هو المقابلُ للزاويةِ C، ولذلكَ أستطيعُ أنْ أستخدمَ sinC لإيجادِ الوترِ وهي العلاقةُ بينَ المقابلِ والوترِ في المثلثِ القائمِ الزاويةِ.

$\angle BAC = 180° - (90° + 50°) = 40°$ — مجموعُ زوايا المثلثِ تساوي °180

$\sin C = \dfrac{c}{b}$ — قانونُ الجيوبِ

$0.7660 = \dfrac{3}{b}$ — بالتعويضِ باستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ

$b \approx 3.92$ — بالضربِ التبادليِّ واستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ

$b^2 = c^2 + a^2$ — نظريةُ فيثاغورسَ

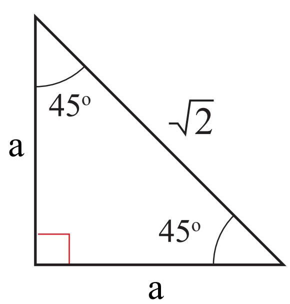
$(3.92)^2 = 3^2 + a^2$ — بالتعويضِ بالنظريةِ

$a^2 = 15.3664 - 9 = 6.3664$ — باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$a = 2.52$ — نعتمدُ القيمةَ الموجبةَ للجذرِ التربيعيِّ، لأنَّهُ طولُ ضلعٍ

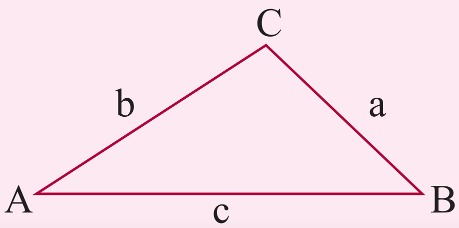
إذن طولُ الضلعِ b هو 3.92 وحدةَ طولٍ تقريبًا، وطولُ الضلعِ a هو 2.52 وحدةَ طولٍ تقريبًا.

2) أجدُ قيمةَ a في الشكلِ المجاورِ:



أتعلمُ

أستعملُ قانونَ الجيوبِ لإيجادِ العناصرِ المجهولةِ في المثلثاتِ من الأضلاعِ والزوايا ويسهلُ استخدامُه في حالاتٍ محددةٍ، كما في المخطط أدناه:



صيغةُ قانونِ الجيوبِ

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

صيغةٌ أخرى لقانونِ الجيوبِ، وأفضلُ استخدامِها إذا كان المطلوبُ إيجادَ قياسِ زاويةٍ

$$\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c}$$

أتذكرُ

أستطيعُ حلَّ التناسبِ باستخدامِ خاصيّةِ الضربِ التبادليِّ:

إذا كانت $\frac{c}{d} = \frac{a}{b}$ ، حيثُ $b \neq 0, d \neq 0$

فإنَّ $ad = bc$

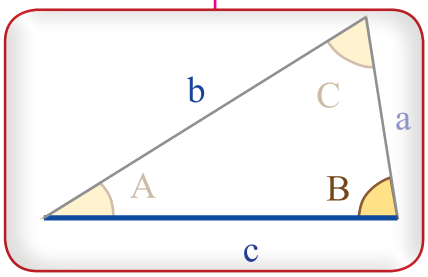
$$\frac{7}{b} = \frac{21}{15} \rightarrow 21 \times b = 7 \times 15 \rightarrow b = \frac{7 \times 15}{21} = 5$$

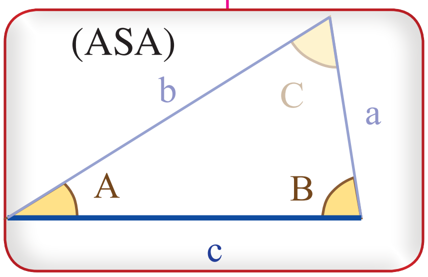
يعتمدُ قانونُ الجيوبِ على النسبةِ بينَ الضلعِ وجيبِ الزاويةِ المقابلةِ له. وعندَ التعاملِ مع نسبتينِ متساويتينِ لا بُدَّ من معرفةِ ثلاثٍ منَ القيمِ لإيجادِ القيمةِ الرابعةِ المجهولةِ.

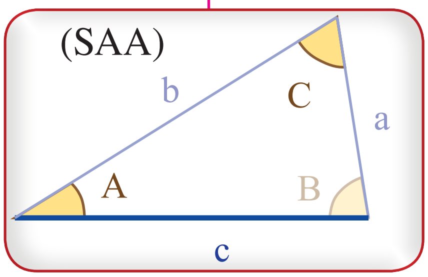
الحالاتُ التي يستخدمُ فيها قانونُ الجيوبِ

إذا عُلمَ ضلعانِ وزاويةٌ مقابلةٌ لأحدِهما (SSA)

إذا عُلمَ ضلعٌ واحدٌ وزاويتانِ



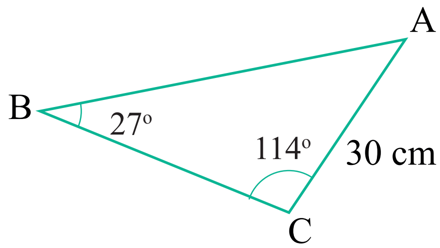




نشاطُ 2 حالاتُ استخدامِ قانونِ الجيوبِ

أولًا: حلُّ المثلثِ إذا عُلمَ فيه طولُ ضلعٍ واحدٍ وقياسُ وزاويتينِ (ASA):

1) أجدُ طولَ الضلعِ c الموضحِ في الشكلِ المجاورِ



هل يمكنُ تطبيقُ قانونِ الجيوبِ؟ .....

لماذا؟ ....

أعتمدُ الشكلَ المجاورَ لملءِ الجدولِ الآتي:

الزاوية	$A = ?$	$B = 27^\circ$	$C = 114^\circ$
الضلعُ	$a = ?$	$b = 30$	$c = ?$

ألاحظُ وجودَ نسبةٍ من قانونِ الجيوبِ معطياتُها معلومةٌ: B,b، لذا أطبقُ قانونَ الجيوبِ مباشرةً

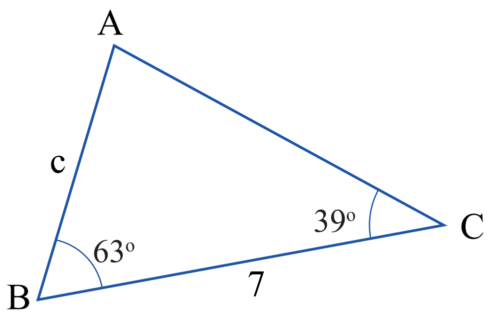
قانونُ الجيوبِ
$$\frac{c}{\sin C} = \frac{b}{\sin B}$$

بالتعويضِ بالقانونِ
$$\frac{c}{\sin 114^\circ} = \frac{30}{\sin 27^\circ}$$

بالضربِ التبادليِّ
$$c = \frac{30 \sin 114^\circ}{\sin 27^\circ}$$

باستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ
$$c \approx 60.368$$

2) أجدُ طولَ الضلعِ c بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ



هل يمكنُ تطبيقُ قانونِ الجيوبِ؟ .....

لماذا؟ ....

أحددُ المعطياتِ ضمنَ الجدولِ الآتي:

عندَ وجودِ زاويتينِ معلومٍ قياسُ كُلٍّ منهما، فإنَّ قياسَ الزاويةِ الثالثةِ يُحسبُ مباشرةً، لأنَّ مجموعَ قياساتِ زوايا المثلثِ 180°

الزاويةُ	$A = ?$	$B = 63°$	$C = 39°$
الضلعُ	$a = 7$	$b = ?$	$c = ?$

ألاحظُ أنَّه لا يوجدُ نسبةٌ من صيغةِ قانونِ الجيوبِ معطياتُها معلومةٌ بشكلٍ كاملٍ، لذا لا بُدَّ منْ خطوةٍ أولى للحلِّ، وهي إيجادُ قياسِ الزاويةِ A، أما الخطوةُ الثانيةُ فهي استعمالُ قانونِ الجيوبِ.

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ 180°

$A = 180° - (39° + 63°) = 78°$

قانونُ الجيوبِ

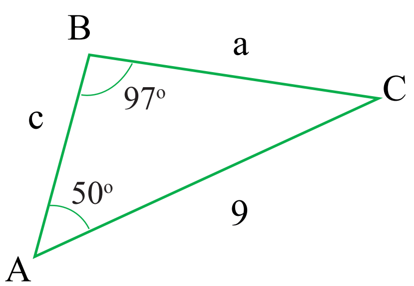
$$\frac{c}{\sin C} = \frac{a}{\sin A}$$

بالتعويضِ بالقانونِ ....

بالضربِ التبادليِّ ....

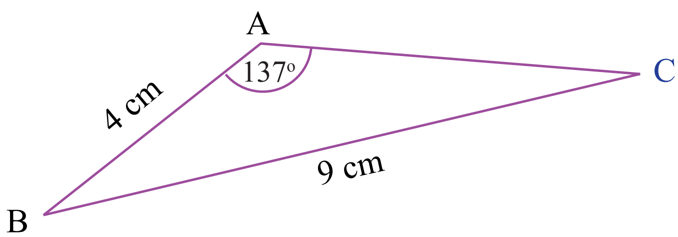
باستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ ....

3) أجدُ طولَ الضلعِ a بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ



ثانيا: حلُّ المثلثِ إذا عُلمَ فيه طولُ ضلعينِ وقياسُ زاويةٍ (SAA)

1) أجدُ قياسَ الزاويةِ c بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ.



هلْ يمكنُ استخدامُ قانونِ الجيوبِ؟ .....

لماذا؟ ....

أحددُ المعطياتِ ضمنَ الجدولِ الآتي:

الزاويةُ	$A = 137°$	$B = ?$	$C = ?$
الضلعُ	$a = 9$	$b = ?$	$c = 4$

ألاحظُ وجود نسبةٍ من قانونِ الجيوبِ معطياتُها معلومةٌ: A, a، لذا أطبقُ قانونَ الجيوبِ مباشرةً.

قانونُ الجيوبِ $\frac{\sin C}{c} = \frac{\sin A}{a}$

بالتعويضِ بالقانونِ $\frac{\sin C}{4} = \frac{\sin 137^{o}}{9}$

بالضربِ التبادليِّ $\sin C = \frac{4 \sin 137^{o}}{9} \approx 0.3031$

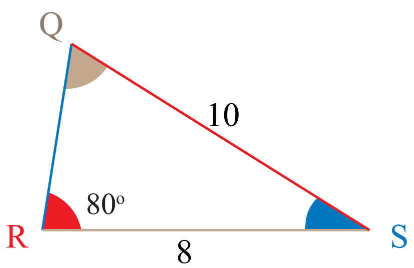
باستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ $C = \sin^{-1} C \approx 17.64^{o}$

2) اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أجدُ قياسَ الزاويةِ S

لمعرفةِ قياسِ زاويةٍ يجبُ أنْ أعرفَ قياسَ الزاويتينِ الأخريَيْنِ في المثلثِ.

أستطيعُ معرفةَ قياسِ الزاويةِ Q من قانونِ الجيوبِ

أملأُ الجدولَ الآتي بما يناسبهُ:



الزاويةُ	S = ?	R = 80°	Q = ?
الضلعُ	s = ?	r = 10	q = 8

ألاحظُ وجودَ نسبةٍ من قانونِ الجيوبِ معطياتُها معلومةٌ: R,r، لذا أطبقُ القانونَ مباشرةً.

قانونُ الجيوبِ $\frac{\sin Q}{q} = \frac{\sin R}{r}$

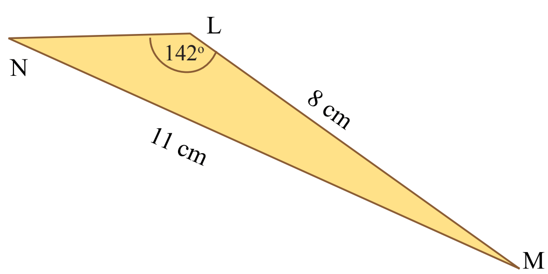
بالتعويضِ بالقانونِ $\frac{\sin Q}{8} = \frac{\sin 80^{o}}{10}$

بالضربِ التبادليِّ $\sin Q = \frac{8 \sin 80^{o}}{10} \approx 0.7878$

باستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ $Q = \sin^{-1} Q \approx 52^{o}$

مجموعُ قياساتِ زوايا المثلثِ 180° ....

3) أرادَ محمدٌ تنفيذَ مشروعٍ، وهو تصميمُ شعارٍ على شكلِ مثلثٍ، وزودَه المعلمُ بالقياساتِ الموضحةِ في الشكلِ المجاورِ. أساعدُ محمدًا في معرفةِ قياساتِ الزوايا وأطوالِ الأضلاعِ المجهولةِ حتى يحصلَ على تصميمٍ دقيقٍ في القياساتِ.



نشاطُ 3 زوايا الارتفاعِ والانخفاضِ

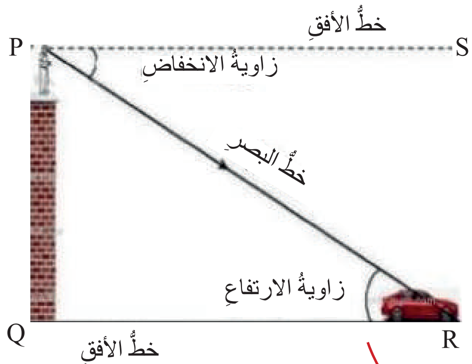
زاويةُ الانخفاضِ

هي الزاويةُ المحصورةُ بينَ خطِّ البصرِ وخطِّ الأفقِ عندَ النظرِ إلى الأعلى

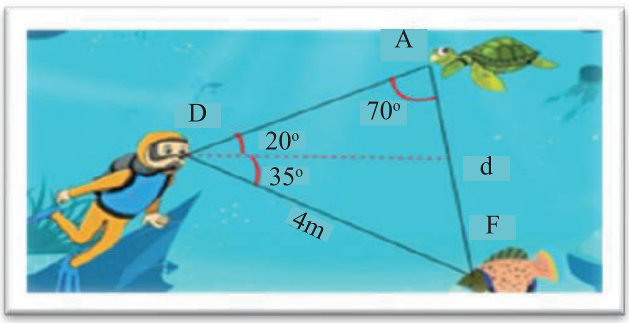
هي الزاويةُ المحصورةُ بينَ خطِّ البصرِ وخطِّ الأفقِ عند النظرِ إلى الأسفلِ

العلاقةُ بينَ زاويتي الارتفاعِ والانخفاضِ هي التساوي بالتبادلِ، لأنَّ خطَّي الأفقِ متوازيانِ.

زاويةُ الارتفاعِ



1) رصدَ غواصٌ سمكةً وسلحفاةً، فكانتْ زاويةُ ارتفاعِ السلحفاةِ 20°، وزاويةُ انخفاضِ السمكةِ 35°، والبعدُ بينَ الغواصِ والسمكَةِ 4m، فما البعدُ بينَ السلحفاةِ والسمكةِ؟



أملأُ الجدولَ الآتيَ بما يناسبُهُ

d	البعدُ بينَ السمكةِ والغواصِ	الزاويةُ A	زاويةُ انخفاضِ السمكةِ	زاويةُ ارتفاعِ السلحفاةِ	المعطياتُ
؟	4m	70^o	35^o	20^o	

عن طريقِ استخدامِ قانونِ الجيوبِ d، ألاحظُ أننا نستطيعُ إيجادَ:

قياسِ الزاويةِ المقابلةِ للضلعِ d
$$20^\circ + 35^\circ = 55^\circ$$

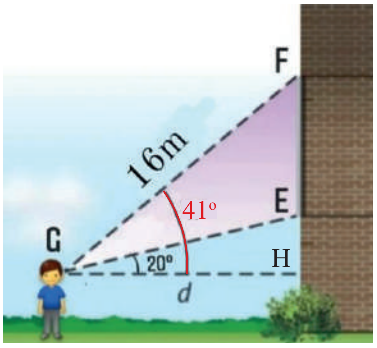
قانونِ الجيوبِ
$$\frac{a}{\sin A} = \frac{d}{\sin D}$$

بالتعويضِ بالقانونِ
$$\frac{4}{\sin 70^o} = \frac{d}{\sin 55^o}$$

بالضربِ التبادليِّ
$$d = \frac{4 \sin 55^o}{\sin 70^o}$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ
$$d \approx 3.5\text{m}$$

2) ثبتَ صاحبُ شركةٍ لوحةً إعلانيةً على واجهةِ عمارةٍ في مدخلِ المدينةِ، رصدَ عاصمَ أعلى اللوحةِ فكانَ قياسُ زاويةِ ارتفاعِها °41، ثمَّ رصدَ أسفلَ اللوحةِ من النقطةِ نفسِها فكانَ قياسُ زاويةِ ارتفاعِ أسفلِ اللوحةِ °20، فما عرضُ اللوحةِ الإعلانيةِ؟



أحدّدُ المعطياتِ والمطلوبَ في الجدولِ الآتي:

المعطياتُ	زاويةُ ارتفاعِ أعلى اللوحةِ	زاويةُ ارتفاعِ أسفلِ اللوحةِ	البعدُ بينَ عاصمٍ وأعلى اللوحةِ	زاويةٌ قائمةٌ	FE
	41^{o}	20^{o}	16	H	؟

الزاويةُ المحصورةُ بينَ خطّي النظرِ $41° - 20° = 21°$

زوايا المثلثِ FGH $F = 180° - (41° + 90°) = 49°$

$E = 180° - (21° + 49°) = 110°$

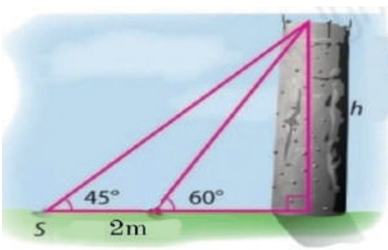
قانونُ الجيوبِ $\dfrac{e}{\sin E} = \dfrac{g}{\sin G}$

بالتعويضِ بالقانونِ ....

بالضربِ التبادليِّ ....

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ ....

3) رُصدتْ قمةُ عمودٍ اسمنتيٍّ من نقطتينِ تبعدانِ مترينِ عن بعضِهما، فكانتْ زاويةُ الارتفاعِ من النقطةِ الأولى °45، وزاويةُ الارتفاعِ من النقطةِ الثانيةِ °60، أجدُ ارتفاعَ العمودِ.



أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (قانونِ الجيوبِ)

😊	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.
	• أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأكثرُ الشخصَ الذي استعنتُ بهِ. • أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذهِ الصعوبةِ.

3 قانونُ جيوبِ التمامِ

النتاجاتُ

- أستعملُ قانونَ جيوبِ التمامِ لإيجادِ طولِ ضلعٍ أو قياسِ زاويةٍ في مثلثٍ، عُلِمَ فيه ضلعانِ وزاويةٌ محصورةٌ بينهما، أو ثلاثةُ أضلاعٍ.

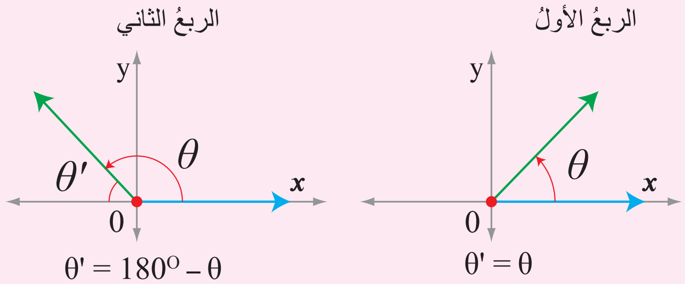
نشاطُ 1 قيمتا الجيبِ وجيبِ التمامِ

أتذكّر

الجمعُ والطرحُ من الشمالِ إلى اليمينِ ← الضربُ والقسمةُ من الشمالِ إلى اليمينِ ← الأسسُ والجذورُ ← الأقواسُ من الداخلِ إلى الخارجِ ← أولوياتُ العملياتِ الحسابيةِ

أتذكّر

- إشارةُ $\cos\theta$ موجبةٌ في الربعِ الأولِ وسالبةٌ في الربعِ الثاني، أما إشارةُ $\sin\theta$ فموجبةٌ في الربعينِ الأولِ والثاني
- زاويةُ المرجعِ نجدُها كما هو موضحٌ في الشكلِ:



1) أجدُ قيمةَ كلٍّ مما يأتي:

② $\sin(150°) = \sin(180° - 150°) =$	① $\cos(120°) = -\cos(180°-120°) =$ $-\cos(60°) = -0.5$
④ $\sin(170°) =$	③ $\cos(150°) =$

نشاط 2 قانونُ جيوبِ التمامِ

أتعلّمُ

يستعملُ قانونُ جيوبِ التمامِ لإيجادِ العناصرِ المجهولةِ في المثلثاتِ من الأضلاعِ والزوايا، وفي ما يأتي صيغُ هذا القانونِ:

صيغةٌ أخرى لقانونِ الجيوبِ أفضّلُ استخدامَها إذا كان المطلوبُ قياسَ زاويةٍ

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$$

$$\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

$$\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

قانونُ جيوبِ التمامِ

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

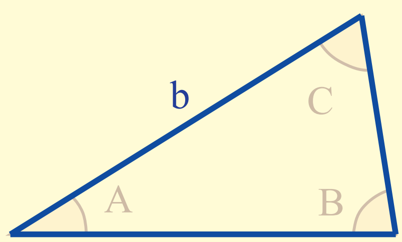
$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

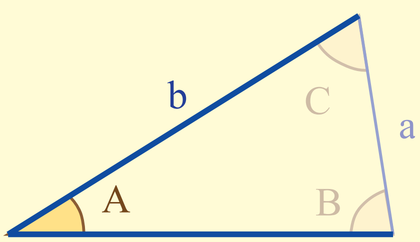
بالنظرِ في قانونِ جيوبِ التمامِ، نلاحظُ أنه لا بُدَّ منْ معرفةِ أطوالِ ثلاثةِ أضلاعٍ أو طولي ضلعين وزاويةٍ محصورةٍ بينَهما، والمخططُ الآتيَ يوضحُ ذلك:

الحالاتُ التي يستخدمُ فيها قانونُ جيوبِ التمامِ

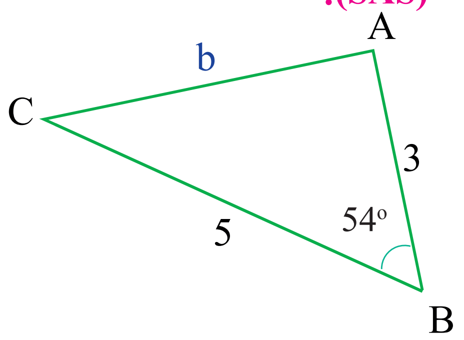
إذا عُلمَ في المثلثِ أطوالُ ثلاثةِ أضلاعٍ (SSS)



إذا عُلمَ فيه طولا ضلعينِ وقياسُ زاويةٍ محصورةٍ بينَهُما (SAS)



أولًا: حلُّ المثلثِ إذا عُلمَ فيه طولا ضلعينِ وقياسُ زاويةٍ محصورةٍ بينهما (SAS):



1) أجدُ طولَ الضلعِ b بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ.

هلْ يمكنُ استخدامُ قانونُ جيوبِ التمامِ؟ ....

لماذا؟ ....

أحدّدُ المعطياتِ منَ الجدولِ الآتي:

الزاوية	A = ?	B = 54°	C = ?
الضلع	a = 5	b = ?	c = 3

المعلومُ طولا ضلعينِ وقياسُ زاويةٍ محصورةٍ، والمطلوبُ إيجادُ طولُ الضلعِ المقابلِ للزاويةِ المعلومةِ، لذا أستعملُ قانونَ جيوبِ التمامِ

$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos(B)$ قانونُ جيوبِ التمامِ

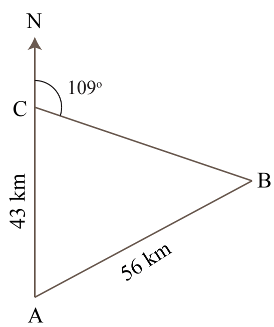
$b^2 = 5^2 + 3^2 - 2 \times 5 \times 3 \cos 54^{o}$ بالتعويضِ بالقانونِ

$b^2 = 25 + 9 - 30 \times 0.5878$ بمراعاةِ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ

$b^2 = 16.366$ باستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ

$b \approx 4.05$ نقبلُ القيمةَ الموجبةَ للجذرِ التربيعيِّ، لأنه طولُ ضلعٍ.

إذن، طولُ الضلعِ b هو 4.05 وحدةَ طولٍ تقريبًا.



2) أجدُ طولَ الضلعِ a بالاعتمادِ على الشكلِ المجاورِ

هلْ يمكنُ استخدامُ قانونُ جيوبِ التمامِ؟ ....

لماذا؟ ....

أحدّدُ المعطياتِ منَ الجدولِ الآتي:

الزاوية	A = ?	B = ?	C = ?
الضلع	a = ?	b = 43	c = 56

المعلومُ طولا ضلعينِ وقياسُ زاويةٍ مقابلةٍ لأحدهما، لذا نستخدمُ أولًا قانونَ الجيوبِ، ثم قانونَ جيوبِ التمامِ.

زاويةٌ مستقيمةٌ $\angle BAC = 180° - 109° = 71°$

قانونُ الجيوبِ $\dfrac{c}{\sin C} = \dfrac{b}{\sin B}$

بالتعويضِ بقانونِ الجيوبِ $\dfrac{56}{\sin 71°} = \dfrac{43}{\sin B}$

بالضربِ التبادليِّ- ثم نعوضُ قيمةَ sin71 $\sin B = \dfrac{43 \sin 71°}{56}$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ $\sin^{-1} B \approx 46.6$

باستعمالِ قانونِ جيوبِ التمامِ $\mathbf{a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A}$

بالتعويضِ بالقانونِ ....

بمراعاةِ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ ....

باستخدامِ الآلةِ الحاسبةِ ....

نقبلُ القيمةَ الموجبةَ للجذرِ التربيعيِّ، لأنهُ طولُ ضلعٍ. ....

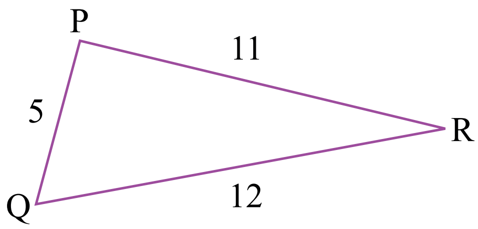
3) تشيرُ ساعةُ الحائطِ إلى 12:20، إذا علمتَ أنَّ طولَ عقربِ الساعاتِ OP هو 10cm، وأنَّ طولَ عقربِ الدقائقِ OQ هو 12cm، فما المسافةُ بينَ نهايتَي العقربينِ PQ؟

ثانيًا: حلُّ المثلثِ إذا علمتَ أطوالَ أضلاعِهِ الثلاثةِ (SSS):

1) اعتمادًا على الشكلِ المجاورِ، أجِدُ قياسَ الزاويةِ Q.

ما العناصرُ المعلومةُ من الشكلِ؟

ما القانونُ الذي يساعِدُني على إيجادِ قياسِ الزاويةِ Q ؟



قانونُ جيوبِ التمامِ $q^2 = P^2 + r^2 - 2Pr \cos Q$

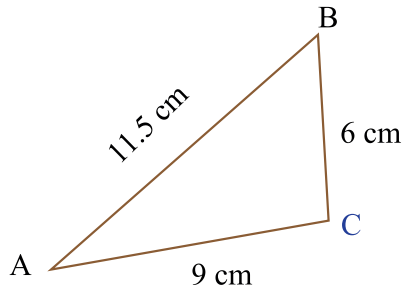
بالتعويضِ بالقانونِ $11^2 = 12^2 + 5^2 - 2 \times 12 \times 5 \cos Q$

بمراعاةِ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ $121 = 169 - 120 \cos Q$

بجعلِ cosQ موضوعَ القانونِ $\cos Q = \dfrac{121 - 169}{-120}$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ $\cos^{-1} Q \approx 66.4$

2) أجدُ قياسَ الزاويةِ الكبرى في المثلثِ المجاورِ.



المعلومُ أطوالُ ثلاثةِ أضلاعٍ لذا، أطبقُ قانونَ جيوبِ التمامِ مباشرةً، ولأنَّ الزاويةَ الكبرى .... فإنَّ المطلوبَ إيجادُ ....

قانونُ جيوبِ التمامِ $\cos C = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$

بالتعويضِ بالقانونِ ....

بمراعاةِ أولوياتِ العملياتِ الحسابيةِ ....

....

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ ....

أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (قانونِ جيوبِ التمامِ)

😊	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

• أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ به.
• أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

4 استعمالُ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ مساحةِ المثلثِ

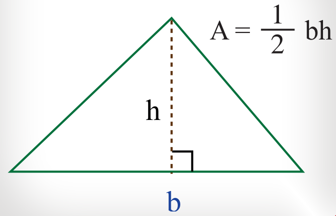
النتاجاتُ

- أجدُ مساحةَ مثلثٍ عُلِمَ فيه: طولا ضلعينِ وقياسُ زاويةٍ محصورةٍ بينَهما.
- أحلُّ مسائلَ رياضيةً وحياتيةً عن مساحةِ المثلثِ.

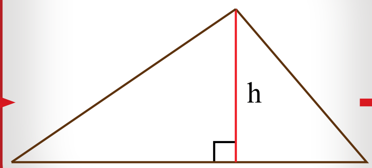
نشاطُ 1 مساحةُ المثلثِ باستعمالِ قانونِ الجيبِ.

أتذكّرُ

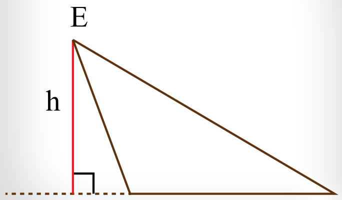
مساحةُ المثلثِ



ارتفاعُ المثلثِ



الارتفاعُ على امتدادِ القاعدةِ



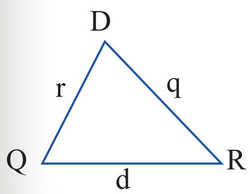
أتعلّمُ

قانونُ حسابِ مساحةِ المثلثِ باستخدامِ جيبِ الزاويةِ يساوي نصفَ حاصلِ ضربِ ضلعينِ فيه مضروبًا في جيبِ الزاويةِ المحصورةِ بينَهما.

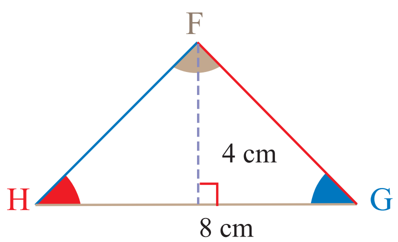
$$A = \frac{1}{2}\, qd \sin(R)$$

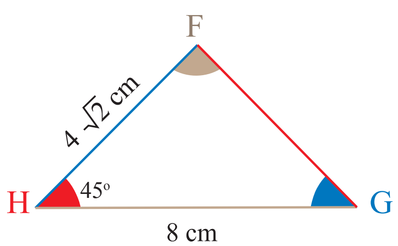
$$A = \frac{1}{2}\, dr \sin(Q)$$

$$A = \frac{1}{2}\, rq \sin(D)$$



1) رسمتِ المعلمةُ مريمُ مثلثينِ متطابقينِ، وثبتتْ على كلٍّ منَ المثلثينِ معطياتٍ، ثمَّ طلبتِ منَ الطالبةِ ولاءَ إيجادَ مساحةِ المثلثِ الأولِ، ومنَ الطالبةِ عُلا إيجادَ مساحةِ المثلثِ الثاني بطريقةٍ مختلفةٍ، وحصلنا على الإجابتينِ الآتيتينِ. أقارنُ بينَ الإجابتينِ وأفسرهما.





منهاجي
متعة التعليم الهادف

حلُّ الطالبةِ ولاءَ: أوجدتِ المساحةَ باستخدامِ القاعدةِ والارتفاعِ:

$$A = \frac{1}{2} \times b \times h$$

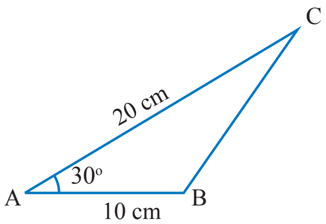
$$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 = 16cm^2$$

حلُّ الطالبةِ عُلا: أوجدتِ المساحةَ باستخدامِ قانونِ الجيبِ:

$$A = \frac{1}{2} \times g \times f \sin H$$

$$A = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{2} \times 8 \sin 45^{o} = 16cm^2$$

2) تريدُ سعادُ عملَ شعارٍ لمبادرتِها على شكلِ مثلثٍ، كما في الشكلِ المجاورِ، حيثُ ستقومُ بإنتاجِ مجموعةِ مثلثاتٍ من الجبسِ، لذا احتاجتْ إلى صناعةِ قالبٍ بقياساتِ هذا الشعارِ، ما مساحةُ هذا القالبِ؟



المعطى في السؤالِ طولا ضلعينِ وقياسُ زاويةٍ محصورةٍ، لذا أستطيعُ استعمالَ جيبِ الزاويةِ لحسابِ مساحةِ المثلثِ

باستعمالِ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ المساحةِ

$$A = \frac{1}{2} \times b \times c \sin A$$

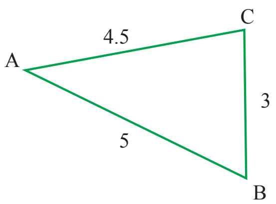
بالتعويضِ بالقانونِ

$$A = \frac{1}{2} \times 20 \times 10 \sin 30$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$$A = 50cm^2$$

3) يرغبُ طلبةُ الصفِّ العاشرِ الأساسيِّ بتزيينِ ساحةِ مدرستِهم بالأشكالِ الهندسيةِ ودهانِها، إذا قاموا برسمِ المثلثِ الآتي، فما مساحتُه؟



المعطى في السؤالِ ثلاثةُ أطوالُ أضلاعٍ، لذا أستعملُ .... لإيجادِ قياسِ إحدى الزوايا، ثم أستعملُ .... لإيجادِ مساحةِ المثلثِ.

قانونُ جيوبِ التمامِ

$$\cos B = \frac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac}$$

بالتعويضِ بالقانونِ

$$= \frac{3^2 + 5^2 - (4.5)^2}{2 \times 3 \times 5}$$

بمراعاةِ الأولوياتِ الحسابيةِ

$$= \frac{9 + 25 - 20.25}{30}$$

تبسيطٌ

$$= \frac{34 - 20.25}{30}$$

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

$$B = \cos^{-1} B \approx 62.7^{o}$$

باستعمالِ جيبِ الزاويةِ لإيجادِ المساحةِ

....

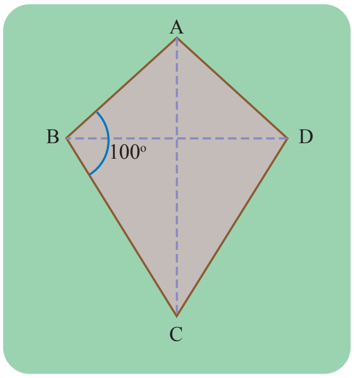
بالتعويضِ بالقانونِ

....

باستعمالِ الآلةِ الحاسبةِ

....

4) يريدُ أحمدُ زراعةَ حوضٍ من الأزهارِ بالأبعادِ الموضحةِ في الشكلِ المجاورِ. ساعدْ أحمدَ في حسابِ مساحةِ الحوضِ، علمًا بأنَّ المحورَ AC يقسمُ الحوضَ قسمين متماثلين.



أتأملُ في تعلمي

- أضعُ المؤشرَ على الوجهِ الذي يصفُ أدائي في موضوعِ (استعمالِ جيبِ الزاويةِ، وإيجادُ مساحةَ المثلثِ)

🙂	إنِ استطعتُ حلَّ الأنشطةِ من دونِ مساعدةٍ.
😐	إنْ حللتُ معظمَ الأسئلةِ في الأنشطةِ واحتجتُ إلى مساعدةٍ قليلةٍ.
☹	إنِ احتجتُ إلى مساعدةٍ في حلِّ أكثرَ منْ نصفِ الأسئلةِ في الأنشطةِ.

- أحددُ الصعوبةَ التي واجهتُها وموضوعَ النشاطِ الذي احتجتُ فيهِ إلى المساعدةِ، ثم أصفُ كيفَ حصلتُ على المساعدةِ، وأذكرُ الشخصَ الذي استعنتُ بهِ.
- أحددُ الإجراءاتِ التي سأتبعُها لمعالجةِ هذه الصعوبةِ.

تم بحمد الله تعالى