

1- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(i^{-4t+2}, t \in \mathbb{Z})$ هي

a)	-1	b)	1	c)	-i	d)	i
----	----	----	---	----	----	----	---

2- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(i^{4t+3}, t \in \mathbb{Z})$ هي

a)	-1	b)	1	c)	0	d)	-i
----	----	----	---	----	---	----	----

3- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(i^{-2t+1}, t \in \mathbb{Z})$ هي

a)	± 1	b)	\sqrt{i}	c)	$\pm i$	d)	i^2
----	---------	----	------------	----	---------	----	-------

4- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار (i^{-26}) هي

a)	-1	b)	1	c)	-i	d)	i
----	----	----	---	----	----	----	---

5- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\frac{1}{i^{22}})$ هي

a)	-1	b)	1	c)	-i	d)	i
----	----	----	---	----	----	----	---

6- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(1 + i + i^2 + i^3)$ هي

a)	$1 + i$	b)	0	c)	$2i$	d)	2
----	---------	----	---	----	------	----	---

7- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\sqrt{-36})$ هي

a)	$\pm 6i$	b)	$-6i$	c)	$6i$	d)	$-\sqrt{6}i$
----	----------	----	-------	----	------	----	--------------

8- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\sqrt{-25} \times \sqrt{-16})$ هي

a)	20	b)	-20	c)	$20i$	d)	$-20i$
----	----	----	-----	----	-------	----	--------

9- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\sqrt{-3}\sqrt{-12})$ بأبسط صورة هي

a)	± 6	b)	-6	c)	$-6i$	d)	$\pm 6i$
----	---------	----	----	----	-------	----	----------

10- الجزء التخيلي في العدد المركب $(i + 2i^2 + 4i^3)$ هو

a)	-3	b)	$-3i$	c)	-2	d)	2
----	----	----	-------	----	----	----	---

11- العدد التخيلي في العدد المركب $(1 - \sqrt{-1})$ هو

a)	1	b)	i	c)	-1	d)	$1i$
----	---	----	---	----	----	----	------

12- العدد الحقيقي في العدد المركب $(-2i)$ هو

a)	-2	b)	$-2i$	c)	i	d)	0
----	----	----	-------	----	---	----	---

13- الجزء التخيلي في العدد المركب $(\frac{1+\sqrt{-25}}{4})$ هو

a)	$\frac{1}{4}$	b)	$\frac{5}{4}$	c)	$\frac{-5}{4}$	d)	$\frac{-1}{4}$
----	---------------	----	---------------	----	----------------	----	----------------

14- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $((1 - i^5)(1 - i^{10})(1 - i^{15}))$ بأبسط صورة هي

a)	-2	b)	2	c)	4	d)	-4
----	----	----	---	----	---	----	----

15- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $(\frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3})$ بأبسط صورة هي

a)	-1	b)	1	c)	0	d)	i
----	----	----	---	----	---	----	---

16- إذا كان $(i = \sqrt{-1})$ فإن قيمة المقدار $((1 - i)^8)$ بأبسط صورة هي

a)	16	b)	8	c)	i	d)	$4i$
----	----	----	---	----	---	----	------

17- يكتب العدد المركب $(2 - \sqrt{-2})$ بالصورة القياسية على النحو التالي:

a)	$2 + \sqrt{2}i$	b)	$2 + 2\sqrt{2}i$	c)	$2 - \sqrt{2}i$	d)	$2 - 2\sqrt{2}i$
----	-----------------	----	------------------	----	-----------------	----	------------------

18- ناتج المقدار $(\frac{1+i}{1-i} + \frac{2i}{1+i})$ بالصورة القياسية للعدد المركب هي

a)	$1 + 2i$	b)	$2 + i$	c)	$4 + 2i$	d)	$1 - 2i$
----	----------	----	---------	----	----------	----	----------

19- ناتج المقدار $((3 - 2i) - (5 + i))$ بالصورة القياسية للعدد المركب هي

a)	$-2 - 3i$	b)	$2 - 3i$	c)	$-2 + 3i$	d)	$2 + 3i$
----	-----------	----	----------	----	-----------	----	----------

20- اذا كان (z, w) عدنان مركبان وكان $(z = \sqrt{-9} + 2, w = i - 3i^4)$ ، فإن ناتج $(z + w)$ بالصورة القياسية للعدد المركب هو

a)	$2 + i$	b)	$-1 + 3i$	c)	$-1 + 4i$	d)	$5 + 3i$
----	---------	----	-----------	----	-----------	----	----------

21- اذا كان (z, w) عدنان مركبان وكان $(z = \frac{2+i}{1+i}, w = \frac{1+2i}{1+i})$ ، فإن ناتج $(z + w)$ بأبسط صورة هو

a)	3	b)	-3	c)	$1 + 3i$	d)	$1 - 3i$
----	---	----	----	----	----------	----	----------

22- قيمة المقدار $(2 - (1 - i) + (4 + 5i) - (1 - 3i))$ بأبسط صورة هي

a)	$5 + 9i$	b)	$4 + 9i$	c)	$4 + 3i$	d)	$4 + 7i$
----	----------	----	----------	----	----------	----	----------

23- قيمة المقدار $(i(1 + i))$ بأبسط صورة هي

a)	$1 + i$	b)	$-1 + i$	c)	$-1 - i$	d)	$1 - i$
----	---------	----	----------	----	----------	----	---------

24- قيمة المقدار $((1 + i)^2 + (1 - i)^2)$ بأبسط صورة هي

a)	$4i$	b)	$-4i$	c)	-1	d)	2
----	------	----	-------	----	----	----	---

25- قيمة المقدار $(\frac{(1-i)^2}{1+i} + \frac{(1+i)^2}{1-i})$ بأبسط صورة هي

a)	$2 - i$	b)	$-2 - i$	c)	$1 - i$	d)	$-1 - i$
----	---------	----	----------	----	---------	----	----------

26- قيمة المقدار $(\frac{4+i}{2-3i})$ هو

a)	$\frac{5-14i}{13}$	b)	$\frac{-5-14i}{3}$	c)	$\frac{-5-14i}{5}$	d)	$\frac{5+14i}{13}$
----	--------------------	----	--------------------	----	--------------------	----	--------------------

27- اذا كان $(u = r_1(\cos(\theta_1) + i \sin(\theta_1)), v = r_2(\cos(\theta_2) + i \sin(\theta_2)))$ وكان $(\theta_1 + \theta_2 = \pi)$ ، فإن (uv) يساوي

a)	$r_1 r_2$	b)	$-r_1 r_2$	c)	$r_1 r_2 i$	d)	$-r_1 r_2 i$
----	-----------	----	------------	----	-------------	----	--------------

28- اذا كان العدد المركب $(v = 2\sqrt{3} + 2i)$ ، فإن $(v\bar{v})$ يساوي

a)	$2\sqrt{3}$	b)	4	c)	2	d)	16
----	-------------	----	---	----	---	----	----

29- اذا كان العدد المركب $(w = x + yi)$ ، فإن $(w + \bar{w})$ يساوي

a)	$2x$	b)	$2y$	c)	$2iy$	d)	$2ix$
----	------	----	------	----	-------	----	-------

30- مرافق العدد المركب $(i + i^2)$ هو

a)	$1 - i$	b)	$1 + i$	c)	$-1 - i$	d)	$-1 + i$
----	---------	----	---------	----	----------	----	----------

31- مرافق العدد المركب $((2 + i)^2)$ هو

a)	$2 + i$	b)	$3 - 4i$	c)	$3 + 4i$	d)	$2 - i$
----	---------	----	----------	----	----------	----	---------

32- مرافق العدد المركب $(z = -i - \sqrt{3})$ هو

a)	$-i + \sqrt{3}$	b)	$i - \sqrt{3}$	c)	$i + \sqrt{3}$	d)	$-i - \sqrt{3}$
----	-----------------	----	----------------	----	----------------	----	-----------------

33- مرافق العدد المركب $(z = \frac{1}{i-1})$ هو

a)	$-\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$	b)	$\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$	c)	$\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$	d)	$-\frac{1}{2} - \frac{i}{2}$
----	------------------------------	----	-----------------------------	----	-----------------------------	----	------------------------------

☒ اذا كان $(z = a + ib)$ عددًا مركبًا و (\bar{z}) مرافق العدد المركب (z) ، حيث (a, b) عدنان حقيقيان، اجب عن الفقرات

(39,38,37,36,35,34)

34- ناتج $(z\bar{z})$ يساوي

a)	$a^2 b^2$	b)	$2(a - b)$	c)	$a^2 + b^2$	d)	$a^2 - b^2$
----	-----------	----	------------	----	-------------	----	-------------

35- ناتج $(\frac{z}{z})$ يساوي

a)	$\frac{a^2+2iab-b^2}{a^2-b^2}$	b)	$\frac{a^2+2iab+b^2}{a^2-b^2}$	c)	$\frac{a^2+2iab+b^2}{a^2+b^2}$	d)	$\frac{a^2+2iab-b^2}{a^2+b^2}$
----	--------------------------------	----	--------------------------------	----	--------------------------------	----	--------------------------------

36- ناتج $(\frac{\bar{z}}{z})$ يساوي

a)	$\frac{a^2-2iab-b^2}{a^2-b^2}$	b)	$\frac{a^2-2iab-b^2}{a^2+b^2}$	c)	$\frac{a^2-2iab+b^2}{a^2-b^2}$	d)	$\frac{a^2-2iab+b^2}{a^2+b^2}$
----	--------------------------------	----	--------------------------------	----	--------------------------------	----	--------------------------------

37- ناتج $(z - \bar{z})$ يساوي

a)	$2ib$	b)	$2ia$	c)	$2a$	d)	$2b$
----	-------	----	-------	----	------	----	------

38- ناتج $(\frac{1}{z})$ يساوي

a)	$\frac{a+ib}{a^2-b^2}$	b)	$\frac{a-ib}{a^2-b^2}$	c)	$\frac{a+ib}{a^2+b^2}$	d)	$\frac{a-ib}{a^2+b^2}$
----	------------------------	----	------------------------	----	------------------------	----	------------------------

39- احدى العبارات الاتية صحيحة:

a)	$\bar{z} = \frac{1}{z}$	b)	$ \bar{z} = \sqrt{a^2 + b^2}$	c)	$z^2 - \bar{z}^2 = 4 + ib$	d)	$\frac{1}{z} = a - ib$
----	-------------------------	----	--------------------------------	----	----------------------------	----	------------------------

40- اذا كان (a) عدداً حقيقياً فإن مرافق العدد المركب $(\frac{a^2+i}{a^2+ai-1})$ هو

a)	$a - i$	b)	$a + i$	c)	$\frac{a^2-i}{a^2-ai-1}$	d)	$\frac{a^2+i}{a^2-ai-1}$
----	---------	----	---------	----	--------------------------	----	--------------------------

41- الزوج المرتب في المستوى المركب الذي يمثل العدد المركب $(v = 3 - 4i)$ هو

a)	$(3, 4)$	b)	$(-3, 4)$	c)	$(-3, -4)$	d)	$(3, -4)$
----	----------	----	-----------	----	------------	----	-----------

42- الزوج المرتب في المستوى المركب الذي يمثل مرافق العدد المركب $(-2i)$ هو

a)	$(0, 2)$	b)	$(-2, 0)$	c)	$(0, -2)$	d)	$(2, 0)$
----	----------	----	-----------	----	-----------	----	----------

43- اذا كان $(z = a + ib)$ عدداً مركباً وسعته $(Arg(z) = \theta)$ حيث $(\theta \in [-\pi, \pi])$ فإن قياس $(\theta = -\frac{\pi}{2})$ عندما:

a)	$a > 0, b = 0$	b)	$a = 0, b < 0$	c)	$a = 0, b > 0$	d)	$a < 0, b = 0$
----	----------------	----	----------------	----	----------------	----	----------------

44- اذا كان $(z = a + ib)$ عدداً مركباً يقع في الربع الثالث في المستوى المركب وسعته $(Arg(z) = -(\pi - \tan^{-1}(\frac{b}{a})))$ ، حيث (a, b)

عددان حقيقيان موجبان فإن (z) يساوي:

a)	$a + ib$	b)	$-a - ib$	c)	$-a + ib$	d)	$a - ib$
----	----------	----	-----------	----	-----------	----	----------

45- اذا كان العدد المركب $(u = 3 - 2i)$ ، فإن $(|-2u|)$ يساوي

a)	$4\sqrt{13}$	b)	$3\sqrt{13}$	c)	$2\sqrt{13}$	d)	$\sqrt{13}$
----	--------------	----	--------------	----	--------------	----	-------------

46- اذا كان $(u = -3 - 3\sqrt{3}i, v = 2 + 2\sqrt{3}i)$ ، فإن $(|uv|)$ يساوي

a)	$\sqrt{28}$	b)	10	c)	3	d)	24
----	-------------	----	------	----	-----	----	------

47- اذا كان العدد المركب $(w = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i)$ ، فإن $(|\frac{w}{5}|)$ يساوي

a)	25	b)	$\frac{1}{5}$	c)	$\frac{1}{25}$	d)	5
----	------	----	---------------	----	----------------	----	-----

48- اذا كان $(u = 2 + i, z = 1 - 3i)$ ، فإن $(|uz|)$ يساوي

a)	$\sqrt{50}$	b)	$\sqrt{10}$	c)	$\sqrt{5}$	d)	$5\sqrt{10}$
----	-------------	----	-------------	----	------------	----	--------------

49- اذا كان العدد المركب $(z = \frac{1}{z})$ ، فإن قيمة $(|z|)$ هي

a)	0	b)	1	c)	-1	d)	± 1
----	-----	----	-----	----	------	----	---------

50- اذا كان العدد المركب $(z = (\sqrt{2} - i) - i(1 - i\sqrt{2}))$ ، فإن قيمة $(|z|)$ هي

a)	2	b)	$\sqrt{2}$	c)	4	d)	$2\sqrt{2}$
----	-----	----	------------	----	-----	----	-------------

51- إذا كان العدد المركب $(z = \frac{2+i}{2-i})$ ، فإن قيمة $(|z|)$ هي

a)	5	b)	$\frac{-\sqrt{7}}{5}$	c)	1	d)	$\sqrt{3}$
----	---	----	-----------------------	----	---	----	------------

52- إذا كان العدد المركب $(z = \frac{(1+i)(2-i)}{(1-i)(2+i)})$ ، فإن قيمة $(|z|)$ هي

a)	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	b)	$\sqrt{2}$	c)	1	d)	$\sqrt{3}$
----	----------------------	----	------------	----	---	----	------------

53- $(\sqrt{\frac{-1}{4}} + \frac{\sqrt{3}}{2})$ هو

a)	1	b)	2	c)	3	d)	4
----	---	----	---	----	---	----	---

54- $(|1 + \sqrt{-9}|)$ هو

a)	$1 + 3i$	b)	$\sqrt{10}$	c)	$1 - 3i$	d)	10
----	----------	----	-------------	----	----------	----	----

☒ إذا كان (v) عدد مركب سعته (θ) ، اجب عن الفقرات (55،56،57،58)

55- سعة العدد المركب $(\frac{1}{v})$ هي

a)	θ	b)	$-\theta$	c)	$\pi - \theta$	d)	$\pi + \theta$
----	----------	----	-----------	----	----------------	----	----------------

56- سعة العدد المركب (\bar{v}) هي

a)	θ	b)	$-\theta$	c)	$\frac{\pi}{2} - \theta$	d)	$\pi + \theta$
----	----------	----	-----------	----	--------------------------	----	----------------

57- سعة العدد المركب (vi) هي

a)	$\frac{\pi}{2} + \theta$	b)	$-\theta$	c)	$\frac{\pi}{2} - \theta$	d)	$\pi + \theta$
----	--------------------------	----	-----------	----	--------------------------	----	----------------

58- سعة العدد المركب $(-vi)$ هي

a)	$\frac{\pi}{2} + \theta$	b)	$-\theta$	c)	$-\frac{\pi}{2} + \theta$	d)	$\pi + \theta$
----	--------------------------	----	-----------	----	---------------------------	----	----------------

59- السعة الأساسية للعدد المركب $(w = 2(\cos(\frac{\pi}{3}) + i \sin(\frac{\pi}{2})))$ هي

a)	0	b)	$-\frac{\pi}{2}$	c)	π	d)	$\frac{\pi}{2}$
----	---	----	------------------	----	-------	----	-----------------

60- سعة العدد المركب $(w = -3)$ هي

a)	$\frac{\pi}{2}$	b)	$\frac{3\pi}{2}$	c)	$-\pi$	d)	π
----	-----------------	----	------------------	----	--------	----	-------

61- إذا كان (v, u) عدداً مركبين و $(Arg(u/v) = \frac{\pi}{9}, Arg(uv) = \frac{5\pi}{18})$ ، فإن $(Arg(u))$ هي

a)	$\frac{7\pi}{36}$	b)	$\frac{5\pi}{36}$	c)	$\frac{\pi}{3}$	d)	$\frac{\pi}{4}$
----	-------------------	----	-------------------	----	-----------------	----	-----------------

62- سعة العدد المركب $(z = (3 + 3i)^2)$ هي

a)	0	b)	$\frac{\pi}{4}$	c)	$\frac{\pi}{3}$	d)	$\frac{\pi}{2}$
----	---	----	-----------------	----	-----------------	----	-----------------

63- إذا كان العددين المركبين (v, u) وكان $(Arg(v) = \theta_1, Arg(u) = \theta_2)$ ، فإن $(Arg(vu))$ تساوي

a)	$\theta_1 + \theta_2$	b)	$\theta_1\theta_2$	c)	$\theta_1 - \theta_2$	d)	$\theta_1 \div \theta_2$
----	-----------------------	----	--------------------	----	-----------------------	----	--------------------------

64- إذا كان العدد المركب $(w = \sin \theta - i \cos \theta)$ ، فإن $(Arg(w))$ تساوي

a)	$\frac{\pi}{2} - \theta$	b)	$\frac{\pi}{2} + \theta$	c)	$\theta - \frac{\pi}{2}$	d)	$-\theta - \frac{\pi}{2}$
----	--------------------------	----	--------------------------	----	--------------------------	----	---------------------------

65- إذا كان العدد المركب $(z = \sqrt{2}(\sin \frac{\pi}{6} + i \cos \frac{\pi}{6}))$ ، فإن $(Arg(z))$ تساوي

a)	$\frac{\pi}{3}$	b)	$\frac{\pi}{6}$	c)	$\frac{\pi}{2}$	d)	$\frac{2\pi}{3}$
----	-----------------	----	-----------------	----	-----------------	----	------------------

☒ إذا كان العدد المركب (w) وكان $(Arg(\bar{w}) = \theta)$ ، اجب عن الفقرات (66،67،68)

66- قيمة $(Arg(w))$ هي

a)	θ	b)	$-\theta$	c)	$\pi - \theta$	d)	$-\pi - \theta$
----	----------	----	-----------	----	----------------	----	-----------------

67- قيمة $(Arg(-w))$ هي

a) θ	b) $-\theta$	c) $\pi - \theta$	d) $-\pi - \theta$
-------------	--------------	-------------------	--------------------

68- قيمة $(Arg(\frac{1}{w}))$ هي

a) θ	b) $-\theta$	c) $\pi - \theta$	d) $-\pi - \theta$
-------------	--------------	-------------------	--------------------

☒ اذا كان الاعدد المركبة (w, v, u) وكان $(Arg(w) = \frac{\pi}{3}, Arg(v) = \frac{3\pi}{4}, Arg(u) = \frac{\pi}{6})$ ، اجب عن الفقرات (71,70,69)

69- قيمة $(Arg(\frac{wv}{u}))$ هي

a) $\frac{11\pi}{12}$	b) $\frac{13\pi}{4}$	c) $\frac{10\pi}{12}$	d) $\frac{3\pi}{4}$
-----------------------	----------------------	-----------------------	---------------------

70- قيمة $(Arg(2wv))$ هي

a) $\frac{13\pi}{3}$	b) $\frac{17\pi}{12}$	c) $\frac{13\pi}{12}$	d) $\frac{13\pi}{6}$
----------------------	-----------------------	-----------------------	----------------------

71- قيمة $(Arg(u^3))$ هي

a) $\frac{25\pi}{6}$	b) $\frac{11\pi}{6}$	c) $\frac{\pi}{2}$	d) $\frac{\pi}{3}$
----------------------	----------------------	--------------------	--------------------

72- اذا كان العدد المركب $(w = -1 + \sqrt{3}i)$ ، فإن $(Arg(w))$ تساوي

a) $\frac{2\pi}{3}$	b) $\frac{11\pi}{6}$	c) $\frac{5\pi}{6}$	d) $\frac{\pi}{6}$
---------------------	----------------------	---------------------	--------------------

73- اذا كان العدد المركب $(z = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i))$ ، فإن الزوج المرتب الذي يمثل $(|z|, Arg(w))$ هو

a) $(2, \frac{2\pi}{3})$	b) $(1, \frac{11\pi}{6})$	c) $(1, \frac{5\pi}{6})$	d) $(1, \frac{2\pi}{3})$
--------------------------	---------------------------	--------------------------	--------------------------

☒ اذا كان العدد المركب (u) وكان مقياسه (r) وسعته (θ) ، اجب عن الفقرتين (75,74)

74- قيمة $(|u\bar{u}|)$ هي

a) r^3	b) r^2	c) $2r$	d) $3r$
----------	----------	---------	---------

75- قيمة $(Arg(u^3))$ هي

a) $\pi + \frac{\theta}{3}$	b) $\pi - \frac{\theta}{3}$	c) $\frac{\theta}{3}$	d) 3θ
-----------------------------	-----------------------------	-----------------------	--------------

☒ اذا كان العدد المركب $(u = 1 + \cos \theta + i \sin \theta)$ وكان $(\theta \in (-\pi, \pi])$ ، اجب عن الفقرتين (77,76)

76- قيمة (r) هي

a) $\sqrt{2 + 2 \cos \theta}$	b) $\sqrt{1 + \cos \theta}$	c) $\sqrt{1 + 2 \cos \theta}$	d) $\sqrt{2 + \cos \theta}$
-------------------------------	-----------------------------	-------------------------------	-----------------------------

77- قيمة $(Arg(u))$ هي

a) 2θ	b) $\frac{\theta}{2}$	c) θ	d) $\pi - \theta$
--------------	-----------------------	-------------	-------------------

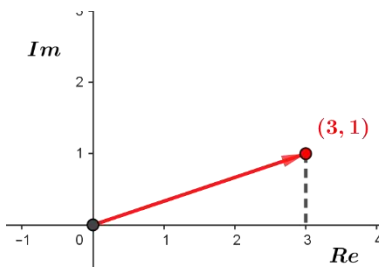
78- الجزء الحقيقي للعدد المركب الذي مقياسه $(\sqrt{2})$ وسعته $(\frac{7\pi}{6})$ هو

a) $-\frac{1}{\sqrt{2}}$	b) $\frac{-\sqrt{2}}{6}$	c) $\frac{-\sqrt{6}}{2}$	d) $\frac{\sqrt{6}}{2}$
--------------------------	--------------------------	--------------------------	-------------------------

79- اذا كان العدد المركب (v) وكان $(Arg(v^3) = \theta)$ ، فإن $(Arg(v))$ هي

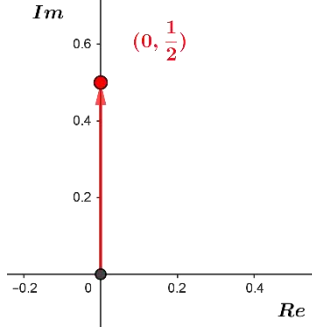
a) 3θ	b) $\frac{\theta}{3}$	c) $\pi - \frac{\theta}{3}$	d) $\pi + \frac{\theta}{3}$
--------------	-----------------------	-----------------------------	-----------------------------

80- التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (z) :



a)	$z = 3 - i$
b)	$z = \sqrt{-9} + i$
c)	$z = 3 + \sqrt{-1}$
d)	$z = \sqrt{-9} - \sqrt{-1}$

81- التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (z):

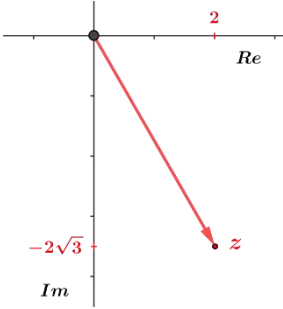


a)	$z = \frac{1}{2}i$
b)	$z = \sqrt{\frac{1}{4}}$
c)	$z = 1 - \frac{1}{2}i$
d)	$z = \sqrt{\frac{-1}{4}}$

82- التمثيل البياني في المستوى المركب الذي يمثل العدد المركب ($z = 2i^{35}$) هو

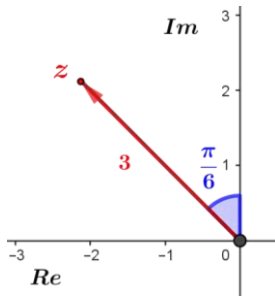
a)		b)	
c)		d)	

83- اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (z) ، فإن الصورة المثلثية للعدد المركب (z) هي



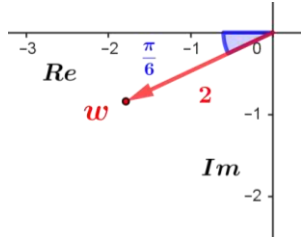
a)	$z = 4(\cos(\frac{\pi}{3}) - i\sin(\frac{\pi}{3}))$
b)	$z = 4(\cos(-\frac{\pi}{3}) - i\sin(-\frac{\pi}{3}))$
c)	$z = 4(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$
d)	$z = 4(\cos(-\frac{\pi}{3}) + i\sin(-\frac{\pi}{3}))$

84- اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (z) ، فإن الصورة المثلثية للعدد المركب (z) هي



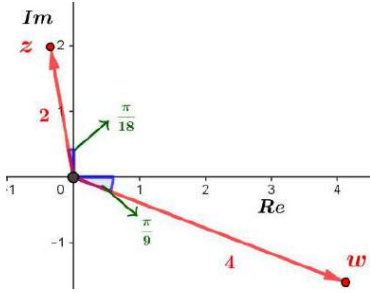
a)	$z = 3(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))$
b)	$z = 3(\cos(\frac{4\pi}{6}) + i\sin(\frac{4\pi}{6}))$
c)	$z = 3(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$
d)	$z = 3(\cos(\frac{2\pi}{3}) + i\sin(\frac{2\pi}{3}))$

85- اذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العدد المركب (w) ، فإن الصورة المثلثية للعدد المركب (w) هي



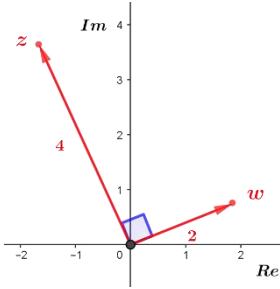
a)	$w = 2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))$
b)	$w = 2(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i\sin(-\frac{\pi}{6}))$
c)	$w = 2(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i\sin(\frac{5\pi}{6}))$
d)	$w = 2(\cos(-\frac{5\pi}{6}) + i\sin(-\frac{5\pi}{6}))$

86- إذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (z, w) ، فإن الصورة القاسية لنتاج $\left(\frac{w}{z}\right)$ هي



a)	$1 - \sqrt{3}i$
b)	$-1 - \sqrt{3}i$
c)	$1 + \sqrt{3}i$
d)	$1 + \sqrt{3}i$

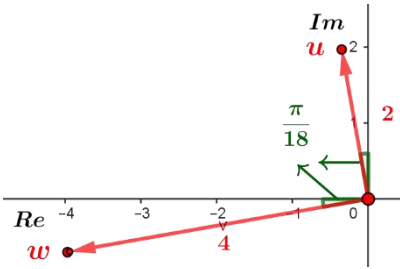
87- إذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (z, w) ، فإن الصورة المثلثية لنتاج $\left(\frac{z}{w}\right)$ هي



a)	$2(\cos(\frac{\pi}{2} + 2\theta) + i\sin(\frac{\pi}{2} + 2\theta))$
b)	$\frac{1}{2}(\cos(\frac{\pi}{2} - 2\theta) + i\sin(\frac{\pi}{2} - 2\theta))$
c)	$2(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}))$
d)	$\frac{1}{2}(\cos(-\frac{\pi}{2}) + i\sin(-\frac{\pi}{2}))$

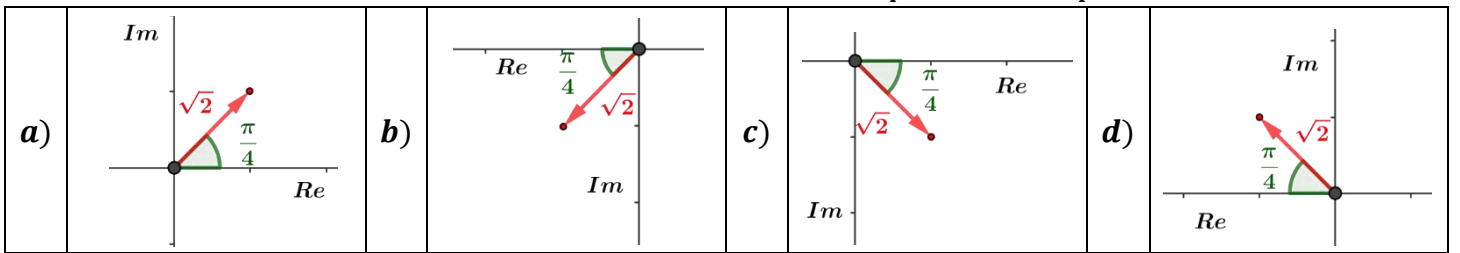
88- إذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (u, w) ،

فإن الصورة المثلثية لنتاج $\left(\frac{u}{w}\right)$ هي



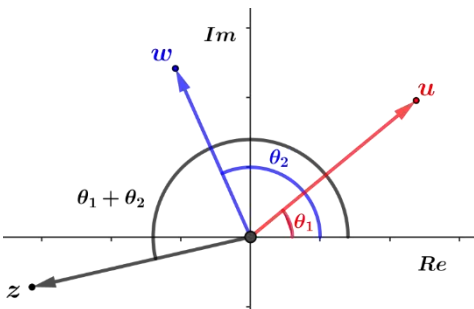
a)	$\frac{1}{2}(\cos(\frac{27\pi}{18}) + i\sin(\frac{27\pi}{18}))$
b)	$\frac{1}{2}(\cos(\frac{29\pi}{2}) + i\sin(\frac{29\pi}{2}))$
c)	$\frac{1}{2}(\cos(-\frac{9\pi}{18}) + i\sin(-\frac{9\pi}{18}))$
d)	$\frac{1}{2}(\cos(-\frac{7\pi}{18}) + i\sin(-\frac{7\pi}{18}))$

89- التمثيل البياني للعدد المركب $(z = \sqrt{2}(\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i\sin(-\frac{3\pi}{4})))$ في المستوى المركب هو



90- إذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل الاعداد المركبة (z, u, w) ،

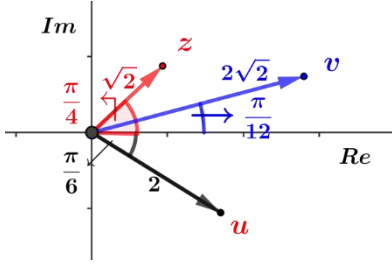
فإن العدد المركب (z) يمثل :



a)	$u + w$
b)	$u - w$
c)	$u \cdot w$
d)	u / w

91- إذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل الأعداد المركبة (z, u, v) ، اجب عن الفقرات (91, 92, 93)

91- الصورة المتثلنية للعدد المركب (u) هي



a)	$\frac{1}{2}(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))$
b)	$2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))$
c)	$\frac{1}{2}(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i\sin(-\frac{\pi}{6}))$
d)	$2(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i\sin(-\frac{\pi}{6}))$

92- الصورة الجبرية للعدد المركب (z) هي

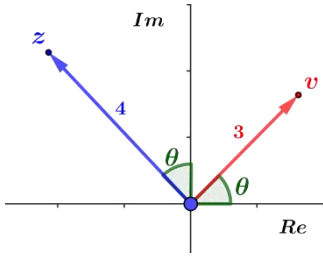
a)	$1 + i$	b)	$1 + \sqrt{2}i$	c)	$\sqrt{2} + i$	d)	$\sqrt{3} + i$
----	---------	----	-----------------	----	----------------	----	----------------

93- يمثل العدد المركب (v) :

a)	$z \cdot u$	b)	z / u	c)	$z + u$	d)	$z - u$
----	-------------	----	---------	----	---------	----	---------

94- إذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (z, v) ،

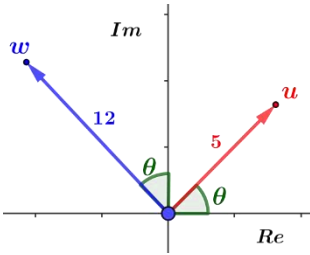
فإن قيمة $(|z - v|)$ هي



a)	3
b)	4
c)	5
d)	7

95- إذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (w, u) ،

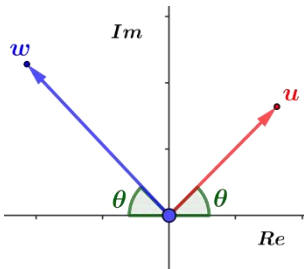
فإن قيمة $(|w + u|)$ هي



a)	17
b)	13
c)	7
d)	2

96- إذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (w, u) ،

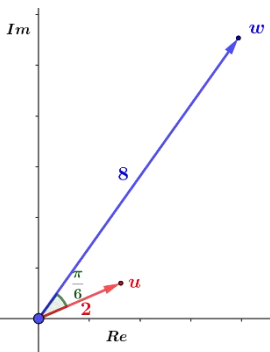
فإن قيمة $(Arg(w \cdot u))$ هي



a)	0
b)	$\frac{\pi}{2}$
c)	$-\frac{\pi}{2}$
d)	π

97- إذا كان التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور يمثل العددين المركبين (w, u) ، و

كان $(|w| = 8, |u| = 2)$ ، فإن قيمة (z) هي



a)	$16(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))$
b)	$4(\cos(\frac{\pi}{6}) + i\sin(\frac{\pi}{6}))$
c)	$4(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$
d)	$4(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i\sin(-\frac{\pi}{6}))$

☒ اذا كان العدد المركب $(w = \frac{1}{-\sqrt{3}+i})$ ، اجب عن الفقرات (105,104,103,102,101,100,99,98)

98- قيمة (r) للعدد المركب (w) هي

a)	1	b)	$\frac{1}{8}$	c)	$\frac{1}{2}$	d)	$\frac{1}{4}$
----	---	----	---------------	----	---------------	----	---------------

99- قيمة $(Arg(w))$ هي

a)	$\frac{\pi}{6}$	b)	$-\frac{\pi}{6}$	c)	$\frac{5\pi}{6}$	d)	$-\frac{5\pi}{6}$
----	-----------------	----	------------------	----	------------------	----	-------------------

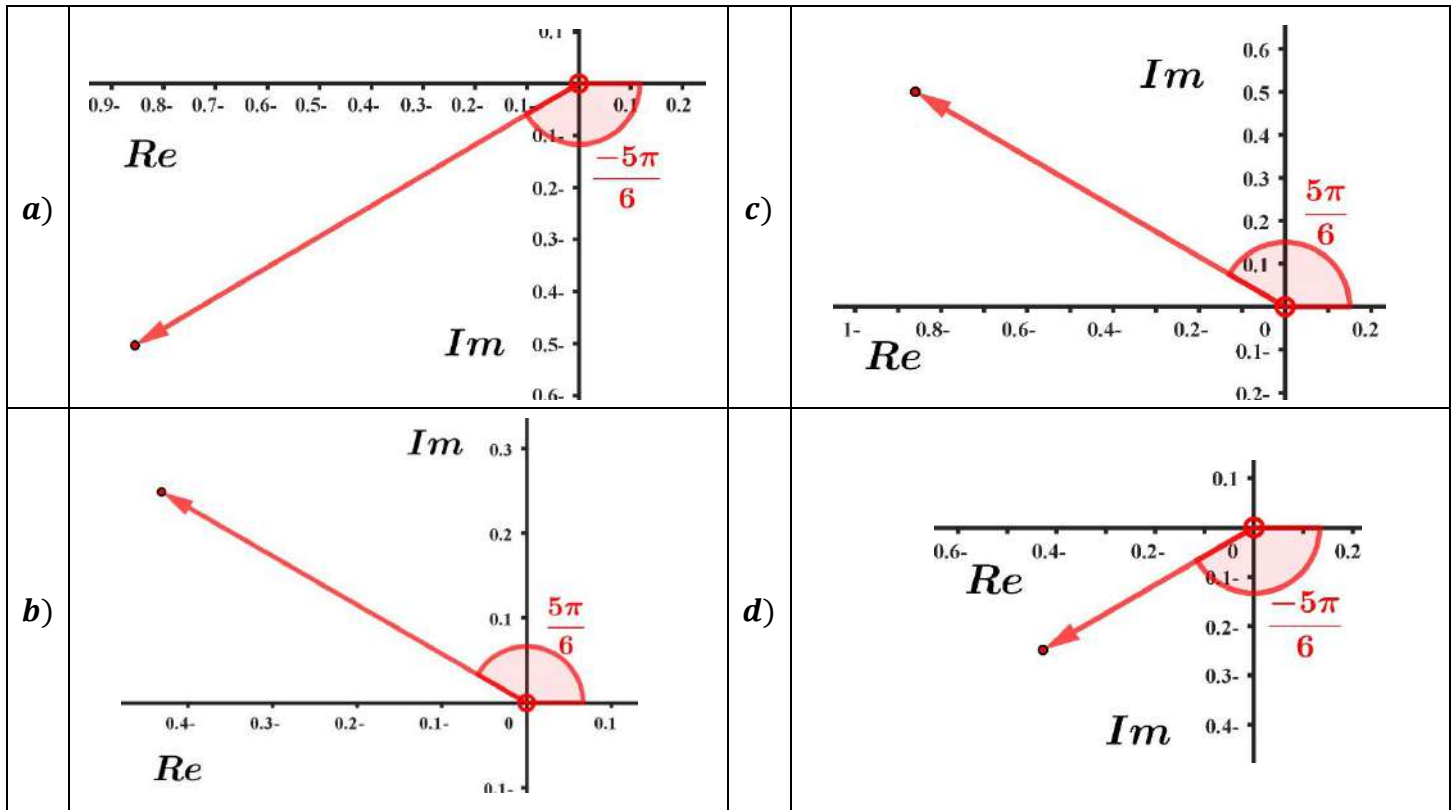
100- الصورة المثلثية للعدد المركب (w) هي

a)	$\frac{1}{2}(\cos(\frac{5\pi}{6}) - i \sin(\frac{5\pi}{6}))$	c)	$\frac{1}{2}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$
b)	$\frac{1}{4}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$	d)	$\frac{1}{4}(\cos(\frac{5\pi}{6}) - i \sin(\frac{5\pi}{6}))$

101- المرافق للعدد المركب (w) هو

a)	$\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$	b)	$\frac{-\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$	c)	$\frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$	d)	$\frac{\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$
----	------------------------------------	----	-------------------------------------	----	-------------------------------------	----	------------------------------------

102- التمثيل البياني للعدد المركب (w) هو



103- الصورة المثلثية لمرافق للعدد المركب (w) هي

a)	$\frac{1}{2}(\cos(\frac{5\pi}{6}) - i \sin(\frac{5\pi}{6}))$	c)	$\frac{1}{2}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$
b)	$\frac{1}{4}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$	d)	$\frac{1}{4}(\cos(\frac{5\pi}{6}) - i \sin(\frac{5\pi}{6}))$

104- ناتج $(w \cdot \bar{w})$ بالصورة المثلثية هو

a)	$\frac{1}{16}(\cos(0) + i \sin(0))$	c)	$\frac{1}{4}(\cos(\pi) + i \sin(\pi))$
b)	$\frac{1}{4}(\cos(0) + i \sin(0))$	d)	$\frac{1}{16}(\cos(\pi) + i \sin(\pi))$

105- ناتج $(\frac{w}{\bar{w}})$ بالصورة المثلثية هو

a)	$(\cos(\frac{10\pi}{6}) + i \sin(\frac{10\pi}{6}))$	c)	$(\cos(\frac{10\pi}{6}) - i \sin(\frac{10\pi}{6}))$
b)	$(\cos(0) + i \sin(0))$	d)	$(\cos(\pi) + i \sin(\pi))$

106- السعة الأساسية (θ) لمرافق العدد المركب ($z = 5i$) ، اجب عن الفقرات (109,108,107,106)

107- الصورة المتثلثية لمرافق العدد المركب (z) هي

a) 0	b) π	c) $\frac{\pi}{2}$	d) $\frac{3\pi}{2}$
------	----------	--------------------	---------------------

108- قيمة ($Arg(z \cdot \bar{z})$) هي

a) $5(\cos(\frac{\pi}{2}) - i \sin(\frac{\pi}{2}))$	c) $5(\cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2}))$
b) $5(\cos(-\frac{\pi}{2}) - i \sin(-\frac{\pi}{2}))$	d) $5(\cos(\frac{3\pi}{2}) + i \sin(\frac{3\pi}{2}))$

109- قيمة ($Arg(\frac{z}{\bar{z}})$) هي

a) π	b) $-\pi$	c) 2π	d) 0
----------	-----------	-----------	------

110- اذا كان العدد المركب ($z = 1 - i\sqrt{3}$) ، فإن قيمة ($|-z| - |z|$) هي

a) -2π	b) $-\pi$	c) π	d) 2π
------------	-----------	----------	-----------

111- اذا كان العددين المركبان (z, w) وكان ($\bar{z} = 2i, w = 1 + i$) ، اجب عن الفقرتين (112,111)

a) 4	b) -4	c) 0	d) 2
------	-------	------	------

112- الصورة المتثلثية لمرافق العدد المركب (w) هي

a) $-\frac{1}{4} + \frac{5}{4}i$	b) $\frac{1}{4} - \frac{5}{4}i$	c) $-\frac{1}{4} - \frac{5}{4}i$	d) $\frac{1}{4} + \frac{5}{4}i$
----------------------------------	---------------------------------	----------------------------------	---------------------------------

113- قيمة المقدار ($\frac{2+3i}{zw}$) هي

a) $\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + \sqrt{2}i \sin(\frac{\pi}{4}))$	c) $\sqrt{2}(\cos(\frac{3\pi}{4}) + \sqrt{2}i \sin(\frac{3\pi}{4}))$
b) $\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) - i \sin(\frac{\pi}{4}))$	d) $\sqrt{2}(\cos(\frac{3\pi}{4}) - i \sin(\frac{3\pi}{4}))$

114- اذا كان العددين المركبان (z, v) وكان ($v = 1 - i, z = 1 + i$) ، اجب عن الفقرتين (114,113)

115- قيمة ($|\frac{1}{2}z\bar{z}|$) هي

a) 1	b) $\frac{1}{2}$	c) $-\frac{1}{2}$	d) -1
------	------------------	-------------------	-------

116- قيمة المقدار ($3v$) هي

a) $3 - 3i$	b) $3 + 3i$	c) $-3 - 3i$	d) $-3 + 3i$
-------------	-------------	--------------	--------------

117- اذا كانت الاعداد المركبة (z, v, u) وكان ($u = 3 - i, v = 2 + 4i, z = 3 - 4i$) ، اجب عن الفقرات (117,116,115)

118- قيمة ($\overline{u - v}$) هي

a) $1 - 5i$	b) $1 + 5i$	c) $-1 + 5i$	d) $-1 - 5i$
-------------	-------------	--------------	--------------

119- قيمة ($\overline{v + 2z}$) هي

a) $7 + 4i$	b) $8 + 4i$	c) $-8 - 4i$	d) $8 - 4i$
-------------	-------------	--------------	-------------

120- قيمة ($v \div z$) هي

a) $\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$	b) $-\frac{2}{5} + \frac{4}{5}i$	c) $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$	d) $-\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$
---------------------------------	----------------------------------	---------------------------------	----------------------------------

121- اذا كان العدد المركب ($z = \frac{\sqrt{-3+1}}{2i}$) ، فإن قيمة ($(z - \bar{z})^{4t}, t \in \mathcal{Z}$) هي

a) 1	b) -1	c) -i	d) i
------	-------	-------	------

122- اذا كان العدد المركب ($z = 3 + 4i$) ، اجب عن الفقرتين (120,119)

123- قيمة ($z \cdot \bar{z}$) هي

a) 9	b) 25	c) 36	d) 24
------	-------	-------	-------

120- قيمة المقدار $(z^2 - z\bar{z} + (\bar{z})^2)$ هي

a)	-7	b)	7	c)	39	d)	-39
----	----	----	---	----	----	----	-----

121- اذا كان العدد المركب (z) حيث $(|z| = 5\sqrt{5}, Arg(z) = \tan^{-1}(\frac{1}{2}))$ ، وكان $(\frac{z}{3+4i} = p + iq)$ ، فإن قيمة $(p + q)$ هي

a)	1	b)	-1	c)	i	d)	$1 - i$
----	---	----	----	----	-----	----	---------

122- الصورة الجبرية للعدد المركب $(w = \sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4}))$ هي

a)	$w = 1 + \sqrt{2}i$	b)	$w = 1 - \sqrt{2}i$	c)	$w = 1 + i$	d)	$w = 1 - i$
----	---------------------	----	---------------------	----	-------------	----	-------------

123- الصورة الجبرية للعدد المركب $(v = 2(\cos(\frac{2\pi}{3}) + i\sin(\frac{2\pi}{3}))$ هي

a)	$v = -\sqrt{3} + i$	b)	$v = -\sqrt{3} - i\sqrt{3}$	c)	$v = -\sqrt{2} + i\sqrt{2}$	d)	$v = -1 + i\sqrt{3}$
----	---------------------	----	-----------------------------	----	-----------------------------	----	----------------------

124- الصورة الجبرية للعدد المركب (w) حيث $(\theta = \frac{\pi}{3}, |w| = 3)$ هي

a)	$w = \frac{2}{3} + \frac{3i\sqrt{3}}{2}$	b)	$w = \frac{3}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$	c)	$w = \frac{3}{2} + \frac{i}{\sqrt{2}}$	d)	$w = \frac{3}{2} + \frac{3i\sqrt{3}}{2}$
----	--	----	---	----	--	----	--

125- الصورة الجبرية للعدد المركب (v) حيث $(\theta = \pi, |v| = 4)$ هي

a)	$v = -4i$	b)	$v = 4i$	c)	$v = -4$	d)	$v = 4$
----	-----------	----	----------	----	----------	----	---------

126- الصورة الجبرية للعدد المركب (u) حيث $(\theta = \frac{3\pi}{4}, |u| = 3)$ هي

a)	$u = \frac{3}{\sqrt{2}} - \frac{3i}{\sqrt{2}}$	b)	$u = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3i}{\sqrt{2}}$	c)	$u = \frac{-3}{\sqrt{2}} - \frac{3i}{\sqrt{2}}$	d)	$u = \frac{-3}{\sqrt{2}} + \frac{3i}{\sqrt{2}}$
----	--	----	--	----	---	----	---

127- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = \frac{\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}))}{\frac{1}{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4}))}$ هي

a)	$z = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{2}i$	b)	$z = 1 + i$	c)	$z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$	d)	$z = 2 + 2i$
----	------------------------------	----	-------------	----	----------------------------------	----	--------------

128- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = -(\cos(\pi) + i\sin(\pi)))$ هي

a)	$z = 1$	b)	$z = 1 + i$	c)	$z = -1$	d)	$z = -1 + i$
----	---------	----	-------------	----	----------	----	--------------

129- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = (\cos(\frac{7\pi}{6}) + i\sin(\frac{7\pi}{6}))$ هي

a)	$z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$	b)	$z = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$	c)	$z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$	d)	$z = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$
----	---	----	--	----	---	----	--

130- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = 3(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}))$ هي

a)	$z = 3i$	b)	$z = -3i$	c)	$z = 3$	d)	$z = -3$
----	----------	----	-----------	----	---------	----	----------

131- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = 5(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$ هي

a)	$z = 5 + 5i\sqrt{3}$	b)	$z = \frac{5}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$	c)	$z = \frac{5}{2} + \frac{5i\sqrt{3}}{2}$	d)	$z = 5 + \frac{5i\sqrt{3}}{2}$
----	----------------------	----	---	----	--	----	--------------------------------

132- الصورة القياسية للعدد المركب $(z = \frac{1}{-5+3i})$ هي

a)	$z = \frac{-5}{34} + \frac{3}{34}i$	b)	$z = \frac{-5}{34} - \frac{3}{34}i$	c)	$z = \frac{5}{34} + \frac{3}{34}i$	d)	$z = \frac{5}{34} - \frac{3}{34}i$
----	-------------------------------------	----	-------------------------------------	----	------------------------------------	----	------------------------------------

133- الصورة المثلثية للعدد المركب $(z = -6 + 2\sqrt{3}i)$ هي

a)	$4\sqrt{3}(\cos(\frac{7\pi}{6}) + i\sin(\frac{7\pi}{6}))$	c)	$4\sqrt{3}(\cos(\frac{10\pi}{6}) + i\sin(\frac{10\pi}{6}))$
b)	$4\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i\sin(\frac{5\pi}{6}))$	d)	$4\sqrt{3}(\cos(\frac{11\pi}{6}) + i\sin(\frac{11\pi}{6}))$

134- الصورة المثلثية للعدد المركب الذي مقياسه (5) وسعته الأساسية $(\frac{\pi}{3})$ هو

a)	$5(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$	c)	$5(\sin(\frac{\pi}{3}) + i\cos(\frac{\pi}{3}))$
b)	$5(\cos(\frac{\pi}{3}) - i\sin(\frac{\pi}{3}))$	d)	$5(\sin(\frac{\pi}{3}) - i\cos(\frac{\pi}{3}))$

135- الصورة المثلثية للعدد المركب $(z = 2 - 2i)$ هي

a) $2\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))$	c) $2\sqrt{2}(\cos(-\frac{7\pi}{4}) + i \sin(-\frac{7\pi}{4}))$
b) $2\sqrt{2}(\cos(\frac{7\pi}{4}) + i \sin(\frac{7\pi}{4}))$	d) $2\sqrt{2}(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4}))$

136- الصورة المثلثية للعدد المركب $(z = \frac{18+2i}{5-4i})$ هي

a) $2\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))$	c) $2\sqrt{2}(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4}))$
b) $2\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) - i \sin(\frac{\pi}{4}))$	d) $2\sqrt{2}(\cos(-\frac{\pi}{4}) - i \sin(-\frac{\pi}{4}))$

137- الصورة المثلثية للعدد المركب $(z = \frac{1}{i})$ هي

a) $(\cos(\frac{3\pi}{2}) + i \sin(\frac{3\pi}{2}))$	c) $(\cos(\frac{\pi}{2}) - i \sin(\frac{\pi}{2}))$
b) $(\cos(\frac{3\pi}{2}) - i \sin(\frac{3\pi}{2}))$	d) $(\cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2}))$

138- الصورة المثلثية للعدد المركب $(z = \frac{-4}{\sqrt{3}+i})$ هي

a) $2(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$	c) $2(\cos(\frac{11\pi}{6}) + i \sin(\frac{11\pi}{6}))$
b) $2(\cos(\frac{7\pi}{6}) + i \sin(\frac{7\pi}{6}))$	d) $2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6}))$

139- اذا كان $(z = 2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6})) , w = 5(\cos(\frac{3\pi}{2}) + i \sin(\frac{3\pi}{2}))$ فإن الصورة المثلثية لنتاج (zw) هي

a) $10(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$	c) $10(\cos(\frac{5\pi}{3}) + i \sin(\frac{5\pi}{3}))$
b) $10(\cos(\frac{7\pi}{6}) + i \sin(\frac{7\pi}{6}))$	d) $10(\cos(\frac{4\pi}{3}) + i \sin(\frac{4\pi}{3}))$

☒ اذا كانت الأعداد المركبة (v, u, w) وكان $(v = (\cos(\frac{-\pi}{2}) + i \sin(\frac{-\pi}{2}))) , (u = 2\sqrt{2}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6})))$

اجب عن الفقرتين (140، 141) $(w = 4(\cos(\frac{5\pi}{12}) - i \sin(\frac{5\pi}{12}))$

140- قيمة $(\frac{uv}{w})$ بالصورة المثلثية هي

a) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos(\frac{-\pi}{4}) + i \sin(\frac{-\pi}{4}))$	c) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i \sin(-\frac{3\pi}{4}))$
b) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))$	d) $\frac{1}{\sqrt{2}}(\cos(\frac{3\pi}{4}) + i \sin(\frac{3\pi}{4}))$

141- قيمة $(\frac{uv}{w})$ بالصورة الجبرية هي

a) $z = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$	b) $z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$	c) $z = \frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$	d) $z = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$
--------------------------------------	--------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

☒ اذا كان الأعداد المركبة (v, u) وكان $(v = -9 + 3\sqrt{3}i, |u| = \sqrt{3}, Arg(u) = \frac{7\pi}{12})$ ، اجب عن الفقرات (142، 143، 144، 145)

بحيث يكون الناتج بالصورة المثلثية $(r(\cos \theta + i \sin \theta), -\pi < \theta \leq \pi)$

142- قيمة (u) هي

a) $3\sqrt{3}(\cos(\frac{7\pi}{12}) + i \sin(\frac{7\pi}{12}))$	c) $3\sqrt{3}(\cos(-\frac{7\pi}{12}) + i \sin(-\frac{17\pi}{12}))$
b) $\sqrt{3}(\cos(\frac{7\pi}{12}) + i \sin(\frac{7\pi}{12}))$	d) $\sqrt{3}(\cos(-\frac{7\pi}{12}) + i \sin(-\frac{7\pi}{12}))$

143- قيمة (v) هي

a) $6\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) - i \sin(\frac{5\pi}{6}))$	c) $6\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$
b) $6\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) - i \sin(\frac{5\pi}{6}))$	d) $6\sqrt{3}(\cos(-\frac{5\pi}{6}) + i \sin(-\frac{5\pi}{6}))$

a)	$18(\cos(\frac{17\pi}{12}) + i \sin(\frac{17\pi}{12}))$	c)	$18(\cos(-\frac{17\pi}{12}) + i \sin(-\frac{17\pi}{12}))$
b)	$18(\cos(\frac{7\pi}{12}) + i \sin(\frac{7\pi}{12}))$	d)	$18(\cos(-\frac{7\pi}{12}) + i \sin(-\frac{7\pi}{12}))$

a)	$\frac{1}{6}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))$	c)	$6(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4}))$
b)	$\frac{1}{6}(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4}))$	d)	$6(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))$

146- اذا كان $(x^2 - iy^2 = 9 - 25i)$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(9, 25)$	b)	$(3, 5)$	c)	$(-3, -5)$	d)	$(\pm 3, \pm 5)$
----	-----------	----	----------	----	------------	----	------------------

147- اذا كان $(3x - 2iy = (5 - i)^2)$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(8, 5)$	b)	$(\frac{26}{3}, 5)$	c)	$(8, -5)$	d)	$(5, 8)$
----	----------	----	---------------------	----	-----------	----	----------

148- اذا كان $(2x - 8iy = -10 + 4i)$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(4, -5)$	b)	$(-5, \frac{1}{2})$	c)	$(2, 5)$	d)	$(-5, 2)$
----	-----------	----	---------------------	----	----------	----	-----------

149- اذا كان $(7i = (x + 3i)(y - i) - 9)$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(-9, \frac{-2}{3}), (2, 3)$	b)	$(9, \frac{2}{3}), (-2, -3)$	c)	$(9, \frac{2}{3}), (2, 3)$	d)	$(\frac{2}{3}, 9), (3, 2)$
----	------------------------------	----	------------------------------	----	----------------------------	----	----------------------------

150- اذا كان $(x + 3 - 4yi = i(8 + yi))$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(1, 2)$	b)	$(-1, -2)$	c)	$(1, -2)$	d)	$(-1, 2)$
----	----------	----	------------	----	-----------	----	-----------

151- اذا كان $(x(3 + 2i) + y(2 - 2i) = 1 + 4i)$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(-1, -1)$	b)	$(1, 1)$	c)	$(-1, 1)$	d)	$(1, -1)$
----	------------	----	----------	----	-----------	----	-----------

152- اذا كان $(x^2 - y^2 + i(x + y) = 3(1 + i))$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(2, 1)$	b)	$(1, 2)$	c)	$(-1, 2)$	d)	$(2, -1)$
----	----------	----	----------	----	-----------	----	-----------

153- اذا كان $(\frac{x+iy}{1-i} + \frac{2x+3iy}{1+i} = \frac{7}{2})$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(\frac{-28}{10}, \frac{7}{10})$	b)	$(\frac{28}{10}, \frac{-7}{10})$	c)	$(\frac{28}{10}, \frac{7}{10})$	d)	$(\frac{7}{10}, \frac{28}{10})$
----	----------------------------------	----	----------------------------------	----	---------------------------------	----	---------------------------------

154- اذا كان $(x + iy = \frac{4+\sqrt{2}i}{3-\sqrt{2}i})$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(\frac{10}{7}, \frac{\sqrt{2}}{7})$	b)	$(\frac{10}{7}, \sqrt{2})$	c)	$(\frac{10}{11}, \frac{7\sqrt{2}}{11})$	d)	$(\frac{10}{11}, \frac{-7\sqrt{2}}{11})$
----	--------------------------------------	----	----------------------------	----	---	----	--

155- اذا كان $((2y + 1) - i(2x - 1) = -8 + 3i)$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تحقق المعادلة هي

a)	$(-\frac{9}{2}, -1)$	b)	$(\frac{9}{2}, -1)$	c)	$(-1, -\frac{9}{2})$	d)	$(-1, \frac{9}{2})$
----	----------------------	----	---------------------	----	----------------------	----	---------------------

156- اذا كان (z) عدد مركب حيث $(z = (x^2 + x) + i(x^2 + y - 1))$ ، فإن قيمة $(x, y) \in \mathcal{R}$ ، التي تجعل العدد المركب (z) معدوماً هي

a)	$((0, 1), (0, -1))$	b)	$((0, 1), (1, 0))$	c)	$((0, 1), (-1, 0))$	d)	$((0, -1), (-1, 0))$
----	---------------------	----	--------------------	----	---------------------	----	----------------------

157- قيمة (y) التي تحقق المعادلة $((\sqrt{x}) + i\sqrt{-xy} = 2 + 6i)$ ، $(x, y \in \mathcal{R}^+)$ هي

a)	$y = 4$	b)	$y = 9$	c)	$y = 5$	d)	$y = 2$
----	---------	----	---------	----	---------	----	---------

158- قيمة (x) التي تحقق المعادلة $((2 - 4i) + x = -5 + i)$ هي

a)	$x = 7 - 5i$	b)	$x = -7 + 5i$	c)	$x = -7 - 5i$	d)	$x = 7 + 5i$
----	--------------	----	---------------	----	---------------	----	--------------

☒ اذا كان $(x + iy = \frac{a+ib}{a-ib})$ ، اجب عن الفقرات (160:159)

159- قيمة المقدار $(x^2 - y^2)$ هي

a)	$1 - \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	b)	$-1 + \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	c)	$-1 - \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	d)	$1 + \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$
----	-----------------------------------	----	------------------------------------	----	------------------------------------	----	-----------------------------------

160- قيمة المقدار $(x^2 + y^2)$ هي

a)	$1 - \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	b)	$-1 + \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	c)	$-1 - \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$	d)	$1 + \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2}$
----	-----------------------------------	----	------------------------------------	----	------------------------------------	----	-----------------------------------

161- اذا كان $((x + iy)(1 - i) = 2 - i)$ ، فإن قيمة المقدار $(2(x^3 + y^3))$ هي

a)	7	b)	-7	c)	14	d)	-14
----	---	----	----	----	----	----	-----

162- اذا كان $(11 + 3i = (x + iy)(2x - iy))$ ، فإن قيمة المقدار $(x^2 - y^2)$ هي

a)	$(-8, \frac{5}{2})$	b)	$(8, -\frac{5}{2})$	c)	$(-8, -\frac{5}{2})$	d)	$(8, \frac{5}{2})$
----	---------------------	----	---------------------	----	----------------------	----	--------------------

163- اذا كان (z) عدد مركب في الصورة القياسية ، فإن قيمة (a, b) ، اللتان تكونان مجموعة الحل للمعادلة $(2z - 3\bar{z} = 5 + 10i)$ هي

a)	$(1, -5)$	b)	$(-5, 2)$	c)	$(-5, -5)$	d)	$(5, -2)$
----	-----------	----	-----------	----	------------	----	-----------

164- اذا كان $(\frac{i}{i+3} = \frac{1+3i}{k})$ ، فإن قيمة $(k, k \in \mathcal{R})$ هي

a)	5	b)	6	c)	7	d)	10
----	---	----	---	----	---	----	----

165- اذا كان $(2 + 3i = \frac{a^2+b^2}{a+ib})$ ، فإن قيمة $(ab, a, b \in \mathcal{R})$ هي

a)	-5	b)	-6	c)	5	d)	6
----	----	----	----	----	---	----	---

166- اذا كان $((x + 2iy), (1 + i)^5)$ عددين مركبين مترافقين ، فإن قيم (x, y) هي

a)	$(4, 2)$	b)	$(-4, -2)$	c)	$(-4, 2)$	d)	$(4, -2)$
----	----------	----	------------	----	-----------	----	-----------

167- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(w = 8 + 6i)$ هي

a)	$(-3 - i, 3 + i)$	b)	$(-3 + i, 3 + i)$	c)	$(-3 - i, 3 - i)$	d)	$(-3 + i, 3 - i)$
----	-------------------	----	-------------------	----	-------------------	----	-------------------

168- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(z = -2i)$ هي

a)	$(1 + i, -1 + i)$	b)	$(-1 - i, -1 + i)$	c)	$(1 - i, 1 + i)$	d)	$(1 - i, -1 + i)$
----	-------------------	----	--------------------	----	------------------	----	-------------------

169- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(u = -6i)$ هي

a)	$\pm(\sqrt{3} - \sqrt{3}i)$	b)	$\pm(\sqrt{3} + \sqrt{3}i)$	c)	$\pm(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}}i)$	d)	$\pm(\sqrt{3} + \frac{1}{\sqrt{3}}i)$
----	-----------------------------	----	-----------------------------	----	---------------------------------------	----	---------------------------------------

170- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(v = -i)$ هي

a)	$\pm(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i)$	b)	$\pm(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i)$	c)	$\pm(\sqrt{2} - \sqrt{2}i)$	d)	$\pm(\sqrt{2} + \sqrt{2}i)$
----	---	----	---	----	-----------------------------	----	-----------------------------

171- الجذرين التربيعيين للعدد المركب $(z = \frac{4}{1-i\sqrt{3}})$ هي

a)	$\pm(\sqrt{\frac{3}{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i)$	b)	$\pm(\sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i)$	c)	$\pm(\sqrt{\frac{3}{2}} - i)$	d)	$\pm(\sqrt{\frac{3}{2}} + i)$
----	---	----	---	----	-------------------------------	----	-------------------------------

172- المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(3 - 4i)$ هي

a)	$x^2 + 6x + 25 = 0$	b)	$x^2 + 6x - 25 = 0$	c)	$x^2 - 6x + 25 = 0$	d)	$x^2 - 6x - 25 = 0$
----	---------------------	----	---------------------	----	---------------------	----	---------------------

173- المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(5 - i)$ هي

a)	$x^2 - 10x + 26 = 0$	b)	$x^2 + 10x - 26 = 0$	c)	$x^2 + 10x + 26 = 0$	d)	$x^2 - 10x - 26 = 0$
----	----------------------	----	----------------------	----	----------------------	----	----------------------

174- المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(\frac{\sqrt{2}+3i}{4})$ هي

a)	$16x^2 + 8\sqrt{2}x + 11 = 0$	c)	$16x^2 - 8\sqrt{2}x + 11 = 0$
b)	$16x^2 + 8\sqrt{2}x - 11 = 0$	d)	$16x^2 - 8\sqrt{2}x - 11 = 0$

☒ اذا كان العدد المركب (u) وكان ($u = 3 + i$) احد جذري المعادلة ($x^2 - ax + (5 + 5i) = 0$)، (a) عدداً مركباً، اجب عن

الفقرتين (176،175)

175- الجذر الآخر للمعادلة هو

a)	$\frac{5}{4} + \frac{5}{4}i$	b)	$1 + i$	c)	$2 - i$	d)	$2 + i$
----	------------------------------	----	---------	----	---------	----	---------

176- قيمة (a) هي

a)	$5 - 2i$	b)	$5 + 2i$	c)	$-5 + 2i$	d)	$-5 - 2i$
----	----------	----	----------	----	-----------	----	-----------

177- اذا كان ($(2z + 1 - i)(i\bar{z} + i - 2) = 0$)، فإن قيمة (z) هي

a)	$(-1 + 2i, \frac{-1}{2} + \frac{1}{2}i)$	b)	$(-1 - 2i, \frac{-1}{2} + \frac{1}{2}i)$	c)	$(-1 + 2i, \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}i)$	d)	$(1 - 2i, \frac{-1}{2} - \frac{1}{2}i)$
----	--	----	--	----	--	----	---

☒ اذا كان العدد المركب (u) وكان ($u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$)، وكان ($z = \frac{1+u}{1-u}$)، اجب عن الفقرات (180،179،178)

178- قيمة (u^2) بالصورة المثلثية هي

a)	$(\cos(-\frac{4\pi}{3}) - i \sin(-\frac{4\pi}{3}))$	c)	$(\cos(\frac{2\pi}{3}) - i \sin(\frac{2\pi}{3}))$
b)	$(\cos(\frac{4\pi}{3}) - i \sin(\frac{4\pi}{3}))$	d)	$(\cos(-\frac{2\pi}{3}) - i \sin(-\frac{2\pi}{3}))$

179- قيمة (z) بالصورة المثلثية هي

a)	$\frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i \sin(-\frac{\pi}{6}))$	c)	$\frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$
b)	$\frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6}))$	d)	$\frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(-\frac{5\pi}{6}) + i \sin(-\frac{5\pi}{6}))$

180- الجذرين التربيعين للعدد المركب (z) بالصورة المثلثية هما

a)	$\sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6})), \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(\frac{-5\pi}{6}) + i \sin(\frac{-5\pi}{6}))$
b)	$\sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i \sin(-\frac{\pi}{6})), \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(\frac{-5\pi}{6}) + i \sin(\frac{-5\pi}{6}))$
c)	$\sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i \sin(-\frac{\pi}{6})), \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$
d)	$\sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6})), \frac{1}{\sqrt{3}}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$

☒ اذا كان العدد المركب (u) وكان ($u = \frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3}$)، اجب عن الفقرتين (182،181)

181- اذا كان ($i = \sqrt{-1}$) فإن قيمة المقدار ($\frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3}$) بأبسط صورة هي

a)	-1	b)	1	c)	0	d)	i
----	------	----	-----	----	-----	----	-----

182- الجذرين التربيعين للعدد المركب (u) بالصورة المثلثية هما

a)	$\sqrt{z} = (\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4})), (\cos(\frac{-3\pi}{4}) + i \sin(\frac{-3\pi}{4}))$
b)	$\sqrt{z} = (\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4})), (\cos(\frac{-3\pi}{4}) + i \sin(\frac{-3\pi}{4}))$
c)	$\sqrt{z} = (\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4})), (\cos(\frac{3\pi}{4}) + i \sin(\frac{3\pi}{4}))$
d)	$\sqrt{z} = (\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4})), (\cos(\frac{3\pi}{4}) + i \sin(\frac{3\pi}{4}))$

183- المعادلة التربيعية التي جذراها هما ($\pm(2 + 2i)$) هي

a)	$x^2 + 8i = 0$	b)	$x^2 - 8i = 0$	c)	$-x^2 + 8i = 0$	d)	$-x^2 - 8i = 0$
----	----------------	----	----------------	----	-----------------	----	-----------------

184- المعادلة التربيعية التي جذراها هما ($\pm i$) هي

a)	$x^2 - i = 0$	b)	$x^2 - 1 = 0$	c)	$x^2 + 1 = 0$	d)	$x^2 - x + 1 = 0$
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	-------------------

185- المعادلة التربيعية التي جذراها هما ($3 - i, 3 + i$) هي

a)	$x^2 + 6x - 10 = 0$	b)	$x^2 - 6x + 10 = 0$	c)	$x^2 - 10x + 6 = 0$	d)	$x^2 - 6x + 5 = 0$
----	---------------------	----	---------------------	----	---------------------	----	--------------------

186- المعادلة التربيعية التي جذراها هما $(\frac{3-i}{1+i}, (3-2i)^2)$ هي

a)	$x^2 + (6 - 14i)x + (-19 - 22i) = 0$	c)	$x^2 + (6 - 14i)x - (19 - 22i) = 0$
b)	$x^2 - (6 - 14i)x + (-19 - 22i) = 0$	d)	$x^2 - (6 - 14i)x + (19 - 22i) = 0$

187- $(\sqrt{(1-i)(i^2-1)}(1-i^3))$ يساوي:

a)	$\pm(2)$	b)	$\pm(2i)$	c)	(2)	d)	$(2i)$
----	----------	----	-----------	----	-------	----	--------

188- $(\sqrt{3+4i})$ يساوي:

a)	$\pm(-2+2i)$	b)	$\pm(\sqrt{3}+2i)$	c)	$\pm(2-i)$	d)	$\pm(2+i)$
----	--------------	----	--------------------	----	------------	----	------------

189- حل المعادلة $(z)(i)z^2 = (3-4i)z^2$ في مجموعة الاعداد الحقيقية والمركبة هو

a)	$(0, \frac{-4}{25} - \frac{3}{25}i)$	b)	$(0, \frac{4}{25} - \frac{3}{25}i)$	c)	$(0, \frac{-4}{25} + \frac{3}{25}i)$	d)	$(0, \frac{4}{25} + \frac{3}{25}i)$
----	--------------------------------------	----	-------------------------------------	----	--------------------------------------	----	-------------------------------------

190- حل المعادلة $(x^2 + 4x + 5 = 0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

a)	$(-2-i, -2+i)$	b)	$(-2+i, 2-i)$	c)	$(2+i, 2-i)$	d)	$(2-i, -2+i)$
----	----------------	----	---------------	----	--------------	----	---------------

191- حل المعادلة $(z^2 + (2+i)z - 1 + 7i = 0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

a)	$(-3+i, 1-2i)$	b)	$(3-i, -1+2i)$	c)	$(4-3i, -4+3i)$	d)	$(4+3i, -4-3i)$
----	----------------	----	----------------	----	-----------------	----	-----------------

192- حل المعادلة $((1-i)z^2 - (6+4i)z + 9 - 7i = 0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

a)	$(-3+2i, 2-i)$	b)	$(3-2i, 2-i)$	c)	$(3+2i, 2+i)$	d)	$(3+2i, 2-i)$
----	----------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------

193- حل المعادلة $(z^3 + z^2 + z + 1 = 0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

a)	$(\pm i, \pm 1)$	b)	$(i, \pm 1)$	c)	$(\pm i, -1)$	d)	$(-i, \pm 1)$
----	------------------	----	--------------	----	---------------	----	---------------

194- حل المعادلة $(z^3 - iz^2 + 3z - 3i = 0)$ في مجموعة الاعداد المركبة هو

a)	$\pm i, i\sqrt{3}$	b)	$\pm i, -i\sqrt{3}$	c)	$i, \pm i\sqrt{3}$	d)	$-i, \pm i\sqrt{3}$
----	--------------------	----	---------------------	----	--------------------	----	---------------------

☒ اذا كانت المعادلة $(z^3 = 1)$ لها جذور حقيقية و مركبة، اجب عن الفقرات (195, 196, 197)

195- أنواع الجذور الممكنة للمعادلة $(z^3 - 1 = 0)$ هي

a)	(ثلاثة جذور حقيقية)	c)	(جذران حقيقيان و جذران مركبان مترافقان)
b)	(جذر حقيقي واحد و جذران مركبان مترافقان)	d)	(جذران حقيقيان و جذر مركب)

196- الجذور الحقيقية والمركبة للمعادلة $(z^3 - 1 = 0)$ هي

a)	$(1, \frac{-1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i)$	b)	$(1, \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i)$	c)	$(-1, \frac{-1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i)$	d)	$(-1, \frac{1}{2} \pm \frac{\sqrt{3}}{2}i)$
----	---	----	--	----	--	----	---

197- الشكل الناتج في المستوى المركب من توصيل نقاط جذور المعادلة $(z^3 - 1 = 0)$ هو

a)	(مربع)	b)	(مثلث متساوي الساقين)	c)	(مثلث متساوي الاضلاع)	d)	(دائرة)
----	--------	----	-----------------------	----	-----------------------	----	---------

198- اذا كان $(\mathcal{L}, \mathcal{M})$ جذري المعادلة $(x^2 + 1 = 0)$ ، فإن قيمة $(\mathcal{L}^{2020} + \mathcal{M}^{2020})$ هي

a)	$2i$	b)	-2	c)	2	d)	2020
----	------	----	------	----	-----	----	--------

199- معادلة المحل الهندسي الذي يمثل دائرة مركزها $(0, 0)$ ونصف قطرها (4) وحدات في المستوى المركب هي

a)	$ z = 4$	b)	$ z = 16$	c)	$ z - 4i = 16$	d)	$ z - i = 4$
----	-----------	----	------------	----	-----------------	----	---------------

☒ اذا كان المحل الهندسي في المستوى المركب يمثل دائرة مركزها $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ونصف قطرها وحدة واحدة، اجب عن الفقرات (200, 201)

200- معادلة المحل الهندسي الذي يمثل دائرة مركزها $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ونصف قطرها وحدة واحدة في المستوى المركب هي

a)	$ z - \sqrt{2} - i\sqrt{2} = 1$	b)	$ z + \sqrt{2} - i\sqrt{2} = 1$
c)	$ z + \sqrt{2} + i\sqrt{2} = 1$	d)	$ z - \sqrt{2} + i\sqrt{2} = 1$

201- الصيغة الديكارتية لمعادلة الخل الهندسي الذي يمثل دائرة مركزها $(-\sqrt{2}, \sqrt{2})$ ونصف قطرها وحدة واحدة في المستوى المركب هي

a)	$(x - \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{2})^2 = 1$	b)	$(x + \sqrt{2})^2 + (y - \sqrt{2})^2 = 1$
c)	$(x + \sqrt{2})^2 + (y + \sqrt{2})^2 = 1$	d)	$(x - \sqrt{2})^2 + (y + \sqrt{2})^2 = 1$

202- مركز الدائرة التي يمثلها الخل الهندسي للمعادلة $(|z - 2i| = 2)$ في المستوى المركب هي

a)	$(0, -2)$	b)	$(2, 0)$	c)	$(0, 2)$	d)	$(-2, 0)$
----	-----------	----	----------	----	----------	----	-----------

203- الخل الهندسي للمعادلة $(|z| = 5)$ في المستوى المركب يمثل هي

a)	دائرة مركزها $(0, 0)$ و $(r = 5)$ وحدات	b)	دائرة مركزها $(5, 0)$ و $(r = 5)$ وحدات
c)	دائرة مركزها $(0, 5)$ و $(r = 5)$ وحدات	d)	دائرة مركزها $(0, -5)$ و $(r = 5)$ وحدات

☒ اذا كان الخل الهندسي في المستوى المركب يمثل دائرة معادلتها $(|z + 2 + 8i| = 4)$ ، اجب عن الفقرات (207، 206، 205، 204)

204- مركز الدائرة التي يمثلها الخل الهندسي للمعادلة $(|z + 2 + 8i| = 4)$ في المستوى المركب هو

a)	$(-2, -8)$	b)	$(-2, 8)$	c)	$(2, -8)$	d)	$(2, 8)$
----	------------	----	-----------	----	-----------	----	----------

205- نصف قطر الدائرة (r) الدائرة التي يمثلها الخل الهندسي للمعادلة $(|z + 2 + 8i| = 4)$ في المستوى المركب هو

a)	2	b)	4	c)	8	d)	16
----	---	----	---	----	---	----	----

206- الصيغة الديكارتية لمعادلة الدائرة التي يمثلها الخل الهندسي للمعادلة $(|z + 2 + 8i| = 4)$ في المستوى المركب

a)	$(x - 2)^2 + (y - 8)^2 = 16$	b)	$(x + 2)^2 + (y - 8)^2 = 16$
c)	$(x - 2)^2 + (y + 8)^2 = 16$	d)	$(x + 2)^2 + (y + 8)^2 = 16$

207- اذا كان العدد المركب (z) يحقق معادلة الخل الهندسي، فإن اقل قيمة ل $(|z|)$ هي

a)	$i\sqrt{68} + 4$	b)	$\sqrt{68} + 4$	c)	$\sqrt{68} - 4$	d)	$i\sqrt{68} - 4$
----	------------------	----	-----------------	----	-----------------	----	------------------

208- الخل الهندسي لمعادلة المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين (A, B) في المستوى المركب $(|z - 5| = |z - 3i|)$ بالصيغة الديكارتية هي

a)	$5x + 3y + 8 = 0$	b)	$5x - 3y - 8 = 0$	c)	$5x + 3y - 8 = 0$	d)	$-5x + 3y - 8 = 0$
----	-------------------	----	-------------------	----	-------------------	----	--------------------

☒ اذا كان الخل الهندسي في المستوى المركب يمثل المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $(C(0, -3))$ و $(D(0, 7))$ ، اجب عن الفقرات

(210، 209)

209- معادلة الخل الهندسي الذي يمثل المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $(C(0, -3))$ و $(D(0, 7))$ هي

a)	$ z - 3i = z + 7i $	b)	$ z - 3i = z - 7i $
c)	$ z + 3i = z - 7i $	d)	$ z + 3i = z + 7i $

210- الصيغة الديكارتية لمعادلة الخل الهندسي الذي يمثل المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $(C(0, -3))$ و $(D(0, 7))$ هي

a)	$x = 2$	b)	$x = -2$	c)	$y = 2$	d)	$y = -2$
----	---------	----	----------	----	---------	----	----------

☒ اذا كانت الخل الهندسي في المستوى المركب الذي تمثله المعادلة $(|z + 2 + 8i| = |z - 4i|)$ هي معادلة المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين

النقطتين (A, B) ، اجب عن الفقرات (213، 212، 211)

211- إحداثيات النقطتين (A, B) في المستوى المركب هو

a)	$(A(2, 8), B(0, -4))$	b)	$(A(-2, -8), B(0, -4))$	c)	$(A(-2, -8), B(0, 4))$	d)	$(A(2, 8), B(0, 4))$
----	-----------------------	----	-------------------------	----	------------------------	----	----------------------

212- الصيغة الديكارتية لمعادلة المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين (A, B) في المستوى المركب

a)	$x + 2y - 13 = 0$	b)	$x + 2y + 13 = 0$
c)	$x + 6y + 13 = 0$	d)	$x + 6y - 13 = 0$

213- اذا كان العدد المركب (z) يحقق معادلة الخل الهندسي، فإن اقل قيمة ل $(|z|)$ هي

a)	2	b)	$\sqrt{5}$	c)	$\sqrt{68}$	d)	-2
----	---	----	------------	----	-------------	----	----

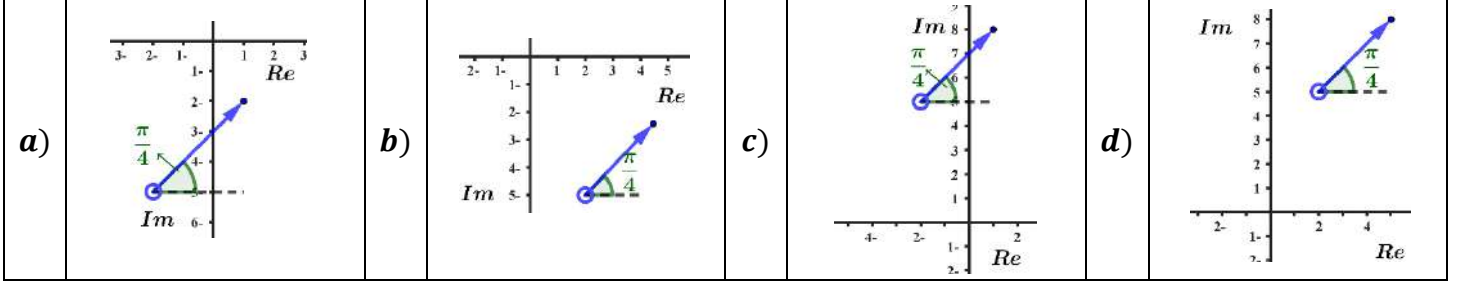
214- معادلة الخل الهندسي التي تمثل شعاع بوازي محور (Re) في المستوى المركب هي

a)	$Arg(z + 1 + 2i) = \frac{\pi}{2}$	b)	$Arg(z - 5i) = \frac{2\pi}{3}$
c)	$Arg(z) = \frac{\pi}{3}$	d)	$Arg(z + 1 + 2i) = 0$

215- اذا كان $(z = 2\sqrt{3} - 1)$ وكانت متباينة الخل الهندسي $(-\frac{\pi}{3} \leq Arg(z - iw) \leq \frac{\pi}{6})$ ، فإن قيم (w) هي

a)	$-8 \leq w \leq 10$	b)	$-5 \leq w \leq 3$	c)	$-10 \leq w \leq 8$	d)	$-3 \leq w \leq 5$
----	---------------------	----	--------------------	----	---------------------	----	--------------------

☒ التمثيل البياني يمثل الخل الهندسي لعدد من الشعاع في المستوى المركب ، اجب عن الفقرات (219,218,217,216)



216- التمثيل البياني الذي يمثل معادلة الخل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z + 2 - 5i) = \frac{\pi}{4})$

a)	\mathcal{A}	b)	\mathcal{B}	c)	\mathcal{C}	d)	\mathcal{D}
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------

217- التمثيل البياني الذي يمثل معادلة الخل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z - 2 + 5i) = \frac{\pi}{4})$

a)	\mathcal{A}	b)	\mathcal{B}	c)	\mathcal{C}	d)	\mathcal{D}
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------

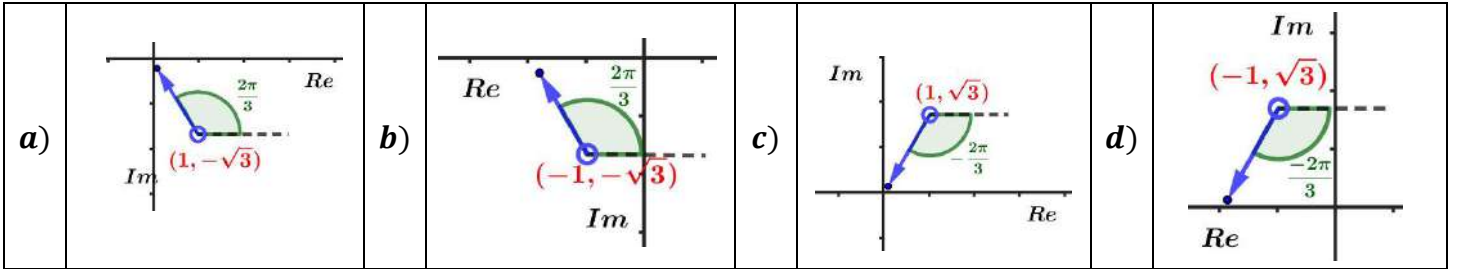
218- التمثيل البياني الذي يمثل معادلة الخل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z + 2 + 5i) = \frac{\pi}{4})$

a)	\mathcal{A}	b)	\mathcal{B}	c)	\mathcal{C}	d)	\mathcal{D}
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------

219- التمثيل البياني الذي يمثل معادلة الخل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z - 2 - 5i) = \frac{\pi}{4})$

a)	\mathcal{A}	b)	\mathcal{B}	c)	\mathcal{C}	d)	\mathcal{D}
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------

☒ التمثيل البياني يمثل الخل الهندسي لعدد من الشعاع في المستوى المركب ، اجب عن الفقرات (223,222,221,220)



220- التمثيل البياني الذي يمثل معادلة الخل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z - 1 - i\sqrt{3}) = -\frac{2\pi}{3})$

a)	\mathcal{A}	b)	\mathcal{B}	c)	\mathcal{C}	d)	\mathcal{D}
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------

221- التمثيل البياني الذي يمثل معادلة الخل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z - 1 + i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3})$

a)	\mathcal{A}	b)	\mathcal{B}	c)	\mathcal{C}	d)	\mathcal{D}
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------

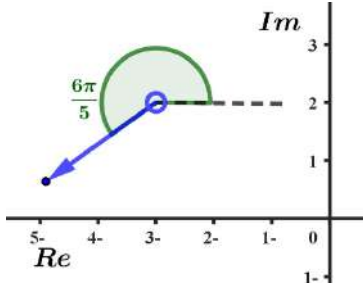
222- التمثيل البياني الذي يمثل معادلة الخل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z + 1 + i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3})$

a)	\mathcal{A}	b)	\mathcal{B}	c)	\mathcal{C}	d)	\mathcal{D}
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------

223- التمثيل البياني الذي يمثل معادلة الخل الهندسي للشعاع هو $(Arg(z + 1 - i\sqrt{3}) = -\frac{2\pi}{3})$

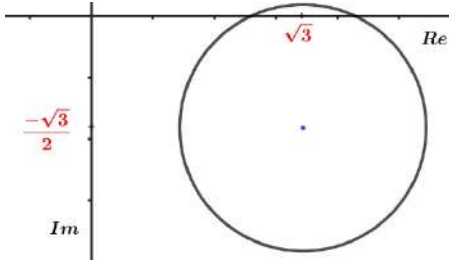
a)	\mathcal{A}	b)	\mathcal{B}	c)	\mathcal{C}	d)	\mathcal{D}
----	---------------	----	---------------	----	---------------	----	---------------

224- معادلة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) هي



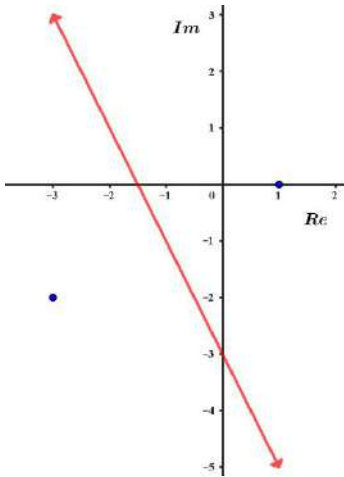
a)	$Arg(z + 3 + 2i) = \frac{6\pi}{5}$
b)	$Arg(z - 3 + 2i) = \frac{6\pi}{5}$
c)	$Arg(z + 3 - 2i) = \frac{6\pi}{5}$
d)	$Arg(z - 3 - 2i) = \frac{6\pi}{5}$

225- معادلة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) هي



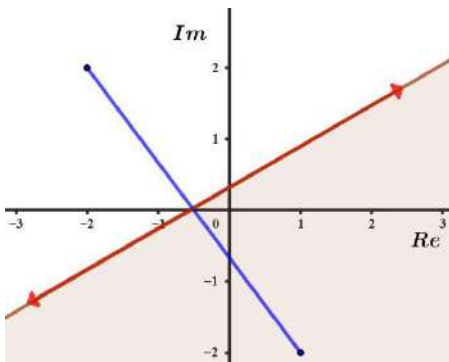
a)	$ z + \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 2$
b)	$ z - \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = 2$
c)	$ z + \sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}i = 2$
d)	$ z - \sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2}i = 2$

226- معادلة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) هي



a)	$ z - 1 = z + 3 + 2i $
b)	$ z - 1 = z + 3 - 2i $
c)	$ z + 1 = z + 3 - 2i $
d)	$ z + 1 = z - 3 + 2i $

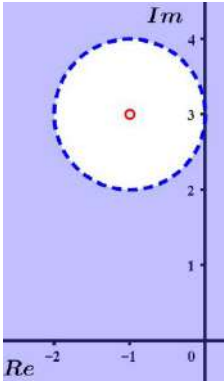
227- متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هي



a)	$ z - 1 + 2i \leq z + 2 - 2i $
b)	$ z - 1 + 2i \geq z + 2 - 2i $
c)	$ z - 1 + 2i \leq z - 2 - 2i $
d)	$ z - 1 + 2i \geq z - 2 - 2i $

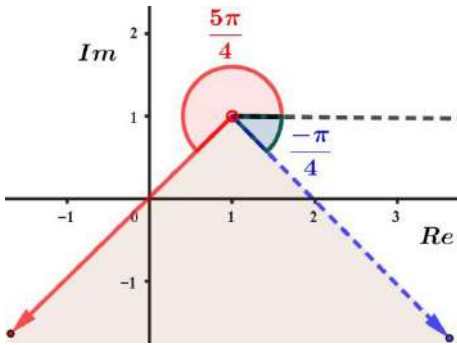


228- متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هي



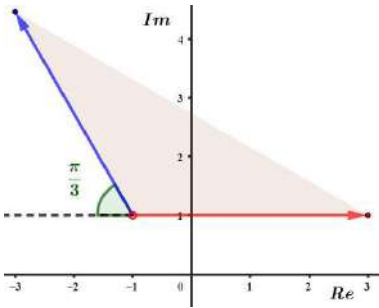
a)	$ z + 1 - 3i > 1$
b)	$ z + 1 - 3i > 1$
c)	$ z - 1 + 3i < 1$
d)	$ z - 1 + 3i < 1$

229- متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هي



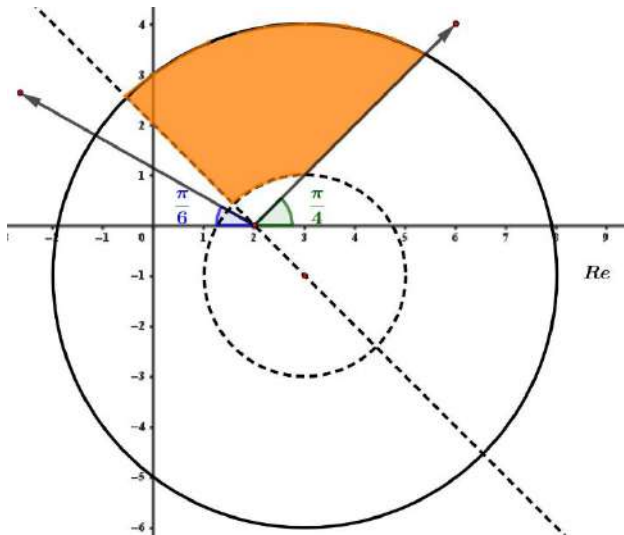
a)	$\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z - 1 - i) > \frac{5\pi}{4}$
b)	$-\frac{\pi}{4} \geq \text{Arg}(z - 1 + i) > \frac{5\pi}{4}$
c)	$-\frac{\pi}{4} > \text{Arg}(z - 1 - i) \geq \frac{5\pi}{4}$
d)	$-\frac{\pi}{4} > \text{Arg}(z - 1 + i) \geq \frac{5\pi}{4}$

230- متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هي



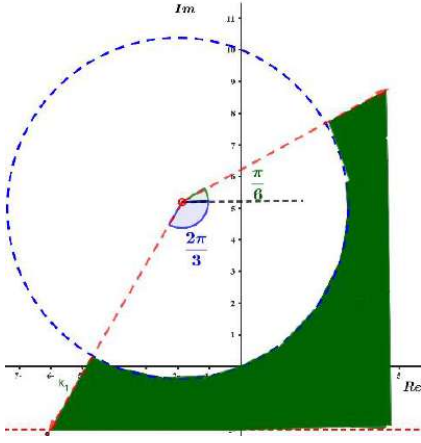
a)	$0 \leq \text{Arg}(z - 1 - i) \leq \frac{2\pi}{3}$
b)	$0 \leq \text{Arg}(z + 1 - i) \leq \frac{2\pi}{3}$
c)	$0 \leq \text{Arg}(z - 1 - i) \leq \frac{\pi}{3}$
d)	$0 \leq \text{Arg}(z - 1 + i) \leq \frac{\pi}{3}$

231- نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هو



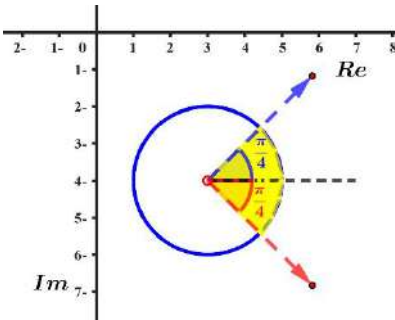
a)	$\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z - 2) < \frac{5\pi}{6},$ $2 < z - 3 - i \leq 5,$ $ z - 6 - 4i > z + 2 + 4i $
b)	$\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z - 2) \leq \frac{5\pi}{6},$ $2 < z - 3 - i \leq 5,$ $ z - 6 - 4i \geq z + 2 + 4i $
c)	$\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z - 2) \leq \frac{5\pi}{6},$ $2 \leq z - 3 - i < 5,$ $ z - 6 - 4i > z + 2 + 4i $
d)	$\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z - 2) \leq \frac{5\pi}{6},$ $2 < z - 3 - i \leq 5,$ $ z - 6 - 4i > z + 2 + 4i $

232- نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظلمة هو



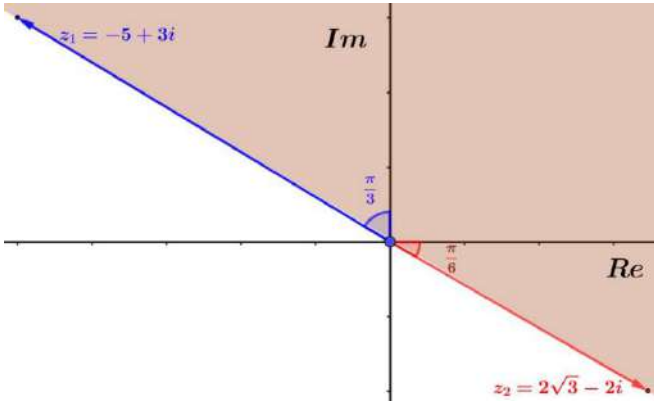
a)	$-\frac{2\pi}{3} < \text{Arg}(z + 2 - 5i) < \frac{\pi}{6}, z - 3 + 4i < z - 3 ,$ $ z + 2 - 5i > \sqrt{29}$
b)	$-\frac{2\pi}{3} < \text{Arg}(z + 2 - 5i) < \frac{\pi}{6}, z - 3 + 4i > z - 3 ,$ $ z + 2 - 5i > \sqrt{29}$
c)	$-\frac{2\pi}{3} < \text{Arg}(z + 2 - 5i) < \frac{\pi}{6}, z - 3 + 4i < z - 3 ,$ $ z + 2 - 5i < \sqrt{29}$
d)	$-\frac{2\pi}{3} > \text{Arg}(z + 2 - 5i) > \frac{\pi}{6}, z - 3 + 4i > z - 3 ,$ $ z + 2 - 5i < \sqrt{29}$

233- نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظلمة هو



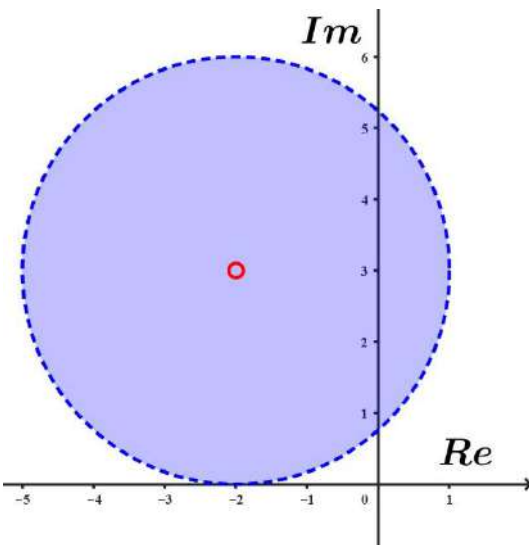
a)	$-\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z - 3 + 4i) < \frac{\pi}{4}, z - 3 + 4i > 2$
b)	$-\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z - 3 + 4i) \leq \frac{\pi}{4}, z - 3 + 4i < 2$
c)	$-\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z - 3 + 4i) < \frac{\pi}{4}, z - 3 + 4i \leq 2$
d)	$-\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z - 3 + 4i) \leq \frac{\pi}{4}, z - 3 + 4i \geq 2$

234- نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظلمة هو



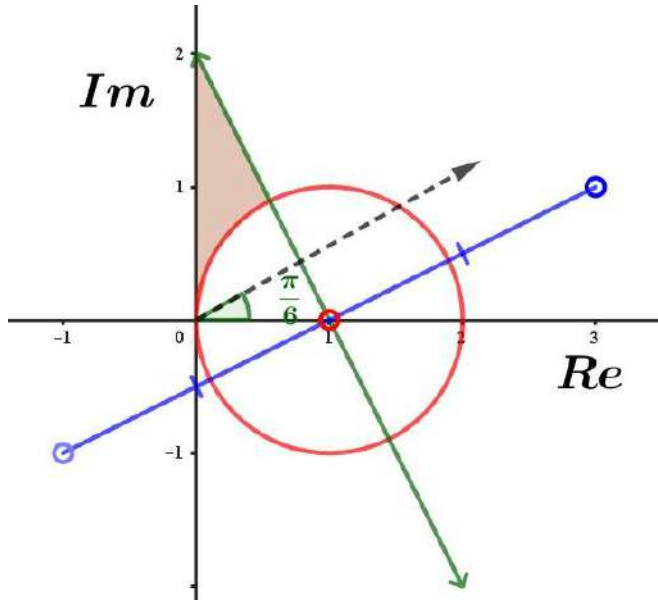
a)	$-\frac{\pi}{6} \leq \text{Arg}(z - 2\sqrt{3} - 2i) \leq 0,$ $0 \leq \text{Arg}(z - 5 + 3i) \leq \frac{\pi}{3}$
b)	$-\frac{\pi}{6} \leq \text{Arg}(z) \leq \frac{5\pi}{6}$
c)	$-\frac{\pi}{6} \leq \text{Arg}(z - 2\sqrt{3} + 2i) \leq 0,$ $0 \leq \text{Arg}(z + 5 - 3i) \leq \frac{\pi}{3}$
d)	$-\frac{\pi}{6} \leq \text{Arg}(z + 2\sqrt{3} - 2i) \leq 0,$ $0 \leq \text{Arg}(z - 5 + 3i) \leq \frac{\pi}{3}$

235- متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظلمة هي



a)	$ z + 2 - 3i > 3$
b)	$ z - 2 + 3i > 3$
c)	$ z + 2 + 3i < 3$
d)	$ z - 2 + 3i < 3$

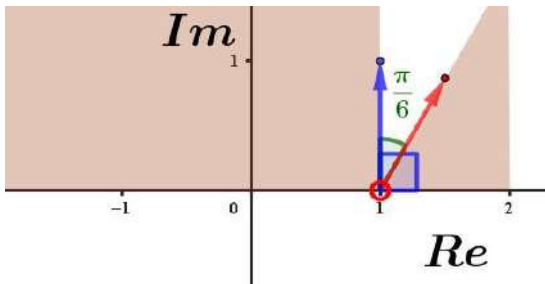
236- نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هو



a)	$\frac{\pi}{6} > \text{Arg}(z) \geq \frac{\pi}{2},$ $ z - 1 - i \geq z + 3 + i ,$ $ z - 1 \geq 1$
b)	$\frac{\pi}{6} < \text{Arg}(z) \leq \frac{\pi}{2},$ $ z - 1 - i > z + 3 + i ,$ $ z - 1 \geq 1$
c)	$\frac{\pi}{6} \leq \text{Arg}(z) \leq \frac{\pi}{2},$ $ z + 1 + i \geq z - 3 - i ,$ $ z - 1 \geq 1$
d)	$\frac{\pi}{6} > \text{Arg}(z) \geq \frac{\pi}{2},$ $ z + 1 + i \geq z - 3 - i ,$ $ z - 1 \geq 1$

237- متباينة المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z)

الذي تمثله المنطقة المظللة هي



a)	$0 \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{2} \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \pi$
b)	$0 \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \pi$
c)	$0 \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{6} \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \frac{\pi}{2}$
d)	$0 \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3} \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \frac{\pi}{2}$

238- العدد المركب (z) يحقق معادلة المحل الهندسي ($|z + 2i| = 2$) و معادلة المحل الهندسي ($|z - 2| = 3|z - i|$) معاً هو

a)	$\frac{1}{2} + (-2 \pm \frac{\sqrt{15}}{2})i$	b)	$\frac{1}{2} - (-2 \pm \frac{\sqrt{15}}{2})i$	c)	$\frac{1}{2} + (2 \pm \frac{\sqrt{15}}{2})i$	d)	$\frac{1}{2} - (2 \pm \frac{\sqrt{15}}{2})i$
----	---	----	---	----	--	----	--

239- العدد المركب (z) يحقق معادلة المحل الهندسي ($|z + 2 + i| = |1 - 3i|$) و معادلة المحل الهندسي ($|z + 1| = |z - 1|$) معاً هو

a)	$\frac{5}{4}i$	b)	$-\frac{5}{8}i$	c)	$\frac{5}{8}i$	d)	$-\frac{5}{4}i$
----	----------------	----	-----------------	----	----------------	----	-----------------

240- العدد المركب (z) حقق معادلة المحل الهندسي ($\text{Arg}(z + 1 - i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3}$) و معادلة المحل الهندسي ($\text{Arg}(z - 1) = \frac{5\pi}{4}$) معاً هو

a)	$\frac{7-3\sqrt{3}}{2} - \frac{9-3\sqrt{3}}{2}i$	b)	$\frac{-7-3\sqrt{3}}{2} - \frac{9+3\sqrt{3}}{2}i$	c)	$\frac{-7-3\sqrt{3}}{2} - \frac{-9-3\sqrt{3}}{2}i$	d)	$\frac{-7-3\sqrt{3}}{2} + \frac{-9-3\sqrt{3}}{2}i$
----	--	----	---	----	--	----	--

السؤال الثاني:

1- ما قيمة/ قيم (x, y) ، (x, y ∈ ℝ) التي تحقق المعادلات فيما يلي:

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + (x + yi) = (1 + 2i)^2 \quad -A$$

$$((x + yi)^2 = \frac{36-2i}{3+2i}) \quad -B$$

2- اثبت كلا مما يلي:

-A ان قيمة المقدار $(i = \frac{(2+i)(3+i)}{(2-i)(3-i)})$

-B ان قيمة المقدار $(\frac{8}{5}i = \frac{(1+i)^2}{(2-i)} - \frac{(1-i)^2}{(2+i)})$

-C ان قيمة المقدار $(i = \frac{1}{(1-i)^2} - \frac{1}{(1+i)^2})$

3- مستخدماً الأعداد المركبة اثبت العلاقة:

$$(\tan^{-1}(\sqrt{3}) + \tan^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}})) = \frac{\pi}{2}$$

4- اوجد كلاً من $(zw, z/w, \frac{1}{z})$ في الحالتين التاليتين بالصورة المثلثية :

. $(z = \sqrt{3} + i, w = 1 - \sqrt{3}i)$ -A

. $(z = 2\sqrt{3} - 2i, w = -1 + i)$ -B

5- عبر عن ناتج $((3(\cos(\frac{5\pi}{12}) + i\sin(\frac{5\pi}{12})) + i\sin(\frac{5\pi}{12})). (4(\cos(\frac{\pi}{12}) + i\sin(\frac{\pi}{12})))$ بالصورة المثلثية والصورة الجبرية للأعداد المركبة.

السؤال الثالث:

1- اوجد $(|z|)$ ، $(Arg(z))$ للعدد المركب (z) في الحالات الآتية:

. $(z = -2\sqrt{3} - 2i)$ -A

. $(z = \sqrt{3} - i)$ -B

. $(z = \frac{4}{\sqrt{3}-i})$ -C

. $(z = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}i)$ -D

. $(z = -2(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4})))$ -E

2- اكتب العدد المركب (z) بالصورة القياسية $(a + bi, b \neq 0, a, b \in \mathcal{R})$ في الحالات الآتية:

. $(z = \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{-2}}})$ -A

. $(z = \frac{12}{2+\sqrt{-2}})$ -B

3- اذا كان العدد المركب $(w = 2\sqrt{2}(1 + i))$ ، اجب عن الأسئلة الآتية تباعاً:

. اوجد $(|w|)$ ، $(Arg(w))$ -A

-B اكتب العدد المركب (w) بالصورة المثلثية.

4- اذا كان العدد المركب $(u = 2 - 2i\sqrt{3})$ ، اوجد جذرية التربيعيين في الصورة المثلثية.

5- اذا كان العدد المركب $(w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)$ ، اجب عن الأسئلة الآتية تباعاً:

-A اكتب العدد المركب (w) بالصورة المثلثية.

. اثبت ان $(|w^3| = -1)$ -B

-C اوجد جذرية التربيعيين بالصورة المثلثية.

السؤال الرابع:

1- اوجد :

. قيمة $(A) ((4 - \frac{1}{2}i) - (9 + \frac{5}{2}))$

. قيمة / قيم (a, b) اذا كان $(\frac{20}{a+ib})$ جذراً للمعادلة $(z^2 + 8 - 6i = 0)$ ، $(a, b \in \mathcal{R})$.

2 - حل المعادلات الآتية:

1) $4z^2 + 25 = 0$

3 - اوجد الجذور الحقيقية والمركبة للمعادلات الاتية:

$$2) z^2 + 2z + i(2 - i) = 0$$

$$3) z^2 - 3z + 3 + i = 0$$

$$1) z^4 + 1 = 0$$

$$2) z^4 - 4z^2 + z^3 = 0$$

السؤال الخامس:

1- اذا كان $(2 - i)z^2 + 2z + 2 + i = 0$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- حل المعادلة واعط الناتج بالصيغة القياسية للعدد المركب.

B- اذا كانت النقاط (A, B, C) تمثل جذري المعادلة ومرافق احد الجذرين، عين هذه النقاط على المستوى المركب (اعط جميع الحلول الممكنة)

C- اوجد مساحة المثلث (ΔABC) ، وهل تختلف المساحة باختلاف تعيين النقاط (A, B, C) على المستوى المركب .

2- اذا كان العدد المركب $(u = \frac{(1+2i)^2}{2+i})$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- اكتب العدد المركب (u) بالصورة القياسية.

B- اوجد المحل الهندسي الذي تمثله المعادلة $(|z - u| = |u|)$ ، وبين نوعه.

3- اذا كان العدد المركب $(v = \frac{1+2i}{1-3i})$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- اكتب العدد المركب (v) بالصورة القياسية.

B- اذا كانت النقطة (A) تمثل العدد المركب (v) والنقطة (B) العدد المركب $(1 + 2i)$ و النقطة (C) العدد المركب $(1 - 3i)$ ، عين هذه

النقاط على المستوى المركب

C- مستعيناً بالعدد المركبين اللذين تمثلهما النقطتين (B, C) ، اثبت ان $(\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 = \frac{3\pi}{4})$.

4- اذا كان (u, w) عدداً مركبان ، وكان $(u - w = 4i, uw = 5)$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- اكتب العدد المركبين (u, w) بالصورة القياسية.

B- مثل العدد المركبين (u, w) في المستوى المركب ، صل بين نقاط التمثيل.

C- ما الشكل الناتج ، احسب مساحته.

السؤال السادس:

1- اذا كان العدد المركب $(w = \frac{22+4i}{2-i})$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- اثبت ان $(w = 2 + 4i)$.

B- اذا كانت متباينة المحل الهندسي $(\frac{1}{4}\pi \leq \text{Arg}(w + p) \leq \frac{3}{4}\pi)$ ، ما قيم (p) التي تحقق متباينة المحل الهندسي اذا كان (p)

يمثل الجزء الحقيقي من العدد المركب.

C- اذا كان العدد المركب ومرافقه (w, \bar{w}) يمثلان في المستوى المركب بالنقطة (S, T) على التوالي، حيث ان معادلة المحل الهندسي

$(|z - a| = k)$ تمثل معادلة دائرة مناهما يمر بنقطة الأصل والنقطتين (S, T) ، اوجد قيم (a, k) .

2- اذا كان (z, \bar{z}) عدداً مركبان حيث العدد المركب (\bar{z}) مرافق العدد المركب (z) ، وكان $(z = \sqrt{2} - i\sqrt{6})$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- اوجد $(|z|)$ ، $(\text{Arg}(z))$ للعدد المركب (z) .

B- اوجد ناتج $((z + 2\bar{z}), (\bar{z} / iz))$.

C- في المستوى المركب، اذا كانت النقطة (O) تمثل نقطة الأصل و (A) العدد المركب (\bar{z}) و النقطة (B) العدد المركب (iz) ، اثبت ان

$$(m \angle AOB = \frac{1}{6}\pi)$$

1- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow \therefore i^{-4t+2} = i^{-4t} \times i^2 = \frac{1}{i^{4t}} \times i^2 = \frac{1}{((i^2)^{2t})} \times i^2 = \frac{1}{((-1)^{2t})} \times -1 = \frac{1}{(1)^t} \times -1 = 1 \times -1 = -1$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

2- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow \therefore i^{4t+3} = i^{4t} \times i^3 = ((i^2)^{2t}) \times i^2 \times i = ((-1)^{2t}) \times -1 \times i = (1)^t \times -1 \times i = 1 \times -1 \times i = -i$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

3- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow \therefore i^{-2t+1} = i^{-2t} \times i = \frac{1}{i^{2t}} \times i = \frac{1}{(i^2)^t} \times i = \frac{1}{(-1)^t} \times i = 1 \times i = i, t = \text{عدد زوجي}$$

$$\text{or } \frac{1}{(-1)^t} \times i = -1 \times i = -i, \text{ عدد فردي } \Rightarrow \therefore i^{-2t+1} = \pm i$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

4- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow \therefore i^{-26} = \frac{1}{i^{26}} = \frac{1}{i^{24} \times i^2} = \frac{1}{(i^2)^{12} \times i^2} = \frac{1}{(-1)^{12} \times -1} = \frac{1}{1 \times -1} = -1$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

5- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow \therefore \frac{1}{i^{22}} = \frac{1}{i^{20} \times i^2} = \frac{1}{(i^2)^{10} \times i^2} = \frac{1}{(-1)^{10} \times -1} = \frac{1}{1 \times -1} = -1$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

6- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow \therefore 1 + i + i^2 + i^3 = 1 + i + (-1) + (i^2 \times i) = 1 + i - 1 + (-1 \times i) = 1 + i - 1 - i = 0$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

7- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow \therefore \sqrt{-36} = \sqrt{-1 \times 36} = \sqrt{-1} \times \sqrt{36} = i \times 6 = 6i$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

8- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow \therefore \sqrt{-25} \times \sqrt{-16} = \sqrt{-1 \times 25} \times \sqrt{-1 \times 16} = \sqrt{-1} \times \sqrt{25} \times \sqrt{-1} \times \sqrt{16} = -1 \times \sqrt{400} = -1 \times 20 = -20$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

9- $\because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$

$$\Rightarrow \therefore \sqrt{-3} \sqrt{-12} = \sqrt{-1 \times 3} \times \sqrt{-1 \times 12} = \sqrt{-1} \times \sqrt{3} \times \sqrt{-1} \times \sqrt{12} = -1 \times \sqrt{36} = -1 \times 6 = -6$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$10- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\Rightarrow \because i + 2i^2 + 4i^3 = i + 2(-1) + 4(i^2 \times i) = i - 2 + 4(-1 \times i) = i - 2 - 4i = -2 - 3i$$

∴ الجزء التخيلي في العدد المركب $(i + 2i^2 + 4i^3)$ هو (-3)
الإجابة الصحيحة هي (c)

$$11- \Rightarrow \because 1 - \sqrt{-1} = 1 - i = 1 - 1i$$

∴ العدد التخيلي في العدد المركب $(1 - \sqrt{-1})$ هو $(1i)$
الإجابة الصحيحة هي (d)

$$12- \Rightarrow \because -2i = 0 - 2i$$

∴ العدد الحقيقي في العدد المركب $(-2i)$ هو (0)
الإجابة الصحيحة هي (d)

$$13- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\Rightarrow \because \frac{1+\sqrt{-25}}{4} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{-25}}{4} = \frac{1}{4} + \frac{\sqrt{-1} \times \sqrt{25}}{4} = \frac{1}{4} + \frac{i\sqrt{25}}{4} = \frac{1}{4} + \frac{5i}{4}$$

∴ الجزء التخيلي في العدد المركب $(\frac{1+\sqrt{-25}}{4})$ هو $(\frac{5}{4})$
الإجابة الصحيحة هي (b)

$$14- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \because (1 - i^5)(1 - i^{10})(1 - i^{15}) &= (1 - ((i^2)^2 \times i)) (1 - ((i^2)^5)) (1 - ((i^2)^7 \times i)) \\ &= (1 - ((-1)^2 \times i)) (1 - ((-1)^5)) (1 - ((-1)^7 \times i)) = (1 - (1 \times i))(1 - (-1))(1 - (-1 \times i)) \\ &= (1 - i)(1 + 1)(1 + i) = (1 - i)(2)(1 + i) = 2(1 + i - i - i^2) = 2(1 - i^2) = 2(1 - (-1)) \\ &= 2(2) = 4 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$15- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\Rightarrow \because \frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3} = \frac{1+4i+(-1)}{2-i-2(-1)-(i^2 \times i)} = \frac{1+4i-1}{2-i+2-(-1 \times i)} = \frac{4i}{2-i+2-(-i)} = \frac{4i}{2-i+2+i} = \frac{4i}{4} = i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$16- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \because (1 - i)^8 &= ((1 - i)^2)^4 = (1 - 2i + i^2)^4 = (1 - 2i - 1)^4 = (-2i)^4 = -2^4 \times i^4 \\ &= 16 \times (i^2)^2 = 16 \times (-1)^2 = 16 \times 1 = 16 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$17- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\Rightarrow \because 2 - \sqrt{-2} = 2 - (\sqrt{-1} \times \sqrt{2}) = 2 - (\sqrt{-1} \times \sqrt{2}) = 2 - (i \times \sqrt{2}) = 2 - i\sqrt{2}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)



$$18- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1+i}{1-i} + \frac{2i}{1+i} &= \frac{(1+i)(1+i)}{(1-i)(1+i)} + \frac{(2i)(1-i)}{(1+i)(1-i)} = \frac{1+2i+i^2}{1-i^2} + \frac{2i-2i^2}{1-i^2} = \frac{1+2i+i^2+2i+(-2i^2)}{1-i^2} = \frac{1+2i-1+2i+2}{1+1} = \frac{4i+2}{2} = \frac{2}{2} + \frac{4i}{2} \\ &= 1 + 2i \end{aligned}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$19- \because (3 - 2i) - (5 + i) = (3 - 5) + (-2i - i) = -2 - 3i$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$20- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow w &= i - 3i^4 = i - 3(i^2)^2 = i - 3(-1)^2 = i - 3(1) = i - 3 = -3 + i \\ \Rightarrow z &= \sqrt{-9} + 2 = \sqrt{-1 \times 9} + 2 = (\sqrt{-1} \times \sqrt{9}) + 2 = i\sqrt{9} + 2 = 3i + 2 = 2 + 3i \\ \therefore z + w &= (2 + 3i) + (-3 + i) = (2 + (-3)) + (3i + i) = -1 + 4i \end{aligned}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$21- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow w &= \frac{1+2i}{1+i} = \frac{1+2i}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{1+2i-i-2i^2}{1-i^2} = \frac{1+i-2i^2}{1-i^2} = \frac{1+i-2(-1)}{1-(-1)} = \frac{1+i+2}{1+1} = \frac{3+i}{2} = \frac{3}{2} + \frac{i}{2} \\ \Rightarrow z &= \frac{2+i}{1+i} = \frac{2+i}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{2+i-2i-i^2}{1-i^2} = \frac{2-i-i^2}{1-i^2} = \frac{2-i-(-1)}{1-(-1)} = \frac{2-i+1}{1+1} = \frac{3-i}{2} = \frac{3}{2} - \frac{i}{2} \\ \therefore z + w &= \left(\frac{3}{2} - \frac{i}{2}\right) + \left(\frac{3}{2} + \frac{i}{2}\right) = \left(\frac{3}{2} + \frac{3}{2}\right) + \left(\frac{-i}{2} + \frac{i}{2}\right) = \frac{6}{2} + \frac{0}{2}i = 3 + 0i = 3 \end{aligned}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$\begin{aligned} 22- \because 2 - (1 - i) + (4 + 5i) - (1 - 3i) &= (2 - 1 + i) + (4 + 5i) - (1 - 3i) = (1 + i) + (4 + 5i) - (1 - 3i) \\ &= (1 + 4 - 1) + (i + 5i - (-3i)) = 4 + 9i \end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$23- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\therefore i(1 + i) = i + i^2 = i + (-1) = i - 1 = -1 + i$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$24- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\therefore (1 + i)^2 + (1 - i)^2 = (1 + 2i + i^2) + (1 - 2i - i^2) = 1 + 2i + i^2 + 1 - 2i - i^2 = 2$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$25- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{(1-i)^2}{1+i} + \frac{(1+i)^2}{1-i} &= \frac{(1-2i-i^2)}{1+i} + \frac{(1+2i+i^2)}{1-i} = \frac{(1-2i+1)}{1+i} + \frac{(1+2i-1)}{1-i} = \frac{(2-2i)}{1+i} + \frac{(2i)}{1-i} = \frac{(2-4i+2i^2)}{1-i^2} + \frac{(2i+2i^2)}{1-i^2} \\ &= \frac{2-4i-2}{1-(-1)} + \frac{2i-2}{1-(-1)} = \frac{-4i+2i-2}{2} = \frac{-2-2i}{2} = -1 - i \end{aligned}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$26- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\therefore \frac{4+i}{2-3i} = \frac{4+i}{2-3i} \times \frac{2+3i}{2+3i} = \frac{8+2i+12i+3i^2}{4-6i+6i-9i^2} = \frac{8+14i+3(-1)}{4-9(-1)} = \frac{8-3+14i}{4+9} = \frac{5+14i}{13}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي



$$27- \because u = r_1(\cos(\theta_1) + i \sin(\theta_1)), v = r_2(\cos(\theta_2) + i \sin(\theta_2)), \theta_1 + \theta_2 = \pi$$

$$\begin{aligned} \therefore uv &= r_1(\cos(\theta_1) + i \sin(\theta_1)) \times r_2(\cos(\theta_2) + i \sin(\theta_2)) \\ &= r_1 r_2 (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)) = r_1 r_2 (\cos(\pi) + i \sin(\pi)) = r_1 r_2 (-1 + i(0)) \\ &= r_1 r_2 (-1 + 0) = r_1 r_2 (-1) = -r_1 r_2 \end{aligned}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$28- \because v = 2\sqrt{3} + 2i \Rightarrow \bar{v} = 2\sqrt{3} - 2i$$

$$\begin{aligned} \therefore v\bar{v} &= (2\sqrt{3} + 2i) \times (2\sqrt{3} - 2i) \\ &= 4(3) - 4i^2 = 12 - 4(-1) = 12 + 4 = 16 \end{aligned}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$29- \because w = x + yi \Rightarrow \bar{w} = x - yi$$

$$\therefore w + \bar{w} = (x + yi) + (x - yi) = (x + x) + i(y + (-y)) = 2x + i(y - y) = 2x + 0i = 2x$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$30- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\therefore i + i^2 = i + (-1) = i - 1 = -1 + i \Rightarrow \overline{-1 + i} = -1 - i$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$31- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\therefore (2 + i)^2 = 4 + 4i + i^2 = 4 + 4i + (-1) = 4 - 1 + 4i = 3 + 4i \Rightarrow \overline{3 + 4i} = 3 - 4i$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$32- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\therefore z = -i - \sqrt{3} = -\sqrt{3} - i \Rightarrow \bar{z} = -\sqrt{3} + i = i - \sqrt{3}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$33- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\therefore z = \frac{1}{i-1} = \frac{1}{-1+i} = \frac{1}{-1+i} \times \frac{-1-i}{-1-i} = \frac{-1-i}{1+i-i-i^2} = \frac{-1-i}{1-(-1)} = \frac{-1-i}{1+1} = \frac{-1-i}{2} = \frac{-1}{2} - \frac{i}{2} \Rightarrow \bar{z} = \frac{-1}{2} + \frac{i}{2}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$34- \because z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - ib$$

$$\therefore z\bar{z} = (a + ib) \times (a - ib) = a^2 - i^2 b^2 = a^2 - (-1)b^2 = a^2 + b^2$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$35- \because z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - ib$$

$$\therefore \frac{z}{\bar{z}} = \frac{a+ib}{a-ib} \times \frac{a+ib}{a+ib} = \frac{(a+ib)^2}{a^2-i^2b^2} = \frac{(a+ib)^2}{a^2-(-1)b^2} = \frac{a^2+2iab+i^2b^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2+2iab+(-1)b^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2+2iab-b^2}{a^2+b^2}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$36- \because z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - ib$$

$$\therefore \frac{\bar{z}}{z} = \frac{a-ib}{a+ib} \times \frac{a-ib}{a-ib} = \frac{(a-ib)^2}{a^2-i^2b^2} = \frac{(a-ib)^2}{a^2-(-1)b^2} = \frac{a^2-2iab+i^2b^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2-2iab+(-1)b^2}{a^2+b^2} = \frac{a^2-2iab-b^2}{a^2+b^2}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$37- \because z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - ib$$

$$\therefore z - \bar{z} = (a + ib) - (a - ib) = (a - a) + i(b - (-b)) = 0 + i(b + b) = 2ib$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$38- \because z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - ib$$

$$\therefore \frac{1}{\bar{z}} = \frac{1}{a-ib} \times \frac{a+ib}{a+ib} = \frac{a+ib}{a^2-i^2b^2} = \frac{a+ib}{a^2-(-1)b^2} = \frac{a+ib}{a^2+b^2}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$39- \because z = a + ib \Rightarrow \bar{z} = a - ib$$

$$\therefore \frac{1}{\bar{z}} = \frac{a+ib}{a^2+b^2}, |\bar{z}| = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$z^2 - \bar{z}^2 = (a^2 + 2iab + i^2b^2) - (a^2 - 2iab + i^2b^2) = (a^2 + 2iab - b^2) - (a^2 - 2iab - b^2) = a^2 + 2iab - b^2 - a^2 + 2iab + b^2 = 4iab$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$40- \because a \in \mathcal{R}$$

$$\therefore \overline{\left(\frac{a^2+i}{a^2+ai-1}\right)} = \frac{a^2-i}{a^2-ai-1}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$41- \because v = a + ib \Rightarrow (a, b)$$

$$\therefore v = 3 - 4i = 3 + (-4)i \Rightarrow (3, -4)$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

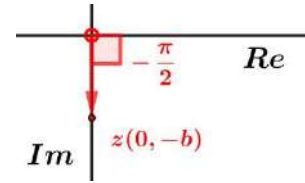
$$42- \because z = a + ib \Rightarrow (a, b)$$

$$\therefore z = -2i = 0 - 2i \Rightarrow \bar{z} = 0 + 2i \Rightarrow (0, 2)$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$43- \because z = a + ib, \text{Arg}(z) = \theta, \theta \in [-\pi, \pi], \theta = -\frac{\pi}{2}$$

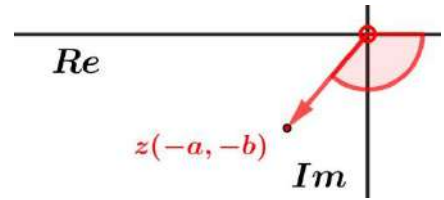
$$\therefore \text{Arg}(z) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = -\frac{\pi}{2} \Rightarrow a = 0, b < 0$$



(b) الإجابة الصحيحة هي

$$44- \because z = a + ib, \text{يقع في الربع الثالث}, \text{Arg}(z) = -(\pi - \tan^{-1}(\frac{b}{a}))$$

$$\therefore z = -a + i(-b) = -a - ib$$



(b) الإجابة الصحيحة هي

$$45- \because u = 3 - 2i$$

$$\therefore u = 3 - 2i \Rightarrow -2u = -2(3) - (-2 \times 2)i = -6 - (-4)i = -6 + 4i$$

$$\Rightarrow |-2u| = \sqrt{(-6)^2 + (4)^2} = \sqrt{36 + 16} = \sqrt{52} = \sqrt{13 \times 4} = \sqrt{13} \times \sqrt{4} = 2\sqrt{13}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$46- \because u = -3 - 3\sqrt{3}i, v = 2 + 2\sqrt{3}i$$

$$\therefore uv = (-3 - 3\sqrt{3}i) \times (2 + 2\sqrt{3}i) = -6 - 6\sqrt{3}i - 6\sqrt{3}i - 6(\sqrt{3})^2(i^2)$$

$$= -6 - 12\sqrt{3}i - (6 \times 3 \times -1) = -6 - 12\sqrt{3}i + 18 = 12 - 12\sqrt{3}i$$

$$\Rightarrow |uv| = \sqrt{(12)^2 + (-12\sqrt{3})^2} = \sqrt{144 + (144 \times 3)} = \sqrt{144 + 432} = \sqrt{576} = 24$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$47- \because w = \frac{3}{5} - \frac{4}{5}i \Rightarrow \bar{w} = \frac{3}{5} + \frac{4}{5}i$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{\bar{w}}{5} &= \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right) \div (5) = \left(\frac{3}{5} + \frac{4}{5}i\right) \times \left(\frac{1}{5}\right) = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i \\ \Rightarrow \left|\frac{\bar{w}}{5}\right| &= \sqrt{\left(\frac{3}{25}\right)^2 + \left(\frac{4}{25}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{525} + \frac{16}{525}} = \sqrt{\frac{25}{525}} = \sqrt{\frac{1}{25}} = \frac{1}{5} \end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$48- \because u = 2 + i, z = 1 - 3i$$

$$\begin{aligned} \therefore uz &= (2 + i) \times (1 - 3i) = 2 - 6i + i - 3(i^2) = 2 - 5i - 3(-1) = 2 - 5i + 3 = 5 - 5i \\ \Rightarrow |uz| &= \sqrt{(5)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25 + 25} = \sqrt{50} \end{aligned}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$49- \because z = a + ib, \bar{z} = a - ib$$

$$\begin{aligned} \therefore z = \frac{1}{\bar{z}} \Rightarrow a + ib &= \frac{1}{a - ib} = (a + ib)(a - ib) = 1 \Rightarrow a^2 - iab + iab - b^2i^2 = 1 \\ \Rightarrow a^2 - b^2(-1) &= 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 1 \\ \therefore |z| &= \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{1} = 1 \end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$50- \because z = (\sqrt{2} - i) - i(1 - i\sqrt{2})$$

$$\begin{aligned} \therefore z &= (\sqrt{2} - i) - (i - i^2\sqrt{2}) = (\sqrt{2} - i) - (i - (-\sqrt{2})) = (\sqrt{2} - i) - (i + \sqrt{2}) \\ &= \sqrt{2} - i - i - \sqrt{2} = -2i \\ \therefore |z| &= \sqrt{(0)^2 + (-2)^2} = \sqrt{4} = 2 \end{aligned}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$51- \because z = \frac{2+i}{2-i}$$

$$\begin{aligned} \therefore z &= \frac{2+i}{2-i} \times \frac{2+i}{2+i} = \frac{4+4i+i^2}{4-2i+2i-i^2} = \frac{4+4i-1}{4+1} = \frac{3+4i}{5} = \frac{3}{5} + \frac{4i}{5} \\ \therefore |z| &= \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2 + \left(\frac{4}{5}\right)^2} = \sqrt{\frac{9}{25} + \frac{16}{25}} = \sqrt{\frac{25}{25}} = \sqrt{1} = 1 \end{aligned}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$52- \because z = \frac{(1+i)(2-i)}{(1-i)(2+i)}$$

$$\begin{aligned} \therefore z &= \frac{(1+i)(2-i)}{(1-i)(2+i)} = \frac{2-i+2i-i^2}{2-2i+i-i^2} = \frac{2+i+1}{2-i+1} = \frac{3+i}{3-i} = \frac{3+i}{3-i} \times \frac{3+i}{3+i} = \frac{9+3i+3i+i^2}{9-3i+3i-i^2} = \frac{9+6i-1}{9+1} = \frac{8+6i}{10} = \frac{8}{10} + \frac{6i}{10} \\ \therefore |z| &= \sqrt{\left(\frac{8}{10}\right)^2 + \left(\frac{6}{10}\right)^2} = \sqrt{\frac{64}{100} + \frac{36}{100}} = \sqrt{\frac{100}{100}} = \sqrt{1} = 1 \end{aligned}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$53- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore \sqrt{\frac{-1}{4}} + \frac{\sqrt{3}}{2} &= \sqrt{\frac{1}{4} \times -1} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \sqrt{\frac{1}{4}} \times \sqrt{-1} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{2}i + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i \\ \therefore \left|\sqrt{\frac{-1}{4}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right| &= \left|\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i\right| = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1 \end{aligned}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي



$$54- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\begin{aligned} \therefore 1 + \sqrt{-9} &= 1 + \sqrt{9 \times -1} = 1 + \sqrt{9} \times \sqrt{-1} = 1 + 3i \\ \therefore |1 + \sqrt{-9}| &= |1 + 3i| = \sqrt{(1)^2 + (3)^2} = \sqrt{1 + 9} = \sqrt{10} \end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$55- \because \text{Arg}(v) = \theta, 1 = 1 + 0i \Rightarrow \text{Arg}(1) = \tan^{-1} \frac{0}{1}$$

$$\therefore \text{Arg}\left(\frac{1}{v}\right) = \text{Arg}(1) - \text{Arg}(v) = \tan^{-1} \frac{0}{1} - \theta = 0 - \theta = -\theta$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$56- \because \text{Arg}(v) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \theta, v = a + ib, \bar{v} = a - ib$$

$$\therefore \text{Arg}(\bar{v}) = -\tan^{-1} \frac{b}{a} = -\theta$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$57- \because \text{Arg}(v) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \theta, v = a + ib, i = 0 + i$$

$$\therefore \text{Arg}(vi) = \text{Arg}(v) + \text{Arg}(i) = \theta + \tan^{-1} \frac{1}{0} = \theta + \frac{\pi}{2}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$58- \because \text{Arg}(v) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \theta, v = a + ib, -i = 0 + (-i) = 0 - i$$

$$\therefore \text{Arg}(-vi) = \text{Arg}(v) + \text{Arg}(-i) = \theta + -\tan^{-1} \frac{1}{0} = \theta - \tan^{-1} \frac{1}{0} = \theta - \frac{\pi}{2} = -\frac{\pi}{2} + \theta$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$59- \because w = 2(\cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2}))$$

$$\therefore \text{Arg}(w) = \frac{\pi}{2}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$60- \because w = -3 = -3 + 0i$$

$$\therefore \text{Arg}(w) = \pi - \tan^{-1} \frac{b}{a} = \pi - \tan^{-1} \frac{0}{3} = \pi - \tan^{-1} \frac{0}{3} = \pi - 0 = \pi$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$61- \because \text{Arg}(u/v) = \frac{\pi}{9}, \text{Arg}(uv) = \frac{5\pi}{18}$$

$$\therefore \text{Arg}(u/v) = \text{Arg}(u) - \text{Arg}(v) = \frac{\pi}{9} \quad (1)$$

$$\therefore \text{Arg}(uv) = \text{Arg}(u) + \text{Arg}(v) = \frac{5\pi}{18} \quad (2)$$

بجمع المعادلتان (1) و(2)

$$\Rightarrow 2\text{Arg}(u) = \frac{\pi}{9} + \frac{5\pi}{18} \Rightarrow 2\text{Arg}(u) = \frac{2\pi + 5\pi}{18} = \frac{7\pi}{18} \Rightarrow \text{Arg}(u) = \frac{7\pi}{18} \div 2 = \frac{7\pi}{18} \times \frac{1}{2}$$

$$\therefore \text{Arg}(u) = \frac{7\pi}{36}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$62- \because z = (3 + 3i)^2 = 9 + 9i + 9i + 9i^2 = 9 + 18i - 9 = 18i = 0 + 18i$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{18}{0} = \tan^{-1} \frac{18}{0} = \frac{\pi}{2}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$63- \because \text{Arg}(v) = \theta_1, \text{Arg}(u) = \theta_2$$

$$\therefore \text{Arg}(vu) = \text{Arg}(v) + \text{Arg}(u) = \theta_1 + \theta_2$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$64- \because w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\because \sin \theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right), \cos \theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right), \sin(-\theta) = -\sin \theta, \cos(-\theta) = \cos \theta$$

$$\therefore w = \sin \theta - i \cos \theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) - i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + i \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right)$$

$$\Rightarrow w = \cos\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right) + i \sin\left(-\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)\right) = \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right) + i \sin\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\therefore \text{Arg}(w) = \theta - \frac{\pi}{2}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$65- \because z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\because \sin \theta = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right), \cos \theta = \sin\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right)$$

$$\therefore z = \sqrt{2}(\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) + i \cos\left(\frac{\pi}{6}\right)) = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)) = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{3\pi - \pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{3\pi - \pi}{6}\right))$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{2\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{6}\right)) = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{3}\right))$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \frac{\pi}{3}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$66- \because \text{Arg}(\bar{w}) = \theta = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \theta, w = a - ib, \bar{w} = a + ib$$

$$\therefore \text{Arg}(w) = -\tan^{-1} \frac{b}{a} = -\theta$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$67- \because \text{Arg}(w) = -\theta, w = a - ib, -1 = -1 + 0i$$

$$\therefore \text{Arg}(-w) = \text{Arg}(-1) + \text{Arg}(w) = \pi - \tan^{-1} \frac{0}{1} + (-\theta) = \pi - 0 - \theta = \pi - \theta$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$68- \because \text{Arg}(w) = -\theta, w = a - ib, 1 = 1 + 0i$$

$$\therefore \text{Arg}\left(\frac{1}{w}\right) = \text{Arg}(1) - \text{Arg}(w) = \tan^{-1} \frac{0}{1} - (-\theta) = 0 + \theta = \theta$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$69- \because \text{Arg}(w) = \frac{\pi}{3}, \text{Arg}(v) = \frac{3\pi}{4}, \text{Arg}(u) = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \text{Arg}\left(\frac{wv}{u}\right) = (\text{Arg}(w) + \text{Arg}(v)) - \text{Arg}(u) = \left(\frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{4}\right) - \left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{4\pi + 9\pi}{12} - \frac{2\pi}{12} = \frac{11\pi}{12}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$70- \because \text{Arg}(w) = \frac{\pi}{3}, \text{Arg}(v) = \frac{3\pi}{4}, \text{Arg}(u) = \frac{\pi}{6}, 2 = 2 + 0i$$

$$\therefore \text{Arg}(2wv) = (\text{Arg}(2) + \text{Arg}(w)) + \text{Arg}(v) = \left(\tan^{-1} \frac{0}{2} + \frac{\pi}{3}\right) + \left(\frac{3\pi}{4}\right) = 0 + \frac{\pi}{3} + \frac{3\pi}{4}$$

$$\therefore \text{Arg}(2wv) = \frac{4\pi + 9\pi}{12} = \frac{13\pi}{12}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$71- \because \text{Arg}(w) = \frac{\pi}{3}, \text{Arg}(v) = \frac{3\pi}{4}, \text{Arg}(u) = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore \text{Arg}(u^3) = \text{Arg}(u \times u \times u) = \text{Arg}(u) + \text{Arg}(u) + \text{Arg}(u) = 3\text{Arg}(u) = 3 \times \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$72- \because w = -1 + \sqrt{3}i$$

$$\therefore \text{Arg}(w) = \pi - \tan^{-1} \frac{b}{a} = \pi - \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{1} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi - \pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$73- \because z = \frac{1}{2}(-1 + \sqrt{3}i) = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \pi - \tan^{-1} \frac{b}{a} = \pi - \tan^{-1} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{-1}{2}} = \pi - \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{1} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi - \pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

$$\therefore |z| = \sqrt{\left(\frac{-1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore (|z|, \text{Arg}(w)) = \left(1, \frac{2\pi}{3}\right)$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$74- \because |u| = r = \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$\because u = a + ib \Rightarrow \bar{u} = a - ib$$

$$\therefore u\bar{u} = (a + ib) \times (a - ib) = a^2 - i^2 b^2 = a^2 - (-1)b^2 = a^2 + b^2$$

$$\therefore |u\bar{u}| = r^2$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$75- \because \text{Arg}(u) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(u^3) = \text{Arg}(u \times u \times u) = \text{Arg}(u) + \text{Arg}(u) + \text{Arg}(u) = 3\text{Arg}(u) = 3 \times \theta = 3\theta$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$76- \because u = 1 + \cos \theta + i \sin \theta, \theta \in (-\pi, \pi]$$

$$\therefore r = |u| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(1 + \cos(\theta))^2 + (\sin(\theta))^2} = \sqrt{1 + \cos^2(\theta) + 2 \cos(\theta) + \sin^2(\theta)}$$

$$\therefore r = \sqrt{1 + 2 \cos(\theta) + (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta))} = \sqrt{1 + 2 \cos(\theta) + 1} = \sqrt{2 + 2 \cos(\theta)}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$77- \because u = 1 + \cos \theta + i \sin \theta, \theta \in (-\pi, \pi]$$

$$\because \sin(2\theta) = 2 \sin(\theta) \cos(\theta) \Rightarrow \sin(\theta) = 2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\because \cos(2\theta) = 2 \cos^2(\theta) - 1 \Rightarrow \cos(2\theta) + 1 = 2 \cos^2(\theta) \Rightarrow \cos(\theta) + 1 = 2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)$$

$$\therefore \text{Arg}(u) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \left(\frac{\sin(\theta)}{1 + \cos(\theta)} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{2 \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)}{2 \cos^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)}{\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)} \right) = \tan^{-1} \left(\tan \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\therefore \text{Arg}(u) = \frac{\theta}{2}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$78- \because \text{Arg}(z) = \frac{7\pi}{6}, |z| = \sqrt{2}, z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\therefore z = \sqrt{2}(\cos\left(\frac{7\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{7\pi}{6}\right)) = \sqrt{2}\left(-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\left(-\frac{1}{2}\right)\right) = -\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{2}i}{2} = -\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{i}{\sqrt{2}}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$79- \because (\text{Arg}(v^3)) = \theta$$

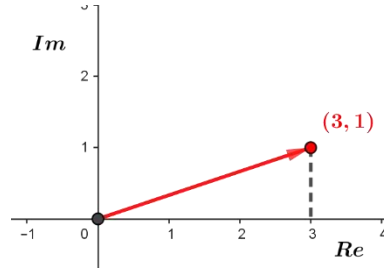
$$\therefore \text{Arg}(v^3) = \text{Arg}(v \times v \times v) = \text{Arg}(v) + \text{Arg}(v) + \text{Arg}(v) = 3\text{Arg}(v) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(v) = \frac{\theta}{3}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$80- \because z = a + ib \Rightarrow (a, b), \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

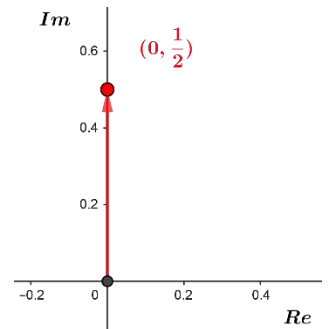
$$\therefore \Rightarrow (a, b) = (3, 1) \Rightarrow \therefore z = 3 + i = 3 + \sqrt{-1}$$



(c) الإجابة الصحيحة هي

$$81- \because z = a + ib \Rightarrow (a, b)$$

$$\therefore \Rightarrow (a, b) = \left(0, \frac{1}{2}\right) \Rightarrow \therefore z = 0 + \frac{1}{2}i = \frac{1}{2}i$$

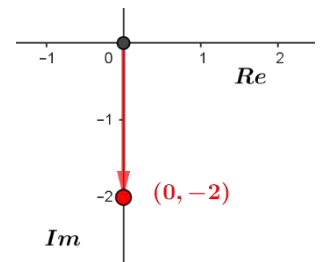


(a) الإجابة الصحيحة هي

$$82- \because z = a + ib \Rightarrow (a, b), \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\therefore z = 2i^{35} = 2i^{34}i = 2(i^2)^{17}i = 2(i^2)^{17}i = 2(-1)^{17}i = 2 \times -1 \times i = -2i$$

$$\therefore z = -2i \Rightarrow (a, b) = (0, -2)$$



(c) الإجابة الصحيحة هي

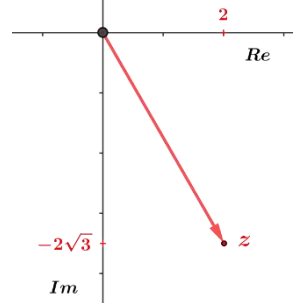
$$83- \because z = a + ib \Rightarrow (a, b), \because z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$(a, b) = (2, -2\sqrt{3}) \Rightarrow \therefore z = 2 + (-2\sqrt{3})i = 2 - 2\sqrt{3}i$$

$$\therefore |z| = \sqrt{(2)^2 + (-2\sqrt{3})^2} = \sqrt{4 + (4 \times 3)} = \sqrt{4 + 12} = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = -\tan^{-1} \frac{b}{a} = -\tan^{-1} \frac{2\sqrt{3}}{2} = -\tan^{-1} \sqrt{3} = -\frac{\pi}{3}$$

$$\therefore z = 4\left(\cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right)\right)$$



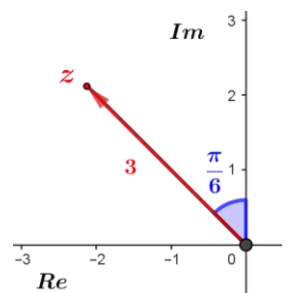
(d) الإجابة الصحيحة هي

$$84- \because z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\therefore |z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 3, \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \theta', \theta' = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \pi - \tan^{-1} \frac{b}{a} = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$

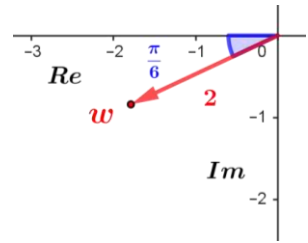
$$\therefore z = 3\left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) + i \sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$



(d) الإجابة الصحيحة هي

$$85- \because w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

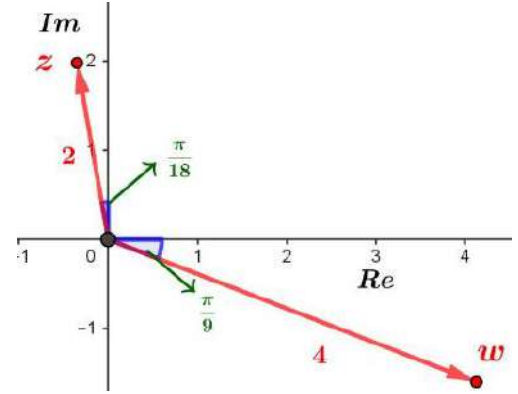
$$\begin{aligned} \therefore |w| &= \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 2, \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \theta', \theta' = \frac{\pi}{6} \\ \therefore \text{Arg}(z) &= -(\pi - \tan^{-1} \frac{b}{a}) = -(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\pi + \frac{\pi}{6} = -\frac{5\pi}{6} \\ \therefore w &= 2(\cos(-\frac{5\pi}{6}) + i \sin(-\frac{5\pi}{6})) \end{aligned}$$



(d) الإجابة الصحيحة هي

$$86- \because w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

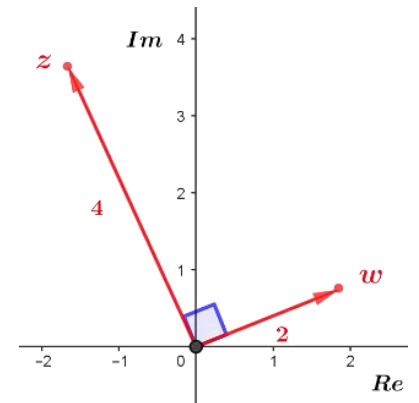
$$\begin{aligned} \therefore |w| &= \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 4, \theta = -\frac{\pi}{9} \\ \therefore w &= 4(\cos(-\frac{\pi}{9}) + i \sin(-\frac{\pi}{9})) \\ \therefore |z| &= \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 2, \theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{18} = \frac{10\pi}{18} = \frac{5\pi}{9} \\ \therefore z &= 2(\cos(\frac{5\pi}{9}) + i \sin(\frac{5\pi}{9})) \\ \therefore \frac{w}{z} &= \frac{4}{2}(\cos(-\frac{\pi}{9} - \frac{5\pi}{9}) + i \sin(-\frac{\pi}{9} - \frac{5\pi}{9})) \\ \therefore \frac{w}{z} &= 2(\cos(-\frac{6\pi}{9}) + i \sin(-\frac{6\pi}{9})) = 2(\cos(-\frac{2\pi}{3}) + i \sin(-\frac{2\pi}{3})) \\ \therefore \frac{w}{z} &= 2(\cos(\frac{2\pi}{3}) - i \sin(\frac{2\pi}{3})) = 2(-\frac{1}{2} - (\frac{\sqrt{3}}{2})i) = -1 - \sqrt{3}i \end{aligned}$$



(b) الإجابة الصحيحة هي

$$87- \because w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

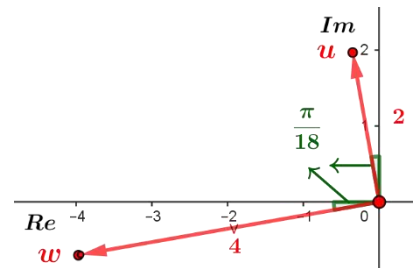
$$\begin{aligned} \therefore |w| &= \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 2, \theta = \alpha \\ \therefore w &= 2(\cos(\alpha) + i \sin(\alpha)) \\ \therefore |z| &= \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 4, \theta = \frac{\pi}{2} + \alpha \\ \therefore z &= 4(\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) + i \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha)) \\ \therefore \frac{z}{w} &= \frac{4}{2}(\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha - \alpha) + i \sin(\frac{\pi}{2} + \alpha - \alpha)) \\ \therefore \frac{z}{w} &= 2(\cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2})) \end{aligned}$$



(c) الإجابة الصحيحة هي

$$88- \because w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\begin{aligned} \therefore |w| &= \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 4, \theta = -(\pi - \frac{\pi}{18}) = -\frac{17\pi}{18} \\ \therefore w &= 4(\cos(-\frac{17\pi}{18}) + i \sin(-\frac{17\pi}{18})) \\ \therefore |u| &= \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 2, \theta = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{18} = \frac{10\pi}{18} \\ \therefore u &= 2(\cos(\frac{10\pi}{18}) + i \sin(\frac{10\pi}{18})) \\ \therefore \frac{u}{w} &= \frac{2}{4}(\cos(\frac{10\pi}{18} - (-\frac{17\pi}{18})) + i \sin(\frac{10\pi}{18} - (-\frac{17\pi}{18}))) \\ \therefore \frac{u}{w} &= \frac{1}{2}(\cos(\frac{10\pi}{18} + \frac{17\pi}{18}) + i \sin(\frac{10\pi}{18} + \frac{17\pi}{18})) \\ \therefore \frac{u}{w} &= \frac{1}{2}(\cos(\frac{27\pi}{18}) + i \sin(\frac{27\pi}{18})) = \frac{1}{2}(\cos(\frac{3\pi}{2}) + i \sin(\frac{3\pi}{2})) \end{aligned}$$



(a) الإجابة الصحيحة هي

$$89- \because z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)), z = \sqrt{2}(\cos(-\frac{3\pi}{4}) + i \sin(-\frac{3\pi}{4}))$$

$$\therefore r = \sqrt{2}, \theta = -\frac{3\pi}{4} = -(\pi - \frac{\pi}{4})$$

(b) الإجابة الصحيحة هي



$$90- \because z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\because \theta = \theta_1 + \theta_2, \because u \cdot w = r_u \cdot r_w (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$$

$$\therefore z = u \cdot w$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

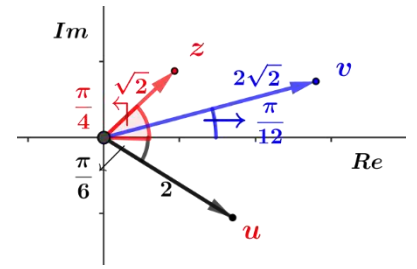
$$91- \because u = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\therefore |u| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 4, \theta = -\left(\pi - \frac{\pi}{18}\right) = -\frac{17\pi}{18}$$

$$\therefore u = 24\left(\cos\left(-\frac{17\pi}{18}\right) + i \sin\left(-\frac{17\pi}{18}\right)\right)$$

$$\therefore |u| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 2, \theta = -\frac{\pi}{6}$$

$$\therefore u = 2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i \sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$$

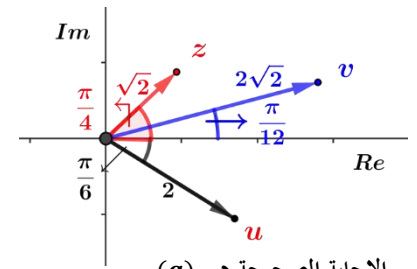


الإجابة الصحيحة هي (d)

$$92- \because z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\therefore |z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = \sqrt{2}, \theta = \frac{\pi}{4}$$

$$\therefore z = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i\right) = 1 + i$$



الإجابة الصحيحة هي (a)

$$93- \because v = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\because \theta = \theta_1 + \theta_2 = \frac{\pi}{4} + \left(-\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\pi}{4} - \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi - 2\pi}{12} = \frac{\pi}{12}$$

$$\because z \cdot u = r_u \cdot r_w (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$$

$$\therefore v = z \cdot u$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$94- \because v = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)), v = a + ib$$

$$\therefore |v| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 3 \Rightarrow v = 3(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 3 \cos(\theta) + 3i \sin(\theta)$$

$$\therefore |z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 4 \Rightarrow z = 4(\cos\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right)) = 4(-\sin(\theta) + i \cos(\theta))$$

$$z = -4 \sin(\theta) + 4i \cos(\theta)$$

$$\therefore z - v = (-4 \sin(\theta) + 4i \cos(\theta)) - (3 \cos(\theta) + 3i \sin(\theta))$$

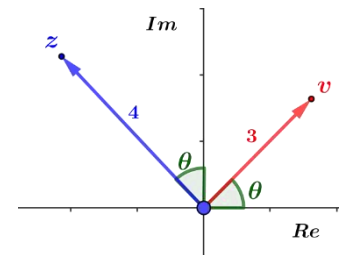
$$\therefore z - v = (-4 \sin(\theta) - 3 \cos(\theta)) + i(4 \cos(\theta) - 3 \sin(\theta))$$

$$\therefore |z - v| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \sqrt{(-4 \sin(\theta) - 3 \cos(\theta))^2 + (4 \cos(\theta) - 3 \sin(\theta))^2}$$

$$= \sqrt{16 \sin^2(\theta) + 9 \cos^2(\theta) + 24 \cos(\theta) \cos(\theta) + 16 \cos^2(\theta) + 9 \sin^2(\theta) - 24 \cos(\theta) \cos(\theta)}$$

$$= \sqrt{16 \sin^2(\theta) + 9 \cos^2(\theta) + 16 \cos^2(\theta) + 9 \sin^2(\theta)} = \sqrt{25 \sin^2(\theta) + 25 \cos^2(\theta)}$$

$$\therefore |z - v| = \sqrt{25 (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta))} = \sqrt{25} = 5$$



الإجابة الصحيحة هي (c)

$$95- \because u = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)), u = a + ib$$

$$\therefore |u| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 5 \Rightarrow u = 5(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 5 \cos(\theta) + 5i \sin(\theta)$$

$$\therefore |w| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = r = 12 \Rightarrow w = 12(\cos(\frac{\pi}{2} + \theta) + i \sin(\frac{\pi}{2} + \theta)) = 12(-\sin(\theta) + i \cos(\theta))$$

$$w = -12 \sin(\theta) + 12i \cos(\theta)$$

$$\therefore w + u = (-12 \sin(\theta) + 12i \cos(\theta)) - (5 \cos(\theta) + 5i \sin(\theta))$$

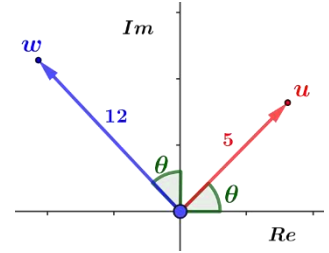
$$\therefore w + u = (-12 \sin(\theta) - 5 \cos(\theta)) + i(12 \cos(\theta) - 5 \sin(\theta))$$

$$\therefore |w + u| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \sqrt{(-12 \sin(\theta) - 5 \cos(\theta))^2 + (12 \cos(\theta) - 5 \sin(\theta))^2}$$

$$= \sqrt{144 \sin^2(\theta) + 25 \cos^2(\theta) + 60 \cos(\theta) \cos(\theta) + 144 \cos^2(\theta) + 25 \sin^2(\theta) - 60 \cos(\theta) \cos(\theta)}$$

$$= \sqrt{144 \sin^2(\theta) + 25 \cos^2(\theta) + 144 \cos^2(\theta) + 25 \sin^2(\theta)} = \sqrt{169 \sin^2(\theta) + 169 \cos^2(\theta)}$$

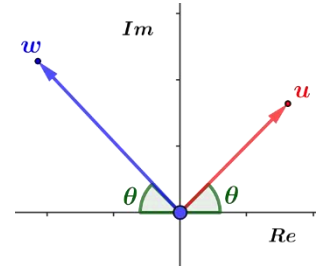
$$\therefore |w + u| = \sqrt{169 (\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta))} = \sqrt{169} = 13$$



(b) الإجابة الصحيحة هي

$$96- \because \text{Arg}(u) = \theta, \because \text{Arg}(w) = \pi - \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(w \cdot u) = \text{Arg}(w) + \text{Arg}(u) = \pi - \theta + \theta = \pi$$



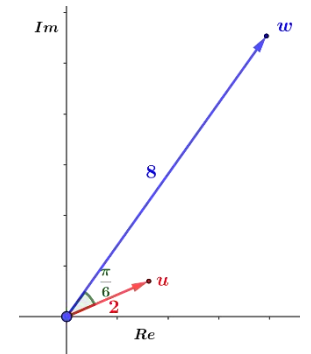
(d) الإجابة الصحيحة هي

$$97- \because |w| = 8, |u| = 2, z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)), \theta_w = \frac{\pi}{6} + \theta_u$$

$$\therefore z = \frac{w}{u} = \frac{r_w}{r_u} (\cos(\theta_w - \theta_u) + i \sin(\theta_w - \theta_u))$$

$$\Rightarrow z = \frac{w}{u} = \frac{8}{2} (\cos(\frac{\pi}{6} + \theta_u - \theta_u) + i \sin(\frac{\pi}{6} + \theta_u - \theta_u))$$

$$\Rightarrow z = \frac{w}{u} = 4(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6}))$$



(b) الإجابة الصحيحة هي

$$98- \because w = \frac{1}{-\sqrt{3}+i}$$

$$\therefore w = \frac{1}{-\sqrt{3}+i} \times \frac{-\sqrt{3}-i}{-\sqrt{3}-i} = \frac{-\sqrt{3}-i}{3+i\sqrt{3}-i\sqrt{3}-i^2} = \frac{-\sqrt{3}-i}{3+1} = \frac{-\sqrt{3}-i}{4} = \frac{-\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$$

$$\therefore |w| = r = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = \sqrt{(\frac{-\sqrt{3}}{4})^2 + (\frac{-1}{4})^2} = \sqrt{\frac{3}{16} + \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{4}{16}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$99- \because w = \frac{-\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$$

$$\therefore \text{Arg}(w) = -(\pi - \tan^{-1} \frac{b}{a}) = -(\pi - \tan^{-1} \frac{\frac{1}{4}}{\frac{-\sqrt{3}}{4}}) = -(\pi - \tan^{-1} \frac{1}{-\sqrt{3}}) = -\pi + \frac{\pi}{6} = \frac{-6\pi + \pi}{6} = \frac{-5\pi}{6}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$100- \because |w| = \frac{1}{2}, \text{Arg}(w) = \frac{-5\pi}{6}, w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\therefore w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)) = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) - i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

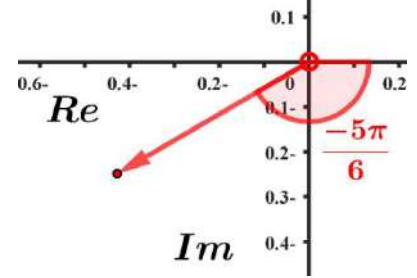
(a) الإجابة الصحيحة هي

$$101- \because w = \frac{-\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$$

$$\therefore \bar{w} = \frac{-\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}$$

$$102- \because w = \frac{-\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}, |w| = \frac{1}{2}, \text{Arg}(w) = \frac{-5\pi}{6}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي



(d) الإجابة الصحيحة هي

$$103- \because |w| = \frac{1}{2}, \text{Arg}(w) = \frac{-5\pi}{6}$$

$$\therefore \bar{w} = \frac{-\sqrt{3}}{4} + \frac{i}{4}, |\bar{w}| = |w| = \frac{1}{2}, \text{Arg}(\bar{w}) = -\text{Arg}(w) = \frac{5\pi}{6}, \bar{w} = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta))$$

$$\therefore \bar{w} = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$104- \because w = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)), \bar{w} = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

$$\therefore w \cdot \bar{w} = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)) \times \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

$$\therefore w \cdot \bar{w} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{-5\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-5\pi}{6} + \frac{5\pi}{6}\right)) = \frac{1}{4}(\cos(0) + i \sin(0))$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$105- \because w = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)), \bar{w} = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

$$\therefore w \div \bar{w} = \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)) \div \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{5\pi}{6}\right))$$

$$\therefore w \div \bar{w} = \frac{1}{2} \div \frac{1}{2}(\cos\left(\frac{-5\pi}{6} - \frac{5\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-5\pi}{6} - \frac{5\pi}{6}\right)) = (\cos\left(\frac{-10\pi}{6}\right) + i \sin\left(\frac{-10\pi}{6}\right))$$

$$\therefore w \div \bar{w} = (\cos\left(\frac{10\pi}{6}\right) - i \sin\left(\frac{10\pi}{6}\right))$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$106- \because z = 5i = 0 + 5i$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \tan^{-1} \frac{5}{0} = \frac{\pi}{2}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$107- \because z = 5i = 0 + 5i \Rightarrow \bar{z} = 0 - 5i$$

$$\therefore \text{Arg}(\bar{z}) = -\tan^{-1} \frac{5}{0} = -\frac{\pi}{2}, |z| = r = \sqrt{(0)^2 + (-5)^2} = \sqrt{25} = 5$$

$$\therefore \bar{z} = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 5(\cos(-\frac{\pi}{2}) + i \sin(-\frac{\pi}{2})) = 5(\cos(\frac{\pi}{2}) - i \sin(\frac{\pi}{2}))$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$108- \because \text{Arg}(z) = \frac{\pi}{2}, \therefore \text{Arg}(\bar{z}) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \text{Arg}(z \cdot \bar{z}) = \text{Arg}(z) + \text{Arg}(\bar{z}) = \frac{\pi}{2} + \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{2} = 0$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$109- \because \text{Arg}(z) = \frac{\pi}{2}, \therefore \text{Arg}(\bar{z}) = -\frac{\pi}{2}$$

$$\therefore \text{Arg}(z \div \bar{z}) = \text{Arg}(z) - \text{Arg}(\bar{z}) = \frac{\pi}{2} - \left(-\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$110- \because z = 1 - i\sqrt{3} \Rightarrow -z = -(1 - i\sqrt{3}) = -1 + i\sqrt{3}$$

$$\therefore |z| = \sqrt{(1)^2 + (-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$\therefore |\bar{z}| = \sqrt{(-1)^2 + (\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+3} = \sqrt{4} = 2$$

$$\therefore |-z| - |z| = 2 - 2 = 0$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$111- \because \bar{z} = 2i, w = 1 + i, \Rightarrow z = -2i$$

$$\therefore zw = (-2i) \times (1 + i) = -2i - 2i^2 = -2i - 2(-1) = -2i + 2 = 2 - 2i$$

$$\therefore \frac{2+3i}{zw} = \frac{2+3i}{2-2i} \times \frac{2+2i}{2+2i} = \frac{4+4i+6i+6i^2}{4+4i-4i-4i^2} = \frac{4+10i+6(-1)}{4-4(-1)} = \frac{4-6+10i}{4+4} = \frac{-2+10i}{8} = \frac{-2}{8} + \frac{10i}{8} = \frac{-1}{4} + \frac{5i}{4}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$112- \because w = 1 + i \Rightarrow \bar{w} = 1 - i$$

$$\therefore \text{Arg}(\bar{w}) = -\tan^{-1} \frac{1}{1} = -\frac{\pi}{4}, |z| = r = \sqrt{(1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$$

$$\therefore \bar{w} = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = \sqrt{2}(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4})) = \sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) - i \sin(\frac{\pi}{4}))$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$113- \because z = 1 + i \Rightarrow \bar{z} = 1 - i$$

$$\therefore \frac{1}{2} z \bar{z} = \frac{1}{2} ((1 + i)(1 - i)) = \frac{1}{2} (1 - i + i - i^2) = \frac{1}{2} (1 - (-1)) = \frac{1}{2} (1 + 1) = \frac{1}{2} (2) = 1$$

$$\therefore \left| \frac{1}{2} z \bar{z} \right| = \sqrt{(1)^2 + (0)^2} = \sqrt{1} = 1$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$114- \because v = 1 - i$$

$$\therefore 3v = 3(1 - i) = 3 - 3i$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$115- \because u = 3 - i, v = 2 + 4i$$

$$\therefore u - v = (3 - i) - (2 + 4i) = (3 - 2) + (-1 - 4)i = 1 + (-5)i = 1 - 5i$$

$$\therefore \overline{u - v} = 1 + 5i$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$116- \because z = 3 - 4i, v = 2 + 4i$$

$$\therefore 2z = 2(3 - 4i) = 6 - 8i$$

$$\therefore v + 2z = (2 + 4i) + (6 - 8i) = (2 + 6) + (4 + (-8))i = 8 + (-4)i = 8 - 4i$$

$$\therefore \overline{v + 2z} = 8 + 4i$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$117- \because z = 3 - 4i, v = 2 + 4i$$

$$\therefore v \div z = \frac{2+4i}{3-4i} = \frac{2+4i}{3-4i} \times \frac{3+4i}{3+4i} = \frac{6+8i+12i+16i^2}{9+12i-12i-16i^2} = \frac{6+20i+16(-1)}{9-16(-1)} = \frac{-10+20i}{25} = \frac{-10}{25} + \frac{20i}{25} = \frac{-2}{5} + \frac{4i}{5}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$118- \because z = \frac{\sqrt{-3}+1}{2i}, 1- \because i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\therefore z = \frac{\sqrt{-3}+1}{2i} = \frac{\sqrt{-3}+1}{2i} \times \frac{i}{i} = \frac{i\sqrt{-3}+i}{2i^2} = \frac{i(\sqrt{-1 \times 3})+i}{-2} = \frac{i(\sqrt{-1} \times \sqrt{3})+i}{-2} = \frac{i(i \times \sqrt{3})+i}{-2} = \frac{i^2 \sqrt{3}+i}{-2} = \frac{-\sqrt{3}+i}{-2}$$

$$\therefore z = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{-2} = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2} \Rightarrow \bar{z} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$$

$$\therefore z - \bar{z} = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{i}{2}\right) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}\right) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \left(-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right)i = 0 + \frac{-2}{2}i = -i$$

$$\therefore (z - \bar{z})^{4t} = (-i)^{4t} = ((-i)^2)^{2t} = (((i)^2)^2)^t = ((-1)^2)^t = 1^t = 1$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$119- \because z = 3 + 4i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 4i$$

$$\therefore z\bar{z} = (3 + 4i) \times (3 - 4i) = 9 + 12i - 12i - 16i^2 = 9 - 16i^2 = 9 - (-1)16 = 9 + 16 = 25$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$120- \because z = 3 + 4i \Rightarrow \bar{z} = 3 - 4i, z\bar{z} = 25$$

$$\therefore z^2 = (3 + 4i)^2 = 9 + 24i + 16i^2 = 9 - 16 + 24i = -7 + 24i$$

$$\therefore \bar{z}^2 = (3 - 4i)^2 = 9 - 24i - 16i^2 = 9 + 16 - 24i = 25 - 24i$$

$$\therefore z^2 - z\bar{z} + (\bar{z})^2 = (-7 + 24i) - (25) + (25 - 24i) = (-7 - 25 + 25) + (24 - 0 + (-24))i$$

$$\therefore z^2 - z\bar{z} + (\bar{z})^2 = -7 + 0i = -7$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$121- \because |z| = 5\sqrt{5}, \text{Arg}(z) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$$

$$\therefore |z| = \sqrt{(a)^2 + (b)^2} = 5\sqrt{5} \Rightarrow a^2 + b^2 = 125 \quad (1)$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \Rightarrow a = 2b \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\therefore 4b^2 + b^2 = 125 \Rightarrow 5b^2 = 125 \Rightarrow b^2 = 25 \Rightarrow b = 5, a = 2 \times 5 = 10$$

$$\therefore z = a + ib \Rightarrow z = 10 + 5i$$

$$\therefore \frac{z}{3+4i} = \frac{10+5i}{3+4i} \times \frac{3-4i}{3-4i} = \frac{30-40i+15i-20i^2}{9-12i+12i-16i^2} = \frac{30-25i-20(-1)}{9-16(-1)} = \frac{30+20-25i}{9+16} = \frac{50-25i}{25} = 2 - i$$

$$\therefore \frac{z}{3+4i} = p + iq \Rightarrow 2 - i = p + iq \Rightarrow p = 2, q = -1 \Rightarrow p + q = 2 + (-1) = 2 - 1 = 1$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$122- \because w = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)$$

$$\therefore w = \sqrt{2}\left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) = \sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}\right) = 1 + i$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$123- \therefore v = 2(\cos(\frac{2\pi}{3}) + i\sin(\frac{2\pi}{3}))$$

$$\therefore v = 2(\cos(\frac{2\pi}{3}) + i\sin(\frac{2\pi}{3})) = 2(-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}) = -1 + i\sqrt{3}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$124- \therefore \theta = \frac{\pi}{3}, |w| = 3$$

$$\therefore w = 3(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3})) = 3(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}) = \frac{3}{2} + \frac{3i\sqrt{3}}{2}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$125- \therefore \theta = \pi, |v| = 4$$

$$\therefore v = 4(\cos(\pi) + i\sin(\pi)) = 4(-1 + (0)i) = -4 + 0i = -4$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$126- \therefore \theta = \frac{3\pi}{4}, |u| = 3$$

$$\therefore u = 3(\cos(\frac{3\pi}{4}) + i\sin(\frac{3\pi}{4})) = 3(\frac{-1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}) = \frac{-3}{\sqrt{2}} + \frac{3i}{\sqrt{2}}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$127- \therefore z = \frac{\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}))}{\frac{1}{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4}))}$$

$$\therefore z = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}}(\cos(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{4})) = 2\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i\sin(\frac{\pi}{4})) = 2\sqrt{2}(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}) = 2 + 2i$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$128- \therefore z = -(\cos(\pi) + i\sin(\pi))$$

$$\therefore z = -(\cos(\pi) + i\sin(\pi)) = -(-1 + 0i) = 1 - 0i = 1$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$129- \therefore z = (\cos(\frac{7\pi}{6}) + i\sin(\frac{7\pi}{6}))$$

$$\therefore z = (\cos(\frac{7\pi}{6}) + i\sin(\frac{7\pi}{6})) = (-\frac{\sqrt{3}}{2} + (-\frac{1}{2}i)) = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$130- \therefore z = 3(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2}))$$

$$\therefore z = 3(\cos(\frac{\pi}{2}) + i\sin(\frac{\pi}{2})) = 3(0 + (1i)) = 0 + 3i = 3i$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$131- \therefore z = 5(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3}))$$

$$\therefore z = 5(\cos(\frac{\pi}{3}) + i\sin(\frac{\pi}{3})) = 5(\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}) = \frac{5}{2} + \frac{5i\sqrt{3}}{2}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$132- \therefore z = \frac{1}{-5+3i}$$

$$\therefore z = \frac{1}{-5+3i} \times \frac{-5-3i}{-5-3i} = \frac{-5-3i}{25-15i+15i-9i^2} = \frac{-5-3i}{25-9(-1)} = \frac{-5-3i}{25+9} = \frac{-5-3i}{34} = \frac{-5}{34} - \frac{3i}{34}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي



$$133- \because z = -6 + 2\sqrt{3}i$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \pi - \tan^{-1} \frac{2\sqrt{3}}{6} = \pi - \tan^{-1} \frac{\sqrt{3}}{3} = \pi - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$|z| = r = \sqrt{(-6)^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{36 + 12} = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

$$\therefore z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 4\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$134- \because \theta = \frac{\pi}{3}, |u| = 5$$

$$\therefore u = 5(\cos(\frac{\pi}{3}) + i \sin(\frac{\pi}{3}))$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$135- \because z = 2 - 2i$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = -\tan^{-1} \frac{2}{2} = -\tan^{-1} 1 = -\frac{\pi}{4}$$

$$|z| = r = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 2\sqrt{2}(\cos(-\frac{\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{4}))$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$136- \because z = \frac{18+2i}{5-4i}$$

$$\therefore z = \frac{18+2i}{5-4i} \times \frac{5+4i}{5+4i} = \frac{90+72i+10i+8i^2}{25-20i+20i-16i^2} = \frac{90+82i+8(-1)}{25-16(-1)} = \frac{90-8+82i}{25+16} = \frac{82+82i}{41} = 2 + 2i$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \tan^{-1} \frac{2}{2} = \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$|z| = r = \sqrt{(2)^2 + (2)^2} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\therefore z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 2\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$137- \because z = \frac{1}{i}$$

$$\therefore z = \frac{1}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{i}{i^2} = \frac{i}{(-1)} = -i = 0 - i$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = -\tan^{-1} \frac{1}{0} = -\frac{\pi}{2}$$

$$|z| = r = \sqrt{(0)^2 + (-1)^2} = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = (\cos(-\frac{\pi}{2}) + i \sin(-\frac{\pi}{2})) = (\cos(\frac{\pi}{2}) - i \sin(\frac{\pi}{2}))$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$138- \because z = \frac{-4}{\sqrt{3}+i}$$

$$\therefore z = \frac{-4}{\sqrt{3}+i} \times \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i} = \frac{-4\sqrt{3}+4i}{3+i\sqrt{3}-i\sqrt{3}-i^2} = \frac{-4\sqrt{3}+4i}{3-(-1)} = \frac{-4\sqrt{3}+4i}{4} = -\sqrt{3} + i$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \pi - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$|z| = r = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{3+1} = \sqrt{4} = 2$$

$$\therefore z = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 2(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$139- \because w = 5(\cos(\frac{3\pi}{2}) + i \sin(\frac{3\pi}{2})), z = 2(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6}))$$

$$\therefore zw = r_z r_w (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)) = 10(\cos(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{3\pi}{2} + \frac{\pi}{6}))$$

$$\therefore zw = 10(\cos(\frac{9\pi+\pi}{6}) + i \sin(\frac{9\pi+\pi}{6})) = 10(\cos(\frac{10\pi}{6}) + i \sin(\frac{10\pi}{6})) = 10(\cos(\frac{5\pi}{3}) + i \sin(\frac{5\pi}{3}))$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$140- \because w = 4(\cos(\frac{5\pi}{12}) - i \sin(\frac{5\pi}{12})), v = (\cos(\frac{-\pi}{2}) + i \sin(\frac{-\pi}{2})), u = 2\sqrt{2}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$$

$$w = 4(\cos(\frac{5\pi}{12}) - i \sin(\frac{5\pi}{12})) = 4(\cos(-\frac{5\pi}{12}) + i \sin(-\frac{5\pi}{12}))$$

$$\therefore uv = r_u r_v (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2)) = 2\sqrt{2}(\cos(\frac{5\pi}{6} + (-\frac{\pi}{2})) + i \sin(\frac{5\pi}{6} + (-\frac{\pi}{2})))$$

$$\therefore uv = 2\sqrt{2}(\cos(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{5\pi}{6} - \frac{\pi}{2})) = 2\sqrt{2}(\cos(\frac{5\pi-3\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi-3\pi}{6}))$$

$$\therefore uv = 2\sqrt{2}(\cos(\frac{2\pi}{6}) + i \sin(\frac{2\pi}{6})) = 2\sqrt{2}(\cos(\frac{\pi}{3}) + i \sin(\frac{\pi}{3}))$$

$$\therefore \frac{uv}{w} = \frac{r_u r_v}{r_w} (\cos((\theta_1 + \theta_2) - \theta_3) + i \sin((\theta_1 + \theta_2) - \theta_3))$$

$$\therefore \frac{uv}{w} = \frac{2\sqrt{2}}{4} (\cos(\frac{\pi}{3} - (-\frac{5\pi}{12})) + i \sin(\frac{\pi}{3} - (-\frac{5\pi}{12}))) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos(\frac{4\pi+5\pi}{12}) + i \sin(\frac{4\pi+5\pi}{12}))$$

$$\therefore \frac{uv}{w} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos(\frac{9\pi}{12}) + i \sin(\frac{9\pi}{12})) = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos(\frac{3\pi}{4}) + i \sin(\frac{3\pi}{4}))$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$141- \because \frac{uv}{w} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos(\frac{3\pi}{4}) + i \sin(\frac{3\pi}{4}))$$

$$\therefore \frac{uv}{w} = \frac{1}{\sqrt{2}} (\cos(\frac{3\pi}{4}) + i \sin(\frac{3\pi}{4})) = \frac{1}{\sqrt{2}} (-\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}) = -\frac{1}{2} + \frac{i}{2}$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$142- \because |u| = \sqrt{3}, \text{Arg}(u) = \frac{7\pi}{12}$$

$$\therefore u = \sqrt{3}(\cos(\frac{7\pi}{12}) + i \sin(\frac{7\pi}{12}))$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$143- \because v = -9 + 3\sqrt{3}i$$

$$\therefore \text{Arg}(v) = \pi - \tan^{-1}(\frac{3\sqrt{3}}{9}) = \pi - \tan^{-1}(\frac{1}{\sqrt{3}}) = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$|v| = r = \sqrt{(-9)^2 + (3\sqrt{3})^2} = \sqrt{81 + 27} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$$

$$\therefore v = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 6\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$144- \because u = \sqrt{3}(\cos(\frac{7\pi}{12}) + i \sin(\frac{7\pi}{12})), v = 6\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$$

$$\therefore vu = r_v r_u (\cos(\theta_1 + \theta_2) + i \sin(\theta_1 + \theta_2))$$

$$\therefore vu = (6\sqrt{3} \times \sqrt{3})(\cos(\frac{5\pi}{6} + \frac{7\pi}{12}) + i \sin(\frac{5\pi}{6} + \frac{7\pi}{12})) = 18(\cos(\frac{10\pi+7\pi}{12}) + i \sin(\frac{10\pi+7\pi}{12}))$$

$$\therefore vu = 18(\cos(\frac{17\pi}{12}) + i \sin(\frac{17\pi}{12}))$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$145- \because u = \sqrt{3}(\cos(\frac{7\pi}{12}) + i \sin(\frac{7\pi}{12})), v = 6\sqrt{3}(\cos(\frac{5\pi}{6}) + i \sin(\frac{5\pi}{6}))$$

$$\therefore \frac{v}{u} = \frac{r_v}{r_u} (\cos(\theta_1 - \theta_2) + i \sin(\theta_1 - \theta_2))$$

$$\therefore \frac{v}{u} = \frac{6\sqrt{3}}{\sqrt{3}} (\cos(\frac{5\pi}{6} - \frac{7\pi}{12}) + i \sin(\frac{5\pi}{6} - \frac{7\pi}{12})) = 6(\cos(\frac{10\pi-7\pi}{12}) + i \sin(\frac{10\pi-7\pi}{12}))$$

$$\therefore \frac{v}{u} = 6(\cos(\frac{3\pi}{12}) + i \sin(\frac{3\pi}{12})) = 6(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$146- \because x^2 - iy^2 = 9 - 25i$$

$$\therefore x^2 = 9, -iy^2 = -25i \Rightarrow y^2 = 25$$

$$\therefore x^2 = 9 \Rightarrow x = \sqrt{9} = \pm 3, y^2 = 25 \Rightarrow y = \sqrt{25} = \pm 5 \Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (\pm 3, \pm 5)$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$147- \because 3x - 2iy = (5 - i)^2$$

$$\therefore 3x - 2iy = (5 - i)^2 = 25 - 10i + i^2 = 25 - 10i + (-1) = 24 - 10i$$

$$3x = 24, -2iy = -10i \Rightarrow x = 8, -2y = -10 \Rightarrow y = 5$$

$$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (8, 5)$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$148- \because 2x - 8iy = -10 + 4i$$

$$\therefore 2x - 8iy = -10 + 4i \Rightarrow 2x = -10, -8iy = 4i \Rightarrow x = -5, -8y = 4 \Rightarrow y = -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (-5, -\frac{1}{2})$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$149- \because 7i = (x + 3i)(y - i) - 9$$

$$\therefore 7i = (xy - ix + 3iy - 3i^2) - 9 \Rightarrow 9 + 7i = (xy - ix + 3iy - 3(-1))$$

$$\Rightarrow 9 + 7i = (xy - ix + 3iy + 3) \Rightarrow 9 + 7i - 3 = xy - ix + 3iy \Rightarrow 6 + 7i = xy - ix + 3iy$$

$$\Rightarrow 6 + 7i = xy - i(x - 3y)$$

$$\therefore xy = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{x} \quad (1)$$

$$\therefore x - 3y = 7 \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الأولى في المعادلة الثانية

$$\therefore x - 3\left(\frac{6}{x}\right) = 7 \Rightarrow x^2 - 18 = 7x \Rightarrow x^2 - 7x - 18 = 0 \Rightarrow (x - 9)(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 9, -2$$

$$\Rightarrow \therefore x = 9 \Rightarrow \therefore y = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}, \therefore x = -2 \Rightarrow \therefore y = \frac{6}{-2} = -3 \Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = \left(9, \frac{2}{3}\right), (-2, -3)$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$150- \because x + 3 - 4iy = i(8 + iy)$$

$$\therefore x + 3 - 4iy = i(8 + iy) \Rightarrow x + 3 - 4iy = 8i + i^2y \Rightarrow x + 3 - 4iy = 8i + (-1)y$$

$$\Rightarrow x + 3 - 4iy = 8i - y \Rightarrow (x + 3) - 4iy = -y + 8i$$

$$\therefore x + 3 = -y \quad (1)$$

$$\therefore -4iy = 8 \quad (2)$$

بحل المعادلة الثانية وتعويض الناتج في المعادلة الأولى

$$\therefore y = \frac{8}{-4} = -2 \Rightarrow x + 3 = -(-2) \Rightarrow x + 3 = 2 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (-1, -2)$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$151- \because x(3 + 2i) + y(2 - 2i) = 1 + 4i$$

$$\therefore x(3 + 2i) + y(2 - 2i) = 1 + 4i \Rightarrow 3x + 2ix + 2y - 2iy = 1 + 4i$$

$$\Rightarrow (3x + 2y) + i(2x - 2y) = 1 + 4i$$

$$\therefore 3x + 2y = 1 \quad (1)$$

$$\therefore 2x - 2y = 4 \quad (2)$$

بجمع المعادلتين الأولى والثانية

$$5x = 5 \Rightarrow x = 1, 3 + 2y = 1 \Rightarrow 2y = 1 - 3 = -2 \Rightarrow y = -1$$

$$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (1, -1)$$

(d) الإجابة الصحيحة هي



$$152- \because x^2 - y^2 + i(x + y) = 3(1 + i)$$

$$\therefore x^2 - y^2 + i(x + y) = 3(1 + i) \Rightarrow x^2 - y^2 + i(x + y) = 3 + 3i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 3 \quad (1)$$

$$\therefore x + y = 3 \Rightarrow x = 3 - y \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الاولى

$$\Rightarrow (3 - y)^2 - y^2 = 3 \Rightarrow 9 - 6y + y^2 - y^2 = 3 \Rightarrow 9 - 6y = 3 \Rightarrow -6y = 3 - 9 \Rightarrow -6y = -6$$

$$\Rightarrow y = 1 \Rightarrow x = 3 - 1 = 2$$

$$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (2, 1)$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$153- \because \frac{x+iy}{1-i} + \frac{2x+3iy}{1+i} = \frac{7}{2}$$

$$\therefore \frac{x+iy}{1-i} \times \frac{1+i}{1+i} = \frac{x+ix+iy+i^2y}{1-i+i-i^2} = \frac{x+ix+iy+(-1)y}{1-(-1)} = \frac{x+ix+iy-y}{2}$$

$$\therefore \frac{2x+3iy}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{2x-2ix+3iy-3i^2y}{1-i+i-i^2} = \frac{x-2ix+3iy-3(-1)y}{1-(-1)} = \frac{x-2ix+3iy+3y}{2}$$

$$\therefore \frac{x+iy}{1-i} + \frac{2x+3iy}{1+i} = \frac{x+ix+iy-y}{2} + \frac{x-2ix+3iy+3y}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{x+ix+iy-y+x-2ix+3iy+3y}{2} = \frac{7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2x-ix+4iy+2y}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{(2x+2y)+i(-x+4y)}{2} = \frac{7}{2} \Rightarrow \frac{(2x+2y)}{2} + \frac{i(-x+4y)}{2} = \frac{7}{2} + 0i$$

$$\therefore 2x + 2y = 7 \quad (1)$$

$$\therefore -x + 4y = 0 \Rightarrow -x = -4y \Rightarrow x = 4y \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الاولى

$$\Rightarrow 2(4y) + 2y = 7 \Rightarrow 8y + 2y = 7 \Rightarrow 10y = 7 \Rightarrow y = \frac{7}{10} \Rightarrow x = 4 \left(\frac{7}{10} \right) = \frac{28}{10}$$

$$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = \left(\frac{28}{10}, \frac{7}{10} \right)$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$154- \because x + iy = \frac{4+i\sqrt{2}}{3-i\sqrt{2}}$$

$$\therefore \frac{4+i\sqrt{2}}{3-i\sqrt{2}} = \frac{4+i\sqrt{2}}{3-i\sqrt{2}} \times \frac{3+i\sqrt{2}}{3+i\sqrt{2}} = \frac{12+4i\sqrt{2}+3i\sqrt{2}+i^2(\sqrt{2})^2}{9+3i\sqrt{2}-3i\sqrt{2}-i^2(\sqrt{2})^2} = \frac{12+7i\sqrt{2}+(-1 \times 2)}{9-(-1 \times 2)} = \frac{12+7i\sqrt{2}-2}{9+2} = \frac{10+7i\sqrt{2}}{11} = \frac{10}{11} + \frac{7i\sqrt{2}}{11}$$

$$\therefore \Rightarrow x + iy = \frac{4+i\sqrt{2}}{3-i\sqrt{2}} \Rightarrow x + iy = \frac{10}{11} + \frac{7i\sqrt{2}}{11}$$

$$\therefore x = \frac{10}{11}, y = 7\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = \left(\frac{10}{11}, \frac{7\sqrt{2}}{11} \right)$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$155- \because (2y + 1) - i(2x - 1) = -8 + 3i$$

$$\therefore 2y + 1 = -8 \Rightarrow 2y = -9 \Rightarrow y = \frac{-9}{2}$$

$$\Rightarrow -(2x - 1) = 3 \Rightarrow -2x + 1 = 3 \Rightarrow -2x = 2 \Rightarrow x = -1$$

$$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = \left(-1, -\frac{9}{2} \right)$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$156- \because z = (x^2 + x) + i(x^2 + y - 1)$$

$$\therefore z = 0 \Rightarrow (a, b) = (0, 0) \Rightarrow \therefore (x^2 + x) = 0, i(x^2 + y - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + x = 0 \Rightarrow x(x + 1) = 0 \Rightarrow x = 0, -1$$

$$\therefore x^2 + y - 1 = 0 \Rightarrow 0 + y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1, x = 0$$

$$\therefore x^2 + y - 1 = 0 \Rightarrow 1 + y - 1 = 0 \Rightarrow y = 0, x = -1$$

$$\Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (0, 1), (-1, 0)$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$157- \because (\sqrt{x}) + i\sqrt{-xy} = 2 + 6i$$

$$\begin{aligned} \therefore (\sqrt{x}) + \sqrt{-xy}i &= 2 + 6i \Rightarrow (\sqrt{x}) + i\sqrt{-1 \times xy} = 2 + 6i \Rightarrow (\sqrt{x}) + (\sqrt{-1} \times i\sqrt{xy}) = 2 + 6i \\ \Rightarrow (\sqrt{x}) + (i \times i\sqrt{xy}) &= 2 + 6i \Rightarrow (\sqrt{x}) + (-\sqrt{xy}) = 2 + 6i \Rightarrow (\sqrt{x}) - (\sqrt{xy}) = 2 + 6i \\ \Rightarrow (\sqrt{x}) - (\sqrt{xy}) &= 2 + 6i \Rightarrow \sqrt{x} = 2 \Rightarrow \therefore x = 4, -\sqrt{xy} = 6i \Rightarrow -xy = -36 \\ \Rightarrow xy &= 36 \Rightarrow 4y = 36 \Rightarrow y = 9 \end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$158- \because (2 - 4i) + x = -5 + i, x = a + ib$$

$$\begin{aligned} \therefore (2 - 4i) + x &= -5 + i \Rightarrow (2 + a) + (-4 + b)i = -5 + i \\ \therefore 2 + a &= -5 \Rightarrow a - 7, -4 + b = 1 \Rightarrow b = 5 \\ \Rightarrow \therefore x &= -7 + 5i \end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$159- \because x + iy = \frac{a+ib}{a-ib}$$

$$\begin{aligned} \therefore x + iy &= \frac{a+ib}{a-ib} \Rightarrow \frac{a+ib}{a-ib} \times \frac{a+ib}{a+ib} = \frac{a^2+2iab+i^2b^2}{a^2-iaab+iaab+i^2b^2} = \frac{a^2+2iab-b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2-b^2}{a^2-b^2} + \frac{2iab}{a^2-b^2} = 1 + \frac{2iab}{a^2-b^2} \\ \therefore x = 1 \Rightarrow x^2 &= 1, iy = \frac{2iab}{a^2-b^2} \Rightarrow i^2y^2 = \frac{4i^2a^2b^2}{(a^2-b^2)^2} \Rightarrow -y^2 = \frac{-4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2} \Rightarrow y^2 = \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2} \\ \Rightarrow \therefore x^2 - y^2 &= 1 - \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2} \end{aligned}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$160- \because x + iy = \frac{a+ib}{a-ib}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 &= 1, y^2 = \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2} \\ \Rightarrow \therefore x^2 + y^2 &= 1 + \frac{4a^2b^2}{(a^2-b^2)^2} \end{aligned}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$161- \because (x + iy)(1 - i) = 2 - i$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow (x + iy)(1 - i) &= 2 - i \Rightarrow x - ix + iy - i^2y = 2 - i \Rightarrow (x + y) + i(-x + y) = 2 - i \\ \therefore x + y &= 2 \quad (1) \\ \therefore -x + y &= -1 \quad (2) \end{aligned}$$

بجمع المعادلتين الأولى والثانية

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore 2y &= 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2}, x + \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ \Rightarrow \therefore 2(x^3 + y^3) &= 2\left(\frac{27}{8} + \frac{1}{8}\right) = 2\left(\frac{28}{8}\right) = 7 \end{aligned}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$162- \because 11 + 3i = (x + iy)(2x - iy)$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 11 + 3i &= (x + iy)(2x - iy) \Rightarrow 11 + 3i = 2x^2 - ixy + 2ixy - i^2y^2 \\ \Rightarrow 11 + 3i &= 2x^2 + ixy + y^2 \Rightarrow 11 + 3i = 2x^2 + y^2 + ixy \\ \therefore 2x^2 + y^2 &= 11 \quad (1) \\ \therefore xy &= 3 \Rightarrow y = \frac{3}{x} \quad (2) \end{aligned}$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore 2x^2 + \frac{9}{x^2} &= 11 \Rightarrow 2x^4 + 9 = 11x^2 \Rightarrow 2x^4 - 11x^2 + 9 = 0 \Rightarrow (2x^2 - 9)(x^2 - 1) = 0 \\ \Rightarrow \therefore 2x^2 - 9 &= 0 \Rightarrow x^2 = \frac{9}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{3}{\sqrt{2}}, x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \\ \therefore x = \frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow y &= \frac{3}{\frac{3}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}, \therefore x = -\frac{3}{\sqrt{2}} \Rightarrow y = \frac{3}{-\frac{3}{\sqrt{2}}} = -\sqrt{2}, \therefore x = 1 \Rightarrow y = \frac{3}{1} = 3, \therefore x = -1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow y &= \frac{3}{-1} = -3 \\ \Rightarrow \therefore x^2 - y^2 &= \frac{9}{2} - 2 = \frac{5}{2}, (x, y) = (\pm \frac{3}{\sqrt{2}}, \pm \sqrt{2}) \\ \Rightarrow \therefore x^2 - y^2 &= 1 - 9 = -8, (x, y) = (\pm 1, \pm 3) \\ \therefore x^2 - y^2 &= -8, \frac{5}{2} \end{aligned}$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$163- \therefore 2z - 3\bar{z} = 5 + 10i, z = a + ib, \bar{z} = a - ib$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2z - 3\bar{z} &= 5 + 10i \Rightarrow 2(a + ib) - 3(a - ib) = 5 + 10i \\ \Rightarrow (2a + 2ib) - (3a - 3ib) &= 5 + 10i \Rightarrow (2a - 3a) + i(2b + 3b) = 5 + 10i \\ \therefore -a = 5 \Rightarrow a &= -5, 5b = 10 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow (a, b) = (-5, 2) \end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$164- \therefore \frac{i}{i+3} = \frac{1+3i}{k}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore ik &= (i + 3)(1 + 3i) \Rightarrow ik = i + 3 + 3i^2 + 9i \Rightarrow ik = 10i + 3 + (-1)3 \Rightarrow ik = 10i + 3 - 3 \\ \Rightarrow ik &= 10i \Rightarrow \therefore k = 10 \end{aligned}$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$165- \therefore 2 + 3i = \frac{a^2 + b^2}{a + ib}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore 2 + 3i &= \frac{a^2 + b^2}{a + ib} \Rightarrow (2 + 3i)(a + ib) = a^2 + b^2 \Rightarrow 2a + 2ib + 3ia + 3i^2b = a^2 + b^2 \\ \Rightarrow 2a + (2b + 3a)i - 3b &= a^2 + b^2 \Rightarrow (2a - 3b) + (2b + 3a)i = (a^2 + b^2) + 0i \\ \therefore 2a - 3b &= a^2 + b^2 \quad (1) \\ \therefore 2b + 3a &= 0 \Rightarrow 3a = -2b \Rightarrow a = \frac{-2b}{3} \quad (2) \end{aligned}$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore 2 \left(\frac{-2b}{3} \right) - 3b &= \left(\frac{-2b}{3} \right)^2 + b^2 \Rightarrow \frac{-4b}{3} - 3b = \frac{4b^2}{9} + b^2 \Rightarrow \frac{-4b-9}{3} = \frac{4b^2+9b^2}{9} \Rightarrow \frac{-13b}{3} = \frac{13b^2}{9} \\ \Rightarrow \therefore -13b \times 9 &= 13b^2 \times 3 \Rightarrow -3b = b^2 \Rightarrow b^2 + 3b = 0 \Rightarrow b(b + 3) = 0 \Rightarrow b = 0, -3 \\ \Rightarrow 2(0) + 3a &= 0 \Rightarrow a = 0 \Rightarrow -6 + 3a = 0 \Rightarrow a = 2, a, b = 0 \text{ مرفوض} \Rightarrow 2 + 3i \neq 0 \\ \Rightarrow \therefore ab &= -2 \times 3 = -6 \end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$166- \therefore (x + 2iy) \Rightarrow \therefore (x - 2iy) = (1 + i)^5$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore (1 + i)^5 &= (1 + i)(1 + i)^4 = (1 + i)((1 + i)^2)^2 = (1 + i)(1 + i^2 + 2i)^2 = (1 + i)(1 - 1 + 2i)^2 \\ \Rightarrow (1 + i)(2i)^2 &= (1 + i)(4i^2) = (1 + i)(-4) = -4 - 4i \\ \therefore x - 2iy &= -4 - 4i \Rightarrow x = -4, -2y = -4 \Rightarrow y = 2 \Rightarrow \therefore (x, y) \in \mathcal{R} = (-4, 2) \end{aligned}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

$$167- \therefore \sqrt{w} = x + iy \Rightarrow w = (x + iy)^2$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore w &= 8 + 6i \Rightarrow (x + iy)^2 = 8 + 6i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = 8 + 6i \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = 8 + 6i \\ \Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy &= 8 + 6i \\ \therefore x^2 - y^2 &= 8 \quad (1) \\ \therefore 2xy &= 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2x} = \frac{3}{x} \quad (2) \end{aligned}$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\begin{aligned} \Rightarrow: x^2 - \left(\frac{3}{x}\right)^2 = 8 &\Rightarrow x^2 - \frac{9}{x^2} = 8 \Rightarrow x^4 - 8x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0 \\ \Rightarrow x^2 = 9 \text{ or } -1 &\Rightarrow: x = \pm 3, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{3}{\pm 3} = \pm 1 \Rightarrow x + iy = -3 - i, 3 + i \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$168- \because \sqrt{z} = x + iy \Rightarrow z = (x + iy)^2$$

$$\Rightarrow: z = -2i \Rightarrow (x + iy)^2 = -2i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = -2i \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = -2i$$

$$\Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = -2i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 0 \quad (1)$$

$$\therefore 2xy = -2 \Rightarrow y = \frac{-1}{x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow: x^2 - \left(\frac{-1}{x}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{x^2} = 0 \Rightarrow x^4 - 1 = 0 \Rightarrow x^4 = 1$$

$$\Rightarrow: x = \pm 1, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{-1}{x} \Rightarrow \frac{-1}{\pm 1} = \mp 1 \Rightarrow x + iy = -1 + i, 1 - i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$169- \because \sqrt{u} = x + iy \Rightarrow u = (x + iy)^2$$

$$\Rightarrow: u = -6i \Rightarrow (x + iy)^2 = -6i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = -6i \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = -6i$$

$$\Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = -6i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 0 \quad (1)$$

$$\therefore 2xy = -6 \Rightarrow y = \frac{-3}{x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow: x^2 - \left(\frac{-3}{x}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{9}{x^2} = 0 \Rightarrow x^4 - 9 = 0 \Rightarrow x^4 = 9$$

$$\Rightarrow: x = \pm\sqrt{3}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{-1}{x} \Rightarrow \frac{-1}{\pm\sqrt{3}} = \mp \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow x + iy = -\sqrt{3} + \frac{i}{\sqrt{3}}, \sqrt{3} - \frac{i}{\sqrt{3}}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$170- \because \sqrt{v} = x + iy \Rightarrow v = (x + iy)^2$$

$$\Rightarrow: v = -i \Rightarrow (x + iy)^2 = -i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = -i \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = -i$$

$$\Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = -i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 0 \quad (1)$$

$$\therefore 2xy = -1 \Rightarrow y = \frac{-1}{2x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow: x^2 - \left(\frac{-1}{2x}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{4x^2} = 0 \Rightarrow x^4 - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow x^4 = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow: x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{-1}{x} \Rightarrow \frac{-1}{\pm\sqrt{2}} = \mp \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x + iy = -\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i, \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{2}}i$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$171- \because \sqrt{z} = x + iy \Rightarrow z = (x + iy)^2$$

$$z = \frac{4}{1-\sqrt{3}i} \times \frac{1+\sqrt{3}i}{1+\sqrt{3}i} = \frac{4+4\sqrt{3}i}{1-3i^2} = \frac{4+4\sqrt{3}i}{1+3} = \frac{4+4\sqrt{3}i}{4} = 1 + \sqrt{3}i$$

$$\Rightarrow: z = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow (x + iy)^2 = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = 1 + \sqrt{3}i$$

$$\Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = 1 + \sqrt{3}i \Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = 1 + \sqrt{3}i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 1 \quad (1)$$

$$\therefore 2xy = \sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{2x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{2x}\right)^2 = 1 &\Rightarrow x^2 - \frac{3}{4x^2} = 1 \Rightarrow x^4 - \frac{3}{4} = x^2 \Rightarrow x^4 - x^2 - \frac{3}{4} = 0 \Rightarrow \left(x^2 + \frac{1}{2}\right)\left(x^2 - \frac{3}{2}\right) = 0 \\ \Rightarrow x^2 = \frac{3}{2} \text{ or } -\frac{1}{2} &\Rightarrow \therefore x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{2x} \Rightarrow \pm\frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x + iy = -\sqrt{\frac{3}{2}} - i, \sqrt{\frac{3}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

172-

∴ المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(3 - 4i)$ والجذر الآخر هو $(3 + 4i)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore x = 3 \pm 4i &\Rightarrow x - 3 = \pm 4i \Rightarrow (x - 3)^2 = (\pm 4i)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 16i^2 \\ \Rightarrow x^2 - 6x + 9 &= -16 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 + 16 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 25 = 0 \end{aligned}$$

حل آخر

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore (3 - 4i) \times (3 + 4i) &= 9 - 16i^2 = 9 + 16 = 25 \\ \Rightarrow \therefore (3 - 4i) + (3 + 4i) &= (3 + 3) + (-4i + 4i) = 6 + 0i = 6 \\ \Rightarrow \therefore x^2 - ax + b = 0 &\Rightarrow \therefore x^2 - 6x + 25 = 0 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

173-

∴ المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $(5 - i)$ والجذر الآخر هو $(5 + i)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore x = 5 \pm i &\Rightarrow x - 5 = \pm i \Rightarrow (x - 5)^2 = (\pm i)^2 \Rightarrow x^2 - 10x + 25 = i^2 \\ \Rightarrow x^2 - 10x + 25 &= -1 \Rightarrow x^2 - 10x + 25 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 10x + 26 = 0 \end{aligned}$$

حل آخر

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore (5 - i) \times (5 + i) &= 25 - i^2 = 25 + 1 = 26 \\ \Rightarrow \therefore (5 - i) + (5 + i) &= (5 + 5) + (-i + i) = 10 + 0i = 10 \\ \Rightarrow \therefore x^2 - ax + b = 0 &\Rightarrow \therefore x^2 - 10x + 26 = 0 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

174-

∴ المعادلة التربيعية التي معاملاتها حقيقية و احد جذراها $\left(\frac{\sqrt{2}+3i}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3i}{4}\right)$ والجذر الآخر هو $\left(\frac{\sqrt{2}-3i}{4} = \frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{3i}{4}\right)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore x = \frac{\sqrt{2}}{4} \pm \frac{3i}{4} &\Rightarrow x - \frac{\sqrt{2}}{4} = \pm \frac{3i}{4} \Rightarrow \left(x - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^2 = \left(\pm \frac{3i}{4}\right)^2 \Rightarrow x^2 - 2\left(\frac{\sqrt{2}}{4}\right)x + \frac{2}{16} = \frac{9}{16}i^2 \\ \Rightarrow x^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{2}{16} &= -\frac{9}{16} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{2}{16} + \frac{9}{16} = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{11}{16} = 0 \Rightarrow 16x^2 - 8\sqrt{2}x + 11 = 0 \end{aligned}$$

حل آخر

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{3i}{4}\right) \times \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3i}{4}\right) &= \frac{2}{16} - \frac{9}{16}i^2 = \frac{2}{16} + \frac{9}{16} = \frac{11}{16} \\ \Rightarrow \therefore \left(\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{3i}{4}\right) + \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{3i}{4}\right) &= \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4}\right) + \left(-\frac{3i}{4} + \frac{3i}{4}\right) = \frac{2\sqrt{2}}{4} + 0i = \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \Rightarrow \therefore x^2 - ax + b = 0 &\Rightarrow \therefore x^2 - \frac{1}{\sqrt{2}}x + \frac{11}{16} = 0 \Rightarrow 16x^2 - 8\sqrt{2}x + 11 = 0 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

175-

∴ العدد المركب (u) وهو $(u = 3 + i)$ احد جذري المعادلة $(x^2 - ax + (5 + 5i) = 0)$ ، عدداً مركباً

∴ الجذر الآخر هو العدد المركب (v) وهو $(v = x + iy)$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \therefore u \times v = 5 + 5i &\Rightarrow v = \frac{5+5i}{3+i} \Rightarrow v = \frac{5+5i}{3+i} \times \frac{3-i}{3-i} \Rightarrow v = \frac{15-5i+15i-5i^2}{9-i^2} = \frac{15+10i+5}{9+1} = \frac{20+10i}{10} \\ \Rightarrow \therefore 2 + i &\Rightarrow \therefore v = 2 + i \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

∴ العدد المركب (u) وهو ($u = 3 + i$) احد جذري المعادلة ($x^2 - ax + (5 + 5i) = 0$)، عددًا مركبًا

∴ الجذر الآخر هو العدد المركب (v) وهو ($v = x + iy = 2 + i$)

$$\Rightarrow \therefore u + v = a \Rightarrow (3 + i) + (2 + i) = (3 + 2) + (1 + 1)i = 5 + 2i$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$177- (2z + 1 - i)(i\bar{z} + i - 2) = 0, z = a + ib, \bar{z} = a - ib$$

$$\Rightarrow \therefore (2z + 1 - i)(i\bar{z} + i - 2) = 0$$

$$\Rightarrow \therefore (2z + 1 - i) = 0 \Rightarrow 2(a + ib) + 1 - i \Rightarrow 2a + 2ib = -1 + i \Rightarrow a = -\frac{1}{2}, b = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z = a + ib = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$$

$$\Rightarrow \therefore (i\bar{z} + i - 2) = 0 \Rightarrow i(a - ib) + i - 2 \Rightarrow ai - i^2b = 2 - i \Rightarrow ai + b = 2 - i$$

$$\Rightarrow a = -1, b = 2 \Rightarrow \bar{z} = a - ib = -1 + 2i \Rightarrow \therefore z = a + ib = -1 - 2i$$

$$\Rightarrow \therefore z = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i, -1 - 2i$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$178- \therefore u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore u^2 = \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right) \times \left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1-i\sqrt{3}-i\sqrt{3}+i^2(\sqrt{3})^2}{4} = \frac{1-2i\sqrt{3}-3}{4} = \frac{-2-2i\sqrt{3}}{4} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \therefore |u^2| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}(u^2) = -(\pi - \tan^{-1}\frac{b}{a}) = -(\pi - \tan^{-1}\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}) = -(\pi - \tan^{-1}(\sqrt{3})) = -(\pi - \frac{\pi}{3}) = -\pi + \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}(u^2) = \frac{-3\pi + \pi}{3} = \frac{-2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \therefore u^2 = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = 1\left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \therefore u^2 = \left(\cos\left(\frac{-2\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{-2\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

حل آخر

$$\Rightarrow \therefore u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2} = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \therefore |u| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = \sqrt{1} = 1$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}(u) = (\pi - \tan^{-1}\frac{b}{a}) = (\pi - \tan^{-1}\frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}}) = (\pi - \tan^{-1}(\sqrt{3})) = (\pi - \frac{\pi}{3}) = \frac{3\pi - \pi}{3}$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}(u^2) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\therefore u^2 = r r(\cos(\theta + \theta) + i\sin(\theta + \theta)) = 1\left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \left(\cos\left(\frac{4\pi}{3}\right) + i\sin\left(\frac{4\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(2\pi - \frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(2\pi - \frac{2\pi}{3}\right)\right) = \left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) + i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right)$$

$$= \left(\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) - i\sin\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right), \cos(2\pi - \theta) = \cos(-\theta) = \cos(\theta), \sin(2\pi - \theta) = \sin(-\theta) = -\sin(\theta)$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$179- \therefore u = \frac{-1+i\sqrt{3}}{2}, z = \frac{1+u}{1-u}$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{1+u}{1-u} = \frac{1+\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)}{1-\left(\frac{-1+i\sqrt{3}}{2}\right)} = \frac{1-\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}}{1+\frac{1}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{1}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}+\frac{i\sqrt{3}}{2}} \times \frac{\frac{3}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}}{\frac{3}{2}-\frac{i\sqrt{3}}{2}} = \frac{\frac{3}{4}-\frac{i\sqrt{3}}{4}+\frac{3i\sqrt{3}}{4}-\frac{3i^2}{4}}{\frac{9}{4}-\frac{3i\sqrt{3}}{4}+\frac{3i\sqrt{3}}{4}-\frac{3i^2}{4}} = \frac{\frac{3}{4}+\frac{2i\sqrt{3}}{4}+\frac{3}{4}}{\frac{9}{4}+\frac{3}{4}} = \frac{\frac{6}{4}+\frac{2i\sqrt{3}}{4}}{\frac{12}{4}} = \frac{\frac{6}{4}+\frac{2i\sqrt{3}}{4}}{3}$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{6}{3} + \frac{2i\sqrt{3}}{3} = \frac{6}{12} + \frac{2i\sqrt{3}}{12} = \frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \therefore |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{3+1}{12}} = \sqrt{\frac{4}{12}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}(z) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2\sqrt{3}}}{\frac{1}{2}}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \therefore z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$180- \therefore \sqrt{z} = x + iy \Rightarrow z = (x + iy)^2, z = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}} \Rightarrow (x + iy)^2 = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}} \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}} \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}$$

$$\therefore x^2 - y^2 = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\therefore 2xy = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow y = \frac{1}{4\sqrt{3}x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow \therefore x^2 - \left(\frac{1}{4\sqrt{3}x}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{1}{48x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow x^4 - \frac{1}{48} = \frac{1}{2}x^2 \Rightarrow x^4 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{48} = 0 \Rightarrow$$

$$\left(x^2 - \frac{1}{4}\right)\left(x^2 + \frac{1}{12}\right) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{4} \text{ or } -\frac{1}{12}$$

$$\Rightarrow \therefore x = \pm\sqrt{\frac{1}{4}} = \pm\frac{1}{2}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{1}{4\sqrt{3}x} \Rightarrow \frac{1}{4\sqrt{3} \times \pm\frac{1}{2}} = \pm\frac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow x + iy = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}}, -\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = \frac{1}{2} + \frac{i}{2\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right), \text{ من الفرع السابق}$$

$$\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = -\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}} \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2\sqrt{3}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4} + \frac{1}{12}} = \sqrt{\frac{3+1}{12}} = \sqrt{\frac{4}{12}} = \sqrt{\frac{1}{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}\left(-\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}}\right) = -(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)) = -(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{2\sqrt{3}}}{\frac{1}{2}}\right)) = -\pi + \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = -\pi + \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}\left(-\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{-6\pi + \pi}{6} = \frac{-5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right)$$

$$\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right), \frac{1}{\sqrt{3}}\left(\cos\left(\frac{-5\pi}{6}\right) + i\sin\left(\frac{-5\pi}{6}\right)\right)$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$181- \therefore u = \frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3}, i = \sqrt{-1} \Rightarrow i^2 = -1$$

$$\Rightarrow \therefore u = \frac{1+4i+i^2}{2-i-2i^2-i^3} = \frac{1+4i+(-1)}{2-i-2(-1)-(-i^2 \times i)} = \frac{1+4i-1}{2-i+2-(-1 \times i)} = \frac{4i}{4-i+i} = \frac{4i}{4} = i$$

(d) الإجابة الصحيحة هي

$$182- \therefore \sqrt{u} = x + iy \Rightarrow u = (x + iy)^2, u = i$$

$$\Rightarrow \therefore u = i \Rightarrow (x + iy)^2 = i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = i \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = i$$

$$\Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = 0 + i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 0 \quad (1)$$

$$\therefore 2xy = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{2x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \therefore x^2 - \left(\frac{1}{2x}\right)^2 = 0 &\Rightarrow x^2 - \frac{1}{4x^2} = 0 \Rightarrow x^4 - \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow (x^2 - \frac{1}{2})(x^2 + \frac{1}{2}) = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{2} \text{ or } -\frac{1}{2} \\
\Rightarrow \therefore x = \pm \sqrt{\frac{1}{2}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, x \in \mathcal{R} &\Rightarrow y = \frac{1}{2x} \Rightarrow \frac{1}{2 \times \pm \frac{1}{\sqrt{2}}} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x + iy = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}} \\
\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{i}{\sqrt{2}} &\Rightarrow \therefore |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{2}} = 1 \\
\Rightarrow \therefore \text{Arg}(z) = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right) = \tan^{-1}(1) = \frac{\pi}{4} \\
\Rightarrow \therefore z = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right) \\
\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = -\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}} &\Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = r = \sqrt{\left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{2}{2}} = 1 \\
\Rightarrow \therefore \text{Arg}\left(-\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{i}{\sqrt{2}}\right) = -(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right)) = -(\pi - \tan^{-1}\left(\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}}}\right)) = -\pi + \tan^{-1}(1) = -\pi + \frac{\pi}{4} \\
\Rightarrow \therefore \text{Arg}\left(-\frac{1}{2} - \frac{i}{2\sqrt{3}}\right) = \frac{-4\pi + \pi}{4} = \frac{-3\pi}{4} \\
\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = r(\cos(\theta) + i\sin(\theta)) = \left(\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right)\right) \\
\Rightarrow \therefore \sqrt{z} = \left(\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right), \left(\cos\left(\frac{-3\pi}{4}\right) + i\sin\left(\frac{-3\pi}{4}\right)\right)
\end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

183-

∴ جذري المعادلة التربيعية هما $(\pm(2 + 2i))$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \therefore (2 + 2i) \times (-2 - 2i) &= -4 - 4i - 4i - 4i^2 = -4 - 8i + 4 = -8i \\
\Rightarrow \therefore (2 + 2i) + (-2 - 2i) &= (2 + (-2)) + (2 + (-2))i = 0 + 0i = 0 \\
\Rightarrow \therefore x^2 - ax + b = 0 &\Rightarrow \therefore x^2 - 0x - 8i = 0 \Rightarrow x^2 - 8i = 0
\end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

184-

∴ جذري المعادلة التربيعية هما $(\pm i)$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \therefore x = 0 \pm i &\Rightarrow x = \pm i \Rightarrow (x)^2 = (\pm i)^2 \Rightarrow x^2 = i^2 \\
\Rightarrow x^2 = -1 &\Rightarrow x^2 + 1 = 0 \Rightarrow
\end{aligned}$$

حل آخر

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \therefore (0 - i) \times (0 + i) &= 0 - i^2 = -(-1) = 1 \\
\Rightarrow \therefore (0 - i) + (0 + i) &= (0 + 0) + (-i + i) = 0 + 0i = 0 \\
\Rightarrow \therefore x^2 - ax + b = 0 &\Rightarrow \therefore x^2 - 0x + 1 = 0 \Rightarrow x^2 + 1 = 0
\end{aligned}$$

(c) الإجابة الصحيحة هي

185-

∴ جذري المعادلة التربيعية هما $(3 - i, 3 + i)$

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \therefore x = 3 \pm i &\Rightarrow x - 3 = \pm i \Rightarrow (x - 3)^2 = (\pm i)^2 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = i^2 \\
\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = -1 &\Rightarrow x^2 - 6x + 9 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x + 10 = 0
\end{aligned}$$

حل آخر

$$\begin{aligned}
\Rightarrow \therefore (3 - i) \times (3 + i) &= 9 - i^2 = 9 - (-1) = 9 + 1 = 10 \\
\Rightarrow \therefore (3 - i) + (3 + i) &= (3 + 3) + (-i + i) = 6 + 0i = 6 \\
\Rightarrow \therefore x^2 - ax + b = 0 &\Rightarrow \therefore x^2 - 6x + 10 = 0
\end{aligned}$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

∴ جذري المعادلة التربيعية هما $(\frac{3-i}{1+i}, (3-2i)^2)$

$$\Rightarrow \therefore \frac{3-i}{1+i} = \frac{3-i}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{3-3i-i+i^2}{1-i^2} = \frac{3-4i-1}{1-(-1)} = \frac{2-4i}{1+1} = \frac{2-4i}{2} = 1-2i$$

$$\Rightarrow \therefore (3-2i)^2 = 9-12i+4i^2 = 9-12i-4 = 5-12i$$

$$\Rightarrow \therefore (1-2i) \times (5-12i) = 5-12i-10i+24i^2 = 5-22i-24 = -19-22i$$

$$\Rightarrow \therefore (1-2i) + (5-12i) = (1+5) + (-2i+(-12i)) = 6-14i$$

$$\Rightarrow \therefore x^2 - ax + b = 0 \Rightarrow \therefore x^2 - (6-14i)x + (-19-22i) = 0$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$186- \therefore z = \sqrt{(1-i)(i^2-1)(1-i^3)}, \sqrt{-1} = i$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{(1-i)(i^2-1)(1-i^3)} = \sqrt{(1-i)(-1-1)(1-(i \times i^2))}$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{(1-i)(-2)(1-(i \times -1))} = \sqrt{(1-i)(-2)(1-(-i))} = \sqrt{(1-i)(-2)(1+i)}$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{-2(1-i)(1+i)} = \sqrt{-2(1-i^2)} = \sqrt{-2(1-(-1))} = \sqrt{-2(2)} = \sqrt{-4} = \sqrt{-1 \times 4}$$

$$\Rightarrow z = \sqrt{-1} \times \sqrt{4} = i \times 2 = 2i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$188- \therefore \sqrt{z} = x + iy \Rightarrow z = (x + iy)^2, z = 3 + 4i$$

$$\Rightarrow \therefore z = 3 + 4i \Rightarrow (x + iy)^2 = 3 + 4i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = 3 + 4i \Rightarrow x^2 + 2ixy - y^2 = 3 + 4i$$

$$\Rightarrow (x^2 - y^2) + 2ixy = 3 + 4i$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 3 \quad (1)$$

$$\therefore 2xy = 4 \Rightarrow y = \frac{4}{2x} = \frac{2}{x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow \therefore x^2 - \left(\frac{2}{x}\right)^2 = 3 \Rightarrow x^2 - \frac{4}{x^2} = 3 \Rightarrow x^4 - 4 = 3x^2 \Rightarrow x^4 - 4 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \text{ or } -1$$

$$\Rightarrow \therefore x = \pm 2, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{2}{x} \Rightarrow \frac{2}{\pm 2} = \pm 1 \Rightarrow x + iy = 2 + i, -2 - i \Rightarrow \therefore z = \pm(2 + i)$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$189- \therefore (3-4i)z^2 = (i)z \Rightarrow (3-4i)z^2 - (i)z = 0, z = x + iy$$

$$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 3-4i, b = -i, c = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-(-i) \pm \sqrt{i^2 - 4(3-4i)(0)}}{2(3-4i)} = \frac{i \pm \sqrt{i^2}}{6-8i} = \frac{i \pm \sqrt{-1}}{6-8i} = \frac{i \pm i}{6-8i}$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{i-i}{6-8i} = \frac{0}{6-8i} = 0, \Rightarrow \therefore z = \frac{i+i}{6-8i} = \frac{2i}{6-8i} = \frac{2i}{6-8i} \times \frac{6+8i}{6+8i} = \frac{12i+16i^2}{36-64i^2} = \frac{12i-16}{36+64} = \frac{-16}{100} + \frac{12i}{100} = \frac{-4}{25} + \frac{3i}{25}$$

$$\Rightarrow \therefore z = 0, \frac{-4}{25} + \frac{3i}{25}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$190- \therefore x^2 + 4x + 5 = 0$$

$$\Rightarrow x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1, b = 4, c = 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 20}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{-4}}{2} = \frac{-4 \pm (\sqrt{-1} \times \sqrt{4})}{2} = \frac{-4 \pm 2i}{2} = -2 \pm 2i$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$191- \because z^2 + (2 + i)z - 1 + 7i = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1, b = 2 + i, c = -1 + 7i$$

$$\Rightarrow z = \frac{-2-i \pm \sqrt{4+4i+i^2-4(1)(-1+7i)}}{2} = \frac{-2-i \pm \sqrt{4+4i-1+4-28i}}{2} = \frac{-2-i \pm \sqrt{7-24i}}{2} = \frac{-2-i}{2} \pm \frac{\sqrt{7-24i}}{2}$$

$$\Rightarrow \pm \sqrt{7-24i} = (x + iy) \Rightarrow 7 - 24i = (x + iy)^2 \Rightarrow 7 - 24i = x^2 + 2ixy - y^2$$

$$\Rightarrow 7 - 24i = x^2 - y^2 + 2ixy$$

$$\therefore x^2 - y^2 = 7 \quad (1)$$

$$\therefore 2xy \Rightarrow -24 \Rightarrow y = \frac{-24}{2x} = \frac{-12}{x} \quad (2)$$

$$\therefore \pm \sqrt{7-24i} = (x + iy) \Rightarrow 7 - 24i = (x + iy)^2$$

$$\Rightarrow |7 - 24i| = |(x + iy)|^2 \Rightarrow \sqrt{7^2 + 24^2} = (\sqrt{x^2 + y^2})^2 \Rightarrow \sqrt{49 + 576} = x^2 + y^2$$

$$\Rightarrow \sqrt{625} = x^2 + y^2 \Rightarrow 25 = x^2 + y^2 \quad (3)$$

بجمع المعادلة الاولى في المعادلة الثالثة

$$\Rightarrow \therefore 2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow \therefore x = \pm 4, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{-12}{x} = \frac{-12}{\pm 4} = \mp 3$$

$$\Rightarrow x + iy = 4 - 3i, -4 + 3i = \pm(4 - 3i)$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{-2-i}{2} \pm \frac{\sqrt{7-24i}}{2} = \frac{-2-i}{2} \pm \frac{4-3i}{2} \Rightarrow \therefore z = \frac{-2-i}{2} + \frac{4-3i}{2} = \frac{-2-i+4-3i}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{2-4i}{2} = 1 - 2i, \Rightarrow \therefore z = \frac{-2-i}{2} - \frac{4-3i}{2} = \frac{-2-i-4+3i}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{-6+2i}{2} = -3 + i \Rightarrow \therefore z = -3 + i, 1 - 2i$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$192- \because (1 - i)z^2 - (6 - 4i)z + 9 - 7i = 0$$

$$\Rightarrow (1 - i)z^2 - (6 - 4i)z + 9 - 7i = 0 \Rightarrow \frac{(1 - i)}{(1 - i)}z^2 - \frac{(6 - 4i)}{(1 - i)}z + \frac{9 - 7i}{(1 - i)} = \frac{0}{(1 - i)}$$

$$\Rightarrow z^2 - \frac{(6 - 4i)}{(1 - i)} \times \frac{1 + i}{1 + i} \times z + \frac{9 - 7i}{(1 - i)} \times \frac{1 + i}{1 + i} = 0$$

$$\Rightarrow z^2 - \frac{(6 - 4i^2 + 2i)}{1 - i^2} z + \frac{(9 - 7i^2 + 2i)}{1 - i^2} = 0 \Rightarrow z^2 - \frac{(6 + 4 + 2i)}{2} z + \frac{(9 + 7 + 2i)}{2} = 0$$

$$\Rightarrow z^2 - \frac{(10 + 2i)}{2} z + \frac{(16 + 2i)}{2} = 0 \Rightarrow z^2 - (5 + i)z + 8 + i = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1, b = -(5 + i), c = 8 + i$$

$$\Rightarrow z = \frac{5+i \pm \sqrt{(-5-i)^2 - 4(1)(8+i)}}{2} = \frac{5+i \pm \sqrt{25+i^2+10i-4(8+i)}}{2} = \frac{5+i \pm \sqrt{25-1+10i-32-4i}}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{5+i \pm \sqrt{-8+6i}}{2} = \frac{5+i}{2} \pm \frac{\sqrt{-8+6i}}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore \pm \sqrt{-8 + 6i} = (x + iy) \Rightarrow -8 + 6i = (x + iy)^2 \Rightarrow -8 + 6i = x^2 + 2ixy - y^2$$

$$\therefore x^2 - y^2 = -8 \quad (1)$$

$$\therefore 2xy \Rightarrow 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2x} = \frac{3}{x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية بالمعادلة الاولى

$$\Rightarrow \therefore x^2 - \left(\frac{3}{x}\right)^2 = -8 \Rightarrow x^2 - \frac{9}{x^2} = -8 \Rightarrow x^4 + 8x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x^2 + 9)(x^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 1 \text{ or } -9$$

$$\Rightarrow \therefore x = \pm 1, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{3}{x} \Rightarrow \frac{3}{\pm 1} = \pm 3 \Rightarrow x + iy = 1 + 3i, -1 - 3i = \pm(1 + 3i)$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{5+i}{2} \pm \frac{\sqrt{-8+6i}}{2} = \frac{5+i}{2} \pm \frac{(1+3i)}{2} \Rightarrow \therefore z = \frac{5+i}{2} + \frac{(1+3i)}{2} = \frac{5+i+1+3i}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z = \frac{6+4i}{2} = 3 + 2i, \Rightarrow \therefore z = \frac{5+i}{2} - \frac{(1+3i)}{2} = \frac{5+i-1-3i}{2} = \frac{4-2i}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z = 2 - i \Rightarrow \therefore z = 3 + 2i, 2 - i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$193- \therefore z^3 + z^2 + z + 1 = 0$$

من عوامل الحد الثابت (1) هي (± 1) ، وعوامل المعامل الرئيسي (z) هي (± 1) وحسب نظرية الاصفار النسبية فإن الاصفار النسبية الممكنة هي (± 1) وبالتعويض نجد ان (-1) يحقق المعادلة ، ويكون $(z + 1)$ احد عوامل المعادلة
نقسم $(z^3 + z^2 + z + 1)$ على $(z + 1)$ بطريقة الجدول

×	z^2	0	1	
z	z^3	0	z	0
+1	z^2	0	1	

$$\Rightarrow z^3 + z^2 + z + 1 = 0 \Rightarrow (z + 1)(z^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow z = -1, z^2 = -1 \Rightarrow z = \pm\sqrt{-1} = \pm i$$

$$\Rightarrow \therefore z = -1, \pm i$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$194- \therefore z^3 - iz^2 + 3z - 3i = 0$$

من عوامل الحد الثابت (1) هي $(3, i)$ ، وعوامل المعامل الرئيسي (z) هي (± 1) وحسب نظرية الاصفار النسبية فإن الاصفار النسبية الممكنة هي $(3, -3, -i, i)$ وبالتعويض نجد ان (i) يحقق المعادلة ، ويكون $(z - i)$ احد عوامل المعادلة
نقسم $(z^3 - iz^2 + 3z - 3i)$ على $(z - i)$ بطريقة الجدول

×	z^2	0	3	
z	z^3	0	$3z$	0
$-i$	$-iz^2$	0	$-3i$	

$$\Rightarrow z^3 - iz^2 + 3z - 3i = 0 \Rightarrow (z - i)(z^2 + 3) = 0$$

$$\Rightarrow z = i, z^2 = -3 \Rightarrow z = \pm\sqrt{-3} = \pm i\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \therefore z = i, \pm i\sqrt{3}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$195- \therefore z^3 - iz^2 + 3z - 3i = 0$$

أنواع الجذور الممكنة للمعادلة $(z^3 - 1 = 0)$ هي (ثلاثة جذور حقيقية او جذر حقيقي واحد و جذران مركبان مترافقان)

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$196- \therefore z^3 - 1 = 0$$

من عوامل الحد الثابت (1) هي (± 1) ، وعوامل المعامل الرئيسي (z) هي (± 1) وحسب نظرية الاصفار النسبية فإن الاصفار النسبية الممكنة هي (± 1) وبالتعويض نجد ان (1) يحقق المعادلة ، ويكون $(z - 1)$ احد عوامل المعادلة
نقسم $(z^3 - 1)$ على $(z - 1)$ بطريقة الجدول

×	z^2	z	1	
z	z^3	z^2	z	0
-1	$-z^2$	$-z$	-1	

$$\Rightarrow z^3 - 1 = 0 \Rightarrow (z - 1)(z^2 + z + 1) = 0$$

$$\Rightarrow z = 1, z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1, b = 1, c = 1$$

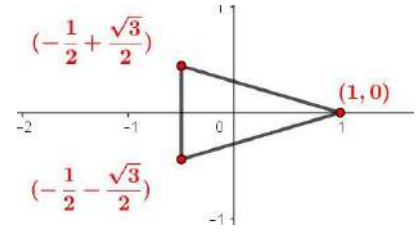
$$\Rightarrow \therefore z = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4 \times 1 \times 1}}{2 \times 1} = \frac{-1 \pm \sqrt{-3}}{2} = \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z = 1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$197- \therefore z = 1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \Rightarrow (a, b) = (1, 0), \left(\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, 0\right)$$

$$\therefore (a, b) = (1, 0), \left(\frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, 0\right)$$



• هناك جذران مترافقان أي ان بعدهما عن المحور الحقيقي والمحور التخيلي نفسة مما يشكلان مع الجذر الثالث والمحور الحقيقي مثلثان قائمي الزاوية ويشكلان مثلث متساوي الساقين

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$198- \therefore x^2 + 1 = 0$$

$$\therefore x^2 = -1 \Rightarrow x = \pm i \Rightarrow \mathcal{L} = i, \mathcal{M} = -i$$

$$\therefore \mathcal{L}^{2020} + \mathcal{M}^{2020} = (i^4)^{505} + ((-i)^4)^{505} = 1^{505} + 1^{505} = 2$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$199- \therefore |z - (a + ib)| = r, r = 4, (a, b) = (0, 0)$$

$$\therefore |z - (a + ib)| = r \Rightarrow |z - (0 + 0i)| = 4 \Rightarrow |z| = 4$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$200- \therefore |z - (a + ib)| = r, r = 1, (a, b) = (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

$$\therefore |z - (a + ib)| = r \Rightarrow |z - (\sqrt{2} - \sqrt{2}i)| = 1 \Rightarrow |z - \sqrt{2} + \sqrt{2}i| = 1$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$201- \therefore |z - \sqrt{2} + \sqrt{2}i| = 1, r = 1, (x, y) = (-\sqrt{2}, \sqrt{2})$$

$$\therefore |z - \sqrt{2} + \sqrt{2}i| = 1 \Rightarrow |x + iy - \sqrt{2} + \sqrt{2}i| = 1 \Rightarrow |(x - \sqrt{2}) + (y + \sqrt{2})i| = 1$$

$$\sqrt{(x - \sqrt{2})^2 + (y + \sqrt{2})^2} = 1 \Rightarrow (x - \sqrt{2})^2 + (y + \sqrt{2})^2 = 1$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$202- \therefore |z - (a + ib)| = r$$

$$\therefore |z - 2i| = 2 \Rightarrow |z - (0 + 2i)| = 2 \Rightarrow (a, b) = (0, 2)$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$203- \therefore |z - (a + ib)| = r$$

$$\therefore |z| = 5 \Rightarrow |z - (0 + 0i)| = 5 \Rightarrow (a, b) = (0, 0), r = 5$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$204- \therefore |z - (a + ib)| = r$$

$$\therefore |z + 2 + 8i| = 4 \Rightarrow |z - (-2 - 8i)| = 4 \Rightarrow (a, b) = (-2, -8), r = 4$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$205- \therefore |z - (a + ib)| = r$$

$$\therefore |z + 2 + 8i| = 4 \Rightarrow \therefore r = 4$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$206- \because |z + 2 + 8i| = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore |z + 2 + 8i| = 4 &\Rightarrow |x + iy + 2 + 8i| = 4 \Rightarrow |(x + 2) + (y + 8)i| = 4 \\ \sqrt{(x + 2)^2 + (y + 8)^2} &= 4 \Rightarrow (x + 2)^2 + (y + 8)^2 = 16 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$207- \because |z + 2 + 8i| = 4 \Rightarrow (a, b) = (-2, -8), r = 4, O(0, 0), C(-2, -8)$$

• العدد المركب (z) يحقق معادلة الخل الهندسي (الدائرة التي مركزها (-2, -8) ونصف قطرها (r = 4)) \Leftarrow ∴ العدد المركب (z) يقع على
الدائرة التي مركزها (-2, -8) ونصف قطرها (r = 4)

$$\begin{aligned} \therefore D_{OC} &= \sqrt{(-2 - 0)^2 + (-8 - 0)^2} = \sqrt{4 + 64} = \sqrt{68} \\ \therefore |z| &= \sqrt{68} \pm 4 \Rightarrow \therefore |z| = \sqrt{68} - 4 \end{aligned}$$

∴ أقل قيمة (|z|) هي $\sqrt{68} - 4$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$208- \because |z - 5| = |z - 3i|, z = x + iy$$

$$\begin{aligned} \therefore |z - 5| &= |z - 3i| = |x + iy - 5| = |x + iy - 3i| = |(x - 5) + iy| = |x + (y - 3)i| \\ \Rightarrow \therefore \sqrt{(x - 5)^2 + (y)^2} &= \sqrt{(x)^2 + (y - 3)^2} \Rightarrow (x - 5)^2 + (y)^2 = (x)^2 + (y - 3)^2 \\ \Rightarrow x^2 + 25 - 10x + y^2 &= x^2 + y^2 + 9 - 6y \Rightarrow 25 - 10x = 9 - 6y \Rightarrow -10x + 6y - 16 = 0 \\ \Rightarrow -5x + 3y - 8 &= 0 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$209- \because (C(0, -3)), (D(0, 7))$$

$$\therefore |z - (a + ib)| = |z - (c + id)| = |z - (0 + 3i)| = |z - (0 - 7i)| = |z - 3i| = |z + 7i|$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$210- \because |z - 3i| = |z + 7i|, z = x + iy$$

$$\begin{aligned} \therefore |z - 3i| &= |z + 7i| \Rightarrow |x + iy - 3i| = |x + iy + 7i| \Rightarrow |x + (y - 3)i| = |x + (y + 7)i| \\ \Rightarrow \therefore \sqrt{(x)^2 + (y - 3)^2} &= \sqrt{(x)^2 + (y + 7)^2} \Rightarrow (x)^2 + (y - 3)^2 = (x)^2 + (y + 7)^2 \\ \Rightarrow x^2 + y^2 + 9 - 6y &= x^2 + y^2 + 49 + 14y \Rightarrow 9 - 6y = 49 + 14y \Rightarrow 9 - 6y - 49 - 14y = 0 \\ \Rightarrow -40 - 20y &= 0 \Rightarrow -40 = 20y \Rightarrow y = -2 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$211- \because |z + 2 + 8i| = |z - 4i|$$

$$\therefore |z - (a + ib)| = |z - (c + id)| = |z - (-2 - 8i)| = |z - (0 + 4i)| \Rightarrow (A(-2, -8), B(0, 4))$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$212- \because |z + 2 + 8i| = |z - 4i|, z = x + iy$$

$$\begin{aligned} \therefore |z + 2 + 8i| &= |z - 4i| \Rightarrow |x + iy + 2 + 8i| = |x + iy - 4i| \\ \Rightarrow |(x + 2) + (y + 8)i| &= |x + (y - 4)i| \\ \Rightarrow \therefore \sqrt{(x + 2)^2 + (y + 8)^2} &= \sqrt{(x)^2 + (y - 4)^2} \Rightarrow (x + 2)^2 + (y + 8)^2 = (x)^2 + (y - 4)^2 \\ \Rightarrow x^2 + 4 + 4x + y^2 + 64 + 16y &= x^2 + y^2 + 16 - 8y \\ \Rightarrow 4 + 4x + 64 + 16y &= 16 - 8y \Rightarrow 68 + 4x + 16y = 16 - 8y \\ \Rightarrow 52 + 4x + 24y &= 0 \Rightarrow 13 + x + 6y = 0 \Rightarrow x + 6y + 13 = 0 \end{aligned}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)



$$213- \because |z + 2 + 8i| = |z - 4i| \Rightarrow (\mathcal{A}(-2, -8), \mathcal{B}(0, 4))$$

∴ العدد المركب (z) يحقق معادلة الخلل الهندسي (المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين (A(-2, -8), B(0, 4)) ∴ العدد المركب (z) يقع على القطعة المستقيمة بين النقطتين (A(-2, -8), B(0, 4)) ∴ اقل قيمة (|z|) تمثل منتصف القطعة المستقيمة بين النقطتين (A(-2, -8), B(0, 4))

$$\therefore \mathcal{M}_{AB} = \left(\frac{-2+0}{2}, \frac{-8+4}{2} \right) = (-1, -2)$$

$$\therefore |z| = \sqrt{-1^2 + -2^2} = \sqrt{5}$$

∴ اقل قيمة (|z|) هي (√5)
الإجابة الصحيحة هي (b)

214-

∴ الشعاع الذي يوازي محور (Re) في المستوى المركب ∴ الشعاع يصنع زاوية (θ = 0) مع محور (Re) في المستوى المركب
الإجابة الصحيحة هي (d)

$$215- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta, z = 2\sqrt{3} - i$$

$$\therefore \left(-\frac{\pi}{3} \leq \text{Arg}(z - iw) \leq \frac{\pi}{6} \right) \Rightarrow \left(-\frac{\pi}{3} \leq \text{Arg}(z - (0 + iw)) \leq \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{\pi}{3} \leq \text{Arg}(z - (0 + iw)) \leq \frac{\pi}{6} \right) = \left(-\frac{\pi}{3} \leq \text{Arg}(2\sqrt{3} - i - (0 + iw)) \leq \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{\pi}{3} \leq \text{Arg}(2\sqrt{3} - i - 0 - iw) \leq \frac{\pi}{6} \right) = \left(-\frac{\pi}{3} \leq \text{Arg}(2\sqrt{3} - i - iw) \leq \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{\pi}{3} \leq \text{Arg}(2\sqrt{3} - (1 + w)i) \leq \frac{\pi}{6} \right) = \left(-\frac{\pi}{3} \leq \text{Arg}(2\sqrt{3} + (-1 - w)i) \leq \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}(z) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \tan \frac{-\pi}{3} = -\tan \frac{\pi}{3} = -\sqrt{3} = \frac{-1 - w}{2\sqrt{3}} \Rightarrow -6 = -1 - w \Rightarrow$$

$$\Rightarrow -w = -5 \Rightarrow w = 5$$

$$\therefore \text{Arg}(z) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \tan \frac{\pi}{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{-1 - w}{2\sqrt{3}} \Rightarrow 2\sqrt{3} = -\sqrt{3} - \sqrt{3}w \Rightarrow 3\sqrt{3} = -\sqrt{3}w$$

$$\Rightarrow -w = 3 \Rightarrow w = -3 \Rightarrow -3 \leq w \leq 5$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$216- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(z + 2 - 5i) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{Arg}(z - (-2 + 5i)) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow (a, b) = (-2, 5)$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة (-2, 5) ويصنع زاوية (θ = π/4) مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو الشكل (c)
الإجابة الصحيحة هي (c)

$$217- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(z - 2 + 5i) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{Arg}(z - (2 - 5i)) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow (a, b) = (2, -5)$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة (2, -5) ويصنع زاوية (θ = π/4) مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو الشكل (b)
الإجابة الصحيحة هي (b)

$$218- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(z + 2 + 5i) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{Arg}(z - (-2 - 5i)) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow (a, b) = (-2, -5)$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة (-2, -5) ويصنع زاوية (θ = π/4) مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو الشكل (a)
الإجابة الصحيحة هي (c)

$$219- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(z - 2 - 5i) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \text{Arg}(z - (2 + 5i)) = \frac{\pi}{4} \Rightarrow (a, b) = (2, 5)$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة (2, 5) ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو الشكل (d)

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$220- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(z - 1 - i\sqrt{3}) = -\frac{2\pi}{3} \Rightarrow \text{Arg}(z - (1 + i\sqrt{3})) = -\frac{2\pi}{3} \Rightarrow (a, b) = (1, \sqrt{3})$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-2, \sqrt{3})$ ويصنع زاوية $(\theta = -\frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو الشكل (c)

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$221- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(z - 1 + i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \text{Arg}(z - (1 - i\sqrt{3})) = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow (a, b) = (1, -\sqrt{3})$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1, -\sqrt{3})$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو الشكل (a)

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$222- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(z + 1 + i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \text{Arg}(z - (-1 - i\sqrt{3})) = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow (a, b) = (-1, -\sqrt{3})$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-1, -\sqrt{3})$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو الشكل (b)

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$223- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore \text{Arg}(z + 1 - i\sqrt{3}) = \frac{-2\pi}{3} \Rightarrow \text{Arg}(z - (-1 + i\sqrt{3})) = \frac{-2\pi}{3} \Rightarrow (a, b) = (-1, \sqrt{3})$$

∴ الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-1, \sqrt{3})$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{-2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو الشكل (d)

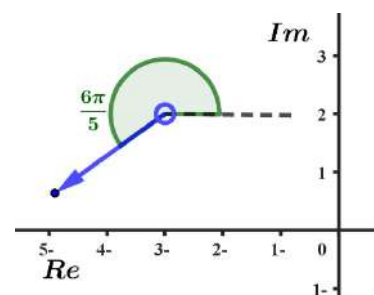
الإجابة الصحيحة هي (d)

$$224- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore (a, b) = (-3, 2) \Rightarrow \text{Arg}(z - (-3 + 2i)) = \frac{6\pi}{5}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z - (-3 + 2i)) = \frac{6\pi}{5}$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}(z + 3 - 2i) = \frac{6\pi}{5}$$



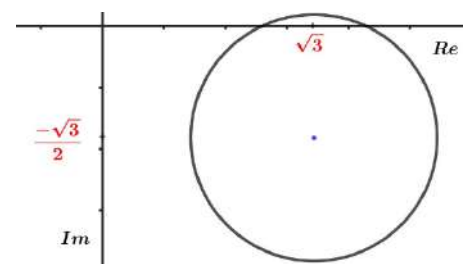
الإجابة الصحيحة هي (c)

$$225- \because |z - (a + ib)| = r$$

$$\therefore (a, b) = \left(\sqrt{3}, \frac{-\sqrt{3}}{2}\right), r = 2$$

$$\Rightarrow \because |z - (a + ib)| = r \Rightarrow \left|z - \left(\sqrt{3} - \frac{i\sqrt{3}}{2}\right)\right| = 2$$

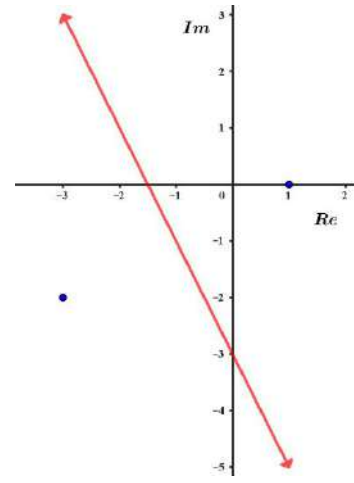
$$\Rightarrow \left|z - \sqrt{3} + \frac{i\sqrt{3}}{2}\right| = 2$$



الإجابة الصحيحة هي (d)

$$226- \because |z - (a + ib)| = |z - (c + id)|$$

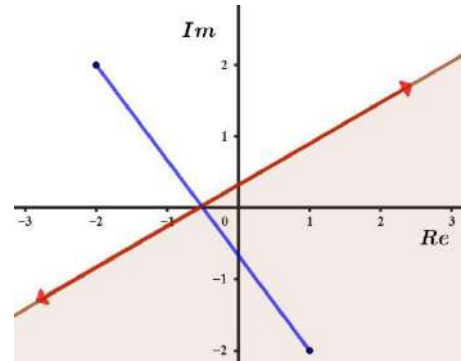
$$\begin{aligned} \because ((a, b) = (-3, -2), (c, d) = (1, 0)) \\ \Rightarrow \because |z - (a + ib)| = |z - (c + id)| \\ \Rightarrow |z - (-3 - 2i)| = |z - (1 + 0i)| \\ \Rightarrow |z + 3 + 2i| = |z - 1| \end{aligned}$$



(a) الإجابة الصحيحة هي

$$227- \because |z - (a + ib)| = |z - (c + id)|$$

$$\begin{aligned} \because ((a, b) = (-2, 2), (c, d) = (1, -2)) \\ \Rightarrow \because |z - (a + ib)| = |z - (c + id)| \\ \Rightarrow |z - (-2 + 2i)| = |z - (1 - 2i)| \\ \Rightarrow |z + 2 - 2i| = |z - 1 + 2i| \end{aligned}$$



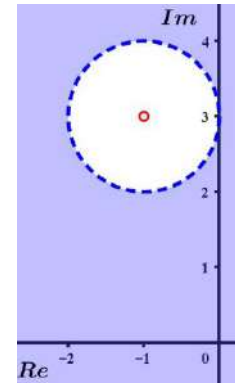
من الرسم المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $((a, b) = (-2, 2), (c, d) = (1, -2))$ خط متصل والمنطقة المظلمة من جهة النقطة $((c, d) = (1, -2))$

$$\Rightarrow \because |z - 1 + 2i| \geq |z + 2 - 2i|$$

(b) الإجابة الصحيحة هي

$$228- \because |z - (a + ib)| = r$$

$$\begin{aligned} \because (a, b) = (-1, 3), r = 1 \\ \Rightarrow \because |z - (a + ib)| = r \\ \Rightarrow |z - (-1 + 3i)| = 1 \\ \Rightarrow |z + 1 - 3i| = 1 \end{aligned}$$



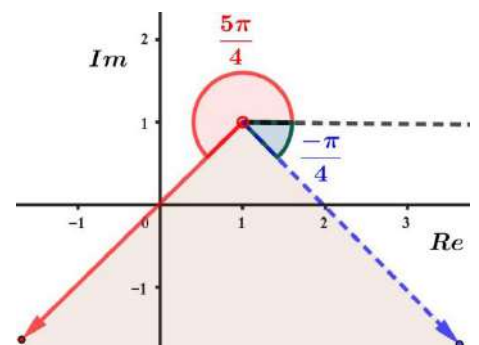
من الرسم المحل الهندسي دائرة خط متقطع والمنطقة المظلمة خارج الدائرة $|z + 1 - 3i| > 1$

$$\Rightarrow \because |z + 1 - 3i| > 1$$

(a) الإجابة الصحيحة هي

$$229- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\begin{aligned} \because (a, b) = (1, 1) \Rightarrow \text{Arg}(z - (1 + i)) = \frac{-\pi}{4} \\ \Rightarrow \text{Arg}(z - 1 - i) = \frac{-\pi}{4}, \text{Arg}(z - 1 + i) = \frac{5\pi}{4} \end{aligned}$$



من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1, 1)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{-\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(Arg(z - 1 - i)) = \frac{-\pi}{4}$ ويخط منقط غير متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1, 1)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{5\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(Arg(z - 1 - i)) = \frac{5\pi}{4}$ ويخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

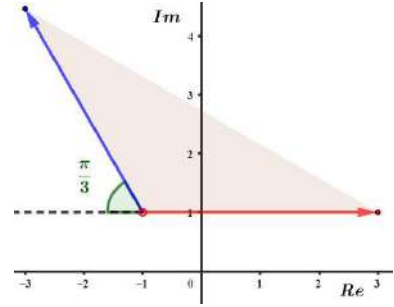
$$\Rightarrow \therefore -\frac{\pi}{4} > Arg(z - 1 - i) \geq \frac{5\pi}{4}$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

$$230- \therefore Arg(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore (a, b) = (-1, 1) \Rightarrow Arg(z - (-1 + i)) = \frac{-\pi}{4}$$

$$\Rightarrow Arg(z + 1 - i) = 0, Arg(z + 1 - i) = \pi - \frac{\pi}{3} = \frac{2\pi}{3}$$



من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-1, 1)$ ويصنع زاوية $(\theta = 0)$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re)

هو $(Arg(z - 1 - i)) = 0$ ويخط متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(-1, 1)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور

الحقيقي (Re) هو $(Arg(z - 1 - i)) = \frac{2\pi}{3}$ ويخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$$\Rightarrow \therefore 0 \leq Arg(z + 1 - i) \leq \frac{2\pi}{3}$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

$$231- \therefore |z - (a + ib)| = r$$

$$\therefore (a, b) = (3, 1), r = 2, \therefore (a, b) = (3, 1), r = 5$$

$$\Rightarrow \therefore |z - (a + ib)| = r, \Rightarrow \therefore |z - (a + ib)| = r$$

$$\Rightarrow |z - (3 + 1i)| = 2, \Rightarrow |z - (3 + 1i)| = 5$$

$$\Rightarrow |z - 3 - i| = 1, \Rightarrow |z - 3 - 1i| = 1$$

من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $((a, b) = (3, 1))$

ونصف قطرها $(r = 2)$ خط متقطع والمنطقة المظللة خارج الدائرة

$$|z - 3 - i| > 2 \Leftarrow$$

من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $((a, b) = (3, 1))$ ونصف قطرها

$(r = 5)$ خط متصل والمنطقة المظللة داخل الدائرة

$$2 < |z - 3 - i| \leq 5 \Leftarrow |z - 3 - i| \leq 5 \Leftarrow$$

$$\therefore Arg(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore (a, b) = (2, 0) \Rightarrow Arg(z - (2 + 0i)) = \frac{\pi}{4}$$

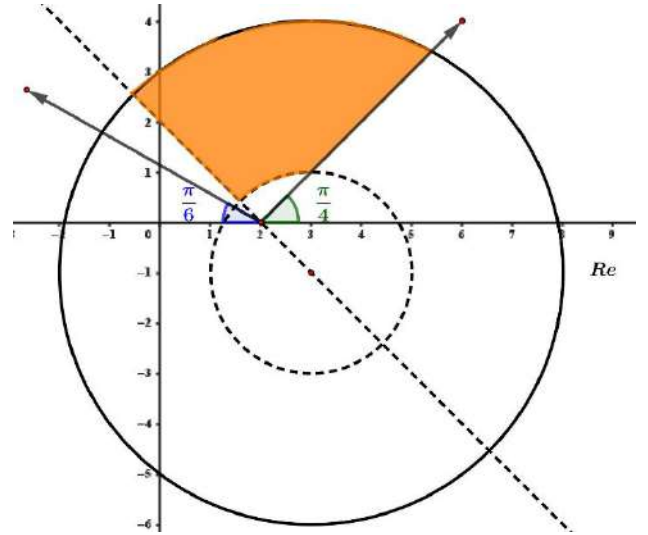
$$\Rightarrow Arg(z - 2) = \frac{\pi}{4}, Arg(z - 2) = \pi - \frac{\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(2, 0)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re)

هو $(Arg(z - 2)) = \frac{\pi}{4}$ ويخط متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0, 2)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{5\pi}{6})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي

هو $(Arg(z - 2)) = \frac{5\pi}{6}$ ويخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$$\Rightarrow \therefore \frac{\pi}{4} \leq Arg(z - 2) \leq \frac{5\pi}{6}$$



$$\because |z - (a + ib)| = |z - (c + id)|$$

من الرسم المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطة $((a, b) = (6, 4))$ والنقطة (c, d)

∴ نقطة المنتصف بينهما هي $(2, 0)$

$$\therefore \left(\frac{a+c}{2}, \frac{b+d}{2}\right) = (2, 0) \Rightarrow \left(\frac{6+c}{2}, \frac{4+d}{2}\right) = (2, 0) \Rightarrow 6+c = 4 \Rightarrow c = -2$$

$$\Rightarrow 4+d = 0 \Rightarrow d = -4 \Rightarrow ((a, b) = (6, 4), (c, d) = (-2, -4))$$

$$\therefore ((a, b) = (6, 4), (c, d) = (-2, -4))$$

$$\Rightarrow \therefore |z - (a + ib)| = |z - (c + id)|$$

$$\Rightarrow |z - (6 + 4i)| = |z - (-2 - 4i)|$$

$$\Rightarrow |z - 6 - 4i| = |z + 2 + 4i|$$

من الرسم المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $((a, b) = (6, 4), (c, d) = (-2, -4))$ خط متقطع والمنطقة المظللة من جهة

$$|z - 6 - 4i| > |z + 2 + 4i| \Leftrightarrow ((a, b) = (6, 4))$$

$$\Rightarrow \therefore |z - 6 - 4i| > |z + 2 + 4i|$$

∴ نظام متباينات الحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب الجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هو

$$\frac{\pi}{4} \leq \text{Arg}(z - 2) \leq \frac{5\pi}{6}, 2 < |z - 3 - i| \leq 5, |z - 6 - 4i| > |z + 2 + 4i|$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

$$232- \because |z - (a + ib)| = r$$

من السؤال ، معادلة الحل الهندسي للدائرة هي

$$|z + 2 - 5i| = \sqrt{29} \Rightarrow |z - (-2 + 5i)| = \sqrt{29}$$

$$\Leftrightarrow \text{الحل الهندسي دائرة مركزها } ((a, b) = (-2, 5))$$

ونصف قطرها $(r = \sqrt{29})$ خط متقطع والمنطقة المظللة خارج الدائرة

$$|z + 2 - 5i| > \sqrt{29} \Leftrightarrow$$

من السؤال ، معادلة الحل الهندسي الشعاع الذي يصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{6})$ مع

مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(\text{Arg}(z + 2 - 5i) = \frac{\pi}{6})$

ويحط متقطع و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0, 2)$ ويصنع زاوية $(\theta = -\frac{2\pi}{3})$

مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(\text{Arg}(z + 2 - 5i) = \frac{2\pi}{3})$

ويحط متقطع وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

∴ الشعاعان اللذان يبدأ من النقطة $(-2, 5)$ ويصنع الأول زاوية $(\theta = \frac{\pi}{6})$ والثاني زاوية $(\theta = -\frac{2\pi}{3})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي

$$-\frac{2\pi}{3} < \text{Arg}(z + 2 - 5i) < \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow (Re)$$

من السؤال ، معادلة الحل الهندسي للمنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطة (a, b) والنقطة (c, d) هي

$$\Rightarrow |z - 3 + 4i| = |z - 3| \Rightarrow |z - (3 - 4i)| = |z - (3 + 0i)| \Rightarrow (a, b) = (3, -4), (c, d) = (3, 0)$$

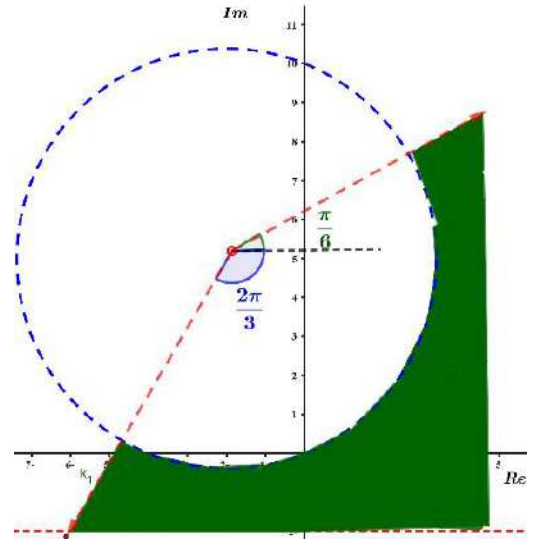
∴ المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $((a, b) = (3, -4), (c, d) = (3, 0))$ خط متقطع والمنطقة المظللة من جهة النقطة

$$|z - 3 + 4i| < |z - 3| \Leftrightarrow ((c, d) = (3, 0))$$

∴ نظام متباينات الحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب الجاور بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هو

$$-\frac{2\pi}{3} < \text{Arg}(z + 2 - 5i) < \frac{\pi}{6}, |z + 2 - 5i| > \sqrt{29}, |z - 3 + 4i| < |z - 3|$$

الإجابة الصحيحة هي (a)



$$233- \because |z - (a + ib)| = r$$

$$\because (a, b) = (3, -4), r = 2 \Rightarrow \because |z - (a + ib)| = r$$

$$\Rightarrow |z - (3 - 4i)| = 2 \Rightarrow |z - 3 + 4i| = 2$$

من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $((a, b) = (3, -4))$ ونصف قطرها $(r = 2)$

خط متصل والمنطقة المظللة داخل الدائرة $|z - 3 + 4i| \leq 2$

$$\because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\because (a, b) = (3, -4) \Rightarrow \text{Arg}(z - (3 - 4i)) = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z - 3 + 4i) = \frac{\pi}{4}, \text{Arg}(z - 3 + 4i) = -\frac{\pi}{4}$$

من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(3, -4)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re)

هو $(\text{Arg}(z - 3 + 4i) = \frac{\pi}{4})$ ويخط متقطع و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(3, -4)$ ويصنع زاوية $(\theta = -\frac{\pi}{4})$ مع مستقيم يوازي المحور

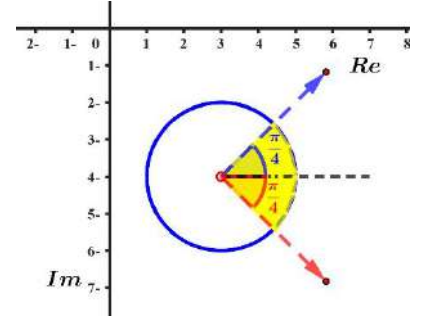
الحقيقي (Re) هو $(\text{Arg}(z - 3 + 4i) = -\frac{\pi}{4})$ ويخط متقطع وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$$\Rightarrow \because -\frac{\pi}{4} < \text{Arg}(z - 3 + 4i) < \frac{\pi}{4}$$

نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب الجوار بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هو

$$-\frac{2\pi}{3} < \text{Arg}(z + 2 - 5i) < \frac{\pi}{6}, |z - 3 + 4i| \leq 2$$

الإجابة الصحيحة هي (c)



$$234- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\because (a, b) = (0, 0)$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z) = \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{3} = \frac{3\pi + 2\pi}{6} = \frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z) = \frac{5\pi}{6}, \text{Arg}(z) = -\frac{\pi}{6}$$

من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0, 0)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{5\pi}{6})$ مع

مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(\text{Arg}(z) = \frac{5\pi}{6})$

ويخط متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0, 0)$ ويصنع زاوية $(\theta = -\frac{\pi}{6})$ مع

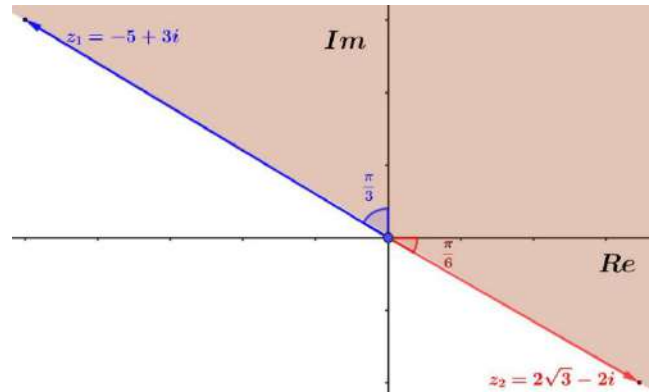
مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(\text{Arg}(z) = -\frac{\pi}{6})$ ويخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$$\Rightarrow \because -\frac{\pi}{6} \leq \text{Arg}(z) \leq \frac{5\pi}{6}$$

نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب الجوار بدلالة (z) الذي تمثله المنطقة المظللة هو

$$\Rightarrow \because -\frac{\pi}{6} \leq \text{Arg}(z) \leq \frac{5\pi}{6}$$

الإجابة الصحيحة هي (b)

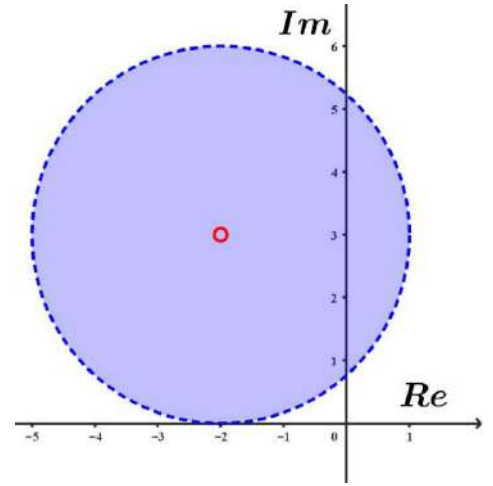


$$235- \because |z - (a + ib)| = r$$

$$\because (a, b) = (-2, 3), r = 3 \Rightarrow \because |z - (a + ib)| = 3 \\ \Rightarrow |z - (-2 + 3i)| = 3 \Rightarrow |z + 2 - 3i| = 3$$

من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $((a, b) = (-2, 3))$ ونصف قطرها $(r = 3)$ خط متقطع والمنطقة المظللة داخل الدائرة

$$|z + 2 - 3i| < 3 \Leftarrow$$



الإجابة الصحيحة هي (d)

$$236- \because |z - (a + ib)| = r$$

$$\because (a, b) = (1, 0), r = 1 \\ \Rightarrow \because |z - (a + ib)| = r \\ \Rightarrow |z - (1 + 0i)| = 1 \\ \Rightarrow |z - 1| = 1$$

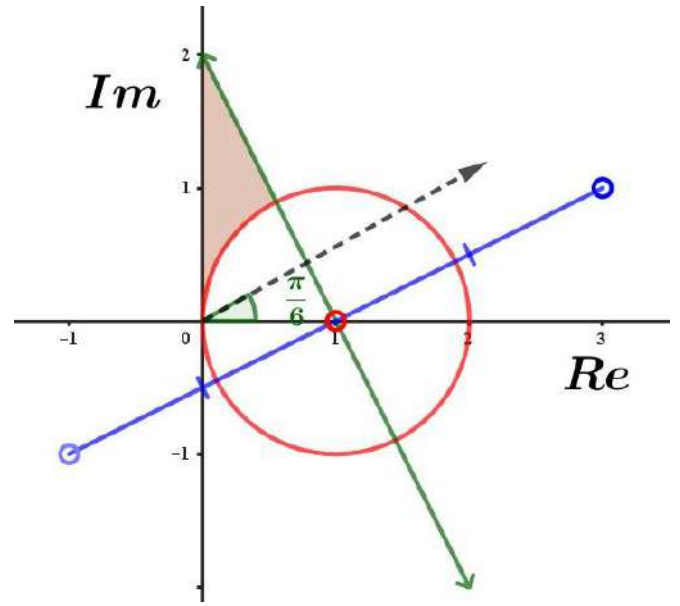
من الرسم ، المحل الهندسي دائرة مركزها $((a, b) = (1, 0))$ ونصف قطرها $(r = 1)$ خط متصل والمنطقة المظللة خارج الدائرة

$$|z - 1| \geq 1 \Leftarrow$$

$$\because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\because (a, b) = (0, 0) \Rightarrow \text{Arg}(z) = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z) = \frac{\pi}{6}, \text{Arg}(z) = \frac{\pi}{2}$$



من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0, 0)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{6})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re)

هو $(\text{Arg}(z) = \frac{\pi}{6})$ ويحط متقطع و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(0, 0)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{2})$ مع مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re)

هو $(\text{Arg}(z) = \frac{\pi}{2})$ ويحط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة بينهما

$$\Rightarrow \because \frac{\pi}{6} > \text{Arg}(z) \geq \frac{\pi}{2}$$

$$\because |z - (a + ib)| = |z - (c + id)|$$

$$\Rightarrow (a, b) = (-1, -1), (c, d) = (3, 1) \Rightarrow |z - (1 + 1i)| = |z - (-3 - i)|$$

$$\Rightarrow |z - 1 - i| = |z + 3 + i|$$

\Leftarrow المنصف العمودي للقطعة المستقيمة بين النقطتين $((a, b) = (-1, -1), (c, d) = (3, 1))$ خط متصل والمنطقة المظللة من جهة النقطة

$$|z - 1 - i| \geq |z + 3 + i| \Leftarrow ((a, b) = (-1, -1))$$

• نظام متباينات المحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمتلئ المنطقة المظللة هو

$$\frac{\pi}{6} > \text{Arg}(z) \geq \frac{\pi}{2}, |z - 1| \geq 1, |z - 1 - i| \geq |z + 3 + i|$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$237- \because \text{Arg}(z - (a + ib)) = \theta$$

$$\therefore (a, b) = (1, 0)$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z - (1 + 0i)) = \frac{\pi}{2}, \text{Arg}(z - (1 + 0i)) = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z - 1) = \frac{\pi}{2}, \text{Arg}(z - 1) = \frac{\pi}{3}$$

من الرسم الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1, 0)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{2})$ مع

مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(\text{Arg}(z - 1) = \frac{\pi}{2})$

ويخط متصل و الشعاع الذي يبدأ من النقطة $(1, 0)$ ويصنع زاوية $(\theta = \frac{\pi}{3})$ مع

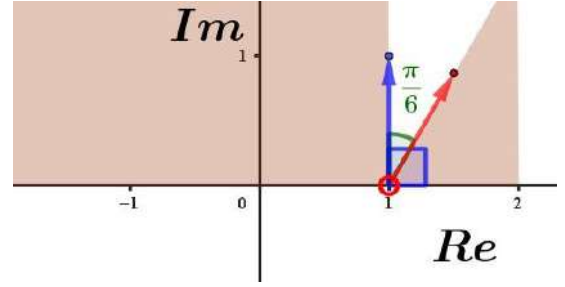
مستقيم يوازي المحور الحقيقي (Re) هو $(\text{Arg}(z - 1) = \frac{\pi}{3})$ ويخط متصل وتكون منطقة الحل هي المنطقة المظللة خارجهما

$$\Rightarrow \therefore 0 \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \pi$$

نظام متباينات الحل الهندسي في التمثيل البياني في المستوى المركب المجاور بدلالة (z) الذي تمتله المنطقة المظللة هو

$$\therefore 0 \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \frac{\pi}{3}, \frac{\pi}{2} \leq \text{Arg}(z - 1) \leq \pi$$

الإجابة الصحيحة هي (b)



$$238- \because |z + 2i| = 2, |z - 2| = 2|z + i|, z = x + iy$$

$$\Rightarrow |z + 2i| = 2 \Rightarrow |x + iy + 2i| = 2 \Rightarrow |x + (y + 2)i| = 2 \Rightarrow x^2 + (y + 2)^2 = 2^2$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 + 4y + 4 = 4 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4y = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow |z - 2| = 2|z + i| \Rightarrow |x + iy - 2| = 2|x + iy + i|$$

$$\Rightarrow |(x - 2) + iy| = 2|x + (y + 1)i| \Rightarrow (x - 2)^2 + y^2 = 2(x^2 + (y + 1)^2)$$

$$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 = 2(x^2 + y^2 + 1 + 2y) \Rightarrow x^2 - 4x + 4 + y^2 = 2x^2 + 4y + 2 + 2y^2$$

$$\Rightarrow -x^2 - 4x + 2 - y^2 - 4y = 0 \quad (2)$$

جمع المعادلتين الأولى والثانية

$$x^2 + y^2 + 4y = 0 \quad (1)$$

$$-x^2 - 4x + 2 - y^2 - 4y = 0 \quad (2)$$

$$\Rightarrow -4x + 2 \Rightarrow 0 \Rightarrow -4x = -2 \Rightarrow x = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{4} + y^2 + 4y = 0$$

$$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1, b = 4, c = \frac{1}{4}$$

$$\therefore y = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - (4 \times 1 \times \frac{1}{4})}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{16 - 1}}{2} = \frac{-4 \pm \sqrt{15}}{2} \Rightarrow y = -2 + \frac{\sqrt{15}}{2}, -2 - \frac{\sqrt{15}}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z = x + iy = \frac{1}{2} + \left(-2 + \frac{\sqrt{15}}{2}\right)i, \frac{1}{2} + \left(-2 - \frac{\sqrt{15}}{2}\right)i$$

الإجابة الصحيحة هي (a)

$$239- \because |z + 2 + i| = |1 - 3i|, |z + 1| = |z - 1|, z = x + iy$$

$$\Rightarrow |z + 2 + i| = |1 - 3i| \Rightarrow |x + iy + 2 + i| = |x + iy - 1 - 3i|$$

$$\Rightarrow |(x + 2) + (y + 1)i| = |(x - 1) + (y - 3)i| \Rightarrow (x + 2)^2 + (y + 1)^2 = (x - 1)^2 + (y - 3)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + 4 + y^2 + 2y + 1 = x^2 - 2x + 1 + y^2 - 6y + 9$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x + y^2 + 2y + 5 = x^2 - 2x + y^2 - 6y + 10 \Rightarrow 6x + 8y - 5 = 0 \quad (1)$$

$$\Rightarrow |z + 1| = |z - 1| \Rightarrow |x + iy + 1| = |x + iy - 1|$$

$$\Rightarrow |(x + 1) + iy| = |(x - 1) + iy| \Rightarrow (x + 1)^2 + y^2 = (x - 1)^2 + y^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 + y^2 = x^2 - 2x + 1 + y^2 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\Rightarrow 0 + 8y - 5 = 0 \Rightarrow 8y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{8}$$

$$\Rightarrow \therefore z = x + iy = 0 + \frac{5}{8}i = \frac{5}{8}i$$

الإجابة الصحيحة هي (c)

240- $\therefore \text{Arg}(z + 1 - i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3}, \text{Arg}(z - 1) = \frac{5\pi}{4}, z = x + iy, \frac{2\pi}{3}$ تقع في الربع الثاني, $\frac{5\pi}{4}$ تقع في الربع الثالث

$$\Rightarrow \text{Arg}(z + 1 - i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \text{Arg}(x + iy + 1 - i\sqrt{3}) = \frac{2\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}((x + 1) + (y - \sqrt{3})i) = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \pi - \tan^{-1} \frac{b}{a} = \frac{2\pi}{3} \Rightarrow -\tan^{-1} \frac{b}{a} = \frac{2\pi}{3} - \pi = -\frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow \tan^{-1} \frac{b}{a} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{y - \sqrt{3}}{x + 1} = \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}x + \sqrt{3} = y - \sqrt{3} \Rightarrow \sqrt{3}x + 2\sqrt{3} = y \quad (1)$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z - 1) = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow \text{Arg}(x + iy - 1) = \frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}((x - 1) + iy) = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow -(\pi - \tan^{-1} \frac{b}{a}) = \frac{5\pi}{4} \Rightarrow -\pi + \tan^{-1} \frac{b}{a} = \frac{5\pi}{4}$$

$$\Rightarrow \tan^{-1} \frac{b}{a} = \frac{5\pi}{4} + \pi = \frac{9\pi}{4} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{b}{a} = \frac{9\pi}{4} - 2\pi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow \frac{b}{a} = 1 \Rightarrow \frac{y}{x - 1} = 1 \Rightarrow x - 1 = y$$

$$\Rightarrow x - 1 = y \quad (2)$$

بضرب المعادلة الثانية (-1) وجمعها مع المعادلة الأولى

$$\sqrt{3}x + 2\sqrt{3} = y \quad (1)$$

$$-x + 1 = -y \quad (2)$$

$$\therefore \sqrt{3}x - x + 2\sqrt{3} + 1 = 0 \Rightarrow x(\sqrt{3} - 1) = -2\sqrt{3} - 1 \Rightarrow x = \frac{-2\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2\sqrt{3} - 1}{\sqrt{3} - 1} \times \frac{\sqrt{3} + 1}{\sqrt{3} + 1} = \frac{-6 - 1 - 3\sqrt{3}}{3 - 1} = \frac{-7 - 3\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y = \frac{-7 - 3\sqrt{3}}{2} - 1 = \frac{-9 - 3\sqrt{3}}{2}$$

$$\Rightarrow \therefore z = x + iy = \frac{-7 - 3\sqrt{3}}{2} + \frac{-9 - 3\sqrt{3}}{2}i$$

الإجابة الصحيحة هي (d)

السؤال الثاني:

1- ما قيمة/ قيم (x, y) ، $(x, y \in \mathcal{R})$ التي تحقق المعادلات فيما يلي:

$$\left(\frac{1-i}{1+i}\right) + (x + yi) = (1 + 2i)^2 - A$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1-i}{1+i}\right) + (x + yi) = (1 + 2i)^2$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{1+i}\right) = \frac{1-i}{1+i} \times \frac{1-i}{1-i} = \frac{1+i^2-2i}{1-i^2} = \frac{1-1-2i}{1+1} = \frac{-2i}{2} = -i$$

$$\therefore (1 + 2i)^2 = 1 + 4i + 4i^2 = 1 + 4i - 4 = -3 + 4i$$

$$\therefore \left(\frac{1-i}{1+i}\right) + (x + yi) = (1 + 2i)^2 \Rightarrow -i + (x + yi) = -3 + 4i \Rightarrow (x + yi) = -3 + 4i + i$$

$$\therefore (x + yi) = -3 + 5i \Rightarrow x = -3, y = 5$$

$$((x + yi)^2 = \frac{36-2i}{3+2i}) - B$$

$$\Rightarrow (x + yi)^2 = \frac{36-2i}{3+2i}$$

$$\therefore \left(\frac{36-2i}{3+2i}\right) = \frac{36-2i}{3+2i} \times \frac{3-2i}{3-2i} = \frac{108+4i^2-78i}{9-4i^2} = \frac{108-4-78i}{9+4} = \frac{104-78i}{13} = 8 - 6i$$

$$\therefore (x + yi)^2 = x^2 + 2ixy + y^2 = 8 - 6i$$

$$x^2 + y^2 = 8 \quad (1)$$

$$2xy = -6 \Rightarrow y = \frac{-6}{2x} \quad (2)$$

$$\therefore x^2 + \left(\frac{-6}{2x}\right)^2 = 8 \Rightarrow x^2 + \frac{36}{4x^2} = 8 \Rightarrow x^2 + \frac{9}{x^2} = 8 \Rightarrow x^4 + 9 = 8x^2 \Rightarrow x^4 - 8x^2 + 9 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 9)(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x^2 = 9, -1 \Rightarrow \therefore x = \pm 3, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{-6}{2x} = \frac{-3}{x} \Rightarrow \frac{-3}{\pm 3} = \mp 1$$

$$\Rightarrow x = \pm 3, y = \mp 1$$

-2 اثبت كلا مما يلي:

$$\cdot (i = \frac{(2+i)(3+i)}{(2-i)(3-i)}) \text{ ان قيمة المقدار } -A$$

$$\Rightarrow \frac{(2+i)(3+i)}{(2-i)(3-i)} = \frac{6+5i+i^2}{6-5i+i^2} = \frac{5+5i}{5-5i} = \frac{5+5i}{5-5i} \times \frac{5+5i}{5+5i} = \frac{25+50i+25i^2}{25-25i^2} = \frac{25-25+50i}{25+25} = \frac{50i}{50} = i$$

$$\cdot \left(\frac{8}{5}i = \frac{(1+i)^2}{(2-i)} - \frac{(1-i)^2}{(2+i)}\right) \text{ ان قيمة المقدار } -B$$

$$\Rightarrow \frac{(1+i)^2}{(2-i)} - \frac{(1-i)^2}{(2+i)}$$

$$\therefore (1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 - 1 + 2i = 2i$$

$$\therefore (1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = 1 - 1 - 2i = -2i$$

$$\therefore \frac{(1+i)^2}{(2-i)} - \frac{(1-i)^2}{(2+i)} = \frac{2i(2+i)}{(2-i)(2+i)} - \frac{-2i(2-i)}{(2+i)(2-i)} = \frac{4i+2i^2}{4-i^2} - \frac{-4i+2i^2}{4-i^2} = \frac{4i-2}{4+1} - \frac{-4i-2}{4+1} = \frac{4i-2+4i+2}{5} = \frac{8i}{5}$$

$$\cdot (i = \frac{1}{(1-i)^2} - \frac{1}{(1+i)^2}) \text{ ان قيمة المقدار } -C$$

$$\Rightarrow \frac{1}{(1-i)^2} - \frac{1}{(1+i)^2}$$

$$\therefore (1+i)^2 = 1 + 2i + i^2 = 1 - 1 + 2i = 2i$$

$$\therefore (1-i)^2 = 1 - 2i + i^2 = 1 - 1 - 2i = -2i$$

$$\therefore \frac{1}{(1-i)^2} - \frac{1}{(1+i)^2} = \frac{1}{-2i} - \frac{1}{2i} = \frac{-1-1}{2i} = \frac{-2}{2i} = \frac{-1}{i} = \frac{-1}{i} \times \frac{i}{i} = \frac{-i}{i^2} = \frac{-i}{-1} = i$$

-3 مستخدماً الاعداد المركبة اثبت العلاقة:

$$\Rightarrow (\tan^{-1}(\sqrt{3}) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)) = \frac{\pi}{2}$$

$$\therefore z_1 = a + ib \Rightarrow \text{Arg}(z_1) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$\therefore z_2 = a + ib \Rightarrow \text{Arg}(z_2) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$

$$\therefore (\tan^{-1}(\sqrt{3}) + \tan^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} = \frac{3\pi}{6} = \frac{\pi}{2}$$

-4 اوجد كلاً من $(zw, z/w, \frac{1}{z})$ في الحالتين التاليتين بالصورة المتثلنية :

$$\cdot (z = \sqrt{3} + i, w = 1 - i\sqrt{3}) -A$$

$$\therefore zw = (\sqrt{3} + i)(1 - i\sqrt{3}) = \sqrt{3} - 3i + i - i^2\sqrt{3} = \sqrt{3} - 2i + \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - 2i$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(zw) = -\tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow -\tan^{-1} \frac{2}{2\sqrt{3}} = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |zw| = r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2)^2} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$$

$$\therefore zw = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 4(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i \sin(-\frac{\pi}{6})) = 4(\cos(\frac{\pi}{6}) - i \sin(\frac{\pi}{6}))$$

$$\therefore z/w = \frac{(\sqrt{3}+i)}{(1-i\sqrt{3})} = \frac{(\sqrt{3}+i)}{(1-i\sqrt{3})} \times \frac{(1+i\sqrt{3})}{(1+i\sqrt{3})} = \frac{\sqrt{3}+3i+i+i^2\sqrt{3}}{1-3i^2} = \frac{\sqrt{3}+4i-\sqrt{3}}{1+3} = \frac{4i}{4} = i = 0 + i$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z/w) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{1}{0} = \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow |z/w| = r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(0)^2 + (1)^2} = \sqrt{0 + 1} = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore z/w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = (\cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2}))$$

$$\therefore \frac{1}{z} = \frac{1}{\sqrt{3}+i} = \frac{1}{\sqrt{3}+i} \times \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}-i} = \frac{\sqrt{3}-i}{3-i^2} = \frac{\sqrt{3}-i}{3+1} = \frac{\sqrt{3}-i}{4} = \frac{\sqrt{3}}{4} - \frac{i}{4}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}\left(\frac{1}{z}\right) = -\tan^{-1} \frac{b}{a} = -\tan^{-1} \frac{\frac{1}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{4}} = -\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{1}{z}\right| = r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{4}\right)^2 + \left(\frac{1}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{16} + \frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{4}{16}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{1}{2}$$

$$\therefore \frac{1}{z} = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = \frac{1}{2}(\cos(-\frac{\pi}{6}) + i \sin(-\frac{\pi}{6})) = \frac{1}{2}(\cos(\frac{\pi}{6}) - i \sin(\frac{\pi}{6}))$$

حل آخر كما في الفرع (B)

$$.(z = 2\sqrt{3} - 2i, w = -1 + i) -B$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(z) = -\tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow -\tan^{-1} \frac{2}{2\sqrt{3}} = -\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z| = r_z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2)^2} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow \text{Arg}(w) = \pi - \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \pi - \tan^{-1} \frac{1}{1} = \pi - \tan^{-1} 1 = \pi - \frac{\pi}{4} = \frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow |w| = r_w = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(-1)^2 + (1)^2} = \sqrt{1 + 1} = \sqrt{2}$$

$$\therefore zw = r_z r_w (\cos(\theta_z + \theta_w) + i \sin(\theta_z + \theta_w)) = 4\sqrt{2} (\cos(-\frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{6} + \frac{3\pi}{4}))$$

$$\therefore zw = 4\sqrt{2} (\cos(\frac{-2\pi+9\pi}{12}) + i \sin(\frac{-2\pi+9\pi}{12})) = 4\sqrt{2} (\cos(\frac{7\pi}{12}) + i \sin(\frac{7\pi}{12}))$$

$$\therefore z/w = r_z/r_w (\cos(\theta_z - \theta_w) + i \sin(\theta_z - \theta_w)) = \frac{4}{\sqrt{2}} (\cos(-\frac{\pi}{6} - \frac{3\pi}{4}) + i \sin(-\frac{\pi}{6} - \frac{3\pi}{4}))$$

$$\therefore z/w = 2\sqrt{2} (\cos(\frac{-2\pi-9\pi}{12}) + i \sin(\frac{-2\pi-9\pi}{12})) = 2\sqrt{2} (\cos(\frac{-11\pi}{12}) + i \sin(\frac{-11\pi}{12}))$$

$$\therefore z/w = 2\sqrt{2} (\cos(\frac{13\pi}{12}) + i \sin(\frac{13\pi}{12})) = 2\sqrt{2} (\cos(\frac{11\pi}{12}) - i \sin(\frac{11\pi}{12}))$$

$$\therefore \frac{1}{z} = \frac{1}{2\sqrt{3}-2i} = \frac{1}{2\sqrt{3}-2i} \times \frac{2\sqrt{3}+2i}{2\sqrt{3}+2i} = \frac{2\sqrt{3}+2i}{12-4i^2} = \frac{2\sqrt{3}+2i}{12+4} = \frac{2\sqrt{3}+2i}{16} = \frac{2\sqrt{3}}{16} + \frac{2i}{16} = \frac{\sqrt{3}}{8} + \frac{i}{8}$$

$$\Rightarrow \text{Arg}\left(\frac{1}{z}\right) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{\frac{1}{8}}{\frac{\sqrt{3}}{8}} = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow \left|\frac{1}{z}\right| = r = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{8}\right)^2 + \left(\frac{1}{8}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{64} + \frac{1}{64}} = \sqrt{\frac{4}{64}} = \sqrt{\frac{1}{16}} = \frac{1}{4}$$

$$\therefore \frac{1}{z} = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = \frac{1}{4}(\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6}))$$

حل آخر

$$\Rightarrow 1 = 1 + 0i \Rightarrow \text{Arg}(1) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{0}{1} = 0 \Rightarrow r_1 = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(1)^2 + (0)^2}$$

$$\Rightarrow r_1 = \sqrt{1} = 1$$

$$\therefore 1/z = r_1/r_z (\cos(\theta_1 - \theta_z) + i \sin(\theta_1 - \theta_z)) = \frac{1}{4} (\cos(0 - (-\frac{\pi}{6})) + i \sin(0 - (-\frac{\pi}{6})))$$

$$\therefore 1/z = \frac{1}{4} (\cos(\frac{\pi}{6}) + i \sin(\frac{\pi}{6}))$$

5- عبر عن ناتج $((3(\cos(\frac{5\pi}{12}) + i \sin(\frac{5\pi}{12}))). (4(\cos(\frac{\pi}{12}) + i \sin(\frac{\pi}{12}))))$ بالصورة المتكافئة والصورة الجبرية للأعداد المركبة.

$$\therefore (3(\cos(\frac{5\pi}{12}) + i \sin(\frac{5\pi}{12}))). (4(\cos(\frac{\pi}{12}) + i \sin(\frac{\pi}{12}))) = 12(\cos(\frac{5\pi+\pi}{12}) + i \sin(\frac{5\pi+\pi}{12}))$$

$$12(\cos(\frac{6\pi}{12}) + i \sin(\frac{6\pi}{12})) = 12(\cos(\frac{\pi}{2}) + i \sin(\frac{\pi}{2})) = 12(0 + i) = 12i$$

-1 اوجد $(|z|)$ ، $(Arg(z))$ للعدد المركب (z) في الحالات الآتية:

$$(z = -2\sqrt{3} - 2i) -A$$

$$\Rightarrow Arg(z) = -(\pi - \tan^{-1} \frac{b}{a}) \Rightarrow -(\pi - \tan^{-1} \frac{2}{2\sqrt{3}}) = -(\pi - \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}}) = -(\pi - \frac{\pi}{6}) = -\frac{5\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z| = r_z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2)^2} = \sqrt{12 + 4} = \sqrt{16} = 4$$

$$(z = \sqrt{3} - i) -B$$

$$\Rightarrow Arg(z) = -\tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow -\tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = -\frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z| = r_z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{3 + 1} = \sqrt{4} = 2$$

$$(z = \frac{4}{\sqrt{3}-i}) -C$$

$$\Rightarrow z = \frac{4}{\sqrt{3}-i} = \frac{4}{\sqrt{3}-i} \times \frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}+i} = \frac{4\sqrt{3}+4i}{3-i^2} = \frac{4\sqrt{3}+4i}{3+1} = \frac{4\sqrt{3}+4i}{4} = \sqrt{3} + i$$

$$\Rightarrow Arg(z) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z| = r_z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\sqrt{3})^2 + (1)^2} = \sqrt{3 + 1} = \sqrt{4} = 2$$

$$(z = 1 + \frac{1}{\sqrt{3}}i) -D$$

$$\Rightarrow Arg(z) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{\frac{1}{\sqrt{3}}}{1} = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow |z| = r_z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\frac{1}{\sqrt{3}})^2 + (1)^2} = \sqrt{\frac{1}{3} + 1} = \sqrt{\frac{4}{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$$

$$(z = -2(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))) -E$$

$$\Rightarrow z = -2(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4})) = -2(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{2}}i) = -\sqrt{2} - i\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow Arg(z) = -(\pi - \tan^{-1} \frac{b}{a}) \Rightarrow -(\pi - \tan^{-1} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}}) = -(\pi - \tan^{-1} 1) = -(\pi - \frac{\pi}{4}) = -\frac{3\pi}{4}$$

$$\Rightarrow |z| = r_z = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (\sqrt{2})^2} = \sqrt{2 + 2} = \sqrt{4} = 2$$

-2 اكتب العدد المركب (z) بالصورة القياسية $(a + bi, b \neq 0, a, b \in \mathbb{R})$ في الحالات الآتية:

$$(z = \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{-2}}}) -A$$

$$\Rightarrow \sqrt{-2} = i\sqrt{2}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow z &= \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{i\sqrt{2}}} = \frac{3}{\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{i\sqrt{2}}} \times \frac{\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{i\sqrt{2}}}{\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{i\sqrt{2}}} = \frac{3}{\frac{1}{2} - \frac{1}{2i^2}} = \frac{3}{\frac{1}{2} + \frac{1}{2}} = \frac{3}{1} = 3 \\ &= \frac{-3i+3i^2}{i^2\sqrt{2}} = \frac{-3-3i}{-\sqrt{2}} = \frac{-(3+3i)}{-\sqrt{2}} = \frac{3}{\sqrt{2}} + \frac{3i}{\sqrt{2}} \end{aligned}$$



$$. (z = \frac{12}{2+\sqrt{-2}}) -B$$

$$\Rightarrow \sqrt{-2} = i\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow z = \frac{12}{2+\sqrt{-2}} = \frac{12}{2+i\sqrt{2}} \times \frac{2-i\sqrt{2}}{2-i\sqrt{2}} = \frac{24-12i\sqrt{2}}{4-2i^2} = \frac{24-12i\sqrt{2}}{4+2} = \frac{24-12i\sqrt{2}}{6} = 4 - 2i\sqrt{2}$$

3- اذا كان العدد المركب $(w = 2\sqrt{2}(1+i))$ ، اجب عن الأسئلة الآتية تباعاً:

-A اوجد $(|w|)$ ، $(Arg(w))$.

$$\Rightarrow w = 2\sqrt{2}(1+i) = 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow Arg(w) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \tan^{-1} 1 = \frac{\pi}{4}$$

$$\Rightarrow |w| = r_w = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2} = \sqrt{8+8} = \sqrt{16} = 4$$

-B اكتب العدد المركب (w) بالصورة المثلثية.

$$\therefore w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = 4(\cos(\frac{\pi}{4}) + i \sin(\frac{\pi}{4}))$$

4- اذا كان العدد المركب $(u = 2 - 2i\sqrt{3})$ ، اوجد جذرية التربيعين في الصورة المثلثية.

$$\therefore \sqrt{u} = x + iy \Rightarrow u = (x + iy)^2 = 2 - 2i\sqrt{3} \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = 2 - 2i\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x^2 - y^2 + 2ixy = 2 - 2\sqrt{3}i$$

$$x^2 - y^2 = 2 \quad (1)$$

$$2xy = -2\sqrt{3} \Rightarrow y = \frac{-\sqrt{3}}{x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$x^2 - \left(\frac{-\sqrt{3}}{x}\right)^2 = 2 \Rightarrow x^2 - \frac{3}{x^2} = 2 \Rightarrow x^4 - 3 = 2x^2 \Rightarrow x^4 - 2x^2 - 3 = 0 \Rightarrow (x^2 - 3)(x^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 3, -1 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{-\sqrt{3}}{x} = \frac{-\sqrt{3}}{\pm\sqrt{3}} = \mp 1 \Rightarrow x + iy = \sqrt{3} - i, -\sqrt{3} + i$$

5- اذا كان العدد المركب $(w = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i)$ ، اجب عن الأسئلة الآتية تباعاً:

-A اكتب العدد المركب (w) بالصورة المثلثية.

$$\Rightarrow Arg(w) = \tan^{-1} \frac{b}{a} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} \Rightarrow \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow |w| = r_w = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{4}{4}} = 1$$

$$\therefore w = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = (\cos(\frac{\pi}{3}) + i \sin(\frac{\pi}{3}))$$

-B اثبت ان $(w^3 = -1)$.

$$|w^3| = (|w|)^3 = (1)^3 = 1, Arg(w^3) = Arg(w) + Arg(w) + Arg(w) = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3} = \pi$$

$$w^3 = r(\cos(\theta) + i \sin(\theta)) = (\cos(\pi) + i \sin(\pi)) = -1 + 0 = -1$$

-C اوجد جذرية التربيعين بالصورة المثلثية.

$$\therefore \sqrt{w} = x + iy \Rightarrow w = (x + iy)^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i \Rightarrow x^2 + 2ixy + i^2y^2 = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$\Rightarrow x^2 - y^2 + 2ixy = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

$$x^2 - y^2 = \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$2xy = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{4x} \quad (2)$$

$$x^2 - \left(\frac{\sqrt{3}}{4x}\right)^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x^2 - \frac{3}{16x^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow 16x^4 - 3 = 8x^2 \Rightarrow 16x^4 - 8x^2 - 3 = 0$$

$$\Rightarrow (4x^2 + 1)(4x^2 - 3) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{3}{4}, \frac{-1}{4} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{3}}{2}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{\sqrt{3}}{4x} = \frac{\sqrt{3}}{\pm \frac{4\sqrt{3}}{2}} = \pm \frac{2\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow x + iy = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i, \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$$

السؤال الرابع:

-1 اوجد:

$$(A) \text{ قيمة } \left(\left(4 - \frac{1}{2}i\right) - \left(9 + \frac{5}{2}i\right) \right)$$

$$\Rightarrow \left(4 - \frac{1}{2}i\right) - \left(9 + \frac{5}{2}i\right) = (4 - 9) + \left(-\frac{1}{2} + \frac{5}{2}\right)i = -5 + \frac{4}{2}i = -5 + 2i$$

$$(B) \text{ قيمة / قيم } (a, b) \text{ اذا كان } \left(\frac{20}{a+ib}\right) \text{ جذراً للمعادلة } (z^2 + 8 - 6i = 0), (a, b \in \mathcal{R})$$

$$z^2 + 8 - 6i = 0 \Rightarrow z^2 = -8 + 6i$$

$$\Rightarrow z = \pm \sqrt{-8 + 6i}$$

$$\Rightarrow \pm \sqrt{-8 + 6i} = (x + iy) \Rightarrow -8 + 6i = (x + iy)^2 \Rightarrow -8 + 6i = x^2 + 2ixy - y^2$$

$$\Rightarrow -8 + 6i = x^2 - y^2 + 2ixy$$

$$\therefore x^2 - y^2 = -8 \quad (1)$$

$$\therefore 2xy = 6 \Rightarrow y = \frac{6}{2x} = \frac{3}{x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الاولى

$$\therefore x^2 - \left(\frac{3}{x}\right)^2 = -8 \Rightarrow x^2 - \frac{9}{x^2} = -8 \Rightarrow x^4 - 9 = -8x^2 \Rightarrow x^4 + 8x^2 - 9 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 + 9)(x^2 - 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = -9, 1 \Rightarrow x = \pm 1, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{3}{x} = \frac{3}{\pm 1} = \pm 3 \Rightarrow x + iy = -1 - 3i, 1 + 3i$$

$$\therefore \frac{20}{a+ib} = \frac{20}{a+ib} \times \frac{a-ib}{a-ib} = \frac{20a-20ib}{a^2-i^2b^2} = \frac{20a-20ib}{a^2+b^2}$$

$$\therefore \frac{20}{a+ib} = \frac{20a-20ib}{a^2+b^2} = \frac{20a}{a^2+b^2} - \frac{20ib}{a^2+b^2} = 1 + 3i, -1 - 3i$$

$$\therefore \Rightarrow \frac{20a}{a^2+b^2} = 1 \Rightarrow a^2 + b^2 = 20a, -\frac{20b}{a^2+b^2} = 3 \Rightarrow a^2 + b^2 = -\frac{20}{3}b \Rightarrow 20a = -\frac{20}{3}b \Rightarrow a = -\frac{1}{3}b$$

$$\Rightarrow b = -3a \Rightarrow \frac{20a}{a^2+(-3a)^2} = 1 \Rightarrow a^2 + 9a^2 = 20a \Rightarrow 10a^2 = 20a \Rightarrow 10a = 20 \Rightarrow a = 2$$

$$\Rightarrow b = -6$$

$$\therefore \Rightarrow \frac{20a}{a^2+b^2} = -1 \Rightarrow a^2 + b^2 = -20a, -\frac{20b}{a^2+b^2} = -3 \Rightarrow a^2 + b^2 = \frac{20}{3}b \Rightarrow -20a = \frac{20}{3}b \Rightarrow a = -\frac{1}{3}b$$

$$\Rightarrow b = -3a \Rightarrow \frac{20a}{a^2+(-3a)^2} = -1 \Rightarrow a^2 + 9a^2 = -20a \Rightarrow 10a^2 = -20a \Rightarrow 10a = -20 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow b = 6 \Rightarrow (a, b) = (\pm 2, \mp 6)$$

-2 حل المعادلات الاتية:

$$1) 4z^2 + 25 = 0$$

$$\therefore 4z^2 + 25 = 0 \Rightarrow z^2 = -\frac{25}{4} \Rightarrow z = \pm \sqrt{-\frac{25}{4}} = \pm \sqrt{-1 \times \frac{25}{4}} = \pm \left(\sqrt{-1} \times \sqrt{\frac{25}{4}} \right) = \pm \frac{5}{2}i$$

$$2) z^2 + 2z + i(2 - i) = 0$$

$$\therefore z^2 + 2z + i(2 - i) = 0 \Rightarrow z^2 + 2z + 2i - i^2 = 0 \Rightarrow z^2 + 2z + 2i + 1 = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1, b = 2, c = 2i + 1$$

$$\Rightarrow z = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(1)(2i+1)}}{2(1)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 8i - 4}}{2} = \frac{-2 \pm \sqrt{-8i}}{2}$$

$$\begin{aligned} \therefore \pm\sqrt{-8i} = x + iy &\Rightarrow -8i = (x + iy)^2 \Rightarrow -8i = x^2 + 2ixy + i^2y^2 \Rightarrow -8i = x^2 - y^2 + 2ixy \\ \Rightarrow x^2 - y^2 &= 0 & (1) \\ \Rightarrow 2xy = -8 &\Rightarrow y = \frac{-8}{2x} = \frac{-4}{x} & (2) \end{aligned}$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\begin{aligned} \Rightarrow x^2 - \left(\frac{-4}{x}\right)^2 &= 0 \Rightarrow x^2 - \frac{16}{x^2} = 0 \Rightarrow x^4 - 16 = 0 \Rightarrow (x^2 - 4)(x^2 + 4) = 0 \Rightarrow x^2 = 4, -4 \\ \Rightarrow x = \pm 2, x \in \mathcal{R} &\Rightarrow y = \frac{-4}{x} = \frac{-4}{\pm 2} = \mp 2 \Rightarrow x + iy = \pm 2 \mp 2i \Rightarrow z = \frac{-2+2-2i}{2} = \frac{-2i}{2} = -i, \\ \Rightarrow z &= \frac{-2-2+2i}{2} = \frac{-4+2i}{2} = -2 + i \Rightarrow \therefore z = -i, -2 + i \end{aligned}$$

$$3) z^2 - 3z + 3 + i = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1, b = -3, c = 3 + i$$

$$\Rightarrow z = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(1)(3+i)}}{2(1)} = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 12 - 4i}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{-3 - 4i}}{2}$$

$$\therefore \pm\sqrt{-3 - 4i} = x + iy \Rightarrow -3 - 4i = (x + iy)^2 \Rightarrow -3 - 4i = x^2 + 2ixy + i^2y^2$$

$$\Rightarrow -3 - 4i = x^2 - y^2 + 2ixy$$

$$\Rightarrow x^2 - y^2 = -3 \quad (1)$$

$$\Rightarrow 2xy = -4 \Rightarrow y = \frac{-4}{2x} = \frac{-2}{x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{-2}{x}\right)^2 = -3 \Rightarrow x^2 - \frac{4}{x^2} = -3 \Rightarrow x^4 - 4 = -3x^2 \Rightarrow x^4 + 3x^2 - 4 = 0$$

$$\Rightarrow (x^2 - 1)(x^2 + 4) = 0 \Rightarrow x^2 = 1, -4$$

$$\Rightarrow x = \pm 1, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{-2}{x} = \frac{-2}{\pm 1} = \mp 2 \Rightarrow x + iy = \pm 1 \mp 2i \Rightarrow z = \frac{3+1-i}{2} = \frac{4-i}{2} = 2 - \frac{1}{2}i,$$

$$\Rightarrow z = \frac{3-1+i}{2} = \frac{2+i}{2} = 1 + \frac{1}{2}i \Rightarrow \therefore z = 2 - \frac{1}{2}i, 1 + \frac{1}{2}i$$

3 - اوجد الجذور الحقيقية والمركبة للمعادلات الآتية:

$$1) z^4 + 1 = 0$$

$$\therefore z^4 + 1 = 0 \Rightarrow z^4 = -1 \Rightarrow z^2 = \pm\sqrt{-1} = \pm i \Rightarrow z = \pm\sqrt{\pm i}$$

$$\therefore \pm\sqrt{\pm i} = x + iy \Rightarrow \pm i = (x + iy)^2 \Rightarrow \pm i = x^2 + 2ixy + i^2y^2 \Rightarrow \pm i = x^2 - y^2 + 2ixy$$

$$\Rightarrow \pm i = x^2 - y^2 + 2ixy \Rightarrow$$

$$x^2 - y^2 = 0 \quad (1)$$

$$2xy = \pm 1 \Rightarrow y = \frac{\pm 1}{2x} \quad (2)$$

بتعويض المعادلة الثانية في المعادلة الأولى

$$\Rightarrow x^2 - \left(\frac{\pm 1}{2x}\right)^2 = 0 \Rightarrow x^2 - \frac{1}{4x^2} = 0 \Rightarrow 4x^4 - 1 = 0 \Rightarrow (2x^2 - 1)(2x^2 + 1) = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow x = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}, x \in \mathcal{R} \Rightarrow y = \frac{1}{2 \times \pm \frac{1}{\sqrt{2}}} = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x + iy = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\Rightarrow y = \frac{-1}{2 \times \pm \frac{1}{\sqrt{2}}} = \mp \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow x + iy = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \mp \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$\Rightarrow \therefore z = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \pm \frac{\sqrt{2}}{2}i, \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \mp \frac{\sqrt{2}}{2}i$$

$$2) z^4 - 4z^2 + z^3 = 0$$

$$\therefore z^4 - 4z^2 + z^3 = 0 \Rightarrow z^2(z^2 - 4 + z) = 0 \Rightarrow z^2 = 0 \Rightarrow z = 0, \text{مكرر}, z^2 + z - 4 = 0$$

$$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 1, b = 1, c = -4$$

$$\Rightarrow z = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4(1)(-4)}}{2(1)} = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 16}}{2} = \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

$$\therefore z = 0, 0, \frac{-1 \pm \sqrt{17}}{2}$$

السؤال الخامس:

1- إذا كان $((2 - i)z^2 + 2z + 2 + i = 0)$ ، اجب عن الأسئلة الآتية تبعاً:

A- حل المعادلة واعط الناتج بالصيغة القياسية للعدد المركب.

$$\Rightarrow z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, a = 2 - i, b = 2, c = 2 + i$$

$$\Rightarrow z = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(2 - i)(2 + i)}}{2(2 - i)} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(4 - i^2)}}{4 - 2i} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(4 + 1)}}{4 - 2i} = \frac{-2 \pm \sqrt{4 - 20}}{4 - 2i} = \frac{-2 \pm \sqrt{-16}}{4 - 2i} = \frac{-2 \pm 4i}{4 - 2i}$$

$$\Rightarrow z = \frac{-2 + 4i}{4 - 2i} \times \frac{4 + 2i}{4 + 2i} = \frac{-8 - 4i + 16i + 8i^2}{16 - 4i^2} = \frac{-8 - 4i + 16i - 8}{16 + 4} = \frac{-16 + 12i}{20} = \frac{-4}{5} + \frac{3i}{5}$$

$$\Rightarrow z = \frac{-2 - 4i}{4 - 2i} \times \frac{4 + 2i}{4 + 2i} = \frac{-8 - 4i - 16i - 8i^2}{16 - 4i^2} = \frac{-8 - 4i - 16i + 8}{16 + 4} = \frac{-20i}{20} = -i$$

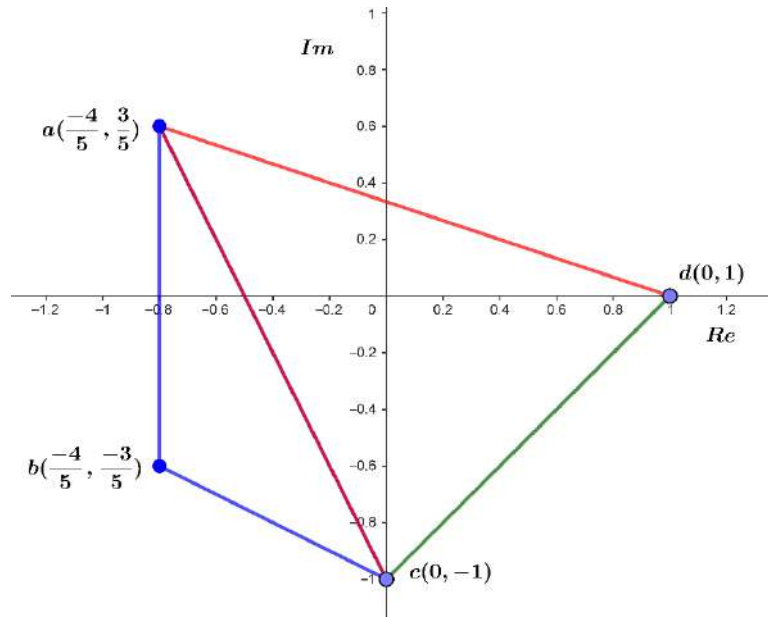
$$\therefore z = \frac{-4}{5} + \frac{3i}{5}, -i$$

B- إذا كانت النقاط (A, B, C) تمثل جذري المعادلة ومرافق احد الجذرين، عين هذه النقاط على المستوى المركب (اعط جميع الحلول الممكنة)

$$\because z = \frac{-4}{5} + \frac{3i}{5}, -i \Rightarrow \bar{z} = \frac{-4}{5} - \frac{3i}{5}, i$$

$$\Rightarrow (A, B, C) = \left(\frac{-4}{5} + \frac{3i}{5}, -i, \frac{-4}{5} - \frac{3i}{5} \right), \left(\frac{-4}{5} + \frac{3i}{5}, -i, i \right)$$

$$\Rightarrow (A, B, C) = \left(\left(\frac{-4}{5}, \frac{3}{5} \right), \left(\frac{-4}{5}, \frac{-3}{5} \right), (0, -1) \right), \left(\left(\frac{-4}{5}, \frac{3}{5} \right), (0, -1), (0, 1) \right)$$



2- إذا كان العدد المركب $(u = \frac{(1+2i)^2}{2+i})$ ، اجب عن الأسئلة الآتية تبعاً:

A- اكتب العدد المركب (u) بالصورة القياسية.

$$u = \frac{(1+2i)^2}{2+i} = \frac{1+4i+4i^2}{2+i} = \frac{1-4+4i}{2+i} = \frac{-3+4i}{2+i} = \frac{-3+4i}{2+i} \times \frac{2-i}{2-i} = \frac{-6+3i+8i-4i^2}{4-i^2} = \frac{-6+3i+8i+4}{4+1} = \frac{-2+11i}{5} = \frac{-2}{5} + \frac{11i}{5}$$

B- اوجد المحل الهندسي الذي تمثله المعادلة $(|z - u| = |u|)$ ، وبين نوعه.

$$\Rightarrow \therefore |u| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(\frac{-2}{5} \right)^2 + \left(\frac{11}{5} \right)^2} = \sqrt{\frac{4}{25} + \frac{121}{25}} = \sqrt{\frac{125}{25}} = \sqrt{\frac{5}{1}} = \sqrt{5}$$

$$\Rightarrow \therefore |z - u| = |u| \Rightarrow \left| z - \left(\frac{-2}{5} + \frac{11i}{5} \right) \right| = \sqrt{5} \Rightarrow \left| z - \left(\frac{-2}{5} + \frac{11i}{5} \right) \right| = \sqrt{5}$$

∴ الخلل الهندسي في المستوى المركب للمعادلة $\left| z - \left(\frac{-2}{5} + \frac{11i}{5} \right) \right| = \sqrt{5}$ يمثل دائرة نصف قطرها $(\sqrt{5})$ ووحدة ومركزها $\left(\frac{-2}{5}, \frac{11}{5} \right)$

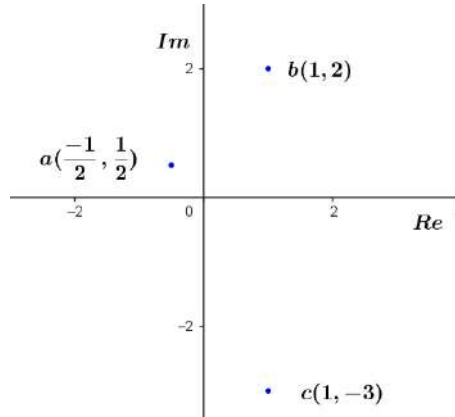
3- إذا كان العدد المركب $(v = \frac{1+2i}{1-3i})$ ، اجب عن الأسئلة الآتية تبعاً:

A- اكتب العدد المركب (v) بالصورة القياسية.

$$v = \frac{1+2i}{1-3i} = \frac{1+2i}{1-3i} \times \frac{1+3i}{1+3i} = \frac{1+3i+2i+6i^2}{1-9i^2} = \frac{1-6+5i}{1+9} = \frac{-5+5i}{10} = \frac{-1}{2} + \frac{i}{2}$$

B- إذا كانت النقطة (A) تمثل العدد المركب (v) والنقطة (B) العدد المركب $(1+2i)$ والنقطة (C) العدد المركب $(1-3i)$ ، عين هذه

النقاط على المستوى المركب



C- مستعيناً بالعددين المركبين اللذين تمثلهما النقطتين (B, C)، اثبت ان $(\tan^{-1} 2 + \tan^{-1} 3 = \frac{3\pi}{4})$.

$$\Rightarrow \text{Arg}(1+2i) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{2}{1} = \tan^{-1} 2 = \theta$$

$$\Rightarrow \tan(\theta) = 2$$

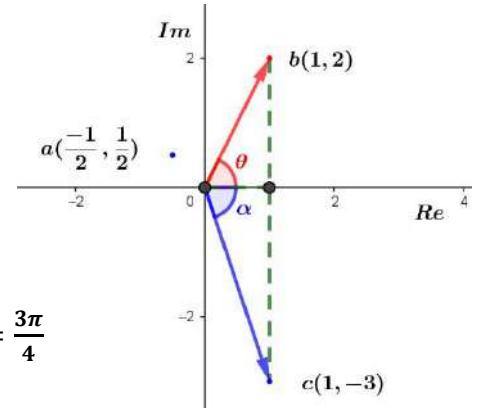
$$\Rightarrow \text{Arg}(1-3i) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{-3}{1} = \tan^{-1} -3 = \alpha$$

$$\Rightarrow \tan(\alpha) = -3$$

$$\therefore m \angle b \angle c = m \angle \theta + m \angle \alpha$$

$$\therefore \tan(\theta + \alpha) = \frac{\tan(\theta) + \tan(\alpha)}{1 - \tan(\theta)\tan(\alpha)} = \frac{2 + (-3)}{1 - (2 \times -3)} = \frac{-1}{-5} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore m \angle b \angle c = m \angle \theta + m \angle \alpha \Rightarrow \therefore \tan^{-1} 2 + \tan^{-1} -3 = \tan^{-1} \frac{1}{5} = \frac{3\pi}{4}$$



4- إذا كان (u, w) عدداً مركبان، وكان $(u - w = 4i, uw = 5)$ ، اجب عن الأسئلة الآتية تبعاً:

A- اكتب العددين المركبين (u, w) بالصورة القياسية.

$$\Rightarrow \therefore u = x_1 + iy_1, w = x_2 + iy_2$$

$$\Rightarrow u - w = (x_1 + iy_1) - (x_2 + iy_2) = (x_1 - x_2) + i(y_1 - y_2) = 0 + 4i$$

$$\Rightarrow x_1 - x_2 = 0 \Rightarrow x_1 = x_2 \quad (1)$$

$$\Rightarrow y_1 - y_2 = 4 \quad (2)$$

$$\Rightarrow uw = (x_1 + iy_1)(x_2 + iy_2) = 5 + 0i, (x_1 = x_2) \text{ بتعويض}$$

$$\Rightarrow uw = (x_1 + iy_1)(x_1 + iy_2) = x_1^2 + ix_1y_1 + ix_1y_2 + i^2y_1y_2 = 5 + 0i$$

$$\Rightarrow x_1^2 + ix_1y_1 + ix_1y_2 - y_1y_2 = x_1^2 - y_1y_2 + i(x_1y_1 + x_1y_2) = 5 + 0i$$

$$\Rightarrow x_1y_1 + x_1y_2 = 0 \Rightarrow x_1y_1 = -x_1y_2$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 = 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow x_1^2 - y_1y_2 = 5 \quad (4)$$

بحل المعادلتين الثانية والثالثة

$$\Rightarrow y_1 - y_2 = 4 \quad (2)$$

$$\Rightarrow y_1 + y_2 = 0 \quad (3)$$

$$\Rightarrow 2y_1 = 4 \Rightarrow y_1 = 2 \Rightarrow 2 + y_2 = 0 \Rightarrow y_2 = -2 \Rightarrow y_1 = 2, y_2 = -2$$

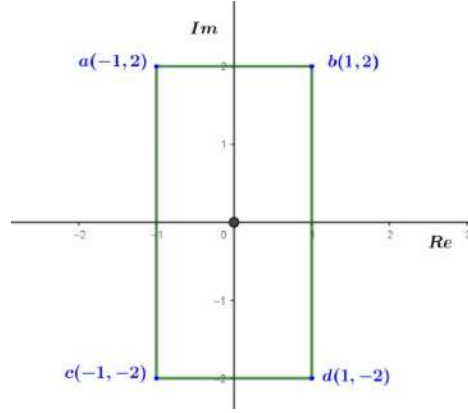
بتعويض قيم $(y_1 = 2, y_2 = -2)$ في المعادلة الرابعة

$$\Rightarrow x_1^2 - (2 \times -2) = 5 \Rightarrow x_1^2 + 4 = 5 \Rightarrow x_1^2 = \pm 1 \Rightarrow x_1 = x_2 = \pm 1$$

$$\Rightarrow \therefore u = x_1 + iy_1 \Rightarrow \therefore u = 1 + 2i, u = -1 + 2i$$

$$\Rightarrow \therefore w = x_2 + iy_2 \Rightarrow \therefore w = 1 - 2i, w = -1 - 2i$$

B- مثل العددين المركبين (u, w) في المستوى المركب ، صل بين نقاط التمثيل.



C- ما الشكل الناتج ، احسب مساحته.

∴ الشكل الناتج شكل رباعي وهو المستطيل

$$\Rightarrow A = w \cdot L$$

$$w = \sqrt{(1 - (-1))^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{(2)^2} = \sqrt{4} = 2$$

$$L = \sqrt{(1 - 1)^2 + (2 - (-2))^2} = \sqrt{(4)^2} = \sqrt{16} = 4$$

$$\Rightarrow \therefore A = w \cdot L = 2 \times 4 = 8u^2$$

السؤال السادس:

1- اذا كان العدد المركب $(w = \frac{22+4i}{(2-i)^2})$ ، اجب عن الأسئلة الاتية تباعاً:

A- اثبت ان $(w = 2 + 4i)$.

$$\Rightarrow (2 - i)^2 = 4 - 4i + i^2 = 4 - 1 - 4i = 3 - 4i$$

$$\Rightarrow w = \frac{22+4i}{(2-i)^2} = \frac{22+4i}{3-4i} = \frac{22+4i}{3-4i} \times \frac{3+4i}{3+4i} = \frac{66+88i+12i+16i^2}{9-16i^2} = \frac{66-16+100i}{9+16} = \frac{50+100i}{25} = 2 + 4i$$

B- اذا كانت متباينة المحل الهندسي $(\frac{1}{4}\pi \leq \text{Arg}(w + p) \leq \frac{3}{4}\pi)$ ، ما قيم (p) التي تحقق متباينة المحل الهندسي اذا كان (p)

يمثل الجزء الحقيقي من العدد المركب.

$$\therefore \text{Arg}(w - (a + ib)) = \theta, w = 2 + 4i, b = 0$$

$$\left(\frac{1}{4}\pi \leq \text{Arg}(w - (-p + 0i)) \leq \frac{3}{4}\pi\right) \Rightarrow \left(\frac{1}{4}\pi \leq \text{Arg}(w + p) \leq \frac{3}{4}\pi\right)$$

$$\Rightarrow \left(\frac{1}{4}\pi \leq \text{Arg}(2 + 4i + p) \leq \frac{3}{4}\pi\right) = \left(\frac{1}{4}\pi \leq \text{Arg}(2 + p + 4i) \leq \frac{3}{4}\pi\right)$$

$$\Rightarrow \therefore \text{Arg}(2 + p + 4i) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{4}{2+p} = \frac{\pi}{4}, \tan \frac{\pi}{4} = 1 \Rightarrow \frac{4}{2+p} = 1 \Rightarrow 2 + p = 4 \Rightarrow p = 2$$

$$\therefore \text{Arg}(2 + p + 4iz) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \frac{3\pi}{4} \Rightarrow \tan^{-1} \frac{4}{2+p} = \frac{3\pi}{4}, \tan \frac{3\pi}{4} = -1 \Rightarrow \frac{4}{2+p} = -1$$

$$\Rightarrow -2 - p = 4 \Rightarrow -p = 6 \Rightarrow p = -6 \Rightarrow \therefore p = 2, -6 \Rightarrow \therefore -6 \leq p \leq 2$$

C- اذا كان العدد المركب ومرافقه (w, \bar{w}) يمثلان في المستوى المركب بالنقطة (S, T) على التوالي، حيث ان معادلة المحل الهندسي

$$(|z - a| = k)$$
 تمثل معادلة دائرة تمر بنقطة الأصل والنقطتين (S, T) ، اوجد قيم (a, k) .

$$\therefore w = 2 + 4i \Rightarrow w(2, 4), \Rightarrow \bar{w} = 2 - 4i \Rightarrow \bar{w} = (2, -4) \Rightarrow (x, y) \text{ مركز الدائرة}$$

$$r = \sqrt{(2-x)^2 + (4-y)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4-4x+x^2+16-8y+y^2}$$

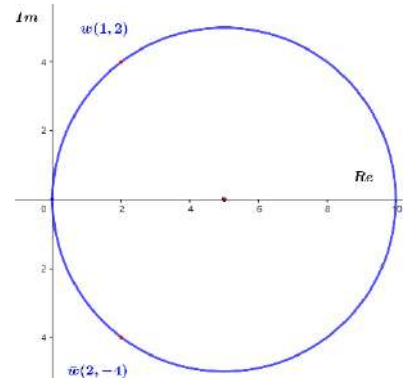
$$\Rightarrow \sqrt{20-4x+x^2-8y+y^2} \quad (1)$$

$$r = \sqrt{(2-x)^2 + (-4-y)^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{4-4x+x^2+16+8y+y^2}$$

$$\Rightarrow \sqrt{20-4x+x^2+8y+y^2} \quad (2)$$

$$r = \sqrt{(0-x)^2 + (0-y)^2} = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (3)$$



بحل المعادلتين الأولى والثانية

$$\Rightarrow \sqrt{20-4x+x^2-8y+y^2} = \sqrt{20-4x+x^2+8y+y^2}$$

$$\Rightarrow 20-4x+x^2-8y+y^2 = 20-4x+x^2+8y+y^2 \Rightarrow -16y = 0 \Rightarrow y = 0$$

بحل المعادلتين الأولى والثالثة وتعويض قيمة $(y = 0)$

$$20-4x+x^2 = x^2 \Rightarrow 20-4x = 0 \Rightarrow 20 = 4x \Rightarrow x = 5$$

بالتعويض في أي معادلة لإيجاد قيمة (r)

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{25 + 0} = \sqrt{25} = 5$$

← مركز الدائرة $(5, 0) = (x, y)$

$$\Rightarrow \therefore |z - (x + iy)| = r \Rightarrow |z - (-5 + 0i)| = 5 \Rightarrow |z + 5| = 5$$

2- إذا كان (z, \bar{z}) عددان مركبان حيث العدد المركب (\bar{z}) مرافق العدد المركب (z) ، وكان $(z = \sqrt{2} - i\sqrt{6})$ ، اجب عن الأسئلة الآتية تباعاً:

A- اوجد $(|z|)$ ، $(Arg(z))$ للعدد المركب (z) .

$$\because z = \sqrt{2} - i\sqrt{6} \Rightarrow |z| = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + (-\sqrt{6})^2} = \sqrt{2+6} = \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow Arg(z) = -\tan^{-1} \frac{b}{a} = -\tan^{-1} \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = -\tan^{-1} \sqrt{3} = -\frac{\pi}{3}$$

B- اوجد ناتج $((z + 2\bar{z}), (\bar{z} / iz))$.

$$\because z = \sqrt{2} - i\sqrt{6} \Rightarrow \bar{z} = \sqrt{2} + i\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow z + 2\bar{z} = \sqrt{2} - i\sqrt{6} + 2(\sqrt{2} + i\sqrt{6}) = \sqrt{2} - i\sqrt{6} + 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow z + 2\bar{z} = (\sqrt{2} + 2\sqrt{2}) + i(-\sqrt{6} + 2\sqrt{6}) = 3\sqrt{2} + i\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \bar{z} / iz = \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{6}}{i(\sqrt{2} - i\sqrt{6})} = \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{6}}{i\sqrt{2} - i^2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{6}}{i\sqrt{2} + \sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2} + i\sqrt{6}}{\sqrt{6} + i\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{6} - i\sqrt{2}}{\sqrt{6} - i\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{12} - 2i + 6i - i^2\sqrt{12}}{6 - 2i^2} = \frac{\sqrt{12} + 4i + \sqrt{12}}{6 + 2} = \frac{2\sqrt{12} + 4i}{8}$$

$$\Rightarrow \bar{z} / iz = \frac{2\sqrt{12}}{8} + \frac{4i}{8} = \frac{\sqrt{12}}{4} + \frac{2i}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2}$$

C- في المستوى المركب، إذا كانت النقطة (O) تمثل نقطة الأصل و (A) العدد المركب (\bar{z}) و النقطة (B) العدد المركب (iz) ، اثبت ان

$$m\angle AOB = \frac{1}{6}\pi$$

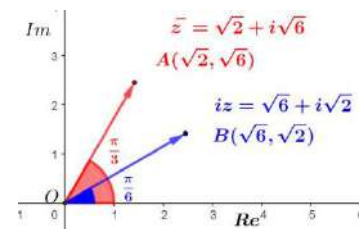
$$\because \bar{z} = \sqrt{2} + i\sqrt{6} \Rightarrow A(\sqrt{2}, \sqrt{6})$$

$$\because iz = i(\sqrt{2} - i\sqrt{6}) = i\sqrt{2} - i^2\sqrt{6} = \sqrt{6} + i\sqrt{2} \Rightarrow B(\sqrt{6}, \sqrt{2})$$

$$\Rightarrow Arg(\bar{z}) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \tan^{-1} \sqrt{3} = \frac{\pi}{3}$$

$$\Rightarrow Arg(iz) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} = \tan^{-1} \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$

$$m\angle AOB = Arg\left(\frac{\bar{z}}{iz}\right) = Arg(\bar{z}) - Arg(iz) = \frac{\pi}{3} - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{6}$$



حل اخر

$$\Rightarrow \bar{z} / iz = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{i}{2} \Rightarrow m\angle AOB = Arg\left(\frac{\bar{z}}{iz}\right) = \tan^{-1} \frac{b}{a} = \tan^{-1} \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \tan^{-1} \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{\pi}{6}$$