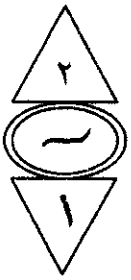
منهاجي
متعة التعليم الهادف
خ ى R A

بسم الله الرحمن الرحيم

المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة



امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

(وثيقة محمية/محدود)

د س

المبحث : الرياضيات/الفصل الأول
الفرع : العلمي + الصناعي (جامعات)

مدة الامتحان: ٢ : ٠٠
اليوم والتاريخ: الثلاثاء ٢٠١٩/٦/١١

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٤).

السؤال الأول: (٣١ علامة)

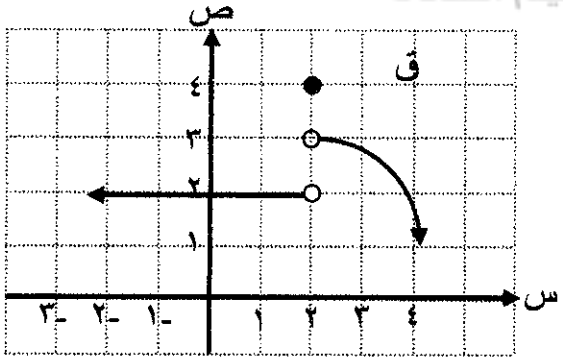
أ) جد كلًا من النهايات الآتية:

١) $\lim_{س \to ١} \frac{س^{٣} + ٤س^{٢} - ٨س + ٣}{٤س^{٣} - ١٣س^{٢} + ٩س}$ (١٠ علامات)

٢) $\lim_{س \to ٠} \frac{٣ - س\ ظا ٢س - ٣\ جتا س}{س\ جا ٥س}$ (١٢ علامة)

ب) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) معتمدًا الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق المعرف على مجموعة الأعداد الحقيقية ح، فإن $\lim_{س \to ٢^{+}} (س + ق(س))^{٢}$ تساوي:



أ) ١٦ ب) ٢٥
ج) ٣٦ د) غير موجودة

٢) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} س^{٢} + ٩ & ، \ س \in ص \\ ١ - ٣س & ، \ س \notin ص \end{cases}$ ، حيث ص مجموعة الأعداد الصحيحة

فإن $\lim_{س \to ١}$ ق(س) تساوي:

أ) -٢ ب) -٤ ج) ١٠ د) غير موجودة

٣) إذا كان **ق** اقتران كثير حدود يمر بالنقطة (-١ ، ٢)، وكانت $\lim_{س \to -١} (١ - ل(س)) = -٢$ ،

فإن $\lim_{س \to -١} (ق(س) \times ل^{٢}(س))$ تساوي:

أ) ٢ ب) -٩ ج) ١٨ د) ٩

يتبع الصفحة الثانية ؛؛؛؛؛

السـؤال الثاني: (٢٩ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = [س+٢] ، هـ(س) = $\frac{(س - ١)^{٢}}{٣ + س}$ ، فابحث في اتصال الاقتران (ق× هـ)(س) على الفترة [-١ ، ١] (٩ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = $\frac{٢س}{٣س + ١}$ ، حيث س ≠ $-\frac{١}{٣}$ ، فجد قَ(س) باستخدام تعريف المشتقة. (١١ علامة)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) إذا كان ق(س) = $\sqrt{-س}$ ، فإن الاقتران ق متصل على الفترة:

أ) (-∞ ، ٠] ب) (٠ ، ∞) ج) [٠ ، ∞) د) (-∞ ، ٠)

٢) يتحرك جُسيم على خط مستقيم وفق العلاقة ف(ن) = ن^{٢} + ٧ن، حيث ف: المسافة بالأمتار، ن: الزمن بالثواني، فإذا كانت السرعة المتوسطة للجُسيم في الفترة [١ ، م] تساوي ١١ م/ث، فما قيمة الثابت م؟

أ) $\frac{٣}{٢}$ ب) ٣ ج) $\frac{٥}{٢}$ د) ٢

٣) إذا كان ق(س) = ٣س - |١ - ٢س| ، فإن قيمة قَ(١) تساوي:

أ) ٥ ب) ٢ ج) ١ د) ٤

السـؤال الثالث: (٢٩ علامة)

أ) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} أ س^{٢} + ب س^{٣} & ، س \geq ٢ \\ ٢ - أ س + ب س^{٤} & ، س > ٢ \end{cases}$

قابلًا للاشتقاق عند س = ٢ ، فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب (١٠ علامات)

ب) إذا كان **س = جـا ص** ، أثبت أن صَ - س (صَ)^{٣} = صفر (١٠ علامات)

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) إذا كان قَ(٠) = ٤ ، فإن نهـا$_{هـ \to ٠}$ $\frac{ق(٠) - ق(٣هـ)}{٢هـ}$ تساوي:

أ) ٦ ب) $-\frac{٣}{٢}$ ج) -٦ د) $\frac{٢}{٣}$

٢) إذا كان ص = جتـا ن ، س = جـا ن ، فإن $\frac{دص}{دس}$ عند ن = π تساوي:

أ) صفر ب) -١ ج) ١ د) $\frac{١}{٢}$

٣) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق($\frac{π}{٤}$) = ١ ، قَ($\frac{π}{٤}$) = ٢ ، هـ(س) = أس^{٢} ، أ ∋ ح

(هـ ○ ق)َ($\frac{π}{٤}$) = -٢٠ ، فإن قيمة الثابت أ تساوي:

أ) -١٠ ب) ١٠ ج) ٥ د) -٥

يتبع الصفحة الثالثة ....

السـؤال الرابع: (٢٨ علامة)

أ) جد معادلة المماس والعمودي على المماس لمنحنى الاقتران ق(س) = ظا س + $\frac{٢}{س - ١}$ ، عند س = ٠ (٩ علامات)

ب) إذا كان ق(س) = ٣س^{٢} – س^{٣} ، س ∈ (–٤ ، ٤] فجد كلًّا ممّا يأتي: (١٠ علامات)

١) فترات التزايد وفترات التناقص للاقتران ق.

٢) القيم القصوى للاقتران ق مبينًا نوعها.

٣) الفترة (الفترات) التي يكون فيها منحنى الاقتران ق مقعرًا للأسفل.

ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) إذا كان ق اقترانًا قابلًا للاشتقاق، وكان ق(س^{٢} + ٤) = ١٢س ، س < ٠ ، فإن قيمة قَ(٨) تساوي:

أ) –٤ ب) –٣ ج) –٦ د) –٢

٢) إذا كان هـ(س) = س × ق(س) وكان معدل التغير في الاقتران هـ في الفترة [–١ ، ٣] يساوي ٨ ، هـ(٣) = ٤ ، فإن قيمة ق(–١) تساوي:

أ) ٢٨ ب) ٣٢ ج) –٣٢ د) –٢٨

٣) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان ق(س) = $\frac{هـ(س)}{س^{٢} + ٢}$ ، ق(٢) = –١ ، قَ(٢) = ٢ ، فإن قيمة هـَ(٢) تساوي:

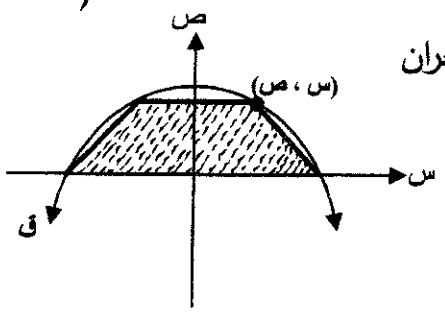
أ) –٢ ب) –١٠ ج) ١٦ د) ٨

السـؤال الخامس: (٣٣ علامة)

أ) دائرتان متحدتان في المركز طولا نصفي قطريهما ٤ سم، ٢٥ سم، ابتدأت الدائرة الصغرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٥ سم/د، وفي اللحظة نفسها أخذت الدائرة الكبرى تتسع محافظة على شكلها ووضعها بحيث يزداد طول نصف قطرها بمعدل ٢ سم/د، جد معدل التغير في المساحة المحصورة بين الدائرتين في اللحظة التي تكون فيها مساحة الدائرة الكبرى تساوي ٩ أمثال مساحة الدائرة الصغرى. (١٢ علامة)

يتبع الصفحة الرابعة ....

ب) جد أكبر مساحة ممكنة لشبه منحرف يمكن رسمه فوق محور السينات بحيث تكون إحدى قاعدتيه على محور السينات ورأساه الآخران على منحنى الاقتران ق(س) = ١٦ – س^{٢} ، (انظر الشكل التوضيحي المجاور) (١٢ علامة)



ج) **انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة ورمز الإجابة الصحيحة لها:** (٩ علامات)

١) قُذف جسم رأسيًّا للأعلى من نقطة على سطح الأرض، بحيث يكون ارتفاعه عن سطح الأرض بالأمتار بعد ن ثانية من بدء الحركة معطى بالعلاقة ف(ن) = ٤٠ن – ٥ن^{٢}، ما أقصى ارتفاع بالأمتار يصل إليه الجسم؟

أ) ٣٥ ب) ٣٠ ج) ١٢٠ د) ٨٠

٢) إذا كان ص=ع^{٢} ، ع = (س –١)^{٢} ، فإن $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ٢ تساوي:

أ) ٢ ب) –٤ ج) ٤ د) –٢

٣) إذا كان ق(س) = جا س – جتا س ، س ∈ [$\frac{\pi}{٦}$ ، π] ، فإن لمنحنى الاقتران ق نقطة انعطاف عند س تساوي:

أ) $\frac{\pi}{٤}$ ب) $\frac{\pi}{٢}$ ج) $\frac{\pi}{٥}$ د) $\frac{\pi}{٣}$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

(انتهت الأسئلة)

بسم الله الرحمن الرحيم

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٩

صفحة رقم (١)

وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

المبحث : رياضيات ف ١

الفرع : علمي + شرعي + صناعي

مدة الامتحان: د س

التاريخ : ٢٠١٩/٦/١١

رقم الصفحة في الكتاب	الإجابة النموذجية :

السؤال الأول : (٣١ علامة)

٣١

أ) (١٠)

$$\lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٤س^٢ - ٨س + ٣}{٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س - ١}$$

(١)

	١	٤	٨-	٣
١		١	٥	٣-
	١	٥	٣-	٠

$$= \lim_{س \to ١} \frac{(س-١)(س^٢ + ٥س - ٣)}{(س-١)(٤س^٢ - ٩س + ٩)}$$

(١) (١) (١)

$$= \lim_{س \to ١} \frac{س^٢ + ٥س - ٣}{٤س^٢ - ٩س + ٩}$$

(١)

$$= \frac{(١)^٢ + ٥(١) - ٣}{٤(١)^٢ - ٩(١) + ٩}$$

(١)

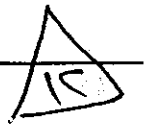
$$= \frac{٣}{٥}$$

(١)

رقم الصفحة في الكتاب

٤٣

ب) ١٢



$$\text{ا) } \lim_{س \to 0} \frac{3 - س \text{ظا}^2 س - 3 \text{جتا} س}{س \text{جا} س \text{ظا} س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{(3 - 3 \text{جتا} س) - س \text{ظا}^2 س}{س \text{جا} س \text{ظا} س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{3(1 - \text{جتا} س)}{س \text{جا} س \text{ظا} س} - \lim_{س \to 0} \frac{س \text{ظا}^2 س}{س \text{جا} س \text{ظا} س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{3(1 - \text{جتا} س)(1 + \text{جتا} س)}{س \text{جا} س (1 + \text{جتا} س)} - \lim_{س \to 0} \frac{\frac{\text{ظا} س}{س}}{\frac{\text{جا} س}{س}}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{3(1 - \text{جتا}^2 س)}{س \text{جا} س (1 + \text{جتا} س)} - \frac{2}{5}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{3 \text{جا}^2 س}{س \text{جا} س (1 + \text{جتا} س)} = \frac{3}{5}$$

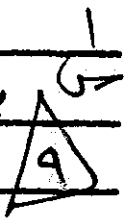
$$= \lim_{س \to 0} \frac{1}{1 + \text{جتا} س} \times \frac{\text{جا} س}{س} \times \frac{\text{جا} س}{س} \times 3 - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} \times 3 - \frac{2}{5}$$

$$= \frac{3}{10} - \frac{2}{5} = \frac{1}{10}$$

منهاجي
فتحة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب



رقم الفقرة	١	٢	٣	
الإجابة الصحيحة	٢٥	-٢	١٨	١٤
رمز الإجابة الصحيحة	ب	م	٤٠	٢٥

لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

٦٩

السؤال الثاني : (٩ علامات)

٩ (أ) $م(س) = ن(س) \times ق(س) = \begin{cases} \frac{ج^{١}(١-س)}{س+٣} & ، -١ < س < ٠ \\ \frac{ج^{٢}(س-١)}{س+٣} & ، ٠ < س < ١ \\ ٠ & ، س = ١ \end{cases}$

* الاقتران $م(س)$ متصل على الفترة $(-١ ، ٠)$ لأنه على صورة اقتران نسبي معرّف على مجاله .

* الاقتران $م(س)$ متصل على الفترة $(٠ ، ١)$ ، لأنه على صورة اقتران نسبي معرّف على مجاله .

* لنبحث في اتصال الاقتران $م(س)$ عند $س = -١$ من اليمين

$$\text{نها}_{س \to -١^+} م(س) = \text{نها}_{س \to -١^+} \frac{ج^{٢}(س-١)}{س+٣} = \frac{ج^{٢}(-١-١)}{-١+٣} = \frac{٤}{٢} = ٢$$

$م(-١) = ٢ \Leftarrow \text{نها}_{س \to -١^+} م(س) = م(-١)$

$\therefore$ الاقتران $م(س)$ متصل عند $س = -١$ من اليمين

* لنبحث في اتصال الاقتران $م(س)$ عند $س = ٠$ علماً بأن $م(٠) = \frac{ج}{٣}$

$$\text{نها}_{س \to ٠^-} م(س) = \text{نها}_{س \to ٠^-} \frac{ج^{٢}(س-١)}{س+٣} = \frac{ج}{٣}$$

$$\text{نها}_{س \to ٠^+} م(س) = \text{نها}_{س \to ٠^+} \frac{٢ج^{٢}(س-١)}{س+٣} = \frac{ج}{٣}$$

بما أن $\text{نها}_{س \to ٠^+} م(س) = \text{نها}_{س \to ٠^-} م(س)$ عندئذ فهي موجودة

$\therefore م(س)$ متصل عند $س = ٠$

* نبحث في اتصال الاقتران $م(س)$ عند $س = ١$ من اليسار

$$\text{نها}_{س \to ١^-} م(س) = \text{نها}_{س \to ١^-} \frac{٢ج^{٢}(س-١)}{س+٣} = \frac{٢ج^{٢}(٠)}{٤} = ٠$$

بما أن $\text{نها}_{س \to ١^-} م(س) = م(١)$ $\Leftarrow$ $م(س)$ متصل عند $س = ١$ من اليسار

مما سبق نستنتج أن الاقتران $م(س)$ متصل على $[-١ ، ١] - \{٠\}$

رقم الصفحة في الكتاب

٨٥

س ب) $م(س) = \frac{٢س}{١+٣س}$ ، $س \neq -\frac{١}{٣}$

$م'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{م(ع) - م(س)}{ع - س}$ ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{٢ع}{١+٣ع} - \frac{٢س}{١+٣س}}{ع - س}$ ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع(١+٣س) - ٢س(١+٣ع)}{(١+٣ع)(١+٣س)(ع-س)}$ ① ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع + ٦عس - ٢س - ٦عس}{(١+٣ع)(١+٣س)(ع-س)}$ ① + ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع-س)}{(١+٣ع)(١+٣س)(ع-س)}$ ①

$= \lim_{ع \to س} \frac{٢}{(١+٣ع)(١+٣س)}$ ①

$= \frac{٢}{(١+٣س)(١+٣س)} = \frac{٢}{(١+٣س)^{٢}}$ ①

منهاجي متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

س ٤٠)

رقم الفقرة	١	٢	٣
الإجابة الصحيحة	[٠,٥٨ -)	٣	١
رمز الإجابة الصحيحة	م	ب	٤٠

٥٨+٦٤

٧٩

١٠٧

لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

١١٨

السؤال الثالث : (٩٠ علامة)

١٠ (أ) $ق(س) = \begin{cases} أ س^2 + ب س + ٢ & ، س \geq ٢ \\ ٤ س^2 + ب س + أ - ٢ & ، س < ٢ \end{cases}$

(١) $م(س)$ قابل للاشتقاق عند $س = ٢$ $\Leftarrow$ $م(س)$ متصل عند $س = ٢$

وعليه $\lim_{س \to ٢^+} م(س) = \lim_{س \to ٢^-} م(س)$ (١)

(١) $٤أ + ٨ ب = أ - ٢ + ١٦ ب$

(١) $٦أ - ٨ ب = ٢$ .... (١)

$م(س) = \begin{cases} ٣أ س^2 + ٢ ب س & ، س \geq ٢ \\ ٤ س^3 + ب & ، س < ٢ \end{cases}$

(١)

(١) وبما أن $ق(٢)$ موجودة $\Leftarrow$ $م(٢^+) = م(٢^-)$

(١) $١٢أ + ب = ٣٢ + ب$

(١) $٢٠ ب = ٣٢ - ١٢$

(١) $٢٠ ب = ٢٠ \Leftarrow ٠ = ٢٠ ب - ٢٠$

نعوض "قيمة" $ب = \frac{٢٠}{٢٠} = \frac{٣}{٤}$ في المعادلة (١)

$٢ = ٦(\frac{٣}{٤}) - ٨أ \Leftarrow$

(١) $٢ = ٤أ \Leftarrow أ = \frac{١}{٢}$

(١) ومنه $ب = \frac{٣}{٤} = \frac{\frac{١}{٢}}{٤} = \frac{١}{٨}$

منهجي
متعة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

١٤٧

س ب) س = جا ص ، اثبت ان ص'' - س (ص')^{٣} = ٠ ١٠

س = جا ص نشتق الطرفين

(١) ١ = جتا ص ص' = =

(١) ٠ = جتا ص ص'' + ص' (- جا ص ص')

← جتا ص ص'' = جا ص (ص')^{٢} (١)

ص'' = جا ص (ص')^{٢} / جتا ص (١)

ص'' = ظا ص (ص')^{٢} (١)

وحيث إن ص' = ١ / جتا ص (١) و س = جا ص

∴ ص'' - س (ص')^{٣} = ظا ص (ص')^{٢} - جا ص (١ / جتا^{٣} ص) (١)

= ظا ص (ص')^{٢} - ظا ص (١ / جتا^{٢} ص) (١)

= ظا ص (ص')^{٢} - ظا ص (ص')^{٢} (١)

= ٠ (١)

رقم الصفحة في الكتاب

٣ ن ع ق

	رقم الفقرة	١	٢	٣	
٨٤	الإجابة الصوتية	٦-	صـ	٥-	١٤٥
١٣٨	رمز الإجابة الصوتية	ع	م	ر	

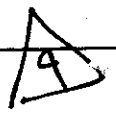
لكل فقرة ٣ علامات

منهاجي
منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

١٦٠

السؤال الرابع : (٢٨ علامة)



أ) $ق(س) = ظا س + \frac{٢}{س-١}$ ،

$م = ق'(س) = ثا^٢ س + \frac{-٢}{(س-١)^٢}$ ①

$م = |_{س=٠} = ق'(٠) = ثا^٢(٠) + \frac{-٢}{١} = ١ + -٢ = -١$ ①

$ق(٠) = ظا ٠ + \frac{٢}{-١} = ٠ + -٢ = -٢$ ①

∴ النقطة المطلوب إيجاد معادلة المماس والعمودي على المماس عندها هي $(٠ ، -٢)$

* معادلة المماس $ص - ص_١ = م(س - س_١)$ ①

$ص + ٢ = -١(س - ٠)$ ①

$ص = -س - ٢$

ميل العمودي على المماس $= \frac{-١}{\text{ميل المماس}} = \frac{-١}{-١} = ١$ ①

* معادلة العمودي $ص - ص_١ = \frac{-١}{م}(س - س_١)$ ①

$ص + ٢ = ١(س - ٠)$ ①

$ص = س - ٢$

منهاجي
منصة التعليم الهادف

رقم الصفحة في الكتاب

ع

س ب) $م(س) = ٣س^{٢} - س^{٣}$ ، $س \in [-٤، ٤]$ ١٩٠

أ) $م$ متصل على $[-٤، ٤]$ لأنه على صورة كثير حدود ، ١٩٤

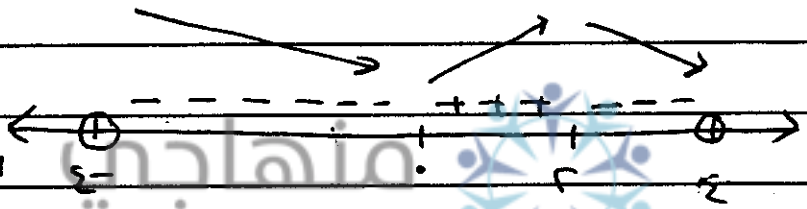
$م$ قابل للاشتقاق على الفترة $(-٤، ٤)$ ، حيث $م'(س) = ٦س - ٣س^{٢}$ ①

نضع $م'(س) = ٠ \Leftarrow$ ١٩٨

$٦س - ٣س^{٢} = ٠$

$٣س(٢ - س) = ٠$

$س = ٠$ ، ٢ ①



١) $م(س)$ متزايد على الفترة $[٠، ٢]$ ①

$م(س)$ متناقص على $[-٤، ٠]$ ، $[٢، ٤]$ ①

٢) للاقتران $م$ قيمة عظمى محلية عند $س = ٢$ وتساوي ①

$م(٢) = ٣(٢)^{٢} - (٢)^{٣} = ١٢ - ٨ = ٤$

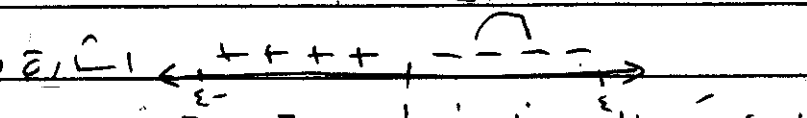
للاقتران $م$ قيمة صغرى محلية عند $س = ٠$ وتساوي ①

$م(٠) = ٠$

للاقتران $م$ قيمة صغرى مطلقة عند $س = -٤$ وتساوي ①

$م(-٤) = ٣(-٤)^{٢} - (-٤)^{٣} = ٤٨ - ٦٤ = -١٦$ ①

٣) $م'(س) = ٦ - ٦س = ٠ \Leftarrow س = ١$ ①



$م$ متزايد على $[-٤، ١]$ ، متناقص في الفترة $[١، ٤]$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

س ٥ ج)

رقم الفقرة	١	٢	٣	
الإجابة الصحيحة	-٣	٢٨	٨	
رمز الإجابة الصحيحة	ب	م	ك	

١٣٧

٨٠

١١٧

لكل فقرة ٣ علامات

منهجي
منصة التعليم الذكي

رقم الصفحة في الكتاب ١٧١

السؤال الخامس : (٣٣ علامة)

أ) نفرض أن الزمن اللازم لتغيرهما هو ن دقيقة

طول نصف قطر الدائرة الصغرى = ٤ + ٥ ن (١)

وطول نصف قطر الدائرة الكبرى = ٢٥ + ٢ ن (١)

(١)

المساحة المحصورة بين الدائرتين = مساحة الدائرة الكبرى - مساحة الدائرة الصغرى

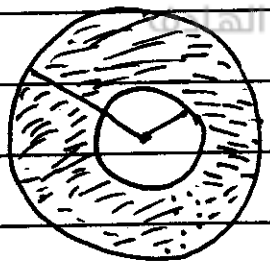
∴ م(ن) = π (٢٥ + ٢ن)^{٢} - π (٤ + ٥ن)^{٢} (١)

$\frac{دم}{دن}$ = ٢π (٢٥ + ٢ن)(٢) - ٢π (٤ + ٥ن)(٥) (١)

(١) $\left|\frac{دم}{دن}\right|_{ن=١}$ = ٢π (٢٥ + ٢)(٢) - ٢π (٤ + ٥)(٥)

(١) = ١٠٨ π - ٩٠ π

(١) = ١٨ π سم^{٢}/ث



لكن في اللحظة التي تكون فيها مساحة الدائرة الكبرى تساوي ضعف مساحة الدائرة الصغرى

(١) ⇐ π (٢٥ + ٢ن)^{٢} = ٩ π (٤ + ٥ن)^{٢}

(١) (٢٥ + ٢ن)^{٢} = (١٢ + ١٥ن)^{٢}

(١) ⇐ ٢٥ + ٢ن = ± (١٢ + ١٥ن)

١٣ ن = ١٣

(١) ن = ١

أو ٢٥ + ٢ن = -١٢ - ١٥ن

⇐ ن = $\frac{-٣٧}{١٧}$ تهمل

منهاجي
منصة التعليم الذكي

رقم الصفحة في الكتاب

٥ س ب) $16 - س^2 = 0$ ⟸ ① $= (4 - س)(4 + س)$ ١٥

$س = -4 ، 4$ ⟸ ①

∴ منحنى الاقتران يقطع محور السينات في النقطتين $(4 ، 0) ، (-4 ، 0)$

القاعدة السفلى لشبه المنحرف $= 4 - (-4) = 8$ ①

القاعدة العليا لشبه المنحرف $= 2س$

الارتفاع $= ص - 0 = 16 - س^2$ ①

ج) مساحة شبه المنحرف $= \frac{1}{2} \times$ مجموع القاعدتين المتوازيتين $\times$ البعد بينهما ①

$م = \frac{1}{2}(8 + 2س)(16 - س^2)$ ①

$م = (4 + س)(16 - س^2)$

$م' = (4 + س)(-2س) + (16 - س^2)(1)$ ①

$م' = 0$ ⟸ ① $-8س - 2س^2 + 16 - س^2 = 0$

$-3س^2 - 8س + 16 = 0$

$(3س - 4)(-س - 4) = 0$ ①

$س = \frac{4}{3}$ ⟸ ① $3س - 4 = 0$

$س = -4$ ⟸ $-س - 4 = 0$ مرفوض

$م''(س) = -6س - 8$

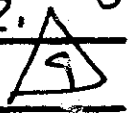
$م''(\frac{4}{3}) = -6(\frac{4}{3}) - 8 = -16 < 0$ عظمى ①

∴ أكبر مساحة لشبه المنحرف عندما تكون $س = \frac{4}{3}$ وحدات

$م(\frac{4}{3}) = (\frac{4}{3} + 4)(16 - (\frac{4}{3})^2)$ ①

$= \frac{4048}{27}$ وحدة مربعة.

رقم الصفحة في الكتاب



رقم الفقرة	١	٢	٣	
الإجابة الصحيحة	٨٠	٤	$\frac{\pi}{2}$	
رمز الإجابة الصحيحة	S	٤٠	٣	

لكل فقرة ٣ علامات

منهجي
منصة التعليم الذكي

السؤال الأول:

حل أحد

(أ)

١) $\lim_{س \to 1} \frac{س^3 + 3س^2 - 8س + 4}{3س^4 - 13س^2 + 9س} = \frac{0}{0}$

١٠

$= \lim_{س \to 1} \frac{س^3 - 1 + 1 + 3س^2 - 8س + 4}{3س^4 - 13س^2 + 9س}$ ①

$= \lim_{س \to 1} \frac{س^3 - 1}{س(3س^3 - 13س + 9)}$ ① $+ \lim_{س \to 1} \frac{3س^2 - 8س + 4}{س(3س^3 - 13س + 9)}$ ①

$= \lim_{س \to 1} \frac{(س-1)(س^2 + س + 1)}{س(س-1)(3س - 9)}$ ① $+ \lim_{س \to 1} \frac{3(س^2 - 3س + 1)}{س(س-1)(3س - 9)}$ ① يحلل بقام

$= \lim_{س \to 1} \frac{س^2 + س + 1}{س(3س - 9)}$ ① $+ \lim_{س \to 1} \frac{3(س^2 - 3س + 1)}{س(س-1)(3س - 9)}$ ①

$= \frac{3}{-6} + \frac{-3}{5}$ ①

$= -\frac{9}{5}$ ①

مستقدمي
فتعة التعليم الهادف

حل آخر

$$\text{ب) } \lim_{س \to 0} \frac{٣ - س ظا٢س - ٣ جتا س}{س \, جا س} \quad (٢ (س^{١}) ٩$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{٣ - س ظا٢س - ٣(١ - ٢جا^{٢} س)}{س \, جا س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{٣ - س ظا٢س - ٣ + ٦جا^{٢} س}{س \, جا س}$$

$$= \lim_{س \to 0} \left(\frac{-س ظا٢س}{س \, جا س} + \frac{٦جا^{٢} س}{س \, جا س} \right)$$

$$= \lim_{س \to 0} \frac{-ظا٢س}{جا س} + \lim_{س \to 0} \frac{٦جا س}{س} \times \frac{جا س}{جا س}$$

$$= \frac{-٢ \times ٢}{٥ \times ٤} + \frac{٣}{٤} \times \frac{٦}{١٠}$$

$$= \frac{-٤}{١٠} + \frac{٣}{١٠}$$

$$= \frac{-١}{١٠}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الثاني:

ب)

11/ $\text{مقدار} = \lim_{h \to 0} \frac{\text{مقدار}(س+ه) - \text{مقدار}(س)}{ه}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{\frac{3}{2(س+ه)+1} - \frac{3}{2س+1}}{ه}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{\frac{3(2س+1) - 3(2س+2ه+1)}{(2س+2ه+1)(2س+1)}}{ه}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{6س+3 - 6س - 6ه - 3}{ه(2س+2ه+1)(2س+1)}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{-6ه}{ه(2س+2ه+1)(2س+1)}$ ①

$= \lim_{ه \to 0} \frac{-6}{(2س+2ه+1)(2س+1)}$ ①

$= \frac{-6}{(2س+1)^2}$ ①

منهاجي
منصة التعليم الهادف

السؤال الثالث: حل آخر.

(ب) $س = جا ص$

/١٠

$١ = ص' جتا ص$. ① + ①

$\therefore ص' س - ص' جا ص + جتا ص \times ص''$ ①

$ص'' جتا ص - (ص')^{٢} جا ص = ٠$ ①

$ص'' جتا ص - س (ص')^{٢} = ٠$ ① بالقسمة على $جتا ص$

$ص'' - \frac{س (ص')^{٢}}{جتا ص} = ٠$ ① لكن $جتا ص = \frac{١}{ص'}$ ①

$ص'' - \frac{س (ص')^{٢}}{\frac{١}{ص'}} = ٠$ ①

$ص'' - س (ص')^{٣} = ٠$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الثالث:

ب) $س = ظا ص$.

/١٠

$1 = ص' جتا ص$ ① + ①

$ص' = \frac{1}{جتا ص}$ ⇐ $ص' = قا ص$. ①

$ص'' = ص' قا ص ظا ص$. ①

$ص'' = قا ص \times قا ص ظا ص$ ①

$ص'' = قا^{2} ص ظا ص$.

نأخذ الطرف الأيمن ..

$ص'' - س(ص')^{3} = قا^{2} ص ظا ص - س قا^{3} ص$ ①

$= قا^{2} ص ظا ص - ظا ص قا^{3} ص$ ①

$= قا^{2} ص ظا ص - قا^{2} ص \frac{ظا ص}{جتا ص}$ ①

$= قا^{2} ص ظا ص - قا^{2} ص ظا ص$ ①

$=$ صفر ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

السؤال الثالث:

١٠

ب) $س = جا ص$

أ) ① $ص' جتا ص = ١$

① $ص' = \frac{١}{جتا ص}$

① $ص'' = \frac{ص' جا ص}{جتا^{٢} ص}$ +

① $ص'' = \frac{س ص'}{جتا^{٢} ص}$

① $ص'' = س ص' \times \frac{١}{جتا^{٢} ص}$

① + ① $ص'' = س ص' (ص')^{٢}$

① $ص'' = س (ص')^{٣}$

① $ص'' - س (ص')^{٣} = .$

منهاجي
منصة التعليم الأهلي

صل آخر

ه) ∵ $\overline{هـ_1 ب}$ ماس الكبرى $\perp$ $\overline{م هـ_1}$ ①

ماس الكبرى = $\overline{هـ_1 ب}$ = $\sqrt{م هـ_1^2 - م ب^2}$ = $\sqrt{١٣^2 - ٥^2}$ = ١٢ سم / ل

ماس الصغرى = $\overline{هـ_2 ب}$ = $\sqrt{م هـ_2^2 - م ب^2}$ = $\sqrt{٥^2 - ٣^2}$ = ٤ سم / ل

م = $\frac{1}{2}$ ق(∠ $هـ_1 م هـ_2$) - ق(∠ $هـ_2 ب هـ_1$) ①

$\frac{٤}{٥}$ = $\frac{1}{2}$ × $\frac{٨}{١٠}$ - $\frac{\text{ق}(\angle هـ_2 ب هـ_1)}{٣٦٠}$ ①

ق(∠ $هـ_2 ب هـ_1$) = ٣٦٠ - ٢ × ٩٠ ① - ٢ × ٥٣,١٣ ①

= ٣٦٠ - [١٨٠ - ٧٣,٧٤]

= ١٠٧,٤٦ ①

= ١٨ سم / ل ①

في الكفة :

$\frac{1}{2}$ ق(∠ $هـ_2 م هـ_1$) = ٩٠ ①

$\frac{1}{2}$ ق(∠ $هـ_2 م هـ_1$) = ٤٥

ق(∠ $هـ_2 م هـ_1$) = ٢ × (٤٥ + ن) ①

٢ن + ٩٠ = ٢ن + ٩٠

٢ن - ٢ن = ٩٠ - ٩٠

٠ن = ٠

ن = ٠ ①

ق(∠ $هـ_2 م هـ_1$) = ٩٠ ①

ق(∠ $هـ_2 م هـ_1$) = ٩٠ ①

ق(∠ $هـ_1 م هـ_2$) = ٩٠ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ٩/ $\triangle$ حل آخر

$\frac{ص}{ن} = ٢$ سم/ث

$\frac{ع}{ن} = ٥$ سم/ث

$\left.\begin{array}{l} ق_١ = ٥ص + س \\ ق_٢ = ٤ص + ٣س \end{array}\right\}$ ①

$ق_١ = (٥ص + س)$ ، π ①

$ق_٢ = (٤ص + ٣س)$ ، π ①

$ق = ق_١ - ق_٢$

$= (٥ص + س)$ ، $\pi - (٤ص + ٣س)$ ، π ①

$\frac{ق}{ن} = ٢(٥ص + س)\pi \frac{ص}{ن} - ٢(٤ص + ٣س)\pi \times \frac{ع}{ن}$ ①

$= ٢\pi(٥ \times ٣ + ١) \times ٢ - ٢(٤ + ٥)\pi \times ٥$

$= ٢\pi(١٥ + ٣) \times ٢ - ٢(٤ + ٥)\pi \times ٥$

$= ٢\pi(٤٥ - ٥٤)$

$= ٢\pi \times ٩$

$= ١٨\pi$ سم/ث ①

ط الكفء :

$ق = ٠$ ①

$٥ن^٢ + ٢ن = ٩(٤ + ٥ن)$

$ن = ٢$ ①

$س = ٢ن^٢$

$س = ٥٠$ ①

حل آخر

$\frac{د نق_1}{د ن} = 2$ سم/د

$\frac{د نق_2}{د ن} = 5$ سم/د

$نق_1 = نق_2$ ① $= 9\pi$

$\frac{د ح}{د ن} = نق_1 \times \frac{د نق_1}{د ن} + نق_2 \times \frac{د نق_2}{د ن}$ ①

$= 9\pi \times 2 + 9\pi \times 5$ ①

$= 63\pi$

$= 2\pi(45 - 54)$

$= 18\pi$ سم/د ①

حل آخر

في الكف

$نق_1 = نق_2 = 9\pi$ ①

$م_1 = 3 م_2$ ①

الكبيرة	الصغيرة
27	9
54	18

$= 2$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س١ / ① ب) ١٠

$$\text{نهـا}_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٤س^٢ - ٨س + ٣}{٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س} = \frac{\quad}{\quad} = ؟$$

بقسمة البسط والمقام على $س - ١$

① أولاً : $\text{نهـا}_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٤س^٢ - ٨س + ٣}{س - ١} = \text{نهـا}_{س \to ١} \frac{و(س) - و(١)}{س - ١}$

حيث $و(س) = س^٣ + ٤س^٢ - ٨س$ ①

$و'(س) = ٣س^٢ + ٨س - ٨$

$= و'(١)$ ①

$= ٣(١)^٢ + ٨(١) - ٨$ ①

$= ٣$

ثانياً : $\text{نهـا}_{س \to ١} \frac{٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س}{س - ١} = \text{نهـا}_{س \to ١} \frac{هـ(س) - هـ(١)}{س - ١}$ ①

حيث $هـ(س) = ٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س$ ①

$هـ'(س) = ١٢س^٢ - ٢٦س + ٩$

$= هـ'(١)$ ①

$= ١٢(١)^٢ - ٢٦(١) + ٩$

$= -٥$ ①

$\therefore \text{نهـا}_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٤س^٢ - ٨س + ٣}{٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س} = \frac{٣}{-٥}$ ① ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ١ / ⓟ ١) ١٠

$$\lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٤س^٢ - ٨س + ٣}{٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س}$$

قسمة تركيبية البسط

	١	٤	٨-	٣
١		١	٥	٣-
	١	٥	٣-	صفر

قسمة تركيبية المقام

	٤	١٣-	٩	
١		٤	٩-	صفر
	٤	٩-	صفر	صفر

$$= \lim_{س \to ١} \frac{(س-١)(س^٢ + ٥س - ٣)}{(س-١)(٤س^٢ - ٩)}$$

$$= \frac{١ + ٥ - ٣}{٤(١)^٢ - ٩}$$

$$= \frac{٣}{٥-}$$

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ١ / (ب) (١) ١٠

قسمة البسط والمقام على س - ١

$$\lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٤س^٢ - ٨س + ٣}{٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س}$$

البسط : $\lim_{س \to ١} \frac{س^٣ - ١}{س - ١} + \lim_{س \to ١} \frac{٤س^٢ - ٤}{س - ١} - \lim_{س \to ١} \frac{٨س - ٨}{س - ١}$ (١)

$$= \lim_{س \to ١} \frac{(س - ١)(س^٢ + س + ١)}{س - ١} + \lim_{س \to ١} \frac{٤(س - ١)(س + ١)}{س - ١} - \lim_{س \to ١} \frac{٨(س - ١)}{س - ١}$$

$$= ١ + ٨ - ٨$$

$$= ٣$$

المقام : $\lim_{س \to ١} \frac{٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س}{س - ١}$ ثم $-٤ + ٤$ ثم $-١٣ + ١٣$ ثم $-٩ + ٩$

$$= \lim_{س \to ١} \frac{٤س^٣ - ٤}{س - ١} - \lim_{س \to ١} \frac{١٣س^٢ - ١٣}{س - ١} + \lim_{س \to ١} \frac{٩س - ٩}{س - ١}$$ (١)

$$= \lim_{س \to ١} \frac{٤(س - ١)(س^٢ + س + ١)}{س - ١} - \lim_{س \to ١} \frac{١٣(س - ١)(س + ١)}{س - ١} + \lim_{س \to ١} \frac{٩(س - ١)}{س - ١}$$

$$= ١٢ - ٢٦ + ٩$$

$$= -٥$$

$$\therefore \lim_{س \to ١} \frac{س^٣ + ٤س^٢ - ٨س + ٣}{٤س^٣ - ١٣س^٢ + ٩س} = \frac{٣}{-٥}$$ (١)

س١ / ٢ ④ ١٢

$$\lim_{س \to 0} \frac{-3 - س ظا٢س - 3جتاس}{س جاه س}$$

نقسم البسط والمقام على $س^2$

$$\lim_{س \to 0} \frac{-3 - س ظا٢س - 3جتاس}{س^2} \quad ، \quad \lim_{س \to 0} \frac{س جاه س}{س^2}$$

$$\lim_{س \to 0} \frac{٤(١-جتاس) - س ظا٢س}{س^2} \quad ، \quad \lim_{س \to 0} \frac{س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{جاه س}{س}$$

$$\lim_{س \to 0} \left(\frac{٣ \times ٢ جا^2 \frac{س}{٢}}{س^2} - \frac{س ظا٢س}{س^2} \right) \times \frac{٥}{١}$$

٥

$$\lim_{س \to 0} \frac{٦ جا^2 \frac{س}{٢}}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{جا \frac{س}{٢}}{س} - \lim_{س \to 0} \frac{س}{س} \times \lim_{س \to 0} \frac{ظا٢س}{س}$$

$$٦ \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times ١ \times ٢ -$$

$$٢ - \frac{٣}{٢}$$

$$-\frac{١}{٢}$$

$$\therefore \lim_{س \to 0} \frac{-3 - س ظا٢س - 3جتاس}{س جاه س} = \frac{-\frac{١}{٢}}{٥} = -\frac{١}{١٠}$$

منهاجي
صنعة التعليم الهادف

حل آخر

ص ب
11

$$ص(س) = \frac{٢س}{٣س+١}$$

$$ص'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ص(ع) - ص(س)}{ع - س} \quad ①$$

$$= \lim_{ع \to س} \left(\frac{٢ع}{٣ع+١} - \frac{٢س}{٣س+١} \right) \times \frac{١}{ع-س} \quad ①$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع(٣س+١) - ٢س(٣ع+١)}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} \quad ①$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع(٣س+١) - ٣س(٣ع+١) + ٣س(٣ع+١) - ٢س(٣ع+١)}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} \quad ①$$

$$= \lim_{ع \to س} \left(\frac{٢ع(٣س+١) - ٣س(٣ع+١)}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} + \frac{٣س(٣ع+١) - ٢س(٣ع+١)}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} \right)$$

$$= \lim_{ع \to س} \left(\frac{٦ع س + ٢ع - ٩ع س - ٣س}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} + \frac{٩ع س + ٣س - ٦ع س - ٢س}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} \right)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-٣ع س + ٢ع - ٣س}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} + \lim_{ع \to س} \frac{٣ع س + س}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} \quad ①$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع-س)}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} + \lim_{ع \to س} \frac{-٣س(ع-س)}{(ع-س)(٣ع+١)(٣س+١)} \quad ①$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢}{(٣ع+١)(٣س+١)} + \lim_{ع \to س} \frac{-٣س}{(٣ع+١)(٣س+١)} \quad ①$$

$$= \frac{٢}{(٣س+١)^٢} + \frac{-٣س}{(٣س+١)^٢} = \frac{٢ - ٣س}{(٣س+١)^٢} \quad ①$$

حل غير نموذجي

س ٢ ب

١١

$$ص'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ص(ع) - ص(س)}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \left(\frac{٤ع + ١}{٢ع} - \frac{٣ن + ١}{٢ن} \right) \frac{١}{ع - س}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢ع - ٢ن}{(٤ع + ١)(٣ن + ١)(ع - س)}$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{٢(ع - ن)}{(٤ع + ١)(٣ن + ١)(ع - ن)}$$

$$= \frac{٢}{(٣ن + ١)^{٢}}$$

ليصبح من ٧

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ٣ : ب

س = جا ص

١ = جتا ص ص ①

٠ = جتا ص ص ق + ق × -جا ص ص ق ①

٠ = جتا ص ق - جا ص (ق)^{٢} ①

لكن جتا ص ص = ١

٠ = جتا ص ق - (جتا ص ص) (ق)^{٢} جا ص ①

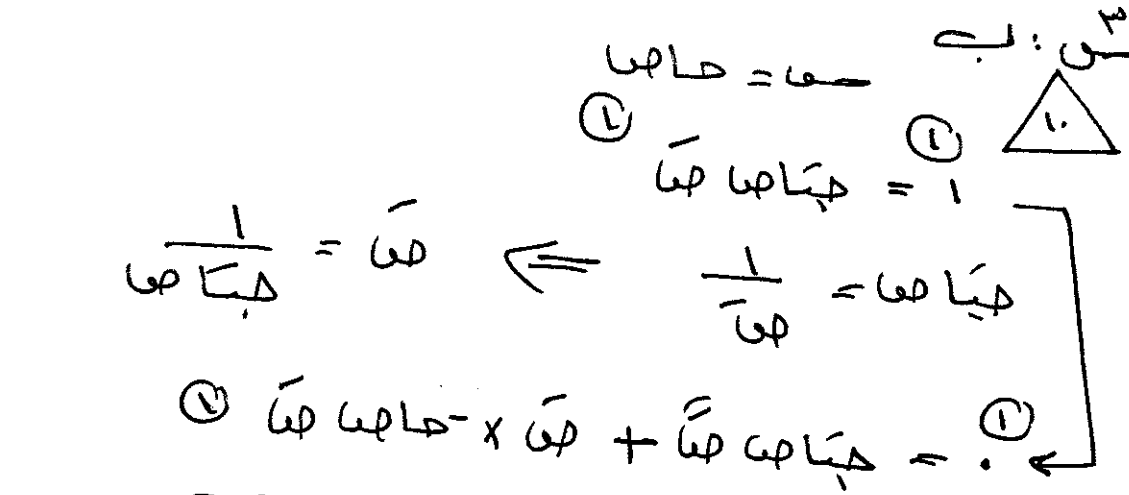
٠ = جتا ص ق - جتا ص (ق)^{٣} جا ص ①

٠ = جتا ص (ق - (ق)^{٣} جا ص) ①

ومنه ق - (ق)^{٣} جا ص = صفر ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

س ٣ : ب



منهاجي
منصة التعليم الهادف

س٣ : أ)

(١٠) س = جتا ص

(١) أ = جتا ص هـ (١)

هـ = تا ص (١)

هـَ = تا ص ظا ص هـ (١)

هـَ = تا ص $\frac{\text{جا ص}}{\text{جتا ص}}$ (١) × هـ

هـَ = تا ص × تا ص (١) × جا ص × هـ

هـَ = (١) هـ × هـ × جا ص × هـ

هـَ = (هـ)^{٣} (١) جا ص

هـَ = (هـ)^{٣} (١) س

ومنه هـَ − (هـ)^{٣} (١) س = صفر

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

س٣ : ب) $س = ص_1 ص_2$ ①

$1 = ص_1' ص_2 + ص_2' ص_1$ ①

$ص_1' = \frac{1}{ص_2 ص_1}$ ①

$ص_2' = \frac{-1 \times ص_1 \times ص_2'}{ص_2^2 ص_1}$ ①

المطلوب اثبات ان $ص_2' - \frac{س}{(ص_1 ص_2)^2} = صفر$

$\frac{ص_2 ص_1}{ص_2^2 ص_1} - \frac{س}{(ص_2 ص_1)^2}$ ①

$= \frac{ص_1}{ص_2^3 ص_1} - \frac{س}{ص_2^2 ص_1^2}$ ①

$= \frac{ص_1 - ص_1}{ص_2^2 ص_1}$ ①

$= صفر$ ①

منهاجي
متعة التعليم الهادف

حل آخر

س٣ : ب)

١٠

س = جا ص

١ = جتا ص ص ①

. = جتا ص ص ① + ص ص ① × - جا ص ص ①

. = ص ص جتا ص - (ص ص)٢ جا ص ①

. = ص ص × ١ / ص ص ① - (ص ص)٢ س ①

. = ص ص / ص ص - (ص ص)٢ × س × ص ص / ص ص ①

ص ص × . = ص ص - ص ص٣ س ①

ومنه ص ص - ص ص٣ س = . ① وهو المطلوب

منهاجي
متعة التعليم الهادف