المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

شبكة منهاجي التعليمية

٣	١	١	٢

١
١
٢

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ / الدورة الصيفية ..

(وثيقة محمية/محدود)

المبحث : الرياضيات/المستوى الرابع	مدة الامتحان : ٠٠ : ٢ (د، س)
الفرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢)	اليوم والتاريخ : السبت ٢٠١١/٧/٢

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٦)، علماً بأن عدد الصفحات (٤).

<u>السؤال الأول : (١٨ علامة)</u>

جـد التكاملات الآتية :

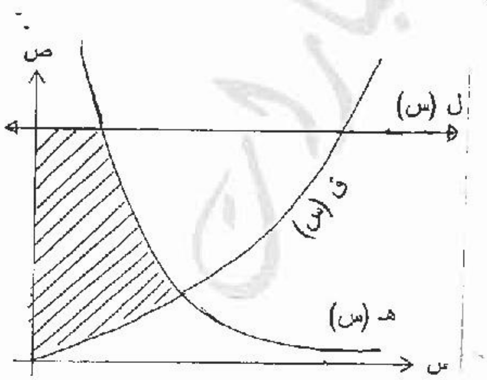
أ) $\int \text{قا}^{2}\sqrt{\text{س}}\ \ \text{دس}$ (٦ علامات)

ب) $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{0} \text{جا}^{2}\text{س}\ \text{جتا}^{2}\text{س}\ \ \text{دس}$ (٥ علامات)

ج) $\int \frac{4\ \text{دس}}{\text{س}^{3} + \text{س}}$ ، س > ٠ (٧ علامات)

<u>السؤال الثاني : (١٥ علامة)</u>

أ) إذا كان ميل المماس لمنحنى العلاقة ص عند النقطة (س ، ص) يساوي $\frac{\sqrt{\text{هـ}^{\text{ص}}}}{1 - \text{جتا}^{2}\text{س}}$ ،
فجـد قاعدة العلاقة ص علماً بأن منحناها يمر بالنقطة ($\frac{\pi}{4}$ ، ٠) (٦ علامات)



ب) جـد مساحة المنطقة المظللة بالشكل المجاور حيث
ق (س) = س^{2} ، هـ (س) = $\frac{1}{\text{س}^{2}}$ ، ل (س) = ٤

(٩ علامات)

يتبع الصفحة الثانية ...

الصفحة الثانية

<u>الســـــــؤال الثالث : (٢٤ علامة)</u>

أ) قطع زائد مركزه النقطة (٢ ، ١) وإحدى بؤرتيه النقطة (٢ ، −٢) وبُعده البؤري ثلاثة أمثال طول محـــوره القاطع، جـــد كلاً مما يأتي لهذا القطع : (٩ علامات)

١) إحداثيات كل من الرأسين. ٢) الاختلاف المركزي. ٣) معادلة القطع.

ب) قطع ناقص معادلته $(٢ ص + ٤)^٢ + (٣ − س)^٢ = ٦٤$، جـــد كلاً مما يأتي لهذا القطع : (٨ علامات)

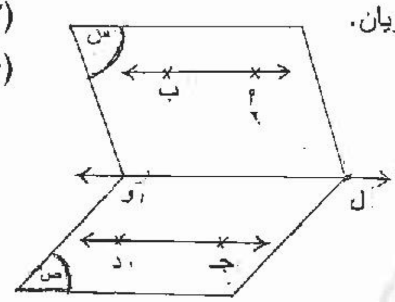
١) إحداثيي المركز. ٢) إحداثيات كل من الرأسين. ٣) إحداثيات كل من البؤرتين.

ج) جـــد معادلة الدائرة التي يقع مركزها في بؤرة القطع المكافئ الذي معادلته

$ص = \frac{١}{٤} س^٢ + س + ٣$ وتمس دليله. (٧ علامات)

<u>الســـــــؤال الرابع : (١٢ علامة)</u>

أ) برهن أن المستقيمين العموديين على مستوى واحد متوازيان. (٧ علامات)

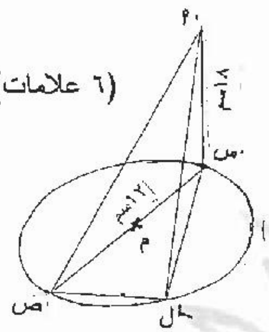


ب) في الشكل المجاور س ، ص مستويان متقاطعان في المستقيم $\overleftrightarrow{ل و}$ ، المستقيم $\overleftrightarrow{أ ب}$ يقع في المستوى س ويوازي المستوى ص ، المستقيم $\overleftrightarrow{جـ د}$ يقـــع فـــي المستوى ص ويوازي $\overleftrightarrow{ل و}$ ، أثبت أن : (٥ علامات)

١) $\overleftrightarrow{أ ب} \parallel \overleftrightarrow{جـ د}$ ٢) $\overleftrightarrow{ل و} \parallel$ المستوى أ ب د جـ

<u>الســـــــؤال الخامس : (١١ علامة)</u>

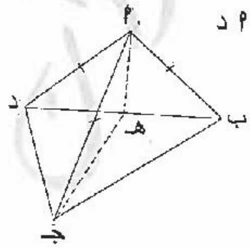
أ) في الشكل المجاور دائرة مركزها م، $\overline{س ص}$ قطر فيها طوله ١٢ سم، ل نقطة على الدائرة بحيث ل ص = ٦ سم، رُسمت $\overline{أ س}$ عمودية على مستوى الدائرة بحيث أ س = ١٨ سم، أجب عما يأتي : (٦ علامات)



١) أثبت أن قياس الزاوية الزوجية (أ ، $\overleftrightarrow{ل ص}$ ، س) هو قياس الزاوية المستوية أ ل س.

٢) جـــد قياس الزاوية الزوجية (أ ، $\overleftrightarrow{ل ص}$ ، س)

ب) في الشكل المجاور أ ب جـ د هرم ثلاثي فيه أ ب = أ جـ = أ د قياس الزاوية ب جـ د = ٩٠°، هـ منتصف $\overline{ب د}$ أثبت أن $\overline{أ هـ} \perp$ المستوى ب جـ د (٥ علامات)



يتبع الصفحة الثالثة ...

الصفحة الثالثة

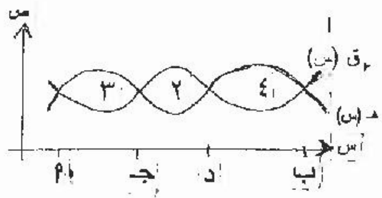
السـؤال السادس : (٢٠ علامة)

يتكون هذا السؤال من (١٠) فقرات من نوع الاختيار من متعدد، يلي كل فقرة (٤) بـدائل، واحـد منهـا فقـط صحيح. انقل إلى دفتر إجابتك رقم الفقرة وبجانبه رمز الإجابة الصحيحة لها:

(١) إذا كان ق (س) = $\int \left(\int_{س}^{-٢} ٤ \, دس - ٣ \, س^{٢} \right) دس$ فإن ق‎ً (−١) =

أ) −١١ ب) صفر ج) ١ د) −٣

(٢) إذا كان ق ، هـ اقترانين متصلين في الفترة [أ ، ب] ، وكانت مساحات المناطق بين الاقترانين كما هو مُبيّن في الشكل المجاور،



فإن $\int_{جـ}^{ب}$ (ق (س) − هـ (س)) دس =

أ) ٦ ب) −٢ ج) ٢ د) −٥

(٣) إذا كان $\int_{١}^{٣}$ (٢ ق (س) − ٤) دس = ٦ ، وكان $\int_{٤}^{٣}$ ق (س) دس = −١ ، فجـد $\int_{١}^{٤}$ ق (س) دس

أ) ٧ ب) ٨ ج) ٥ د) ١٥

(٤) إذا كان ق (س) = $\dfrac{هـ^{س} + ١}{هـ^{س}}$ ، فجـد ق‎ً (٠)

أ) صفر ب) ١ ج) −١ د) غير موجودة

(٥) إحداثيات نهايتي المحور المرافق للقطع الزائد (س + ٢)^{٢} − (ص − ٣)^{٢} = ١ هي :

أ) (−٢±١ ، ٣) ب) (−٢ ، ٣±١) ج) (٢±١ ، −٣) د) (٢ ، −٣±١)

(٦) طول المحور الأصغر للقطع الناقص الذي يمس كلاً من المستقيمات س = ١ ، س = ٩ ، ص = −١ ، ص = ٥ يســاوي :

أ) ٨ ب) ٦ ج) ٤ د) ٣

(٧) تتحرك النقطة ن (س ، ص) بحيث يتحدّد موقعها بالمعادلة $\dfrac{س^{٢}}{ل} + \dfrac{ص^{٢}}{ل - ١٦} = ١$ ، ل عدد ثابت

إذا كانت ٠ < ل < ١٦ فإن المحل الهندسي لحركة النقطة ن يُمثّل :

أ) قطعاً مكافئاً ب) قطعاً ناقصاً ج) قطعاً زائداً د) دائرة

يتبع الصفحة الرابعة ...

(٨) ما رقم العبارة الصحيحة من بين العبارات الآتية :

١) يمكن أن يكون طول مسقط القطعة المستقيمة أكبر من طول القطعة نفسها.

٢) إذا لم يتقاطع مستقيمان لا يمكن أن يتقاطع مسقطاهما.

٣) الزاوية الزوجية هي اتحاد نصفي مستويين.

٤) يمكن أن يتعامد المستقيمان المتخالفان.

أ) ٤ ب) ٣ ج) ٢ د) ١

(٩) س ، ص ، ع ، ل رؤوس هرم ثلاثي، ما عدد جميع المستويات التي يمر كل منها بالنقاط الأربع معاً؟

أ) ٠ ب) ١ ج) ٣ د) ٤

(١٠) عدد أحرف المكعب التي توازي مستوى قاعدته :

أ) ٨ ب) ٦ ج) ٢ د) ٤

(انتهت الأسئلة)

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١١ (الدورة الصيفية) .

وزارة التربيـــة والتعليـــم
إدارة الامتحانـــات والاختبـــارات
قســـم الامتحانـــات العامة

صفحة رقم (١)
شبكة منهاجي التعليمية

معتمدة

مدة الامتحان : ٢ س
التاريـــخ : ٢ / ٧ / ٢٠١١

المبحث : الرياضيات / المستوى الرابع
الفـرع : العلمي والإدارة المعلوماتية (المسار ٢)

الإجابة النموذجية :

رقم الصفحة في الكتاب	

السؤال الأول : (١٨ علامة)

(٦) أ) ∫ قا² √س دس

نفرض أن √س = ص ⇐ دس = ٢√س دص = ٢ص دص (١)

∫ قا² √س دس = ∫ ٢ص قا² ص دص

٢ص = هـ ⇐ ٢ دص = دهـ (١)

قا² ص دص = دو ⇐ ظاص = و (١)

= ٢ص ظاص − ٢ ∫ ظاص دص (١)

= ٢ص ظاص + ٢ لو|جتاص| + جـ = ٢√س ظا√س + ٢ لو|جتا√س| + جـ (١)+(١)

(٥) ب) $\int_{-\pi/3}^{0}$ جا²س جتا²س دس = $\int_{-\pi/3}^{0}$ (جاس جتاس)² دس (١)

= $\int_{-\pi/3}^{0}$ $\frac{1}{4}$ جا² ٢س دس = $\frac{1}{4}\int_{-\pi/3}^{0}\frac{1}{2}$ (١ − جتا٤س) دس (١)+(١)

= $\frac{1}{8}$ [س − $\frac{1}{4}$ جا٤س]$_{-\pi/3}^{0}$ = $\frac{1}{8}$ [(٠) − ($-\frac{\pi}{3}$ − $\frac{1}{4}$ × $\frac{\sqrt{3}}{2}$)] (١)+(١)

= $\frac{1}{8}$ ($\frac{\pi}{3}$ + $\frac{\sqrt{3}}{8}$)

(٧) جـ) ∫ ٤ / (س³ + س) دس = ∫ ٤س / (س² (س² + ١)) دس

نفرض أن ص = س² ⇐ دص = ٢س دس (١)

∫ ٤ / (س³ + س) دس = ∫ ٢ / (ص (ص + ١)) دص (١)

٢ / (ص (ص + ١)) = أ / ص + ب / (ص + ١) = (أ (ص + ١) + ب ص) / (ص (ص + ١)) (١)

٢ = أ (ص + ١) + ب ص

من خواص تساوي كثيرات الحدود ينتج (١)

٢ = ص (أ + ب) + أ

أ + ب = صفر ، أ = ٢ ومنه ب = −٢ (١)

∫ ٢ / (ص (ص + ١)) دص = ∫ ٢ / ص دص + ∫ −٢ / (ص + ١) دص (١)

= ٢ لو|ص| − ٢ لو|ص + ١| + جـ (١)

= ٢ لو|س²| − ٢ لو|س² + ١| + جـ

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الثاني: (١٥ علامة)

٦) أ) $\frac{دص}{دس} = \frac{\sqrt{هـ^{ص}}}{١ - جا^٢س}$ ⇐ $\frac{دص}{دس} = \frac{هـ^{\frac{١}{٢}ص}}{جتا^٢س}$ (١)

$\frac{دص}{هـ^{\frac{١}{٢}ص}} = \frac{دس}{جتا^٢س}$ ⇐ $هـ^{-\frac{١}{٢}ص} دص = قا^٢س\, دس$ أي خطوة صحيحة (١)

$\int هـ^{-\frac{١}{٢}ص} دص = \int قا^٢س\, دس$ ⇐ $-٢ هـ^{-\frac{١}{٢}ص} = -ظاس + جـ_١$ (١)+(١)

$هـ^{-\frac{١}{٢}ص} = \frac{١}{٢} ظاس + جـ$ حيث $جـ = -\frac{١}{٢} جـ_١$

المنحنى يمر بالنقطة $(\frac{\pi}{٤}، ٠)$

$١ = \frac{١}{٢} \times ١ + جـ$ ⇐ $جـ = \frac{١}{٢}$ (١)

$هـ^{-\frac{١}{٢}ص} = \frac{١}{٢} ظاس + \frac{١}{٢} = \frac{١}{٢}(ظاس + ١)$

$-\frac{١}{٢} ص = لو_{هـ} \frac{١}{٢}(ظاس + ١)$

$ص = -٢ لو_{هـ} \frac{١}{٢}(ظاس + ١)$ (١)

٩) ب) نجد نقط التقاطع

$س^٢ = \frac{١}{س^٢}$ ⇐ $س^٤ = ١$ ⇐ $س = \pm ١$ يهمل الجذر السالب (١)

$\frac{١}{س^٢} = ٤$ ⇐ $س^٢ = \frac{١}{٤}$ ⇐ $س = \pm \frac{١}{٢}$ يهمل الجذر السالب (١)

$م = \int_{٠}^{\frac{١}{٢}} (٤ - س^٢) دس + \int_{\frac{١}{٢}}^{١} (\frac{١}{س^٢} - س^٢) دس$ (١)+(١)

$= (٤س - \frac{١}{٣}س^٣)\Big|_{٠}^{\frac{١}{٢}} + (-\frac{١}{س} - \frac{١}{٣}س^٣)\Big|_{\frac{١}{٢}}^{١}$ (١)+(١)

$= (٢ - \frac{١}{٢٤}) - (٠) + (-١ - \frac{١}{٣}) - (-٢ - \frac{١}{٢٤})$ (١)+(١)

$= ٢ - \frac{١}{٢٤} - \frac{٤}{٣} + ٢ + \frac{١}{٢٤}$

$= ٤ - \frac{٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$ وحدة مربعة (١)

أي تبسيط صحيح يأخذ العلامة

رقم الصفحة في الكتاب

الفرعين أ ، ب اذا كتب المطلوب مباشرة يأخذ علاماته فقط فيصبح
فرع أ من ٤ ، فرع ب من ٤

السؤال الثالث: (٢٤ علامة)

٩) أ) ١) جـ = ١ - (-٢) = ٣ ①
٢جـ = ٣ × ٢أ ⟸ جـ = ٣أ ①
اذن أ = ١ ① ولكل رأس علامة
الرأسان (د ، هـ ± أ) ⟸ (٢ ، ٢) ، (٢ ، ٠) ① + ①
~~٢) الاختلاف المركزي هـ = جـ/أ = ٣~~ ① العلامة للجواب
٣) ب² = جـ² - أ² = ٩ - ١ = ٨ ① العلامة للجواب
الصورة العامة لمعادلة هذا القطع (ص - هـ)²/أ² - (س - د)²/ب² = ١ ①
معادلة القطع (ص - ١)² - (س - ٢)²/٨ = ١ ①

٨) ب) يمكن كتابة معادلة القطع على الصورة ٤(ص + ٢)² + (س - ٣)² = ٦٤ ①
(س - ٣)²/٦٤ + (ص + ٢)²/١٦ = ١ ①
اذا اوضع اشارة - بين الكسرين وحل القطع زائد يخسر ...
اذا اوضع اشارة - بين الكسرين واكمل الحل كقطع ناقص يخسر علامة
١) المركز (٣ ، -٢) ①
٢) أ² = ٦٤ ⟸ أ = ٨ ① يخسر علامات أ ، جـ ، المعادلة
الرأسان (د ± أ ، هـ) = (٣ ± ٨ ، -٢)
الرأسان (١١ ، -٢) ، (-٥ ، -٢) ① + ①
٣) جـ² = أ² - ب² = ٦٤ - ١٦ = ٤٨ ⟸ جـ = ٤√٣ ①
البؤرتان (د ± جـ ، هـ) = (٣ ± ٤√٣ ، -٢) ①

٧) جـ) ص = ¼(س² + ٤س) + ٣ الاكمال مربع
ص = ¼(س² + ٤س + ٤) + ٣ - ١ ①
= ¼(س + ٢)² + ٢
ص - ٢ = ¼(س + ٢)² ⟸ (س + ٢)² = ٤(ص - ٢) ①
الرأس (-٢ ، ٢) ① ، ٤جـ = ٤ ⟸ جـ = ١ ①
البؤرة (د ، هـ + جـ) = (-٢ ، ٣) وهي مركز الدائرة ①
طول نصف قطر الدائرة = ٢جـ = ٢ ①
معادلة الدائرة
(س - م)² + (ص - ن)² = نق² حيث (م ، ن) مركز الدائرة
(س + ٢)² + (ص - ٣)² = ٤ ①

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال السادس: (٢٠ علامة) علامتان لكل فقرة

رقم الفقرة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
رمز الإجابة	أ	ب	ب	جـ	ب	ب	جـ	أ	أ	د
الإجابة	١١−	٢−	٨	١−	(١±٣٢٢-)	٦	قطع زائد	٤	٠	٤

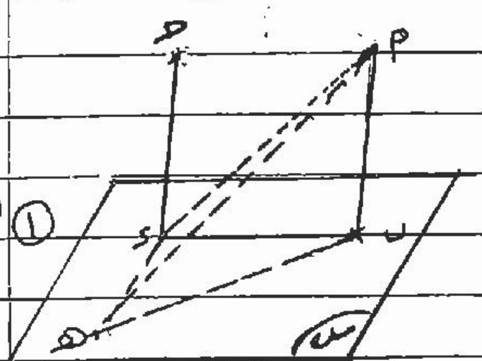
السؤال الرابع: (١٢ علامة)

٧) أ) المعطيات

أب ، جـد عموديان على المستوى س

ومتقاطعان معه في النقطتين ب ، د

على الترتيب



للرسم ①

المطلوب: إثبات أن أب // جـد

الحل: ارسم المستقيم د هـ في المستوى س بحيث يكون عمودياً على ب د

البرهان:

① صل أد ، أهـ ، ب هـ

$(أهـ)^2 = (أب)^2 + (ب هـ)^2$ (لأن الزاوية أ ب هـ قائمة) ①

$= (أب)^2 + (ب د)^2 + (د هـ)^2$ (لأن الزاوية ب د هـ قائمة) ①

$= (أد)^2 + (د هـ)^2$ ①

إذن الزاوية أ د هـ قائمة بعكسه

أد ، د هـ ، د ب تقع في مستوى واحد وليكن ص (نظرية) ①

المستقيمان أب ، جـد عموديان على د ب

① (لأنهما متعامدان ~~ل~~ مستوى س)

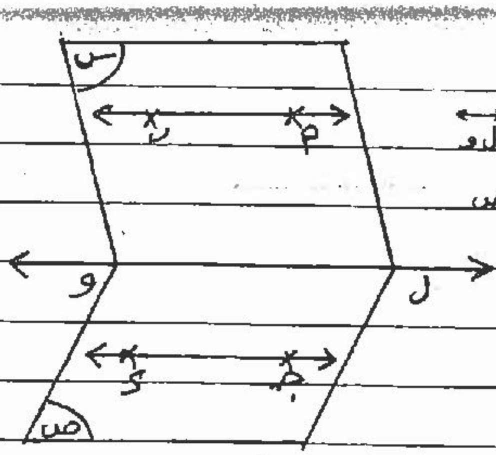
ومتقاطعان في المستوى ص

إذن أب // جـد

رقم الصفحة في الكتاب

السؤال الرابع :

٥) س) المعطيات :



س ، ص مستويان متقاطعان في المستقيم ل و

أ ب يقع في المستوى س ، أ ب // المستوى ص

جـ د يقع في المستوى ص ، جـ د // ل و

المطلوب : إثبات أن

① أ ب // جـ د

② ل و // المستوى أ ب د جـ

البرهان :

١) أ ب مرسوم في المستوى س ، أ ب // المستوى ص ، المستويان س ، ص متقاطعان في ل و إذن أ ب // ل و ------ (١) (نظرية) (١)

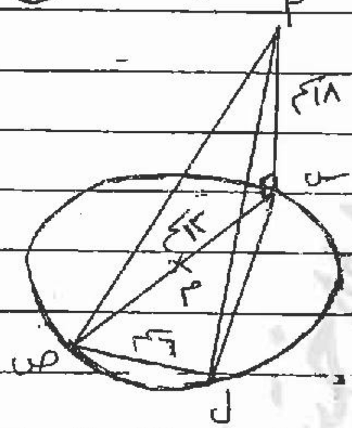
المستقيم جـ د // ل و ---- (٢) (بالفرض) (١)

من (١) و (٢) نستنتج أن أ ب // جـ د (نتيجة) (١)

٢) المستقيمان المتوازيان أ ب ، جـ د يشكلان المستوى أ ب د جـ

ل و // أ ب الواقع في المستوى أ ب د جـ ، ل و خارج المستوى أ ب د جـ (١)

إذن ل و // المستوى أ ب د جـ (نظرية) (١)



السؤال الخامس (١١ علامة)

٦) أ) المعطيات :

س ص قطر في الدائرة التي مركزها م ، س ص = ١٢ سم

ل نقطة على الدائرة ، ل ص = ٦ سم

أ س ⊥ مستوى الدائرة ، أ س = ١٨ سم

المطلوب :

١) إثبات أن قياس الزاوية الزوجية (أ ، ل ص ، س) هو قياس الزاوية المستوية أ ل س

٢) إيجاد قياس الزاوية الزوجية (أ ، ل ص ، س)

رقم الصفحة في الكتاب

تابع

السؤال الخامس

أ) البرهان: الزاوية س ل ص قائمة لأنها محيطية تقابل القطر (1)

$\overline{أل}$ قائم على مستوى الدائرة ومسقطه $\overline{سل} \perp \overleftrightarrow{لص}$

إذن $\overline{أل} \perp \overleftrightarrow{لص}$ (عكس نظرية الأعمدة الثلاث) (1)

أي أن الحرف $\overleftrightarrow{لص}$ ⊥ كلا من $\overline{سل}$ ، $\overline{أل}$ الواقعين في المستويين

س ل ص ، أ ل ص على الترتيب — التبرير بأي طريقة يأخذ العلامة (1)

إذن قياس الزاوية الزوجية (أ ، $\overleftrightarrow{لص}$ ، س) هو قياس الزاوية المستوية أ ل س (1)

٢) (س ل)^2 = (١٢)^2 − (٦)^2 لأن الزاوية س ل ص قائمة

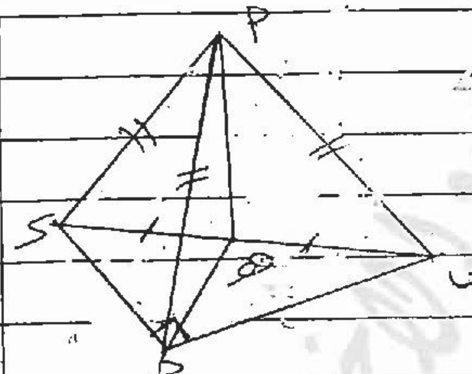
= ١٤٤ − ٣٦ = ١٠٨

س ل = $\sqrt{١٠٨}$ = ٦$\sqrt{٣}$ سم (1)

ظا ∡ أ ل س = $\frac{١٨}{٦\sqrt{٣}}$ = $\sqrt{٣}$ لأن الزاوية أ س ل قائمة

∴ ق∡ أ ل س = ٦٠° (1)

ب) المعطيات: (5)



أ ب ج د هرم ثلاثي فيه

أ ب = أ ج = أ د ، ق∡ ب ج د = ٩٠°

هـ منتصف $\overline{بد}$

المطلوب: إثبات أن

$\overline{أهـ}$ ⊥ المستوى ب ج د

البرهان:

$\overline{أهـ} \perp \overline{بد}$ في النقطة هـ لأن $\overline{أهـ}$ واصل من رأس مثلث متساوي الساقين إلى منتصف القاعدة (1)

نطابق المثلثين أ هـ ب ، أ هـ ج فيهما $\overline{أهـ}$ مشترك ، أ ب = أ ج (بالفرض)

ج هـ = ب هـ ($\overline{جهـ}$ واصل من رأس القائمة إلى منتصف الوتر تساوي نصف الوتر) (1)

ينتج من التطابق أن

ق∡ أ هـ ب = ق∡ أ هـ ج = ٩٠° (1)

إذن $\overline{أهـ}$ ⊥ المستقيمين المتقاطعين $\overline{بد}$ ، $\overline{جهـ}$ (1)

إذن $\overline{أهـ}$ ⊥ المستوى ب ج د (1)

انتهت الإجابات.

حلول أخرى

(5) س١ فرع ب : $\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0}$ جا²س جتا²س دس

$= \int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} (\frac{1}{2} - \frac{1}{2}$ جتا٢س$)(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}$ جتا٢س$)$ دس (1)

$= \frac{1}{4}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} (1 -$ جتا²٢س$)$ دس $= \frac{1}{4}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0}$ جا²٢س دس (1)

$= \frac{1}{8}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{0} (1 -$ جتا٤س$)$ دس (1)

$= \frac{1}{8}$ [س $- \frac{1}{32}$ جا٤س $]_{-\frac{\pi}{3}}^{0}$ (1)

$= \frac{1}{8}(0 + \frac{\pi}{3}) - \frac{1}{32}(0 +$ جا $\frac{4\pi}{3})$ (1)

---

(7) س١ فرع ج

$\int \frac{4}{س^3 + س}$ دس $= \int \frac{4}{س^3(1 + س^{-2})}$ دس (1) + (1)

$= \int \frac{4 س^{-3}}{1 + س^{-2}}$ دس (1) $= -2 \int \frac{-2 س^{-3}}{1 + س^{-2}}$ دس (1)

$= -2$ لو$_{هـ} |1 + س^{-2}| +$ ث
(2) (1)

(أو) إذا فرض ص $= 1 + س^{-2}$ وأوجد دس $= \frac{دص}{-2 س^{-3}}$

ثم أكمل الحل يدمج كالحل الموجود في الأعلى.

س١ فرع هـ (٧)

$$\int \frac{٤}{س^٣+س}\,دس = \int \frac{٤}{س^٣\left(١+\frac{١}{س^٢}\right)}\,دس \quad (٢)$$

نفرض أن $ص = ١ + \frac{١}{س^٢}$ (١) $\Leftarrow دس = -\frac{١}{٢}س^٣\,دص$ (١)

$$\therefore \int = \int \frac{٤}{س^٣ص} \times \frac{س^٣}{-٢}\,دص = \int \frac{-٢}{ص}\,دص \quad (١)$$

$$= -٢\,لو_{هـ}|ص| + جـ \;(١) = -٢\,لو_{هـ}\left|١+\frac{١}{س^٢}\right| \;(١) + جـ \;(١)$$

س١ فرع هـ (٧) (*)

$$\frac{٤}{س^٣+س} = \frac{أ}{س} + \frac{ب}{س^٢+١} = \frac{أ(س^٢+١)+ب\,س}{س(س^٢+١)} \quad (١)$$

$$٤ = أ(س^٢+١) + ب\,س \;(١) = أ\,س^٢ + ب\,س + أ$$

$$أ = ٤ \;(١) \quad ، \quad ب = ٠ \;(١)$$

$$\int \ldots = \int \frac{٤}{س}\,دس - صفر$$

$$= ٤\,لو_{هـ}|س| + جـ \quad (٢)$$

(*) صحح هذا الحل من (٥) لأن البسط الثاني يجب أن يكون $ب\,س + د$ حيث ب، د ثابتان.

١٣

س٢ فرع ب (٩)

إذا اعتبر أن هـ(س) = $\frac{١٠}{س^٢}$ سيكون الحل

$س^٢ = \frac{١٠}{س^٢} \Leftarrow س^٤ = ١٠ \Leftarrow س = \sqrt[٤]{١٠}$ (٢)

$\frac{١٠}{س^٢} = ٤ \Leftarrow ٤س^٢ = ١٠ \Leftarrow س^٢ = \frac{١٠}{٤} \Leftarrow س = \frac{\sqrt{١٠}}{٢}$ (١)

$م = \int^{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}} (٤ - س^٢)\, دس + \int_{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}}^{\sqrt[٤]{١٠}} (\frac{١}{س^٢} - س^٢)\, دس$ (١) (١)

$= (٤س - \frac{١}{٣}س^٣) \Big|^{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}} + (-\frac{١}{س} - \frac{١}{٣}س^٣) \Big|_{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}}^{\sqrt[٤]{١٠}}$ (١) (١)

$= ٤ \times \frac{\sqrt{١٠}}{٢} - \frac{١}{٣}(\frac{\sqrt{١٠}}{٢})^٣ - [\frac{١}{\sqrt[٤]{١٠}} + \frac{١}{٣}(\sqrt[٤]{١٠})^٣] - (\frac{١}{\frac{\sqrt{١٠}}{٢}} + \frac{١}{٣}(\frac{\sqrt{١٠}}{٢})^٣)$ (١) (١)

تبسيط الإجابة (١)

س٢ فرع ب (٩)

ل(س) = هـ(س) (١)

$٤ = \frac{١}{س^٢} \Leftarrow س^٢ = \frac{١}{٤} \Leftarrow س = \pm \frac{١}{٢}$

ص(س) = هـ(س)

$س^٢ = \frac{١}{س^٢}$ (١)

$س^٤ = ١ \Leftarrow س = \pm ١$

مساحة المنطقة المظللة

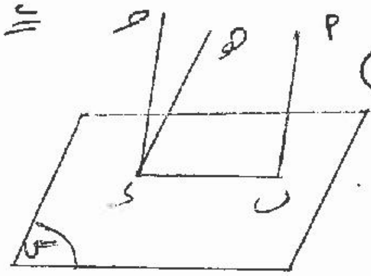
$= \text{مساحة المستطيل} - [\int^{١} س^٢\, دس + \int_{\frac{١}{٢}}^{١} (٤ - \frac{١}{س^٢})\, دس]$ (١) (١)

$= ٤ - [\frac{س^٣}{٣}\Big|^{١} + (٤س + \frac{١}{س})\Big|_{\frac{١}{٢}}^{١}]$ (١) (١)

$= ٤ - [\frac{١}{٣} + ٤ + ١ - (٢ + ٢)]$ (١) (١)

$= ٤ - \frac{٤}{٣} = \frac{٨}{٣}$ وحدة مربعة (١)

س٤ فرع أ (٧)



نفرض أن $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ لا يوازي $\overleftrightarrow{\text{جـد}}$ (١)

إذن يمكن رسم مستقيم من النقطة د يوازي المستقيم $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ وليكن ده . (١)

(من نقطة خارج مستقيم يمكن رسم مستقيم واحد فقط يوازيه)

وبما أن $\overleftrightarrow{\text{أب}} \perp$ س (معطيات) (١)

$\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel$ ده (بالبرهان) $\Big\} \Leftarrow \overleftrightarrow{\text{ده}} \perp$ س . (١)

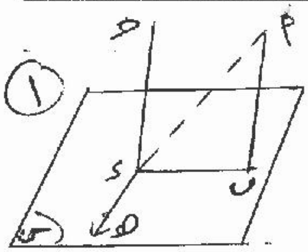
(إذا توازى مستقيمان وكان أحدهما عمودياً على المستوى فإن الآخر يكون عمودياً على المستوى نفسه) : نتيجة

إذن يمكن رسم عمودان على المستوى س من النقطة د وهذا

(١) تناقض (لا يمكن رسم أكثر من عمود على مستوى من نقطة واحدة)

إذن $\overleftrightarrow{\text{أب}} \parallel \overleftrightarrow{\text{جـد}}$. (١)

س٤ فرع أ (٧)



العمل: نرسم المستقيم $\overleftrightarrow{\text{ده}}$ في المستوى س عموداً على $\overleftrightarrow{\text{بد}}$

البرهان: نصل $\overline{\text{أد}}$ (١)

$\overleftrightarrow{\text{أب}} \perp$ المستوى س فهو عمودي على جميع المستقيمات في المستوى

إذن $\overleftrightarrow{\text{أب}} \perp \overleftrightarrow{\text{ده}}$ ... (*) ، $\overleftrightarrow{\text{بد}} \perp \overleftrightarrow{\text{ده}}$ بالعمل . (**)

من (*) ، (**) $\overleftrightarrow{\text{ده}} \perp$ كل من $\overleftrightarrow{\text{أب}}$ ، $\overleftrightarrow{\text{بد}}$ (١)

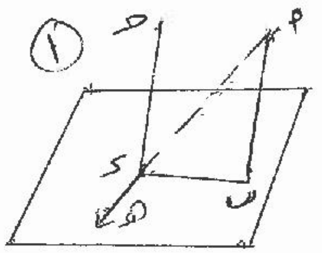
إذن $\overleftrightarrow{\text{ده}} \perp$ المستوى أبد (نظرية) (١)

إذن $\overleftrightarrow{\text{ده}} \perp \overleftrightarrow{\text{أد}}$ (١)

تكمل الاثباتات كما ورد في حل الوزارة ويأخذ علاماته لباقي الاثباتات

=

س٣ فرع أ (٧)



(١)

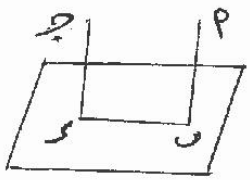
العمل: نصل (١) أ ء ، نرسم ءهـ ⊥ ب ء

أب ⊥ المستوى س ، أ ء مائل على المستوى س (١)

ب ء مسقط المائل أ ء ، ب ء ⊥ ء هـ بالعمل (١)

إذن أ ء ⊥ ء هـ (عكس نظرية الأعمدة الثلاث) (١)

نكمل باقي الإثبات كما ورد في حل الوزارة ويأخذ علامتان لباقي الإثبات.



س٤ فرع أ (٧)

البرهان: نفرض أن أب لا يوازي جـ ء

إما أن أب يقطع جـ ء في نقطة مثل ن أو أب يخالف جـ ء (١)

أولاً: إذا كان أب يقطع جـ ء في ن فهما يقعان في مستوى واحد وليكن ص.

ن ب ، ب ء ، ن ء مستقيمات تقع في ص (١)

(١) ن خارج ب ء ، ن ب ، ن ء عموديان على ب ء وهذا يناقض حقيقة إمكانية رسم مستقيم يعامد مستقيم آخر من نقطة خارجه

إذن أب ، جـ ء لا يتقاطعان (١)

ثانياً: المستقيمان متخالفان

(١) بما أن أب ⊥ س ، أب يقطع ب ء فإن المستوى أب ء ⊥ س (إذا عامد مستقيم مستوى فكل مستوى مار بالمستقيم يعامد هذا المستوى) ∴ المستويان يتقاطعان في ب ء ...(*)

كذلك جـ ء ⊥ س ، جـ ء يقطع ب ء

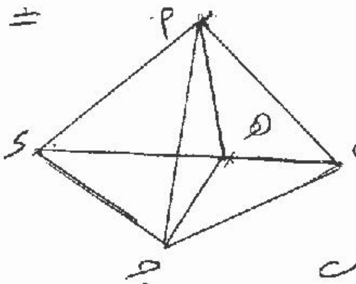
(١) إذن المستوى جـ ب ء ⊥ س ، والمستويان يتقاطعان في ب ء ...(**)

من (*) ، (**) يتقاطع مستويان مع مستوى واحد ويقطعانه في الخط نفسه وهذا تناقض (١)

إذن المستوى أب ء نفس المستوى جـ ب ء

أي أن أب ، جـ ء غير متخالفين.

س٥ فرع ب (٥)



البرهان: أهـ ⊥ بد في النقطة هـ (أهـ قطعة متوسطة في المثلث أبد المتساوي الساقين) (١)

جـهـ = بهـ (جـهـ واصلة من رأس القائمة إلى منتصف الوتر). (١)

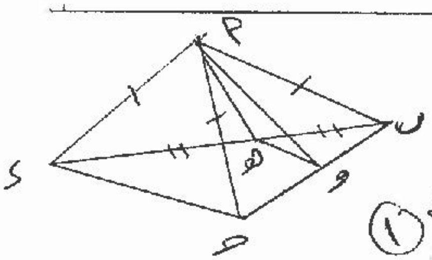
$(أب)^2 = (بهـ)^2 + (أهـ)^2$ ، لكن أب = أجـ ، جـهـ = بهـ

إذن $(أجـ)^2 = (جـهـ)^2 + (أهـ)^2 \Leftarrow$ ق ∠ أهـجـ = ٩٠° (١)

∴ أهـ ⊥ المستقيمين بهـ ، جـهـ (١)

إذن أهـ ⊥ المستوى ب جـ د (٢)

س٥ فرع ب (٥)



العمل: منتصف بجـ في و (١)

البرهان: وهـ // دجـ (القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين في مثلث تساوي نصف الضلع الثالث وتوازيه) (١)

لكن دجـ ⊥ بجـ (معطيات)

إذن هـو ⊥ بجـ

(١) أهـ ⊥ بجـ (: قطعة : واصلة من رأس المثلث إلى منتصف الضلع المقابل في مثلث متساوي الساقين) ... (*)

بجـ ⊥ هـو ، أو

إذن بجـ ⊥ المستوى أ و هـ (١)

إذن أهـ ⊥ بجـ

لكن أهـ ⊥ بد كما سبق في (*)

إذن أهـ ⊥ بجـ ، بد (١)

إذن أهـ ⊥ المستوى ب جـ د