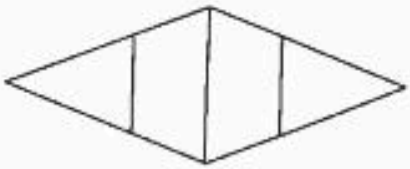
بسم الله الرحمن الرحيم



المملكة الأردنية الهاشمية
وزارة التربية والتعليم
إدارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الشتوية

(ورقة عمية/محدود)

د س
١ ٣٠

المبحث : الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع : الأدبي والشرعي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصحي

مدة الامتحان : ٣ ساعات
اليوم والتاريخ : الأربعاء ٢٠١٥/١٢/٣٠

ملحوظة : أجب عن الأسئلة الآتية جميعها وعددها (٥)، علمًا بأن عدد الصفحات (٣).

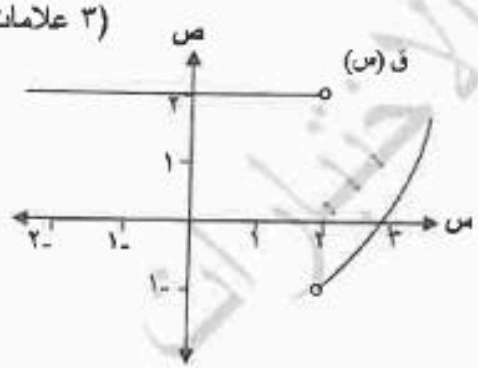
السؤال الأول : (١٦ علامة)

أ) جد قيمة كل ممّا يأتي: (٩ علامات)

١) $\lim_{س \to -٥} \left(\frac{٢س + ١٠}{س^٢ + ٢٥} + س \right)$

٢) $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt{٣س + ٤} - ٥}{س^٢ - ٤٩}$

ب) اعتماداً على الشكل المجاور الذي يمثل منحنى الاقتران ق(س) المعرّف على مجموعة الأعداد الحقيقية
أجب عمّا يأتي : (٣ علامات)



١) جد $\lim_{س \to ٢^+}$ ق(س)

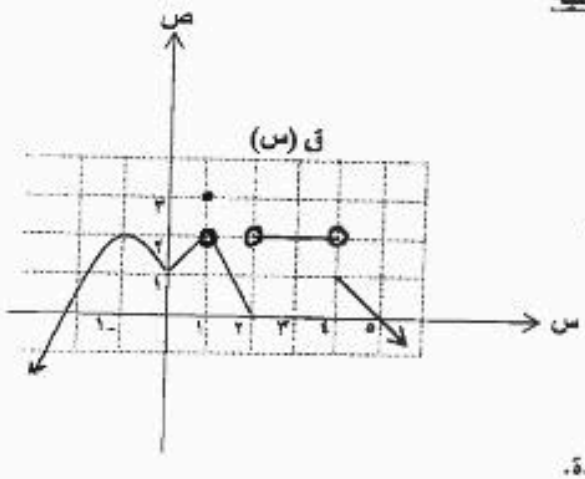
٢) جد $\lim_{س \to -٢}$ $\left(\sqrt[٣]{٤ \text{ ق}(س)} + \frac{١}{٤} س^٣ \right)$

ج) إذا كان ق(س) = $\begin{cases} ٢ أ س^٢ + ب & ، س < ١ \\ ٧ & ، س = ١ \\ س^٢ - ٤ ب - ٦ & ، س > ١ \end{cases}$ (٤ علامات)

فجد قيمة كل من الثابتين أ ، ب التي تجعل الاقتران ق متصلاً عند س = ١

يتبع الصفحة الثانية - ٤٤٤

ب) بالاعتماد على الشكل المجاور الذي يُمثّل منحنى الاقتران



ق (س) : س ∈ ح ، أجـــب عن كلٍّ ممـــا يأتـــي:

١) إذا كانت نهـــــا ق (س) = ٢ ، فجـد قيم الثابت أ .
س ← أ

٢) إذا كانت نهـــــا ق (س) غير موجودة ،
س ← ب

فجـد قيم الثابت ب.

٣) جـد قيم س التي تكون عندها ق′(س) غير موجودة.

٤) جـد: ق′(-١) ، ق′(٣) ، ق′(٥).

(١١ علامة)

ج) إذا كان ق ، هـ اقترانين قابلين للاشتقاق، وكان (ق ∘ هـ) (س) = $\frac{س^{٣}+أ}{س+١}$ + $\frac{١}{٢}$ ، س ≠ -١

وكان ق′(س) = $\sqrt[٣]{س^{٢}+٧}$ ، هـ′(١) = ٤ ، هـ (١) = ١ ، فجـد قيمة الثابت أ .

(٥ علامات)

الســـــــؤال الثالث : (١٩ علامة)

أ) إذا كان الاقتران ق (س) قابلاً للاشتقاق، وكان ص^{٢} = س ق (س^{٢}) ، ص > ٠ ، ق (١) = ٤

ق′(١) = ١ ، فجـد $\frac{د ص}{د س}$ عند س = ١ (٦ علامات)

ب) إذا كان جـا^{٢} ٣ س = (١ - ص^{٢})^{٢} ، فأثبت أن :

٢ ص ص′ = ظتـا ٣ س (ص^{٢} - ١) (٦ علامات)

ج) ليكن ق (س) = $\sqrt{س}$ + | س - ٢ | ، س ∈ (٠ ، ٤) ، ابحث في قابلية الاقتران ق (س) للاشتقاق

عند س = ٢ باستخدام التعريف العام للمشتقة. (٧ علامات)

يتبع الصفحة الثالثة/ ،،،،

السـؤال الرابع : (٢٥ علامة)

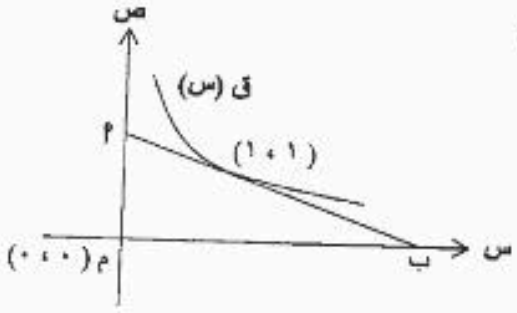
أ) يتحرك جسيم وفق العلاقة ع^{٢} (ن) = ٦ − $\frac{أ}{ف(ن)}$ ، حيث ف المسافة بالأمتار، ن الزمن بالثواني ، إذا علمت أن تسارع الجسيم في اللحظة التي تنعدم فيها سرعته يساوي (٩) م/ث^{٢} ، فجـد قيمة الثابت أ .

(٥ علامات)

ب) معتمدًا الشـكل المجاور الذي يُمثّل المثلث أ م ب الذي ضلعه

$\overline{أ ب}$ يمس منحنى الاقتران ق (س) = $\frac{ج}{س + ١}$ ، س ≠ −١

عند النقطة (١ ، ١)، فجـد قيمة الثابت جـ التي تجعـل مساحته تساوي ($\frac{٩}{٤}$) وحدة مربعة.



(٧ علامات)

ج) إذا كان ق (س) = $\sqrt[٣]{س^{٣} - ٢٧ س}$ ، س ∈ (−١٠ ، ١٠) ، فجـد كلاً مما يأتي: (١٣ علامة)

١) مجالات التزايد والتناقص للاقتران ق (س).

٢) القيم العظمى والصغرى المحلية للاقتران ق (س) (إن وجدت).

السـؤال الخامس : (١٥ علامة)

أ) رُسم مثلث متساوي الأضلاع داخل دائرة بحيث تقع رؤوسه على محيط الدائرة، بدأ كل من الدائرة والمثلث بالتمدد مُحافظيْن على شكليهما ووضعهما، بحيث يتمدد نصف قطر الدائرة بمعدل (٣) سم/د ، جـد معدل تغيّر مساحة المنطقة المحصورة بين الدائرة والمثلث عندما يكون نصف قطر الدائرة (٩) سم.

(٧ علامات)

ب) جـد حجم أكبر موشور (منشور) رباعي قائم قاعدته مربعة الشكل يمكن وضعه داخل مخروط دائري قائم نصف قطر قاعدته (٦) سم وارتفاعه (٨) سم.

(٨ علامات)

﴿ انتهت الأسئلة ﴾

بسم الله الرحمن الرحيم

وزارة التربية والتعليم
ادارة الامتحانات والاختبارات
قسم الامتحانات العامة

امتحان شهادة الدراسة الثانوية العامة لعام ٢٠١٦ / الدورة الشتوية

صفحة رقم (١)

المبحث: الرياضيات / المستوى الثالث
الفرع: الأدبي والشرعي والإدارة المعلوماتية والتعليم الصرف

مدة الامتحان: ٣ د
التاريخ: ٢٠١٥/١٢/٣٠

رقم الصفحة في الكتاب	

الإجابة النموذجية:

السؤال الأول: (١٦ علامة)

٣١

(٣) أ) ١) $\lim_{س \to -٥} \left(\frac{٢س + ١٠}{س^٢ + ٢٥} + س \right) = \frac{-١٠ + ١٠}{٥٠} + (-٥) = ٠ - ٥ = -٥$ ①

٣٢

٢) $\lim_{س \to ٧} \frac{\sqrt{٣س + ٤} - ٥}{س^٢ - ٤٩} \times \frac{\sqrt{٣س + ٤} + ٥}{\sqrt{٣س + ٤} + ٥}$ ①

$= \lim_{س \to ٧} \frac{٣س + ٤ - ٢٥}{(س^٢ - ٤٩)(\sqrt{٣س + ٤} + ٥)}$ ①

$= \lim_{س \to ٧} \frac{٣(س - ٧)}{(س - ٧)(س + ٧)(\sqrt{٣س + ٤} + ٥)}$ ①

$= \lim_{س \to ٧} \frac{٣}{(س + ٧)(\sqrt{٣س + ٤} + ٥)} = \frac{٣}{١٤٠}$ ①

١٧

ب) ١) -١ ①

٢) $\lim_{س \to -٢} ه(س) = ٢$ ①

$\lim_{س \to -٢} \left(\sqrt[٣]{٤ ه(س)} + \frac{١}{٤} س^٣ \right) = \sqrt[٣]{٨} + \frac{١}{٤} \times (-٨) = صفر$ ①

٥٣

ج) $\lim_{س \to ١} ه(س) = ٧$ لان الاقترانان متصل عند $س = ١$

$\lim_{س \to ١} (س^٢ - ٤ب - ٦) = ٧$

$١ - ٤ب - ٦ = ٧$ ومنه $ب = -٣$ ①

$\lim_{س \to ١} (٢أ س^٤ + ب) = ٧$

$٢أ + ب = ٧$ ، $٢أ - ٣ = ٧$ ومنه $أ = ٥$ ①

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال الثاني: (١٧ علامة)

٢٨

أ) $\lim_{س \to ٢} هـ(س) = ١٠$ (+)

$\lim_{س \to ٢} ٢ \times هـ(س) = ١٠$ ومنه $\lim_{س \to ٢} هـ(س) = ٥$ (+)

$\lim_{س \to ٢} \left(\frac{هـ(س)}{س^٢ - ١} + ٨ هـ(س) \right) = \frac{١٢}{٤-١} + ٨ \times ٥$ (+) (١) (١)

$= -٤ + ٤٠ = ٣٦$ (١)

ج) $م(٥) - ٦ \times ٣ = ٢٨$ (١) (١)

$٢٥م - ٧٢ = ٢٨$ (١)

$٢٥م = ١٠٠$ (١) ومنه $م = ٤$ (١)

٥١

ب) نقطة عدم الاتصال عند جذور المقام

$س + ٢ = ٠$ ومنه $س = -٢$ (١)

$س^٢ - ٣س = ٠$ $س(س-٣) = ٠$ (١) ومنه $س = ٠ ، ٣$ (١)

٦٧

ج) $\frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{١-(-٢)} = \frac{٢هـ(١) - ١ - (٢هـ(-٢) - ٤)}{٣}$ (+) (١)

$= \frac{٢هـ(١) - ١ - ٢هـ(-٢) + ٤}{٣}$

$= ٢ \times \frac{هـ(١) - هـ(-٢)}{٣} + \frac{٤-١}{٣} = ٢ \times ٦ + ١ = ١٣$ (١) (+) (١)

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال الثالث: (١٨ علامة)

٩٥

أ) ١) $\frac{ص}{س} = س^{٢}(-جاس) + ٢س جتاس + ٢ \times ٥ ظاس قا^{٢}س$

$= -س^{٢}جاس + ٢س جتاس + ١٠ ظاس قا^{٢}س$

٢) $\frac{ص}{س} = \frac{ص}{ع} \cdot \frac{ع}{س} = (٢ع - ٣) \times ٤ = -٨ع + ١٢$

$= -٨(١ - ٤س) + ١٢ = ٣٢س + ٤$

٣) $\frac{ص}{س} = \frac{٢س - ١}{س^{٢} - س} - ٢س هـ$

٨٥

ب) $قـ'(س) = \frac{(٣س + ٤)(٢) - ٢س(٣)}{(٣س + ٤)^{٢}}$

$= \frac{٦س + ٨ - ٦س}{(٣س + ٤)^{٢}} = \frac{٨}{(٣س + ٤)^{٢}}$

ميل المماس $= قـ'(-١) = \frac{٨}{(-٣ + ٤)^{٢}} = ٨$

٧٠

ج) $قـ'(٢) = نهـا_{هـ \to ٠} \frac{قـ(٢ + هـ) - قـ(٢)}{هـ}$

$= نهـا_{هـ \to ٠} \frac{\frac{١}{٢ + هـ + ١} - \frac{١}{٣}}{هـ} = نهـا_{هـ \to ٠} \frac{٣ - (٣ + هـ)}{٣(٣ + هـ) هـ}$

$= نهـا_{هـ \to ٠} \frac{-هـ}{٣هـ(٣ + هـ)} = \frac{-١}{٩}$

رقم الصفحة في الكتاب

سؤال الرابع (١٥ علامة)

٨٢

١) $ق'(س) = -٤(٢-س)^{٣} + هـ^{س-م}$ ①

$ق''(س) = ١٢(٢-س)^{٢} + هـ^{س-م}$ ①

$١٢(٢-م)^{٢} + هـ^{م-م} = ٤٩$ ، $١٢(٢-م)^{٢} + ١ = ٤٩$ ①

$١٢(٢-م)^{٢} = ٤٨$ ، $(٢-م)^{٢} = ٤$ ①

$٢-م = ٢$ ومنه م = ٠ ، أو $٢-م = -٢$ ومنه م = ٤ ① على الصفر م = ٠ ، م = ٤

٨٧

ب) $ع = ف'(ن) = ٣ن^{٢} - ١٤ن + ٩$ ①

$٣ن^{٢} - ١٤ن + ٩ = ١$ ومنه $٣ن^{٢} - ١٤ن + ٨ = ٠$

$(٣ن - ٢)(ن - ٤) = ٠$ ومنه ن = ٤ ، $ن = \frac{٢}{٣}$ تهمل ①

$ت = ع = ٦ن - ١٤$ ①

$ت|_{ن=٤} = ٦ \times ٤ - ١٤ = ١٠ م/ث^{٢}$

١٢٨

ج) نفرض أن طول الصحيفة س وعرضها ص

$٢س + ٢ص = ٨٦$ ①

$ص = ٤٣ - س$

المساحة المطبوعة (م) ①

$= (س - ٢)(ص - ١)$

$= (س-٢)(٤٢-س) = ٤٤س - س^{٢} - ٨٤$ ①

$م' = ٤٤ - ٢س$ ①

$م' = ٠$ ومنه س = ٢٢ ①

$م'' = -٢ <$ صفر ، تكون المساحة المطبوعة اكبر ما يمكن عندما ①

تكون س = ٢٢ سم ، ص = ٢١ سم ①

رقم الصفحة في الكتاب

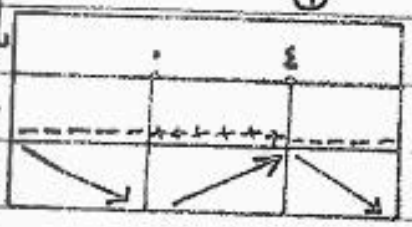
سؤال الخامس :(١٤ علامة)

١١٩

أ) ق(س) = ١٢س − ٣س² ①

١٢س − ٣س² = ٠ ①

٣س (٤ − س) = ٠ ① ومنه س = ٠ ، ٤



نجدول الاشارات ①

للاقتران قيمة صفرى عند س = ٠ وهي ق(٠) = ٨ ① ①

للاقتران قيمة عظمى عند س = ٤ وهي ق(٤) = ٤٠ ①

١١٩

ب) ١) س = ١ ، س = ٤ ① ① ①

٢) الاقتران متزايد في الفترتين [−١٫٥ ، ١] ، [٤ ، ٥]

الاقتران متناقص في الفترة [١ ، ٤] ①

١٢٥

ج) الايراد = التكلفة + الربح

د(س) = ك(س) + ر(س) ①

= (٦٠س + ٢٠٠) + ٢٠٫٠س² + ٢٠س + ٦٥ ① ①

= ٢٠٫٠س² + ٨٠س + ٢٦٥ ①

د'(س) = ٤٠٫٠س + ٨٠ ① + ①

علامة تعني قانون الايراد د(س)

علامة على مشتقة ك(س)

علامة على مشتقة ر(س)

علامة على جمع المشتقتين

المستوى ٣ / الأدبي والإداري والشرعي والصحي

ب) $P(س) = -٣$

$ب = ٥$

ما شرة : علامتان.

إذا قبل $س \to +١$ فهـ(س) مع $س \to -١$ فهـ(-س) : وأكمل :

نأخذ ٣ علامات :

$\sim \cdot \sim \cdot \sim$

ج) اكتب : $\begin{cases} س + ٢ = ٠ \\ س^{٤} - ٣س = ٠ \end{cases}$ علامة واحدة.

$\sim \cdot \sim \cdot \sim$

د) حل آخر : ① قانونه ① تعويض

متوسط تغير هـ(س) $= ٦ \times ٢ - \left(\frac{(١)^{٢} - (-٢)^{٢}}{١ - (-٢)} \right)$ ①

$= ١٢ - \frac{١ - ٤}{٣ + ١}$ ①

$= ١٢ - \frac{-٣}{٣}$

$= ١٢ + ١$

$= ١٣$

(٢) السؤال

ج) حل آخر: متوسط تغير ق(س):

$$\frac{ق(١) - ق(-٢)}{١ - (-٢)} = ٦ \Leftarrow \frac{ق(١) - ق(-٢)}{٣} = ١٨ \quad (١)$$

$$\text{متوسط تغير الاشتقاق لـ } ق(س) = \frac{٢ق(١) - ١ - (٢ق(-٢) - ٤)}{١ - (-٢)} \quad (١)$$

$$= \frac{٢ق(١) - ١ - ٢ق(-٢) + ٤}{٣}$$

$$= \frac{٢(ق(١) - ق(-٢)) + ٣}{٣} \quad (١)$$

$$= \frac{٢ \times ١٨ + ٣}{٣} = \frac{٣٩}{٣} = ١٣ \quad (١)$$

د) إذا عوض قيمة ع في ص، واشتقه: فإن العلاقة

هـ) مع مراعاة الطرق الأخرى لتعريف المشتقة عند (س+هـ) ثم بالتعويض.

$$ق'(س) = \lim_{ع \to س} \frac{ق(ع) - ق(س)}{ع - س} \quad (١)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{\frac{١}{١+ع} - \frac{١}{١+س}}{ع - س} \quad (١)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{(١+س) - (١+ع)}{(١+س)(١+ع)(ع-س)} \quad (١)$$

$$= \lim_{ع \to س} \frac{-١}{(١+س)(١+ع)} \quad (١)$$

$$ق'(٢) = \frac{-١}{٩} \quad (١)$$

س٣) هـ) الاشتقاق بالقواعد و إيجاد المشتقة صحيحة يأخذ ① علامة .

~ . ~ . ~

س٤) هـ) إذا استبدل المساحة بالمحيط ، وأكمل الحل بشكل صحيح ، تصحح من ٥ (لغير علامة واحدة) .

~ . ~ . ~

س٥) أ) عند س = ٠ ، فله قيمة صغرى
عند س = ٤ ، فله قيمة عظمى
} يأخذ ① علامة ولغير علامة

ق(٠) = ٨٠
ق(٤) = ٤

~ . ~ . ~

س٥) هـ) فترات مفتوحة : لغير علامة .
إذا قلب حدود الفترات : لغير علامة .