الرياضيات

الصف الثاني عشر- الفرع الأدبي

الفصل الدراسي الأول

12

إجابات التمارين

منهاجي
متعة التعليم الهادف

الناشر: المركز الوطني لتطوير المناهج

يسر المركز الوطني لتطوير المناهج استقبال آرائكم وملحوظاتكم على هذا الكتاب عن طريق العناوين الآتية:

06-5376262 / 237 06-5376266 P.O.Box: 2088 Amman 11941

@nccdjor feedback@nccd.gov.jo www.nccd.gov.jo

إجابات كتاب التمارين– مادة الرياضيات– الصف الثاني عشر الأدبي ف1

الوحدة الأولى: الاقترانات الأسية واللوغاريتمية

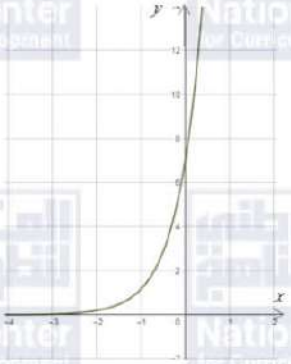
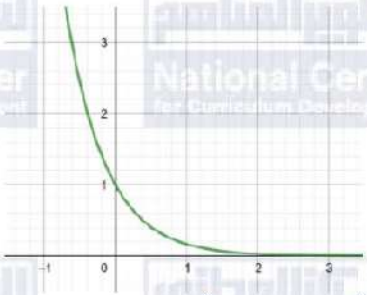
أستعد لدراسة الوحدة

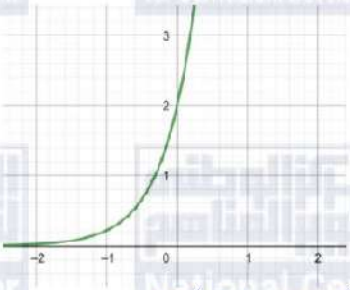
	تبسيط المقادير الأسية صفحة 6
1	$(16)^{\frac{3}{4}} = \left(\sqrt[4]{16}\right)^3 = (2)^3 = 8$
2	$\sqrt[3]{64a^6} = \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{a^6} = 4a^2$
3	$\frac{20a^5b^2}{12ab^{-3}} = \frac{20}{12} \times \frac{a^5}{a} \times \frac{b^2}{b^{-3}} = \frac{5}{3}a^4b^5$
	حل المعادلات الأسية صفحة 6
4	$3^{x+1} = 27$ $3^{x+1} = 3^3$ $x + 1 = 3$ $x = 2$
5	$\left(\frac{1}{5}\right)^x = 625$ $(5^{-1})^x = 5^4$ $5^{-x} = 5^4$ $-x = 4$ $x = -4$
6	$4^{-x} = \frac{1}{256}$ $4^{-x} = \frac{1}{4^4}$ $4^{-x} = 4^{-4}$ $-x = -4$ $x = 4$

إيجاد الاقتران العكسي صفحة 7

7	$f(x) = x + 3$ $y = x + 3$ $y - 3 = x$ $x - 3 = y$ $f^{-1}(x) = x - 3$
8	$f(x) = \frac{x}{4} + 1$ $y = \frac{x}{4} + 1$ $y - 1 = \frac{x}{4}$ $4y - 4 = x$ $4x - 4 = y$ $f^{-1}(x) = 4x - 4$
9	$f(x) = 2x^3$ $y = 2x^3$ $\frac{y}{2} = x^3$ $\sqrt[3]{\frac{y}{2}} = x$ $\sqrt[3]{\frac{x}{2}} = y$ $f^{-1}(x) = \sqrt[3]{\frac{x}{2}}$

الدرس الأول: الاقترانات الأسية

1	$f(2) = (13)^2 = 169$
2	$f(3) = 4(5)^3 = 4 \times 125 = 500$
3	$f(3) = 7\left(\frac{1}{2}\right)^3 = 7 \times \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$
4	$f(4) = -(3)^4 + 7 = -81 + 7 = -74$
5	$f(6) = -(2)^6 + 1 = -64 + 1 = -63$
6	$f(3) = \left(\frac{1}{4}\right)^3 - 12 = \frac{1}{64} - 12 = -\frac{767}{64}$
7	$f(x) = 7(6)^x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$
8	$f(x) = (7)^{-x} = \left(\frac{1}{7}\right)^x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$

9	$f(x) = 5\left(\frac{1}{8}\right)^x$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$
10	$f(x) = 2(9)^x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(0, \infty)$
11	$f(x) = 7^{x-2} + 1$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 1$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقة R مدى هذا الاقتران هو $(1, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متزايد
12	$f(x) = \left(\frac{1}{7}\right)^{x+1} - 3$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -3$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(-3, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متناقص

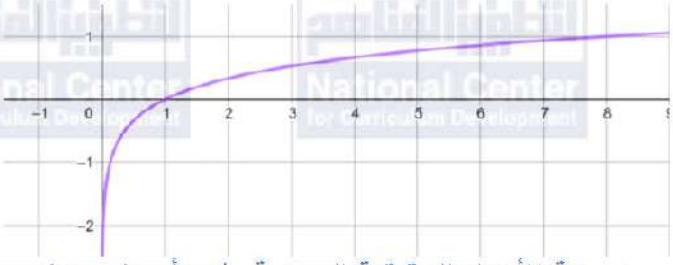
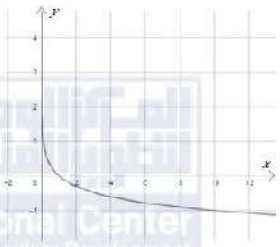
13	$f(x) = 5\left(\frac{1}{4}\right)^{x+3} - 7$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = -7$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(-7, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متناقص
14	$f(x) = 7(4)^{x-5} + 3$ لهذا الاقتران خط تقارب أفقي هو $y = 3$ مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R مدى هذا الاقتران هو $(3, \infty)$ الاقتران $f(x)$ متزايد
15	$f(x) = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $f(0) = 400(2)^0 = 400$
16	$f(12) = 400(2)^{\frac{12}{3}} = 400(2)^4 = 400 \times 16 = 6400$
17	$102400 = 400(2)^{\frac{x}{3}}$ $256 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $(2)^8 = (2)^{\frac{x}{3}}$ $\frac{x}{3} = 8$ $x = 24$ إذن، يصبح عدد الخلايا البكتيرية 102400 بعد 24 ساعة.
18	$f(1) = 2(0.75)^1 = 1.5\ \text{m}^3$
19	$\frac{9}{8} = 2(0.75)^x$ $\frac{9}{16} = (0.75)^x$ $\left(\frac{3}{4}\right)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ $x = 2$

الدرس الثاني: النمو والاضمحلال الأسي

1	$A(t) = a(1+r)^t$ $A(t) = 35000(1+0.02)^t$ $A(t) = 35000(1.02)^t$
2	$A(7) = 35000(1.02)^7 \approx 40204$
3	$A(t) = a(1-r)^t$ $A(t) = 12000(1-0.2)^t$ $A(t) = 12000(0.8)^t$
4	$A(3) = 12000(0.8)^3 = 6144$
5	$A(t) = a(1+r)^t$ $A(t) = 84370(1+0.024)^t$ $A(t) = 84370(1.024)^t$
6	$2030 - 2015 = 15$ $A(15) = 84370(1.024)^{15} \approx 120417$
7	$A(t) = a(1-r)^t$ $A(t) = 19725(1-0.03)^t$ $A(t) = 19725(0.97)^t$
8	$A(4) = 19725(0.97)^4 \approx \text{JD}17462$
9	$A = P\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt}$ $A = 8000\left(1+\frac{0.055}{12}\right)^{12t}$
10	$A = 8000\left(1+\frac{0.055}{12}\right)^{12\times 3} \approx \text{JD } 9431.59$
11	$A = Pe^{rt}$ $A = 60000e^{0.06\times 17} \approx \text{JD}166391.69$

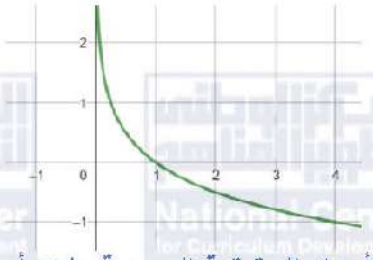
الدرس الثالث: الاقترانات اللوغاريتمية

1	$\log_3 729 = 6 \quad \rightarrow \quad 3^6 = 729$
2	$\log_5 625 = 4 \quad \rightarrow \quad 5^4 = 625$
3	$\log_{64} 4 = \frac{1}{3} \quad \rightarrow \quad 64^{\frac{1}{3}} = 4$
4	$\log_{64} 8 = 0.5 \quad \rightarrow \quad 64^{0.5} = 8$
5	$\log_7 1 = 0 \quad \rightarrow \quad 7^0 = 1$
6	$\log_{43} 43 = 1 \quad \rightarrow \quad 43^1 = 43$
7	$4^5 = 1024 \quad \rightarrow \quad \log_4 1024 = 5$
8	$3^{-4} = \frac{1}{81} \quad \rightarrow \quad \log_3 \frac{1}{81} = -4$
9	$7^3 = 343 \quad \rightarrow \quad \log_7 343 = 3$
10	$5^{-2} = 0.04 \quad \rightarrow \quad \log_5 0.04 = -2$
11	$32^1 = 32 \quad \rightarrow \quad \log_{32} 32 = 1$
12	$8^0 = 1 \quad \rightarrow \quad \log_8 1 = 0$
13	$\log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$
14	$\log_{81} 9 = y \quad \rightarrow \quad 81^y = 9$ $(9^2)^y = 9$ $9^{2y} = 9$ $2y = 1$ $y = \frac{1}{2}$ إذن، $\log_{81} 9 = \frac{1}{2}$
15	$\log_2 32 = \log_2 2^5 = 5$
16	$\log_{25} 125 = y \quad \rightarrow \quad 25^y = 125$ $(5^2)^y = 5^3$ $5^{2y} = 5^3$ $2y = 3$ $y = \frac{3}{2}$ إذن، $\log_{25} 125 = \frac{3}{2}$
17	$\log_{10} 0.0001 = \log_{10} 10^{-4} = -4$
18	$\log_{\frac{5}{3}} 1 = 0$

19	$\log_{\frac{1}{6}} 6 = y \rightarrow \left(\frac{1}{6}\right)^y = 6$ $(6^{-1})^y = 6^1$ $6^{-y} = 6^1$ $-y = 1$ $y = -1$ إذن، $\log_{\frac{1}{6}} 6 = -1$
20	$(10)^{\log_{10}\frac{1}{9}} = \frac{1}{9}$
21	$\log_3 \frac{1}{\sqrt{3^6}} = \log_3 \frac{1}{3^3} = \log_3 3^{-3} = -3$
22	$\log_b \sqrt[7]{b} = \log_b b^{\frac{1}{7}} = \frac{1}{7}$
23	$\log_{10}(1 \times 10^{-5}) = \log_{10} 10^{-5} = -5$
24	$4^{\log_4 3} = 3$
25	$f(x) = \log_8 x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متزايد
26	$g(x) = \log_{\frac{1}{10}} x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متناقص

27

$h(x) = \log_{\frac{1}{4}} x$



مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y
الاقتران متناقص

28

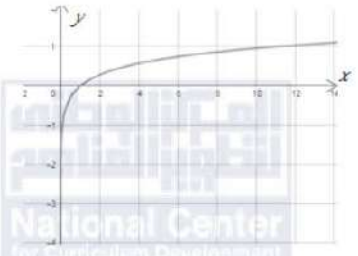
$r(x) = \log_{\frac{1}{9}} x$

مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y
الاقتران متناقص

29

$f(x) = \log_9 x$

مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$
مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R
المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y
لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y
الاقتران متزايد

30	$g(x) = \log_{11} x$  مجال هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ أي $(0, \infty)$ مدى هذا الاقتران هو مجموعة الأعداد الحقيقية R المقطع x هو 1 ، ولا يوجد مقطع y لهذا الاقتران خط تقارب رأسي هو المحور y الاقتران متزايد
31	$f(x) = \log_2(x+3)$ $x + 3 > 0$ $x > -3$ مجال هذا الاقتران هو $(-3, \infty)$
32	$f(x) = 7 + 2\log_5(x-2)$ $x - 2 > 0$ $x > 2$ مجال هذا الاقتران هو $(2, \infty)$
33	$f(x) = -5\log_7(-x)$ $-x > 0$ $x < 0$ مجال هذا الاقتران هو $(-\infty, 0)$
34	$\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.0125(10)$ $\log_{10}\left(\frac{I}{12}\right) = -0.125$ $10^{-0.125} = \frac{I}{12}$ $I = 12 \times 10^{-0.125} \approx 118.5 \text{ lumen}$

الدرس الرابع: قوانين اللوغاريتمات

1	$\log_a \frac{3}{7} = \log_a 3 - \log_a 7$ $\approx 0.528 - 0.936$ ≈ -0.408
2	$\log_a 21 = \log_a 3 \times 7$ $= \log_a 3 + \log_a 7$ $\approx 0.528 + 0.936$ ≈ 1.464
3	$\frac{\log_a 3}{\log_a 7} \approx \frac{0.528}{0.936} \approx 0.56$
4	$\log_a \frac{1}{7} = \log_a 1 - \log_a 7$ $\approx 0 - 0.936$ ≈ -0.936
5	$\log_a 441 = \log_a 21^2$ $= 2\log_a 21$ $= 2\log_a(3 \times 7)$ $= 2(\log_a 3 + \log_a 7)$ $\approx 2(0.528 + 0.936)$ $\approx 2 \times 1.464$ ≈ 2.928

6	$\log_a \frac{49}{27} = \log_a 49 - \log_a 27$ $= \log_a 7^2 - \log_a 3^3$ $= 2\log_a 7 - 3\log_a 3$ $\approx 2(0.936) - 3(0.528)$ $\approx 1.872 - 1.584$ ≈ 0.288
7	$\log_a (7a^2) = \log_a 7 + \log_a a^2$ $= \log_a 7 + 2\log_a a$ $\approx 0.936 + 2$ ≈ 2.936
8	$\log_a \sqrt[4]{81} = \log_a \sqrt[4]{3^4}$ $= \log_a 3$ ≈ 0.528
9	$(\log_a 3)(\log_a 7) \approx 0.528 \times 0.936$ ≈ 0.494
10	$\log_a x^7 = 7\log_a x$
11	$\log_a \left(\frac{ac}{b}\right) = \log_a ac - \log_a b$ $= \log_a a + \log_a c - \log_a b$ $= 1 + \log_a c - \log_a b$
12	$\log_a (\sqrt{x}) = \log_a x^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}\log_a x$

13	$\log_a\left(\frac{\sqrt{xy}}{z}\right) = \log_a\sqrt{xy} - \log_a z$ $= \log_a(xy)^{\frac{1}{2}} - \log_a z$ $= \log_a x^{\frac{1}{2}}y^{\frac{1}{2}} - \log_a z$ $= \log_a x^{\frac{1}{2}} + \log_a y^{\frac{1}{2}} - \log_a z$ $= \frac{1}{2}\log_a x + \frac{1}{2}\log_a y - \log_a z$
14	$\log_a \frac{1}{x^3y^4} = \log_a 1 - \log_a x^3y^4$ $= \log_a 1 - (\log_a x^3 + \log_a y^4)$ $= 0 - (3\log_a x + 4\log_a y)$ $= -3\log_a x - 4\log_a y$
15	$\log_a \sqrt[7]{128x^7} = \log_a \sqrt[7]{128} \times \sqrt[7]{x^7}$ $= \log_a 2x$ $= \log_a 2 + \log_a x$
16	$\log_a \frac{(x^{-1}y^2)^4}{(x^5y^{-2})^3} = \log_a \frac{x^{-4}y^8}{x^{15}y^{-6}}$ $= \log_a x^{-19}y^{14}$ $= \log_a x^{-19} + \log_a y^{14}$ $= -19\log_a x + 14\log_a y$
17	$\log_a \sqrt{\frac{x^2y^3}{z^3}} = \log_a \frac{\sqrt{x^2}\sqrt{y^3}}{\sqrt{z^3}}$ $= \log_a \frac{xy^{\frac{3}{2}}}{z^{\frac{3}{2}}}$ $= \log_a xy^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}}$ $= \log_a x + \log_a y^{\frac{3}{2}} - \log_a z^{\frac{3}{2}}$ $= \log_a x + \frac{3}{2}\log_a y - \frac{3}{2}\log_a z$

18	$\log_a(x-y+z)^9 = 9\log_a(x-y+z)$
19	$\log_a x - \log_a y = \log_a \frac{x}{y}$
20	$\log_b(b-1) + 2\log_b b = \log_b(b-1) + \log_b b^2$ $= \log_b b^2(b-1)$
21	$\log_a \sqrt{x} - \log_a \frac{1}{\sqrt{x}} = \log_a \frac{\sqrt{x}}{\frac{1}{\sqrt{x}}} = \log x$
22	$\log_a(x^2-25) - \log_a(x+5) = \log_a \frac{(x^2-25)}{(x+5)}$ $= \log_a \frac{(x+5)(x-5)}{(x+5)}$ $= \log_a(x-5)$
23	$3\log_b 1 - \log_b b = 3(0) - 1 = -1$
24	$8\log_b x + 4\log_b y - \frac{1}{2}\log_b z = \log_b x^8 + \log_b y^4 - \log_b z^{\frac{1}{2}}$ $= \log_b x^8 y^4 - \log_b z^{\frac{1}{2}}$ $= \log_b \frac{x^8 y^4}{z^{\frac{1}{2}}} = \log_b \frac{x^8 y^4}{\sqrt{z}}$
25	$T(a) = 10 + 20\log_6(a+1)$ $f(11) = 10 + 20\log_6(11+1)$ $= 10 + 20\log_6(12)$ $= 10 + 20\log_6(6\times 2)$ $= 10 + 20(\log_6 6 + \log_6 2)$ $\approx 10 + 20(1 + 0.3869)$ $\approx 10 + 20(1.3869)$ $\approx 10 + 27.738$ ≈ 37.738 قيمة إيرادات الشركة بعد إنفاقها مبلغ JD 11000 على الإعلانات هو JD 37738

الدرس الخامس: المعادلات الأسّية

1	$\log 17 \approx 1.2$
2	$\log(1.5 \times 10^{-4}) \approx -3.8$
3	$\ln 2.3 \approx 0.8$
4	$\log_2 15 = \frac{\log 15}{\log 2} \approx 3.9$
5	$\log_5 e^7 = 7 \times \frac{\ln e}{\ln 5} \approx 4.3$
6	$\ln 7 \approx 1.95$
7	$\log_5 27 = \frac{\log 27}{\log 5} \approx 2.05$
8	$\log_{\frac{1}{4}} 19 = \frac{\log 19}{\log \frac{1}{4}} \approx -2.12$
9	$\log_7 8 = \frac{\log 8}{\log 7} \approx 1.07$
10	$\log_8 \frac{1}{8} = -1$
11	$\log 10000 = 4$
12	$\log_3 18 = \frac{\log 18}{\log 3} \approx 2.63$
13	$5^x = 120$ $\log 5^x = \log 120$ $x \log 5 = \log 120$ $x = \frac{\log 120}{\log 5} \approx 2.9746$

14	$-4e^{4x} = -64$ $e^{4x} = 16$ $\ln e^{4x} = \ln 16$ $4x = \ln 16$ $x = \frac{\ln 16}{4} \approx 0.9631$
15	$3^{2x+1} = 7^{5x}$ $\log 3^{2x+1} = \log 7^{5x}$ $(2x+1)\log 3 = (5x)\log 7$ $2x\log 3 + \log 3 = 5x\log 7$ $2x\log 3 - 5x\log 7 = \log 3$ $x(2\log 3 - 5\log 7) = \log 3$ $x = \frac{\log 3}{2\log 3 - 5\log 7} \approx -0.1459$
16	$64^x + 2(8)^x - 3 = 0$ $(8^x)^2 + 2(8)^x - 3 = 0$ $u^2 + 2u - 3 = 0$ $(u+3)(u-1) = 0$ $u = -3$ أو $u = 1$ $8^x = -3$ أو $8^x = 1$ المعادلة $8^x = -3$ ليس لها حل لأن $8^x > 0$ لجميع قيم x. $8^x = 1 \quad \rightarrow x = \log_8 1 = 0$
17	$7(4)^x = 49$ $(4)^x = 7$ $\log(4)^x = \log 7$ $x\log 4 = \log 7$ $x = \frac{\log 7}{\log 4} \approx 1.4037$

18

$$21^{x-1} = 3^{7x+1}$$

$$\log 21^{x-1} = \log 3^{7x+1}$$

$$(x-1)\log 21 = (7x+1)\log 3$$

$$x\log 21 - \log 21 = 7x\log 3 + \log 3$$

$$x\log 21 - 7x\log 3 = \log 21 + \log 3$$

$$x(\log 21 - 7\log 3) = \log 21 + \log 3$$

$$x = \frac{\log 21 + \log 3}{\log 21 - 7\log 3} \approx -0.8918$$

19

$$T = 27 + 219e^{-0.032t}$$

$$100 = 27 + 219e^{-0.032t}$$

$$73 = 219e^{-0.032t}$$

$$73 = 219e^{-0.032t}$$

$$\frac{73}{219} = e^{-0.032t}$$

$$\ln\frac{73}{219} = \ln e^{-0.032t}$$

$$\ln\frac{73}{219} = -0.032t$$

$$t = -\frac{\ln\frac{73}{219}}{0.032} \approx 34.3$$

إذن، تصبح درجة حرارة المعدن 100 °C بعد حوالي 34.3 min من بدء تبريده.

20

$$N(t) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$$

$$N(0) = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05(0)}} = \frac{2000}{4} = 500$$

21	$700 = \frac{2000}{1 + 3e^{-0.05t}}$ $1 + 3e^{-0.05t} = \frac{2000}{700}$ $3e^{-0.05t} = \frac{20}{7} - 1$ $3e^{-0.05t} = \frac{13}{7}$ $e^{-0.05t} = \frac{13}{21}$ $\ln e^{-0.05t} = \ln \frac{13}{21}$ $-0.05t = \ln \frac{13}{21}$ $t = -\frac{\ln \frac{13}{21}}{0.05} \approx 9.6$ بعد 9.6 سنة تقريبًا يصبح عدد الأرانب في المحمية 700 أرنب.
22	$P(t) = 200e^t$ $P(0) = 200e^0 = 200$
23	$4000 = 200e^t$ $20 = e^t$ $\ln 20 = \ln e^t$ $t = \ln 20 \approx 3$

إجابات كتاب التمارين- مادة الرياضيات- الصف الثاني الثانوي الأدبي ف1

الوحدة الثانية: التفاضل

أستعد لدراسة الوحدة

	كتابة المقدار الجبري في أبسط صورة صفحة 13
1	$2x(x-4)=2x^2-8x$
2	$(x+4)(x-5)=x^2-5x+4x-20=x^2-x-20$
3	$(3x+1)^2=9x^2+6x+1$
	التحويل من الصيغة الجذرية إلى الصيغة الأسية صفحة 13
4	$\sqrt[5]{x^4}=x^{\frac{4}{5}}$
5	$\sqrt[3]{x}=x^{\frac{1}{3}}$
6	$\sqrt{x-1}=(x-1)^{\frac{1}{2}}$
7	$\frac{5}{\sqrt[7]{x^4}}=\frac{5}{x^{\frac{4}{7}}}=5x^{-\frac{4}{7}}$
	مشتقة اقتران القوة صفحة 14
8	$f'(x)=21x^2$
9	$f'(x)=12\times\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}=16x^{\frac{1}{3}}$
10	$f(x)=3x^2-5x^{\frac{1}{2}}$ $f'(x)=6x-\frac{5}{2}x^{-\frac{1}{2}}=6x-\frac{5}{2\sqrt{x}}$
11	$f(x)=-3x^{-7}$ $f'(x)=21x^{-8}=\frac{21}{x^8}$
12	$f(x)=x^2(x^3-2x)=x^5-2x^3$ $f'(x)=5x^4-6x^2$
13	$y=7x^{-3}+3x^{-1}-2$ $\frac{dy}{dx}=-21x^{-4}-3x^{-2}=\frac{-21}{x^4}-\frac{3}{x^2}$

الدرس الأول: قاعدة السلسلة

1	$f'(x) = \frac{4}{2\sqrt{4x-1}} = \frac{2}{\sqrt{4x-1}}$
2	$f(x) = 3(3-x^2)^{-\frac{1}{2}}$ $f'(x) = -\frac{3}{2}(3-x^2)^{-\frac{3}{2}}(-2x) = \frac{3x}{\sqrt{(3-x^2)^3}}$
3	$f'(x) = \frac{5}{2}(3+4x)^{\frac{3}{2}}(4) = 10(3+4x)^{\frac{3}{2}}$
4	$f'(x) = 100(8-x)^{99}(-1) = -100(8-x)^{99}$
5	$f'(x) = 2x + 2(200-x)^1(-1) = 2x - 2(200-x)$ $= 2x - 400 + 2x$ $= 4x - 400$
6	$f'(x) = 7(x+5)^6(1) + 6(2x+3)^5(2)$ $= 7(x+5)^6 + 12(2x+3)^5$
7	$f(x) = (x^5+6x)^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = \frac{1}{3}(x^5+6x)^{-\frac{2}{3}}(5x^4+6) = \frac{5x^4+6}{3\sqrt[3]{(5x^4+6x)^2}}$
8	$f(x) = (x^2-3)^{-3}$ $f'(x) = -3(x^2-3)^{-4}(2x) = \frac{-6x}{(x^2-3)^4}$
9	$f'(x) = x + \frac{-2x}{2\sqrt{16-x^2}} = x - \frac{x}{\sqrt{16-x^2}}$
10	$f'(x) = 12x^2 + 4(x-2)^3$ $f'(2) = 12(4) + 4(2-2)^3 = 48$
11	$f'(x) = \frac{2x+8}{2\sqrt{x^2+8x}} = \frac{x+4}{\sqrt{x^2+8x}}$ $f'(8) = \frac{8+4}{\sqrt{64+64}} = \frac{12}{\sqrt{128}} = \frac{12}{8\sqrt{2}} = \frac{3}{2\sqrt{2}}$

12	$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 14u$ $\frac{du}{dx} = 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= (3u^2 - 14u) \times 2x$ $= 6x(x^2 + 3)^2 - 28x(x^2 + 3)$
13	$\frac{dy}{du} = \frac{-3}{2\sqrt{7 - 3u}}$ $\frac{du}{dx} = 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= \frac{-3}{2\sqrt{7 - 3u}} \times 2x$ $= \frac{-3x}{\sqrt{7 - 3(x^2 - 9)}} = \frac{-3x}{\sqrt{34 - 3x^2}}$
14	$\frac{dy}{du} = 3u^2 - 10(u^3 - 7u)(3u^2 - 7)$ $\frac{du}{dx} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$ عندما $x = 4$، فإن $u = 2$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=4} = \left.\frac{dy}{du}\right\|_{u=2} \times \left.\frac{du}{dx}\right\|_{x=4}$ $\left.\frac{dy}{du}\right\|_{u=2} = 3(4) - 10(8 - 14)(12 - 7) = 312$ $\left.\frac{du}{dx}\right\|_{x=4} = \frac{1}{4}$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=4} = 312 \times \frac{1}{4} = 78$

15	$\frac{dy}{du} = 6u^2 + 6u$ $\frac{du}{dx} = 1 + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ عندما $x = 1$، فإن $u = 2$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=1} = \left.\frac{dy}{du}\right\|_{u=2} \times \left.\frac{du}{dx}\right\|_{x=1}$ $\left.\frac{dy}{du}\right\|_{u=2} = 6(4) + 6(2) = 36$ $\left.\frac{du}{dx}\right\|_{x=1} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=1} = 36 \times \frac{3}{2} = 54$
16	$P'(t) = 3\left(t^{\frac{1}{4}} + 3\right)^2 \times \frac{1}{4}t^{-\frac{3}{4}} = \frac{3\left(t^{\frac{1}{4}} + 3\right)^2}{4t^{\frac{3}{4}}}$
17	$P'(16) = \frac{3(2+3)^2}{4(8)} = \frac{75}{32} \approx 2.34$
18	$f'(x) = g'\big(h(x)\big) \times h'(x)$ $f'(5) = g'\big(h(5)\big) \times h'(5)$ $= g'(-2) \times 6$ $= 4 \times 6 = 24$
19	$f'(x) = 8\big(h(x)\big) \times h'(x)$ $f'(5) = 8\big(h(5)\big) \times h'(5)$ $= 8 \times -2 \times 6 = -96$

الدرس الثاني: مشتقتا الضرب والقسمة

1	$f'(x) = (2x) \times 3(1+3x^2)^2(6x) + (1+3x^2)^3(2)$ $= 36x^2(1+3x^2)^2 + 2(1+3x^2)^3$
2	$f'(x) = \dfrac{(x+2)(1)-(x-2)(1)}{(x+2)^2} = \dfrac{4}{(x+2)^2}$
3	$f'(x) = \dfrac{(x^2+1)(3x^2)-(x^3-1)(2x)}{(x^2+1)^2} + 12x^2$ $= \dfrac{3x^4+3x^2-2x^4+2x}{(x^2+1)^2} + 12x^2$ $= \dfrac{x^4+3x^2+2x}{(x^2+1)^2} + 12x^2$
4	$f'(x) = (1-x^2)^4 \times 3(2x+6)^2(2) + (2x+6)^3 \times 4(1-x^2)^3(-2x)$ $= 6(1-x^2)^4(2x+6)^2 - 8x(2x+6)^3(1-x^2)^3$
5	$f'(x) = \dfrac{(x+1)^2(3)-(3x+5)(2)(x+1)}{(x+1)^4}$ $= \dfrac{3(x+1)^2-2(3x+5)(x+1)}{(x+1)^4}$
6	$f'(x) = (5x^2+4x-3)(4x-3) + (2x^2-3x+1)(10x+4)$ $= 40x^3 - 21x^2 - 26x + 13$
7	$f(x) = 3x^6 - 15x^4 - x^3 + 5x$ بفك الأقواس $f'(x) = 18x^5 - 60x^3 - 3x^2 + 5$ أو بتطبيق قاعدة مشتقة ضرب اقترانين: $f'(x) = \left(3x^5 - x^2\right)\left(1+\dfrac{5}{x^2}\right) + \left(x - \dfrac{5}{x}\right)(15x^4 - 2x)$ $= 18x^5 - 60x^3 - 3x^2 + 5$
8	$f'(x) = \dfrac{(2x^3+3)(10x)-(5x^2-1)(6x^2)}{(2x^3+3)^2} = \dfrac{-10x^4+6x^2+30x}{(2x^3+3)^2}$

9	$f'(x)=\frac{-1}{(x-4)^2}$
10	$f'(x)=(x^5)\left(\frac{5}{\sqrt{10x+6}}\right)+(\sqrt{10x+6})(5x^4)$ $f'(1)=(1)\left(\frac{5}{\sqrt{10+6}}\right)+(\sqrt{10+6})(5)=\frac{85}{4}=21.25$
11	$f'(x)=\frac{(\sqrt{x+4})(1)-(x+3)\left(\frac{1}{2\sqrt{x+4}}\right)}{x+4}$ $f'(12)=\frac{(\sqrt{12+4})(1)-(12+3)\left(\frac{1}{2\sqrt{12+4}}\right)}{12+4}=\frac{17}{128}$
12	$\frac{dy}{du}=10u+3$ $\frac{du}{dx}=\frac{-36x}{(x^2+5)^2}$ $\frac{dy}{dx}=\frac{dy}{du}\times\frac{du}{dx}$ $=(10u+3)\times\frac{-36x}{(x^2+5)^2}$ $=\left(\frac{180}{x^2+5}+3\right)\times\frac{-36x}{(x^2+5)^2}$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=2}=\left(\frac{180}{4+5}+3\right)\times\frac{-72}{(4+5)^2}=-\frac{184}{9}$

13	$\frac{dy}{du} = \frac{-1}{(u+1)^2}$ $\frac{du}{dx} = 3x^2 - 2$ $\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{du} \times \frac{du}{dx}$ $= \frac{-1}{(u+1)^2} \times (3x^2 - 2)$ $= \frac{-1}{(x^3 - 2x + 6)^2} \times (3x^2 - 2)$ $\left.\frac{dy}{dx}\right\|_{x=0} = \frac{-1}{(6)^2} \times (-2) = \frac{1}{18}$
14	$P'(t) = \frac{6}{(t+1)^2}$
15	$P'(9) = \frac{6}{(9+1)^2} = 0.06$ بعد 9 سنوات من الآن سيتزايد عدد السكان بمعدل 60 نسمة لكل سنة.
16	$h'(t) = \frac{(4+t^2)(6t) - (3t^2)(2t)}{(4+t^2)^2} = \frac{24t}{(4+t^2)^2}$
17	$(fg)'(x) = f(x) \times g'(x) + g(x) \times f'(x)$ $(fg)'(0) = f(0) \times g'(0) + g(0) \times f'(0)$ $= 5 \times 2 - 1 \times -3 = 13$
18	$\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{g(x) \times f'(x) - f(x) \times g'(x)}{(g(x))^2}$ $\left(\frac{f}{g}\right)'(0) = \frac{g(0) \times f'(0) - f(0) \times g'(0)}{(g(0))^2} = \frac{-1 \times -3 - 5 \times 2}{1} = -7$
19	$(7f + 2fg)'(x) = 7f'(x) + 2\big(f(x) \times g'(x) + g(x) \times f'(x)\big)$ $(7f + 2fg)'(0) = 7f'(0) + 2\big(f(0) \times g'(0) + g(0) \times f'(0)\big)$ $= 7 \times -3 + 2(5 \times 2 - 1 \times -3)$ $= -21 + 2 \times 13 = 5$

الدرس الثالث: مشتقتا الاقتران الأسي الطبيعي والاقتران اللوغاريتمي الطبيعي

1	$f'(x) = (x^{10})(e^x) + (e^x)(10x^9)$ $= e^x x^{10} + 10e^x x^9$
2	$f'(x) = 3 \times 2e^{2x-1}$ $= 6e^{2x-1}$
3	$f'(x) = 3e^x - 2 \times 4e^{4x}$ $= 3e^x - 8e^{4x}$
4	$f'(x) = (9x-1)(3e^{3x}) + (e^{3x})(9)$ $= 27xe^{3x} - 3e^{3x} + 9e^{3x}$ $= 27xe^{3x} + 6e^{3x}$
5	$f'(x) = \dfrac{(\sqrt{x+1})(-2e^{-2x}) - (e^{-2x})\left(\frac{1}{2\sqrt{x+1}}\right)}{x+1}$ $= \dfrac{-2e^{-2x}\sqrt{x+1} - \frac{e^{-2x}}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}$ $= \dfrac{\frac{-2e^{-2x}(x+1)}{2\sqrt{x+1}} - \frac{e^{-2x}}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}$ $= \dfrac{\frac{-2e^{-2x}(x+1) - e^{-2x}}{2\sqrt{x+1}}}{x+1}$ $= \dfrac{-2e^{-2x}(x+1) - e^{-2x}}{2(x+1)\sqrt{x+1}}$
6	$f'(x) = \dfrac{(x)(3)(e^x+2)^2(e^x) - (e^x+2)^3(1)}{x^2}$ $= \dfrac{3xe^x(e^x+2)^2 - (e^x+2)^3}{x^2}$
7	$f'(x) = 2xe^{x^2+7}$
8	$f'(x) = 2(2e^{3x}-1)(6e^{3x}) = 12e^{3x}(2e^{3x}-1) = 24e^{6x} - 12e^{3x}$

9	$f'(x)=\dfrac{e^x}{2\sqrt{e^x+1}}$
10	$f'(x)=\dfrac{(x+2)\left(\frac{1}{x}\right)-(\ln x)(1)}{(x+2)^2}$
11	$f'(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$
12	$f'(x)=(e^x)\left(\dfrac{2x}{x^2}\right)+(\ln x^2)(e^x)=\dfrac{2e^x}{x}+e^x\ln x^2$
13	$f'(x)=(3+x)\left(\dfrac{1}{x}\right)+(\ln x)(1)=\dfrac{3}{x}+1+\ln x$
14	$f'(x)=\dfrac{-\frac{1}{x^2}}{\frac{1}{x}}=-\dfrac{1}{x^2}\times\dfrac{x}{1}=-\dfrac{1}{x}$ حل آخر: $f(x)=\ln 1-\ln x\rightarrow f'(x)=0-\frac{1}{x}=-\frac{1}{x}$
15	$f'(x)=(x^5)\left(\dfrac{3}{3x}\right)+(\ln(3x))(5x^4)=x^4+5x^4\ln(3x)$
16	$f'(x)=e^{-1}\times 2x$ $f'(-1)=e^{-1}\times -2=-\dfrac{2}{e}$
17	$f'(x)=\dfrac{2x}{x^2+1}$ $f'(3)=\dfrac{6}{9+1}=\dfrac{3}{5}$
18	$N(t)=1000\left(30+e^{-\frac{t}{30}}\right)$ $N(0)=1000\left(30+e^{-\frac{0}{30}}\right)=1000\times 31=31000$
19	$N'(t)=1000\left(-\dfrac{1}{30}e^{-\frac{t}{30}}\right)=-\dfrac{100}{3}e^{-\frac{t}{30}}$

20	$N'(20) = -\frac{100}{3}e^{-\frac{20}{30}} \approx -17.11$
21	$N'(a) = 500 \times \frac{1}{a} = \frac{500}{a}$
22	$N'(10) = \frac{500}{10} = 50$

الدرس الرابع: مشتقتا اقتران الجيب واقتران جيب التمام

1	$f(x) = (\sin(5x-1))^3$ $f'(x) = 3(\sin(5x-1))^2(5\cos(5x-1))$ $= 15(\sin(5x-1))^2\cos(5x-1)$
2	$f'(x) = (3x^2-2)\cos(x^3-2x+4)$
3	$f'(x) = 2\times -4\times -\sin(-4x) = 8\sin(-4x)$
4	$f'(x) = 3\times 3\cos(3x+7) = 9\cos(3x+7)$
5	$f'(x) = (2x^3)(\cos x) + (\sin x)(6x^2) - \big((3x)(-\sin x) + (\cos x)(3)\big)$ $= 2x^3\cos x + 6x^2\sin x + 3x\sin x - 3\cos x$
6	$f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x = 1$ $f'(x) = 0$
7	$f'(x) = -\frac{1}{x}\sin(\ln x)$
8	$f'(x) = (e^x)(-\sin x + \cos x) + (\cos x + \sin x)(e^x)$ $= -e^x\sin x + e^x\cos x + e^x\cos x + e^x\sin x$ $= 2e^x\cos x$
9	$f'(x) = 2(1-2x)(-2)\times -\sin(1-2x)^2 = (4-8x)\sin(1-2x)^2$
10	$f'(x) = 4\times\frac{-\sin x+\cos x}{2\sqrt{\cos x+\sin x}} = \frac{-2\sin x+2\cos x}{\sqrt{\cos x+\sin x}}$
11	$f'(x) = 3(1+\cos 2x)^2(-2\sin 2x) = -6(\sin 2x)(1+\cos 2x)^2$
12	$f(x) = (\sin x)^3(\cos 4x)$ $f'(x) = (\sin x)^3(-4\sin 4x) + (\cos 4x)\times 3(\sin x)^2\cos x$
13	$f'(x) = \frac{(1+e^x)(e^x)-(e^x)(e^x)}{(1+e^x)^2}\cos\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right)$ $= \frac{e^x}{(1+e^x)^2}\cos\left(\frac{e^x}{1+e^x}\right)$

14	$f'(x)=\dfrac{(e^x)(-2x\sin x^2)-(\cos x^2)(e^x)}{(e^x)^2}$ $=\dfrac{-2xe^x\sin x^2-e^x\cos x^2}{(e^x)^2}$
15	$f'(x)=\dfrac{(1-\sin x)(-\sin x)-(\cos x)(-\cos x)}{(1-\sin x)^2}$ $=\dfrac{-\sin x+\sin^2 x+\cos^2 x}{(1-\sin x)^2}$ $=\dfrac{1-\sin x}{(1-\sin x)^2}$ $=\dfrac{1}{1-\sin x}$
16	$f'(x)=\dfrac{(1+x)(x\cos x+\sin x)-(x\sin x)(1)}{(1+x)^2}$ $=\dfrac{x\cos x+x^2\cos x+\sin x+x\sin x-x\sin x}{(1+x)^2}$ $=\dfrac{x\cos x+x^2\cos x+\sin x}{(1+x)^2}$
17	$f'(x)=\dfrac{(2-\cos x)(1)-(x)(\sin x)}{(2-\cos x)^2}$ $=\dfrac{2-\cos x-x\sin x}{(2-\cos x)^2}$
18	$f'(x)=\dfrac{-\sin x-\cos x}{\cos x-\sin x}$
19	$D'(t)=200(0.4)\cos(0.4(t-2))=80\cos(0.4(t-2))$
20	$C'(t)=21.6\left(\dfrac{2\pi}{365}\right)\cos\left(\dfrac{2\pi t}{365}+10.9\right)$
21	$f'(x)=(\cos x)(\cos x)+(\sin x)(-\sin x)=\cos^2 x-\sin^2 x$ الخطأ في الحل هو اعتبار $\cos^2 x-\sin^2 x=1$ وهذا غير صحيح لأن $\cos^2 x+\sin^2 x=1$ ويمكن التعبير عن النتيجة $(\cos^2 x-\sin^2 x)$ بالصورة $(1-2\sin^2 x)$ أو $(2\cos^2 x-1)$

إجابات كتاب التمارين– مادة الرياضيات– الصف الثاني الثانوي الأدبي ف1

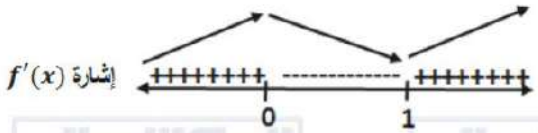
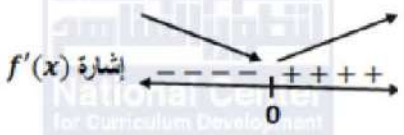
الوحدة الثالثة: تطبيقات التفاضل

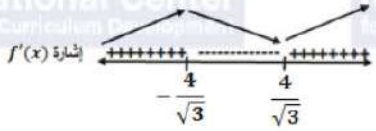
أستعد لدراسة الوحدة

إيجاد ميل المنحنى صفحة 19

1	$f'(x) = 1 - 3x^2$ $f'(1) = 1 - 3(1)^2 = -2$
2	$f'(x) = 0 \quad \rightarrow \quad 1 - 3x^2 = 0$ $1 = 3x^2$ $\rightarrow x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$

إيجاد القيم الحرجة لاقتران ما صفحة 19

3	$f'(x) = 6x^2 - 6x$ $6x^2 - 6x = 0 \quad \rightarrow \quad 6x(x-1) = 0$ $\rightarrow x = 0$ أو $x = 1$ القيم الحرجة لهذا الاقتران هي: $x = 1$ و $x = 0$  توجد قيمة عظمى محلية عندما $x = 0$ توجد قيمة صغرى محلية عندما $x = 1$
4	$f'(x) = 2x$ $2x = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0$ القيمة الحرجة لهذا الاقتران هي: $x = 0$  توجد قيمة صغرى محلية عندما $x = 0$

5	$f'(x) = 3x^2 - 16$ $3x^2 - 16 = 0 \quad \rightarrow \quad x^2 = \frac{16}{3} \quad \rightarrow \quad x = \pm\frac{4}{\sqrt{3}}$ القيم الحرجة لهذا الاقتران هي: $x = -\frac{4}{\sqrt{3}}$ و $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$  توجد قيمة عظمى محلية عندما $x = -\frac{4}{\sqrt{3}}$ توجد قيمة صغرى محلية عندما $x = \frac{4}{\sqrt{3}}$

الدرس الأول: المماس والعمودي على المماس

1	$f'(x) = 6x^2 + 6$ $f'(-1) = 6 + 6 = 12$ معادلة المماس: $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 2 = 12(x + 1)$ $y - 2 = 12x + 12$ $y = 12x + 14$
2	$f'(x) = \frac{(x+4)(e^x) - (e^x)(1)}{(x+4)^2}$ $f'(0) = \frac{(4)(1) - (1)(1)}{16} = \frac{3}{16}$ معادلة المماس: $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - \frac{1}{4} = \frac{3}{16}(x)$ $y = \frac{3}{16}x + \frac{1}{4}$
3	$f'(x) = 2x - \frac{-(7)(2x)}{x^4} = 2x + \frac{14}{x^3}$ $f'(1) = 2 + \frac{14}{1} = 16$ معادلة المماس: $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - (-6) = 16(x - 1)$ $y + 6 = 16x - 16$ $y = 16x - 22$
4	$f'(x) = 2x - \frac{-(8)\left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)}{x} = 2x + \frac{\frac{4}{\sqrt{x}}}{x}$ $f'(4) = 8 + \frac{\frac{4}{2}}{4} = \frac{17}{2}$ معادلة المماس: $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 12 = \frac{17}{2}(x - 4)$ $y - 12 = \frac{17}{2}x - 34$ $y = \frac{17}{2}x - 22$

5	$f'(x) = 4 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}$ $f'(9) = \frac{2}{\sqrt{9}} = \frac{2}{3}$ معادلة المماس: $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 12 = \frac{2}{3}(x - 9)$ $y - 12 = \frac{2}{3}x - 6$ $y = \frac{2}{3}x + 6$
6	$f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{25 - x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{25 - x^2}}$ $f'(3) = \frac{-3}{\sqrt{25 - 9}} = -\frac{3}{4}$ معادلة المماس: $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 4 = -\frac{3}{4}(x - 3)$ $y - 4 = -\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}$ $y = -\frac{3}{4}x + \frac{25}{4}$
7	$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}, \quad x = 8$ $f(8) = \sqrt[3]{8} = 2 \quad \rightarrow (8, 2)$ $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}} = \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}}$ $f'(8) = \frac{1}{3\sqrt[3]{64}} = \frac{1}{12}$ معادلة المماس: $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 2 = \frac{1}{12}(x - 8)$ $y - 2 = \frac{1}{12}x - \frac{2}{3}$ $y = \frac{1}{12}x + \frac{4}{3}$

8	$f(8)=\frac{4+8}{8-2}=2 \quad \rightarrow (8,2)$ $f'(x)=\frac{(x-2)(1)-(4+x)(1)}{(x-2)^2}=\frac{-6}{(x-2)^2}$ $f'(8)=\frac{-6}{(8-2)^2}=\frac{-6}{36}=-\frac{1}{6}$ معادلة المماس: $y-y_1=m(x-x_1)$ $y-2=-\frac{1}{6}(x-8)$ $y-2=-\frac{1}{6}x+\frac{4}{3}$ $y=-\frac{1}{6}x+\frac{10}{3}$
9	$f(5)=\frac{8}{\sqrt{5+11}}=2 \quad \rightarrow (5,2)$ $f'(x)=\frac{-(8)\left(\frac{1}{2\sqrt{x+11}}\right)}{x+11}$ $f'(5)=\frac{-(8)\left(\frac{1}{2\sqrt{5+11}}\right)}{5+11}=-\frac{1}{16}$ معادلة المماس: $y-y_1=m(x-x_1)$ $y-2=-\frac{1}{16}(x-5)$ $y-2=-\frac{1}{16}x+\frac{5}{16}$ $y=-\frac{1}{16}x+\frac{37}{16}$

10	$f'(x) = 15x^2 + 2x$ $f'(-1) = 15 - 2 = 13$ معادلة العمودي على المماس: $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - (-6) = -\frac{1}{13}(x + 1)$ $y + 6 = -\frac{1}{13}x - \frac{1}{13}$ $y = -\frac{1}{13}x - \frac{79}{13}$
11	$f(5) = 2(5)^2(6-5) = 50 \quad \longrightarrow (5, 50)$ $f'(x) = (2x^2)(-1) + (6-x)(4x)$ $f'(5) = (50)(-1) + (6-5)(20) = -30$ معادلة العمودي على المماس: $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 50 = \frac{1}{30}(x - 5)$ $y - 50 = \frac{1}{30}x - \frac{1}{6}$ $y = \frac{1}{30}x + \frac{299}{6}$
12	مماس المنحنى أفقي أي $f'(x) = 0$ $f'(x) = 12x^5 - 4x^3$ $12x^5 - 4x^3 = 0$ $4x^3(3x^2 - 1) = 0 \quad \rightarrow \quad x = 0$ أو $x^2 = \frac{1}{3} \rightarrow x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$ $f(0) = 2(0)^6 - (0)^4 - 2 = -2$ $f\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 - 2 = \frac{2}{27} - \frac{1}{9} - 2 = -\frac{55}{27}$ $f\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right) = 2\left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^6 - \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^4 - 2 = \frac{2}{27} - \frac{1}{9} - 2 = -\frac{55}{27}$ النقاط هي $(0, -2), \left(\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{55}{27}\right), \left(-\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{55}{27}\right)$

13	مماس المنحنى أفقي أي $f'(x)=0$ $f'(x)=60x^2-15x^4$ $60x^2-15x^4=0$ $15x^2(4-x^2)=0 \quad \rightarrow \quad x=0 \quad or \quad x^2=4 \quad \rightarrow \quad x=\pm 2$ $f(0)=20(0)^3-3(0)^5=0$ $f(-2)=20(-2)^3-3(-2)^5=-160+96=-64$ $f(2)=20(2)^3-3(2)^5=160-96=64$ النقاط هي $(0,0),(-2,-64),(2,64)$
14	ميل المماس 6 أي $f'(x)=6$ $f'(x)=x^4-10$ $x^4-10=6$ $x^4=16 \quad \rightarrow \quad x=\sqrt[4]{16} \quad \rightarrow \quad x=\pm 2$ $f(-2)=\frac{1}{5}(-2)^5-10(-2)=-\frac{32}{5}+20=\frac{68}{5}$ $f(2)=\frac{1}{5}(2)^5-10(2)=\frac{32}{5}-20=-\frac{68}{5}$ النقاط هي $\left(-2,\frac{68}{5}\right),\left(2,-\frac{68}{5}\right)$
15	معادلة المماس عند $x=1$ هي $y=2x+5$ إذن ميل المماس يساوي 2 عند $x=1$ ، ومنه $f'(1)=2$ $f(x)=kx^3+h$ $f'(x)=3kx^2$ $f'(1)=3k$ $3k=2$ $k=\frac{2}{3}$

16	لإيجاد إحداثيي نقاط التقاطع بين $f(x)$ و $g(x)$ نحل المعادلة $f(x)=g(x)$ المستقيم الذي معادلته $2y=x+5$ تصبح $y=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ $x^2-4x+7=\frac{1}{2}x+\frac{5}{2}$ $x^2-\frac{9}{2}x+\frac{9}{2}=0$ $2x^2-9x+9=0$ $(2x-3)(x-3)=0$ $x=\frac{3}{2}$ أو $x=3$ $f\left(\frac{3}{2}\right)=\left(\frac{3}{2}\right)^2-4\left(\frac{3}{2}\right)+7=\frac{9}{4}+1=\frac{13}{4}$ $f(3)=(3)^2-4(3)+7=9-12+7=4$ $A\left(\frac{3}{2},\frac{13}{4}\right), B(3,4)$
17	معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة $A\left(\frac{3}{2},\frac{13}{4}\right)$ $f'(x)=2x-4$ $f'\left(\frac{3}{2}\right)=2\left(\frac{3}{2}\right)-4=-1$ معادلة المماس: $y-y_1=m(x-x_1)$ $y-\frac{13}{4}=-\left(x-\frac{3}{2}\right)$ $y-\frac{13}{4}=-x+\frac{3}{2}$ $y=-x+\frac{19}{4}$ معادلة المماس لمنحنى الاقتران $f(x)$ عند النقطة $B(3,4)$ $f'(3)=2(3)-4=2$ معادلة المماس: $y-y_1=m(x-x_1)$ $y-4=2(x-3)$ $y-4=2x-6$ $y=2x-2$

الدرس الثاني: المشتقة الثانية، والسرعة، والتسارع

1	$f'(x) = 15x^2 + 4$ $f''(x) = 30x$
2	$f'(x) = 20e^{4x}$ $f''(x) = 80e^{4x}$
3	$f(x) = \sqrt[3]{x} = x^{\frac{1}{3}}$ $f'(x) = \frac{1}{3}x^{-\frac{2}{3}}$ $f''(x) = -\frac{2}{9}x^{-\frac{5}{3}} = -\frac{2}{9\sqrt[3]{x^5}}$
4	$f'(x) = \frac{7}{x}$ $f''(x) = \frac{-7}{x^2}$
5	$f(x) = (x-1)(2x+3) = 2x^2 + 3x - 2x - 3 = 2x^2 + x - 3$ $f'(x) = 4x + 1$ $f''(x) = 4$
6	$f'(x) = (e^x)(\cos x) + (\sin x)(e^x)$ $= e^x \cos x + e^x \sin x$ $f''(x) = (e^x)(-\sin x) + (\cos x)(e^x) + (\sin x)(e^x) + (e^x)(\cos x)$ $= -e^x \sin x + e^x \cos x + e^x \sin x + e^x \cos x$ $= 2e^x \cos x$
7	$f'(x) = \frac{-4 \times \frac{3}{2\sqrt{3x-2}}}{3x-2} = \frac{\frac{-6}{\sqrt{3x-2}}}{3x-2} = \frac{-6}{(3x-2)^{\frac{3}{2}}}$ $f''(x) = \frac{6 \times \frac{3}{2}(3x-2)^{\frac{1}{2}} \times 3}{(3x-2)^3} = \frac{27\sqrt{3x-2}}{(3x-2)^3}$ $f''(2) = \frac{27\sqrt{6-2}}{(6-2)^3} = \frac{54}{64} = \frac{27}{32}$
8	$f'(x) = -14x$ $f''(x) = -14$ $f''(-3) = -14$

9	$f'(x) = 4ax^3 - 6x$ $f''(x) = 12ax^2 - 6$ $f''(2) = 12a(2)^2 - 6$ $42 = 48a - 6$ $48 = 48a$ $a = 1$
10	$v(t) = 3t^2 - 8t + 5$ $v(1) = 3(1)^2 - 8(1) + 5 = 0\ \mathrm{m/s}$
11	بما أن السرعة صفر، فإن الجسم في حالة سكون لحظي عندما $t = 1$
12	$a(t) = 6t - 8$ $a(1) = 6(1) - 8 = -2\ \mathrm{m/s^2}$
13	يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعته 0 $3t^2 - 8t + 5 = 0$ $(3t - 5)(t - 1) = 0$ $t = \frac{5}{3}\ \ or\ \ t = 1$
14	$v(t) = 3(t - 3)^2$ $v(5) = 3(5 - 3)^2 = 12\ \mathrm{m/s}$
15	بما أن إشارة السرعة موجبة، فإن الجسم يتحرك في الاتجاه الموجب عندما $t = 5$
16	$a(t) = 6(t - 3)$ $a(5) = 6(5 - 3) = 12\ \mathrm{m/s^2}$
17	يكون الجسم في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعته 0 $3(t - 3)^2 = 0$ $(t - 3)^2 = 0$ $t - 3 = 0$ $t = 3$
18	$v(t) = 12t - 2$ $v(5) = 12(5) - 2 = 58\ \mathrm{m/s}$
19	$a(t) = 12$ $a(5) = 12\ m/s^2$
20	تكون السيارة في حالة سكون لحظي عندما تكون سرعتها 0 $v(t) = 12t - 2 = 0 \rightarrow 12t = 2 \rightarrow t = \frac{1}{6}$

الدرس الثالث: تطبيقات القيم القصوى

1	$f'(x) = 4x + 4$ $4x + 4 = 0 \rightarrow x = -1$ توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = -1$ $f''(x) = 4$ $f''(-1) = 4 > 0$ إذن توجد قيمة صغرى محلية عندما $x = -1$ هي: $f(-1) = 2(-1)^2 + 4(-1) - 3 = -5$
2	$f'(x) = 3x^2 - 10x + 3$ $3x^2 - 10x + 3 = 0$ $(3x - 1)(x - 3) = 0$ $x = \frac{1}{3}$ أو $x = 3$ توجد قيمتان حرجتان هما $x = 3$ و $x = \frac{1}{3}$ $f''(x) = 6x - 10$ $f''\left(\frac{1}{3}\right) = 6\left(\frac{1}{3}\right) - 10 = -8 < 0$ $f''(3) = 6(3) - 10 = 8 > 0$ إذن توجد قيمة صغرى عندما $x = 3$ ، هي: $f(3) = (3)^3 - 5(3)^2 + 3(3) + 1 = -8$ وتوجد قيمة عظمى عندما $x = \frac{1}{3}$ هي: $f\left(\frac{1}{3}\right) = \left(\frac{1}{3}\right)^3 - 5\left(\frac{1}{3}\right)^2 + 3\left(\frac{1}{3}\right) + 1 = \frac{40}{27}$

3

$f(x) = x^3(x-2) = x^4 - 2x^3$

$f'(x) = 4x^3 - 6x^2$

$4x^3 - 6x^2 = 0$

$2x^2(2x-3) = 0$

$x = 0$ أو $x = \frac{3}{2}$

توجد قيمتان حرجتان هما $x = \frac{3}{2}$ و $x = 0$

$f''(x) = 12x^2 - 12x$

$f''\left(\frac{3}{2}\right) = 12\left(\frac{3}{2}\right)^2 - 12\left(\frac{3}{2}\right) = 9 > 0$

إذن توجد قيمة صغرى عندما $x = \frac{3}{2}$ ، هي $f\left(\frac{3}{2}\right) = \left(\frac{3}{2}\right)^4 - 2\left(\frac{3}{2}\right)^3 = -\frac{27}{16}$

$f''(0) = 12(0)^2 - 12(0) = 0$

يفشل اختبار المشتقة الثانية في تحديد نوع النقطة الحرجة $(0, 0)$ لذلك نلجأ لاختبار المشتقة الأولى:

$f'(-1) = 4(-1)^3 - 6(-1)^2 = -4 - 6 = -10 < 0$

$f'(1) = 4(1)^3 - 6(1)^2 = 4 - 6 = -2 < 0$

إشارة $f'(x)$ سالبة على يسار $x = 0$ وعلى يمينها، فالنقطة $(0,0)$ ليست نقطة قيمة قصوى.

4

حجم القالب: $V = lwh = yx(2x) = 2x^2y$

مساحة سطح القالب: $A = 2xy + (2x + 2y)(2x) = 6xy + 4x^2$

$600 = 6xy + 4x^2$

$600 - 4x^2 = 6xy$

$y = \frac{600 - 4x^2}{6x}$

حجم القالب بدلالة x : $V(x) = 2x^2\left(\frac{600-4x^2}{6x}\right)$

$V(x) = 200x - \frac{4}{3}x^3$

5

$V'(x) = 200 - 4x^2$

$200 - 4x^2 = 0$

$200 = 4x^2$

$x^2 = \frac{200}{4} = 50 \rightarrow x = \pm 5\sqrt{2}$

لكن الطول لا يكون سالبا، لذا فإن $x = 5\sqrt{2}$ cm

$V''(x) = -8x$

$V''(5\sqrt{2}) = -40\sqrt{2} < 0$

توجد قيمة عظمى عندما $x = 5\sqrt{2}$ ، ويكون حجم القالب أكبر ما يمكن عندما $x = 5\sqrt{2}$ cm

6	سعر البدلة الواحدة $s(x) = 150 - 0.5x$ اقتران الإيراد: $R(x) = x(150 - 0.5x) = 150x - 0.5x^2$
7	الإيراد الحدي: $R'(x) = 150 - x$ التكلفة الحدية: $C'(x) = 0.5x$ $R'(x) = 2C'(x)$ $150 - x = 2(0.5x)$ $150 - x = x$ $2x = 150$ $x = 75$
8	اقتران الربح: $P(x) = R(x) - C(x)$ $= 150x - 0.5x^2 - 4000 - 0.25x^2$ $= 150x - 0.75x^2 - 4000$
9	$P'(x) = 150 - 1.5x$ $150 - 1.5x = 0$ $150 = 1.5x$ $x = \frac{150}{1.5} = \frac{1500}{15} = 100$ توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = 100$ $P''(x) = -1.5$ $P''(100) = -1.5 < 0$ توجد قيمة عظمى لهذا الاقتران عندما $x = 100$ ويكون أكبر ربح ممكن عندما تكون عدد البدلات المبيعة 100، ويكون أكبر ربح ممكن هو: $P(100) = 150(100) - 0.75(100)^2 - 4000$ $= 15000 - 7500 - 4000 = 3500$
10	ويكون حينها سعر البدلة الواحدة: $s(100) = 150 - 0.5(100) = 100$

11

حجم الخزان $V = x^2 h$

مساحة سطح الخزان المفتوح من الأعلى $A = 4xh + x^2$

$$500 = x^2 h \quad \rightarrow \quad h = \frac{500}{x^2}$$

$$A = 4xh + x^2$$

$$A(x) = 4x\left(\frac{500}{x^2}\right) + x^2$$

$$= \frac{2000}{x} + x^2$$

$$A'(x) = -\frac{2000}{x^2} + 2x$$

$$-\frac{2000}{x^2} + 2x = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{2000}{x^2} = 2x$$

$$\rightarrow \quad 2x^3 = 2000$$

$$\rightarrow \quad x^3 = 1000$$

$$\rightarrow \quad x = 10$$

توجد قيمة حرجة واحدة هي $x = 10$

$$A''(x) = \frac{4000}{x^3} + 2$$

$$A''(10) = \frac{4000}{(10)^3} + 2 = 6 > 0$$

إذن توجد قيمة صغرى عندما $x = 10$ ، وتكون أبعاد الخزان التي تجعل مساحة سطحه أقل ما يمكن هي: $l = x = 10\,m,\ w = x = 10\,m,\ h = \frac{500}{(10)^2} = 5\,m$

الدرس الرابع: الاشتقاق الضمني والمعدلات المرتبطة

1	$2x + 10y\frac{dy}{dx} = 0$ $10y\frac{dy}{dx} = -2x$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x}{10y} = -\frac{x}{5y}$
2	$2x + 2x\left(\frac{dy}{dx}\right) + 2y(1) = 6y\frac{dy}{dx}$ $2x\frac{dy}{dx} - 6y\frac{dy}{dx} = -2y - 2x$ $(2x - 6y)\frac{dy}{dx} = -2x - 2y$ $\frac{dy}{dx} = \frac{-2y - 2x}{2x - 6y}$
3	$(y)\left(\frac{1}{x}\right) + (\ln x)\left(\frac{dy}{dx}\right) = 1$ $\frac{y}{x} + \ln x\frac{dy}{dx} = 1$ $\ln x\frac{dy}{dx} = 1 - \frac{y}{x}$ $\frac{dy}{dx} = \frac{1 - \frac{y}{x}}{\ln x}$
4	$\frac{dy}{dx} + 3y^2\frac{dy}{dx} = \cos x - 2x$ $\frac{dy}{dx}(1 + 3y^2) = \cos x - 2x$ $\frac{dy}{dx} = \frac{\cos x - 2x}{1 + 3y^2}$

5	$(x)\left(e^y\frac{dy}{dx}\right)+(e^y)(1)-3=0$ $xe^y\frac{dy}{dx}+e^y-3=0$ $xe^y\frac{dy}{dx}=3-e^y$ $\frac{dy}{dx}=\frac{3-e^y}{xe^y}$
6	$3x^2+(x)\left(2y\frac{dy}{dx}\right)+(y^2)(1)=5$ $3x^2+2xy\frac{dy}{dx}+y^2=5$ $2xy\frac{dy}{dx}=5-y^2-3x^2$ $\frac{dy}{dx}=\frac{5-y^2-3x^2}{2xy}$
7	$(x^2)\left(\frac{dy}{dx}\right)+(y)(2x)-6x^2-3y^2\frac{dy}{dx}=0$ بتعويض $(x,y)=(2,-3)$ ينتج أنّ: $4\frac{dy}{dx}-12-24-27\frac{dy}{dx}=0$ $-23\frac{dy}{dx}-36=0$ $\frac{dy}{dx}=-\frac{36}{23}$

	$3y^2\frac{dy}{dx} - 2x = 0$
8	بتعويض $(x, y) = (2, 2)$ ينتج أنّ: $3(2)^2\frac{dy}{dx} - 2(2) = 0$ $12\frac{dy}{dx} - 4 = 0$ $12\frac{dy}{dx} = 4$ $\frac{dy}{dx} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$
	ميل المماس عند النقطة $(3, 5)$
9	$2y\frac{dy}{dx} - 2x = 0$ $2(5)\frac{dy}{dx} - 2(3) = 0$ بتعويض $(x, y) = (3, 5)$ $10\frac{dy}{dx} - 6 = 0$ $10\frac{dy}{dx} = 6$ $\frac{dy}{dx} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
	معادلة المماس عند النقطة $(3, 5)$
10	$y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 5 = \frac{3}{5}(x - 3)$ $y - 5 = \frac{3}{5}x - \frac{9}{5}$ $y = \frac{3}{5}x + \frac{16}{5}$

11	ميل المماس عند النقطة $(2, 1)$ $(x^2)\left(\frac{dy}{dx}\right) + (y)(2x) = -4\frac{dy}{dx}$ بتعويض $(x, y) = (2, 1)$ $(4)\left(\frac{dy}{dx}\right) + (1)(4) = -4\frac{dy}{dx}$ $4\frac{dy}{dx} + 4 = -4\frac{dy}{dx}$ $4\frac{dy}{dx} + 4\frac{dy}{dx} = -4$ $8\frac{dy}{dx} = -4$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{4}{8} = -\frac{1}{2}$
12	معادلة المماس عند النقطة $(2, 1)$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 1 = -\frac{1}{2}(x - 2)$ $y - 1 = -\frac{1}{2}x + 1$ $y = -\frac{1}{2}x + 2$
13	ميل المماس عند النقطة $(0, 5)$ $2x + (4x)\left(\frac{dy}{dx}\right) + (y)(4) + 2y\frac{dy}{dx} = 0$ بتعويض $(x, y) = (0, 5)$ $0 + (0)\frac{dy}{dx} + 20 + 10\frac{dy}{dx} = 0$ $10\frac{dy}{dx} = -20$ $\frac{dy}{dx} = -\frac{20}{10} = -2$

14	معادلة المماس عند النقطة $(0,5)$ $y - y_1 = m(x - x_1)$ $y - 5 = -2(x - 0)$ $y - 5 = -2x$ $y = -2x + 5$
15	معدل التغير المعطى: $\frac{dV}{dt} = -0.6$ معدل التغير المطلوب $\left.\frac{dr}{dt}\right\|_{r=250}$ العلاقة التي تربط بين حجم المنطاد ونصف قطره: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$ $\frac{dV}{dt} = 4\pi r^2 \frac{dr}{dt}$ $-0.6 = 4\pi(250)^2 \frac{dr}{dt}$ $\frac{dr}{dt} = -\frac{0.6}{4\pi(250)^2} = -\frac{0.6}{250000\pi} = -\frac{6}{2500000\pi}$ إذن يتناقص طول نصف قطر المنطاد بمعدل $\frac{6}{2500000\pi}$ cm/s عندما يكون طول نصف قطره 250 cm
16	معدل التغير المعطى: $\frac{dV}{dt} = 0.4$ معدل التغير المطلوب: $\frac{dh}{dt}$ العلاقة التي تربط بين حجم الخزان وارتفاعه: $V = \pi r^2 h$ $\frac{dV}{dt} = \pi r^2 \frac{dh}{dt}$ $0.4 = \pi(0.3)^2 \frac{dh}{dt}$ $\frac{dh}{dt} = \frac{0.4}{\pi(0.3)^2} = \frac{0.4}{0.09\pi} = \frac{40}{9\pi}$ إذن يتزايد عمق الماء في الخزان بمعدل $\frac{40}{9\pi}$ m/s